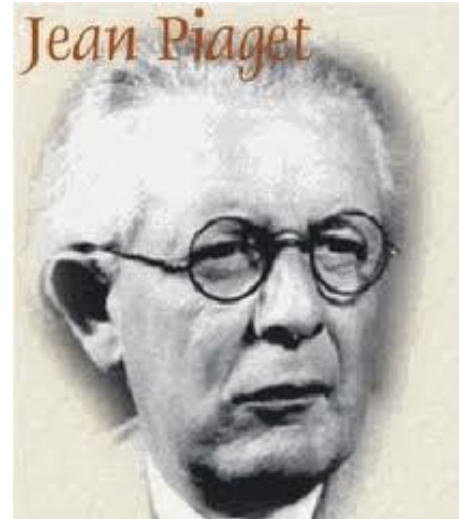

Ο Piaget και μετα-Piaget προσεγγίσεις στην ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών

Κωνσταντίνος Π. Χρήστου
Τμήμα Επιστημών Προσχολικής Αγωγής και
Εκπαίδευσης

Jean Piaget

1896-1980



Jean Piaget

- ❑ Γεννήθηκε στο Νιουσατέλ της Ελβετίας όπου και σπούδασε βιολογία. Δούλεψε στο εργαστήριο του Alferd Binet (βλ. IQ tests) και ενδιαφέρθηκε για την ψυχολογία και την ανάπτυξη της νοημοσύνης. Εκτός της ψυχολογίας ενδιαφερόταν για τα μαθηματικά, ιδίως τη μαθηματική λογική.
- ❑ Λάθη των παιδιών στα τεστ του Binet / εστίαση στα λάθη
- ❑ Εντόπισε τις διαφορές ανάμεσα στα μικρά και μεγάλα παιδιά
- ❑ Πλήθος δημοσιεύσεων με το πρώτο στην ηλικία των 11
- ❑ Παρατήρηση στα τρία του παιδιά / αναλυτικά ημερολόγια (case studies)
- ❑ Αρχικά δούλεψε πάνω στη βιολογία και τη φιλοσοφία
- ❑ Θεωρούσε τον εαυτό του «γενετικό επιστημολόγο»

διερευνά τη σκέψη των παιδιών

Σε ένα από τα πλέον περίφημα πειράματά του με δεκάδες ανυποψίαστα πιτσιρίκια, ο Πιαζέ έθεσε το ερώτημα:

- «Τι είναι αυτό που δημιουργεί τον αέρα;»

Όταν η πεντάχρονη Τζούλια τού απάντησε:

- «Τα δέντρα», εκείνος συνέχισε τον αλλόκοτο αυτό διάλογο με ένα ακόμη ερώτημα:
- «Πώς το ξέρεις;».
- «Τα είδα να κουνούν τα χέρια τους».
- «Και πώς αυτό δημιουργεί τον αέρα;».

Στο σημείο αυτό η μικρή Τζούλια άρχισε να κουνά το χέρι της μπροστά από το πρόσωπό της αποφαινόμενη με άκρως σοβαρό ύφος:

- «Να, έτσι. Μόνο που είναι μεγαλύτερα. Και υπάρχουν πολλά δέντρα».

«Τα παιδιά» λέει ο Πιαζέ «κατανοούν μόνο αυτά που επινοούν τα ίδια, γι' αυτό κάθε φορά που προσπαθούμε να τα διδάξουμε κάτι υπερβολικά γρήγορα, τα εμποδίζουμε να επανεφεύρουν τον εαυτό τους».

διαφορές ενηλίκων και παιδιών

- Υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα παιδιά και τους ενήλικες, που είναι ποιοτικές κι όχι ποσοτικές όπως πιστεύονταν μέχρι τότε
- διαφορές στον τρόπο σκέψης, αντίληψης, λήψης αποφάσεων, επίλυσης προβλημάτων κτλ.

ΓΕΝΕΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΑ

- ❑ Ιδέα της **γενετικής επιστημολογίας**: Η γνώση βρίσκεται σε μια διαδικασία συνεχούς εξέλιξης (ανάπτυξης): για να την καταλάβουμε πρέπει να καταλάβουμε πως αναπτύσσεται, πως περνάει από το ένα στάδιο στο άλλο
- ❑ Ενδιαφέρεται για τη βιολογική επίδραση στο «πώς γνωρίζουμε»
- ❑ Σχέση ανάμεσα σε *οντογένεση* και *φυλογένεση*,
- ❑ *Επιστημολογία*: «οι γνώσεις στο ξεκίνημά τους είναι πολύ ανάλογες με τις διαδικασίες που βρίσκεις στο παιδί»

Νεϊτιβισμός ή Εμπειρισμός;

Nativism:

- ❑ Κάποιες γνώσεις δεν μπορούν να αποκτηθούν μέσω της εμπειρίας – πρέπει να έχουμε γεννηθεί με αυτές
- ❑ Μπορεί να υπάρχουν και να εκδηλωθούν μόνο σε συγκεκριμένη φάση της ανάπτυξης

Empiricism:

- ❑ Κάθε γνώση είναι αποτέλεσμα εμπειρίας και δράσης στο περιβάλλον

Piaget: ούτε Νεϊτιβισμός ή Εμπειρισμός

ιδέα του κονστρουκτιβισμού

ΙΔΕΑ ΤΟΥ ΚΟΝΣΤΡΟΥΚΤΙΒΙΣΜΟΥ

- ❑ Οικοδόμηση της γνώσης ως μία διαρκής διαδικασία **προσαρμογής** στο περιβάλλον.
- ❑ **Γνώση:** δεν παράγεται από την παθητική αποτύπωση εξωτερικών ερεθισμάτων/παρατηρήσεων χωρίς την δραστηριότητα του υποκειμένου που τα οργανώνει ούτε υπάρχουν προδεδομένες δομές γνώσεων
- ❑ Αυτό που είναι βιολογικά δεδομένο είναι η λειτουργία, οι μηχανισμοί της νοημοσύνης

πως βλέπουμε;



απαρχές του κονστρουκτιβισμού

- ❑ Σχήματα: Καντ
- ❑ William James (1892-1958) πατέρας της αμερικάνικης ψυχολογίας:
 - ❑ οι άνθρωποι γεννιούνται με κάποιες «**έμφυτες αντιδράσεις**»
 - ❑ η **αντίδραση της περιέργειας**: δίνει ώθηση για περισσότερη γνώση
 - ❑ η **αντίδραση της ιδιοκτησίας**: τάση για υιοθέτηση νέων ιδεών και απόκτηση νέων συνηθειών
 - ❑ η **αντίδραση της άμιλλας**: τάση να μιμούμαστε τους άλλους, να τους ανταγωνιζόμαστε
 - ❑ όταν προσέχει κάτι ο άνθρωπος, αυτό εν-τυπώνεται στον εγκέφαλό του που χαρακτηρίζεται από σύνθετες οργανωτικές δεξιότητες
 - ❑ κατανόηση επέρχεται από τη δυνατότητα να ενσωματωθούν οι νέες γνώσεις στις ήδη υπάρχουσες

Ιδέα του Κονστρουκτιβισμού

- ❑ Η ανθρώπινη νοημοσύνη έχει μία ιδιαίτερη, δική της ενεργητική δυνατότητα για ανάπτυξη - η κληρονομικότητα και το περιβάλλον την ενισχύουν
- ❑ (όπως: το κλίμα και το νερό δεν καθορίζουν τον μηχανισμό ανάπτυξης που ενυπάρχουν σε ένα φυτό, αλλά παρόλα αυτά το επηρεάζουν)
- ❑ Η νοημοσύνη είναι κι αυτή μια πλευρά της γενικής βιολογικής προσαρμογής στο περιβάλλον

Ιδέα του Κονστρουκτιβισμού

- ❑ η νοημοσύνη έχει τις διάφορες **νοητικές δομές** (σχήματα κατά τον Piaget) με τις οποίες οργανώνεται και **προσαρμόζεται** στο περιβάλλον
- ❑ Η πνευματική ανάπτυξη του ατόμου έγκειται στη διαρκή μεταβολή των σχημάτων (των νοητικών δομών) που συμβαίνει μέσα από τη διαρκή **αλληλεπίδραση με το περιβάλλον**
- ❑ Τα σχήματα είναι σαν **θεωρίες** που φτιάχνουν τα παιδιά και τις εξετάζουν σαν επιστήμονες (έλεγαν οι επιστημολόγοι) ή σαν **έννοιες** (θα έλεγαν οι γνωστικοί ψυχολόγοι), εμπλουτίζονται, αλλάζουν

Τα σχήματα

Δομές γνώσεων (σχήματα):

- ❑ Είναι κλάσεις εννοιών που μπορούν να αναπαραστήσουν αντικείμενα, σενάρια, ή ακολουθίες γεγονότων ή σχέσεων
- ❑ Οι δομές είναι το πλαίσιο στο οποίο μετά από επεξεργασία, εντάσσονται τα διάφορα ερεθίσματα
 - ❑ δεν είναι προκαθορισμένες – οικοδομούνται από την δραστηριότητα του υποκειμένου.
 - ❑ αρχικά τα σχήματα είναι απλά - τα παιδιά έχουν ήδη από τη γέννησή τους κάποια σχήματα που δρουν αντανakλαστικά (τα ζώα χρησιμοποιούν αυτά τα σχήματα σε όλη τους τη ζωή)
 - ❑ όσο τα σχήματα γίνονται πιο πολύπλοκα οργανώνονται ιεραρχικά από το γενικό στο ειδικό και δημιουργούν κατηγορίες, σύνθετα σχήματα συμπεριφοράς, κανόνες, σχέδια, μέθοδοι, στρατηγικές
 - ❑ Έτσι κατασκευάζεται και η προσωπική ηθική των παιδιών
 - ❑ Π.χ., ένα σχήμα για το «ψάρι»

Μηχανισμοί ανάπτυξης:

- ▣ Αφομοίωση
- ▣ Συμμόρφωση
- ▣ Εξισορρόπηση

Αφομοίωση:

- ☐ Ενσωμάτωση των ερεθισμάτων του περιβάλλοντος στα υπάρχοντα γνωστικά σχήματα
- ☐ Τροποποίηση των πληροφοριών ώστε να είναι συμβατές με τον τρόπο σκέψης του ατόμου.
- ☐ Αφορά στην ποσοτική αλλαγή των νοητικών δομών
 - ☐ Μετατροπή ενός κύβου σε κάτι που πιπιλίζεται, όπως άλλωστε και το δάχτυλο

άλλο παράδειγμα αφομοίωσης

- ☐ Ένα παιδί 2 ετών βλέπει έναν άνθρωπο ο οποίος είναι φαλακρός στην κορυφή του κεφαλιού του και έχει μακρά κατσαρά μαλλιά στις άκρες και φωνάζει «Κλόουν, κλόουν" (Siegler et al., 2003).

Συμμόρφωση:

- ☐ Τροποποίηση των υπαρχόντων γνωστικών σχημάτων για να ταιριάζουν με τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος
- ☐ Η προσαρμογή ενός αρχικού τρόπου σκέψης ώστε να συμφωνεί με τις εμπειρίες.
- ☐ Αφορά στην ποιοτική αλλαγή των νοητικών δομών
 - ☐ Αλλάζω την αντανακλαστική μου συμπεριφορά που αφορούσε το πιπίλισμα του δαχτύλου και το προσαρμόζω στον κύβο και έτσι καταλαβαίνω ότι άλλο δάχτυλο κι άλλο κύβος
- ☐ Αφομοίωση και συμμόρφωση είναι αλληλοεξαρτώμενες και δύσκολα διακρίνονται

άλλο παράδειγμα συμμόρφωσης

- ☐ Στο επεισόδιο με τον «κλόουν», ο πατέρας του αγοριού εξήγησε στο γιο του ότι ο άνθρωπος δεν ήταν ένας κλόουν και ότι, ακόμη και αν τα μαλλιά του ήταν σαν του κλόουν, αυτός δεν φορούσε ένα κοστούμι και δεν κάνει ανόητα πράγματα για να κάνει τους ανθρώπους γέλιο.
- ☐ Με αυτή τη νέα γνώση, το αγόρι ήταν σε θέση να αλλάξει το σχήμα του «κλόουν» και να κάνει αυτή η ιδέα ταιριάζει καλύτερα σε μια τυπική έννοια του «κλόουν».

Εξισορρόπηση:

- ❑ Εσωτερική τάση του οργανισμού να έχει μια αρμονική σχέση με το περιβάλλον του - Αποτελεί κινητήριο δύναμη της ανάπτυξης.
- ❑ Τάση να εξισορροπηθούν τα γνωστικά σχήματα με το περιβάλλον- εξισορρόπηση αφομοίωσης και συμμόρφωσης
- ❑ Η διαδικασία με την οποία τα άτομα ενσωματώνουν τα επιμέρους κομμάτια γνώσης για τον κόσμο σε ενοποιημένο σύνολο

Σχήματα:

- Κατά την Αφομοίωση, το σχήμα δεν αλλάζει, αλλά μόνο τροποποιείται.
- Στην Συμμόρφωση, το σχήμα αλλάζει και μπορεί να αναπτυχθεί κι ένα νέο σχήμα.

Διαδικασία

- Η Αφομοίωση είναι μια αργή και σταδιακή διαδικασία. Η γνώση συγκεντρώνεται για μεγάλο χρονικό διάστημα.
- Η Συμμόρφωση είναι μια ξαφνική αλλαγή.

νέες Ιδέες

- Η Αφομοίωση συμβαίνει όταν υπάρχουν κοντινές ιδέες και έννοιες.
- Συμμόρφωση συμβαίνει όταν υπάρχουν αντικρουόμενες ιδέες.

Assimilation



Saw this four-legged animal for the first time.



Existing Schema: His four-legged pet is a dog.



Child will call this a dog.

Pediala.com

Accommodation



Existing Schema: His four-legged pet is a dog.



Someone points out that this is a cat, though it has four legs.



Realises that all four-legged animals are not dogs.

η σημασία της δράσης

-
- Η δράση (πράξη, ενέργεια) είναι κεντρική στη θεωρία της ανάπτυξης του Piaget.
 - Τα είδη των ενεργειών που είναι ικανό να κάνει το άτομο καθορίζει και το **στάδιο ανάπτυξής του**
 - Από τις δράσεις σε υλικά αντικείμενο περνάμε σε νοητικές δράσεις σε νοητικά αντικείμενα για τη δημιουργία πιο εκλεπτυσμένων δομών

Η διαδικασία της ανάπτυξης

- Τα παιδιά δεν μαθαίνουν κάτι αν τους το πουν οι μεγάλοι, άλλα κατασκευάζουν τη γνώση τους μέσα από την οργάνωση της εμπειρίας τους στον κόσμο και του μετασχηματισμού της προϋπάρχουσας γνώσης τους.
- Εστιάζει στις γενικές λογικές αρχές που είναι προϋπόθεση της νόησης, και στην ατομικά προσδιορισμένη ανάπτυξη.
- Αρχικά στο κιναισθητικό στάδιο, η κατανόηση του κόσμου γίνεται μέσα από τη **δράση** πάνω στα αντικείμενα και τον κόσμο. Δεν μπορούν να σκεφτούν στη βάση υποθέσεων τους και για πράγματα που δεν είναι παρόντα. Δεν μπορούν να προβλέψουν το αποτέλεσμα μιας **δράσης** αν δεν την **κάνουν**.
- Επαναλαμβανόμενες τέτοιες δράσεις εμπλουτίζουν τα Κιναισθητικά Σχήματα και επιτρέπουν στο πέρασμα στο επόμενο στάδιο, που ενέχει σκέψη με αναπαράσταση και που ολοκληρώνεται στην αφηρημένη σκέψη που έρχεται πολύ αργότερα.

Η διαδικασία της ανάπτυξης

- ☐ Το παιδί εκτελεί μία πράξη που έχει επίδραση στο περιβάλλον του,
 - ☐ π.χ., μετακινεί ένα αντικείμενο
- ☐ Συνεχίζει με επαναληπτικές κινήσεις που κάνει επί του αντικειμένου, με μικρές διαφοροποιήσεις. Με τον τρόπο αυτό 'μελετάει' τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες του αντικειμένου μέσω της **στοχαστικής αφαίρεσης**
- ☐ Επαναλήψεις τέτοιων διαδικασιών σε άλλα αντικείμενα καταλήγουν στη δημιουργία όλο και πιο πολύπλοκων δομών γνώσης
 - ☐ π.χ., τα αντικείμενα μετακινούνται
- ☐ Αυτές οι γνώσεις έχουν την τάση να γενικεύονται
- ☐ Από **εγωκεντρισμό** στον **κοινωνιοκεντρισμό**

οι παράγοντες ανάπτυξης της νοημοσύνης

- ❑ η **κληρονομικότητα** (ποτέ δε δρα μεμονωμένα αλλά παρεμβαίνει παντού, άρρηκτα συνδεδεμένη με την εξάσκηση και την εμπειρία)
- ❑ η **φυσική εμπειρία** (η αλληλεπίδραση του παιδιού με το περιβάλλον)
- ❑ η **κοινωνική μεταβίβαση της παιδείας** (αποφασιστικής σημασίας παράγοντας στην ανάπτυξη, ωστόσο ανεπαρκής αφού πρέπει το παιδί να θέλει να αφομοιώσει αυτά που θα του μάθουν)
- ❑ η **διαδικασία/τάση για εξισορρόπηση**

• Διαφορές μικρών/μεγάλων παιδιών *αποτέλεσμα παρατήρησης*




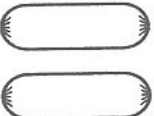

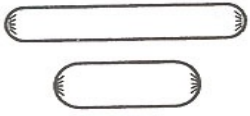
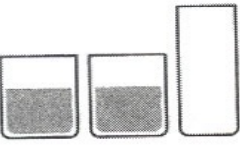
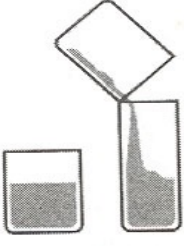
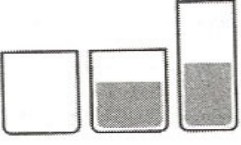
• Αρχές:

- **Διατήρηση:** αφορά την ικανότητα του παιδιού να αντιλαμβάνεται ότι οι φυσικές ιδιότητες των αντικειμένων, όγκος, βάρος, μάζα παραμένουν σταθερές παρά τις αλλαγές στην εξωτερική εμφάνιση
- **Αποκέντρωση:** αφορά την ικανότητα του παιδιού για ταυτόχρονη αντίληψη περισσότερων από ένα χαρακτηριστικό ενός αντικειμένου
- **Αντιστρεψιμότητα:** αφορά μια εσωτερικευμένη νοητική πράξη που μπορεί να αντιστραφεί

Μεθοδολογία έρευνας του Piaget

- ❑ Δεν ήταν ικανοποιημένος από τις κλασικές μεθόδους έρευνας: συλλογή δεδομένων, αιτιακές σχέσεις μεταβλητών, κτλ.
- ❑ Παρατήρηση (naturalistic observation)
- ❑ Κλινικές συνεντεύξεις: ημιδομημένες συνεντεύξεις που εξελίσσονται ανάλογα με τις απαντήσεις των παιδιών
 - ❑ Ποια είναι περισσότερα τα τριαντάφυλλα ή τα κόκκινα τριαντάφυλλα;
- ❑ Πρώιμος Piaget εφαρμόζει και ψυχαναλυτικές μεθόδους, αλλά αργότερα τις απορρίπτει
- ❑ Αναλυτικά ημερολόγια της ανάπτυξης των τριών παιδιών του από τη γέννηση μέχρι την εφηβεία

Διαφορές μικρών/μεγάλων παιδιών ως προς τη διατήρηση

| | Φάση 1 | Φάση 2 | Φάση 3 |
|---------------------------------|--|---|--|
| Διατήρηση του αριθμού |  «Είναι ο ίδιος αριθμός ή διαφορετικός αριθμός;» |  «Κοίταξε τώρα τι κάνω» (αραίωμα) |  «Είναι ο ίδιος αριθμός ή διαφορετικός αριθμός;» |
| Διατήρηση της στερεάς ποσότητας |  «Έχουν την ίδια ποσότητα πλαστελίνης ή διαφορετική ποσότητα;» |  «Κοίταξε τώρα τι κάνω» (τέντωμα της πλαστελίνης) |  «Έχουν την ίδια ποσότητα πλαστελίνης ή διαφορετική ποσότητα;» |
| Διατήρηση της υγρής ποσότητας |  «Έχουν την ίδια ποσότητα νερού ή διαφορετική ποσότητα;» |  «Κοίταξε τώρα τι κάνω» (άδειασμα) |  «Έχουν την ίδια ποσότητα νερού ή διαφορετική ποσότητα;» |

Εργα διατήρησης

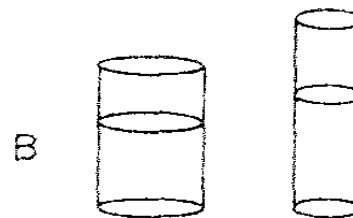
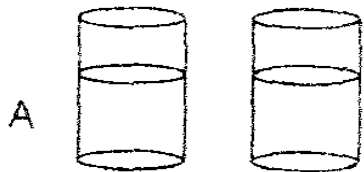
1. Διατήρηση μάζας (6-7 ετών)



2. Διατήρηση μήκους (6-7 ετών)



3. Διατήρηση αριθμού (6-7 ετών)



4. Διατήρηση υγρών (6-7 ετών)



Η θεωρία των σταδίων ανάπτυξης

- ❑ Ο Piaget μελέτησε τη νοητική ανάπτυξη του παιδιού από τη γέννηση ως την εφηβεία (ως προς βασικές θεματικές: του **χρόνου**, του **χώρου**, της **φυσικής αιτιότητας**, της **φυσικής ανάπτυξης**)
- ❑ η πνευματική μας ανάπτυξη διέρχεται από **τέσσερα μεγάλα στάδια** (με πολλές ενδιάμεσες βαθμίδες), τα οποία ακολουθούν μια σταθερή διαδοχή, χωρίς όμως η χρονική τους έκταση, δηλαδή η έναρξη και η λήξη κάθε σταδίου, να είναι σταθερή για όλους.
- ❑ Η κατάκτηση του ενός σταδίου αποτελεί προϋπόθεση για την ανάπτυξη του παιδιού και τη μετάβασή του στο επόμενο στάδιο.
- ❑ Ο ρυθμός της εξέλιξης των σταδίων μπορεί να διαφοροποιείται από την αλληλεπίδραση του παιδιού με το περιβάλλον του, ωστόσο η σειρά της εξέλιξης των σταδίων δεν μπορεί να ανατραπεί.

| ΣΤΑΔΙΑ/ΦΑΣΕΙΣ | ΗΛΙΚΙΑ | ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ |
|---------------|------------|---|
| Α' ΦΑΣΗ | 0-2 ετών | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Η γνώση του κόσμου πηγάζει από τις ενέργειες του παιδιού. Οι εμπειρίες των άλλων δεν παίζουν κανέναν ρόλο στη γνώση αυτή ▪ Νοημοσύνη χωρίς γλώσσα (πρακτική νοημοσύνη) ▪ Ο κόσμος γίνεται αντιληπτός μέσω αντίληψης και κίνησης (αισθησιοκινητικός συντονισμός πράξεων) ▪ Τα αντικείμενα αποκτούν σταθερότητα και διάρκεια μετά τους 8 μήνες |
| Β' ΦΑΣΗ | 2-6 ετών | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Συμβολική ή σημειωτική λειτουργία ▪ Εγωκεντρισμός ▪ Μεταγωγικός συλλογισμός (από το μερικό στο μερικό) ▪ Επικέντρωση της σκέψης ▪ Έλλειψη αντιστρεψιμότητας |
| Γ' ΦΑΣΗ | 7-12 ετών | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Οι νοητικές πράξεις ακολουθούν κανόνες λογικής ▪ Αντιστρεψιμότητα της σκέψης, από το ΟΛΟ στα ΜΕΡΗ και αντίστροφα ▪ Νοητικές ενέργειες παρουσία των αντικειμένων, σκέψη συγκεκριμένη και επαγωγική (από το μερικό στο γενικό) |
| Δ' ΦΑΣΗ | 12-15 ετών | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Αφηρημένη σκέψη ▪ Λεκτικά προβλήματα, συνεπαγωγές, μεταβλητές ▪ Προτασιακή Λογική ▪ Υποθετικό-παραγωγικός συλλογισμός (τυπική-αφαιρετική σκέψη) ▪ Αξιοποίηση αντιστρεψιμότητας: αναίρεση και αντιστάθμιση |

Τα στάδια ανάπτυξης

Στάδια ανάπτυξης της σκέψης

Περίοδος Ανάπτυξης

- 1. Αισθησιοκινητική (από τη γέννηση έως 2 ετών)

Χαρακτηριστικά:

- Διαφοροποιεί τον εαυτό του από τους άλλους.
- Κατανοεί την ύπαρξη αντικειμένων στον κόσμο που είναι ανεξάρτητα από τη δική του ύπαρξη
 - στην αρχή του σταδίου θεωρεί ότι τα αντικείμενα χάνονται όταν δεν τα βλέπει πια
- Αναγνωρίζει τον εαυτό του ως δράστη της ενέργειας και αρχίζει να ενεργεί σκόπιμα.
 - π.χ., σπρώχνει ένα σύρμα για να θέσει σε κίνηση ένα αντικείμενο που μπορεί να κινηθεί ή κουνάει μια κουδουνίστρα για να κάνει θόρυβο.
- Επιτυγχάνει τη μονιμότητα του αντικειμένου: αντιλαμβάνεται ότι τα πράγματα συνεχίζουν να υπάρχουν ακόμα και όταν δεν είναι παρόντα.

Η ανάπτυξη της μονιμότητας του αντικειμένου κατά τον Jean Piaget

Πρωτογενείς κυκλικές αντιδράσεις.

Όταν κάτι εξαφανίζεται από το οπτικό πεδίο, το παιδί δεν ψάχνει να το βρει. Είναι σαν το αντικείμενο να έχει πάψει να υπάρχει.



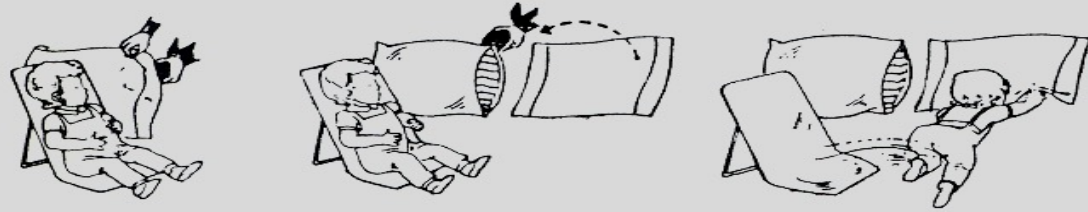
Δευτερογενείς κυκλικές αντιδράσεις.

Όταν το αντικείμενο έχει κρυφτεί μόνο εν μέρει, το βρέφος θα ψάξει να το βρει. Δεν θα ψάξει όμως όταν είναι όλο κρυμμένο.



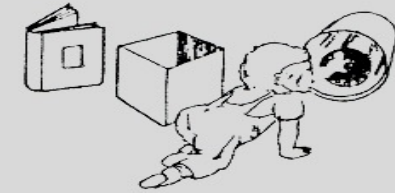
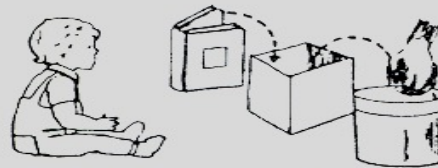
Συντονισμός δευτερογενών κυκλικών αντιδράσεων.

Το βρέφος θα ψάξει να βρει κάτι, μόνο εκεί που το είδε να κρύβεται. Αν δει το αντικείμενο να μεταφέρεται από την πρώτη θέση σε μία δεύτερη, θα ψάξει μόνο στην πρώτη θέση.



Τριτογενείς κυκλικές αντιδράσεις.

Το βρέφος θα ψάξει για ένα αντικείμενο που κρύβεται σε διαδοχικές θέσεις που μπορεί να τις δει. Αν κάποιος κρύψει το αντικείμενο κρυφά (δηλαδή δείχνει ότι βάζει το αντικείμενο κάτω από ένα μαξιλάρι, αλλά στην πραγματικότητα το βάζει στην τσέπη του), το βρέφος δεν θα συνεχίσει να ψάχνει, όταν δει ότι το αντικείμενο δεν βρίσκεται εκεί που το είχε δει να κρύβεται.



Αρχές της αναπαραστασιακής σκέψης.

Το βρέφος θα συνεχίσει να ψάχνει για αντικείμενα ακόμη και αν δεν έχει δει πού έχουν κρυφτεί, δείχνοντας έτσι ότι ξέρει πως το αντικείμενο έχει μονιμότητα και πως πρέπει να υπάρχει κάπου.



Στάδια ανάπτυξης της σκέψης

□ Περίοδος Ανάπτυξης

☒ 2. Προεγνοιολογική (2 έως 7 ετών)

□ Χαρακτηριστικά:

☒ Μαθαίνει να χρησιμοποιεί τη γλώσσα και να αναπαριστά τα αντικείμενα με εικόνες και λέξεις.

☒ **Συμβολικό παιχνίδι** Σκέψη – Γλώσσα

☒ Κατηγοριοποιεί τα αντικείμενα με βάση μόνο ένα χαρακτηριστικό: Για παράδειγμα, βάζει στην ίδια ομάδα όλα τα κόκκινα στερεά ανεξάρτητα από το σχήμα ή όλους τους κύβους ανεξάρτητα από το χρώμα

☒ **Εγωκεντρισμός:** Αδυναμία να αντιληφθούν την προοπτική του άλλου

☒ Εγωκεντρικός λόγος

☒ Αντίληψη του χώρου

Περίοδος Συγκεκριμένων Λογικών Ενεργειών



ΣΧΗΜΑ 2.2. Δύο μικρά παιδιά που περίπου συνομιλούν – ένα παράδειγμα εγωκεντρικής επικοινωνίας.

Εγωκεντρισμός

Ε: Έχεις αδελφό;

Π: Ναι, έχω.

Ε: Πως τον λένε;

Π: Γιώργο

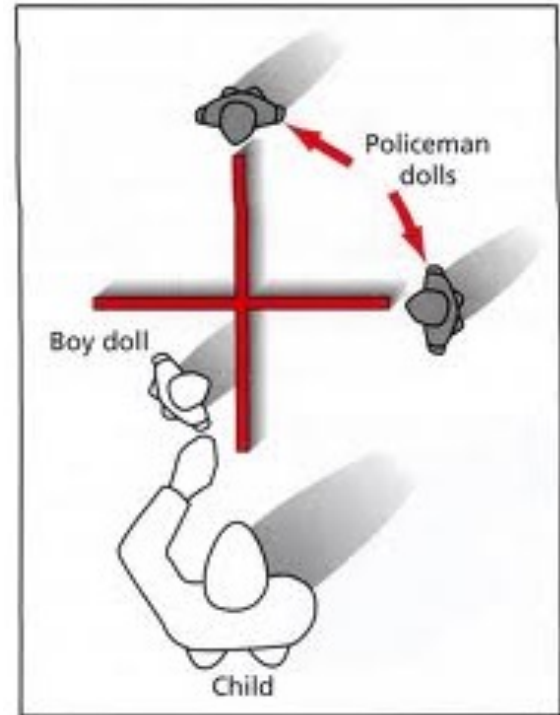
Ε: Ο Γιώργος έχει αδελφό;

Π: Όχι, δεν έχει αδελφό. Εγώ έχω.

Εγωκεντρισμός

Piaget, Human Development, 7th Edition, Copyright © 1998, McGraw-Hill Companies, Inc., All Rights Reserved

Piaget's Mountain Task



Στάδια ανάπτυξης της σκέψης

□ Περίοδος Ανάπτυξης

☒ 3. Συγκεκριμένων λογικών ενεργειών (7 έως 12 ετών)

□ Χαρακτηριστικά:

☒ Μπορεί να σκέφτεται λογικά για τα αντικείμενα και τα γεγονότα.

☒ **Αντιστρεψιμότητα:** κάποιες ενέργειες στον φυσικό κόσμο μπορούν να αντιστραφούν

☒ Επιτυγχάνει τη **διατήρηση του αριθμού** (6 ετών), της μάζας (7 ετών) και του βάρους (9 ετών).

☒ **Αποκεντρωμένη σκέψη:** Κατηγοριοποιεί τα αντικείμενα με βάση περισσότερο του ενός χαρακτηριστικά και μπορεί να τα σειροθετεί με βάση μόνο μια διάσταση όπως π.χ. το μέγεθος.

Στάδια ανάπτυξης της σκέψης

Περίοδος Ανάπτυξης

- 4. Τυπικών λογικών ενεργειών (12 ετών και άνω)
- **Χαρακτηριστικά:**
 - Μπορεί να σκέφτεται λογικά για αφηρημένες έννοιες
 - Αρχίζει να ενδιαφέρεται για υποθετικά, μελλοντικά και ιδεολογικά προβλήματα.
 - **Σχηματισμός και έλεγχος υποθέσεων**
 - **Προτασιακή Λογική**
«Η Σούζαν είναι πιο ξανθιά από την Ελένη, αλλά πιο μελαχρινή από την Μαρία. Ποια είναι η πιο σκούρα»
 - **Εκμάθηση επιστημονικών εννοιών**
Π.χ. Επιστημονική κατανόηση της δύναμης και της κίνησης

αυθόρμητη / ψυχοκοινωνική ανάπτυξη

- Η αυθόρμητη ανάπτυξη είναι αυτά που το παιδί μαθαίνει μόνο του. Δεν μπορεί να επιταχυνθεί.
 - Η αυθόρμητη μάθηση συμβαίνει καθώς το παιδί μόνο του αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του. Η παρέμβαση άλλων δεν παίζει σημαντικό ρόλο
- Η ψυχοκοινωνική ανάπτυξη είναι αυτά που το παιδί μαθαίνει από την οικογένεια / σχολείο.
- Η αυθόρμητη προσδιορίζει την ψυχοκοινωνική ανάπτυξη

Ο Piaget για την προέλευση των γνώσεων

- Υπάρχουν τριών ειδών γνώσεις με βάση την προέλευση και τη δόμησή τους: οι φυσικές γνώσεις, οι λογικομαθηματικές και οι κοινωνικές (συμβατικές)
- Η λογικομαθηματική γνώση είναι εσωτερική – οι άλλες είναι εξωτερικές ως προς το υποκείμενο
 - π.χ., δύο μήλα, ένα πράσινο και ένα κόκκινο – οι διαφορές τους, στο χρώμα, στο βάρος είναι αποτέλεσμα αντίληψης
 - ο αριθμός τους δεν είναι αποτέλεσμα αντίληψης αλλά λογικών σχέσεων που κατασκευάζεται νοητικά
- Οι σχέσεις που διέπουν τα πράγματα είναι αποτέλεσμα νοητικών διεργασιών της λογικομαθηματικής σκέψης
- Ο αριθμός είναι νοητική κατασκευή – δεν υπάρχει στη φύση

Ο Piaget για την προέλευση των γνώσεων

- **Φυσική γνώση:** πράγματα που είναι άμεσα αντιληπτά, που ο καθένας τα αντιλαμβάνεται με έναν τρόπο
 - π.χ., το βάρος, το χρώμα ενυπάρχει στα αντικείμενα,
 - π.χ., η πτώση των αντικειμένων όταν δεν στηρίζονται
- **Κοινωνική γνώση:** είναι αυθαίρετη και αποτέλεσμα σύμβασης/κοινωνικού συμβολαίου
 - π.χ., αυτό είναι ένα μουσείο, σταματάμε στο κόκκινο
- **Λογικομαθηματικές:** Η αναγνώριση αυτών των γνώσεων και η υιοθέτησή τους προϋποθέτει την ύπαρξη ενός λογικομαθηματικού πλασίου
 - π.χ, ποια η διαφορά της αγένειας από την ευγένεια, του κόκκινου από το πράσινο φανάρι

στοχαστική αφαίρεση (Reflective abstraction)

- Ο Piaget θεωρεί ότι η διαδικασία οικοδόμησης των αφηρημένων εννοιών είναι η μετάβαση **από τον λειτουργικό τρόπο αντίληψης στον δομικό**,
 - η κατεύθυνση που περιγράφει είναι από τις ενέργειες του ατόμου (λειτουργική αντίληψη) μέσω της **στοχαστικής αφαίρεσης** στη δημιουργία νοητών αντικειμένων (δομική αντίληψη).
- Ο Piaget στην Γενετική του Επιστημολογία αναφέρει ότι «**η μαθηματική αφαίρεση δεν αναδύεται από το αντικείμενο στο οποίο εφαρμόζεται μία ενέργεια, αλλά από την ενέργεια καθαυτή**» (Piaget 1970), υποδηλώνοντας ότι η γέννηση μίας αφηρημένης έννοιας πραγματοποιείται με λειτουργικό τρόπο.

στοχαστική αφαίρεση (Reflective abstraction)

- Κατά τον Piaget το ανώτερο είδος αφαίρεσης είναι η στοχαστική αφαίρεση (**Reflective abstraction**), μέσω της οποίας αναδύονται οι λογικομαθηματικές δομές.
- Η στοχαστική αφαίρεση πραγματοποιείται μέσω νοητικών ενεργειών πάνω σε νοητικά αντικείμενα και οι οποίες (νοητικές ενέργειες) μετατρέπονται σε αντικείμενα της σκέψης (Piaget, 1972).
- Η στοχαστική αφαίρεση επιτρέπει την ανάπτυξη - δημιουργία δομών υψηλότερου επίπεδου από δομές χαμηλότερου επιπέδου.

Σχολική μάθηση

- ❑ Για τη σχολική μάθηση απαιτείται η ενεργητική συμμετοχή του μαθητή, ο οποίος μέσα από καταστάσεις - προβλήματα και γνωστικές συγκρούσεις θα βιώσει, θα ανακαλύψει, θα διαμορφώσει και θα τροποποιήσει τις νέες γνώσεις και δεξιότητες.
- ❑ Ο ρόλος του σχολείου περιορίζεται στην ψυχοκοινωνική μάθηση. Δεν μπορεί να πιεστεί το παιδί να προχωρήσει πέρα από τα όρια που θέτει η αυθόρμητη μάθηση
- ❑ Υπάρχει ζήτημα ετοιμότητας για σχολική μάθηση: Το παιδί μαθαίνει όσα αντιστοιχούν στις ικανότητες του σταδίου ανάπτυξης

Σχολική μάθηση

- ❑ Η μάθηση ακολουθεί την ανάπτυξη – πραγματοποιείται με ενεργή αναδόμηση και αυτορύθμιση (και όχι με ενίσχυση που λέει ο συμπεριφορισμός)
- ❑ Η νοητική ανάπτυξη συντελείται με τη **δράση**, άρα πρωταρχικό μέλημα του σχολείου είναι η δράση, η ενίσχυση της αυτενέργειας του μαθητή, αφού η μάθηση ανώτερου επιπέδου αποτελεί επιβράβευση για τον ίδιο.
 - ❑ **Το λάθος**: Οι λανθασμένες απαντήσεις στη διαδικασία μάθησης εκλαμβάνονται ως λανθασμένες γνωστικές δομές.
- ❑ Ο μαθητής αποκτά ικανοποίηση από ό,τι κάνει και δεν το κάνει για να ικανοποιήσει τον εκπαιδευτικό (intrinsic motivation).
- ❑ Η επανάληψη της δράσης μέσα από διαδικασίες αφαίρεσης έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία πιο εκλεπτυσμένων γνωστικών δομών - σχημάτων

Κάποιες προτάσεις για την εκπαιδευτική πράξη:

- ❑ το σχολείο θα πρέπει να διευκολύνει την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον: Δραστηριότητες νοητικές ή σωματικές με αντικείμενα
- ❑ να ενθαρρύνουμε τους μαθητές να μιλούν για τις ιδέες τους, να ερμηνεύουν τις πράξεις τους και να στηρίζουν τις αποφάσεις τους
- ❑ να ενισχύουμε τους μαθητές να κάνουν προβλέψεις για την πορεία των γεγονότων και για τα αποτελέσματα των πράξεων τους
- ❑ να προσφέρουμε στους μαθητές πρακτικά προβλήματα αιτιότητας, χώρου, χρόνου και ποσότητας που έχουν σχέση με τις εμπειρίες τους
- ❑ να αξιοποιούμε τις **υποκειμενικές ιδέες** των μαθητών σε σχέση με αυτές των άλλων μαθητών μέσω παιχνιδιών ρόλων
- ❑ να αξιολογούμε τις **προηγούμενες γνώσεις** και ιδέες τους
- ❑ χρησιμοποιούμε κατάλληλα το περιβάλλον για την πρόοδο της γνωστικής τους ανάπτυξης - Να υπάρχει **ευνοϊκή δυσκολία** ώστε να διευκολύνεται η εξισορρόπηση ανάμεσα στην αφομοίωση και τη συμμόρφωση

Piaget και αριθμός

ο αριθμός διδάσκεται;

- Για τον Piaget ο αριθμός δεν μπορεί να διδαχθεί ως μια κοινωνική γνώση που πρέπει ο μαθητής να αφομοιώσει καθώς εισέρχεται στην κοινότητα και αφομοιώνει τα εργαλεία της
 - έτσι, ο αριθμός δεν μπορεί να διδαχθεί μέσα από διαδικασίες μέτρησης ή καταμέτρησης
- πρέπει πρώτα να έχει αναπτυχθεί η λογικομαθηματική σκέψη ώστε να μπορεί να κατανοηθεί η κοινωνική γνώση του ένα, δύο τρία κτλ
- η θεμελιώδης ιδέα του αριθμού ανήκει στη **λογικομαθηματική σκέψη** και είναι παγκόσμια

η νοητική διεργασία της αφαίρεσης

- Η κατανόηση των φυσικών ιδιοτήτων γίνεται μέσα από την απλή ή εμπειρική αφαίρεση:
 - π.χ., το χρώμα, φυσική ιδιότητα, προέρχεται από αφαίρεση όλων των άλλων ιδιοτήτων μιας συλλογής και την εστίαση σε μία, π.χ., το χρώμα
- Ο αριθμός όμως είναι διαφορετική γνώση και **χρειάζεται στοχαστική αφαίρεση**:
 - είναι διαδικασία κατασκευής των σχέσεων ανάμεσα στα αντικείμενα – είναι σχέσεις που δεν υπάρχουν αλλά τις κατασκευάζουμε νοητικά
- καμία αφαίρεση δεν γίνεται να υπάρχει χωρίς την άλλη – το λογικομαθηματικό πλαίσιο είναι άλλωστε προϋπόθεση για την κατανόηση της διαφοράς
- αρχικά η κατανόηση του αριθμού δεν μπορεί να υπάρξει χωρίς την απλή αφαίρεση – αργότερα αναπτύσσεται ο αριθμός μόνο με βάση τη στοχαστική αφαίρεση και μπορεί κάποιος να κάνει πράξεις χωρίς την ανάγκη της αναγωγής των αριθμών σε σύνολα αντικειμένων
- Βασική προϋπόθεση: η διατήρηση του αριθμού και η κατανόηση της συμπερίληψης σε κλάση

το πείραμα της συμπερίληψης σε κλάση

- Δηλαδή: να κατανοούν το μέρος και το όλον και ότι το σύνολο είναι μεγαλύτερο από το υποσύνολό του
- παρουσιάζεται μια συλλογή από ξύλινες χάντρες όπου οι περισσότερες είναι καφέ και λιγότερες άσπρες
 - “Υπάρχουν πιο πολλές καφέ χάντρες ή ξύλινες;”
 - ή
 - Υπάρχουν περισσότερα άσπρα γαρίφαλα ή περισσότερα γαρίφαλα στην ανθοδέσμη;
- τα παιδιά κάτω των 6 απαντούν πως υπάρχουν πιο πολλές καφέ χάντρες και μόνο μετά τα 7 απαντούν σωστά ότι “πιο πολλές είναι οι ξύλινες χάντρες ”
- Σύμφωνα με τον Piaget τα παιδιά στο προ-εννοιολογικό στάδιο δεν μπορούν να εστιάσουν ταυτόχρονα στο υπερσύνολο και στο υποσύνολο κι αυτό δηλώνει τους διανοητικούς τους περιορισμούς

συμπερίληψη σε κλάση και κατανόηση του αριθμού

- κατά τον Piaget η κατανόηση της συμπερίληψης σε ομάδα είναι βασική προϋπόθεση για την κατανόηση της πρόσθεσης και αφαίρεσης των αριθμών καθώς και για την ανάλυση και τη σύνθεση των αριθμών:
 - π.χ., $4+3=7$ και $6-2=4$
 - ότι $3+5=2+6=8=7+1$

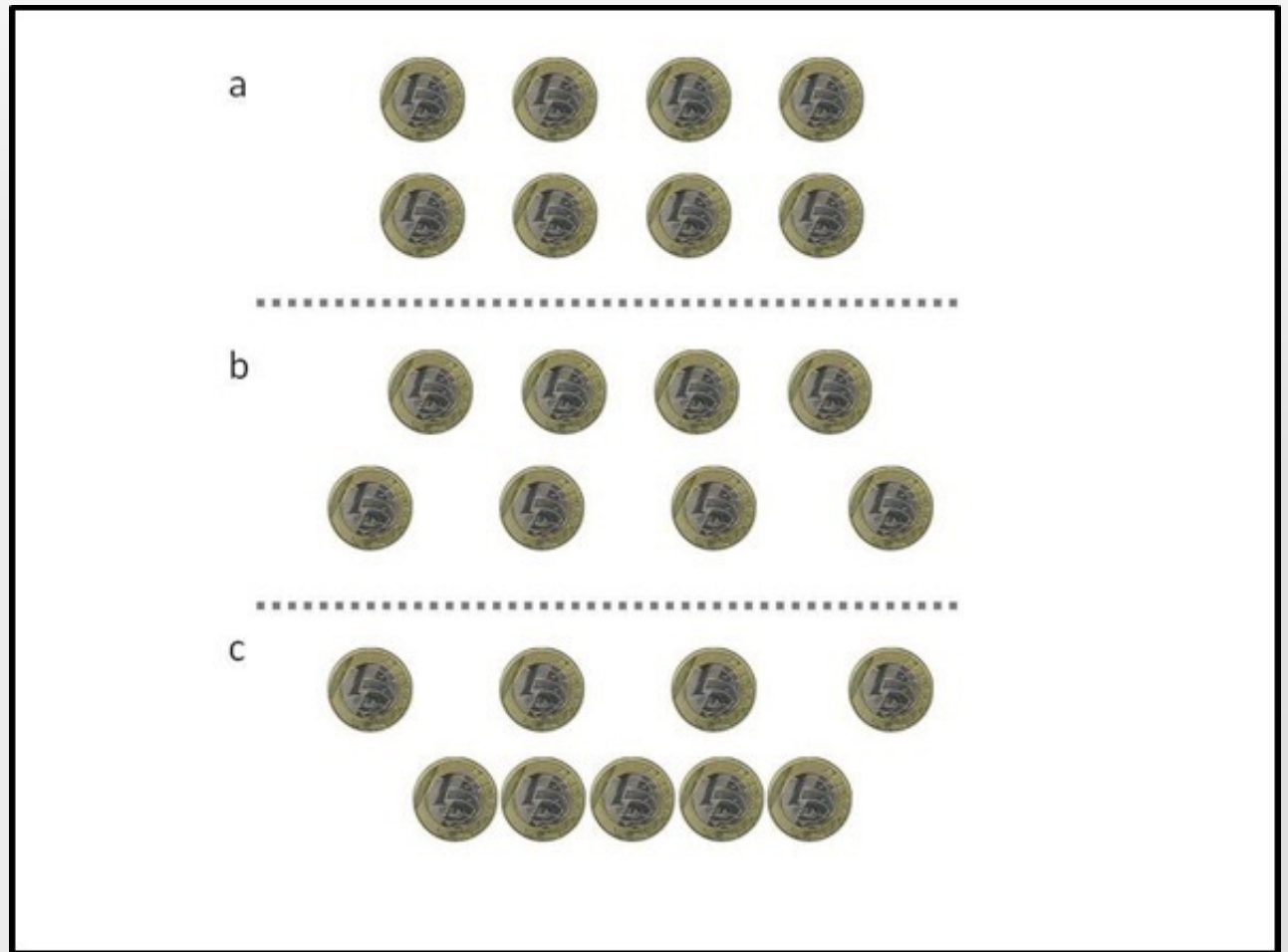
η διατήρηση του αριθμού

- δύο σειρές με κουμπιά
- -Υπάρχουν τόσα μπισκότα στην πρώτη σειρά όσα και στη δεύτερη;
- -Κοίταξε τι κάνω
- -Υπάρχουν τόσα μπισκότα στη πρώτη σειρά όσα και στη δεύτερη;



3. Διατήρηση αριθμού (6-7 ετών)

η διατήρηση του αριθμού 2



πείραμα για τη διατήρηση του αριθμού

- Παρουσιάζουμε σε παιδιά 4-7 ετών δύο συλλογές από αντικείμενα, π.χ., πούλια



- αφού οδηγούμε το παιδί να διαπιστώσει την ισοδυναμία, αραιώνουμε την κάτω σειρά και ρωτάμε αν είναι περισσότερα στην πάνω ή στην κάτω σειρά



(β)

πείραμα για τη διατήρηση του αριθμού (πλήρες)

- α) Παρουσιάζουμε σε παιδιά 4-7 ετών μία σειρά από αντικείμενα, π.χ., πούλια
- β) του ζητάμε να πάρει από το σωρό και να φτιάξει μια ίδια σειρά. Αν το καταφέρει τον ρωτάμε αν είναι περισσότερα τα πάνω ή τα κάτω
- γ) αραιώνουμε ή πυκνώνουμε την μία σειρά και ρωτάμε αν είναι περισσότερα στην πάνω ή στην κάτω σειρά
- δ) ζητάμε να τα ξανακάνει τις δύο σειρές ίδιες και ξαναρωτάμε



(α)



(β)

αποτυχία στο έργο διατήρησης του αριθμού



(α)



(β)



(γ)

αποτυχία στο έργο διατήρησης του αριθμού



(α)



(β)



(γ)

αποτελέσματα του Piaget

- τα παιδιά που ήταν νεότερα από 6 ετών δεν τα καταφέρνουν στα έργα διατήρησης
 - δεν καταλάβαιναν ότι ο αριθμός δεν μεταβάλλεται όταν μεταβάλλεται η πυκνότητα ή το συνολικό μήκος της σειράς
 - όταν η 1 προς 1 αντιστοιχία δεν είναι άμεσα αντιληπτή, η ισότητα απορρίπτεται
- Άρα, σε αυτό το στάδιο δεν έχουν αναπτύξει τη λογική σκέψη που απαιτείται για τη διατήρηση του αριθμού
- χωρίς αυτή δεν γίνεται να γίνει κατανοητή η έννοια του αριθμού και ούτε να διδαχθεί
- τα παιδιά μπορεί να απαριθμούν σωστά, αλλά αυτό δε σημαίνει ότι έχουν αναπτύξει την έννοια του αριθμού. Η προφορική αρίθμηση είναι μια καθαρά προφορική διαδικασία που δεν σχετίζεται απαραίτητα με την ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού

Μεθοδολογική Κριτική της Θεωρίας του Piaget

- ❑ Πολυπλοκότητα δοκιμασιών (Borke – Πειράματα εγωκεντρισμού)
- ❑ Τρόπος αξιολόγησης και τρόπος ερμηνείας των πειραματικών καταστάσεων (Borke-Gelman)
- ❑ Τα παιδιά δεν καταλαβαίνουν τις λεκτικές οδηγίες (Donaldson)
- ❑ Δεν θυμούνται όλες τις πληροφορίες (Trabasso)
- ❑ Μπερδεύονται με τα αντιληπτικά χαρακτηριστικά του προβλήματος (Bruner)
- ❑ *Ρόλος της γλώσσας* (αναδιοργάνωση του τρόπου με τον οποίο κατανοούμε τη γλώσσα, σε σχέση με τις πραγματικές καταστάσεις στις οποίες η γλώσσα αναφέρεται)

κριτική στα έργα συμπερίληψης

- Ο McGarrigle επινόησε το έργο με το αρκουδάκι που σε 4 βήματα έφτανε στην καρέκλα και με άλλα 2 στο τραπέζι
- “είναι πιο πολλά τα βήματα για την καρέκλα ‘η για το τραπέζι;”
- τα περισσότερα παιδιά απάντησαν σωστά



κριτική στα πειράματα διατήρησης

Αρκετοί ερευνητές θεώρησαν ότι η μη διατήρηση της σταθερότητας του αριθμού μπορεί να μην οφείλεται σε διανοητικούς περιορισμούς των παιδιών, αλλά :

1. Στη μη κατανόηση των λέξεων που χρησιμοποιούνται από τους ερευνητές στις ερωτήσεις τους

(π.χ: περισσότερο – λιγότερο – ίσο, κ.λ.π.).

2. Σε παραπλανητικές ενδείξεις του πειράματος.

• Για να ελέγξουν την εικασία αυτή οι ερευνητές έπρεπε να σχεδιάσουν πειράματα, στα οποία:

• Να αποφύγουν κατά το δυνατόν τη χρήση λέξεων όπως : περισσότερο – λιγότερο – ίσο.

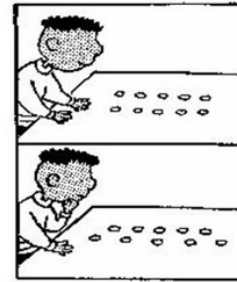
• Να ελαχιστοποιήσουν την πιθανότητα παρακολούθησης άσχετων με την ουσία του πειράματος ενδείξεων.

η κριτική του έργου της διατήρησης

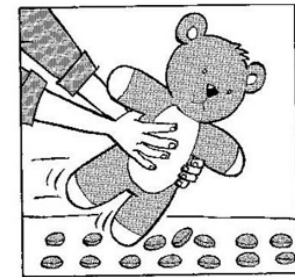
- Οι McGarrigle & Donaldson επινόησαν το έργο με το 'άτακτο αρκουδάκι' που χαλάει τη διάταξη των αριθμών
- τότε τα παιδιά μπορούν να διατηρήσουν τον αριθμό, δηλαδή να απαντήσουν ότι η ποσότητα δεν αλλάζει όταν αλλάζει η διάταξη

Konservation

I Piagets teori – at tingene bevarer deres antal, vægt og masse ved eventuelle forandringer



Piaget



McGarrigle & Donaldson

<https://www.youtube.com/watch?v=7sZ5jlH66uo>

Μεθοδολογική Κριτική του πειράματος της διατήρησης

- Κάτι αλλάζει μπροστά στο παιδί που το προδιαθέτει να αλλάξει κι αυτό κάτι στην απάντησή του
 - βλ. πείραμα όπου την αλλαγή την έκανε το άτακτο αρκουδάκι (McGarrigle & Donaldson)
- Δεν καταλαβαίνουν την λέξη «ίδιο» με το ίδιο τρόπο που νομίζουμε
- δεν είναι ίδιο το μήκος αλλά είναι ίδιος ο αριθμός
- δεν είναι περισσότερα αλλά είναι μεγαλύτερη η σειρά (πιο μακριά)

ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΣΟΟΥ ΤΗΣ Gelman

- Στόχος του πειράματος:
 - να ελαχιστοποιεί την δυνατότητα εκτίμησης τους παιδιού λόγω του μεγάλου πλήθους από τις συλλογές
 - να μη χρησιμοποιεί όρους όπως «ίδιο», «περισσότερο», «λιγότερο» που μπορεί να μην είναι κατανοητοί στο παιδί
 - η διαδικασία αλλαγής της μορφής του αριθμού να μην γίνεται με τρόπο που να προκαλεί συγκεκριμένες απαντήσεις από τα παιδιά

ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΣΟΟΥ ΤΗΣ Gelman

Πειραματική Μέθοδος:

- ένα πιάτο με 2 ποντικάκια (πλαστικά) και ένα με 3 ποντικάκια, σκεπάζονται με ένα κουτί
- ξεσκεπάζοντας τα κουτιά λέει στο παιδί ότι το κουτί «που κερδίζει» είναι αυτό με τα 3 (έτσι αποφεύγει τα «περισσότερα», «λιγότερα» κτλ)
- εξάσκηση: αφού μπερδεύονται τα πιάτα, ξεσκεπάζονται ένα ένα και ρωτάει «αυτό κερδίζει;» αν πει ΝΑΙ είναι σωστό παίρνει ένα δώρο αν πει ΟΧΙ και πει ΝΑΙ στο σωστό παίρνει δώρο – έτσι εξασκείται στις οδηγίες
- πείραμα: κάποια στιγμή αποσπούμε το βλέμμα του παιδιού και αλλάζουμε το περιεχόμενο του κάθε πιάτου:
 - αφαιρούμε ή προσθέτουμε ένα ποντικάκι ακόμα
 - αλλάζουμε θέση, αραιώνουμε ή πυκνώνουμε
- Συμμετέχοντες: τρεις ομάδες παιδιών: 3, 4, 5 ετών κατά μέσο όρο

Το 'μαγικό' έργο της Gelman 2

Αποτελέσματα:

- Στη Φάση II διάλεξαν τον αριθμό και όχι το μήκος ή την πυκνότητα.
- 45 στα 48 παιδιά συνέχιζαν να δηλώνουν ότι το πιάτο με τα 3 ποντικάκια κέρδιζε, παρά την σύμπτυξη ή την απομάκρυνσή τους.
- Οι μεταβολές στον αριθμό των ποντικιών στη Φάση III, παρήγαγαν αμφιβολίες σε 44 από τα 48 παιδιά.
- Τα παιδιά συγκέντρωναν αυθόρμητα την προσοχή τους στον αριθμό, όταν ανέπτυσαν προσδοκίες για τις διατάξεις
- Επίσης:
 - 52% των παιδιών που παρατήρησαν τη μετατόπιση εκδήλωσαν έκπληξη.
 - 85% των παιδιών εκδήλωσαν έκπληξη στην αφαίρεση.

ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΣΟΟΥ ΤΗΣ Gelman

Αποτελέσματα:

- τα παιδιά εκπλήσσονταν με την αλλαγές στο πλήθος και όχι με τις αλλαγές στη διάταξη
 - κάποια έψαχναν να δουν που πήγε το χαμένο ποντικάκι
- πολλά παιδιά έλεγαν τι έπρεπε να γίνει για να κερδίσει ένα πιάτο
 - έδειχναν ή έλεγαν ότι πρέπει να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε

αμφισβήτηση των αποτελεσμάτων του Piaget

- Αν αλλάξει η διαδικασία και το λεξιλόγιο, φαίνεται ότι παιδιά που δεν έχουν πετύχει στα έργα διατήρησης του Piaget μπορούν να επιτύχουν
 - τη μη αλλαγή του αριθμού κατά την αλλαγή της πύκνωσης/αραίωσης
 - τη δημιουργία μια ίδιας συλλογής από αριθμούς, χωρίς να χρειάζεται να τα βάλουν σε διάταξη 1 προς 1, αλλά καταμετρώντας την πρώτη σειρά και παίρνοντας ίσα στοιχεία
- το κάνουν με απαρίθμηση
 - «[η απαρίθμηση είναι] καταρχήν τυφλή πρακτική και δώρο που μας το δίνει η κοινωνία πρόωρα, είναι ένα εργαλείο»

Greco, 1962

σχέση απαρίθμησης και διατήρησης

- οι στρατηγικές της απαρίθμησης φαίνεται να προϋπάρχουν της δυνατότητας διατήρησης
- αυτές οι δύο δεξιότητες είναι ανεξάρτητες;
- εξάσκηση πάνω στην απαρίθμηση φέρνουν καλύτερες επιδόσεις στα έργα διατήρησης

Fuson, Secada & Hall (1983)

- αντίθετα εξάσκηση πάνω σε δραστηριότητες διατήρησης, όπως της δημιουργίας 1 προς 1 αντιστοιχίας στη σειροθέτηση, καλυτερεύουν μόνο τις δεξιότητες σε αυτόν τον τομέα

Η ανάπτυξη των δεξιοτήτων του αριθμού, δεν φαίνεται να προϋποθέτει την επιτυχία στα έργα διατήρησης

ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΣΟΟΥ ΤΗΣ Gelman

Συμπεράσματα:

- φαίνεται έτσι ότι καταλάβαιναν τις διαφορές στον αριθμό και δεν επηρεαζόντουσαν από τις διαφοροποιήσεις στη μορφή
 - ότι η πληθικότητα δεν επηρεάζεται από την αλλαγή θέσης
 - ότι η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις που επηρεάζουν την πληθικότητα ενός συνόλου
- τα παιδιά που απαντούσαν σωστά στο πείραμα της Gelman συχνά δεν απαντούσαν στα έργα διατήρησης του Piaget
- αυτό δείχνει ότι τα έργα διατήρησης απαιτούν κι άλλες δεξιότητες από αυτές της κατανόησης της πληθικότητας του αριθμού (γλώσσα και αγνόηση των κινήσεων του ερευνητή)

πίσω στον αριθμό

- ο αριθμός αναπτύσσεται πιο νωρίς απ' ότι έλεγε ο Piaget

....πόσο νωρίς όμως;

- οι έρευνες προσεγγίζουν όλο και πιο μικρές ηλικίες
 - τι είναι αριθμός – νοητικές αναπαραστάσεις του αριθμού (πως μοιάζει, πότε αλλάζει, τι κάνει;)
 - τι σημαίνει να τον βλέπεις στο περιβάλλον; πόσο εύκολο είναι; είναι ανεξάρτητο από άλλες αντιληπτικές δεξιότητες;
 - με ποιους τρόπους μπορούμε να εξετάσουμε όλα αυτά τα ζητήματα σε μικρά παιδιά;

για κριτική στον Piaget

- Borke, H. (1992). Μια επαναθεώρηση των βουνών του Piaget: Αλλαγές στο εγωκεντρικό τοπίο. Στο Σ. Βοσνιάδου (Επιμ.) Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας. Τόμος Β'. Gutenberg.
- Donaldson, M (1991). Η σκέψη των παιδιών. Gutenberg.
- Gelman, R & Baillargeon R. (1983). A review of some Piagetian concepts, P.H. Mussen (Ed.), Handbook of child psychology, Vol III. Cognitive development, J. Flavell E. M. Markman (Volume Eds). New York: John Wiley and Sons.

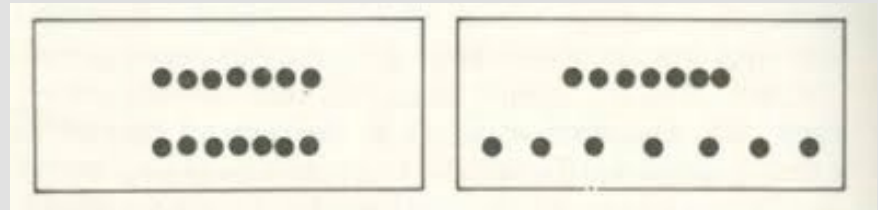
περιληπτικά

- για τις θέσεις του Piaget όσον αφορά τον αριθμό



σύμφωνα με τον Piaget

- Η κατανόηση του φυσικού αριθμού προϋποθέτει την ανάπτυξη της λογικής σκέψης – δηλ. τα παιδιά θα πρέπει να μπορούν να επιτυγχάνουν σε δραστηριότητες που αφορούν
 - συμπερίληψη σε ομάδα – κατανόηση μέρους/όλου
 - υπάρχουν περισσότερα κόκκινα τριαντάφυλλα ή τριαντάφυλλα;
 - διατήρηση του αριθμού
 - αν αλλάξουμε την έκταση του αριθμού αλλάζει και το πλήθος του;



- Αυτό δεν επιτυγχάνεται πριν το στάδιο των συγκεκριμένων λογικών ενεργειών, 5/6-12 ετών

λογικές αρχές σύμφωνα με τον Piaget

- αν τα παιδιά δεν διατηρούν τον αριθμό δεν μπορούν να κατανοήσουν την έννοια του απόλυτου αριθμού
 - δηλ. ότι 6 σημαίνει 6 πορτοκάλια ή 6 αυτοκίνητα
- μόνο αν τα παιδιά κατανοήσουν ότι ο αριθμός διατηρείται, εκτός αν κάτι αφαιρεθεί ή προστεθεί στο σύνολο, θα μπορούν να κατανοήσουν τον απόλυτο αριθμό

Λογικές αρχές σύμφωνα με τον Piaget

- για να κατανοήσουν την πρόσθεση και αφαίρεση τα παιδιά θα πρέπει να έχουν κατακτήσει επιμέρους λογικούς κανόνες όπως:
 - $5+2-2=5$
 - $4+3=3+4$
- Οι ανάλογες σχέσεις είναι πιο δύσκολες
 - δύο εργάτες που δούλεψαν ο ένας 3 ώρες κι ο άλλος 5 πρέπει να μοιραστούν 24 ευρώ.
 - οι σχέσεις αυτές απαιτούν λειτουργίες δευτέρου επιπέδου που τα παιδιά μπορούν να κάνουν μετά τα 11 χρόνια

λογικές αρχές σύμφωνα με τον Piaget

- αρχή της μεταβατικότητας
 - αν $a > b$ και $b > c$ τότε $a > c$
 - αν $a = b$ και $b = c$ τότε $a = c$
- αλλιώς οι αριθμοί 1, 2, 3, ... μπορούν να παπαγαλίζονται χωρίς να υπάρχει νόημα στο ότι το 3 είναι μετά το 2
- η μέτρηση γίνεται στη βάση της αρχής της μεταβατικότητας
 - αν b είναι το 1m, τότε μπορούμε να πούμε ότι $a = c = 1m$ μόνο αν έχουμε κατακτήσει αυτή τη λογική αρχή

κριτική στη θεωρία του Piaget

- νεότερες προσεγγίσεις υποστήριξαν ότι η θεωρία του Piaget:
 - υποτιμά τις ικανότητες των μικρών παιδιών – η αποτυχία στις δραστηριότητες της διατήρησης και της συμπερίληψης οφείλεται σε άλλους, μεθοδολογικούς λόγους κυρίως,
 - π.χ., παρερμηνεία των οδηγιών
 - (βλ. Donaldson, 1978, Gelman, Gallistel, 1978)
 - οι μαθητές ήδη από την προσχολική ηλικία μπορούν να καταμετρήσουν, χωρίς να επιτυγχάνουν στις δοκιμασίες του Piaget
 - η ικανότητα των μαθητών να καταμετρούν είναι ένα εργαλείο που μπορεί ακόμα και να βοηθήσει τα παιδιά να περάσουν τις δοκιμασίες του Piaget

οι τρέχουσες αντιλήψεις

- η καταμέτρηση (counting):
 - παίζει καθοριστικό ρόλο στην οικοδόμηση των πρώτων αριθμητικών εννοιών του παιδιού
 - αποτελεί τη βάση στην ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού
 - από την καταμετρηση θα κατανοήσει το παιδί ότι π.χ., το 7:
 - είναι μια αριθμητική αυτόνομη οντότητα που δηλώνει το πλήθος ενός συνόλου (πληθικότητα)
 - ταυτόχρονα αποτελείται από (7) επιμέρους μονάδες (μετρικότητα του αριθμού)
 - είναι μετά το 6, και πριν το 8 (διατακτικότητα του αριθμού)
 - και κάπως έτσι θα οικοδομηθούν και οι πράξεις

σύγχρονες επιδράσεις της θεωρίας του Piaget

στις θεωρίες της Διδακτικής των
Μαθηματικών

Μετα-Piaget προσεγγίσεις στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης

μια βασική διαφοροποίηση της έρευνας μετά τον Piaget

- Ο Piaget μελετούσε τη γνωστική ανάπτυξη σε ένα διευρυμένο πεδίο μιας γενικής γνώσης, ενός συνόλου δεξιοτήτων, κτλ. θεωρώντας ότι αυτή αναπτύσσεται ως συνολική δυνατότητα
 - ή έχεις φτάσει στο στάδιο των τυπικών λογικών ενεργειών κι άρα μπορείς να κάνεις «λογικές σκέψεις» σε διάφορα πεδία ή όχι
- Παρόλα αυτά υπάρχουν γνώσεις που αναπτύσσονται με διαφορετικό τρόπο και σε διαφορετικό χρόνο
 - η γλώσσα αναπτύσσεται πολύ γρήγορα αν και είναι δύσκολο πεδίο γνώσης
 - ποδήλατο μπορεί και να μην μάθουμε ποτέ
- Η νέα έρευνα διερευνά τη γνώση σε «συγκεκριμένα πεδία» (domain specific) όπως
 - γλώσσα
 - μαθηματικά
 - φυσικές επιστήμες (φυσική, γεωλογία, βιολογία)

σχήματα στον Fischbein

- Ο Fischbein (1997) την ιδέα του σχήματος την παραλληλίζει με ένα **πρόγραμμα** παρόμοιο με αυτό ενός υπολογιστή το οποίο αποτελείται από κάποια ακολουθία καθορισμένων βημάτων που καταλήγουν σε κάποιο στόχο.
 - Από τη μία πλευρά η **αφομοίωση** δίνει τη δυνατότητα σε ένα άτομο να επεξεργαστεί την πληροφορία με σκοπό να αναγνωρίσει ένα αντικείμενο, για να κατανοήσει ένα κείμενο, να λύσει ένα πρόβλημα κτλ.
 - ενώ από την άλλη πλευρά τα νοητικά σχήματα πρέπει να μπορούν να **προσαρμόζονται** στις συγκεκριμένες ιδιότητες των αντίστοιχων ερεθισμάτων.
- Ο Fischbein(1997) σε μία προσπάθεια να συνθέσει τις διαφορετικές προσεγγίσεις της έννοιας του σχήματος δίνει τον παρακάτω ορισμό: Σχήμα είναι ένα πρόγραμμα το οποίο επιτρέπει στο άτομο
 - α)να καταγράψει, να επεξεργαστεί, να ελέγξει και να ενσωματώσει πληροφορίες, και
 - β) να αντιδράσει με σωστό και αποτελεσματικό τρόπο στα εξωτερικά ερεθίσματα.

Η Θεωρία APOS

- Ο Dubinsky και οι συνεργάτες του στηριζόμενοι στη θεωρία του Piaget για το σχηματισμό των εννοιών στο αρχικό στάδιο (αισθησιοκινητικό στάδιο), συγκροτούν μία θεωρία, έτσι ώστε να είναι δυνατή **η ερμηνεία του σχηματισμού της ανώτερης μαθηματικής γνώσης**.
 - Η θεωρία αποτελεί στην ουσία επέκταση της θεωρίας του Piaget σε μεγαλύτερες ηλικίες.
- Ο Dubinsky (1991) υπέθεσε ότι οι ίδιες αρχές που διέπουν, κατά τον Piaget, την κατασκευή απλών μαθηματικών εννοιών,
 - όπως η αριθμητική, η αναλογία και η απλή μέτρηση,
- διέπουν και την κατασκευή των ανώτερων μαθηματικών εννοιών,
 - όπως η μαθηματική επαγωγή, η έννοια της συνάρτησης, οι τοπολογικοί χώροι.



Η Θεωρία APOS

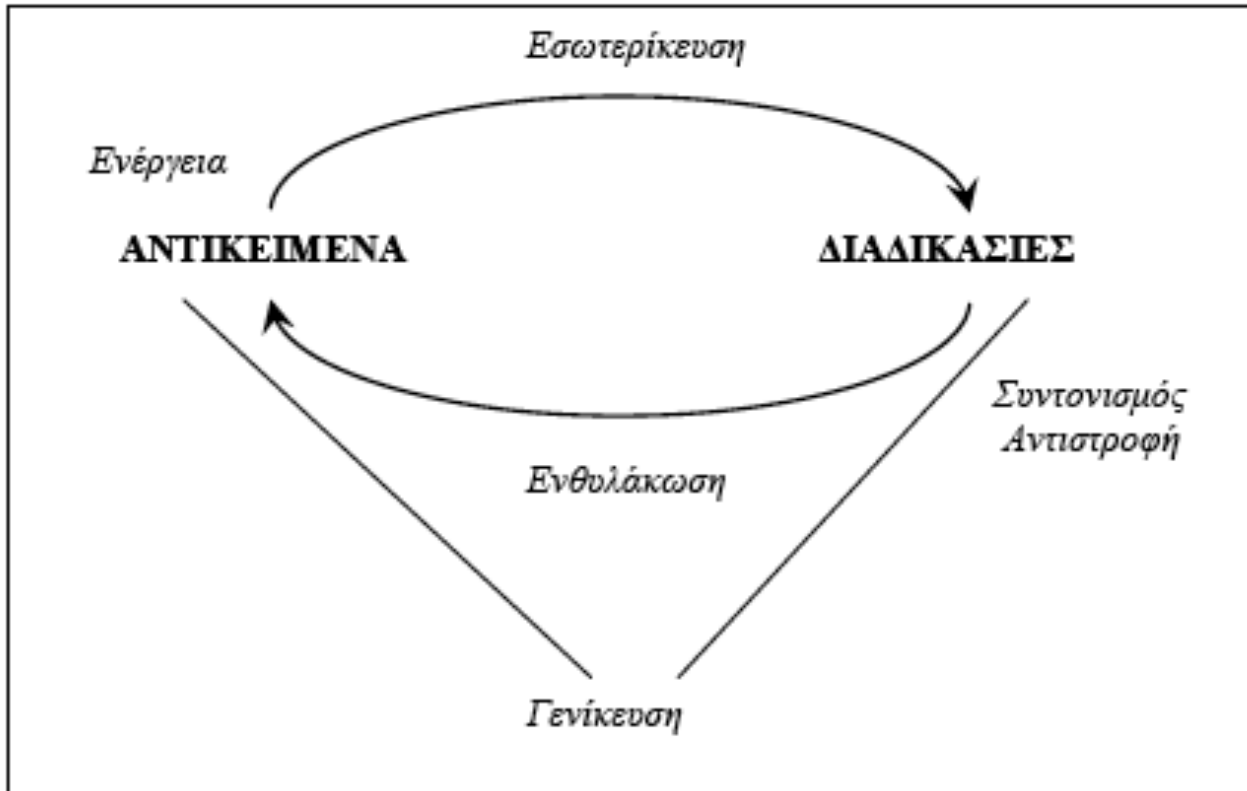
- Η βασική αρχή της θεωρίας APOS, η οποία συνοψίζει την περιγραφή που κάνει ο Piaget για το σχηματισμό των σχημάτων στο αισθησιοκινητικό στάδιο είναι η εξής:
« η μαθηματική γνώση αποτελείται από την τάση του ατόμου να αντιμετωπίσει, στο κοινωνικό πλαίσιο, τις μαθηματικές προβληματικές καταστάσεις κατασκευάζοντας νοητικές δράσεις **(Actions)**, διαδικασίες **(Processes)** και αντικείμενα **(Objects)** τα οποία τα οργανώνει σε σχήματα **(Schemas)** με σκοπό την κατανόηση αυτών των καταστάσεων και την επίλυση των προβλημάτων».

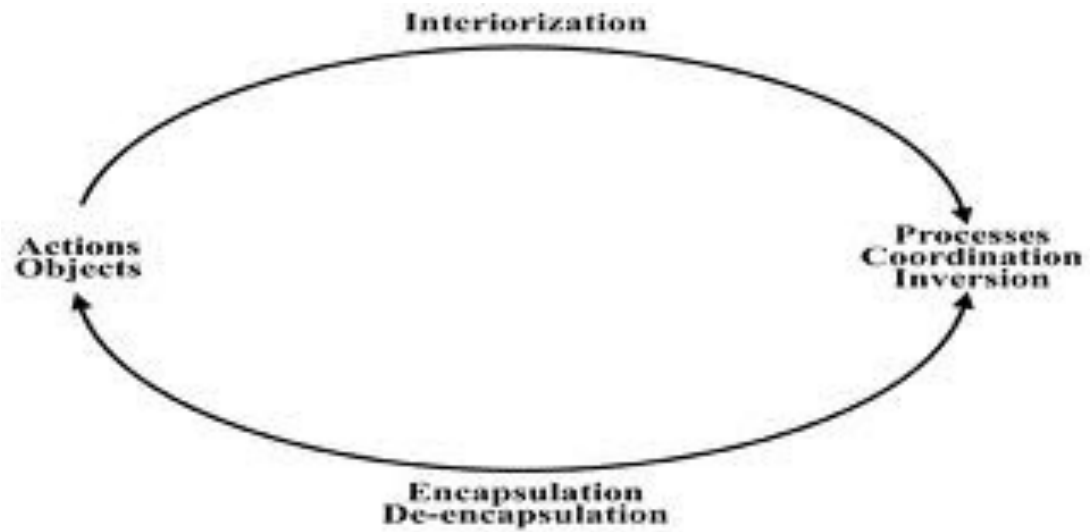
(Dubinsky, McDonald, 2001).

Η Θεωρία APOS

- **Action (ενέργεια)**: Στο στάδιο αυτό το άτομο είναι σε θέση να μετασχηματίζει αντικείμενα τα οποία γίνονται αντιληπτά ως εξωτερικά σε σχέση με το ίδιο το άτομο και απαιτούνται – είτε σιωπηρά είτε από μνήμης - οδηγίες για τη βήμα προς βήμα πραγματοποίηση της ενέργειας.
- **Process (διαδικασία)**: Το άτομο βρίσκεται σε αυτό το στάδιο όταν έχει δημιουργήσει μία εσωτερική νοητή κατασκευή (process) βασισμένη στην **επανάληψη** μίας ενέργειας (action) και στο **στοχασμό** για αυτή την ενέργεια. Τότε είναι ικανό να σκεφτεί ότι πραγματοποιεί το ίδιο είδος ενέργειας χωρίς όμως να χρειάζεται εξωτερικό ερέθισμα ή μπορεί να σκεφτεί ότι πραγματοποιεί τη διαδικασία χωρίς όμως να την εκτελεί, και έτσι να είναι σε θέση να σκεφτεί για την αντίστροφη διαδικασία ή να τη συνθέσει με άλλες διαδικασίες.
- **Object (Αντικείμενο)**: Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει την κατασκευή ενός νοητού αντικείμενου (object). Η νοητική αυτή κατασκευή υφίσταται όταν το άτομο αντιλαμβάνεται μία διαδικασία (process) ως ολότητα και συνειδητοποιεί ότι μπορεί να εφαρμόσει μετασχηματισμούς πάνω σε αυτή.
- **Schema (σχήμα)**: μιας συγκεκριμένης μαθηματικής έννοιας είναι **μία συλλογή από δράσεις, διαδικασίες, αντικείμενα** με κάποιες γενικές αρχές με σκοπό τη μορφοποίηση ενός πλαισίου, στο μυαλό του ατόμου, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιήσει για να αντεπεξέλθει σε προβληματικές καταστάσεις.

Η Θεωρία ΑΡΟΣ

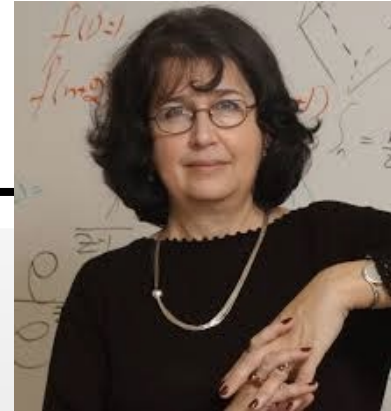




Η Θεωρία APOS

- Οι **νοητικές ενέργειες**, οι **διαδικασίες** και τα **αντικείμενα** που συγκροτούν το **νοητικό σχήμα** της εκάστοτε έννοιας, αποτελούν ένα δυναμικό σύστημα, όπου **δομές χαμηλότερου επιπέδου** μετασχηματίζονται σε **δομές υψηλότερου επιπέδου**.
 - Στη συγκεκριμένη θεωρία οι ενέργειες (χαμηλότερου επιπέδου δομή) μετασχηματίζονται σε διαδικασίες, οι οποίες με τη σειρά τους μετατρέπονται σε αντικείμενα (υψηλότερου επιπέδου δομή).
- Η μετάβαση από τη μία δομή στην άλλη πραγματοποιείται όταν το άτομο έρθει σε επαφή με προβληματικές καταστάσεις, στις οποίες εμπλέκεται η έννοια.
- Ο νοητικός μηχανισμός μετατροπής των δομών χαμηλότερου επιπέδου σε δομές υψηλότερου επιπέδου είναι η **στοχαστική αφαίρεση**.

Η θεωρία της πρώιμης A. Sfard



- Η A. Sfard (1991) εξετάζει τις μαθηματικές έννοιες, που προέρχονται κυρίως από την Άλγεβρα,
 - εισάγει μια διχοτομία **λειτουργικής** και **δομικής** προσέγγισης
 - και παρατηρεί ότι η δομική προσέγγιση συμβαδίζει με τις όλο και υψηλότερου επίπεδου αφηρημένες έννοιες.
- η λειτουργική (διαδικαστική) αντίληψη, κατά το σχηματισμό των μαθηματικών εννοιών, **προηγείται** της δομικής αντίληψης,
- οι δύο αυτές, φαινομενικά αντίθετες, προσεγγίσεις λειτουργούν εν τέλει συμπληρωματικά η μία με την άλλη, σαν τις «**όψεις του ίδιου νομίσματος**»

Η θεωρία της πρώιμης A. Sfard

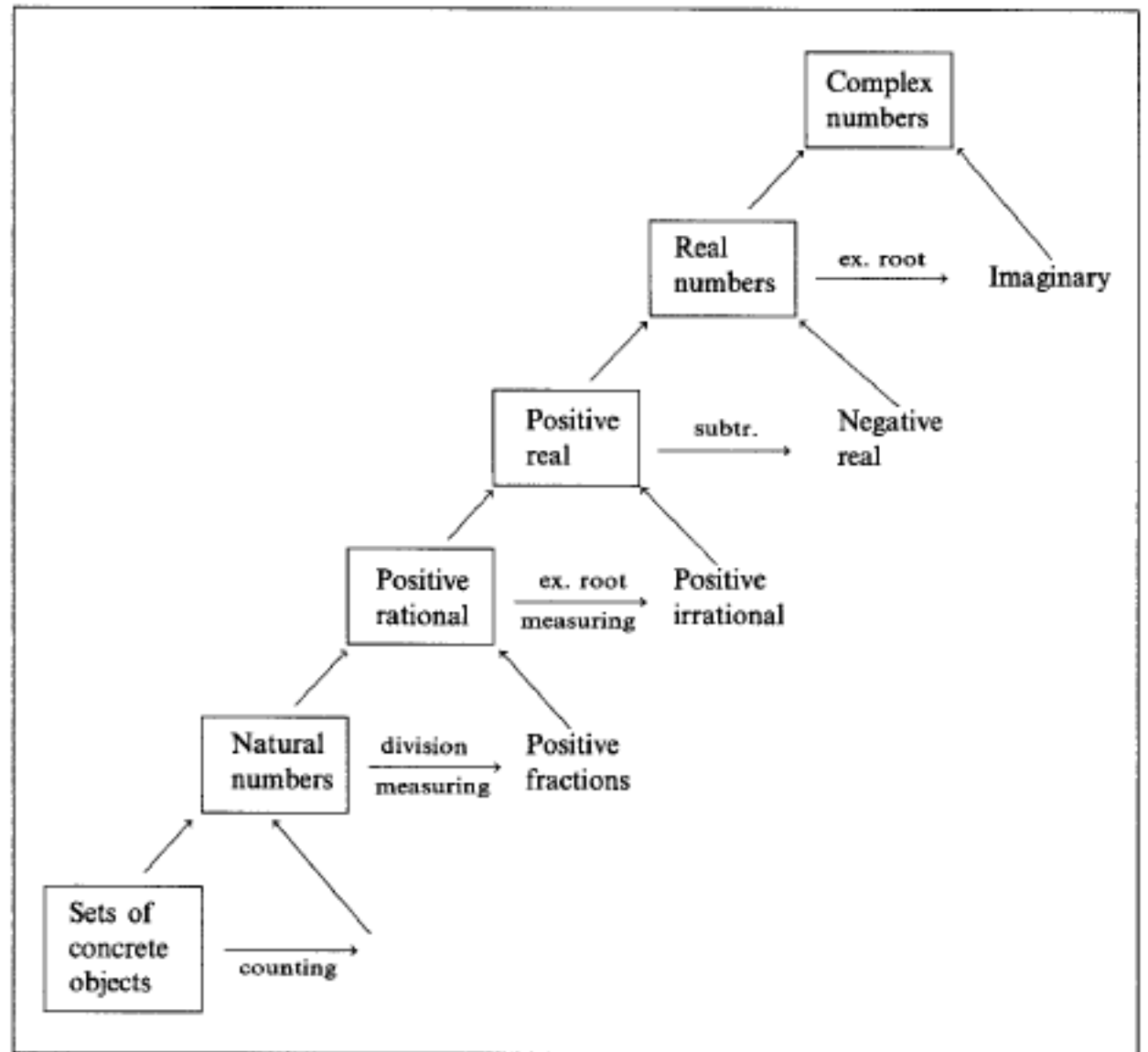
- Η ιστορική εξέλιξη κάποιων βασικών εννοιών της Άλγεβρας , δείχνει ότι οι αλγεβρικές έννοιες είναι **‘προϊόντα’ διαδικασιών** οι οποίες εφαρμόστηκαν είτε σε αντικείμενα της εμπειρίας μας είτε σε μαθηματικά αντικείμενα, και οι οποίες με τη σειρά τους μετατράπηκαν σε μαθηματικά αντικείμενα υψηλότερης τάξης.
- Το πέρασμα από τη διαδικασία στο αντικείμενο είναι συνήθως **μακροχρόνιο** και επιτυγχάνεται όταν το κέντρο της προσοχής μετατοπίζεται από τη διαδικασία αυτή καθαυτή στο αποτέλεσμα της διαδικασίας.
 - π.χ.. κλάσμα $2/3$, πρώτα σαν διαδικασία και μετά σαν αντικείμενο
 - συνάρτηση

Η θεωρία της πρώιμης A. Sfard

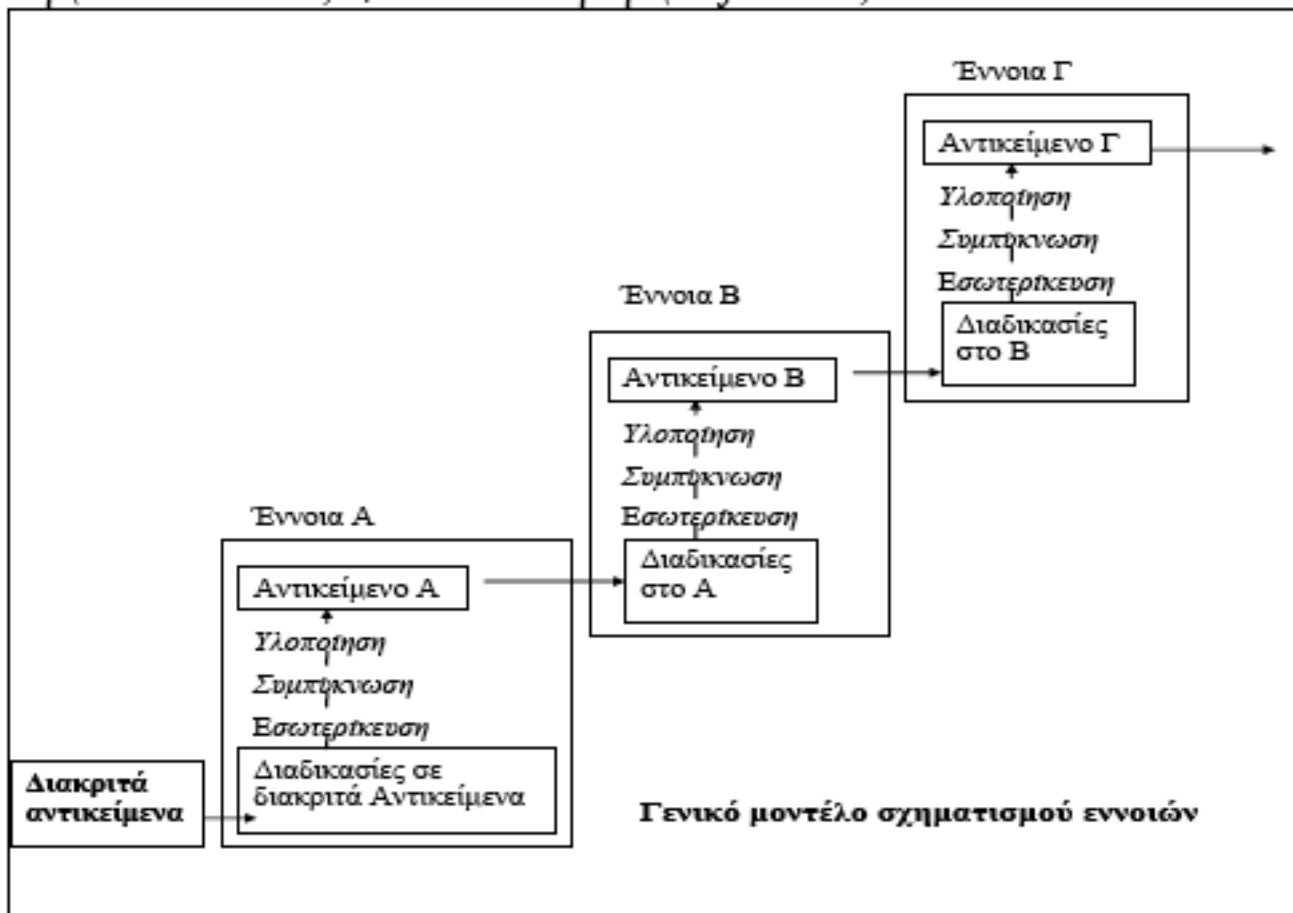
- Η Sfard προτείνει τρία στάδια στο σχηματισμό των μαθηματικών εννοιών από ψυχολογικής πλευράς σε αναλογία με τα στάδια της ιστορική ανάπτυξης της μαθηματικών εννοιών
 - εσωτερίκευση (interiorization),
 - συμπύκνωση (condensation)
 - εξαντικειμενοποίηση [ή πραγματοποίηση, ή υλοποίηση (reification)]
- η A.Sfard με τον όρο **εξαντικειμενοποίηση** εννοεί αυτό που ο E.Dubinsky ονομάζει **ενθυλάκωση** δηλαδή τη νοητική διαδικασία μέσω της οποίας μία **δυναμική διαδικασία** συμπιέζεται σε **στατικό αντικείμενο**.

Η θεωρία της πρώιμης A. Sfard

- **Η εσωτερίκευση:** είναι το στάδιο σύμφωνα με το οποίο η διαδικασία μπορεί να πραγματοποιηθεί νοητά και δεν είναι απαραίτητο να εκτελεστεί εάν χρειαστεί είτε να στοχαστούμε πάνω σε αυτή είτε να τη συγκρίνουμε είτε να τη αναλύσουμε.
- **Η συμπύκνωση:** είναι το στάδιο όπου γεννιέται μία μαθηματική έννοια. Σε αυτό το στάδιο οι μακρόσυρτες ακολουθίες από πράξεις συμπυκνώνονται σε μονάδες που είναι πιο εύκολο να τις χειριστούμε, και μπορούμε να σκεφτούμε τη διαδικασία ως όλο χωρίς να είναι απαραίτητο να υπεισέλθουμε σε λεπτομέρειες.
- **Η εξαντικειμενοποίηση:** Το τελικό στάδιο στο σχηματισμό των μαθηματικών εννοιών είναι η εξαντικειμενοποίηση, η οποία πραγματοποιείται απότομα και συνεπάγεται την ικανότητα του ατόμου να βλέπει την έννοια ξέχωρα από την συγκεκριμένη διαδικασία. Είναι μια **οντολογική μετακίνηση** όπου η διαδικασία **παγιώνεται σε αντικείμενο**, δηλ σε μία **στατική δομή**, από την οποία με τη σειρά της θα προκύψουν νέα αντικείμενα.
- Τα τρία αυτά στάδια είναι ιεραρχικά δομημένα και με την ίδια ακριβώς σειρά επαναλαμβάνονται σχηματίζοντας αντικείμενα υψηλότερης τάξης



Η θεωρία της πρώιμης A. Sfard



Η θεωρία της A. Sfard στην Άλγεβρα

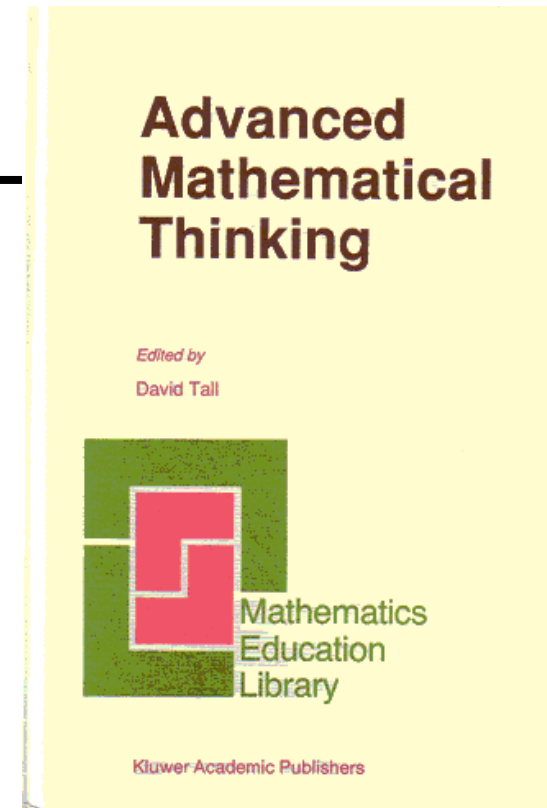
| Type | Stage | New focus on | Representation | Historical highlights |
|---------------------------|------------------|--|--|---|
| 1. Generalized Arithmetic | 1.1. Operational | 1.1.1. Numeric computations | Verbal (<i>rhetoric</i>) | Rhind papyrus, c. 1650 B.C. |
| | | | Mixed: verbal+symbolic (<i>syncopated</i>) | Diophantus, c. 250 A.D. |
| | 1.2. Structural | 1.2.1. (Numeric) product of computations (<i>'algebra of a fixed value'</i>) | Symbolic (letter as an unknown) | 16th century, mainly Viète (1540–1603) |
| | | 1.2.2. (Numeric) function (<i>'functional algebra'</i>) | Symbolic (letter as a variable) | Viète, Leibniz (1646–1716), Newton (1642–1727) |

Η θεωρία της A. Sfard στην Άλγεβρα

| | | | | |
|---------------------|------------------|---|--------------------------------------|---|
| 2. Abstract Algebra | 2.1. Operational | Processes on symbols (combinations of operations) | Symbolic (no meaning to a letter) | British formalist school (de Morgan, Peacock, Gregory), since 1830 |
| | 2.2. Structural | Abstract structures | Symbolic | 19th and 20th century: theories of groups, rings, fields, etc., linear algebra |

Concept Image

- Ο όρος εικόνα έννοιας (Concept Image) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τους Vinner & Herschowitz (1980).
- Το περιεχόμενο του όρου καθορίστηκε από τους Tall & Vinner (1981) και από τον Vinner (1983).
- Οι Tall & Vinner (1981) χρησιμοποιούν τον όρο εικόνα για την έννοια για να περιγράψουν τη **γνωστική δομή**, που σχετίζεται με μία έννοια, και η οποία περιλαμβάνει **όλες τις ιδιότητες και όλες τις διαδικασίες** που συνδέει το άτομο με το όνομα της έννοιας.
 - Κάθε ένας δημιουργεί την προσωπική του εικόνα για την έννοια, η οποία διαφέρει από άτομο σε άτομο.
- Η εικόνα για μία έννοια είναι μία **δυναμική νοητική κατασκευή**, που οικοδομείται με το πέρασμα του χρόνου μέσα από τις εμπειρίες του ατόμου και μεταβάλλεται καθώς το άτομο συναντά καινούρια ερεθίσματα και ταυτόχρονα ωριμάζει.



Concept definition

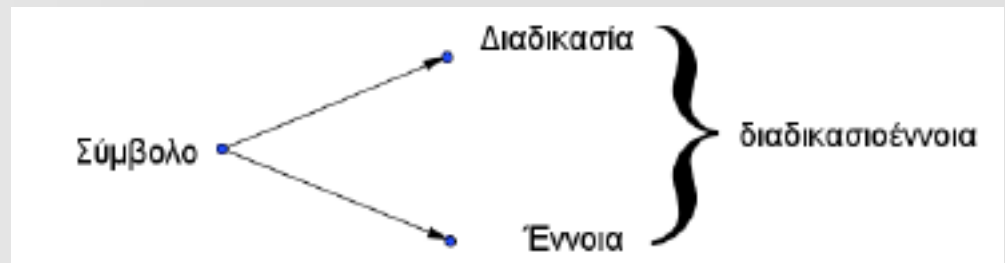
- Ο ορισμός της έννοιας (Concept definition) είναι σύμφωνα με τον Vinner (1983) ένας λεκτικός ορισμός, που περιγράφει την έννοια με ακριβή και μη κυκλικό τρόπο.
- Στην καθημερινή ζωή υπάρχουν έννοιες που δεν έχουν ορισμό.
- Στην περίπτωση αυτή το άτομο σκέφτεται μέσα από την εικόνα που έχει σχηματίσει για την έννοια.
- Η περίπτωση των Μαθηματικών όμως διαφέρει από αυτή της καθημερινής ζωής, διότι είναι μία παραγωγική επιστήμη η οποία στηρίζεται σε ορισμούς και σε αξιώματα από όπου συνάγονται τα θεωρήματα και οι προτάσεις.
 - Οι ορισμοί, δηλαδή, βρίσκονται στον πυρήνα του τρόπου με τον οποίο δομούνται τα Μαθηματικά

Concept Image και Concept definition

- Οι έννοιες στα Μαθηματικά καθορίζονται από τεχνητούς ορισμούς οι οποίοι δομούνται στη βάση της γενικότητας, της περιεκτικότητας και της λιτότητας.
- Ο τρόπος όμως με τον οποίο σχηματίζονται οι μαθηματικές έννοιες στο μυαλό του ατόμου διαφέρει από τον τρόπο δόμησης των τυπικών μαθηματικών εννοιών.
- Σύμφωνα με τον Vinner (1983 & 1991) το να κατανοήσουμε μία έννοια σημαίνει να **αποκτήσουμε μία συνεπή με τον ορισμό εικόνα για την έννοια.**
- Η εικόνα για την έννοια είναι όμοια με την έννοια του σχήματος, με τη διαφορά ότι **το σχήμα είναι συνεπές**, δηλαδή ότι μπορεί να καθορίζει ποιο φαινόμενο ανήκει στο σχήμα και ποιο όχι.
 - Σε αντίθεση με την εικόνα για την έννοια που μπορεί να περιέχει αντιφάσεις.

Procept

- Οι Gray & Tall (1994) για να εκφράσουν τη **δυϊκότητα** μεταξύ **διαδικασίας** και **έννοιας**, και να τονίσουν το ρόλο των συμβόλων, εισήγαγαν τον όρο **διαδικασιοέννοια (Procept)** χρησιμοποιώντας τις λέξεις διαδικασία (process) και έννοια (concept).
- είναι το αμάλγαμα τριών συστατικών: μία διαδικασία (process) που παράγει ένα μαθηματικό αντικείμενο (object) και ένα σύμβολο το οποίο χρησιμοποιείται να αναπαραστήσει ταυτόχρονα το αντικείμενο και τη διαδικασία.



Procept της συνάρτησης

- Η συνάρτηση, ως **διαδικασία (process)** είναι «είσοδος και έξοδος» δεδομένων, σύμφωνα με τη οποία ένα στοιχείο x του πεδίου ορισμού μέσα από μία διαδικασία, συνήθως αλγεβρική, μετασχηματίζεται σε ένα στοιχείο $f(x)$ του συνόλου τιμών.
- Ταυτόχρονα η **έννοια (concept)** της συνάρτησης είναι και αντικείμενο της θεωρίας στο οποίο μπορεί να εφαρμοστούν πράξεις
- Ενώ το **σύμβολο f** πού είναι το όνομα της συνάρτησης είναι αυτό πού **εκφράζει ταυτόχρονα την διαδικασία και την έννοια.**

Βιβλιογραφία

- ❑ Βοσνιάδου, Σ (2001) Εισαγωγική στην Ψυχολογία, Gutenberg
- ❑ Βυγκότσκυ, Λ. (1988). Σκέψη και γλώσσα. Εκδόσεις «Γνώση».
- ❑ Ελληνιάδου, Ε., Κλεφτάκη, Ζ., Μπαλκίζας, Ν (2008). Η συμβολή των παιδαγωγικών προσεγγίσεων για την κατανόηση του φαινομένου της μάθησης. Πανεπιστημιακό Κέντρο Επιμόρφωσης (ΠΑΚΕ) Αθήνα.
- ❑ Donaldson, M. (1991). Η σκέψη των παιδιών. Gutenberg.
- ❑ Lefrancois G. R. (2004). Ψυχολογία της διδασκαλίας. Εκδόσεις Έλλην.
- ❑ Siegler, R.S. (2002). Πώς σκέφτονται τα παιδιά. Gutenberg.
- ❑ Advanced mathematical thinking. Edited by David Tall. Mathematics Education Library, 11. [Kluwer Academic Publishers Group](#), Dordrecht, 1991.

-
- ❓ Η παρούσα παρουσίαση χρησιμοποίησε υλικό βασικά από τα βιβλία
- ❑ *Βοσνιάδου, Στ. (επιμ.) (2004). Εισαγωγή στην Ψυχολογία, Α΄ τόμος. εκδ. Gutenberg*
 - ❑ *Φαλαγκάρας, Α (2012) Η έννοια της συνάρτησης και το επίπεδο κατανόησής της από μαθητές της Β΄ Λυκείου. Διπλωματική Εργασία στο ΜΠΣ Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών*
 - ❑ *Ελληνιάδου, Ε., Κλεφτάκη, Ζ., Μπαλκίζας, Ν (2008). Η συμβολή των παιδαγωγικών προσεγγίσεων για την κατανόηση του φαινομένου της μάθησης. Πανεπιστημιακό Κέντρο Επιμόρφωσης (ΠΑΚΕ) Αθήνα.*

και υλικό από το διαδίκτυο

❓ επιμέλεια: Κωνσταντίνος Π. Χρήστου