

Τι είναι μάζα αδράνειας ? (Με αφορμή την ερώτηση μιας φοιτήτριας)

1 σωματίδιο (υλικό σημείο)

Μετράμε την ταχύτητα ενός σωματιδίου P ως προς ένα σημείο O , την αρχή του συστήματος αναφοράς μας :

$$\vec{v} \equiv \vec{v}_{P/O}$$

Η ορμή και η ενέργειά του δίνονται από τους παρακάτω τύπους.

1 σωματίδιο :	$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ $E = \gamma mc^2 = mc^2 + K$
---------------	--

όπου
$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

Η αδρανειακή μάζα ενός σωματιδίου είναι ο σταθερός συντελεστής m στις παραπάνω εξισώσεις ορισμού της ορμής και της ενέργειάς του.

Όταν το σωματίδιο δεν κινείται, δηλαδή έχει ταχύτητα ίση με μηδέν τότε θα έχει και ορμή και κινητική ενέργεια ίσες με μηδέν

$$\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{p} = 0, \quad K = 0$$

και η ενέργειά του, που ονομάζεται ενέργεια ηρεμίας, θα δίνεται από

$$E_0 = mc^2$$

Από αυτή τη σχέση ορίζεται η μάζα ενός σωματιδίου. Είναι η ενέργειά του όταν είναι ακίνητο δια την ταχύτητα του φωτός στο τετράγωνο

ορισμός μάζας :	$m = \frac{E_0}{c^2} \quad (1)$
-----------------	---------------------------------

και είναι μια σταθερά που χαρακτηρίζει το σωματίδιο.

Το να έχει ένα σωματίδιο ταχύτητα μηδέν είναι ισοδύναμο με το να πούμε ότι το παρατηρούμε από ένα σημείο O' που κινείται παράλληλα με το σωματίδιο με την ίδια ταχύτητα \vec{v} με το σωματίδιο. Δηλαδή η ταχύτητα του σημείου O' , που είναι η αρχή του νέου μας συστήματος αναφοράς, ως προς το σημείο O είναι και αυτή :

$$\vec{v}_{O'/O} = \vec{v}$$

Τότε η σχετική ταχύτητα \vec{v}' του P ως προς αυτό το σημείο O' θα είναι μηδέν:

$$\vec{v}' \equiv \vec{v}_{P/O'} = \vec{v}_{P/O} + \vec{v}_{O/O'} = \vec{v}_{P/O} - \vec{v}_{O'/O} = \vec{v} - \vec{v} = 0$$

Αυτό το σύστημα αναφοράς το ονομάζουμε σύστημα ηρεμίας. Σε αυτό το σύστημα το σωματίδιο έχει μηδέν ορμή $\vec{p}' = 0$.

Έχουμε δείξει επίσης ότι

$$E^2 - (cp)^2 = (mc^2)^2 = \text{σταθ}$$

που σημαίνει ότι ανεξάρτητα από το σύστημα αναφοράς στο οποίο μετράμε την ταχύτητα του σωματιδίου και από την οποία μετά υπολογίζουμε την αντίστοιχη ορμή του \vec{p}' και την αντίστοιχη ενέργειά του E' σε αυτό το σύστημα αναφοράς, ο συνδυασμός $E'^2 - (cp')^2$ θα έχει αναλλοίωτη τιμή

$$E^2 - (cp)^2 = E'^2 - (cp')^2 = (mc^2)^2 = \text{σταθ}$$

Άρα η μάζα ενός σωματιδίου ορίζεται γενικώς από την αναλλοιότητα (ή και αναλλοιώτητα) αυτού του συνδυασμού

ορισμός μάζας :

$$m = \frac{\sqrt{E^2 - (cp)^2}}{c^2} \quad (2)$$

που για μηδέν ορμή δίνει τον τύπο (1)

Σύστημα δύο (ή και παραπάνω) σωματιδίων

Η μάζα M ενός συστήματος σωμάτων, έστω δύο σωμάτων, δεν ορίζεται από τη σχέση

$$M \neq m_1 + m_2$$

Για να είμαστε συνεπείς, πρέπει να οριστεί ανάλογα με τη μάζα ενός σωματιδίου, δηλαδή μέσω του συνδυασμού $E^2 - (cp)^2$:

$$M = \frac{\sqrt{E^2 - (cp)^2}}{c^2}$$

Όπου

$$\text{ορμή συστήματος:} \quad \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$\text{ενέργεια συστήματος:} \quad E = E_1 + E_2 + U_{12} = m_1c^2 + m_2c^2 + K_1 + K_2 + U_{12}$$

Το σύστημα αναφοράς ηρεμίας για ένα σύστημα δύο σωμάτων θα είναι, σε αναλογία με το ένα σωματίδιο, το σύστημα αναφοράς στο οποίο η συνολική ορμή θα είναι μηδέν. Αυτό το σύστημα αναφοράς λέγεται σύστημα κέντρου μάζας.

Σύστημα κέντρου μάζας (CM):

$$\vec{p}' = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = 0$$

$$E_0 \equiv E' = E'_1 + E'_2 + U'_{12} = m_1c^2 + m_2c^2 + K'_1 + K'_2 + U'_{12}$$

Η ενέργεια ηρεμίας E_0 για ένα σύστημα ονομάζεται και εσωτερική ενέργεια.

Άρα η μάζα ενός συστήματος σωμάτων θα δίνεται από τον τύπο

$$M = \frac{\sqrt{E^2 - (cp)^2}}{c^2} = \frac{\sqrt{E'^2 - (cp')^2}}{c^2} = \frac{E_0}{c^2} = \frac{m_1c^2 + m_2c^2 + K'_1 + K'_2 + U'_{12}}{c^2}$$

$$M = m_1 + m_2 + \frac{(K'_1 + K'_2 + U'_{12})}{c^2}$$

Η μάζα ενός συστήματος σωμάτων δεν είναι ίση με το άθροισμα των μαζών των σωμάτων που το αποτελούν!

Το άθροισμα $\frac{K'_1 + K'_2 + U'_{12}}{c^2}$ που είναι καθαρά ενέργεια, μπορεί να είναι είτε αρνητικό είτε θετικό

$$\text{Ας ορίσουμε:} \quad \Delta m = m_{\text{συστήματος}} - m_{\text{στατικών}} = M - (m_1 + m_2) = \frac{K'_1 + K'_2 + U'_{12}}{c^2}$$

Ας δούμε το πρωτόνιο από το οποίο αποτελούνται οι πυρήνες (οι οποίοι μαζί με τα ηλεκτρόνια φτιάχνουν τα άτομα τα οποία συνδυάζονται σε μόρια).

Η μάζα ενός πρωτονίου είναι ίση με

$$m_p = 1,672\,621\,9237 \times 10^{-27} \approx 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Το πρωτόνιο αποτελείται από δύο άνω (u) και ένα κάτω (d) κουάρκ. Οι μάζες των κουάρκ είναι ίσες με

$$m_u = 4,10 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$$m_d = 8,55 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$2m_u + m_d = 16,75 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\Delta m = m_p - (2m_u + m_d) = 1,67262 \times 10^{-27} - 16,75 \times 10^{-30} = (1,67262 - 0,01675) \times 10^{-27} \Rightarrow$$

$$\Delta m = 1,65587 \times 10^{-27} \text{ kg} > 0$$

Η μάζα ενός πρωτονίου είναι πολύ μεγαλύτερη από το άθροισμα των μαζών των συστατικών του.

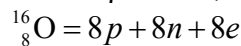
Το ποσοστό της μάζας του πρωτονίου που είναι καθαρή ενέργεια είναι

$$\frac{\Delta m}{m_p} = \frac{m_p - (2m_u + m_d)}{m_p} = \frac{1,67 \times 10^{-27} - 16,75 \times 10^{-30}}{1,67 \times 10^{-27}} = 1 - 0,010012 = 0,989988 \approx 99\% \quad !!!!$$

Το αντίθετο συμβαίνει με τους πυρήνες, τα άτομα και τα μόρια. Αυτά έχουν μικρότερη μάζα από τα συστατικά τους

$$\Delta m < 0$$

Π.χ. το άτομο του οξυγόνου αποτελείται από 8 πρωτόνια, 8 νετρόνια και 8 ηλεκτρόνια:



Η μάζα ενός ατόμου οξυγόνου είναι :

$$m_o = 26,560180592 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Οι μάζες των συστατικών του είναι

$$m_p = 1,6726219237 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_n = 1,6749274980 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_e = 9.1093837015 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$8m_p + 8m_n + 8m_e = 26,787682881 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\Delta m = m_o - 8(m_p + m_n + m_e) = 26,560180592 \times 10^{-27} - 26,787682881 \times 10^{-27} \Rightarrow$$

$$\Delta m = -0,227502289 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Μονάδες μάζας στην πυρηνική φυσική:

$$\text{MeV}/c^2 = 10^6 \text{ eV}/c^2 = 10^6 (1,6 \times 10^{-19} \text{ CV})/c^2 = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}/(3 \times 10^8)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = (1,6/9) 10^{-29} \text{ kg}$$