

Κεφάλαιο 4

Οι νόμοι της κίνησης

Οι νόμοι της κίνησης

Μέχρι τώρα, περιγράψαμε την κίνηση ενός σώματος συναρτήσει της θέσης, της ταχύτητας, και της επιτάχυνσής του.

Δεν λάβαμε υπόψη μας τι μπορεί να επηρεάζει αυτή την κίνηση.

Πρέπει να εξετάσουμε δύο κύριους παράγοντες για να απαντήσουμε στα ερωτήματα που σχετίζονται με τις αιτίες μεταβολής της κίνησης ενός σώματος:

- τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα
- τη μάζα του σώματος

Η δυναμική μελετάει τα αίτια της κίνησης.

Θα ξεκινήσουμε με τους τρεις βασικούς νόμους της κίνησης.

- Διατυπώθηκαν από τον Ισαάκ Νεύτωνα

Σερ Ισαάκ Νεύτωνας

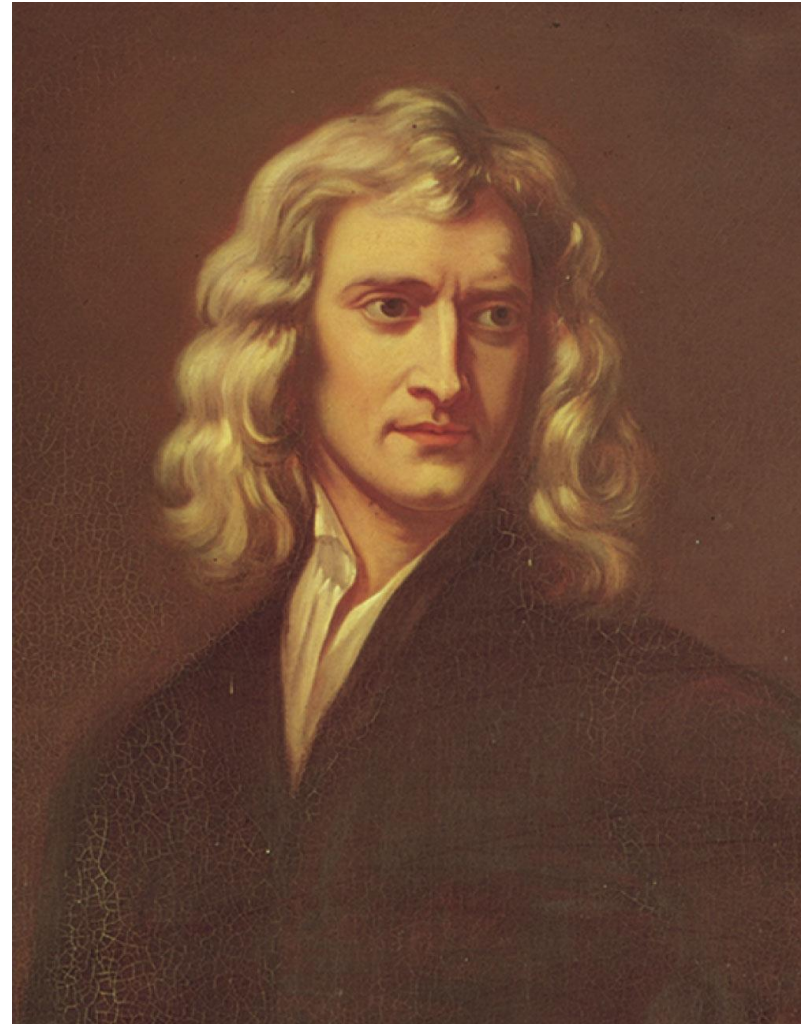
1642–1727

Διατύπωσε τους βασικούς νόμους της μηχανικής.

Ανακάλυψε τον νόμο της παγκόσμιας βαρύτητας.

Ανακάλυψε τις μαθηματικές μεθόδους του διαφορικού λογισμού.

Ερμήνευσε πολλές παρατηρήσεις σχετικά με το φως και την οπτική.

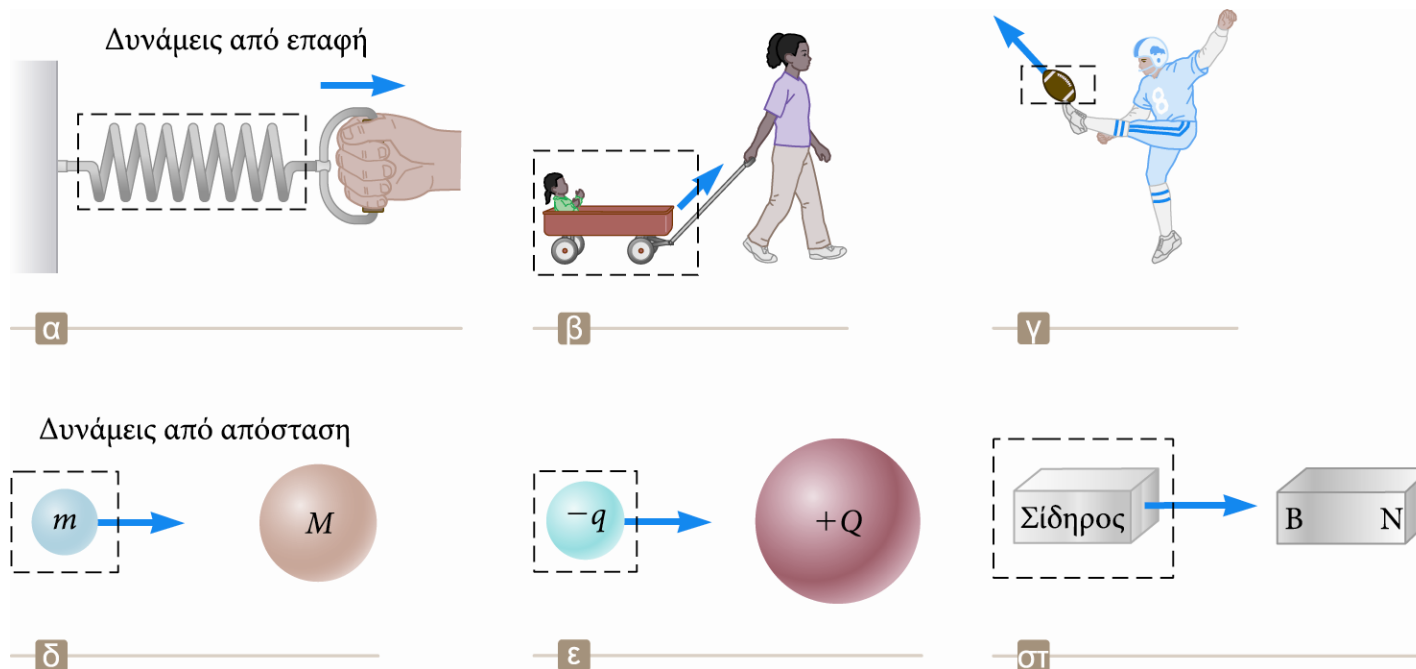


Δύναμη

Οι δυνάμεις στην καθημερινή εμπειρία μας

- Σπρώχνουμε ένα σώμα για να το μετακινήσουμε
- Πετάμε ή κλωτσάμε μια μπάλα
- Ενδέχεται να σπρώξουμε ένα σώμα χωρίς να καταφέρουμε να το μετακινήσουμε

Κατηγορίες δυνάμεων



Οι δυνάμεις από επαφή αναπτύσσονται κατά τη φυσική επαφή δύο σωμάτων.

- Παραδείγματα α, β και γ

Οι δυνάμεις από απόσταση δρουν μέσα στον κενό χώρο, χωρίς να απαιτείται φυσική επαφή

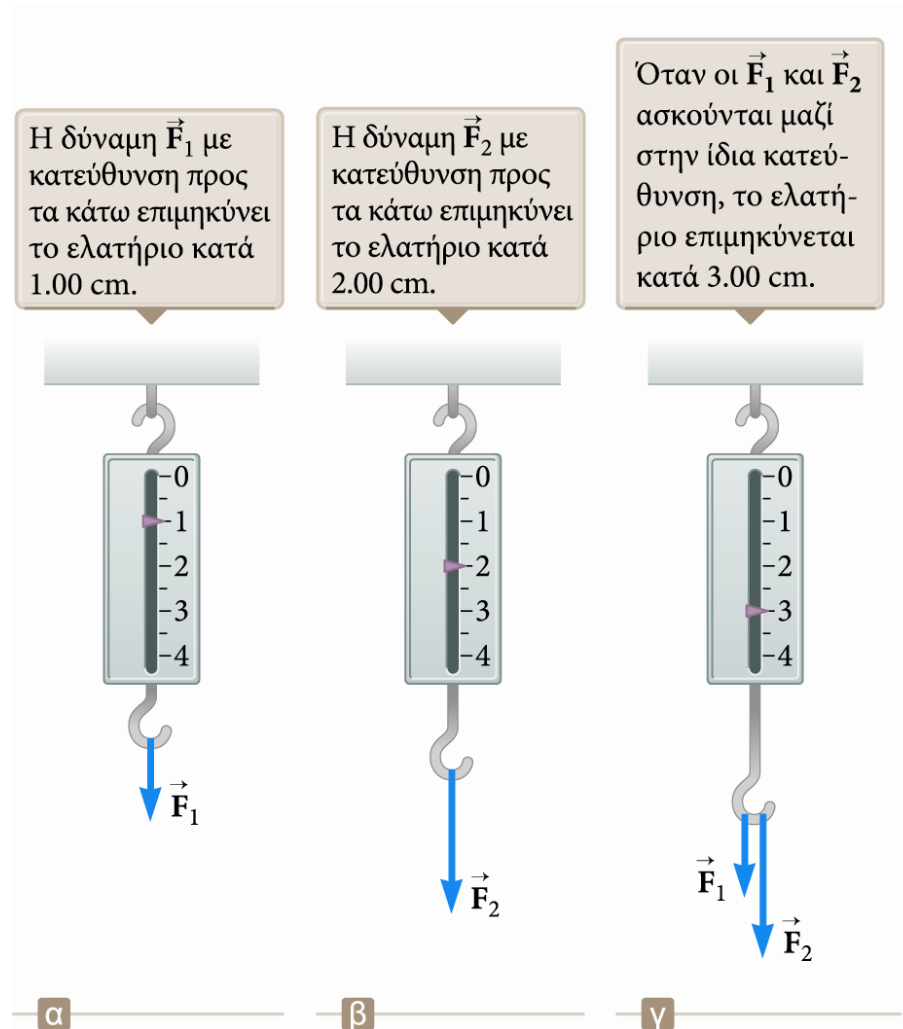
- Παραδείγματα δ, ε και στ

Μέτρηση δυνάμεων

Μπορούμε να μετρήσουμε τη δύναμη χρησιμοποιώντας την παραμόρφωση ενός ελατηρίου.

Αν διπλασιαστεί η δύναμη, θα διπλασιαστεί και η ένδειξη της ζυγαριάς.

Όταν ασκηθούν και οι δύο δυνάμεις ταυτόχρονα, η ένδειξη θα είναι τριπλάσια της αρχικής.



Διανυσματική φύση των δυνάμεων

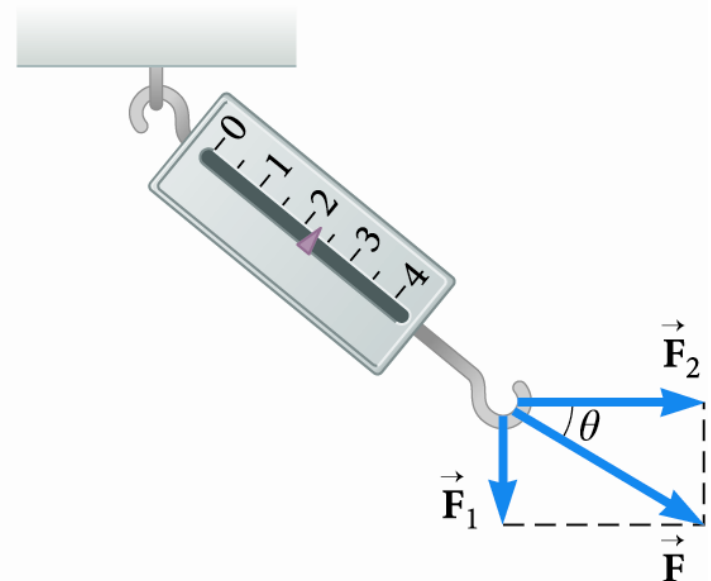
Οι δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 ασκούνται κάθετα μεταξύ τους.

Η συνισταμένη δύναμη \vec{F} είναι η υποτείνουσα.

Οι δυνάμεις είναι διανύσματα. Άρα, για να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα, πρέπει να χρησιμοποιήσετε τους κανόνες της πρόσθεσης διανυσμάτων.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \begin{cases} F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \\ \tan^{-1}\theta = \frac{F_1}{F_2} \end{cases}$$

Όταν η \vec{F}_1 έχει κατεύθυνση προς τα κάτω και η \vec{F}_2 έχει οριζόντια κατεύθυνση, ο συνδυασμός των δύο δυνάμεων επιμηκύνει το ελατήριο κατά 2.24 cm.



Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα

Αν σε ένα σώμα δεν ασκείται δύναμη, η επιτάχυνσή του είναι μηδενική, επομένως, το σώμα είτε είναι ακίνητο είτε κινείται με σταθερή ταχύτητα.

- Ένα σώμα στο οποίο δεν ασκούνται δυνάμεις λέμε ότι είναι ένα απομονωμένο σώμα
- Επομένως, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι κάθε απομονωμένο σώμα είτε είναι ακίνητο είτε κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Σωματίδιο σε ισορροπία

Αν η επιτάχυνση ενός είναι μηδενική, λέμε ότι το σώμα βρίσκεται σε **ισορροπία**.

Από μαθηματικής άποψης, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική.

$$\sum \vec{F} = 0$$

Αυτή η σχέση, στην περίπτωση δύο διαστάσεων (οι δυνάμεις στο ίδιο επίπεδο), αναλύεται σε δύο συνιστώσες κατά τους άξοντες x και y :

$$\sum F_x = 0 \quad \text{και} \quad \sum F_y = 0$$

Ισορροπία – Παράδειγμα 1

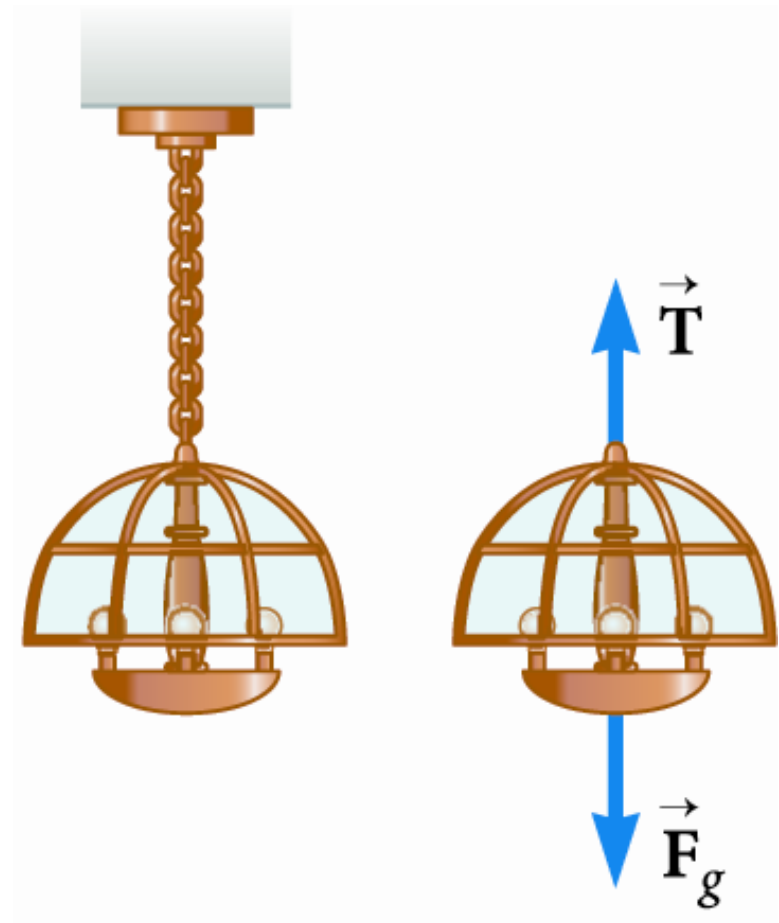
Μια λάμπα κρέμεται από μια αβαρή αλυσίδα με αμελητέα μάζα.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη λάμπα είναι:

- η βαρυτική δύναμη \vec{F}_g με κατεύθυνση προς τα κάτω
- η τάση της αλυσίδας \vec{T} με κατεύθυνση προς τα πάνω

Η συνθήκη της ισορροπίας δίνει:

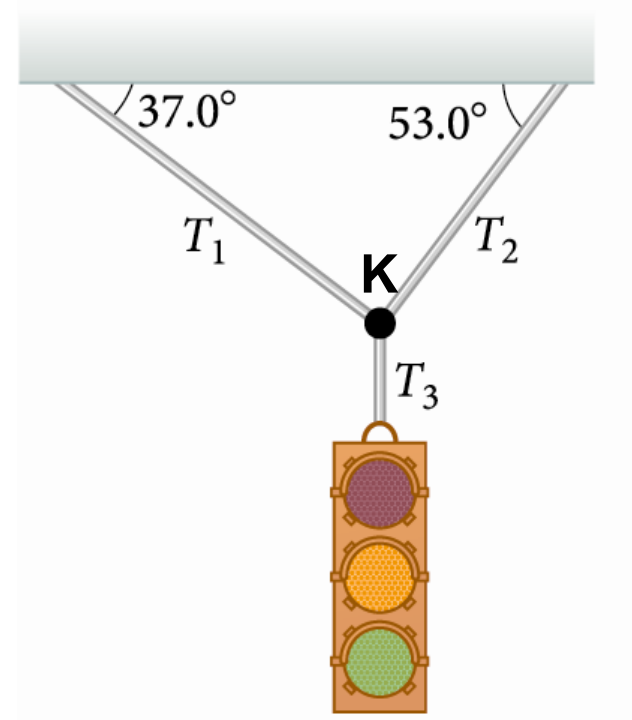
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T - F_g = 0 \Rightarrow T = F_g$$



Ισορροπία – Παράδειγμα 2

Ένας φωτεινός σηματοδότης κρέμεται από δύο συρματόσκοινα.

- Σχεδιάστε το διάγραμμα των δυνάμεων που ασκούνται στον σηματοδότη
- Σχεδιάστε το διάγραμμα των δυνάμεων που ασκούνται στον κόμβο **Κ** που συγκρατεί τα τρία συρματόσκοινα



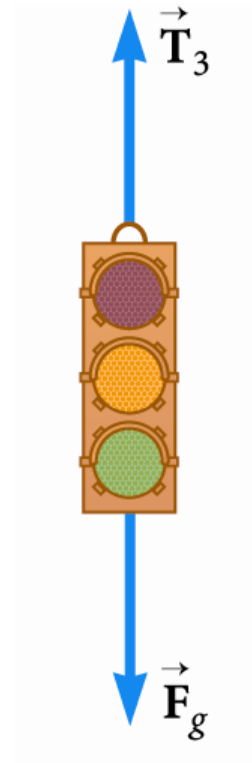
Ισορροπία – Παράδειγμα 2 (συνέχεια)

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο φωτεινό σηματοδότη είναι:

- η βαρυτική δύναμη \vec{F}_g με κατεύθυνση προς τα κάτω
- η τάση \vec{T}_3 του κατακόρυφου συρματόσχοινου με κατεύθυνση προς τα πάνω

Η συνθήκη της ισορροπίας δίνει:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_3 - F_g = 0 \Rightarrow T_3 = F_g$$

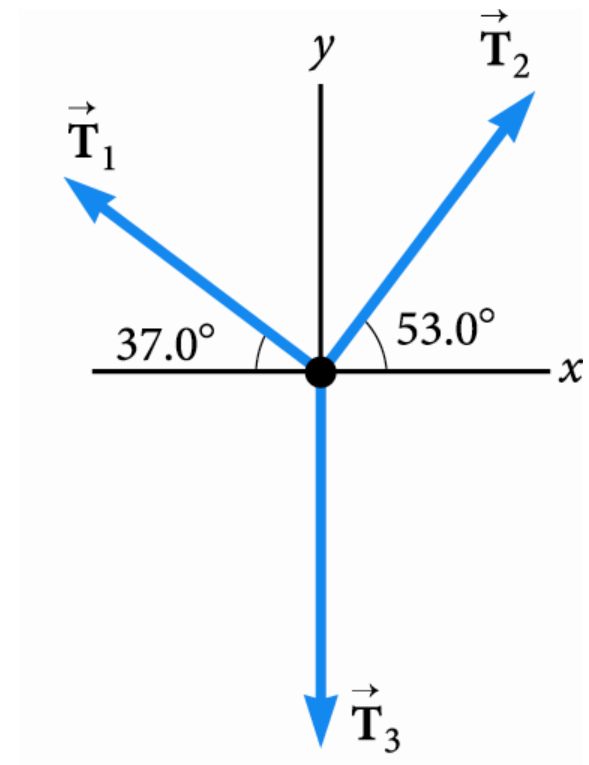


Ισορροπία – Παράδειγμα 2 (συνέχεια)

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον κόμβο **K** που συγκρατεί τα τρία συρματόσχοινα είναι:

- η τάση \vec{T}_3 του κατακόρυφου συρματόσχοινου με κατεύθυνση προς τα κάτω,
- η τάση \vec{T}_1 του αριστερά συρματόσχοινου με κατεύθυνση προς τα αριστερά και προς τα πάνω με κλίση 37.0° και
- η τάση \vec{T}_2 του δεξιά συρματόσχοινου με κατεύθυνση προς τα δεξιά και προς τα πάνω με κλίση 53.0° .

Μας διευκολύνει να επιλέξουμε τον κόμβο επειδή όλες οι δυνάμεις που μας ενδιαφέρουν έχουν κατευθύνσεις που διέρχονται από αυτόν.

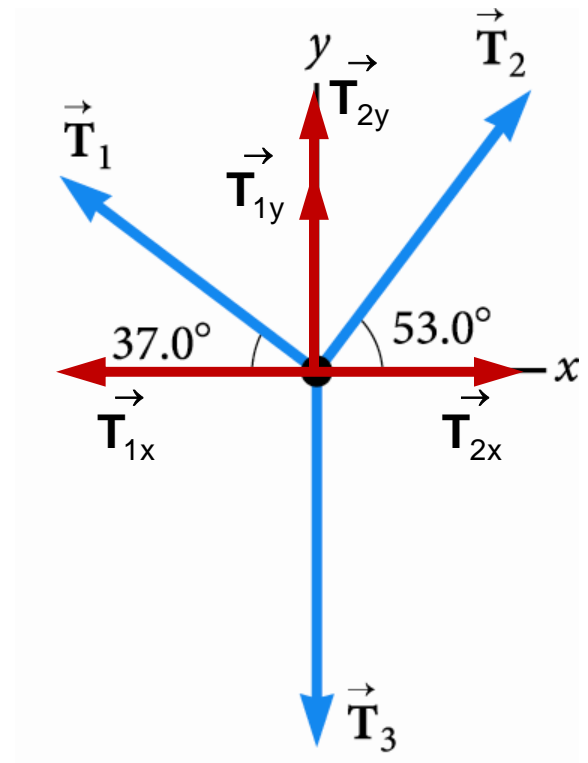


Ισορροπία – Παράδειγμα 2 (συνέχεια)

Εφαρμόζουμε την εξίσωση ισορροπίας για τον κόμβο στις διευθύνσεις των αξόνων x και y αφού πρώτα αναλύσουμε τις τάσεις \vec{T}_1 και \vec{T}_2 στις x και y συνιστώσες τους.

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &\Rightarrow T_{2x} - T_{1x} = 0 \Rightarrow T_{2x} = T_{1x} \\ T_2 \cos 53.0^\circ &= T_1 \cos 37.0^\circ \\ \mathbf{0.602 T_2} &= \mathbf{0.799 T_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y = 0 &\Rightarrow T_{2y} + T_{1y} - T_3 = 0 \Rightarrow T_{2y} + T_{1y} = T_3 \\ T_2 \sin 53.0^\circ + T_1 \sin 37.0^\circ &= F_g \\ \mathbf{0.799 T_2 + 0.602 T_1} &= \mathbf{F_g}\end{aligned}$$



Ισορροπία – Παράδειγμα 2 (τελική διαφάνεια)

Λύνουμε το σύστημα εξισώσεων

$$0.602 T_2 = 0.799 T_1$$

$$0.799 T_2 + 0.602 T_1 = F_g$$

και βρίσκουμε τις τάσεις των συρματόσχοινων T_1 και T_2 .

Πρόβλημα: εφαρμόστε τις παραπάνω εξισώσεις στην περίπτωση που ο φωτεινός σηματοδότης έχει βάρος 500 N.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.2 Ρυμούλκηση αυτοκινήτου σε ανηφόρα

Ένα αυτοκίνητο που έχει βάρος $w = 15000 \text{ N}$ ρυμουλκείται σε μια ανηφόρα που έχει κλίση $\theta = 20^\circ$ με σταθερή ταχύτητα. Η τριβή είναι αμελητέα. Το σχοινί ρυμούλκησης αντέχει φορτίο 6000 N . Θα σπάσει το σχοινί;

ΛΥΣΗ

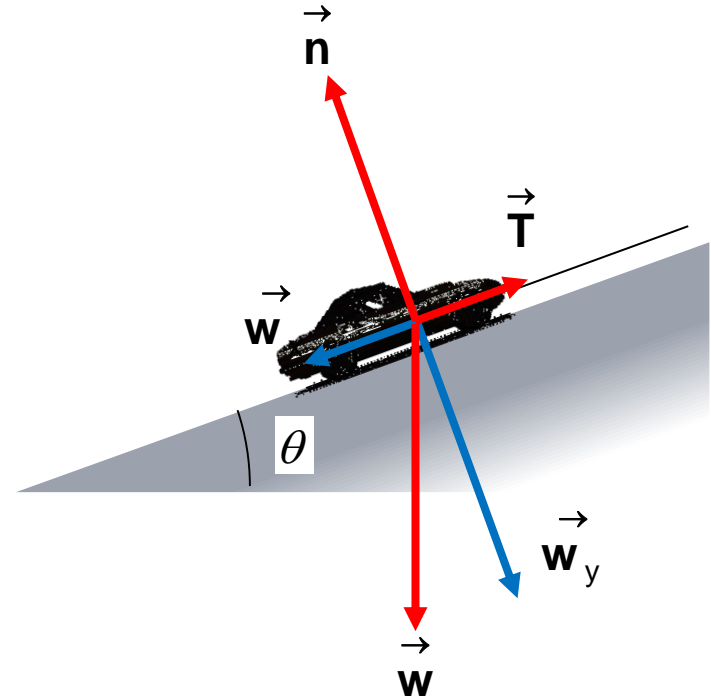
Οι δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητο είναι:

- το βάρος του \vec{w} με κατεύθυνση προς τα κάτω,
- Η κάθετη δύναμη στήριξης \vec{n} από το οδόστρωμα και
- η τάση \vec{T} του σχοινιού.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση ισορροπίας για το αυτοκίνητο στις διευθύνσεις των αξόνων x και y (παράλληλα και κάθετα στην κίνηση) αφού πρώτα αναλύσουμε το βάρος \vec{w} στις x και y συνιστώσες του.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T - w_x = 0 \Rightarrow T = w_x$$

$$T = w \sin \theta = (15000 \text{ N}) \sin 20^\circ = 5130 \text{ N} \quad \text{Άρα, το σχοινί δεν θα σπάσει.}$$



Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

Η επιτάχυνση του σώματος είναι ανάλογη προς τη συνολική δύναμη που ασκείται στο σώμα και αντιστρόφως ανάλογη προς τη μάζα του.

$$\vec{\alpha} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

ή, αλλιώς

$$\sum \vec{F} = m \vec{\alpha}$$

όπου, m είναι η μάζα του σώματος

Η μάζα είναι **βαθμωτό** μέγεθος.

Η μονάδα της μάζας στο σύστημα SI είναι το **χιλιόγραμμα (kg)**.

Μονάδες δύναμης

Η μονάδα SI της δύναμης είναι το **Newton (N)**.

- $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m} / \text{s}^2$

Στο Παραδοσιακό Σύστημα των Η.Π.Α., η μονάδα της δύναμης είναι η **λίβρα** (pound, lb).

- $1 \text{ lb} = 4.54 \text{ N}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.4 Συντελεστής μέτρησης των χιλιογράμμων σε λίβρες.

ΛΥΣΗ

$$1 \text{ lb} = 4.54 \text{ N}$$

Ένα σώμα, του οποίου το βάρος είναι 1 lb ή 4.54 N, έχει μάζα

$$m = \frac{w}{g} = \frac{4.54 \text{ N}}{9.80 \text{ m/s}^2} = 0.454 \text{ kg}$$

Επομένως, 1lb αντιστοιχεί σε σώμα μάζας 0.454 kg.

Δύναμη της βαρύτητας

Η δύναμη που ασκεί η Γη στα σώματα ονομάζεται **δύναμη βαρύτητας**

- Συμβολισμός: \vec{F}_g ή \vec{w}
- Η δύναμη βαρύτητας έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης.

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα: $\vec{F}_g = m \vec{g}$

Το γνωστό **βάρος** ενός σώματος είναι το μέτρο της δύναμης βαρύτητας.

- Βάρος: w ή $F_g = mg$

Περισσότερα για το βάρος

Επειδή το βάρος εξαρτάται από την επιτάχυνση της βαρύτητας g , μεταβάλλεται ανάλογα με τη γεωγραφική θέση.

- Το g , και άρα το βάρος, είναι μικρότερο σε μεγαλύτερα ύψη.
- Επειδή η τιμή του g διαφέρει από πλανήτη σε πλανήτη, το βάρος του σώματος διαφέρει από πλανήτη σε πλανήτη.

Το βάρος δεν είναι εγγενής ιδιότητα του σώματος. Η μάζα, όμως, είναι.

- Το βάρος είναι μια ιδιότητα που αποκτά ένα σώμα λόγω της έλξης του από τη γη. Αν το σώμα φύγει μακριά από τη γή (στο διάστημα), τότε παύει να έχει βάρος.

Σημείωση σχετικά με τις μονάδες:

- Το χιλιόγραμμα **δεν** είναι μονάδα βάρους. Είναι μονάδα μάζας.

Σημείωση σχετικά με την κάθετη δύναμη

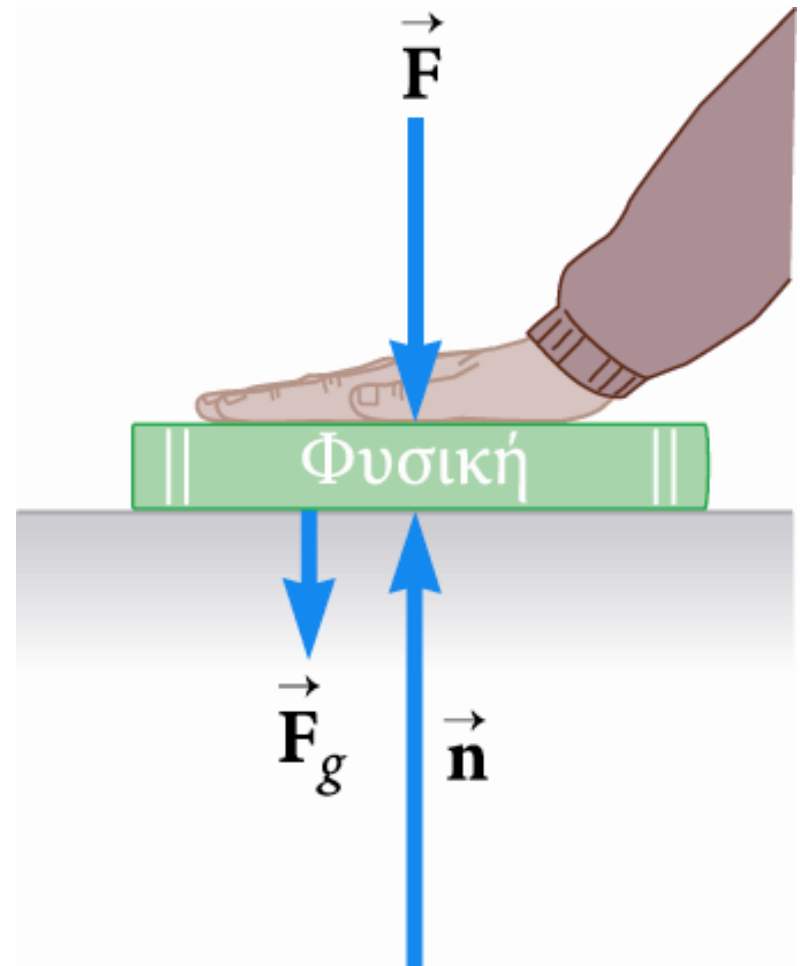
Η κάθετη δύναμη \vec{n} , που ασκεί το δάπεδο σε ένα σώμα, **δεν** έχει πάντα ίδιο μέτρο με τη βαρυτική δύναμη \vec{F}_g που ασκείται στο σώμα.

Για παράδειγμα, στην περίπτωση της διπλανής εικόνας

$$\sum F_y = n - F_g - F = 0$$

ή $n = mg + F$

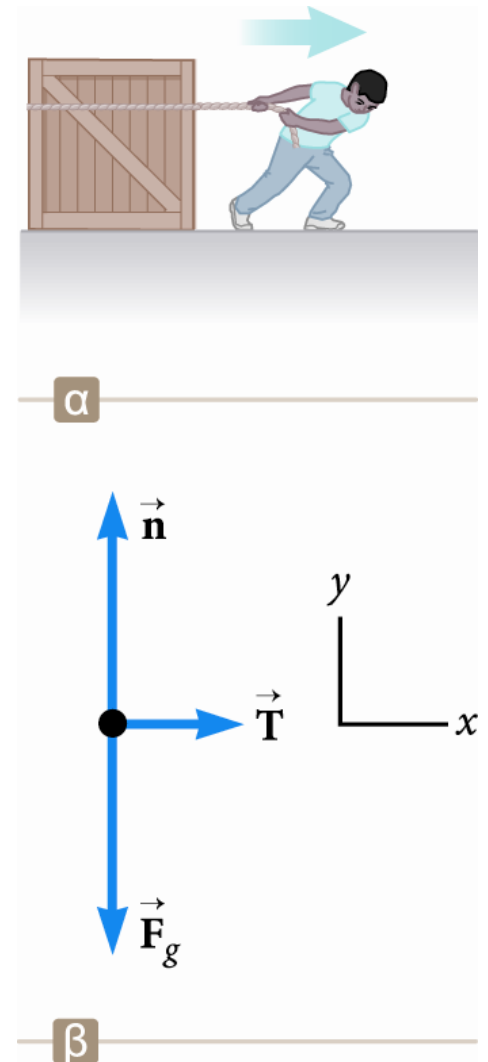
Η \vec{F}_g ενδέχεται να έχει μικρότερο μέτρο από την \vec{n} .



Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα – Παράδειγμα 1

Στο κιβώτιο ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- η τάση \vec{T} μέσω του σκοινιού,
- η βαρυτική δύναμη \vec{F}_g (ή \vec{w}) και
- η κάθετη δύναμη \vec{n} που ασκεί το δάπεδο

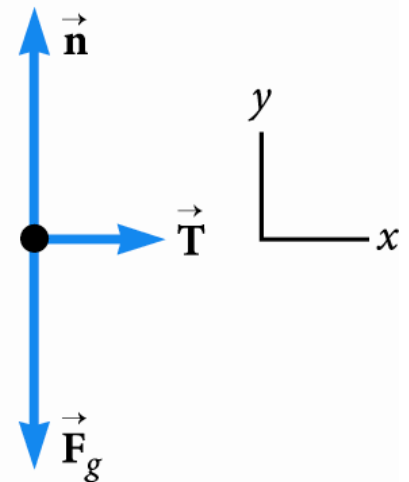


Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα – Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

Εφαρμόστε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε μορφή συνιστωσών:

- στον άξονα x : $\sum F_x = T = m\alpha$
- στον άξονα y : $\sum F_y = n - F_g = 0 \Rightarrow n = F_g$

Αν η τάση T είναι σταθερή, τότε η επιτάχυνση α είναι σταθερή και μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις της κινηματικής για να περιγράψουμε πλήρως την κίνηση του κιβωτίου.



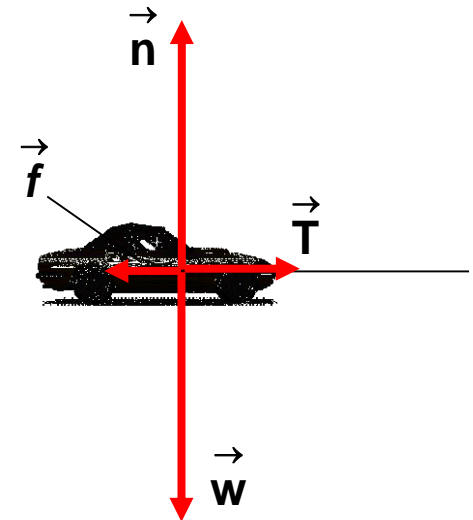
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.4 Ταχύτητα ρυμουλκούμενου αυτοκινήτου

Ένα αυτοκίνητο που έχει μάζα $m = 1500 \text{ kg}$ ρυμουλκείται από γερανό. Η τάση του σχοινιού ρυμούλκησης είναι $T = 2500 \text{ N}$ και μια δύναμη τριβής $f = 200 \text{ N}$ αντιτίθεται στην κίνηση. Αν το αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία, ποιά είναι η ταχύτητά του έπειτα από $\Delta t = 5.0 \text{ s}$;

ΛΥΣΗ

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητο είναι:

- το βάρος του \vec{w} με κατεύθυνση προς τα κάτω,
- Η κάθετη δύναμη στήριξης \vec{n} από το οδόστρωμα,
- η τάση \vec{T} του σχοινιού και
- η δύναμη τριβής \vec{f} που αντιτίθεται στην κίνηση.



Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για το αυτοκίνητο στη διεύθυνση του άξονα x (είναι ο άξονας της κίνησης).

$$\sum F_x = m\alpha \Rightarrow T - f = m\alpha$$

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

και λύνουμε ως προς την επιτάχυνση

$$a = \frac{T - f}{m}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των T , f και m , υπολογίζουμε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου

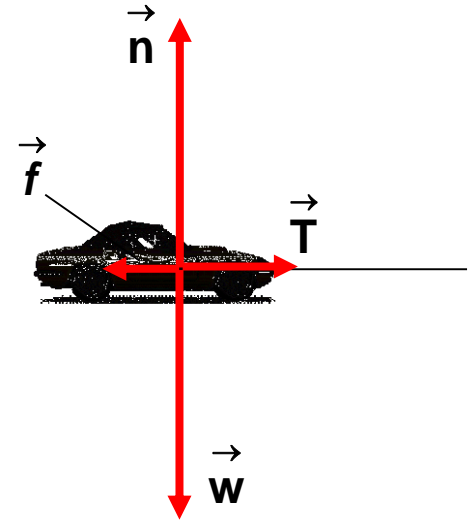
$$a = \frac{2500 \text{ N} - 200 \text{ N}}{1500 \text{ kg}} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Από τις σχέσεις της κινηματικής για την επιταχυνόμενη κίνηση, χρησιμοποιούμε τη σχέση της ταχύτητας

$$v_f = v_i + a \Delta t$$

από την οποία, αντικαθιστώντας τις τιμές, βρίσκουμε:

$$v_f = 0 + (1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(5.0 \text{ s}) = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Κεκλιμένα επίπεδα

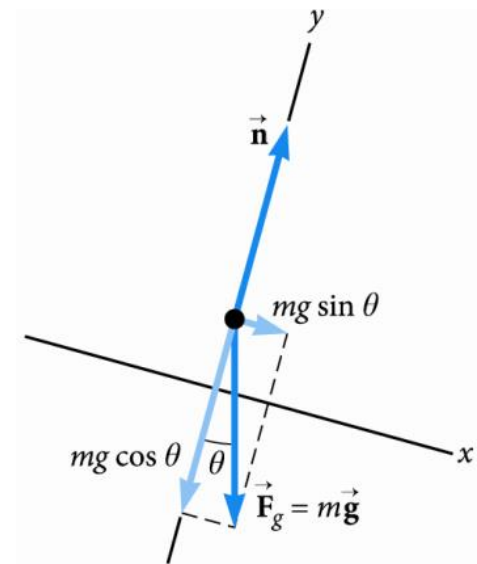
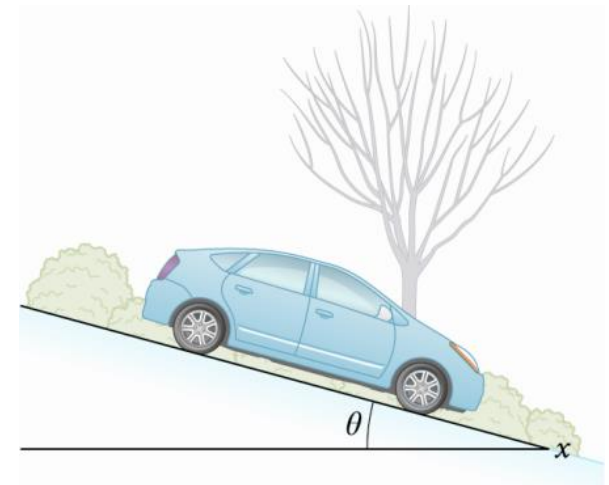
Στο σώμα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Η κάθετη δύναμη ασκείται κάθετα στο κεκλιμένο επίπεδο.
- Η βαρυτική δύναμη είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα κάτω.

Επιλέγουμε το σύστημα συντεταγμένων έτσι ώστε ο άξονας x να συμπίπτει με το κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας y να είναι κάθετος προς αυτό.

Αντικαθιστούμε τη δύναμη της βαρύτητας με τις συνιστώσες της.

Εφαρμόζουμε το μοντέλο του σωματιδίου υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης στη διεύθυνση του άξονα x και το μοντέλο του σωματιδίου σε ισορροπία στη διεύθυνση του άξονα y .



Δυνάμεις τριβής

Όταν ένα σώμα κινείται πάνω σε μια επιφάνεια ή μέσα σε ένα ιξώδες (παχύρευστο) μέσο (π.χ., λάδι ή νερό ή, ακόμα, και ο αέρας), συναντά αντίσταση στην κίνησή του.

- Αυτό συμβαίνει επειδή το σώμα αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του.

Η αντίσταση ονομάζεται **δύναμη τριβής**.

Δυνάμεις τριβής (συνέχεια)

Η τριβή είναι ανάλογη προς την κάθετη δύναμη που ασκεί η επιφάνεια στο σώμα:

1. Τριβή κίνησης: $f_k = \mu_k \cdot n$
2. Στατική τριβή: $f_s \leq \mu_s \cdot n$

Το μ είναι ο **συντελεστής τριβής**.

- Οι εξισώσεις αυτές συνδέουν τα μέτρα των δυνάμεων. Δεν είναι διανυσματικές εξισώσεις.
- Για τη στατική τριβή, η ισότητα ισχύει λίγο πριν οι επιφάνειες αρχίσουν να ολισθαίνουν, δηλαδή όταν η κίνηση είναι επικείμενη.
- Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, χρησιμοποιούμε την ανισότητα για τη στατική τριβή.

Δυνάμεις τριβής (τελική διαφάνεια)

- Ο συντελεστής τριβής εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που έρχονται σε επαφή.
- Η δύναμη της στατικής τριβής είναι γενικά μεγαλύτερη από τη δύναμη της κινητικής τριβής.
- Η δύναμη τριβής είναι παράλληλη προς τις επιφάνειες που έρχονται σε επαφή και έχει φορά αντίθετη από αυτή της κίνησης.
- Οι συντελεστές τριβής είναι σχεδόν ανεξάρτητοι από το εμβαδόν επαφής των επιφανειών.

Στατική τριβή

Η στατική τριβή δεν επιτρέπει στο σώμα να κινηθεί.

Εφόσον το σώμα δεν κινείται, $f_s = F$.

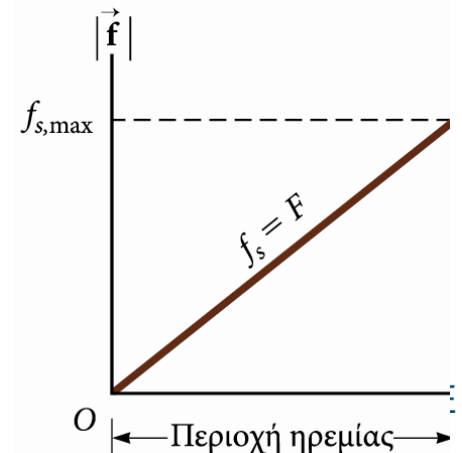
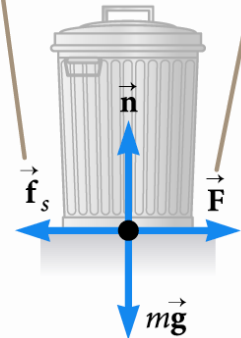
Αν αυξηθεί η \vec{F} , θα αυξηθεί και η \vec{f}_s

Αν μειωθεί η \vec{F} , θα μειωθεί και η \vec{f}_s

$$f_s \leq \mu_s n$$

- Μην ξεχνάτε ότι η ισότητα ισχύει λίγο πριν οι επιφάνειες αρχίσουν να ολισθαίνουν.

Για μικρές ασκούμενες δυνάμεις, το μέτρο της δύναμης στατικής τριβής ισούται με το μέτρο της ασκούμενης δύναμης.

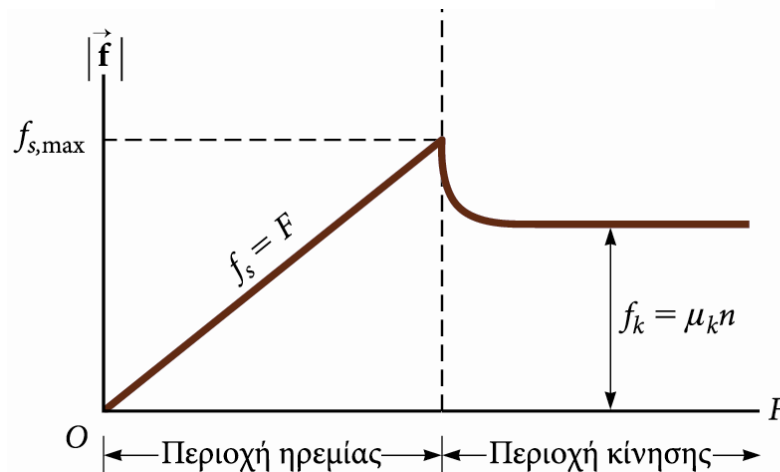


Τριβή ολίσθησης

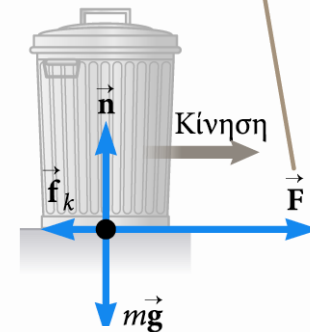
Η δύναμη της τριβής ολίσθησης δρα όταν το σώμα κινείται.

Αν και ο συντελεστής μ_k μπορεί να μεταβάλλεται με το μέτρο της ταχύτητας, αγνοούμε αυτές τις μεταβολές.

$$f_k = \mu_k n$$



Όταν το μέτρο της ασκούμενης δύναμης ξεπεράσει το μέτρο της μέγιστης δύναμης στατικής τριβής, ο σκουπιδοτενεκές αρχίζει να επιταχύνει προς τα δεξιά.



Πίνακας συντελεστών τριβής

	μ_s	μ_K
Λάστιχο με μπετόν	1.0	0.8
Χάλυβας με χάλυβα	0.74	0.57
Αλουμίνιο με χάλυβα	0.61	0.47
Γυαλί με γυαλί	0.94	0.4
Χαλκός με χάλυβα	0.53	0.36
Ξύλο με ξύλο	0.25–0.5	0.2
Κερωμένο ξύλο με υγρό χιόνι	0.14	0.1
Κερωμένο ξύλο με ξηρό χιόνι	—	0.04
Μέταλλο με μέταλλο (που έχει λιπαντικό)	0.15	0.06
Τεφλόν με τεφλόν	0.04	0.04
Πάγος με πάγο	0.1	0.03
Ανθρώπινες αρθρώσεις	0.01	0.003

Σημείωση: Όλες οι τιμές είναι προσεγγιστικές. Σε μερικές περιπτώσεις, ο συντελεστής τριβής είναι μεγαλύτερος από 1.0.

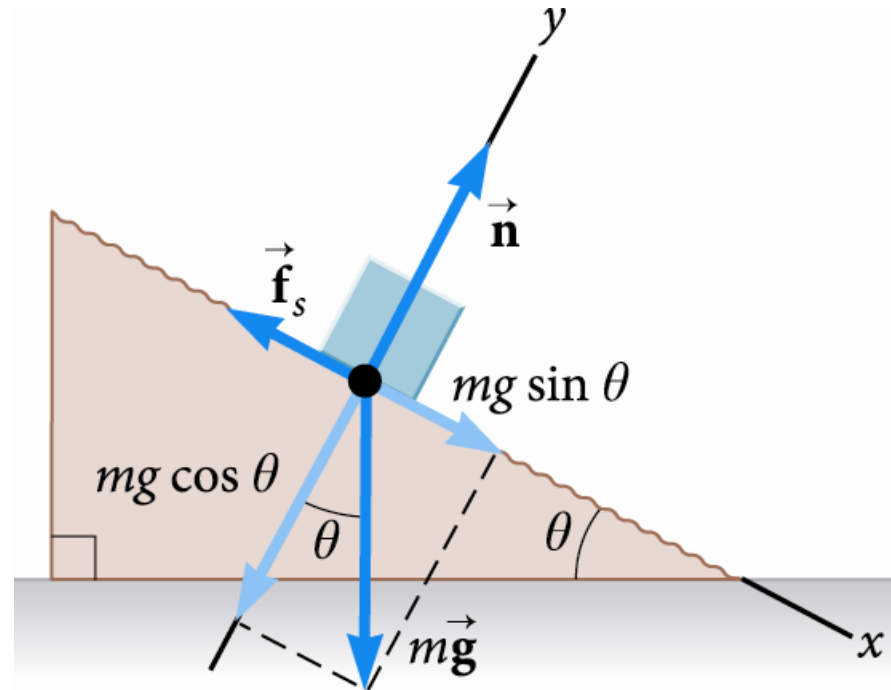
Τριβή – Παράδειγμα 1

Ο κύβος ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο προς τα κάτω, άρα η τριβή ασκείται με κατεύθυνση προς τα πάνω.

Με αυτή τη διάταξη μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά τον συντελεστή τριβής.

$$\mu = \tan \theta \text{ (γιατί ;)}$$

- Για τον συντελεστή μ_s , χρησιμοποιήστε την τιμή της γωνίας στην οποία αρχίζει η ολίσθηση.
- Για τον συντελεστή μ_k , χρησιμοποιήστε την τιμή της γωνίας στην οποία ο κύβος ολισθαίνει προς τα κάτω με ταχύτητα σταθερού μέτρου.

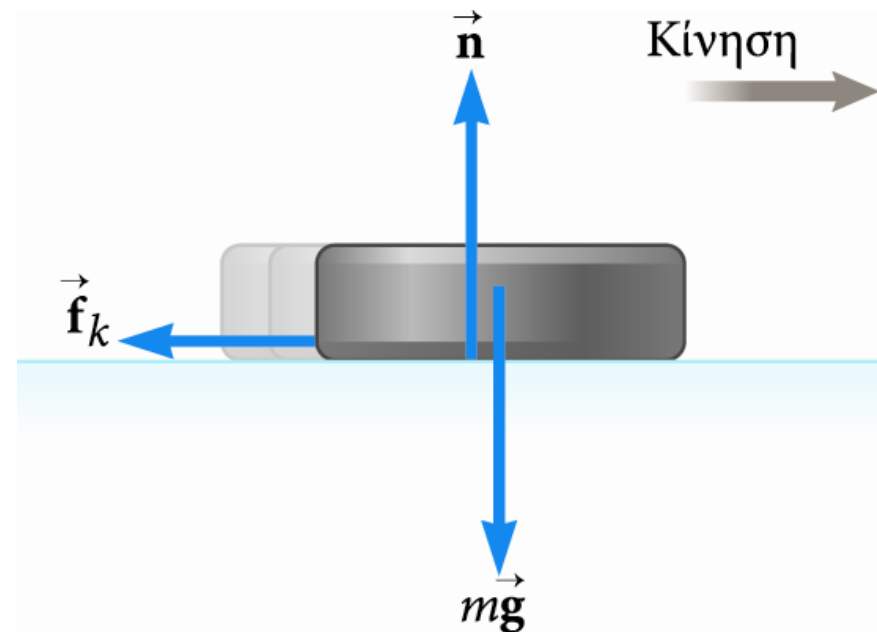


Τριβή – Παράδειγμα 2

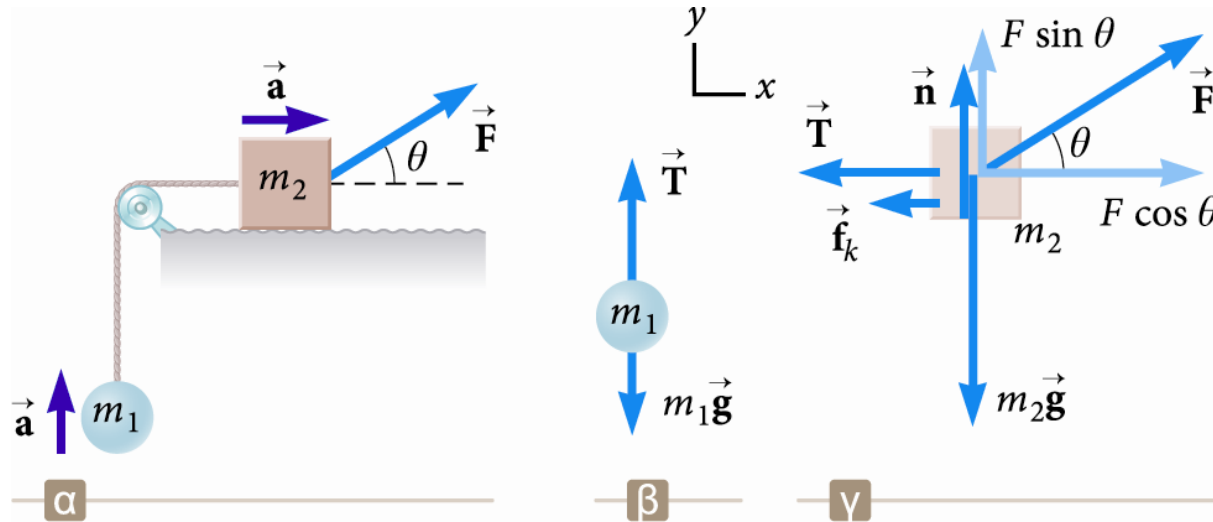
Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στο σώμα που ολισθαίνει (γλιστράει) προς τα δεξιά στις οποίες έχουμε συμπεριλάβει τη δύναμη της κινητικής τριβής.

Η δύναμη της τριβής:

- Προβάλλει αντίσταση στην κίνηση.
- Είναι παράλληλη προς τις επιφάνειες που έρχονται σε επαφή.



Τριβή – Παράδειγμα 3



Η τριβή ασκείται μόνο στο σώμα το οποίο βρίσκεται σε επαφή με κάποια άλλη επιφάνεια.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.5 Πόσο μακριά ολισθαίνει ένα κιβώτιο

Ένας ταλαίπωρος σπρώχνει ένα ξύλινο κιβώτιο που έχει μάζα $m = 10.0 \text{ kg}$ πάνω σε ξύλινο πάτωμα με σταθερή ταχύτητα $v_0 = 2.0 \text{ m/s}$.

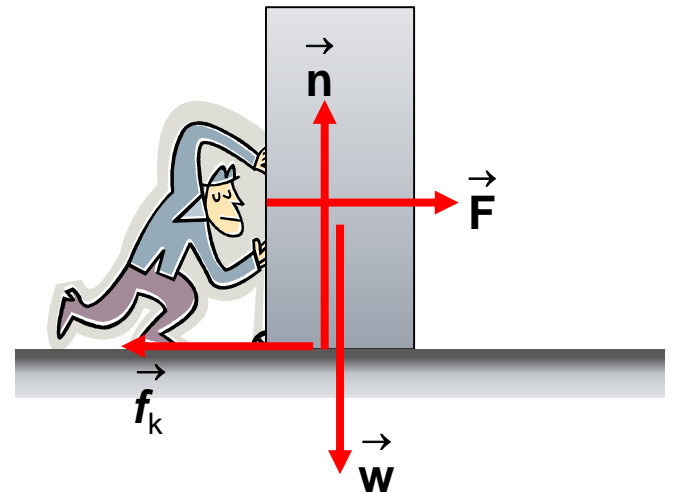
(α) Πόση δύναμη F ασκεί ο άνθρωπος στο κιβώτιο;

(β) Αν σταματήσει να σπρώχνει, πόσο μακριά θα ολισθήσει το κιβώτιο μέχρι να σταματήσει; Ο συντελεστής κινητικής τριβής ολίσθησης είναι $\mu_k = 0.20$.

ΛΥΣΗ

(α) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο είναι:

- το βάρος του \vec{w} ,
- Η κάθετη δύναμη στήριξης \vec{n} από το ξύλινο πάτωμα,
- η δύναμη \vec{F} που ασκεί ο άνθρωπος και
- η δύναμη τριβής ολίσθησης \vec{f}_k που αντιτίθεται στην κίνηση.



Εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας (1^{ος} νόμος του Νεύτωνα) για το κιβώτιο και στους δύο άξονες x (είναι ο άξονας της κίνησης) και y .

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

Στον άξονα x: $\sum F_x = F - f_k = 0 \Rightarrow F = f_k$

Στον άξονα y: $\sum F_y = n - w = 0 \Rightarrow n = w = mg$

Στην πρώτη σχέση του άξονα x, αντικαθιστώντας από τον νόμο της τριβής $f_k = \mu_k n$, έχουμε

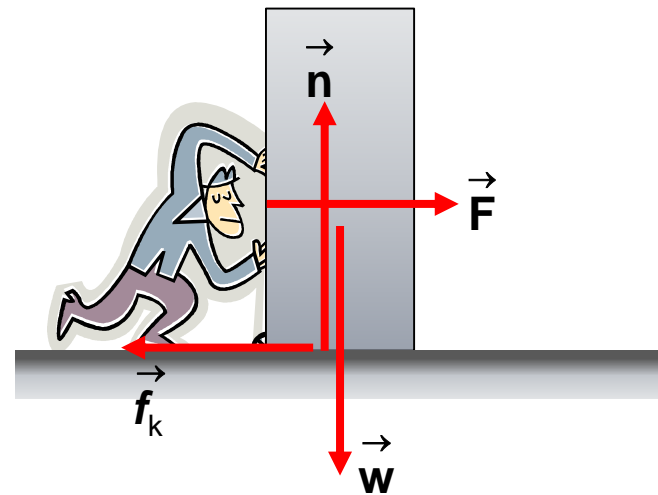
$$F = \mu_k n$$

Αντικαθιστώντας το n από τη δεύτερη σχέση του άξονα y, παίρνουμε

$$F = \mu_k mg$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μεταβλητών, βρίσκουμε:

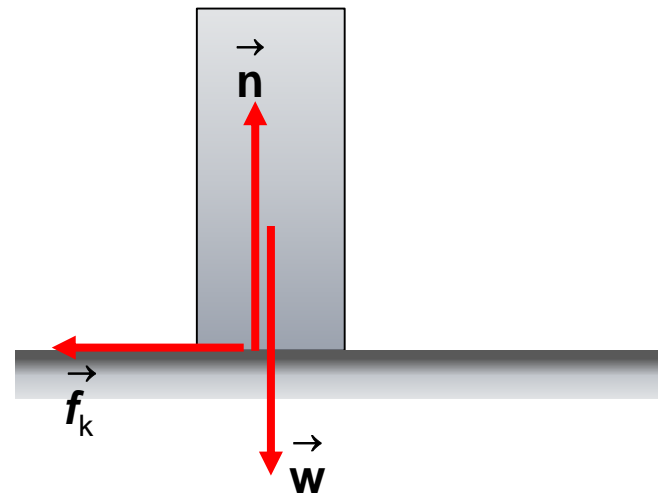
$$F = (0.20)(10.0 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 19.6 \text{ N.}$$



ΛΥΣΗ (συνέχεια)

(β) Οι δυνάμεις, που ασκούνται στο κιβώτιο όταν σταματήσει να σπρώχνει, είναι:

- το βάρος του \vec{w} ,
- Η κάθετη δύναμη στήριξης \vec{n} από το ξύλινο πάτωμα και
- η δύναμη τριβής ολίσθησης \vec{f}_k



Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα στη διεύθυνση του άξονα x (είναι ο άξονας της κίνησης και τώρα πιά έχουμε επιβραδυνόμενη κίνηση, όχι ισορροπία).

$$\sum F_x = m\alpha \Rightarrow f_k = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{f_k}{m}$$

Αντικαθιστώντας όπου $f_k = \mu_k n$, παίρνουμε $\alpha = \frac{\mu_k n}{m}$

Όπως και πριν, $n = w = mg$, οπότε $\alpha = \frac{\mu_k mg}{m} = \mu_k g = (0.20) \left(9.8 \frac{m}{s^2}\right) = 1.96 \frac{m}{s^2}$

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

Έστω Δx το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από τη στιγμή που θα σταματήσει να το σπρώχνει ο άνθρωπος ως το σημείο που θα ακινητοποιηθεί.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση

$$v_f^2 = v_i^2 + 2\alpha \Delta x$$

από τις εξισώσεις της κινηματικής, όπου:

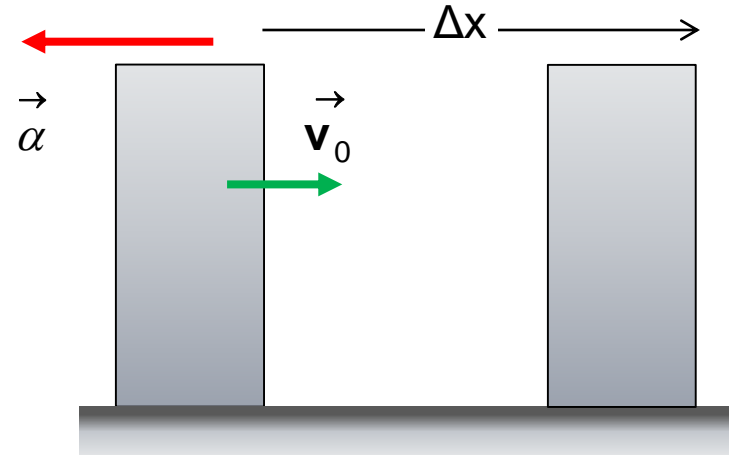
$v_i = v_0 = 2.0 \text{ m/s}$, $v_f = 0$ και $\alpha = -1.96 \text{ m/s}^2$ (γιατί είναι επιβραδυνόμενη κίνηση)
βρίσκουμε:

$$0^2 = (2.0 \text{ m/s})^2 + 2(-1.96 \text{ m/s}^2)\Delta x$$

$$\Rightarrow 0 = 4.0 \text{ m}^2/\text{s}^2 - (3.92 \text{ m/s}^2)\Delta x$$

$$\Rightarrow (3.92 \text{ m/s}^2)\Delta x = 4.0 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\Rightarrow \Delta x = (3.92 \text{ m/s}^2)/(4.0 \text{ m}^2/\text{s}^2) = \mathbf{1.02 \text{ m}}$$



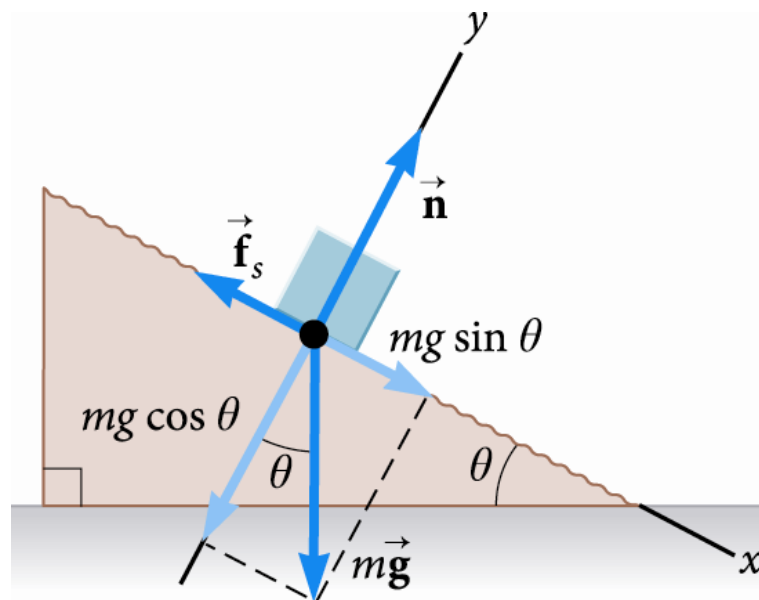
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.6 Απόρριψη μιας συρταριέρας από την καρότσα ενός φορτηγού

Μια ασάλινη συρταφιέρα που έχει μάζα $m = 50.0 \text{ kg}$ βρίσκεται στη καρότσα ενός ανατρεπόμενου φορτηγού,. Η καρότσα, η οποία είναι και αυτή κατασκευασμένη από ασάλι, εκτρέπεται σιγά-σιγά. Σε ποιά γωνία θ_{\min} θα αρχίσει να ολισθαίνει η συρταριέρα; Ο συντελεστής στατικής τριβής ολίσθησης μεταξύ συρταριέρας και κορότσας είναι $\mu_s = 0.80$.

ΛΥΣΗ

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη συρταριέρα είναι:

- το βάρος της $m\vec{g}$,
- η κάθετη δύναμη στήριξης \vec{n} από την καρότσα, και
- η δύναμη στατικής τριβής \vec{f}_s που αντιτίθεται στην κίνηση.



Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες, $mg \sin \theta$ και $mg \cos \theta$, κατά τους άξοντες x και y , αντίστοιχα.

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

Εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας (1^{ος} νόμος του Νεύτωνα) στους δύο άξονες

(Προσοχή: στον άξονα x θεωρούμε ότι η στατική τριβή έχει τη μέγιστη τιμή της

$$f_s = \mu_s n,$$

δηλαδή, η συρταριέρα είναι ακριβώς πριν ξεκινήσει την ολίσθηση.)

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = 0 \Rightarrow mg \sin \theta = f_s$$

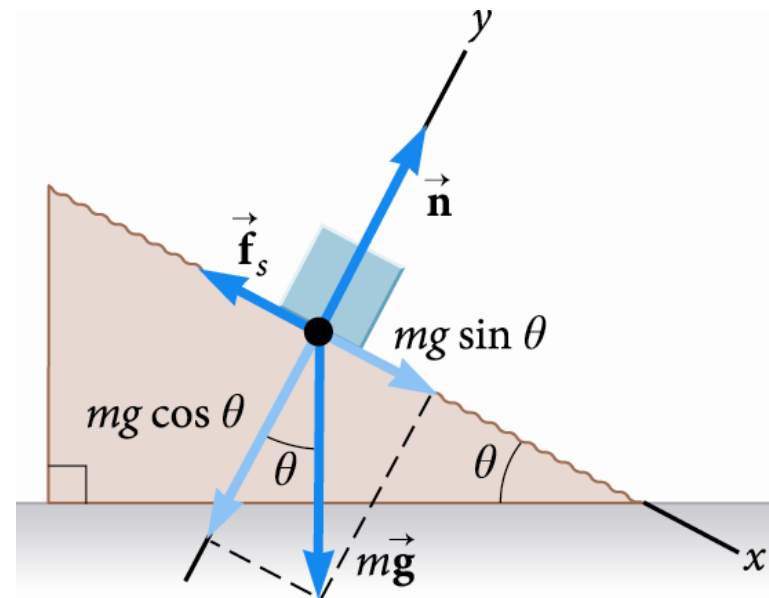
$$\sum F_y = n - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow n = mg \cos \theta$$

Η πρώτη σχέση του άξονα x , γίνεται: $mg \sin \theta = \mu_s n$

Αντικαθιστώντας τη δύναμη n από τη δεύτερη σχέση του άξονα y , έχουμε

$$mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta \Rightarrow \sin \theta = \mu_s \cos \theta \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \mu_s \Rightarrow \tan \theta = \mu_s = 0,80$$

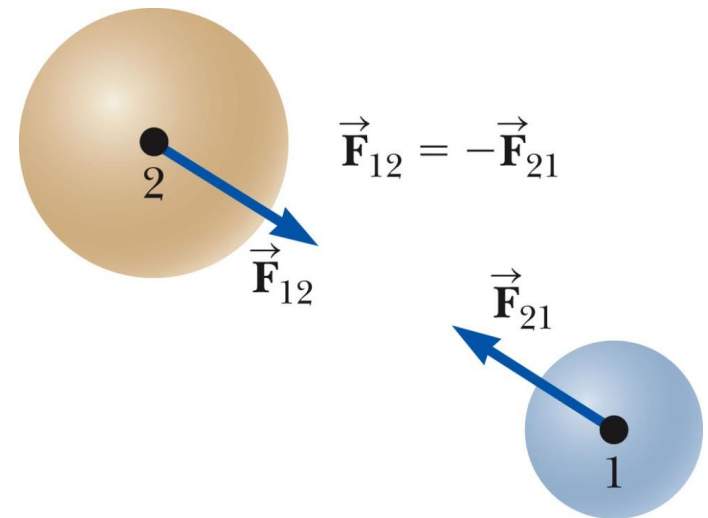
Άρα γωνία ολίσθησης είναι $\theta = \tan^{-1}(0,80) \cong 39^\circ$



Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα

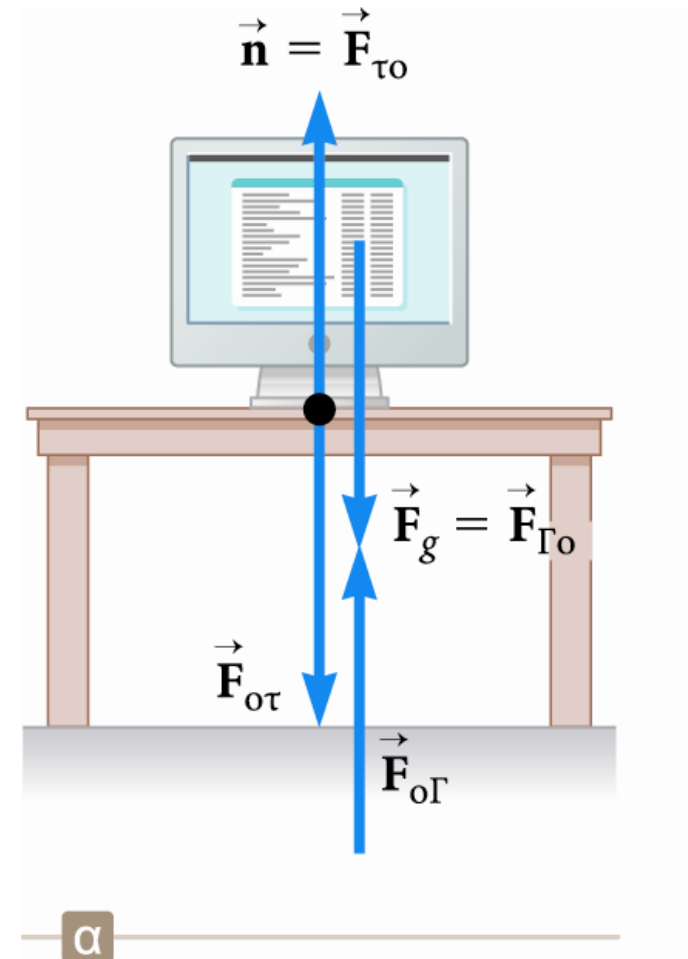
Αν δύο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη \vec{F}_{12} που ασκεί το σώμα 1 στο σώμα 2 έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη \vec{F}_{21} που ασκεί το σώμα 2 στο σώμα 1.

- $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
- Η δράση και η αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά σώματα γι'αυτό και δεν αλληλοαναιρούνται.
- Η δράση και η αντίδραση είναι δυνάμεις του ίδιου τύπου.



Παραδείγματα δράσης-αντίδρασης (2)

- Η κάθετη δύναμη $\vec{F}_{\tau o}$ που ασκεί το τραπέζι στην οθόνη είναι η αντίδραση στη δύναμη $\vec{F}_{o\tau}$ που ασκεί η οθόνη στο τραπέζι.
- Η δύναμη που ασκεί η Γη στην οθόνη, δηλαδή το βάρος της \vec{F}_g έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη της αντίδρασης $\vec{F}_{o\Gamma}$ που ασκεί η οθόνη στη Γη.



Περισσότερα από ένα σώματα – Παράδειγμα: Η μηχανή του Atwood

Στα σώματα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

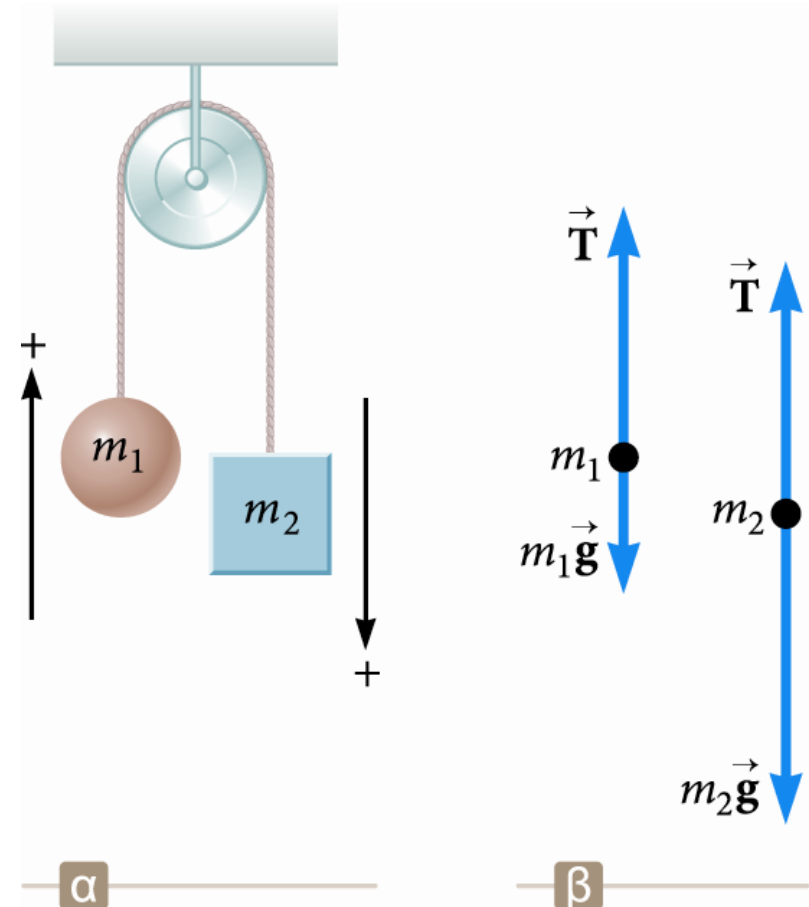
- Τάση (ίδια για τα δύο σώματα, επειδή υπάρχει ένα νήμα).
- Βαρυτική δύναμη.

Εφόσον τα σώματα συνδέονται μέσω του νήματος έχουν επιταχύνσεις ίδιου μέτρου.

Σχεδιάστε τα διαγράμματα ελεύθερου σώματος.

Εφαρμόστε τους νόμους του Νεύτωνα.

Λύστε ως προς τις άγνωστες μεταβλητές.



Μελέτη της μηχανής του Atwood

Μελετήστε τις τιμές της τάσης και της επιτάχυνσης όταν οι μάζες μεταβάλλονται.

- Σημειώστε ότι η επιτάχυνση είναι ίδια για τα δύο σώματα.
- Εφόσον η τροχαλία δεν έχει μάζα και τριβή, η τάση και στις δύο πλευρές της τροχαλίας είναι ίδια.

Κι αν...;

- Η μάζα των δύο σωμάτων είναι ίδια;
- Η μία από τις μάζες είναι πολύ μεγαλύτερη από την άλλη;

Περισσότερα από ένα σώματα – Παράδειγμα 2

Σχεδιάστε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για κάθε σώμα

- Υπάρχει ένα νήμα, άρα η τάση T είναι ίδια για τα δύο σώματα.
- Τα σώματα συνδέονται, άρα οι επιταχύνσεις τους a έχουν ίσα μέτρα.

Εφαρμόστε τους νόμους του Νεύτωνα.

Λύστε ως προς τις άγνωστες μεταβλητές.

