

# Φαινόμενα Μεταφοράς Μάζας – Θερμότητας

11<sup>η</sup> Διάλεξη

Θερμική συμπεριφορά  
πτερυγίων ψύξης

Εμμανουήλ Σουλιώτης

Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος  
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας  
Ακαδημαϊκό Έτος 2018-2019

# Μαθησιακοί στόχοι

- Υπολογισμός ισοδύναμου μήκους πτερυγίου (§5.3.2)
- Περιγραφή και ανάλυση των εννοιών:
  - Αποτελεσματικότητας πτερυγίων (§5.5.1)
  - Απόδοσης πτερυγίων (§5.5.2)
  - Αντίστασης πτερυγίων (§5.5.3)
- Περιγραφή αρχών επιλογής κατάλληλου μήκους πτερυγίων (§5.5.4)
- Υπολογισμός ολικής απόδοσης επιφάνειας μεταφοράς (§5.6)

# Ισοδύναμο μήκος πτερυγίου

- Σχέσεις υπολογισμού ρυθμού μεταφοράς

- Αδιαβατικό άκρο

$$\dot{q}_f = \sqrt{hPkA_c} \vartheta_b \tanh(mL)$$

- Συνθήκες συναγωγής στο άκρο

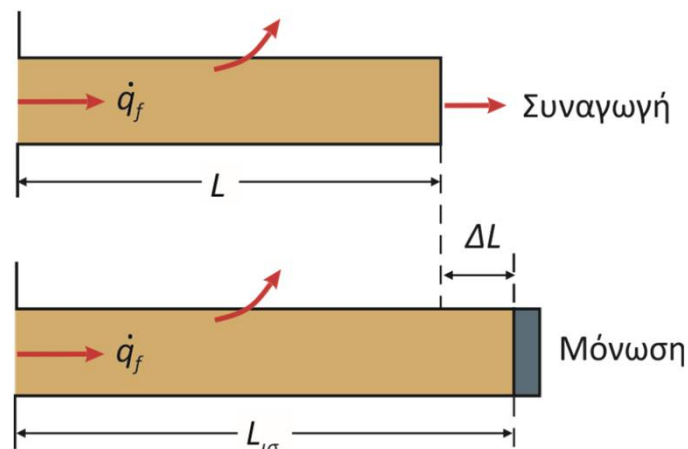
$$\dot{q}_f = \sqrt{hPkA_c} \vartheta_b \frac{\sinh(mL) + \frac{h}{km} \cosh(mL)}{\cosh(mL) + \frac{h}{km} \sinh(mL)}$$

- Ισοδύναμο μήκος  $L_{ισ}$

*Διορθωμένο μήκος πτερυγίου με συναγωγή στο άκρο ώστε να ισχύουν οι σχέσεις για πτερύγιο με αδιαβατικό άκρο (αντικαθιστώντας το  $L$  με το  $L_{ισ}$ )*

- + Απλή σχέση
- Μη ρεαλιστική συνθήκη

- Σύνθετη σχέση
- + Ρεαλιστική συνθήκη

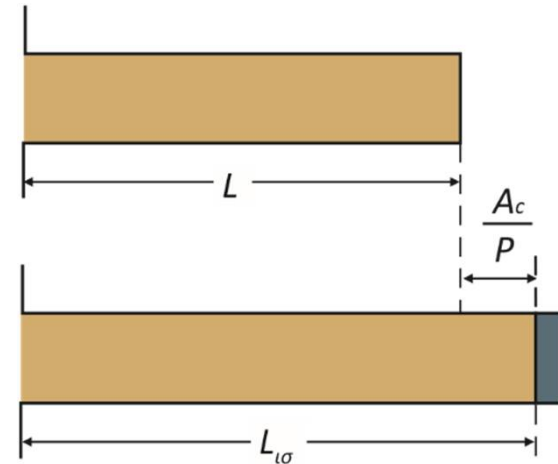


# Υπολογισμός ισοδύναμου μήκους

- Για πτερύγια σταθερής διατομής

$$L_{\text{ισ}} = L + \frac{A_c}{P}$$

$A_c$  Εμβαδό εγκάρσιας διατομής  
 $P$  Περίμετρος



Κυλινδρικό πτερύγιο

$$A_c = \pi r_o^2 \quad P = 2\pi r_o$$



$$L_{\text{ισ,κυλ}} = L + \frac{r_o}{2}$$

Ορθογωνικό πτερύγιο

$$A_c = wt \quad P = 2w$$



$$L_{\text{ισ,ορθ}} = L + \frac{t}{2}$$

# Θερμική συμπεριφορά πτερυγίων

Αύξηση ωφέλιμης  
επιφάνειας

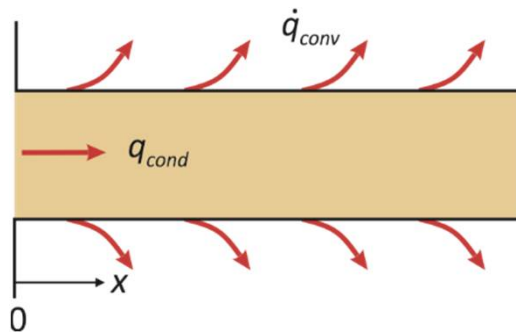


Μείωση αντίστασης  
συναγωγής

Θερμότητα μεταφέρεται από  
την επιφάνεια στο πτερύγιο



Εισαγωγή αντίστασης  
αγωγής



?

Αυξάνεται ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας;  
Αν ναι, πόσο;



**Δείκτες θερμικής συμπεριφοράς πτερυγίων**

# Αποτελεσματικότητα πτερυγίων

Αποτελεσματικότητα (effectiveness) =  $\frac{\text{ρυθμός μεταφοράς με το πτερύγιο}}{\text{ρυθμός μεταφοράς χωρίς το πτερύγιο}}$

$$\varepsilon_f = \frac{\dot{q}_f}{\dot{q}_b} = \frac{\dot{q}_f}{h A_b \vartheta_b}$$

$A_b$  Εμβαδό επιφάνειας βάσης

## Στόχοι σχεδιασμού

- Τα πτερύγια σχεδιάζονται ώστε η τιμή της  $\varepsilon_f$  να είναι όσο το δυνατό μεγαλύτερη
- Σπάνια δικαιολογείται η χρήση πτερυγίων με  $\varepsilon_f < 2$
- Αν  $\varepsilon_f < 1$  τότε το πτερύγιο προκαλεί μόνωση της επιφάνειας

# Υπολογισμός αποτελεσματικότητας

- Πτερύγιο σταθερής διατομής με συνθήκες συναγωγής στο άκρο (ή αδιαβατικό άκρο)

$$\varepsilon_f = \frac{\sqrt{hPkA_c} \vartheta_b \tanh(mL_{\text{ισ}})}{hA_c \vartheta_b} = \sqrt{\frac{kP}{hA_c}} \tanh(mL_{\text{ισ}})$$

\* σε πτερύγια σταθερής διατομής  $A_b = A_c$

## Σχεδιαστικές παράμετροι

Η αποτελεσματικότητα αυξάνεται με

<b>Αύξηση <math>k</math></b>	Επιλέγονται υλικά υψηλής θερμικής αγωγιμότητας (αλουμίνιο, χαλκός, κλπ.)
<b>Αύξηση μήκους <math>L_{\text{ισ}}</math></b>	
<b>Αύξηση του λόγου <math>P/A_c</math></b>	Προτιμώνται λεπτά και πυκνά τοποθετημένα πτερύγια
<b>Μείωση του <math>h</math></b>	Η χρήση πτερυγίων δικαιολογείται σε περιπτώσεις που ο συντελεστής συναγωγής είναι μικρός

# Απόδοση πτερυγίων

Απόδοση (efficiency) =  $\frac{\text{ρυθμός μεταφοράς με το πτερύγιο}}{\text{μέγιστος ρυθμός μεταφοράς}}$

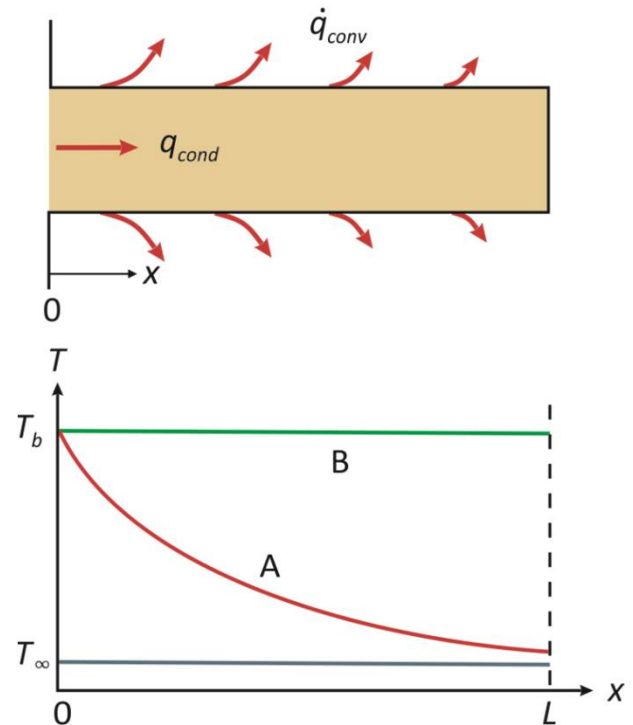
- **Μέγιστος ρυθμός** → αν η θερμοκρασία όλου του πτερυγίου ήταν ίδια με της βάσης  $T_b$

$$n_f = \frac{\dot{q}_f}{\dot{q}_{max}} = \frac{\dot{q}_f}{hA_f\vartheta_b}$$

- Πτερύγιο σταθερής διατομής με συνθήκες συναγωγής στο άκρο (ή αδιαβατικό άκρο)

$$n_f = \frac{\sqrt{hPkA_c}\vartheta_b \tanh(mL_{\sigma})}{hPL_{\sigma}\vartheta_b} = \frac{\tanh(mL_{\sigma})}{mL_{\sigma}}$$

\* σε πτερύγια σταθερής διατομής  $A_f = PL_{\sigma}$





# Κατάλληλο μήκος πτερυγίου

Αύξηση μήκους πτερυγίου ➔ + Αύξηση αποτελεσματικότητας (όφελος)  
 - Μείωση απόδοσης (κόστος)

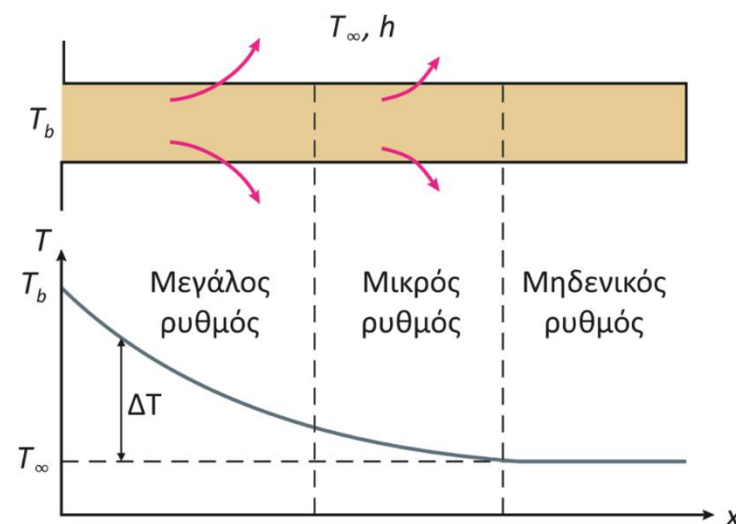
Πτερύγιο απείρου μήκους  $\dot{q}_{f,\infty} = \sqrt{hPkA_c} \vartheta_b$

Πεπερασμένο πτερύγιο  $\dot{q}_f = \sqrt{hPkA_c} \vartheta_b \tanh(mL_{\sigma})$

Λόγος ρυθμού προς ρυθμό απείρου μήκους  $\frac{\dot{q}_f}{\dot{q}_{f,\infty}} = \tanh(mL_{\sigma})$

Παράδειγμα: Πτερύγιο με  $m = 10 \text{ m}^{-1}$

$mL_{\sigma}$	$L_{\sigma}$	$\tanh(mL_{\sigma})$	$\dot{q}_f / \dot{q}_{f,\infty}$
6	60 cm	1	100%
3	30 cm	0.995	99.5%
1	10 cm	0.762	76.2%



# Αντίσταση πτερυγίων

- Ορισμός:

$$\dot{q}_f = \frac{\vartheta_b}{R_f} \Rightarrow R_f = \frac{\vartheta_b}{\dot{q}_f}$$

- Αντίσταση και αποτελεσματικότητα

$$\dot{q}_b = \frac{\vartheta_b}{R_b} \text{ με } R_b = \frac{1}{hA_b} \text{ άρα } \varepsilon_f = \frac{\dot{q}_f}{\dot{q}_b} = \frac{R_b}{R_f}$$

→ αύξηση της αποτελεσματικότητας προκαλείται με μείωση της αντίστασης

- Αντίσταση και απόδοση

$$n_f = \frac{\dot{q}_f}{hA_f \vartheta_b} \text{ άρα } n_f = \frac{1}{R_f hA_f}$$

→ αύξηση της απόδοσης προκαλείται με μείωση του γινομένου  $R_f A_f$

# Πτερύγια και αντίσταση επαφής

- Αντίσταση επαφής ανά μονάδα επιφάνειας

$$R_c = \frac{R_c''}{A_b} \quad R_c'' \text{ αντίσταση ανά μονάδα επιφάνειας}$$

- Ισοδύναμη (συνολική) αντίσταση κυκλώματος

$$R_{f,c} = R_f + \frac{R_c''}{A_b}$$

- Απόδοση πτερυγίου

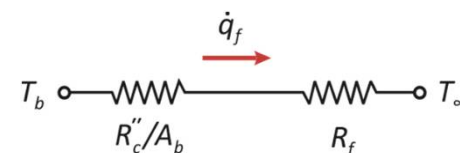
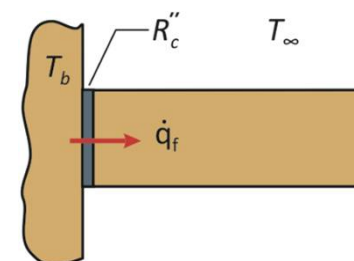
χωρίς αντίσταση επαφής

με αντίσταση επαφής

$$n_f = \frac{1}{R_f h A_f}$$

$$n_{f,c} = \frac{1}{R_{f,c} h A_f}$$

$$n_{f,c} = \frac{n_f}{1 + n_f h A_f R_c'' / A_b}$$



# Παράδειγμα 1

## Ψύξη στοιχείου ηλεκτρονικού κυκλώματος

Η μέγιστη ισχύς λειτουργίας ενός στοιχείου ηλεκτρονικού κυκλώματος είναι 100 W και η μέγιστη επιτρεπόμενη θερμοκρασία της επιφάνειάς του  $T_{max} = 80^\circ\text{C}$ .

Το στοιχείο λειτουργεί σε περιβάλλον θερμοκρασίας  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  και για την ψύξη του χρησιμοποιείται ένα εμπορικό πτερύγιο (ψήκτρα) αντίστασης  $R_f = 0.5 \text{ K/W}$ .

Να υπολογιστούν:

- (α) Η μέγιστη θερμοκρασία της επιφάνειας του στοιχείου όταν (i) η αντίσταση επαφής του πτερυγίου είναι  $R_c = 0.3 \text{ K/W}$  και (ii) όταν η αντίσταση επαφής μηδενίζεται (π.χ. με τη χρήση κατάλληλης θερμοαγώγιμης πάστας).
- (β) Η απόδοση του πτερυγίου στις δύο παραπάνω περιπτώσεις αν η επιφάνειά του είναι  $A_f = 0.1 \text{ m}^2$  και ο συντελεστής συναγωγής  $h = 25 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ .

# Παράδειγμα 1 – Λύση 1/2

## Μέγιστη θερμοκρασία επιφάνειας

Η μέγιστη θερμοκρασία της επιφάνειας του στοιχείου ( $T_b$ ) εμφανίζεται όταν αυτό λειτουργεί στη μέγιστη ισχύ. Το ποσό θερμότητας που παράγεται και απομακρύνεται από το πτερύγιο είναι:

$$\dot{q}_f = 100 \text{ W}$$

(i) Με αντίσταση επαφής

Ο ρυθμός απαγωγής θερμότητας δίνεται από:

$$\dot{q}_f = \frac{\vartheta_b}{R_{f,c}} = \frac{T_b - T_\infty}{R_{f,c}} \Rightarrow T_b = T_\infty + \dot{q}_f R_{f,c}$$

Η συνολική αντίσταση είναι:

$$R_{f,c} = R_f + R_c = 0.5 + 0.3 = 0.8 \text{ K/W}$$

Επομένως:

$$T_b = T_\infty + \dot{q}_f R_{f,c} = 20 + 100 \times 0.8 = 100^\circ\text{C} > T_{max} = 80^\circ\text{C}$$

# Παράδειγμα 1 – Λύση 2/2

Για να λειτουργεί το στοιχείο σε επιτρεπτά θερμοκρασιακά όρια, η ισχύς του δεν πρέπει να υπερβαίνει την τιμή

$$\dot{q}_{f,max} = \frac{T_{max} - T_{\infty}}{R_{f,c}} = \frac{80 - 20}{0.8} = 75 \text{ W}$$

(ii) Χωρίς αντίσταση επαφής

$$T_b = T_{\infty} + \dot{q}_f R_f = 20 + 100 \times 0.5 = 70^{\circ}\text{C} < T_{max} = 80^{\circ}\text{C}$$

## Απόδοση πτερυγίου

(i) Με αντίσταση επαφής

$$\eta_{f,c} = \frac{1}{R_{f,c} h A_f} = \frac{1}{0.8 \times 25 \times 0.1} = 0.5$$

(ii) Χωρίς αντίσταση επαφής

$$\eta_f = \frac{1}{R_f h A_f} = \frac{1}{0.5 \times 25 \times 0.1} = 0.8$$

# Συστοιχίες πτερυγίων

- Σειρά πτερυγίων που προσκολλούνται σε επιφάνεια
- Θερμότητα μεταφέρεται από τα πτερύγια αλλά και το τμήμα της επιφάνειας που δεν καλύπτεται από πτερύγια ( $A_s$ , κύρια επιφάνεια)

$$\dot{q}_{tot} = N\dot{q}_f + \dot{q}_s = N\dot{q}_f + hA_s\vartheta_b$$

- Πτερύγια σταθερής διατομής με συνθήκες συναγωγής στα άκρα

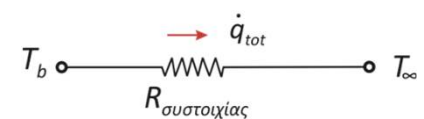
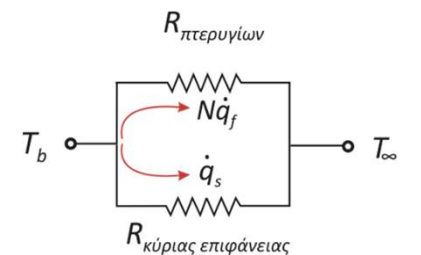
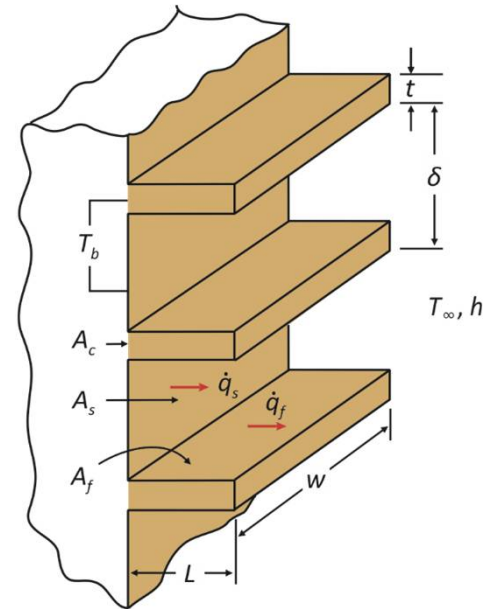
$$\dot{q}_{tot} = N\sqrt{hPkA_c} \tanh(mL_{\sigma})\vartheta_b + hA_s\vartheta_b$$

- Ισοδύναμο θερμικό κύκλωμα

$$R_{\text{πτερυγίων}} = \frac{1}{N\sqrt{hPkA_c} \tanh(mL_{\sigma})}$$

$$R_{\text{κύριας επιφάνειας}} = \frac{1}{hA_s}$$

$$R_{\text{συστοιχίας}} = \left( \frac{1}{R_{\text{πτερυγίων}}} + \frac{1}{R_{\text{κύριας επιφάνειας}}} \right)^{-1}$$



# Αποτελεσματικότητα και απόδοση συστοιχίας

- Αποτελεσματικότητα

$$n_f = \frac{\dot{q}_{tot}}{hA_b\vartheta_b} \quad \text{όπου} \quad A_b = NA_c + A_s$$

- Απόδοση συστοιχίας

$$\varepsilon_f = \frac{\dot{q}_{tot}}{hA_{tot}\vartheta_b} \quad \text{όπου} \quad A_{tot} = NA_f + A_s$$

