# Φαινόμενα Μεταφοράς Μάζας – θερμότητας

## 2η Διάλεξη
## Μηχανισμοί μετάδοσης θερμότητας

Εμμανουήλ Σουλιώτης

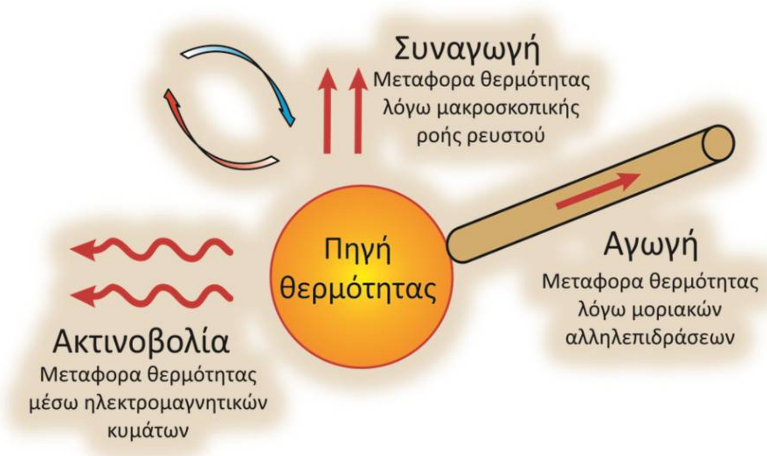
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
Ακαδημαϊκό Έτος 2018-2019

# Μαθησιακοί στόχοι

- Επεξήγηση του μηχανισμού μεταφοράς θερμότητας με αγωγή και παρουσίαση και εφαρμογή του νόμου Fourier (§1.3.1)
- Επεξήγηση του μηχανισμού μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή και παρουσίαση και εφαρμογή του νόμου ψύξης του Newton (§1.3.2)
- Επεξήγηση του μηχανισμού μεταφοράς θερμότητας με ακτινοβολία και παρουσίαση και εφαρμογή του νόμου Stefan-Boltzmann (§1.3.3)

# Μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας

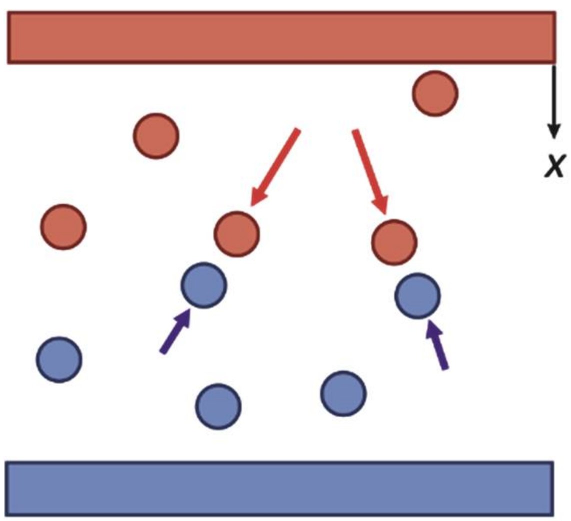
| Μηχανισμός | Αιτία | Εμφάνιση |
|---|---|---|
| **Αγωγή** (conduction) | Μοριακές αλληλεπιδράσεις | Στερεά και ακίνητα ρευστά |
| **Συναγωγή** (convection) | Μακροσκοπική μετακίνηση πακέτων ρευστού | Κινούμενα ρευστά (εξαναγκασμένη ή φυσική κυκλοφορία) |
| **Ακτινοβολία** (radiation) | Ηλεκτρομαγνητικά κύματα | Σε κάθε μέσο (δεν απαιτείται ύλη) |



# Αγωγή – Μικροσκοπικά φαινόμενα

*Θερμότητα μεταφέρεται σε ένα υλικό λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς **χωρίς να υπάρχει μακροσκοπική μετακίνηση της μάζας του υλικού**, παρόλο που τα μόρια μετακινούνται όπως περιγράφεται από τη θεωρία της μοριακής δομής της ύλης*

**Συγκρούσεις Μορίων**

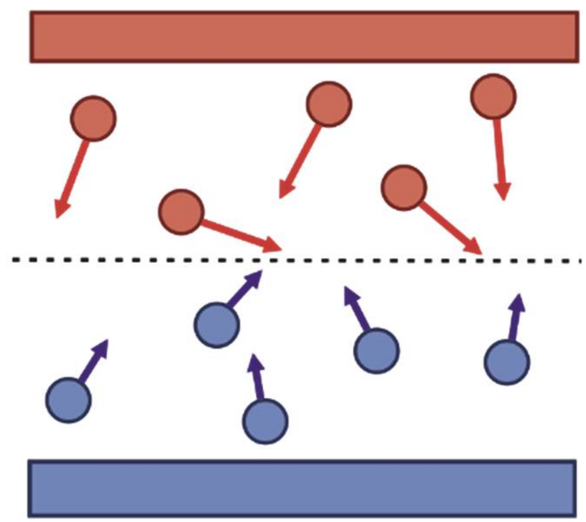



$T_1 > T_2$

$\dot{q}''_x$

$T_2$

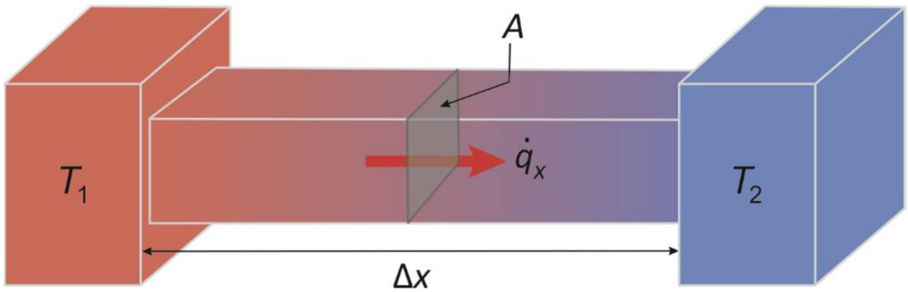
**Μοριακή Διάχυση**



# Αγωγή Θερμότητας – Νόμος **Fourier**

- Ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας είναι
  - Ανάλογος της διαφοράς θερμοκρασίας ($\Delta T$)
  - Αντιστρόφως ανάλογος του μήκους ($\Delta x$)
  - Ανάλογος της εγκάρσιας επιφάνειας ($A$)

$$\dot{q}_x \cong A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$




- **Νόμος Fourier**

$$\dot{q}_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$$

ή

$$\dot{q}''_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

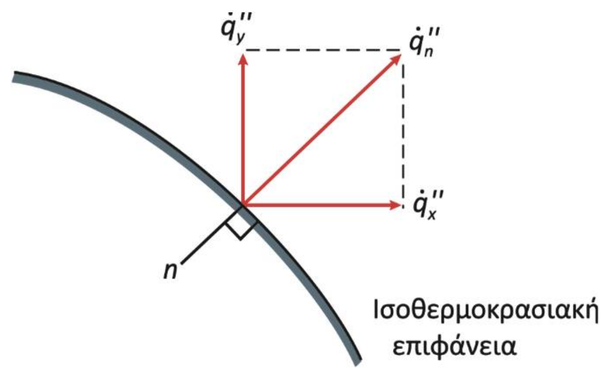
*ρυθμός μεταφοράς θερμότητας*

*ροή θερμότητας*

# Γενική μορφή Νόμου **Fourier**

- Ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας και η ροή θερμότητας είναι **διανυσματικά μεγέθη**

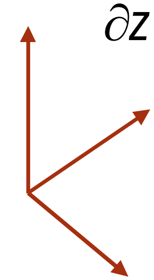
- Το διάνυσμα της ροής θερμότητας είναι κάθετο σε **ισοθερμοκρασιακές** επιφάνειες




$$\dot{q}_n'' = -k\,\frac{\partial T}{\partial n}$$

- Αγωγή θερμότητας σε **τρεις διαστάσεις**

$$\dot{\mathbf{q}}'' = -k\,\nabla T$$



$$\dot{q}_z'' = -k\,\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\dot{q}_y'' = -k\,\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\dot{q}_x'' = -k\,\frac{\partial T}{\partial x}$$

# Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας

- Διαστάσεις

$$[k] = \frac{\text{Ενέργεια}}{\text{Χρόνος} \times \text{Επιφάνεια} \times \text{Βαθμίδα Θερμοκρασίας}}$$

- Μονάδες: W/m·K

- Σχέσεις μεγέθους

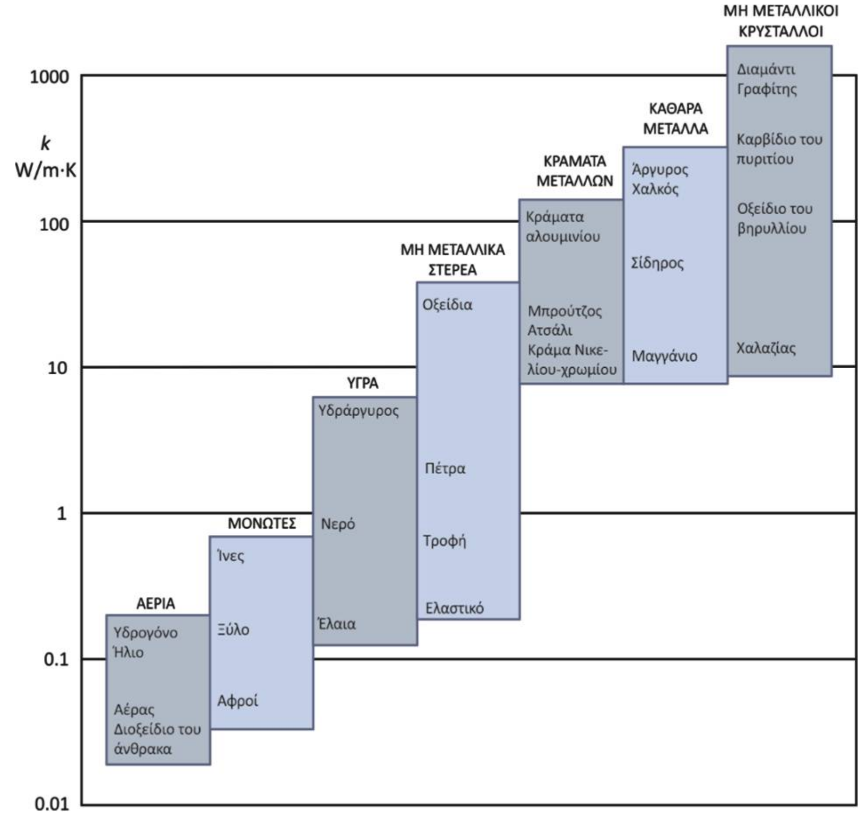
$$k_{αερίων} < k_{υγρών} < k_{στερεών}$$

- Εξάρτηση από $T$ και $p$

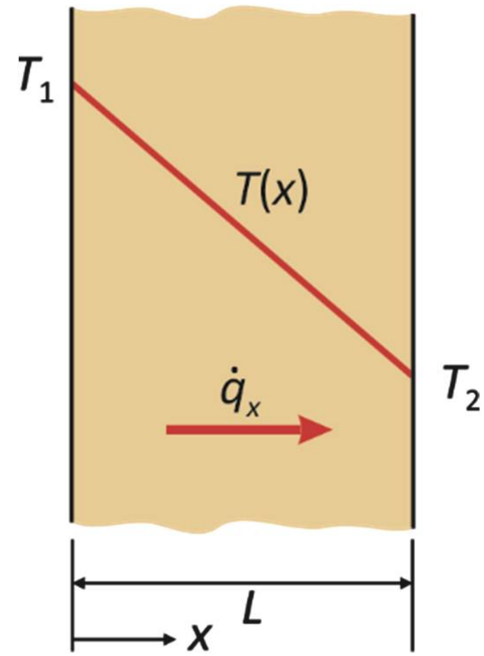
$$k_{στερεών} = f(T) \quad k_{στερεών} \downarrow \text{ όταν } T \uparrow$$

$$k_{υγρών} = f(T) \quad k_{υγρών} \downarrow \text{ όταν } T \uparrow$$

$$k_{αερίων} = f(T, p) \quad k_{αερίων} \uparrow \text{ όταν } T \uparrow$$



# Αγωγή σε μόνιμη κατάσταση




- Συνθήκες
  - Επίπεδο τοίχωμα
  - Μονοδιάστατη αγωγή
  - Μόνιμη κατάσταση
  - Χωρίς παραγωγή θερμότητας
  - Σταθερός συντελεστής αγωγιμότητας
- Ροή θερμότητας σταθερή (από ισοζύγιο ενέργειας)

$$\dot{q}''_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} = \mathrm{ct} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \mathrm{ct}$$

- Βαθμίδα θερμοκρασίας σταθερή (γραμμική μεταβολή)

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

- **Ροή θερμότητας** και **ρυθμός μεταφοράς θερμότητας** (σταθερός)

$$\boxed{\dot{q}''_x = k\frac{T_1 - T_2}{L}} \qquad \dot{q}_x = \dot{q}''_x A \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{q}_x = kA\frac{T_1 - T_2}{L}}$$

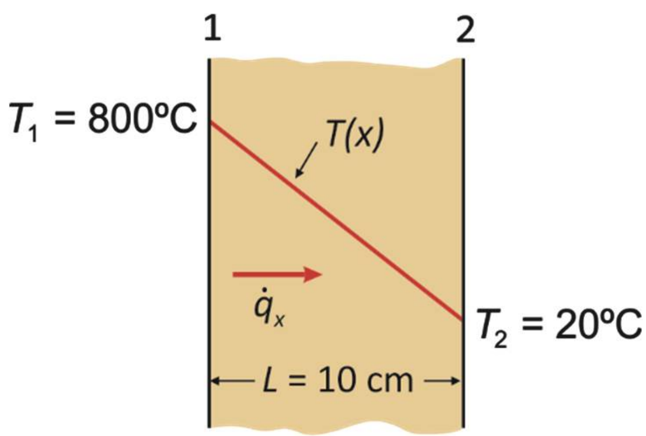
# Παράδειγμα 1

## Θερμικές απώλειες από τοίχωμα κλιβάνου

Να υπολογισθούν οι θερμικές απώλειες από το τοίχωμα κλιβάνου

**Δεδομένα**

- Πάχος τοιχώματος $L = 10$ cm
- Επιφάνεια τοιχώματος $A = 5$ m$^2$
- Θερμοκρασία εσωτερικής πλευράς $T_1 = 800$°C
- Θερμοκρασία εξωτερικής πλευράς $T_2 = 20$°C
- Τοίχωμα από πυρίμαχο τούβλο με $k = 1.3$ W/m·K

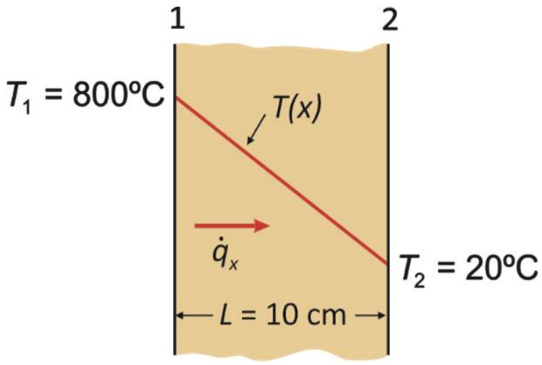


# Παράδειγμα 1 – Λύση

## Θερμικές απώλειες

Ροή θερμότητας

$$\dot{q}''_x = k\frac{T_1 - T_2}{L} = 1.3 \times \frac{800 - 20}{0.1} = 10140 \ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$




Ρυθμός μεταφοράς θερμότητας ≡ Θερμικές απώλειες

$$\dot{q}_x = \dot{q}''_x A = 10140 \times 5 = 50700 \text{ W}$$

**Παραδοχές**

*(α) Το υλικό μέσο από το οποίο μεταφέρεται η θερμότητα είναι στερεό, οπότε ο μόνος μηχανισμός μεταφοράς είναι η αγωγή*

*(β) Σταθερή ροή θερμότητας, πράγμα που προϋποθέτει μόνιμη κατάσταση, σταθερές θερμοκρασίες των επιφανειών, χωρίς παραγωγή θερμότητας*

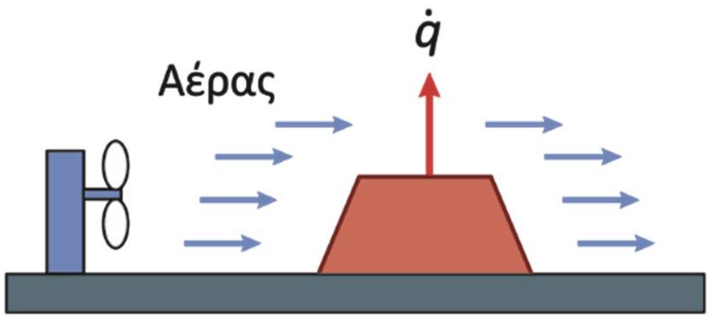
*(γ) Σταθερός συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας*

*(δ) Αγωγή προς μία κατεύθυνση, δηλαδή οι ισοθερμοκρασιακές επιφάνειες είναι παράλληλα επίπεδα*

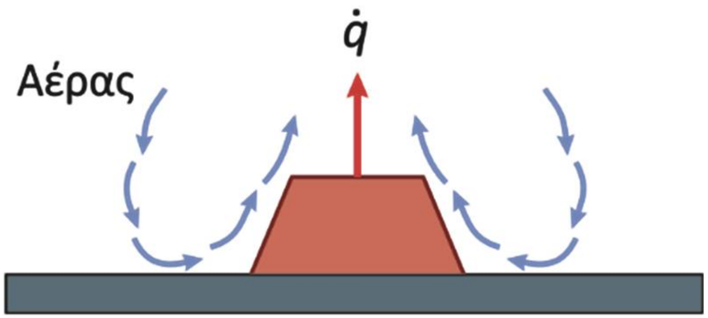
# Συναγωγή – Μακροσκοπικά φαινόμενα

*Θερμότητα μεταφέρεται **λόγω μετακίνησης μάζας ρευστού**.*
*Το ρευστό που μετακινείται από μια θέση του χώρου σε άλλη μεταφέρει μαζί του και την ενέργεια που περιέχει, επηρεάζοντας το ενεργειακό περιεχόμενο (και τη θερμοκρασία) του χώρου στον οποίο καταλήγει.*

**Εξαναγκασμένη κυκλοφορία**

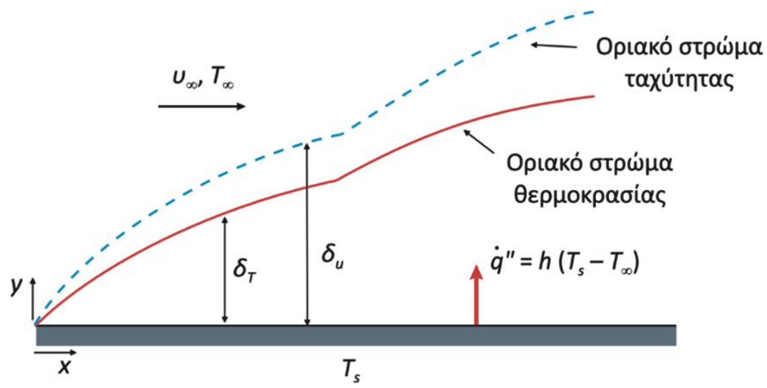



**Φυσική κυκλοφορία**

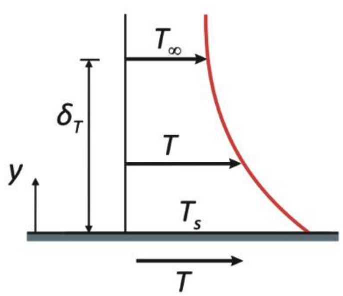


# Συναγωγή από επιφάνεια σε ρευστό

Οριακό στρώμα θερμοκρασίας και ταχύτητας




Κατανομή θερμοκρασίας στο οριακό στρώμα




$$\dot{q}'' = -k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

**Νόμος ψύξης του Newton**

$$\dot{q}'' = h\left(T_s - T_\infty\right)$$

# Συντελεστής συναγωγής

- Διαστάσεις

$$[h] = \frac{\text{Ενέργεια}}{\text{Χρόνος} \times \text{Επιφάνεια} \times \text{Διαφορά Θερμοκρασίας}}$$

- Μονάδες: W/m²·K
- *f* (χαρακτηριστικά ροής, ιδιότητες ρευστού)

*ταχύτητα*
*γεωμετρία*

*αγωγιμότητα (k)*
*ειδική θερμότητα ($c_p$)*
*ιξώδες (μ)*
*πυκνότητα (ρ)*

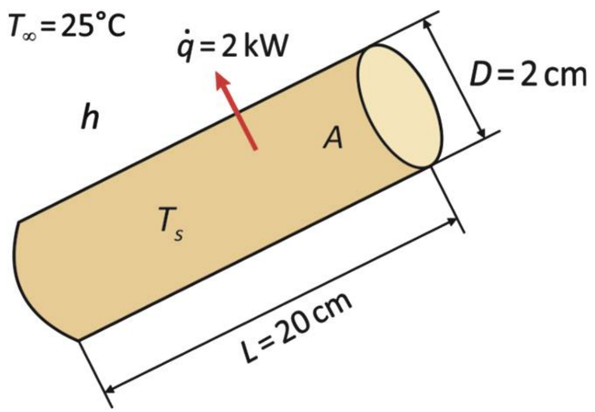
- Τυπικές τιμές

| **Πεδίο ροής** | **h (W/m²·K)** |
|---|---|
| Φυσική κυκλοφορία – Αέριο | 2 – 25 |
| Φυσική κυκλοφορία – Υγρό | 10 – 1000 |
| Εξαναγκασμένη κυκλοφορία – Αέριο | 25 – 250 |
| Εξαναγκασμένη κυκλοφορία – Υγρό | 50 – 20000 |
| Βρασμός και συμπύκνωση | 2500 – 100000 |

# Παράδειγμα 2

## Συναγωγή από την επιφάνεια ηλεκτρικής αντίστασης

Θεωρείται ηλεκτρική αντίσταση ισχύος 2 kW που έχει τη μορφή κυλίνδρου μήκους $L = 20$ cm και διαμέτρου $D = 2$ cm. Η αντίσταση τοποθετείται σε νερό θερμοκρασίας $T_\infty = 25°C$ όπου ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή από την επιφάνεια του κυλίνδρου προς το ρευστό είναι $h_{water} = 2500\ W/m^2{\cdot}K$




α) Ποια θα είναι η θερμοκρασία στην επιφάνεια της αντίστασης σε μόνιμη κατάσταση;

β) Ποια θα είναι η θερμοκρασία στην επιφάνεια της αντίστασης αν αφεθεί στον αέρα της ίδιας θερμοκρασίας, όπου ο συντελεστής μεταφοράς με συναγωγή είναι $h_{air} = 20\ W/m^2{\cdot}K$;

# Παράδειγμα 2 – Λύση

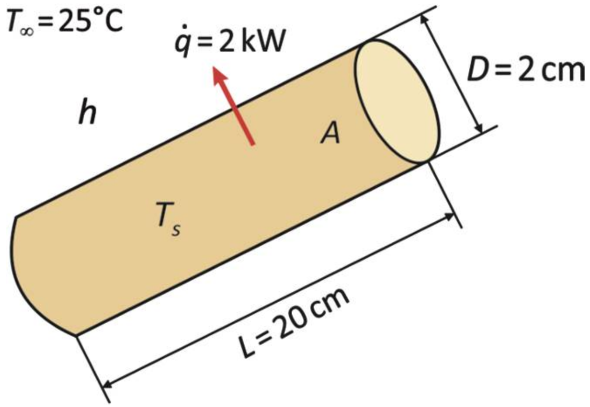
## Ανάλυση

Η θερμότητα που παράγεται απομακρύνεται με συναγωγή από την επιφάνεια *A*

$$\dot{q} = hA\left(T_s - T_\infty\right)$$

Επομένως, η θερμοκρασία της επιφάνειας είναι

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}}{h\,A}$$




Η επιφάνεια συναγωγής είναι

$$A = \pi LD + 2\pi\frac{D^2}{4} = \pi \times 0.2 \times 0.02 + 2 \times \pi \times \frac{0.02^2}{4} = 1.319 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^2$$

## Εφαρμογή

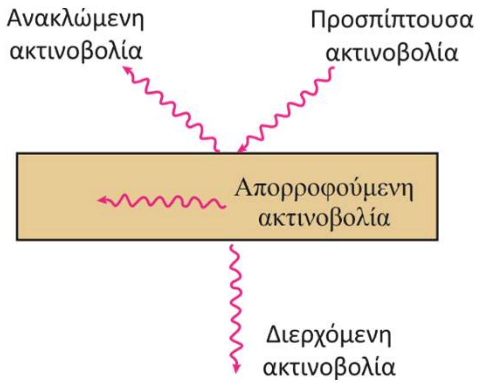
Στο νερό $$T_{s,water} = T_\infty + \frac{\dot{q}}{h_{water}A} = 25 + \frac{2 \cdot 10^3}{2500 \times 1.319 \cdot 10^{-2}} = 85.65°\text{C} = 358.8\text{K}$$

Στον αέρα $$T_{s,air} = T_\infty + \frac{\dot{q}}{h_{air}A} = 25 + \frac{2 \cdot 10^3}{20 \times 1.319 \cdot 10^{-2}} = 7606.5°\text{C} = 7879.65\,\text{K}$$

# Θερμική ακτινοβολία

*Θερμότητα μεταφέρεται με ηλεκτρομαγνητικά κύματα*
***χωρίς να απαιτείται η ύπαρξη ύλης***

- Ερμηνεία
  - Θεωρία Maxwell → Ηλεκτρομαγνητικά κύματα
  - Θεωρία Max Planck → Φωτόνια
- Θερμική ακτινοβολία **εκπέμπουν**
  - όλα τα στερεά σώματα
  - όλα τα υγρά
  - ορισμένα αέρια
- Η θερμική ακτινοβολία που **δέχονται** τα σώματα (**προσπίπτουσα** ακτινοβολία)
  - Ανακλάται (**ανακλώμενη** ακτινοβολία)
  - Απορροφάται (**απορροφούμενη** ακτινοβολία)
  - Διέρχεται (**διερχόμενη** ακτινοβολία)



# Εκπεμπόμενη ακτινοβολία

- **Μέλαν σώμα** – Μέγιστος ρυθμός εκπομπής
  - Εκπέμπει το μέγιστο ποσό θερμικής ενέργειας
  - Απορροφά όλη την προσπίπτουσα ακτινοβολία
- Μέγιστος ρυθμός εκπομπής

$$\dot{q}_b'' = \sigma T_s^4$$

**Νόμος Stefan-Boltzmann**

- Ρυθμός εκπομπής πραγματικής επιφάνειας

$$\dot{q}'' = \varepsilon \sigma T_s^4$$

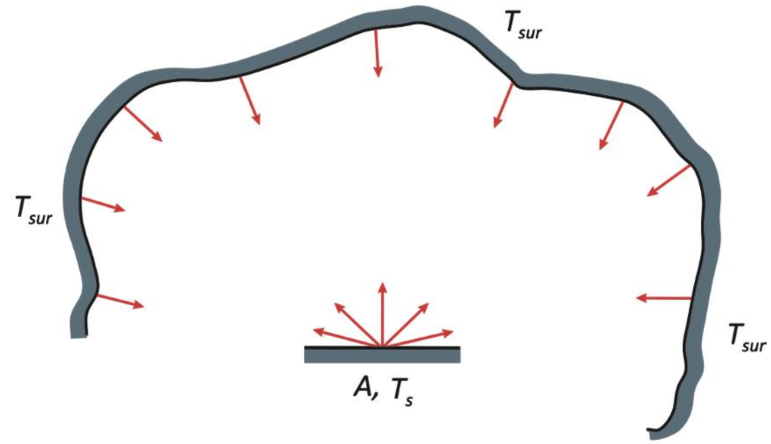
- **Συντελεστής εκπομπής *ε***

$$\varepsilon = \frac{\dot{q}''}{\dot{q}_b''} \qquad 0 \le \varepsilon \le 1$$

# Ανταλλαγή ακτινοβολίας με περιβάλλουσα επιφάνεια

- Καθαρός ρυθμός μεταφοράς θερμότητας από την *A* στην περιβάλλουσα επιφάνεια

$$\dot{q} = A\varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sur}^4\right)$$




- **Συντελεστής μεταφοράς με ακτινοβολία**

$$\dot{q} = h_r A\left(T_s - T_{sur}\right) \qquad h_r \equiv \varepsilon\sigma\left(T_s^2 + T_{sur}^2\right)\left(T_s + T_{sur}\right)$$

- Συνδυασμένη μεταφορά με ακτινοβολία και συναγωγή

$$\dot{q} = \dot{q}_{rad} + \dot{q}_{conv} = A\varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sur}^4\right) + hA\left(T_s - T_\infty\right)$$

ή

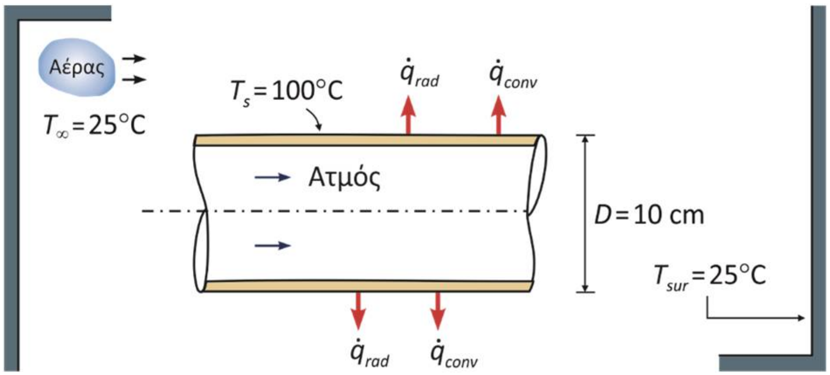
$$\dot{q} = h_r A\left(T_s - T_{sur}\right) + hA\left(T_s - T_\infty\right)$$

# Παράδειγμα 3

## Συναγωγή και ακτινοβολία από αγωγό μεταφοράς ατμού

Η εξωτερική επιφάνεια ενός αγωγού μεταφοράς ατμού, διαμέτρου $D = 10$ cm, έχει θερμοκρασία $T_s = 100°C$.
Ο αγωγός περνάει από χώρο του οποίου ο αέρας και τα τοιχώματα βρίσκονται σε θερμοκρασία $T_\infty = T_s = 25°C$.
Ο συντελεστής εκπομπής $\varepsilon$ του υλικού στους 100°C είναι 0.8 και ο συντελεστής μεταφοράς με συναγωγή $h$ είναι 15 W/m$^2$·K

Να υπολογισθούν οι θερμικές απώλειες ανά μέτρο μήκους του αγωγού.



# Παράδειγμα **3** – Λύση 1/2

## Θερμικές απώλειες ανά μέτρο μήκους αγωγού

Μεταφορά θερμότητας από την επιφάνεια του αγωγού στο περιβάλλον με ακτινοβολία και συναγωγή

$$\dot{q} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad} = hA\left(T_s - T_\infty\right) + A\varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sur}^4\right)$$

Εξωτερική επιφάνεια αγωγού ανά μονάδα μήκους ($L = 1$ m)

$$A = \pi D L = \pi \times 0.1 \times 1 = 0.314\ \text{m}^2$$

**Απόλυτες** θερμοκρασίες

$$T_s = 100 + 273.15 = 373.75\text{K} \qquad T_{sur} = T_\infty = 25 + 273.15 = 298.15\text{K}$$

Ρυθμός μεταφοράς θερμότητας

$$\dot{q} = 0.314 \times 15 \times (373.15 - 298.15) + 0.314 \times 0.8 \times 5.67 \cdot 10^{-8} \times \left(373.15^4 - 298.15^4\right) = 517\ \text{W}$$

# Παράδειγμα 3 – Λύση 2/2

## Εναλλακτικά (σύγκριση συντελεστών μεταφοράς)

$\dot{q} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad} = hA(T_s - T_\infty) + h_r A(T_s - T_{sur})$ για $T_{sur} = T_\infty$ $\boxed{\dot{q} = (h + h_r)A(T_s - T_\infty)}$

Συντελεστής ακτινοβολίας

$h_r = \varepsilon\sigma(T_s + T_{sur})(T_s^2 + T_{sur}^2) = 6.947\ \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 \cdot K}}$ *σύγκριση με* $h = 15\ \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 \cdot K}}$

Ρυθμός μεταφοράς θερμότητας

$$\dot{q} = (h + h_r)A(T_s - T_\infty) = 517\ \mathrm{W}$$

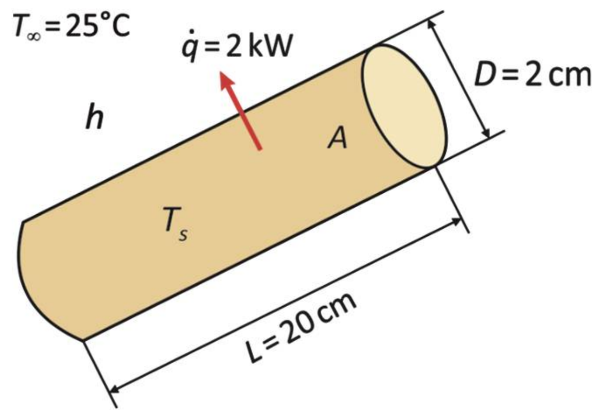
- Στις σχέσεις υπολογισμού που αφορούν στην ακτινοβολία είναι απαραίτητη η χρήση απόλυτων θερμοκρασιών
- Στους υπολογισμούς αγωγής και συναγωγής, όπου εμφανίζονται μόνο διαφορές θερμοκρασίας, μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε απόλυτες είτε σχετικές θερμοκρασίες

# Παράδειγμα 4

## Συναγωγή και ακτινοβολία από την επιφάνεια ηλεκτρικής αντίστασης

Επιστρέφοντας στο Παράδειγμα 2 να υπολογιστεί η θερμοκρασία της επιφάνειας της αντίστασης, όταν αυτή βρίσκεται σε αέρα, για τα εξής δεδομένα:

- Ρυθμός παραγωγής θερμότητας 2 kW,
- Επιφάνεια $A = 1.319 \cdot 10^{-2}$ m$^2$
- Συντελεστής συναγωγής $h$ = 20 W/m2·K
- Συντελεστής εκπομπής $\varepsilon$ = 0.8
- Θερμοκρασία αέρα και τοιχωμάτων που περιβάλλουν την αντίσταση $T_\infty = T_{sur}$ = 25°C



# Παράδειγμα 4 – Λύση

## Ανάλυση

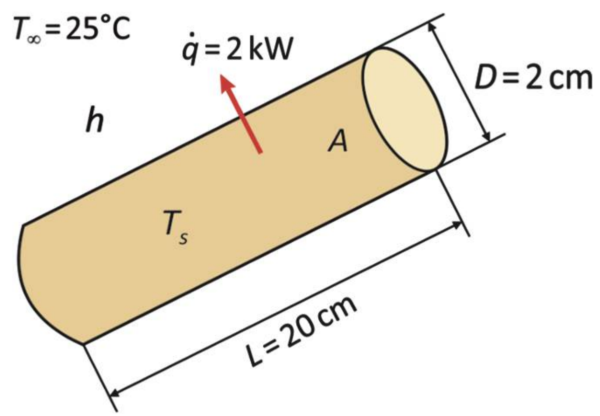
Η θερμότητα που παράγεται απομακρύνεται με συναγωγή και ακτινοβολία από την επιφάνεια $A$

$$\dot{q} = h_r A\left(T_s - T_{sur}\right) + hA\left(T_s - T_\infty\right)$$

για $T_{sur} = T_\infty$

$$\dot{q} = \left(h_r + h\right)A\left(T_s - T_\infty\right) \quad \Rightarrow \quad T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}}{\left(h_r + h\right)A}$$

όπου $h_r = \varepsilon\sigma\left(T_s^2 + T_\infty^2\right)\left(T_s + T_\infty\right)$




## Εφαρμογή

Επιλύοντας τις παραπάνω σχέσεις αριθμητικά

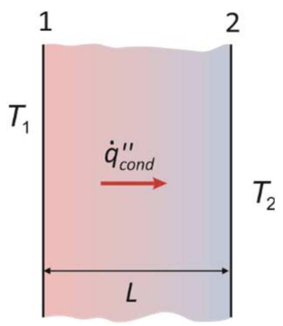
$h_r = 130.5\ W/m^2 \cdot K \cdot$ $\quad T_s = 1305.69\,K = 1032.54°C$

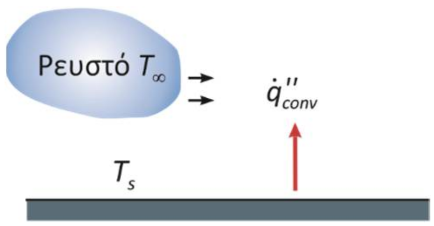
Αγνοώντας την ακτινοβολία (Παράδειγμα 3) είχε προκύψει

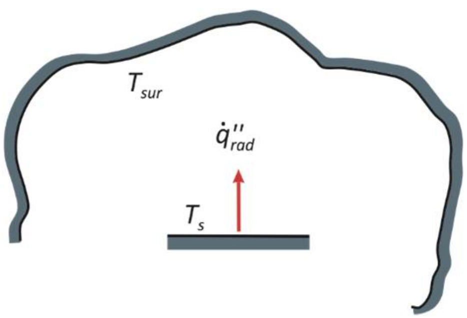
$$T_s = 7879.65\,K = 7606.5°C$$

# Σύνοψη των εξισώσεων ρυθμού

| Αγωγή | Συναγωγή | Ακτινοβολία |
|---|---|---|
| Επίπεδο τοίχωμα, 1D, μόνιμη κατάσταση, χωρίς παραγωγή, σταθερό *k* | Εξαναγκασμένη ή φυσική κυκλοφορία | Ανταλλαγή θερμότητας με περιβάλλουσα επιφάνεια |




$$\dot{q}''_{cond} = k\frac{T_1 - T_2}{L}$$

$$\dot{q}''_{conv} = h\left(T_s - T_\infty\right)$$

$$\dot{q}''_{rad} = \varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sur}^4\right) = h_r\left(T_s - T_{sur}\right)$$

**Παρατήρηση σχετικά με το πρόσημο και τη φορά της ροής θερμότητας**

Στις παραπάνω σχέσεις, η **θετική φορά** της ροής θερμότητας είναι όπως στα σχήματα:

- από $T_1$ σε $T_2$ (αγωγή)
- από $T_s$ σε $T_\infty$ (συναγωγή)
- από $T_s$ σε $T_{sur}$ (ακτινοβολία)

Αν προκύψει αρνητική τιμή της ροής θερμότητας, η φορά είναι αντίθετη με αυτή των σχημάτων.

# Ερώτηση

Έχετε παρατηρήσει ότι σε μια αίθουσα διδασκαλίας που κλιματίζεται (σταθερή θερμοκρασία χώρου π.χ. 20°C) οι φοιτητές παρακολουθούν το καλοκαίρι το μάθημα φορώντας σορτς και κοντομάνικα;

Όμως, νοιώθουν άνετα όπως και το χειμώνα που φορούν μάλλινα ρούχα και μακρυμάνικα πουλόβερ.

Αν ναι, εξηγήστε γιατί;