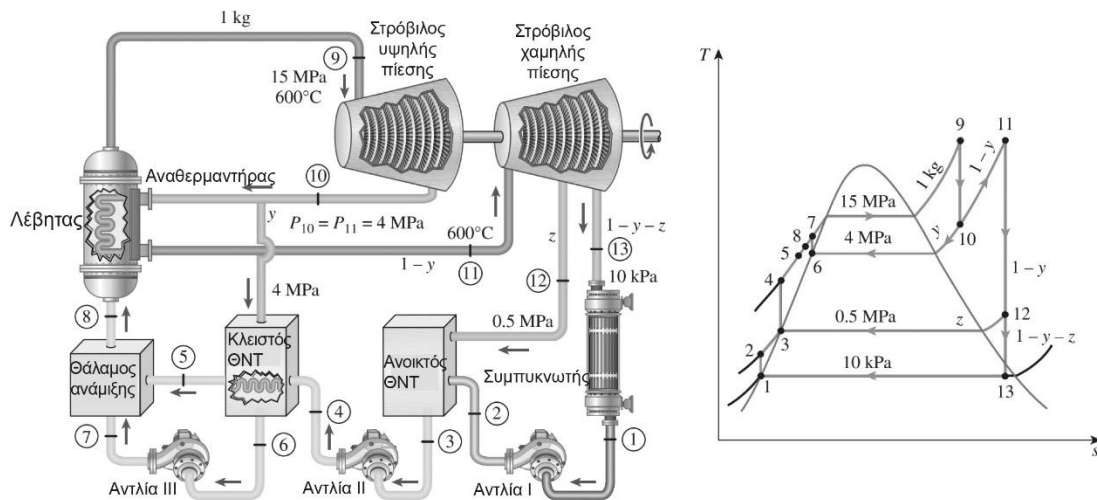


Ασκήσεις (από το βιβλίο των Cengel, Boles, Kanoglou)

**Άσκηση 10.6**

Μια μονάδα παραγωγής ισχύος με υδρατμό λειτουργεί με τον ιδανικό κύκλο Rankine με αναγέννηση και διαθέτει έναν ανοιχτό και έναν κλειστό θερμοαντήρα του νερού τροφοδοσίας, καθώς και με έναν αναθερμαντήρα. Ο υδρατμός εισέρχεται στον στρόβιλο υψηλής πίεσης στα 15 MPa και 600°C και συμπυκνώνεται στον συμπυκνωτή σε πίεση 10 kPa. Ένα μέρος του υδρατμού απομαστεύεται από τον στρόβιλο σε πίεση 4,0 MPa για τον κλειστό θερμοαντήρα, ενώ ο υπόλοιπος αναθερμαίνεται στους 600°C και συμπυκνώνεται πλήρως στον θερμοαντήρα στην ίδια πίεση. Ο υδρατμός που απομαστεύεται από τον στρόβιλο συμπυκνώνεται πλήρως στον θερμοαντήρα και αντλείται στα 15 MPa, πριν αναμιχθεί με το νερό τροφοδοσίας στην ίδια πίεση. Ο υδρατμός για τον ανοιχτό θερμοαντήρα απομαστεύεται από τον στρόβιλο χαμηλής πίεσης στα 0,5 MPa. Να προσδιορίσετε (α) το κλάσμα μάζας του υδρατμού που απομαστεύεται από τον στρόβιλο και (β) την θερμική απόδοση του κύκλου.

**Παρατήρηση:** Η επίλυση της άσκησης έγινε με τα δεδομένα του Πίνακα Β.1 του βιβλίου των Borgnakke και Sonntag, που αποκλίνουν, περιορισμένα, από τα δεδομένα του βιβλίου των Cengel, Boles, Kanoglou.



**Παραδοχές**

1. Υφίστανται σταθεροποιημένες συνθήκες λειτουργίας
2. Οι μεταβολές της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας είναι αμελητέες
3. Τόσο στον ανοιχτό, όσο και στον κλειστό θερμοαντήρα του νερού τροφοδοσίας, το νερό θερμαίνεται στην θερμοκρασία κορεσμού, στην πίεση του θερμοαντήρα του νερού τροφοδοσίας.

Η διεργασία απεικονίζεται σχηματικά στο διάγραμμα ανωτέρω. Η μονάδα λειτουργεί σύμφωνα με τον ιδανικό κύκλο Rankine με υπερθέρμανση και αναγέννηση, και επομένως, ο στρόβιλος και η αντλία λειτουργούν ισεντροπικά, δεν υπάρχουν πτώσεις πίεσης στον αναθερμαντήρα, τον λέβητα, στον συμπυκνωτή και τους θερμοαντήρες του νερού

τροφοδοσίας, και ο υδρατμός εξέρχεται από τον συμπυκνωτή και τον θερμαντήρα και εισέρχεται στην αντλία ως κορεσμένο υγρό στην πίεση του συμπυκνωτή.

Σημείο 1: κορεσμένο υγρό,  $P_1 = 10 \text{ kPa} \Rightarrow h_1 = 191,81 \text{ kJ/kg}$  και  $T_1 = 32,88^\circ\text{C}$

Σημείο 2: υπόψυκτο υγρό,  $P_2 = 500 \text{ kPa}$ ,  $v_{f,2} = 0,001093 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow h_2 = h_1 + v_{f,2} (P_2 - P_1) = 191,91 + 0,001093 * (500 - 10) = 192,35 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 3: κορεσμένο υγρό,  $P_3 = 500 \text{ kPa}$ ,  $\Rightarrow h_3 = 640,2 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 4: υπόψυκτο υγρό,  $P_4 = 4.000 \text{ kPa}$ ,  $v_{f,3} = 0,001097 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow h_4 = h_3 + v_{f,3} (P_4 - P_3) = 640,2 + 0,001097 * (4.000 - 500) = 644,04 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 5: κορεσμένο υγρό,  $P_5 = 4.000 \text{ kPa}$ ,  $\Rightarrow h_5 = 1.087,29 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 6: κορεσμένο υγρό,  $P_6 = 4.000 \text{ kPa}$ ,  $v_{f,6} = 0,001252 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow h_6 = 1.087,29 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 7: υπόψυκτο υγρό,  $P_7 = 15.000 \text{ kPa}$ ,  $v_{f,6} = 0,001252 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow h_7 = h_6 + v_{f,6} (P_7 - P_6) = 1.087,29 + 0,001252 * (15.000 - 4.000) = 1.101,06 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 9: Υπέρθερμος ατμός,  $P_9 = 15.000 \text{ kPa}$ ,  $T_9 = 600^\circ\text{C} \Rightarrow s_9 = 6,6775 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  και  $h_9 = 3.582,30 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 10:  $P_{10} = 4.000 \text{ kPa}$  και  $s_{10} = s_9 = 6,6775 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) > s_{g,10} = 6,07 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , επομένως πρόκειται για υπέρθερμο ατμό  $\Rightarrow h_{10} = 3.154,3 \text{ kJ/kg}$  και  $T_{10} = 375,5^\circ\text{C}$

Σημείο 11: Υπέρθερμος ατμός,  $P_{11} = 4.000 \text{ kPa}$ ,  $T_{11} = 600^\circ\text{C} \Rightarrow s_{11} = 7,3688 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  και  $h_{11} = 3.674,44 \text{ kJ/kg}$

Σημείο 12:  $P_{12} = 500 \text{ kPa}$  και  $s_{11} = s_{12} = 7,3688 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) > s_{g,12} = 6,8212 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , επομένως πρόκειται για υπέρθερμο ατμό  $\Rightarrow h_{12} = 3.014,4 \text{ kJ/kg}$  και  $T_{12} = 276,0^\circ\text{C}$

Σημείο 13:  $P_{12} = 10 \text{ kPa}$  και  $s_{13} = s_{12} = 7,3688 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \Rightarrow s_{13} = s_{f,13} + x_{13} s_{fg,13} \Rightarrow x_{13} = (s_{13} - s_{f,13}) / s_{fg,13} = 0.8958$  (ή 89,58%), επομένως πρόκειται για διφασικό μίγμα  $\Rightarrow h_{13} = h_{f,13} + x_{13} h_{fg,13} = 2.335,4 \text{ kJ/kg}$  και  $T_{13} = 276,0^\circ\text{C}$

$$W_{\text{pump I, in}} = h_2 - h_1 = 192,35 - 191,81 = 0,54 \text{ kJ/kg}$$

$$W_{\text{pump II, in}} = h_4 - h_3 = 644,04 - 640,2 = 4,04 \text{ kJ/kg}$$

$$W_{\text{pump III, in}} = h_7 - h_6 = 1.101,06 - 1.087,29 = 13,77 \text{ kJ/kg}$$

Τα κλάσματα του υδρατμού που εκμαίεούνται, προσδιορίζονται από τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας των θερμαντήρων του νερού τροφοδοσίας.

Κλειστός θερμαντήρας νερού τροφοδοσίας:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \Rightarrow y h_{10} + (1 - y) h_4 &= (1 - y) h_5 + y h_6 \Rightarrow y = \frac{h_5 - h_4}{(h_{10} - h_6) + (h_5 - h_4)} \\ &= \frac{1.087,29 - 644,04}{(3.154,3 - 1.087,29) + (1.087,29 - 644,04)} = 0,1766 \end{aligned}$$

Ανοιχτός θερμαντήρας νερού τροφοδοσίας:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} &\Rightarrow z h_{12} + (1 - y - z) h_{12} = (1 - y) h_3 \Rightarrow z = \frac{(1 - y)(h_3 - h_2)}{h_{12} - h_2} \\ &= \frac{(1 - 0,1766)(640,2 - 192,35)}{3.014,4 - 192,35} = 0,1307\end{aligned}$$

Η ενθαλπία στον Σημείο 8, υπολογίζεται από τις εξισώσεις μάζας και ενέργειας στον θάλαμο ανάμιξης, που θεωρείται μονωμένος.

Σημείο 8:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} &\Rightarrow (1) h_8 = (1 - y) h_5 + y h_7 \Rightarrow h_8 \\ &= (1 - 0,1766) 1.087,29 + 0,1766 1.101,06 = 1.089,72\end{aligned}$$

Επομένως:

$$\begin{aligned}q_{in} &= (h_9 - h_8) + (1 - y)(h_{11} - h_{10}) \\ &= (3.582,30 - 1.089,72)kJ/kg \\ &+ (1 - 0,1766)(3.674,44 - 3.154,3)kJ/kg = 2.920,86 kJ/kg\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}q_{out} &= (1 - y - z)(h_{13} - h_1) = (1 - 0,1766 - 0,1307)(2.335,4 - 191,81)kJ/kg \\ &= 1.484,93 kJ/kg\end{aligned}$$

Οπότε, ο θερμικός βαθμός απόδοσης του κύκλου είναι:

$$n_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{1.484,93}{2.920,86} = 0,4916 \text{ ή } 49,16\%$$

Εναλλακτικά, ο θερμικός βαθμός απόδοσης μπορεί να υπολογιστεί, ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}W_{turb,out} &= W_{turb\ HP,out} + W_{turb\ LP-1,out} + W_{turb\ LP-2,out} \\ &= (h_9 - h_{10}) + (1 - y)(h_1 - h_{12}) + (1 - y - z)(h_{12} - h_{13}) \\ W_{pump,in} &= (1 - y - z)W_{pump\ I,in} + (1 - y)W_{pump\ II,in} + yW_{pump\ III,in} \\ W_{net} &= W_{turb,out} - W_{pump,in}\end{aligned}$$

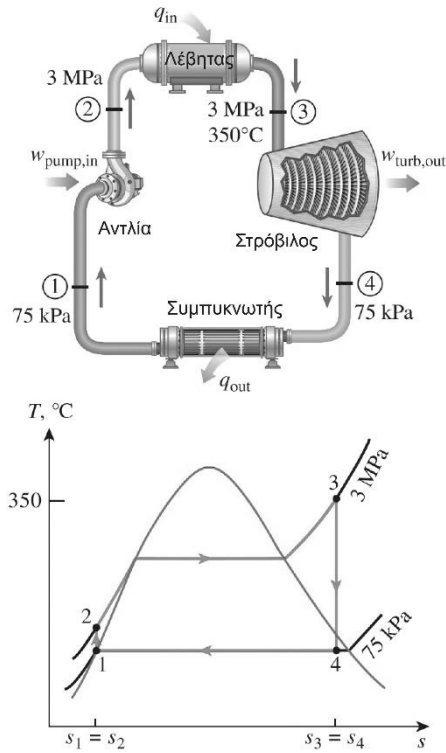
και:

$$n_{th} = \frac{W_{net}}{q_{in}} = \frac{W_{turb,out} - W_{pump,in}}{q_{in}}$$

Εναλλακτικά, μπορεί να γίνει η παραδοχή ότι το νερό τροφοδοσίας εξέρχεται από τον κλειστό θερμαντήρα του νερού τροφοδοσίας ως κορεσμένο υγρό στα  $P_5 = 15 \text{ MPa}$ , και επομένως σε θερμοκρασία  $T_5 = 342,24^\circ\text{C}$  και ενθαλπία  $h_5 = \text{kJ/kg}$ , παραδοχή που μεταβάλλει τον θερμικό βαθμό απόδοσης του κύκλου. **(να κάνετε τους σχετικούς υπολογισμούς ως άσκηση)**

**Άσκηση 10.1 και 10.7**

Μονάδα παραγωγής ισχύος με ατμό λειτουργεί με βάση τον ιδανικό κύκλο Rankine, στον οποίο ο ατμός εισέρχεται στον στρόβιλο στα 5 MPa και τους 350°C, συμπυκνώνεται στον συμπυκνωτή σε πίεση 75 kPa. Στον υδρατμό προσφέρεται θερμότητα από έναν κλίβανο που διατηρείται στους 800 K και η θερμότητα απορρίπτεται στο περιβάλλον σε θερμοκρασία 300 K. Να προσδιοριστούν: (α) οι ιδιότητες σε κάθε σημείο (κορυφή) του κύκλου, (β) το παραγόμενο έργο στον στρόβιλο και το καταναλισκόμενο έργο στην αντλία, (γ) ο θερμικός βαθμός του κύκλου, (δ) η καταστροφή της εξέργειας που αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις τέσσερις διεργασίες του κύκλου, (ε) η συνολική καταστροφή της εξέργειας σε ολόκληρο τον κύκλο, και (στ) η απόδοση του κύκλου σύμφωνα με τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο.



**Παραδοχές**

1. Υφίστανται σταθεροποιημένες συνθήκες λειτουργίας
2. Οι μεταβολές της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας είναι αμελητέες

(α) οι ιδιότητες σε κάθε σημείο (κορυφή) του κύκλου

Σημείο 1: κορεσμένο υγρό,  $P_1 = 75 \text{ kPa} \Rightarrow h_1 = 384,36 \text{ kJ/kg}$  και  $T_1 = 91,77^\circ\text{C}$ , και  $v_{f1} = 0,001037 \text{ m}^3/\text{kg}$  και  $s_1 = 1,2129 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

Σημείο 2: υπόψυκτο υγρό,  $w_{pump,in} = v_{f,1} (P_2 - P_1) = 0,001037 (3.000 - 75) = 3,03 \text{ kJ/kg}$ , οπότε  $h_2 = h_1 + w_{pump,in} = 384,36 + 3,03 = 387,39 \text{ kJ/kg}$  και  $s_2 = s_1 = 1,2129 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

Σημείο 3: υπέρθερμος ατμός,  $P_3 = 3 \text{ MPa}$  και  $T_3 = 350^\circ\text{C}$ , οπότε  $h_3 = 3.115,25 \text{ kJ/kg}$  και  $s_3 = 6,7427 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

Σημείο 4: κορεσμένο μίγμα,  $P_4 = 75 \text{ kPa}$  και  $s_4 = s_3 = 6,7427 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  και  $s_3 = s_4 = s_{f,4} + x_4 s_{fg,4} \Rightarrow x_4 = \frac{s_4 - s_{f,4}}{s_{fg,4}} = \frac{6,7427 - 1,2129}{6,2434} = 0,8857$

οπότε:  $h_4 = h_{f,4} + x_4 h_{fg,4} = 384,36 + 0,8857 * 2.278,59 = 2.402,52 \text{ kJ/kg}$

(β) το παραγόμενο έργο στον στρόβιλο και το καταναλισκόμενο έργο στην αντλία

$$w_{turb,out} = (h_3 - h_4) = (3.115,25 - 2.402,52) = 712,73 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{pump,in} = v_{f,1} (P_2 - P_1) = 0,001037 (3.000 - 75) = 3,03 \text{ kJ/kg}$$

(γ) ο θερμικός βαθμός του κύκλου

Από τα παραπάνω προκύπτουν:

$$q_{in,2-3} = h_3 - h_2 = 3.115,25 - 387,39 = 2.727,86 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{out,4-1} = h_4 - h_1 = 2.402,52 - 384,36 = 2.018,16 \text{ kJ/kg}$$

και:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out,4-1}}{q_{in,2-3}} = 1 - \frac{2.018,16}{2.727,86} = 0,2602 \text{ ή } 26,02\%$$

(δ) η καταστροφή της εξέργειας που αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις τέσσερις διεργασίες του κύκλου

Οι διεργασίες 1 – 2 και 3 – 4 είναι ισεντροπικές, και άρα δεν περιλαμβάνουν εσωτερικές ή εξωτερικές αναντιστρεπτότητες, οπότε:

$$x_{dest,1-2} = 0 \text{ και } x_{dest,3-4} = 0$$

Οι διεργασίες 2 – 3 και 4 – 1 είναι διεργασίες ισοβαρούς προσθήκης και απόρριψης θερμότητας, και είναι εσωτερικά αντιστρεπτές. Όμως η μεταφορά θερμότητας σε μια πεπερασμένη διαφορά θερμοκρασίας καθιστά και τις δύο διεργασίες μη αντιστρεπτές. Οπότε:

$$s_2 = s_1 = 1,2129 \text{ kJ/(kg.K)} \text{ και } s_4 = s_3 = 6,7427 \text{ kJ/(kg.K)}$$

$$\begin{aligned} x_{des,2-3} &= T_0 \left( s_3 - s_2 - \frac{q_{in,2-3}}{T_{source}} \right) \\ &= (300 \text{ K}) \left[ (6,7427 - 1,2129) \text{ kJ/(kg.K)} - \frac{2.727,86 \text{ kJ/kg}}{800 \text{ K}} \right] \\ &= 635,99 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} x_{des,4-1} &= T_0 \left( s_1 - s_4 - \frac{q_{in,4-1}}{T_{sink}} \right) \\ &= (300 \text{ K}) \left[ (1,2129 - 6,7427) \text{ kJ/(kg.K)} + \frac{2.018,16 \text{ kJ/kg}}{300 \text{ K}} \right] \\ &= 359,22 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

(ε) η συνολική καταστροφή της εξέργειας σε ολόκληρο τον κύκλο

$$\begin{aligned} x_{dest,1-2} &= x_{dest,1-2} + x_{dest,2-3} + x_{dest,3-4} + x_{dest,4-1} = 0,0 + 635,99 + 0,0 + 359,22 \\ &= 995,21 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

(στ) η απόδοση του κύκλου σύμφωνα με τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο

Η απόδοση του κύκλου σύμφωνα με τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο ορίζεται ως:

$$\eta_{II} = \frac{\text{ανακτηθείσα εξέργεια}}{\text{καταναλωθείσα εξέργεια}} = \frac{x_{recovered}}{x_{expended}} = 1 - \frac{x_{destroyed}}{x_{expended}}$$

Στο παρόν πρόβλημα, η καταναλωθείσα εξέργεια είναι το εξεργειακό περιεχόμενο της θερμότητας που προσφέρεται στον λέβητα και το έργο στην αντλία, ενώ η ανακτηθείσα εξέργεια είναι το παραγόμενο έργο στον στρόβιλο (έργο εξόδου):

$$x_{heat,in} = \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) q_{in} = \left(1 - \frac{300\text{ K}}{800\text{ K}}\right) (2.727,86\text{ kJ/kg}) = 1.704,91\text{ kJ/kg}$$

$$x_{expended} = x_{heat,in} + x_{pump,in} = (1.704,91 + 3,03)\text{kJ/kg} = 1.707,94\text{ kJ/kg}$$

$$x_{recovered} = w_{turb,out} = 712,73\text{ kJ/kg}$$

Οπότε, η απόδοση με βάση των δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο είναι:

$$n_{II} = \frac{x_{recovered}}{x_{expended}} = \frac{712,72}{1.707,94} = 0,4173 \text{ ή } 41,73\%$$