



# **[119] Θερμοδυναμική Ι**

**Συμπιεστή ροή  
(ή Θερμοδυναμική υψηλών  
ταχυτήτων)**

***καθηγητής Γ. Σκόδρας***

# Περιεχόμενα...

- ❑ Ορισμοί
- ❑ Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $M > 0,3 \text{ mach}$ )
- ❑ Φαινόμενα συμπιεστότητας
- ❑ Μονοδιάσταση ισεντροπική ροή
- ❑ Σχέσεις μεταξύ στατικών και ολικών μεγεθών συναρτήσει του αριθμού Mach
- ❑ Συγκλίνων αγωγός
- ❑ Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός
- ❑ Κρουστικά κύματα



# Περιεχόμενα...

- Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και διαχύτες
  - ✓ Θερμοδυναμικός υπολογισμός εισαγωγής αεροπορικών αεριοστροβίλων
  - ✓ Θερμοδυναμικός υπολογισμός προωθητικού ακροφυσίων αεροπορικών αεριοστροβίλων
- Ακροφύσια ατμού



# Ορισμοί...

- ❑ Ανάπτυξη γενικών σχέσεων για συμπιεστές ροές, οι οποίες παρουσιάζονται κατά τη ροή αερίων υπό υψηλές ταχύτητες
- ❑ Εισαγωγή των εννοιών της *κατάστασης ανακοπής*, της *ταχύτητας του ήχου* και του *αριθμού Mach* για συμπιεστό ρευστό
- ❑ Ανάπτυξη των σχέσεων μεταξύ των στατικών ιδιοτήτων και των ιδιοτήτων ανακοπής του ρευστού για ισεντροπικές ροές ιδανικών αερίων
- ❑ Παραγωγή των σχέσεων ανάμεσα στις στατικές ιδιότητες και τις ιδιότητες ανακοπής συναρτήσει του λόγου των ειδικών θερμοτήτων και του αριθμού Mach
- ❑ Παραγωγή της επίδρασης της αλλαγής της διατομής για μονοδιάστατες ισεντροπικές υποηχητικές & υπερηχητικές ροές
- ❑ Επίλυση προβλημάτων ισεντροπικών ροών μέσω συγκλινόντων και συγκλινόντων – αποκλινόντων ακροφυσίων
- ❑ Κατανόηση της έννοιας του κρουστικού κύματος και των μεταβολών των ιδιοτήτων της ροής κατά μήκος αυτού
- ❑ Ανάπτυξη της έννοιας της ατρίβους ροής εντός αεραγωγού με μετάδοση θερμότητας (*ροή Rayleigh*)
- ❑ Εξέταση της λειτουργίας των ακροφυσίων ατμού, τα οποία χρησιμοποιούνται στους αμοστροβίλους



***Θερμοδυναμική ρευστών  
με υψηλές ταχύτητες  
( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )***



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Η ενθαλπία βοηθά σημαντικά στους υπολογισμούς, και είναι:

$$h_0 = h + \frac{\vec{V}^2}{2}$$

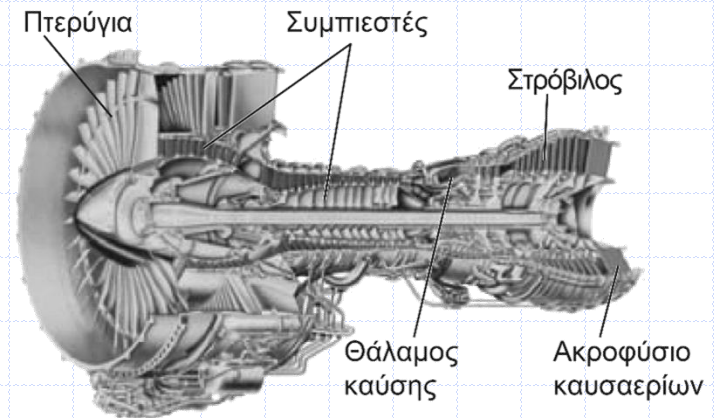
- Όταν η κινητική και δυναμική ενέργεια ενός ρευστού είναι αμελητέες, είναι:

$$h_0 = h$$

- Στις ροές υψηλών ταχυτήτων ο **όρος της κινητικής ενέργειας είναι σημαντικός**, ενώ η δυναμική ενέργεια συνεχίζει να παραμένει αμελητέα



(α)



(β)

Οι αεροπορικοί κινητήρες κι οι αεριοθούμενοι κινητήρες διακινούν ρευστό υπό υψηλές ταχύτητες, επομένως κατά την ανάλυση τους επιβάλλεται η συμπερίληψη του όρου της **6** κινητικής ενέργειας



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Οι υπολογισμοί απλοποιούνται εάν η ενθαλπία και η κινητική ενέργεια θεωρηθούν σε έναν όρο που ονομάζεται **ενθαλπία ανακοπής** ή ολική ενθαλπία (stagnation enthalpy),  $h_0$ , και παριστάνει την ολική ενέργεια του ρευστού ανά μονάδα μάζας:

$$h_0 = h + \frac{\vec{V}^2}{2}$$

- Το μέγεθος βοηθά στην απλοποίηση της ανάλυσης ροών με μεγάλες ταχύτητες, ενώ η θερμοδυναμική ενέργεια του ρευστού ανά μονάδα μάζας είναι:

$$h_0 = h$$

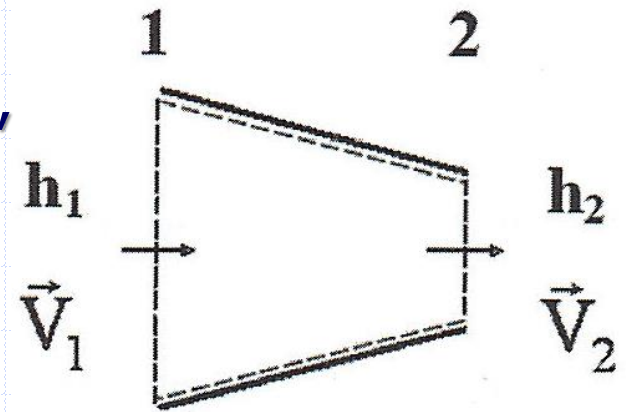
- Η ολική και η στατική ενθαλπία ταυτίζονται όταν η κινητική ενέργεια του ρευστού είναι αμελητέα



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

Παράδειγμα σταθεροποιημένης ροής

- Έστω η μόνιμη (σταθεροποιημένη) ροή ενός μέσου ενός αγωγού, πχ. ακροφύσιο, στο οποίο η ροή πραγματοποιείται αδιαβατικά, και χωρίς ανταλλαγή μηχανικού έργου
- Η αρχή διατήρησης της ενέργειας γράφεται:



$$\dot{Q}_{in} + \dot{W}_{in} + \sum \dot{m}_{in} \left( h_{in} + \frac{\vec{V}_{in}^2}{2} + gz_{in} \right) = \dot{Q}_{out} + \dot{W}_{out} + \sum \dot{m}_{out} \left( h_{out} + \frac{\vec{V}_{out}^2}{2} + gz_{out} \right)$$



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

Δεν υπάρχει υψομετρική διαφορά μεταξύ της αρχής και του τέλους του ακροφυσίου

$$(z_2 - z_1) = 0$$

□ Οπότε:

Η διεργασία είναι αδιαβατική

$$\dot{Q} = 0$$

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m} \left[ h_2 - h_1 + \frac{\vec{V}_2^2 - \vec{V}_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) \right]$$

Δεν υπάρχει παραγωγή ή κατανάλωση έργου

$$\dot{W} = 0$$

□ και:

$$h_1 + \frac{\vec{V}_1^2}{2} = h_2 + \frac{\vec{V}_2^2}{2} \Rightarrow h_{o1} = h_{o2}$$

**Ενθαλπίες ανακοπής**

- Όταν δεν υπάρχουν ανταλλαγές θερμότητας, έργου και μεταβολές δυναμικής ενέργειας, **η ενθαλπία ανακοπής του ρευστού παραμένει σταθερή** σε όλη τη διάρκεια της σταθεροποιημένης ροής
- Η ροή διαμέσου ακροφυσίων και διαχυτών συνήθως ικανοποιεί αυτές τις συνθήκες και κάθε αύξηση της ταχύτητας της ροής σε αυτές τις διατάξεις δημιουργεί ισοδύναμη μείωση της στατικής ενθαλπίας του ρευστού

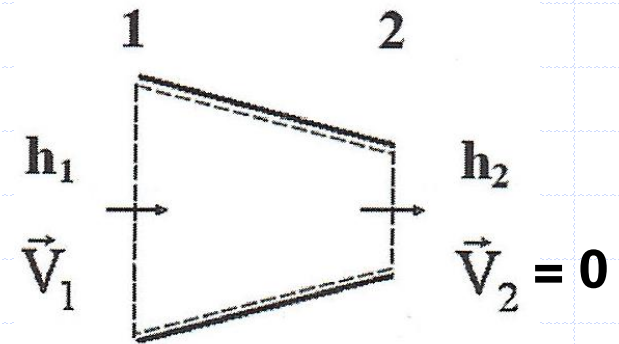


# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Εάν το ρευστό εξαναγκαστούν να σταματήσει πλήρως, τότε η ταχύτητα στην θέση 2 θα ήταν μηδέν, οπότε:

$$h_1 + \frac{\vec{V}_1^2}{2} = h_2 + \frac{\vec{V}_2^2}{2} \Rightarrow$$

$$h_1 + \frac{\vec{V}_1^2}{2} = h_2 \Rightarrow h_{o1} = h_2$$



- Άρα, όταν ένα ρευστό εξαναγκαστεί να φθάσει αδιαβατικά, αντιστρεπτά ή μη, σε κατάσταση ηρεμίας, δηλαδή να ανακοπεί η ταχύτητα του (χωρίς τη μεταφορά έργου), η ενθαλπία ανακοπής είναι η στατική ενθαλπία
- Σε ταχύτητες μικρότερες των  $50 \text{ m / s}$ , έχει παρατηρηθεί  $h_{o1} = h_1$

# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Για ιδανικό αέριο ισχύει:

$$h = c_p \cdot T$$

$$h_o = h + \frac{\vec{V}^2}{2}$$

$$\Rightarrow c_p \cdot T_o = c_p \cdot T + \frac{\vec{V}^2}{2} \Rightarrow$$

$$T_o = T + \frac{\vec{V}^2}{2c_p}$$

Στατική  
θερμοκρασία

Θερμοκρασία  
ανακοπής

Δυναμική  
θερμοκρασία

- Συνεπώς, όταν σε μεταβολή δεν υπάρχει ανταλλαγή με το περιβάλλον θερμότητας ή έργου, τότε  $T_o = T$ , δηλαδή παραμένει σταθερή
- Σε περίπτωση συγκλίνοντος αγωγού πραγματικής ροής, η τριβή υποβαθμίζει (μετατρέπει) την κινητική ενέργεια σε θερμότητα, αλλά τα τοιχώματα είναι μονωμένα, η στατική θερμοκρασία θα μεταβληθεί (αυξηθεί), ενώ η ολική θα παραμείνει σταθερή

- Όταν:  $\vec{V} \rightarrow 0 \Rightarrow T_o = T$

# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- ❑ Η "**ενθαλπία ανακοπής**" είναι η ενθαλπία του ρευστού, όταν αυτό ακινητοποιείται αδιαβατικά
- ❑ Κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας ανακοπής, η κινητική ενέργεια του ρευστού μετατρέπεται σε ενθαλπία, γεγονός που αντικατοπτρίζεται σε αύξηση της θερμοκρασίας και της πίεσης του ρευστού
- ❑ Οι ιδιότητες ενός ρευστού σε κατάσταση ανακοπής καλούνται "**ιδιότητες ανακοπής**" (θερμοκρασία ανακοπής, πίεση ανακοπής, πυκνότητα ανακοπής κλπ.)
- ❑ Η κατάσταση ανακοπής συμβολίζεται με το δείκτη "0"



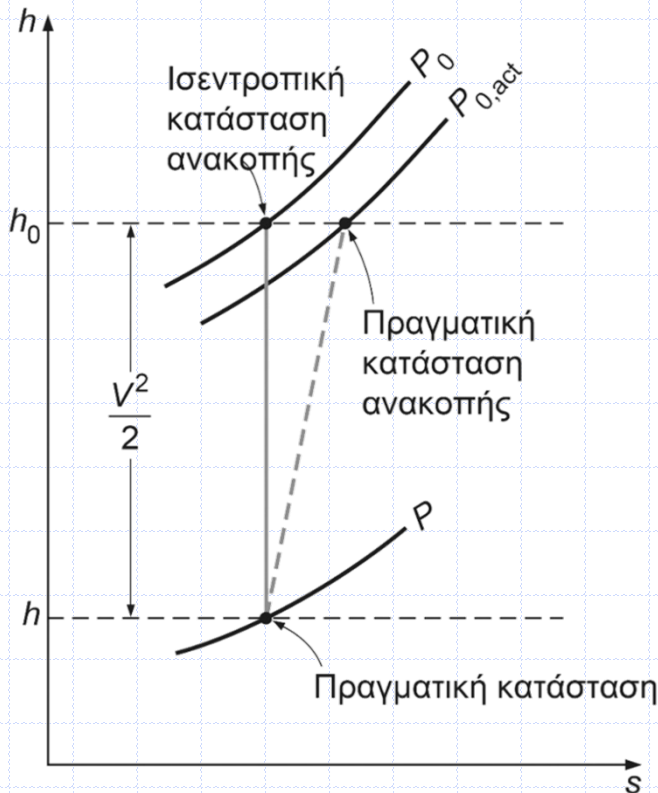
# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Η "**ισεντροπική κατάσταση ανακοπής**" αντιστοιχεί σε αντιστρεπτή και αδιαβατική διεργασία ανακοπής (δηλ. ισεντροπική)
- Οι διεργασίες ανακοπής συχνά προσεγγίζονται ως ισεντροπικές, οι δε ισεντροπικές ιδιότητες ανακοπής αναφέρονται απλώς ως ιδιότητες ανακοπής
- Η  $T_0$  καλείται "**θερμοκρασία ανακοπής**" (ή "**ολική θερμοκρασία**") και αντιστοιχεί στη θερμοκρασία, την οποία φθάνει ένα ιδανικό αέριο όταν ακινητοποιείται αδιαβατικά
- Ο όρος ( $V^2/2c_p$ ) αντιστοιχεί στη θερμοκρασιακή αύξηση λόγω αυτής της διεργασίας και καλείται "**δυναμική θερμοκρασία**"

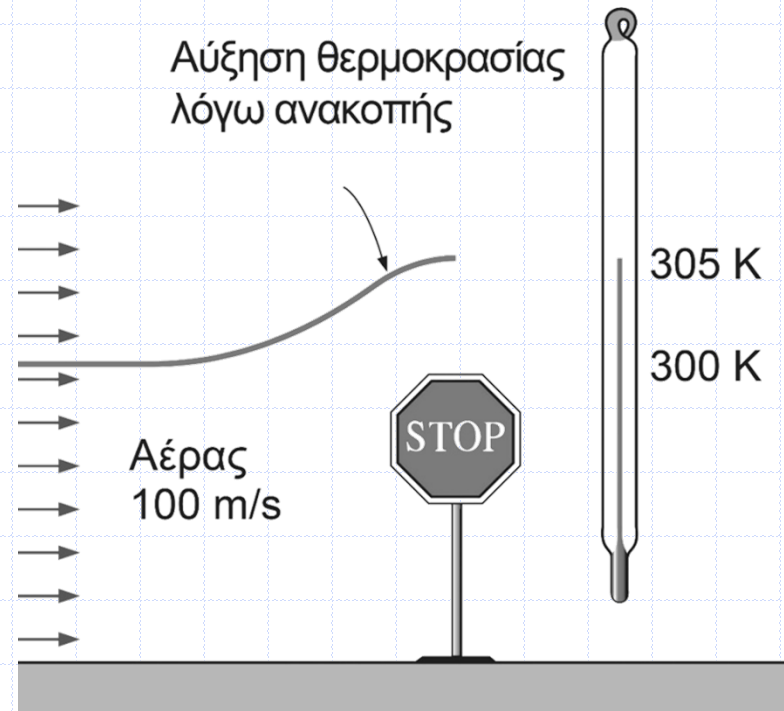


# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Έστω ότι ο ατμοσφαιρικός αέρας τρέχει με ταχύτητα  $100 \text{ m/s}$ , θεωρώντας  $c_p = 1.005 \text{ kJ/kg.K}$  τότε  $T_0 - T = 5 \text{ K}$



Πραγματική κατάσταση, πραγματική κατάσταση ανακοπής, ισεντροπική κατάσταση ανακοπής σε διάγραμμα  $h-s$



Η θερμοκρασία ενός ιδανικού αερίου, το οποίο ρέει με ταχύτητα  $V$ , όταν ακινητοποιηθεί αυξάνεται κατά  $\frac{V^2}{2c_p}$

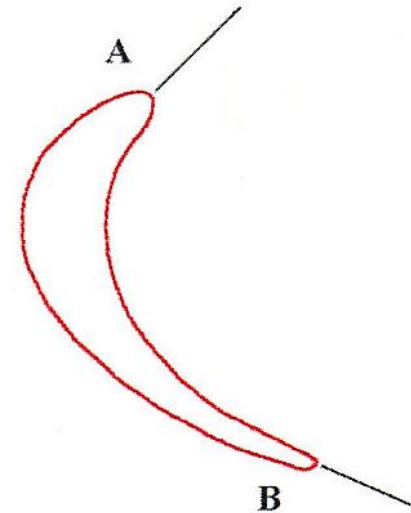
# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Έστω ένα αεροπλάνο πετά με ταχύτητα  $880 \text{ km/h} = 245 \text{ m/s}$ , που αντιστοιχεί σε  $Ma = 0,8 \text{ Mach}$  στο ύψος των  $25.000 \text{ ft} = 7.650 \text{ m}$
- Στα σημεία όπου η ταχύτητα του αέρα αναγκάζεται να μηδενιστεί λόγω της αντίστασης που βρίσκει κατά την πρόσπτωση του στο αεροπλάνο (stagnation points), η θερμοκρασία αυξάνεται κατά  $\Delta T = 27 \text{ K}$ , σε σχέση με την θερμοκρασία περιβάλλοντος
- Στην περίπτωση που το αεροσκάφος πετά με ταχύτητα  $3.620 \text{ km/h} = 1.010 \text{ m/s}$  ή  $Ma = 3.3 \text{ Mach}$ , στο ίδιο ύψος η αντίστοιχη αύξηση θερμοκρασίας θα είναι  $\Delta T = 500 \text{ K}$



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- ❑ Σε μια πτέρυγα αεροστροβίλου η ταχύτητα του αέρα γίνεται μηδέν στην ακμή πρόσπτωσης και στις άκρες (A και B) της πτέρυγας
- ❑ Η στατική θερμοκρασία  $T$  γίνεται ίση με την ολική  $T_0$  και, άρα, αυξάνεται σημαντικά με συνέπεια να απαιτείται περισσότερος αέρας ψύξης σ' αυτές τις περιοχές
- ❑ Για τον σκοπό αυτό κατασκευάζονται περισσότερες οπές ψύξης στην ακμή πρόσπτωσης και τις απολήξεις
- ❑ Το φαινόμενο της τοπικής αύξησης της θερμοκρασίας ονομάζεται **αεροδυναμική θέρμανση** (aerodynamic heat)

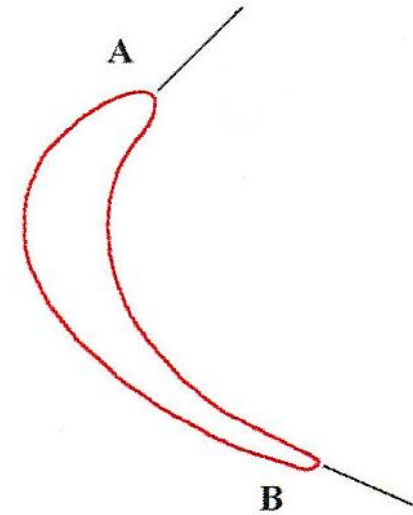




# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- ❑ Το αντίθετο συμβαίνει όταν η ταχύτητα αυξάνει τοπικά, πχ. στο επάνω κυρτό μέρος της πτέρυγας, οπότε η στατική θερμοκρασία μειώνεται, ενώ η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή
- ❑ Οπότε, τοπικά εμφανίζεται πάγος (ice formation)
- ❑ Το 1<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα, για ανοιχτά συστήματα, μόνιμης και συνεχούς ροής, γράφεται:

$$q - w = h_{o2} - h_{o1}$$



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Μια ανάλογη σχέση, που συνδέει την ολική με την στατική πίεση της ίδιας κατάστασης, διαμορφώνεται για ασυμπίεστες ροές, δηλαδή για εκείνες που η πυκνότητα  $\rho$  –άρα και ο όγκος  $v$ – είναι σταθερά, και είναι:

$$\left. \begin{array}{l} h_o = h + \frac{\vec{V}^2}{2} \\ h = u + P \cdot v \end{array} \right| \Rightarrow u + P_o v = u + P \cdot v + \frac{\vec{V}^2}{2} \quad \Rightarrow P_o = P + \frac{\vec{V}^2}{2} \cdot \frac{1}{v} \quad \Rightarrow$$

και  $\rho = \frac{1}{v}$

$$\Rightarrow P_o = P + \rho \cdot \frac{\vec{V}^2}{2}$$

- Συνεπώς, ολική πίεση ή **πίεση ανακοπής**  $P_o$  είναι η πίεση του ασυμπίεστου ρευστού, όταν αυτό επιβραδύνεται σε ταχύτητα ίση με μηδέν αδιαβατικά και αντιστρεπτά, δηλαδή ισεντροπικά, και αποτελεί μέτρο των απωλειών ροής
- Η προϋπόθεση της ισεντροπικής μεταβολής είναι απαραίτητη για την εξαγωγή της σχέσης για την τελική πίεση, καθώς εξαρτάται από την αντιστρεπτότητα της διεργασίας



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Για ισεντροπικές μεταβολές μεταξύ δύο σημείων ισχύει:  $\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$   
για ένα σημείο, δηλαδή για την ίδια θερμοδυναμική κατάσταση
- Θεωρώντας ότι  $\bar{V}_2 \neq 0$  και  $\bar{V}_1 = 0$ , τότε η  $P_2$  γίνεται πίεση ανακοπής  $P_0$  και η  $P_1$  γίνεται στατική πίεση  $P$ , οπότε:

$$\left(\frac{P_0}{P}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

- Αν ληφθεί υπόψη ο ειδικός όγκος  $v = 1 / \rho$ , όπου  $\rho$  η πυκνότητα, και λαμβάνοντας υπόψη ότι  $(P_2 / P_1) = (\rho_2 / \rho_1)^k$ , προκύπτει:

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

- **Σημείωση:** Οι παραπάνω σχέσεις αναφέρονται σε ένα σημείο του θερμοδυναμικού διαγράμματος και συνδέουν τα στατικά με τα ολικά μεγέθη



# Θερμοδυναμική ρευστών με υψηλές ταχύτητες ( $Ma > 0,3 \text{ mach}$ )...

- Χρησιμοποιώντας τις ενθαλπίες ανακοπής, αποφεύγεται η αναφορά στην κινητική ενέργεια, οπότε το 1<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα γράφεται:

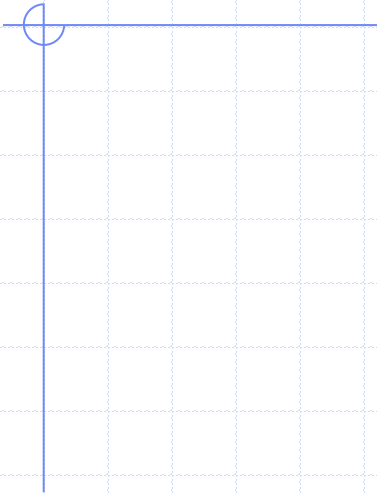
$$q_{in} + w_{in} + (h_{oin} + gz_{in}) = q_{out} + w_{out} + (h_{oout} + gz_{out}) \quad \Bigg| \quad \Rightarrow$$

- Για ιδανικό αέριο:

$$h = c_p \cdot T$$

$$(q_{in} - q_{out}) + (w_{in} - w_{out}) = c_p \cdot (T_{oin} - T_{oout}) + g \cdot (z_{in} - z_{out})$$



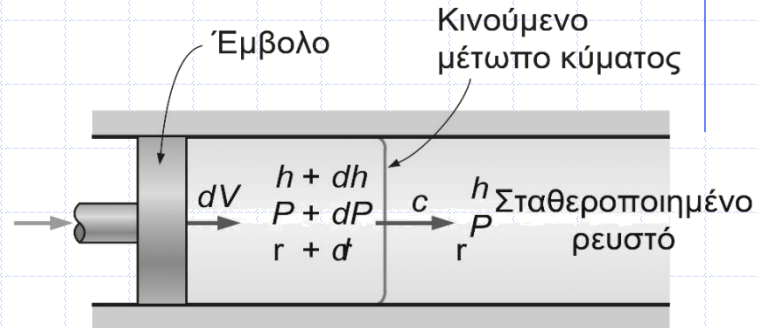


***Φαινόμενα  
συμπιεστότητας...***

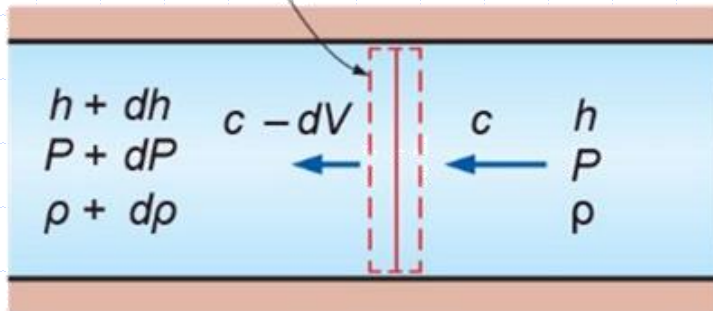


# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

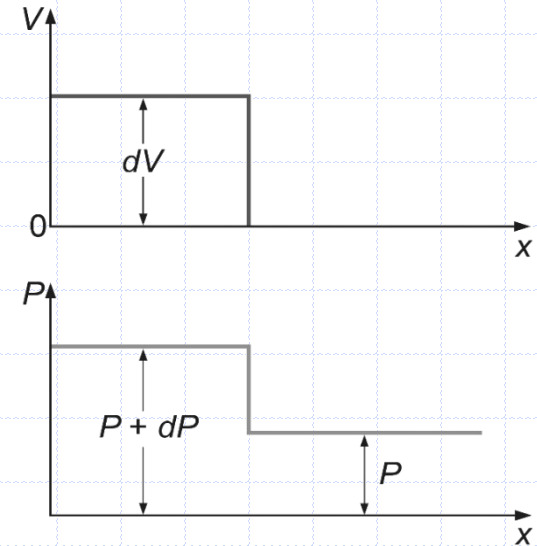
- ❑ Ταχύτητα του ήχου,  $c$  Είναι η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται μέσα σε ένα μέσο, ένα απειροστό μικρό σε πλάτος κύμα πίεσης (Mach wave),
- ❑ Το κύμα θεωρείται ότι δεν προκαλεί καμιά μόνιμη μεταβολή στην πίεση και στη θερμοκρασία του μέσου, οπότε η μεταβολή είναι ισεντροπική



Όγκος ελέγχου που συνταξιδεύει με το μέτωπο κύματος



Όγκος ελέγχου που μετακινείται μαζί με το μικρό κύμα πίεσης κατά μήκος αγωγού



Διάδοση μικρού κύματος πίεσης κατά μήκος αγωγού

# Φαινόμενα συμπίεσης...

- ❑ Κατά την ροή ρευστών (υγρών και αερίων) με χαμηλές ταχύτητες, οι μεταβολές της πυκνότητας είναι μικρές και η ροή θεωρείται πρακτικά ασυμπίεστη
- ❑ Όταν οι ταχύτητες αυξηθούν η ροή γίνεται συμπίεστη και η πυκνότητα μεταβάλλεται (εκτός των υγρών που είναι πάντοτε ασυμπίεστα)
- ❑ Τα αέρια δεν είναι πάντοτε συμπίεστα, αλλά αυτό καθορίζεται από τον αριθμό Mach
  - ✓ Όταν η τιμή του αριθμού Mach είναι μικρότερη από 0,3 ( $Ma < 0,3$ ), τότε η μεταβολή της πυκνότητας είναι μικρότερη από 3%, θεωρείται αμελητέα και τα αέρια ασυμπίεστα (incompressible)
  - ✓ Αν η τιμή του αριθμού Mach είναι μεγαλύτερη από 0,3 ( $Ma > 0,3$ ) τότε η ροή θεωρείται συμπίεστη (compressible flow)
- ❑ Η πυκνότητα ενός αερίου εξαρτάται από την πίεση και την θερμοκρασία, σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων:  $P V = \rho R T$ , και για την μελέτη της συμπίεστης ροής μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις συνέχειας, διατήρησης ορμής και ενέργειας. Η ροή θεωρείται ομοιόμορφη (άρα μονοδιάστατη), και τα αέρια ιδανικά



# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

- Ταχύτητα του ήχου,  $c$ : Είναι η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται μέσα σε ένα μέσο, ένα απειροστά μικρό σε πλάτος κύμα πίεσης (Mach wave),
- Το κύμα θεωρείται ότι δεν προκαλεί καμιά μόνιμη μεταβολή στην πίεση και στη θερμοκρασία του μέσου, οπότε η μεταβολή είναι ισεντροπική
- Με την βοήθεια του όγκου ελέγχου και της αρχής διατήρησης μάζας και ενέργειας προκύπτει:

$$c = \sqrt{\frac{kR}{\rho}} = \sqrt{kRT}$$

όπου:  $T$  (K) η τοπική στατική θερμοκρασία,  $R$  η σταθερά των αερίων





# Φαινόμενα συμπίεσότητας...



Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα αυξάνεται με τη θερμοκρασία

Υπό συνήθεις θερμοκρασίες περιβάλλοντος, η ταχύτητα του αέρα είναι περίπου 340m/s (χοντρικά, δηλαδή, η βροντή μιας αστραπής διανύει περίπου 1km σε 3")

Αν δείτε μια αστραπή και ακούσετε τη βροντή μετά από 3", τότε η καταιγίδα είναι κοντά και μάλλον πρέπει να καταφύγετε σε κάποιον εσωτερικό χώρο



# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

$$c^2 = k \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \quad \text{Ταχύτητα του ήχου}$$

Σε ιδανικό αέριο:  $P = \rho RT$

$$c^2 = k \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = k \left[ \frac{\partial(\rho RT)}{\partial \rho} \right]_T = kRT$$

$$c = \sqrt{kRT}$$

$$Ma = \frac{V}{c} \quad \text{Αριθμός Mach}$$

Αέρας  
220 K



$V = 320 \text{ m/s}$   
 $Ma = 1.08$

Αέρας  
300 K



$V = 320 \text{ m/s}$   
 $Ma = 0.92$

Ο αριθμός Mach μπορεί να διαφέρει σε διαφορετικές θερμοκρασίες, ακόμη κι αν η ταχύτητα είναι η ίδια

Αέρας

Ήλιο

284 m/s

200 K

832 m/s

347 m/s

300 K

1019 m/s

634 m/s

1000 K

1861 m/s

Η ταχύτητα του ήχου εξαρτάται από τη θερμοκρασία και το είδος του ρευστού

$Ma = 1$       Ηχητική ροή  
 $Ma < 1$       Υποηχητική ροή  
 $Ma > 1$       Υπερηχητική ροή  
 $Ma \gg 1$       Υπερυπερηχητική ροή  
 $Ma \cong 0,8-1,2$       Διηχητική ροή

# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

- **Αριθμός Mach,  $Ma$ :** Εκφράζει τον λόγο της πραγματικής ταχύτητας του ρευστού (ή ενός αντικειμένου σε ακίνητο αέρα) προς την ταχύτητα του ήχου, στο ίδιο ρευστό και στην ίδια κατάσταση:

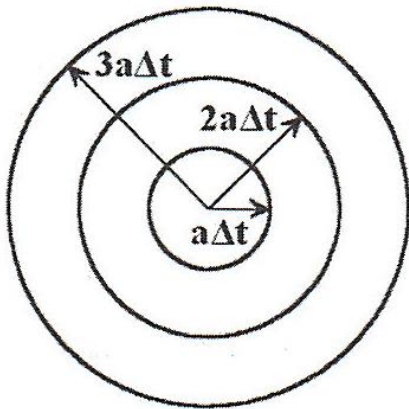
$$Ma = \frac{\vec{V}}{c}$$

- Εξαρτάται από την ταχύτητα του ήχου, που, αντίστοιχα, εξαρτάται από την κατάσταση του ρευστού (δηλ. ο αριθμός Mach ενός αεροσκάφους, που ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα σε ακίνητο αέρα, είναι διαφορετικός σε κάθε περιοχή)

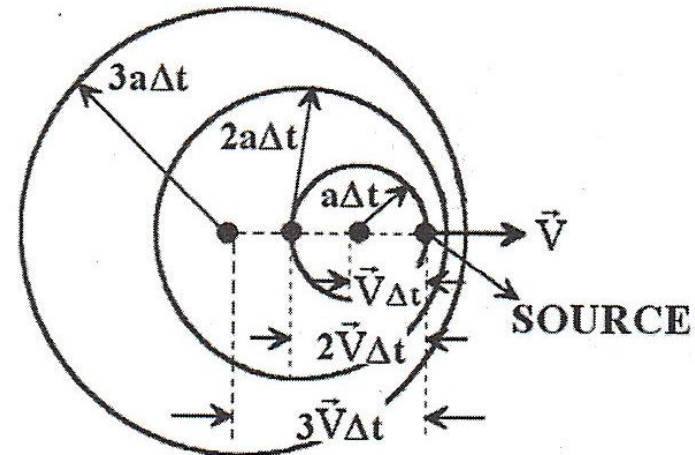


# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

- ❑ **Γραμμές Mach:** Η ταχύτητα του ήχου αποκτά ιδιαίτερη σημασία για ηχητικές πηγές που κινούνται μέσα σε αέριο
- ❑ Αν η ηχητική πηγή είναι ακίνητη τότε τα ηχητικά κύματα είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο την πηγή
- ❑ Αν η ταχύτητα της πηγής είναι μικρότερη του ήχου, τότε τα κύματα αποτελούν σφαιρικές επιφάνειες, πλέον όχι ομόκεντρες, αλλά παραμένουν η μία μέσα στην άλλη



$$\vec{V} = 0$$

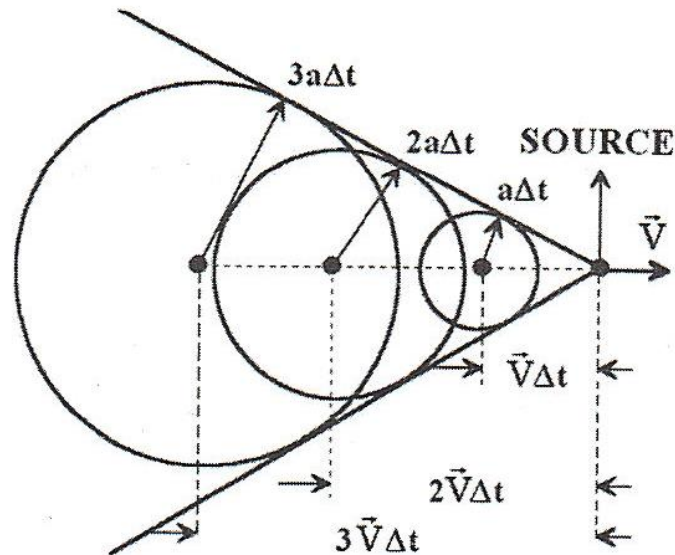


$$\vec{V} < a$$



# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

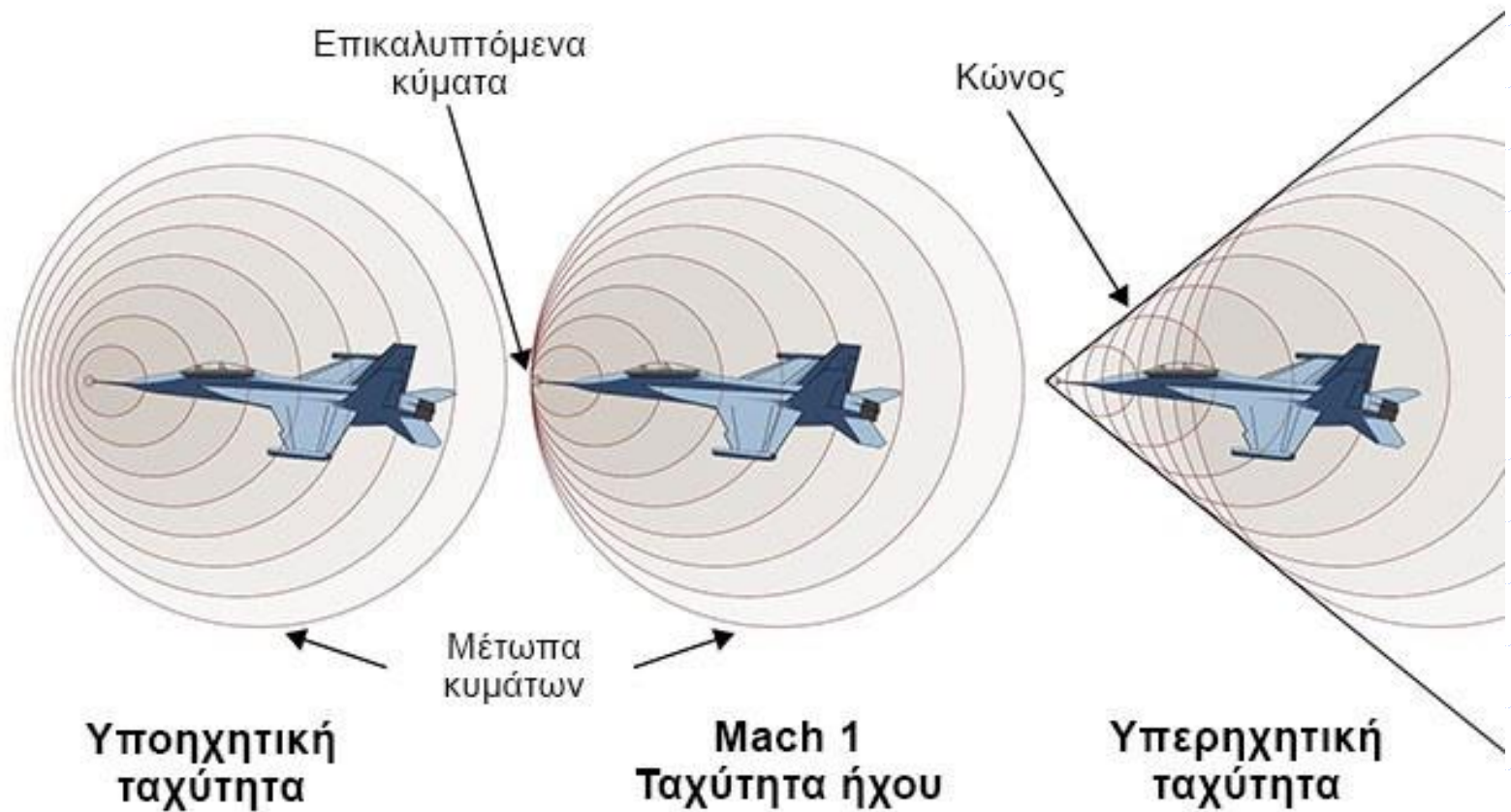
- Για ταχύτητα ίση με αυτή του ήχου τα κύματα εφάπτονται στο σημείο που προσδιορίζει τη στιγμιαία θέση της πηγής, δηλαδή στην πηγή συγκεντρώνονται οι διαταραχές που προκαλεί η ίδια
- Για υπερηχητικές ταχύτητες τα σφαιρικά ηχητικά κύματα τέμνονται και η ηχητική πηγή αποτελεί την κορυφή του ονομαζόμενου **κώνου του Mach** (*Mach cone*), η επιφάνεια του οποίου αποτελείται από άπειρες γραμμές Mach



$$\vec{V} > a$$



# Φαινόμενα συμπίεστος...

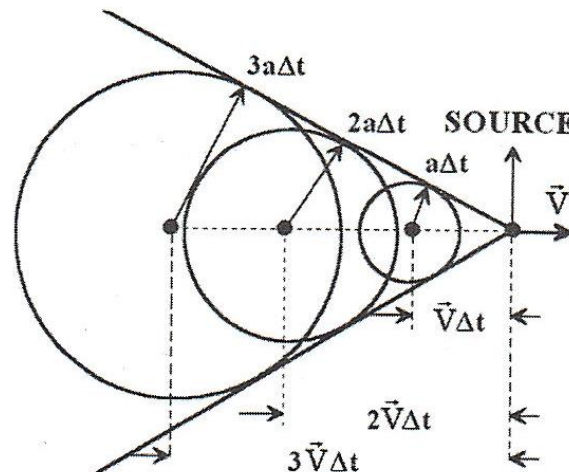


# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

- Από το ορθογώνιο τρίγωνο στην κορυφή του κώνου βρίσκεται ότι για την κλίση της γραμμής Mach κατά τη γωνία  $\mu$  ισχύει:

$$\eta\mu\mu = \frac{c}{u} = \frac{1}{Ma} \Rightarrow \mu = \text{τοξ}(\eta\mu(1/Ma))$$

- Γραμμές Mach σχηματίζονται και σε ακίνητα σώματα που βρίσκονται μέσα σε υπερηχητική ροή, εφόσον το πρωταίο τμήμα τους είναι αιχμηρό, ώστε η διαταραχή που προκαλείται να είναι μικρή και να αντιστοιχεί σε ηχητικό κύμα



$$V > c$$

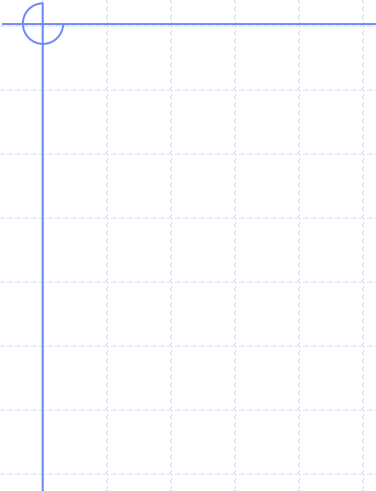


# Φαινόμενα συμπίεσότητας...

- Οι κανόνες της υπερηχητικής ροής του von Karman είναι:
  - ✓ Μεταβολές πίεσης που δημιουργούνται από ένα σώμα που κινείται με υπερηχητική ταχύτητα δεν φθάνουν σε σημεία που βρίσκονται μπροστά από το σώμα
  - ✓ Στην περίπτωση υπερηχητικής ροής ρευστού, μια ακίνητη πηγή προκαλεί μεταβολές σε, ή επηρεάζεται μόνο από, σημεία που βρίσκονται μέσα στον κώνο Mach, που έχει κορυφή το σημείο που βρίσκεται η πηγή
  
- Πχ. αν υποθεθεί ότι ο ήχος δεν μεταδίδεται μέσω του δομικού σκελετού, όταν αναπτύξει υπερηχητική ταχύτητα ( $> 1$  Mach) ο ήχος των κινητήρων του υπερηχητικού αεροσκάφους Concorde (όταν πετούσε) δεν έφθανε στους επιβάτες







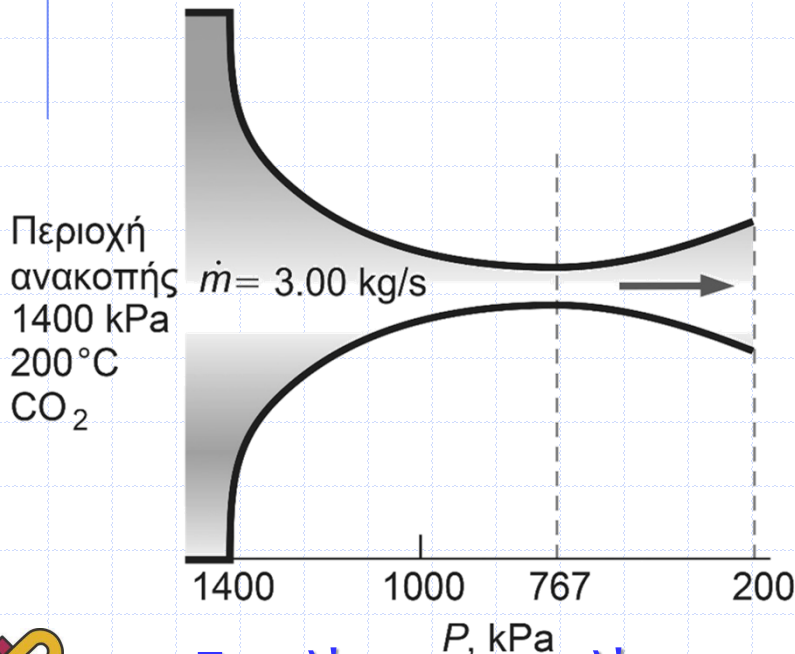
***Μονοδιάστατη  
Ισεντροπική ροή...***



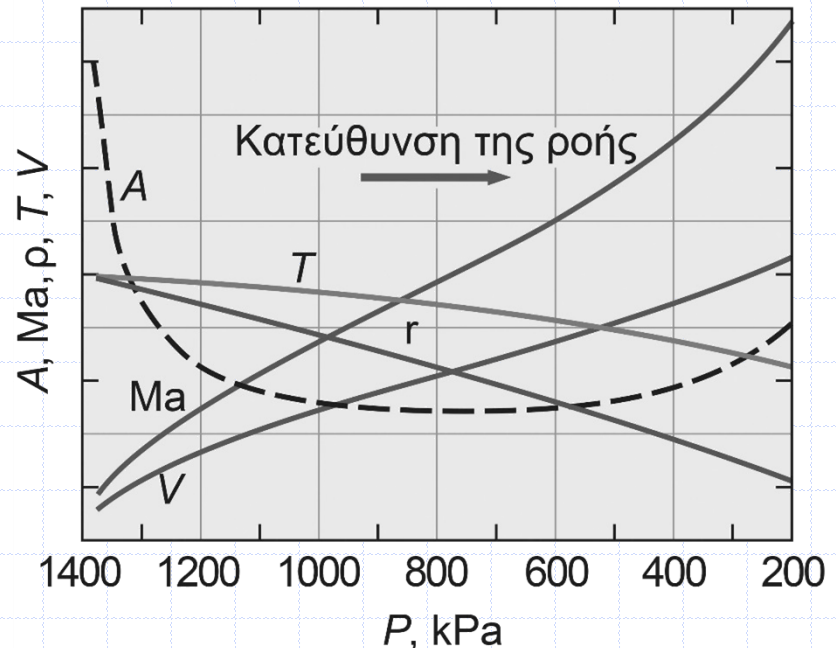
# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

- Κατά τη διάρκεια ροής ρευστού από συσκευές όπως διαχύτες, ακροφύσια και πτερύγια στροβίλων, τα χαρακτηριστικά μεγέθη της ροής μεταβάλλονται κυρίως κατά την κατεύθυνση της ροής, ώστε αυτή να μπορεί με καλή ακρίβεια να θεωρηθεί ως μονοδιάστατη ισεντροπική

## Παράδειγμα



Συγκλίνον – αποκλίνον  
ακροφύσιο



Μεταβολή των κανονικοποιημένων ιδιοτήτων του ρευστού και της διατομής κατά μήκος ενός συγκλίνοντος – αποκλίνοντος ακροφυσίου, καθώς η πίεση ελαττώνεται από τα 1400kPa στα 200kPa

# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

**Πίνακας 17-1:** Μεταβολή των ιδιοτήτων του ρευστού κατά διεύθυνση της ροής εντός αγωγού που περιγράφεται στο Παράδειγμα 17-3 για  $\dot{m} = 3 \text{ kg/sec} = \text{σταθερή}$

$P, \text{ kPa}$	$T, \text{ K}$	$v, \text{ m/s}$	$\rho, \text{ kg/m}^3$	$c, \text{ m/s}$	$A, \text{ cm}^2$	Ma
1.400	473	0,0	15,70	339,4	$\infty$	0
1.200	457	164,5	13,90	333,6	13,10	0,493
1.000	439	240,7	12,10	326,9	10,30	0,736
800	417	306,6	10,10	318,8	9,64	0,962
767*	413	317,2	9,82	317,2	9,63	1,000
600	391	371,4	8,12	308,7	10,00	1,203
400	357	441,9	5,93	295,0	11,50	1,498
200	306	530,9	3,46	272,9	16,30	1,946

\*767 kPa είναι η κρίσιμη πίεση όπου ο τοπικός αριθμός Mach ισούται με την μονάδα.



# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

Μελετάται η ροή σε συγκλίνοντα – αποκλίνοντα αγωγό

□ Από την αρχή διατήρησης της μάζας είναι:

$$\dot{m} = \rho A \vec{V} = \text{σταθ.} \Rightarrow d(\dot{m}) = d(\rho A \vec{V}) \Rightarrow 0 = A \vec{V} d\rho + \rho d(A \vec{V}) \Rightarrow$$

$$A \vec{V} d\rho + \rho A d\vec{V} + \rho \vec{V} dA = 0 \Rightarrow \left( \text{διαίρω ντας με } \rho A \vec{V} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{d\vec{V}}{\vec{V}} = 0}$$

□ Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για σταθεροποιημένη ροή,  $w = 0$ ,  $q = 0$  και  $pe = 0$  προκύπτει:

$$h_{0in} = h_{0out} \Rightarrow h_{in} + \frac{\vec{V}_{in}^2}{2} = h_{out} + \frac{\vec{V}_{out}^2}{2} \Rightarrow h + \frac{\vec{V}^2}{2} = \text{σταθ.} \Rightarrow dh + \vec{V} d\vec{V} = 0$$
$$T ds = dh - u dP \Rightarrow (ds = 0, \text{ισεντροπική}) \Rightarrow dh - u dP = 0 \Rightarrow dh = \frac{1}{\rho} dP \quad \Bigg| \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dP}{\rho} + \vec{V} d\vec{V} = 0}$$

□ Η οποία είναι η διαφορική μορφή της εξίσωσης Bernoulli



# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

□ Ακολουθως είναι:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{d\vec{V}}{\vec{V}} = 0 \Rightarrow \frac{dA}{A} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{d\vec{V}}{\vec{V}} \Rightarrow \frac{dA}{A} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{\vec{V} d\vec{V}}{\vec{V}^2} \Rightarrow \frac{dA}{A} = -\frac{\vec{V} d\vec{V}}{\vec{V}^2} - \frac{d\rho}{\rho} \quad \left| \Rightarrow \right.$$

$$\frac{dP}{\rho} + \vec{V} d\vec{V} = 0 \Rightarrow -\vec{V} d\vec{V} = \frac{dP}{\rho}$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho} \frac{1}{\vec{V}} - \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho} \left( \frac{1}{\vec{V}^2} - \frac{d\rho}{dP} \right) \quad \left| \Rightarrow \right.$$

□ Για την ταχύτητα του ήχου, για τυχαίο ρευστό ισχύει:

$$c^2 = \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s \Rightarrow \frac{d\rho}{dP} = \frac{1}{c^2}$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho} \left( \frac{1}{\vec{V}^2} - \frac{1}{c^2} \right) \Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho \vec{V}^2} \left( 1 - \frac{\vec{V}^2}{c^2} \right) \Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho \vec{V}^2} (1 - Ma^2)$$



# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

□ Ακολουθεί διερεύνηση της σχέσης:  $\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho \vec{V}^2} (1 - Ma^2)$

για να εξεταστεί πως μεταβάλλεται η πίεση κατά μήκος συγκλίνοντα / αποκλίνοντα αγωγού

□ **Υποηχητική**,  $Ma < 1$ :  $1 - Ma^2 > 0 \Rightarrow dA$  και  $dP$  ίδιο πρόσημο  $\left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ dA < 0 \end{array} \right.$

✓ Σε συγκλίνοντα αγωγό:  
 $dP < 0 \Rightarrow$  πίεση μειώνεται

✓ Σε αποκλίνοντα αγωγό:  $1 - Ma^2 > 0 \Rightarrow dA$  και  $dP$  ίδιο πρόσημο  $\left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ dA > 0 \end{array} \right.$

$dP > 0 \Rightarrow$  πίεση αυξάνεται



# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

□ **Υπερηχητική**,  $Ma > 1$ :  $1 - Ma^2 < 0 \Rightarrow dA$  και  $dP$  αντίθετο πρόσημο  $dA < 0$   $\Rightarrow$

- ✓ Σε συγκλίνοντα αγωγό:  
 $dP > 0 \Rightarrow$  πίεση αυξάνεται

$1 - Ma^2 < 0 \Rightarrow dA$  και  $dP$  αντίθετο πρόσημο  $dA > 0$   $\Rightarrow$

- ✓ Σε αποκλίνοντα αγωγό:  
 $dA < 0 \Rightarrow$  πίεση μειώνεται



# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

□ Επίσης είναι:

$$\frac{dP}{\rho} + \vec{V} d\vec{V} = 0 \Rightarrow \frac{dP}{\rho} = -\vec{V} d\vec{V} \Rightarrow \rho \vec{V} = -\frac{dP}{d\vec{V}}$$

και

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho \vec{V}^2} (1 - Ma^2) \Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho \vec{V} \vec{V}} (1 - Ma^2) \quad \Bigg| \Rightarrow$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{-\frac{dP}{d\vec{V}} \vec{V}} (1 - Ma^2) \Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{d\vec{V}}{\vec{V}} (1 - Ma^2)$$





# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

- Ακολουθεί διερεύνηση της σχέσης:

$$\frac{dA}{A} = \frac{dV}{V} (1 - Ma^2)$$

για να εξεταστεί πως μεταβάλλεται η ταχύτητα κατά μήκος συγκλίνοντα / αποκλίνοντα αγωγού

- **Υποηχητική**,  $Ma < 1: 1 - Ma^2 > 0 \Rightarrow dA$  και  $dV$  αντίθετο πρόσημο

- ✓ Σε συγκλίνοντα αγωγό:

$$dA < 0$$

⇒

$d\vec{V} > 0 \Rightarrow$  Ταχύτητα αυξάνεται

- ✓ Σε αποκλίνοντα αγωγό:  $1 - Ma^2 > 0 \Rightarrow dA$  και  $dV$  αντίθετο πρόσημο

$$dA > 0$$

⇒

$d\vec{V} < 0 \Rightarrow$  Ταχύτητα μειώνεται



# Μονοδιάστατη ισεντροπική ροή...

□ **Υπερηχητική**,  $M > 1$ :  $1 - Ma^2 < 0 \Rightarrow dA$  και  $dV$  ίδιο πρόσημο  $\left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ dA < 0 \end{array} \right.$

✓ Σε συγκλίνοντα αγωγό:

$d\vec{V} < 0 \Rightarrow$  Ταχύτητα μειώνεται

✓ Σε αποκλίνοντα αγωγό:  $1 - Ma^2 < 0 \Rightarrow dA$  και  $dV$  ίδιο πρόσημο  $\left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ dA > 0 \end{array} \right.$

$d\vec{V} > 0 \Rightarrow$  Ταχύτητα αυξάνεται



***Σχέσεις μεταξύ στατικών  
και ολικών μεγεθών  
συναρτήσσει του αριθμού  
Mach...***



# Σχέσεις μεταξύ στατικών και ολικών μεγεθών συναρτήσει του αριθμού Mach...

Από την σχέση  $T_o = T + \frac{\vec{V}^2}{2c_p} \Rightarrow \frac{T_o}{T} = 1 + \frac{\vec{V}^2}{2c_p T} \Rightarrow$

Επίσης είναι:  $c_p = kR/(k-1) \quad c = \sqrt{kRT} \quad Ma = \frac{V}{c} \Rightarrow$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) Ma^2$$

$$\left(\frac{P_o}{P}\right) = \left(\frac{T_o}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$\Rightarrow$

$$\left(\frac{\rho_o}{\rho}\right) = \left(\frac{T_o}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{P_o}{P} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) Ma^2\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) Ma^2\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

- Οι παραπάνω σχέσεις χρησιμεύουν για τον υπολογισμό σημαντικών μεγεθών, πχ. της πτήσης ενός αεροσκάφους, όπως του αριθμού Mach της πτήσης, της στατικής εξωτερικής θερμοκρασίας (ambient temperature), όταν είναι γνωστά τα μεγέθη  $P_o$ ,  $P$  και  $T_o$



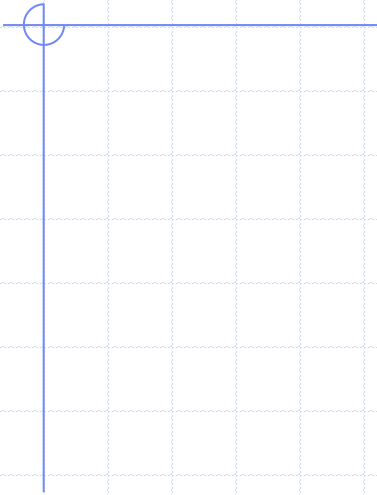
# Σχέσεις μεταξύ στατικών και ολικών μεγεθών συναρτήσει του αριθμού Mach...

- **Κρίσιμες ιδιότητες:** ονομάζονται οι ιδιότητες ενός ρευστού σε μια περιοχή όπου ο αριθμός Mach ισούται με την μονάδα ( $Ma = 1$ ), (στον λαιμό)
- Οι κρίσιμες τιμές υποδηλώνονται με την χρήση του αστερίσκου (\*)
- Αντικαθιστώντας  $Ma = 1$  στις προηγούμενες σχέσεις προκύπτουν:

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1} \quad \frac{P^*}{P_0} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \frac{\rho^*}{\rho_0} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

**Προσοχή:** Οι κρίσιμες ιδιότητες σε συμπιεστή ροή **ΔΕΝ** έχουν σχέση με τις ιδιότητες στο κρίσιμο σημείο ( $T_c, P_c$ )

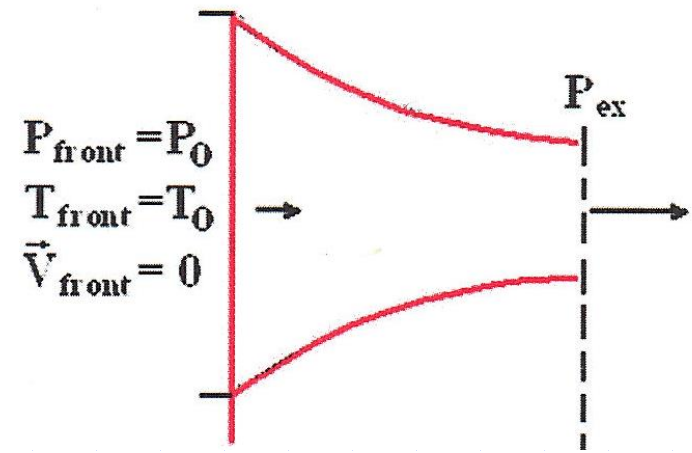




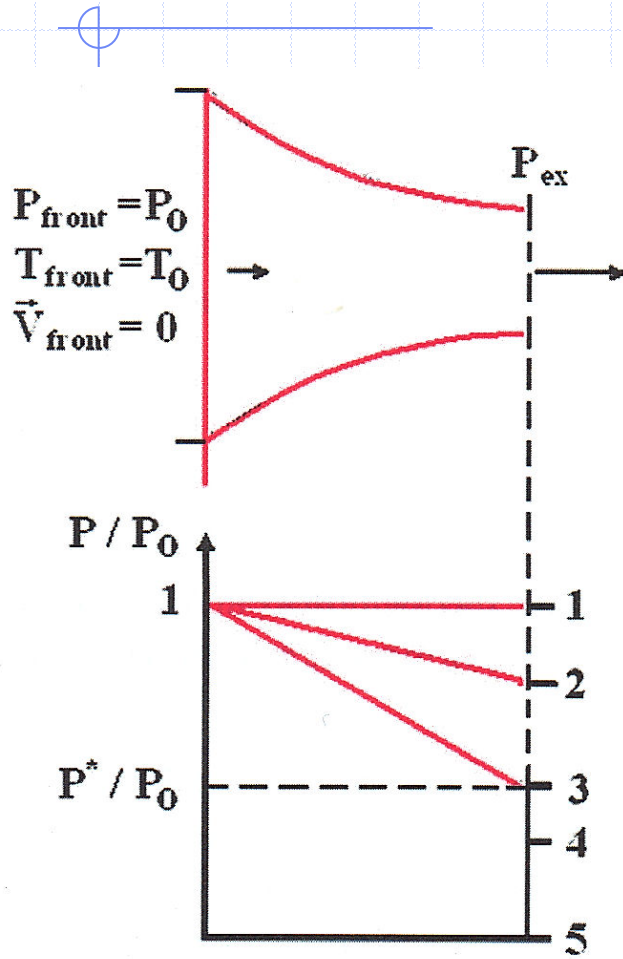
***Συγκλίνων αγωγός...***

# Συγκλίνων αγωγός...

- Μελετάται η υποηχητική ροή διαμέσου ενός συγκλίνοντος αγωγού (ακροφύσιο) και συγκεκριμένα η μεταβολή της ταχύτητας, της παροχής μάζας και της πίεσης κατά μήκος του ακροφυσίου συναρτήσει της πίεσης επιστροφής (ή αντίθλιψη, back pressure)  $P_{back}$  που επενεργεί στην περιοχή εκτόνωσης του ακροφυσίου
- Στην είσοδο του ακροφυσίου εφαρμόζεται μια δεξαμενή εισόδου πίεσης  $P_{front}$  και θερμοκρασίας εισόδου  $T_{front}$
- Επειδή, η ταχύτητα του ρευστού στην δεξαμενή είναι ουσιαστικά μηδενική, και η ροή διαμέσου του ακροφυσίου είναι ισεντροπική, η πίεση και η ολική (ανακοπής) θερμοκρασία του ρευστού σε οποιαδήποτε διατομή του ακροφυσίου θα είναι ίσες με την θερμοκρασία και την πίεση της δεξαμενής



# Συγκλίνων αγωγός...



- Στο σχήμα φαίνεται η επίδραση που έχει η μείωση της πίεσης επιστροφής  $P_{back}$  στην κατανομή της πίεσης κατά μήκος του ακροφυσίου
- Όταν η  $P_{back} = P_{01} = P_{front}$  τότε η ροή σταματά
- Καθώς η πίεση επιστροφής μειώνεται τείνοντας στην  $P_{02}$  η πίεση του εξωτερικού επιπέδου  $P_{oex}$  μειώνεται στην  $P_{02}$ , γεγονός που προκαλεί μείωση της πίεσης κατά μήκος του ακροφυσίου στην κατεύθυνση της ροής
- Όταν η πίεση επιστροφής  $P_{back}$  μειωθεί περισσότερο τείνοντας στην  $P_{03} (= P^*)$ , η πίεση για να αυξηθεί η ταχύτητα του ρευστού στην ταχύτητα του ήχου στο εξωτερικό επίπεδο ή στο λαιμό), η παροχή μάζας μεγιστοποιείται, και η ροή είναι φραγμένη (choked)
- Αν συνεχιστεί η μείωση της πίεσης επιστροφής έως την  $P_{04}$  ή και παρακάτω δεν παρατηρούνται μεταβολές στην κατανομή της πίεσης κατά μήκος του ακροφυσίου



# Συγκλίνων αγωγός...

- Για μόνιμη ροή, όπως αυτή μέσα στο ακροφύσιο, για την παροχή μάζας ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{m} = \rho A \vec{V} \\ P = \rho R T \end{array} \right| \Rightarrow \dot{m} = \frac{P}{RT} A \vec{V} \quad \left| \Rightarrow \dot{m} = P A (Ma) \sqrt{\frac{k}{RT}} \right.$$

και  $Ma = \frac{\vec{V}}{c} \Rightarrow \vec{V} (Ma) c \Rightarrow \vec{V} = (Ma) \sqrt{k R T}$

επίσης  $\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) (Ma)^2 \Rightarrow T = \frac{T_0}{1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) (Ma)^2} \Rightarrow$

και  $\frac{P_0}{P} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) (Ma)^2\right]^{\frac{k}{k-1}} \Rightarrow P = \frac{P_0}{\left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) (Ma)^2\right]^{\frac{k}{k-1}}}$



# Συγκλίνων αγωγός...

Οπότε:

$$\dot{m} = \frac{A (Ma) P_0 \sqrt{k/(R T_0)}}{[1 + (k - 1) (Ma)^2 / 2]^{(k+1)/[2(k-1)']}}$$

- Από την ανωτέρω σχέση προκύπτει ότι η παροχή μάζας ενός ακροφυσίου είναι συνάρτηση των ιδιοτήτων ανακοπής του ρευστού, του εμβαδού της επιφάνειας ροής και του αριθμού Mach, ενώ ισχύει για κάθε διατομή
- Μηδενίζοντας την παράγωγο της ανωτέρω, με δεδομένη της επιφάνεια ροής  $A$ , την  $T_0$  και την  $P_0$  αποδεικνύεται ότι η μέγιστη παροχή μάζας επιτυγχάνεται για  $Ma = 1$
- Όμως, η μόνη εγκάρσια τομή του ακροφυσίου στην οποία ο αριθμός Mach μπορεί να ισούται με την μονάδα είναι αυτή της ελάχιστης επιφάνειας ροής (λαιμός), η παροχή μάζας διαμέσου ενός ακροφυσίου θα μεγιστοποιείται όταν στο λαιμό ισχύει  $Ma=1$



# Συγκλίνων αγωγός...

- Συμβολίζοντας με  $A^*$  τη διατομή του λαιμού και αντικαθιστώντας ανωτέρω την τιμή  $Ma = 1$ , προκύπτει η μέγιστη παροχή μάζας, για δεδομένο ιδανικό αέριο, είναι:

$$\dot{m}_{max} = A^* P_0 \sqrt{\frac{k}{RT_0} \left( \frac{2}{k-1} \right)^{(k+1)/[2(k-1)]}}$$

για  $k = 1,4 \Rightarrow \dot{m}_{max} = 0.0404 A^* P_0 / T_0$

Πίεση ανακοπής  $\rightarrow$   $P_0$   
Θερμοκρασία ανακοπής  $\rightarrow$   $T_0$   
Εμβαδόν διατομής λαιμού  $\rightarrow$   $A^*$

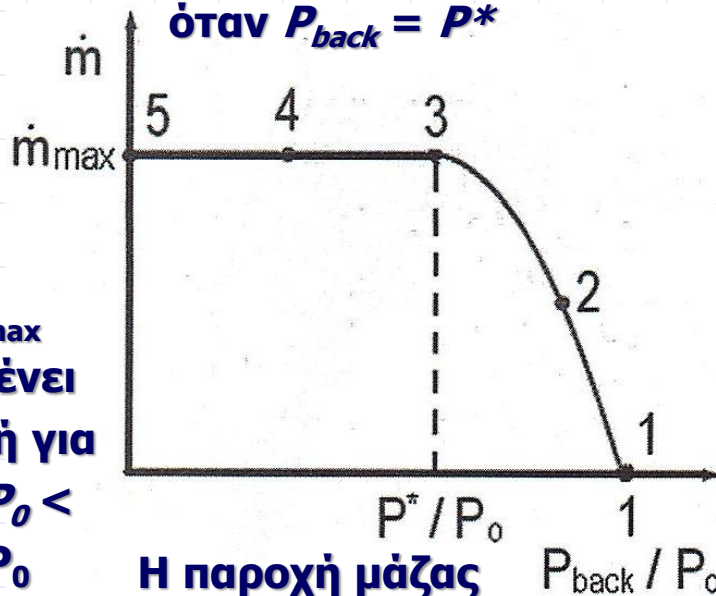
- Συνεπώς, η παροχή μάζας εξαρτάται από την πίεση ανακοπής, τη θερμοκρασία ανακοπής και το εμβαδό της διατομής λαιμού



# Συγκλίνων αγωγός...

- Από την γραφική παράσταση της παροχής  $\dot{m}$  συναρτήσει του λόγου  $P_{back} / P_0$  για ένα συγκλίνον ακροφύσιο, παρατηρείται ότι η παροχή μάζας αυξάνει καθώς ο λόγος  $P_{back} / P_0$  μειώνεται και αποκτά μέγιστη τιμή  $P_{back} = P^*$  στην οποία παραμένει σταθερή για τιμές  $P_{back} / P_0$  που είναι μικρότερες από αυτόν τον κρίσιμο λόγο

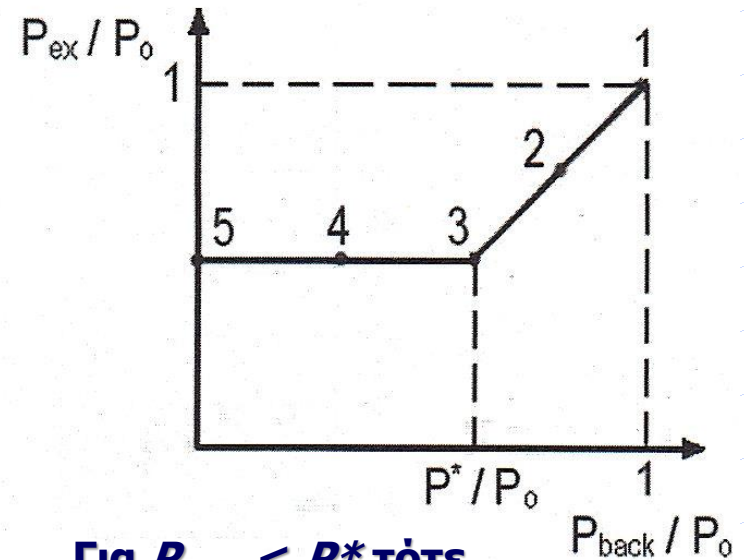
**Η παροχή μάζας  
αποκτά μέγιστη τιμή  
όταν  $P_{back} = P^*$**



**Η  $\dot{m}_{max}$   
παραμένει  
σταθερή για  
 $P_{back}/P_0 <$   
 $P^*/P_0$**

**Η παροχή μάζας  
αυξάνεται καθώς ο  
λόγος  $P_{back}/P_0$  μειώνεται**

**Για  $P_{back} \geq P^*$  τότε  
 $P_{oex} = P_{back}$**



**Για  $P_{back} < P^*$  τότε  
 $P_{oex} = P^*, M = 1$   
και  $\dot{m} = \dot{m}_{max}$**



# Συγκλίνων αγωγός...

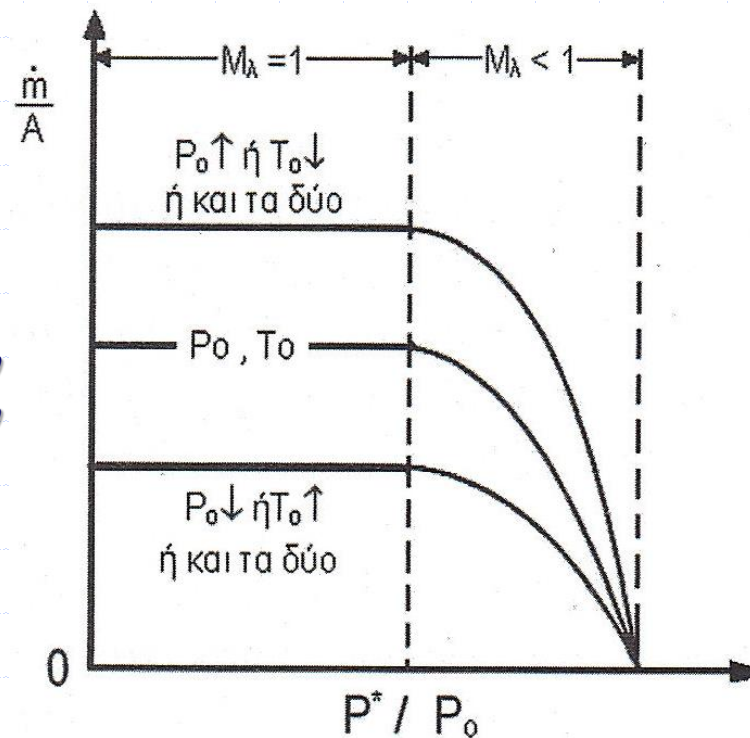
- Επειδή η ταχύτητα ροής στο λαιμό για τη μέγιστη παροχή μάζας είναι ίση με αυτή του ήχου, είναι αδύνατο να γίνει αντιληπτή στην είσοδο του ακροφυσίου μια πίεση επιστροφής μικρότερη από την κρίσιμη, οπότε η παροχή στην περίπτωση αυτή παραμένει αμετάβλητη



# Συγκλίνων αγωγός...

- Η μεταβολή της παροχής μάζας μέσα σε ένα συγκλίνον ακροφύσιο συναρτῆσει της πίεσης ανακοπής  $P_0$  και ἔμμεσα της θερμοκρασίας ανακοπής  $T_0$

Μείωση της πίεσης ανακοπής  $P_0$  (ἢ αὐξηση της θερμοκρασίας  $T_0$  ἢ και τα δύο) οδηγεί σε μείωση της ροῆς μάζας διαμέσου του συγκλίνοντος ακροφυσιου

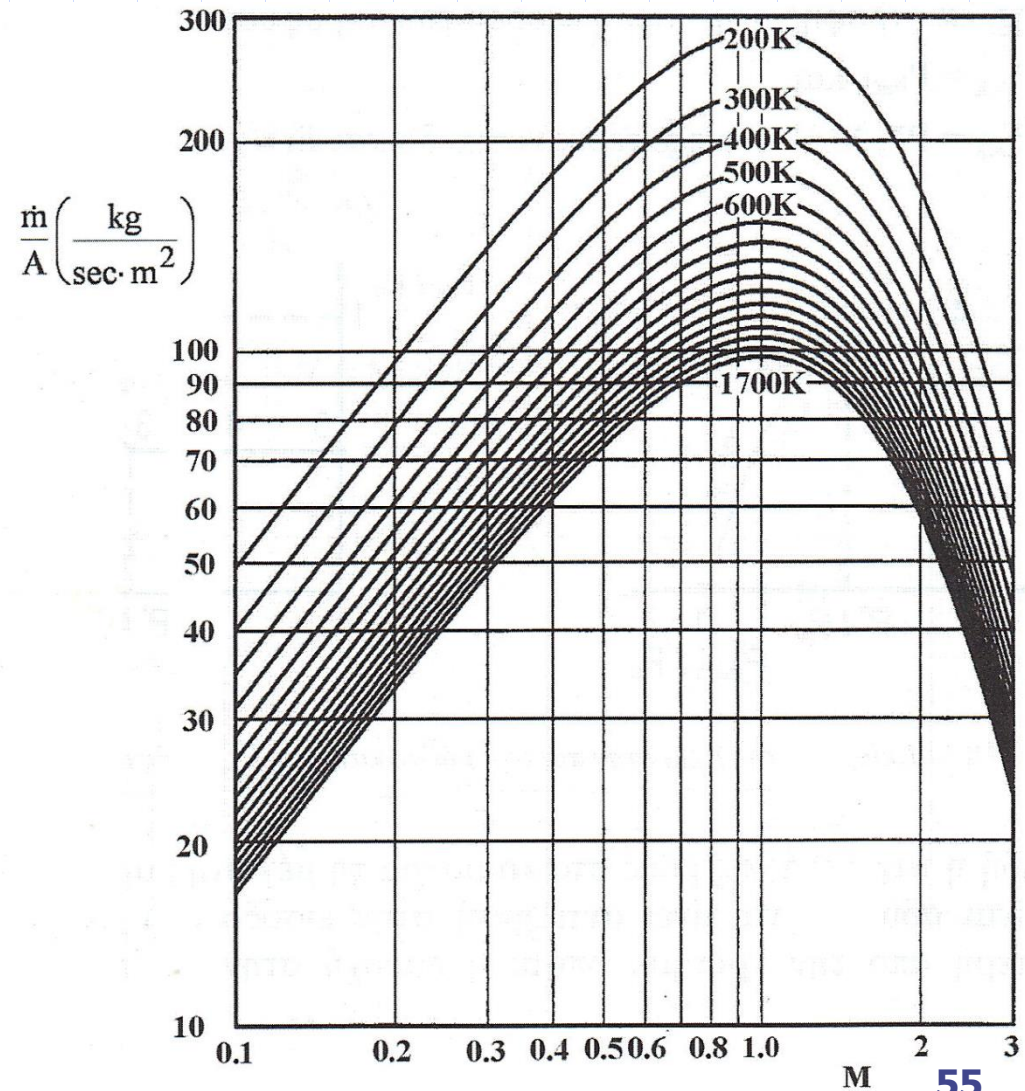


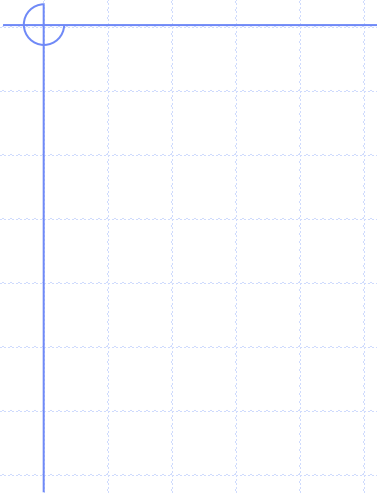
Αὐξηση της πίεσης ανακοπής  $P_0$  (ἢ μείωση της θερμοκρασίας  $T_0$  ἢ και τα δύο) οδηγεί σε αὐξηση της ροῆς μάζας διαμέσου του συγκλίνοντος ακροφυσιου



# Συγκλίνων αγωγός...

- Η μεταβολή της παροχής μάζας ανά μονάδα επιφάνειας με τον αριθμό Mach, για ένα ιδανικό αέριο με  $k = 1,4$  και για  $P = 1 \text{ bar}$  και για διάφορες τιμές της ολικής θερμοκρασίας, δίνεται στο διάγραμμα





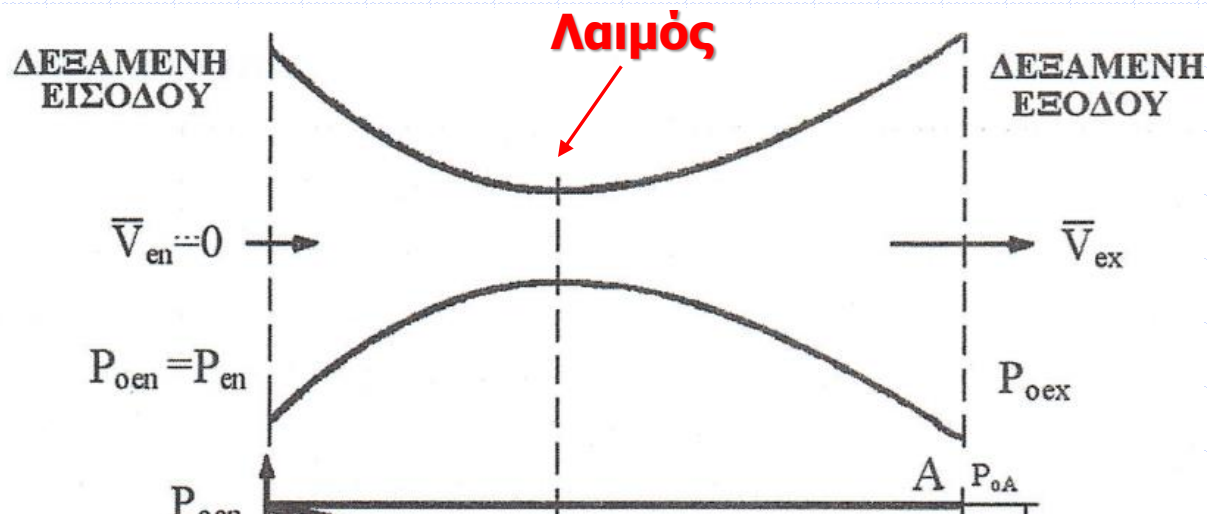
***Συγκλίνων – αποκλίνων  
αγωγός...***





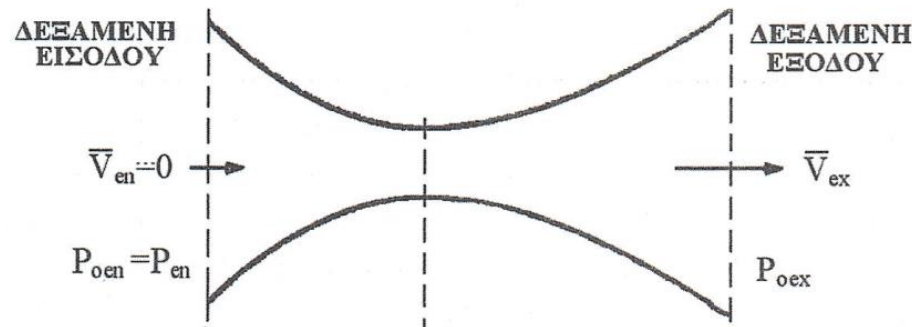
# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...

- Αποδείχθηκε στα προηγούμενα ότι η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να επιτευχθεί από ένα ρευστό, σ' ένα συγκλίνον ακροφύσιο, είναι αυτή του ήχου ( $Ma = 1$ ), που επιτυγχάνεται στην τελική εγκάρσια διατομή του ακροφυσίου
- Ταχύτητες ρευστού μεγαλύτερες του ήχου ( $Ma > 1$ ) μπορούν να επιτευχθούν μόνο με την χρήση ενός συγκλίνοντος – αποκλίνοντος αγωγού (ακροφυσίου), όπως πχ. στα αεροσκάφη υψηλών επιδόσεων
- Η εγκάρσια διατομή με το μικρότερο εμβαδόν ονομάζεται λαιμός (throat)

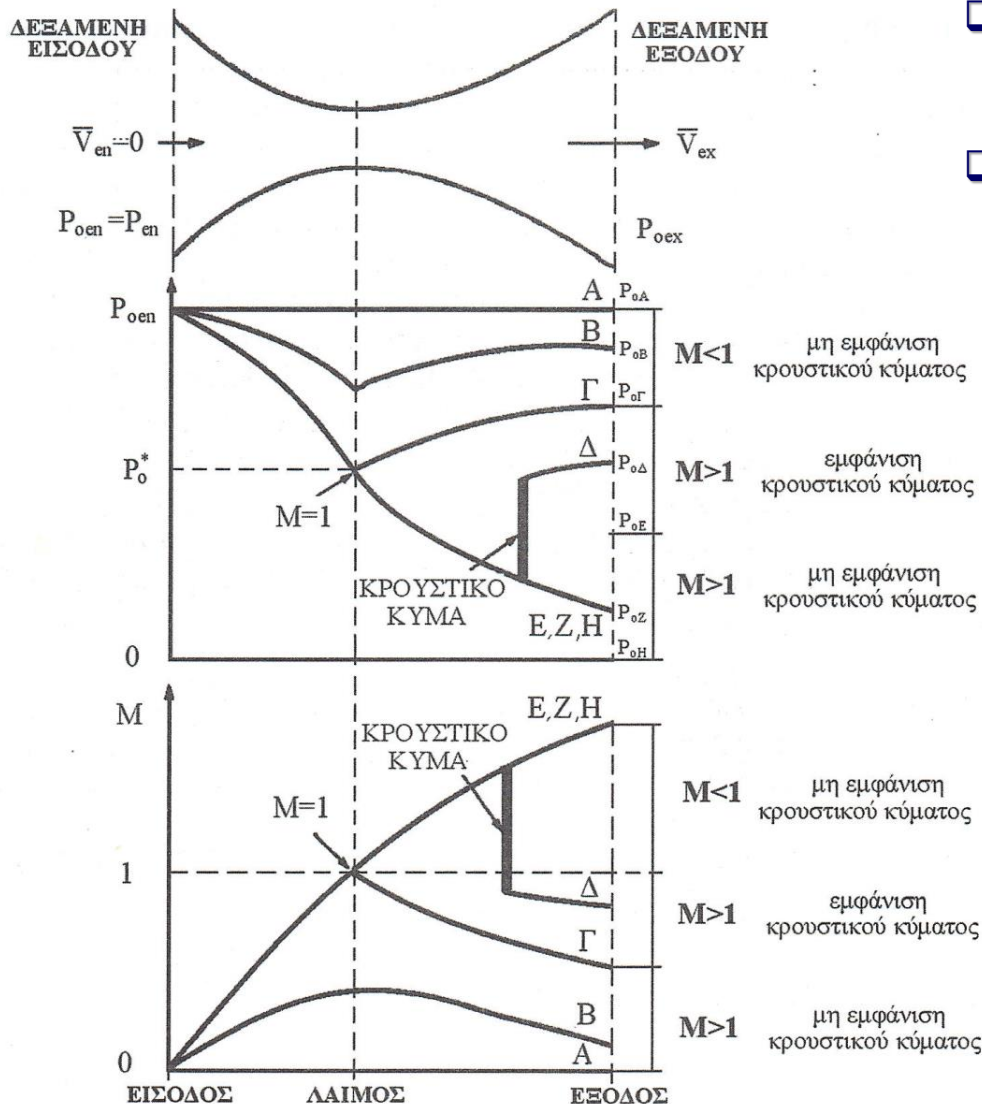


# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...

- Όμως, η διέλευση και μόνο ενός ρευστού διαμέσου ενός συγκλίνοντος-αποκλίνοντος ακροφυσίου δεν σημαίνει ότι το ρευστό στην έξοδο θα φθάσει, υποχρεωτικά, σε υπερηχητικές ταχύτητες
- Αντίθετα, εάν η πίεση στην έξοδο βρίσκεται έξω από το επιθυμητό εύρος, το ρευστό είναι δυνατόν να επιβραδύνεται στο αποκλίνον τμήμα
- Συνεπώς, για δεδομένες συνθήκες εισόδου, η ροή διαμέσου ενός συγκλίνοντος ακροφυσίου εξαρτάται από την πίεση στην έξοδο,  $P_{0en}$
- Ακολούθως, μελετάται το συγκλίνον – αποκλίνον ακροφύσιο του σχήματος, στο οποίο εισέρχεται ρευστό με χαμηλή ταχύτητα και με ολική πίεση εισόδου  $P_{0en} = P_0$



# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...



□ Όταν  $P_{oex} = P_{oen}$ :  
Δεν υπάρχει ροή στο ακροφύσιο

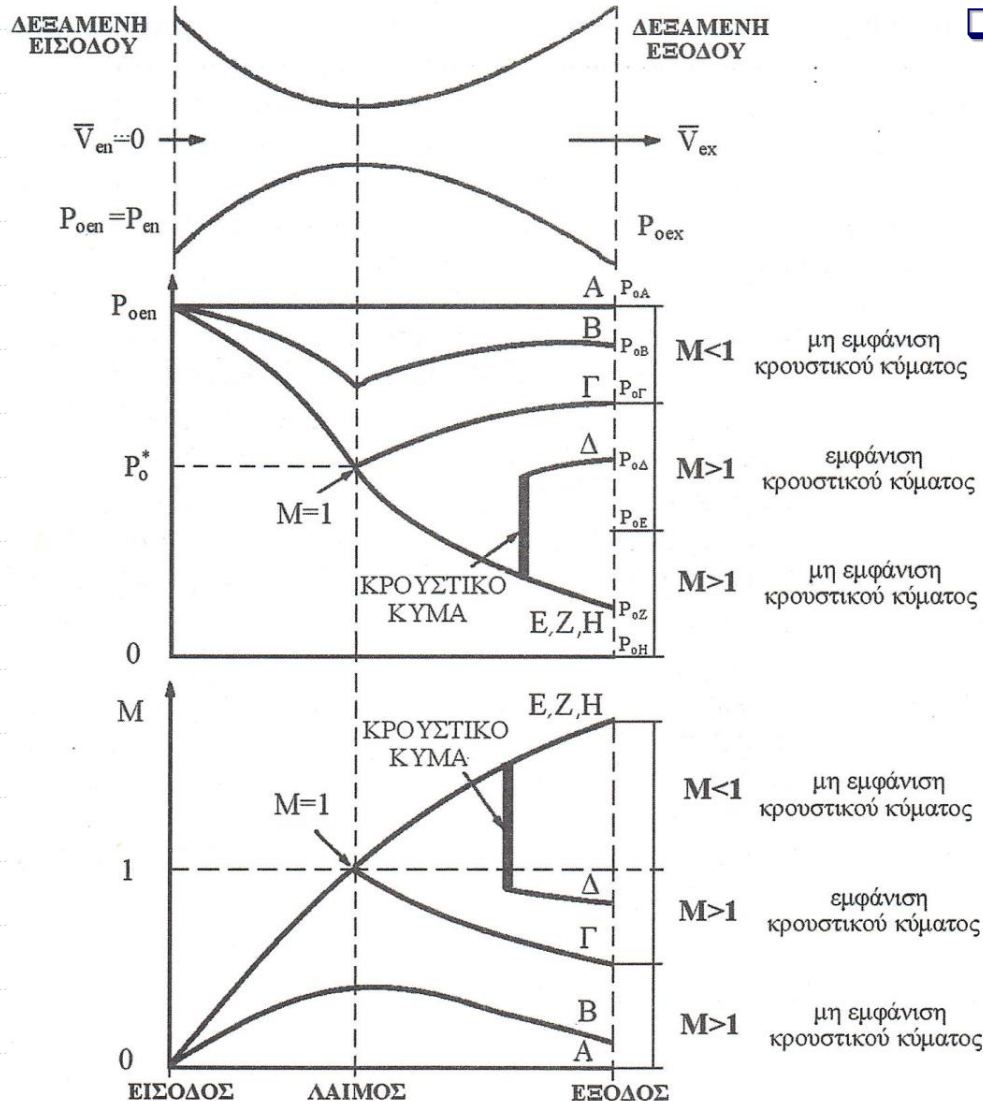
□ Όταν  $P_{oen} > P_{oex} > P_{o\Gamma}$ :

Η ροή διατηρείται σε όλο το ακροφύσιο, υποηχητική και η παροχή μάζας είναι μικρότερη από αυτή που αντιστοιχεί στην φραγμένη (στραγγαλισμένη) ροή

Η ταχύτητα του ρευστού αυξάνεται στο πρώτο (συγκλίνων) τμήμα και αποκτά τη μέγιστη τιμή της στο λαιμό (όμως  $M < 1$ )  
Το μεγαλύτερο ποσοστό της ταχύτητας χάνεται στο δεύτερο (αποκλίνων) τμήμα που λειτουργεί ως διαχύτης

Το αντίθετο συμβαίνει με την πίεση που μειώνεται στο συγκλίνων τμήμα, αποκτά ένα ελάχιστο στο λαιμό και αυξάνει με την μείωση της ταχύτητας στο αποκλίνων τμήμα

# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...



□ Όταν  $P_{0ex} = P_{0Γ}$

Η πίεση στο λαιμό ισούται με  $P^*_0$  και το ρευστό στο λαιμό φθάνει την ταχύτητα του ήχου ( $M = 1$ )

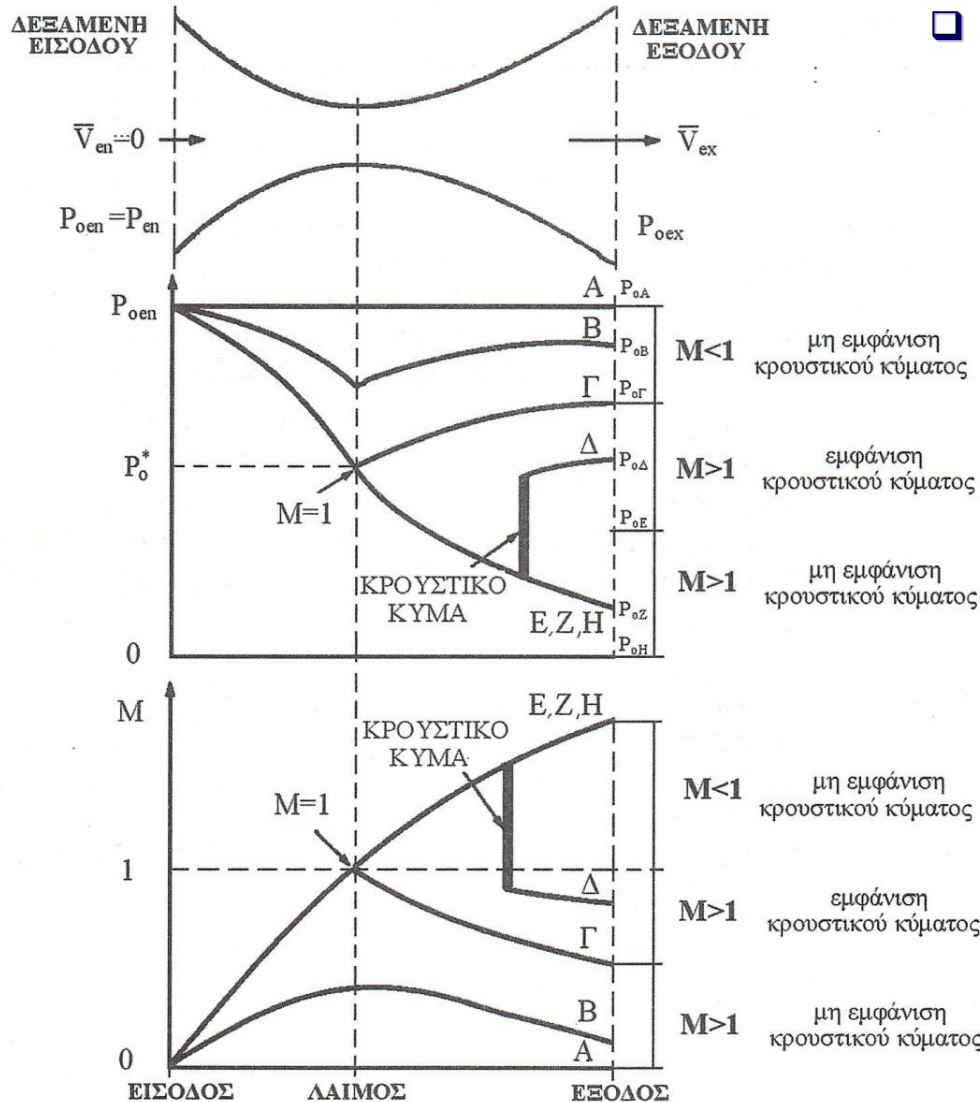
Το αποκλινον τμήμα συνεχίζει να λειτουργεί ως διαχύτης, επιβραδύνοντας το ρευστό σε υποηχητικές ταχύτητες

Η παροχή μάζας που αυξανόταν με την μείωση της  $P_{0ex}$  αποκτά επίσης την μέγιστη τιμή

Η  $P^*_0$  είναι η ελάχιστη πίεση που μπορεί να επιτευχθεί στο λαιμό και η ταχύτητα του ήχου είναι η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να επιτευχθεί με ένα συγκλίνων ακροφύσιο

Η επιπλέον μείωση της  $P_{0ex}$  δεν επηρεάζει την ροή του ρευστού στο συγκλίνων τμήμα του ακροφυσίου, ούτε την παροχή μάζας διαμέσου του ακροφυσίου, επηρεάζει όμως τον χαρακτήρα της ροής στο αποκλινον

# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...



□ Όταν  $P_{o\Gamma} > P_{o\text{ex}} > P_{o\text{E}}$

Το ρευστό στο λαιμό έχει αποκτήσει την ταχύτητα του ήχου και συνεχίζει να επιταχύνεται σε υπερηχητικές ταχύτητες στο αποκλίνον τμήμα, καθώς η πίεση μειώνεται

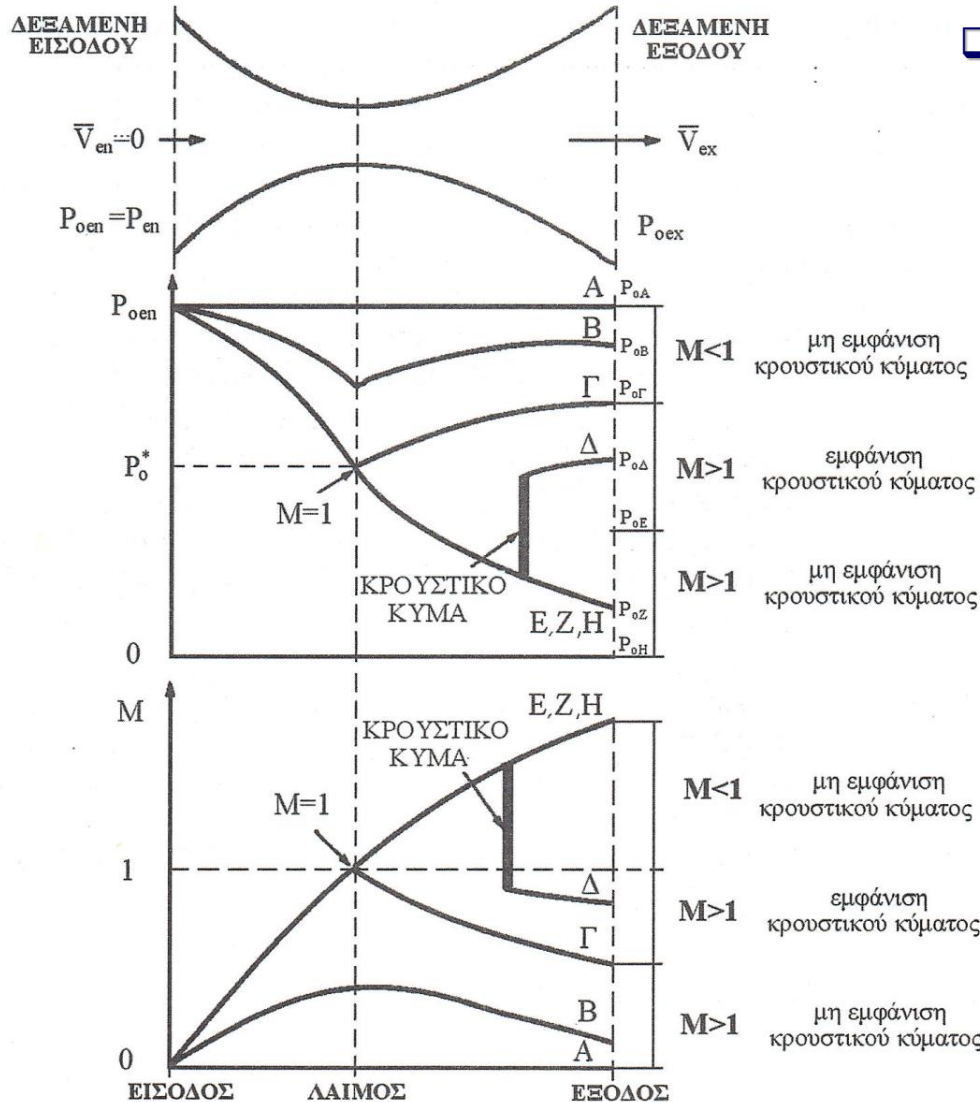
Η επιτάχυνση σταματά απότομα καθώς εμφανίζεται ένα κανονικό κρουστικό κύμα μεταξύ του λαιμού και το εξωτερικού επιπέδου, που προκαλεί απότομη πτώση της ταχύτητας σε υποηχητική και απότομη αύξηση της πίεσης

Το ρευστό επιβραδύνεται στο υπόλοιπο τμήμα του συγκλίνοντος – αποκλίνοντος ακροφυσίου

Η ροή εντός του ακροφυσίου είναι έντονα μη αντιστρεπτή και συνεπώς δεν μπορεί να προσεγγιστεί από μια ισεντροπική

Το κανονικό κρουστικό κύμα κινείται στην κατεύθυνση της ροής, απομακρυνόμενο από τον λαιμό, καθώς η  $P_{o\text{ex}}$  μειώνεται και προσεγγίζει το εξωτερικό επίπεδο του ακροφυσίου, καθώς η  $P_{o\text{ex}}$  προσεγγίζει την  $P_{o\text{E}}$

# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...



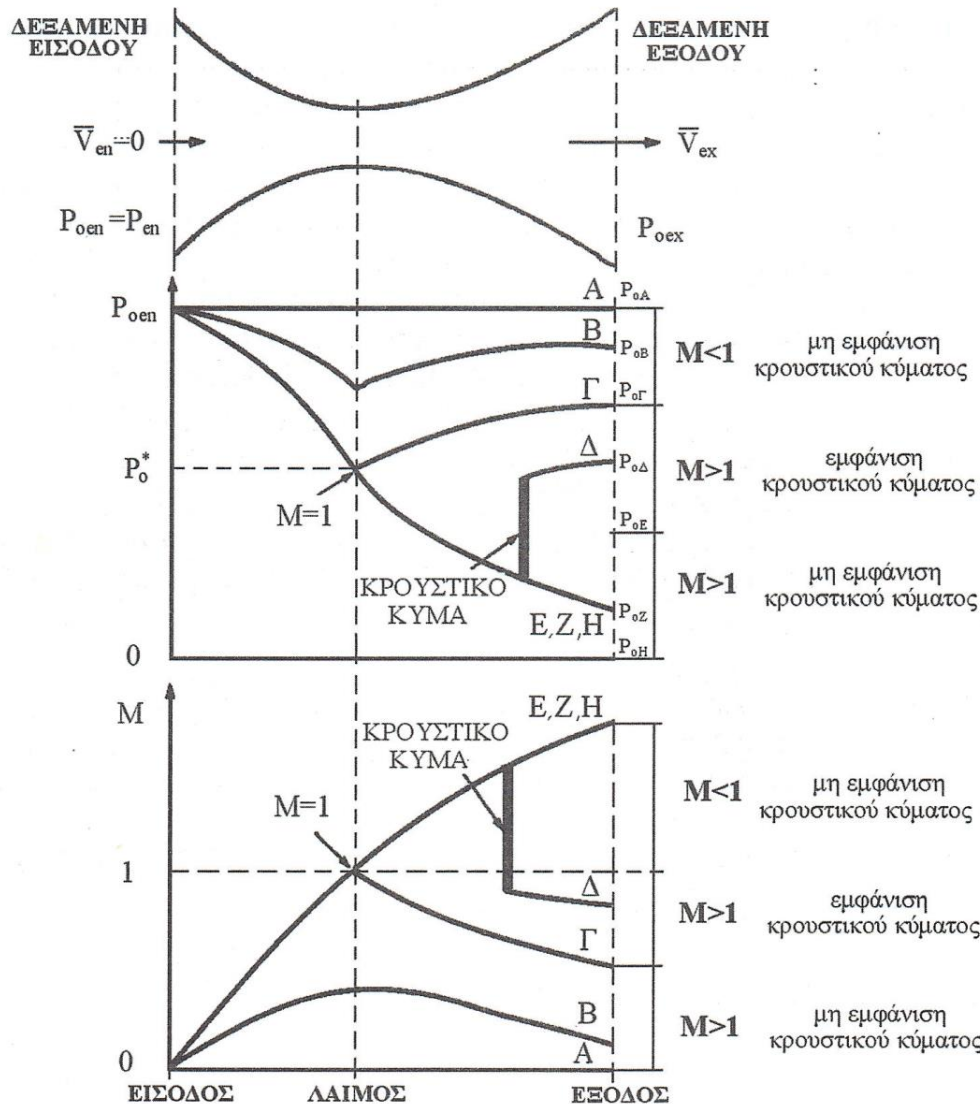
□ Όταν  $P_{oex} = P_{oE}$

Το κανονικό κρουστικό κύμα εμφανίζεται στο επίπεδο ακριβώς έξω από το ακροφύσιο

Η ροή σε ολόκληρο το αποκλινον τμήμα είναι υπερηχητική και μπορεί να προσεγγιστεί ως ισεντροπική

Η ταχύτητα του ρευστού μειώνεται πριν εξέλθει από το ακροφύσιο σε υποηχητικά επίπεδα, καθώς διασχίζει το κρουστικό κύμα

# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...



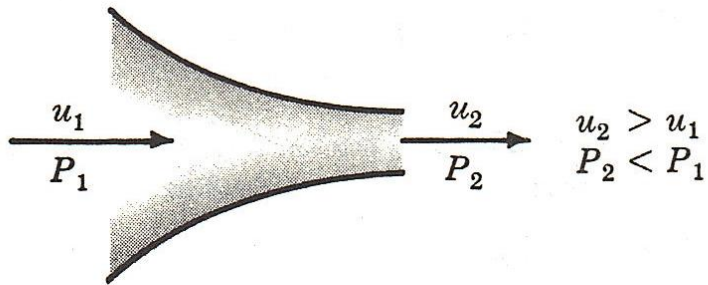
□ Όταν  $P_{oE} > P_{oex} > 0$

Η ροή στο αποκλίνον τμήμα είναι υπερηχητική και το ρευστό εκτονώνεται σε πίεση  $P_{oZ}$  στην έξοδο του ακροφυσίου χωρίς να σχηματίζεται στο ακροφύσιο κανονικό κρουστικό κύμα, και η ροή μπορεί να προσεγγιστεί ως ισεντροπική. Όταν  $P_{oex} = P_{oZ}$  δεν σχηματίζεται κανένα κρουστικό κύμα, ούτε στο εσωτερικό, ούτε στο εξωτερικό του ακροφυσίου. Όταν  $P_{oex} < P_{oZ}$  δημιουργούνται κύματα μη αντιστρεπτής ανάμιξης και εκτόνωση κατά την κατεύθυνση της ροής και μετά το επίπεδο της εξόδου του ακροφυσίου.

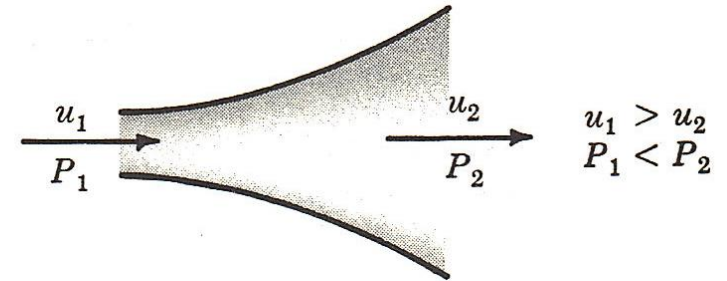
□ Όταν  $P_{oex} > P_{oZ}$

Η πίεση του ρευστού αυξάνει μη αντιστρεπτά από  $P_{oZ}$  σε  $P_{oex}$  στην συνέχεια στην έξοδο του ακροφυσίου, δημιουργώντας πλάγια κρουστικά κύματα.

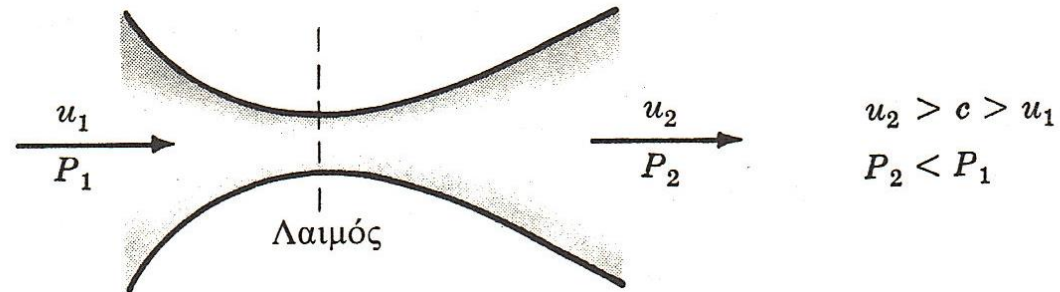
# Συγκλίνων – αποκλίνων αγωγός...



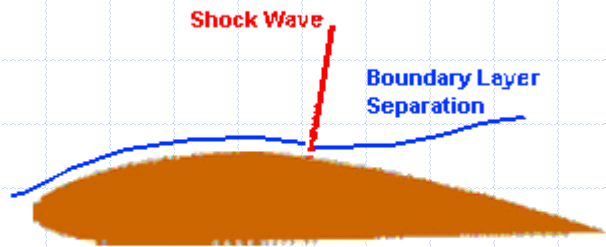
Σχ. 6-19



Σχ. 6-20

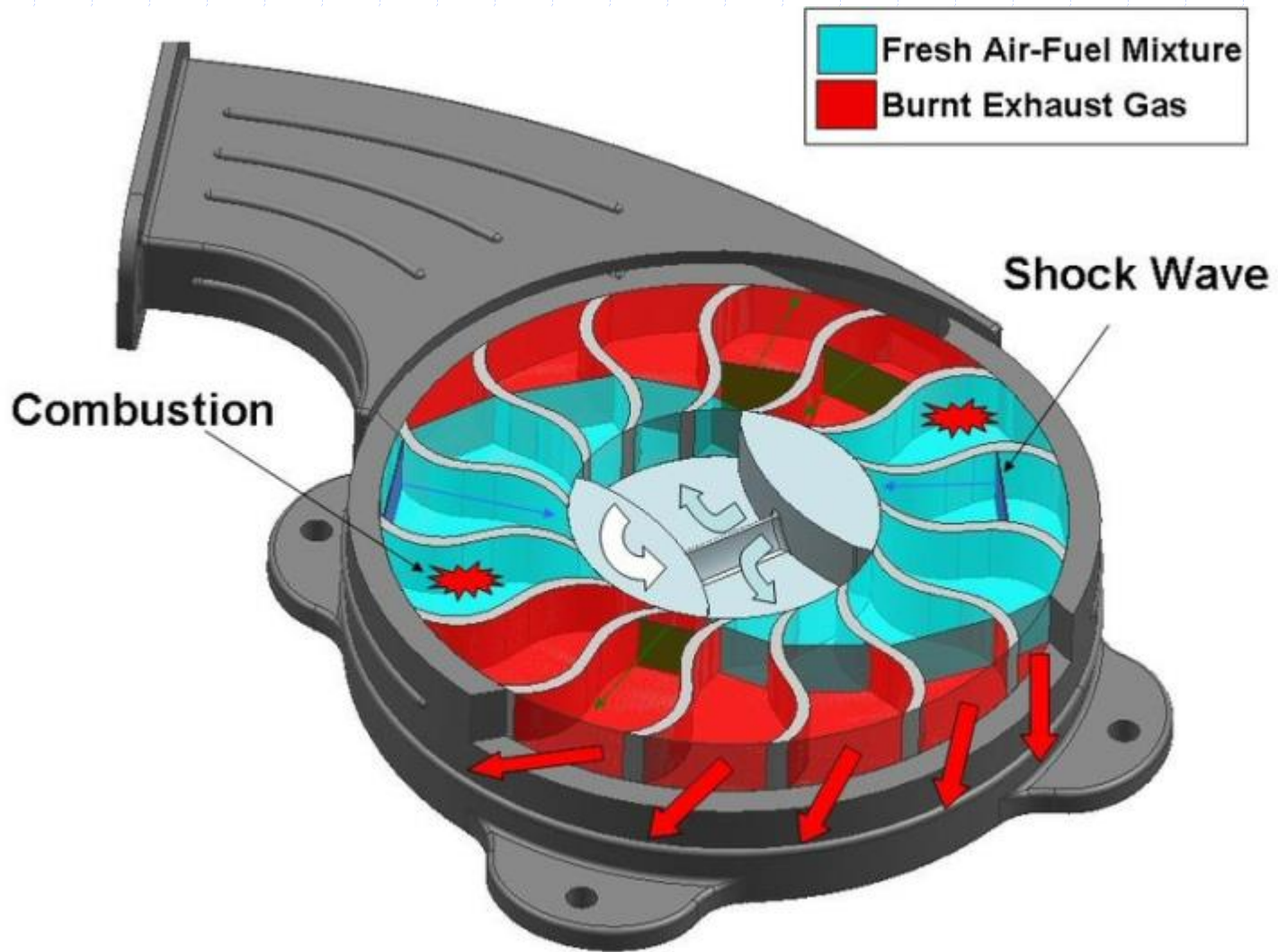






***Κρουστικά κύματα...***





***Κρουστικά κύματα...***

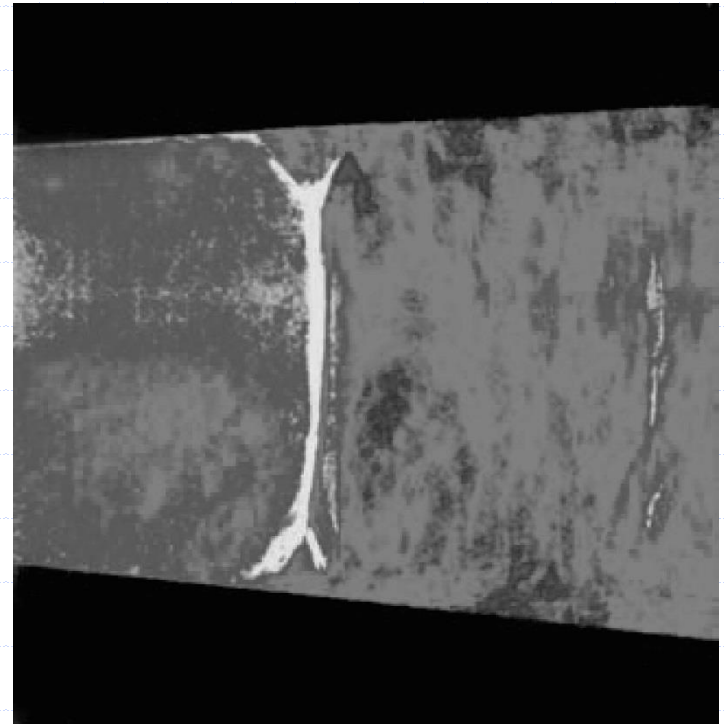


# Κρουστικά κύματα...

- Για κάποιες τιμές της αντίθλιψης, παρατηρούνται απότομες μεταβολές των ιδιοτήτων του ρευστού σε μια πολύ λεπτή περιοχή του συγκλίνοντος – αποκλίνοντος ακροφυσίου, προκαλώντας ένα **κρουστικό κύμα**
- Θα μελετήσουμε τις συνθήκες, υπό τις οποίες αναπτύσσονται τα κρουστικά κύματα και το πώς επιδρούν στη ροή

## Κάθετα κρουστικά κύματα

- **Κάθετα κρουστικά κύματα:** είναι τα κρουστικά κύματα που αναπτύσσονται σε επίπεδο κάθετο προς τη διεύθυνση της ροής. Η ροή μέσω του κρουστικού κύματος είναι έντονα μη αντιστρεπτή



Εικόνα διαχωρισμού ενός κάθετου κρουστικού κύματος σε συγκλίνον – αποκλίνον ακροφύσιο. Ο αριθμός Mach στο ακροφύσιο στα αριστερά του κύματος είναι περίπου 1,3. Το οριακό στρώμα παραμορφώνει το σχήμα του κάθετου κρουστικού κύματος κοντά στα τοιχώματα, οδηγώντας σε διαχωρισμό της ροής ακριβώς κάτω από το κύμα



# Κρουστικά κύματα...

- ❑ Το **Κρουστικό κύμα** (shock wave) είναι μια επιφάνεια ασυνέχειας της ροής, πολύ μικρού πάχους (της τάξης της μέσης ελεύθερης διαδρομής των μορίων του αερίου) στην υπερηχητική ροή, μετά από την οποία η ταχύτητα γίνεται υποηχητική
- ❑ Εμφανίζεται σε υπερηχητικές ταχύτητες και σε επιβραδύνουσες ροές, και είναι ένα κύμα συμπίεσης, δηλαδή, κατά μήκος του και στην κατεύθυνση της σχετικής κίνησης του, παρατηρείται αύξηση της στατικής πίεσης, θερμοκρασίας και πυκνότητας
- ❑ Αντίθετα, παρατηρείται μείωση της ολικής πίεσης εξαιτίας της κατανάλωσης της κινητικής ενέργειας, με αντίστοιχη αύξηση της εντροπίας



# Κρουστικά κύματα...

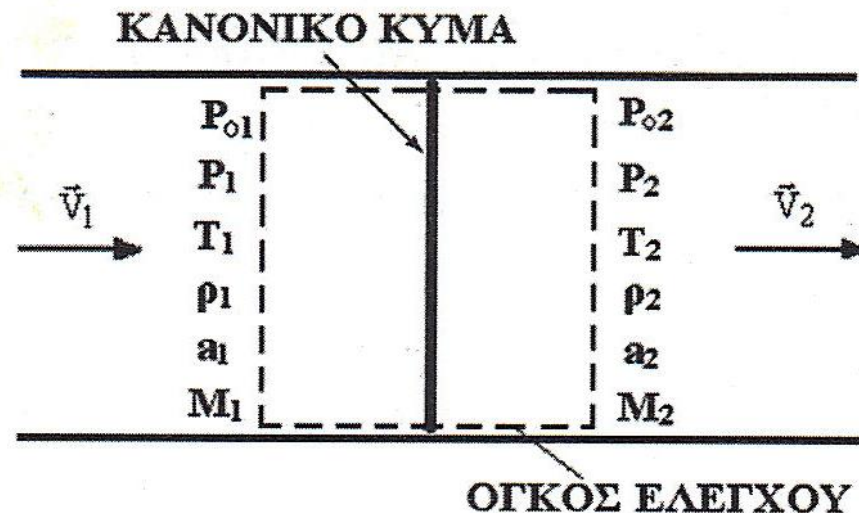
## Κανονικό ή κάθετο ή ορθό κρουστικό κύμα (normal shock wave)

- Διακρίνονται δύο τύποι κάθετων κρουστικών κυμάτων, τα **ισχυρά κάθετα** κρουστικά κύματα και τα **ασθενή κάθετα** κρουστικά κύματα, και η διαφορά τους έγκειται στο κατά πόσο είναι αντιστρεπτή ή όχι η ροή του κάθετου κρουστικού κύματος
- Σε ένα ασθενές κάθετο κρουστικό κύμα, η αύξηση της εντροπίας είναι πολύ μικρή και επομένως οι ισεντροπικές σχέσεις που συνδέουν την πίεση και την πυκνότητα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να συνδέσουν τις καταστάσεις πριν και μετά το κρουστικό κύμα
- Οι μεταβολές κατάστασης μέσα σε ένα κρουστικό κύμα είναι ισεντροπικές όταν ο αριθμός Mach πριν από το κάθετο κρουστικό κύμα είναι μικρότερος του 1,25. Επομένως, **για  $Ma < 1,25$  ένα κρουστικό κύμα λέγεται ασθενές και οι μεταβολές κατάστασης θεωρούνται ισεντροπικές**



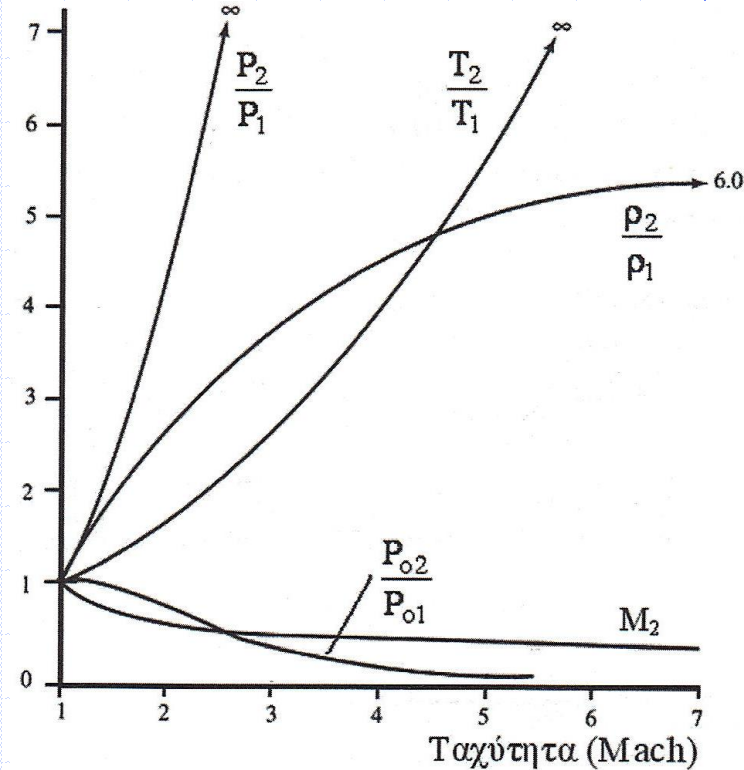
# Κρουστικά κύματα...

- Ασθενή κύματα παρουσιάζονται, πχ. στις κινούμενες πτέρυγες του ανεμιστήρα ενός turbofan
- Τα κρουστικά κύματα που δημιουργούνται σε επίπεδα κάθετα στην κατεύθυνση της ροής και ονομάζονται κανονικά (ή ορθά) κρουστικά κύματα
- Η διεργασία της ροής διαμέσου ενός ισχυρού ( $Ma \geq 1,25$ ) κρουστικού κύματος είναι κατά πολύ μη-αντιστρεπτή με συνέπεια να μην μπορεί να θεωρηθεί ισεντροπική αλλά μπορεί να θεωρηθεί αδιαβατική



# Κρουστικά κύματα...

- Για δεδομένες συνθήκες σ' ένα όγκο ελέγχου που περικλείει το κρουστικό κύμα, έχει ενδιαφέρον να υπολογιστούν τα αντίστοιχα μεγέθη εξόδου
- Αυτό απαιτεί την ταυτόχρονη επίλυση 7 εξισώσεων που αναφέρονται στον όγκο ελέγχου: την αρχή διατήρησης της μάζας, της αδράνειας, και της ενέργειας, την εξίσωση της εντροπίας, την εξίσωση των ιδανικών αερίων, την εξίσωση της ταχύτητας του ήχου και του ορισμού του αριθμού Mach, και η λύση παριστάνεται στο σχήμα
- Όταν είναι γνωστά τα μεγέθη αυτά είναι δυνατόν να υπολογιστεί και η ταχύτητα διάδοσης του, που αποδεικνύεται ότι είναι ίση με την ταχύτητα του ήχου όταν  $\Delta P = P_2 - P_1 = 0$



# Κρουστικά κύματα...

## Πλάγιο ή λοξό κρουστικό κύμα (oblique shock wave)

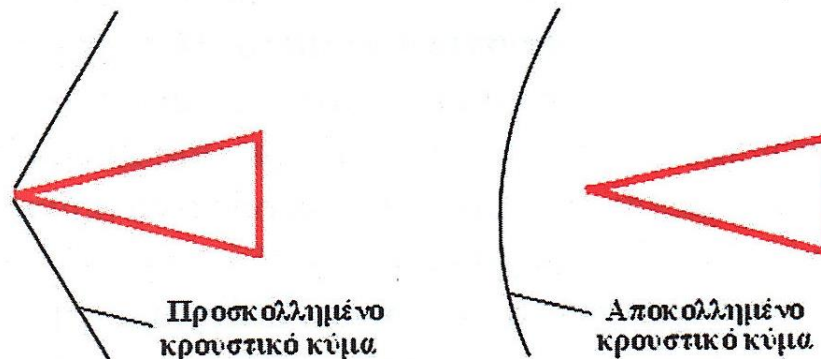
- ❑ Το λοξό κρουστικό κύμα είναι μια ασυνέχεια που σχηματίζει γωνία με τη διεύθυνση της ροής πριν από την ασυνέχεια
- ❑ Η διαφορά ανάμεσα στο κάθετο και στο λοξό κρουστικό κύμα, είναι ότι στην περίπτωση του κάθετου κρουστικού κύματος υπάρχει συνέχεια της πίεσης και της ταχύτητας και ασυνέχεια στην κλίση της πίεσης και της ταχύτητας
- ❑ Αντίθετα, στο λοξό κρουστικό κύμα υπάρχει ασυνέχεια της πίεσης και της ταχύτητας (υπάρχει δηλαδή όχι μόνο μεταβολή του μεγέθους αλλά και της διεύθυνσης της ταχύτητας)





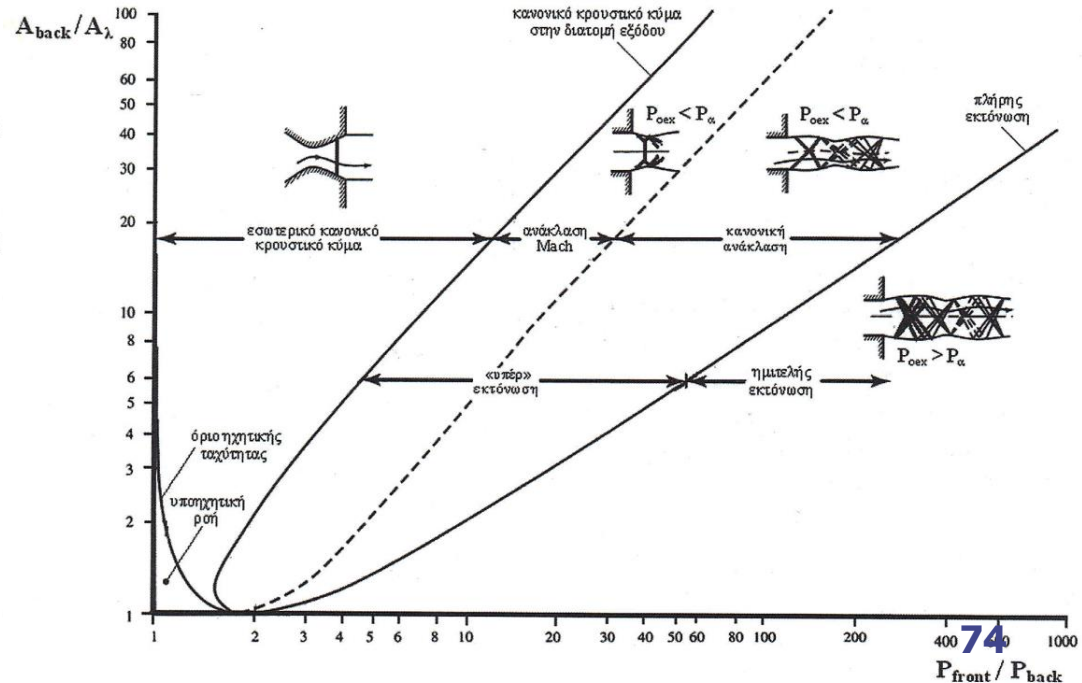
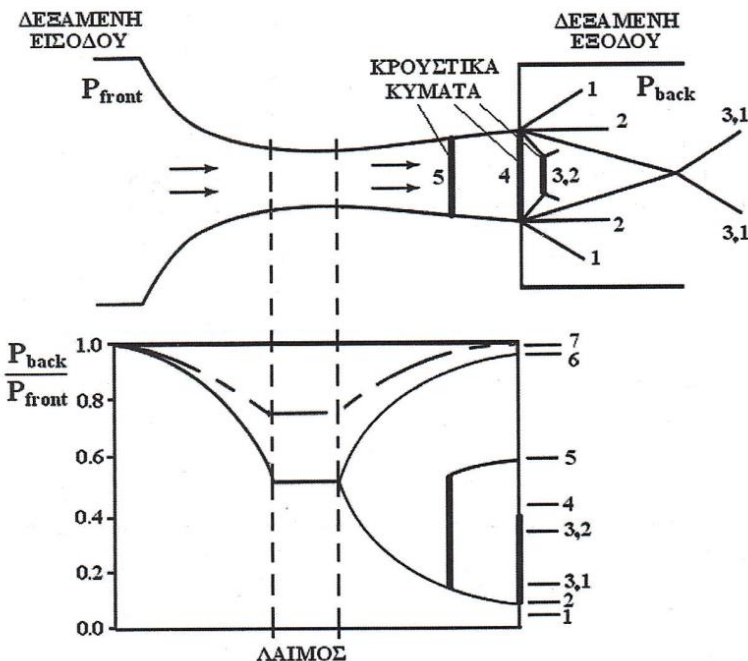
# Κρουστικά κύματα...

- ❑ Η γενικότερη μορφή κρουστικού κύματος που εμφανίζεται συχνότερα στις εφαρμογές είναι το λοξό κρουστικό κύμα, στο οποίο η ταχύτητα μετά το κύμα αλλάζει διεύθυνση
- ❑ Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα πλάγιου κρουστικού κύματος είναι το κύμα που σχηματίζεται στο πρωραίο τμήμα (οξύ) αεροσκαφών που κινούνται με υπερηχητική ταχύτητα  $Ma > 1$
- ❑ Το κύμα μπορεί να είναι προσκολλημένο στην αιχμή, δηλαδή να αγγίζει την αιχμή της επιφάνειας (attached plane shock) ή αποκολλημένο (detached shock)
- ❑ Και στην περίπτωση αυτή, για να προσδιοριστούν οι ιδιότητες του αερίου μετά το ασθενές κύμα, πρέπει να λυθεί ένα σύστημα επτά εξισώσεων, με την προσθήκη μιας εξίσωσης που παριστάνει το σχήμα της αιχμής



# Κρουστικά κύματα...

- Στα σχήματα παριστάνεται η ροή μέσα σε ένα ακροφύσιο εξαγωγής ενός αεροπορικού αεροστροβίλου, που λειτουργεί ανάμεσα σε δύο δεξαμενές: μια εισόδου (front) σταθερής πίεσης  $P_{front}$  και θερμοκρασίας  $T_{front}$  και μιας άλλης (back) που αρχικά είναι κενή ( $P_{back} \rightarrow 0$ )
- Στο σχήμα φαίνεται η θέση δημιουργίας και η μορφή των εμφανιζόμενων κρουστικών κυμάτων ανάλογα του λόγου πίεσης  $P_{front} / P_{back}$  που επικρατεί στα άκρα του ακροφυσίου



# Κρουστικά κύματα...

- Καθώς αρχίζει να εμφανίζεται ροή στο ακροφύσιο, η πίεση  $P_{back}$  αυξάνεται τότε ο λόγος πίεσης του ακροφυσίου  $P_{front} / P_{back}$  μειώνεται από την αρχική υψηλή τιμή (λόγω της αρχικής τιμής  $P_{back} \rightarrow 0$ ), μέχρι την τιμή 1 ( $P_{front} = P_{back}$ )
- Αν υποθεθεί ότι  $A_1$  είναι το ελάχιστο εμβαδόν στο λαιμό και  $A_2$  στην έξοδο του ακροφυσίου, τότε αν ο λόγος  $A_2 / A_1$  είναι ίσος με 2, τότε η λειτουργία του ακροφυσίου περνά από τις συνθήκες του επόμενου πίνακα
- Στα μαχητικά αεροσκάφη σχεδόν πάντα το ακροφύσιο εξαγωγής είναι φραγμένο και επιδιώκεται να λειτουργεί στο σημείο λειτουργίας 2
- Αντίθετα δεν συμβαίνει το ίδιο με τα ακροφύσια των αεροστροβίλων των πολιτικών αεροσκαφών



# Κρουστικά κύματα...

α/α	Σημείο λειτουργίας	$P_{0ex} > P_{back}$	m
1	Ημιτελής εκτόνωση	$P_{0ex} = P_{back}$	μέγιστη
2	Πλήρης εκτόνωση	$P_{0ex} < P_{back}$	μέγιστη
3.1	"Υπέρ" εκτόνωση (κανονική ανάκλαση)	$P_{0ex} = P_{back}$	μέγιστη
3.2	"Υπέρ" εκτόνωση (ανάκλαση Mach)	$P_{0ex} = P_{back}$	μέγιστη
4	Κανονικό κρουστικό κύμα στη διατομή εξόδου	$P_{0ex} = P_{back}$	μέγιστη
5	Κανονικό κρουστικό κύμα στο διαχύτη	$P_{0ex} = P_{back}$	μέγιστη
6	Ηχητική ταχύτητα στο λαιμό, υποηχητική αλλού	$P_{0ex} = P_{back}$	μέγιστη
7	Υποηχητική ταχύτητα παντού	$P_{0ex} = P_{back}$	μέγιστη

# Κρουστικά κύματα...

Διατήρηση της μάζας

$$\rho_1 A V_1 = \rho_2 A V_2 \quad \rightarrow \quad \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$

Διατήρηση της ενέργειας

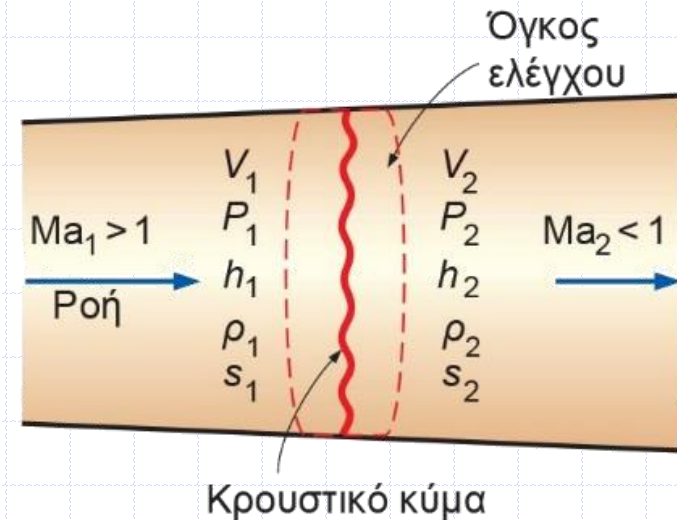
$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad h_{01} = h_{02}$$

Διατήρηση της ορμής

$$A(P_1 - P_2) = \dot{m}(V_2 - V_1)$$

Αύξηση της εντροπίας

$$s_2 - s_1 \geq 0$$



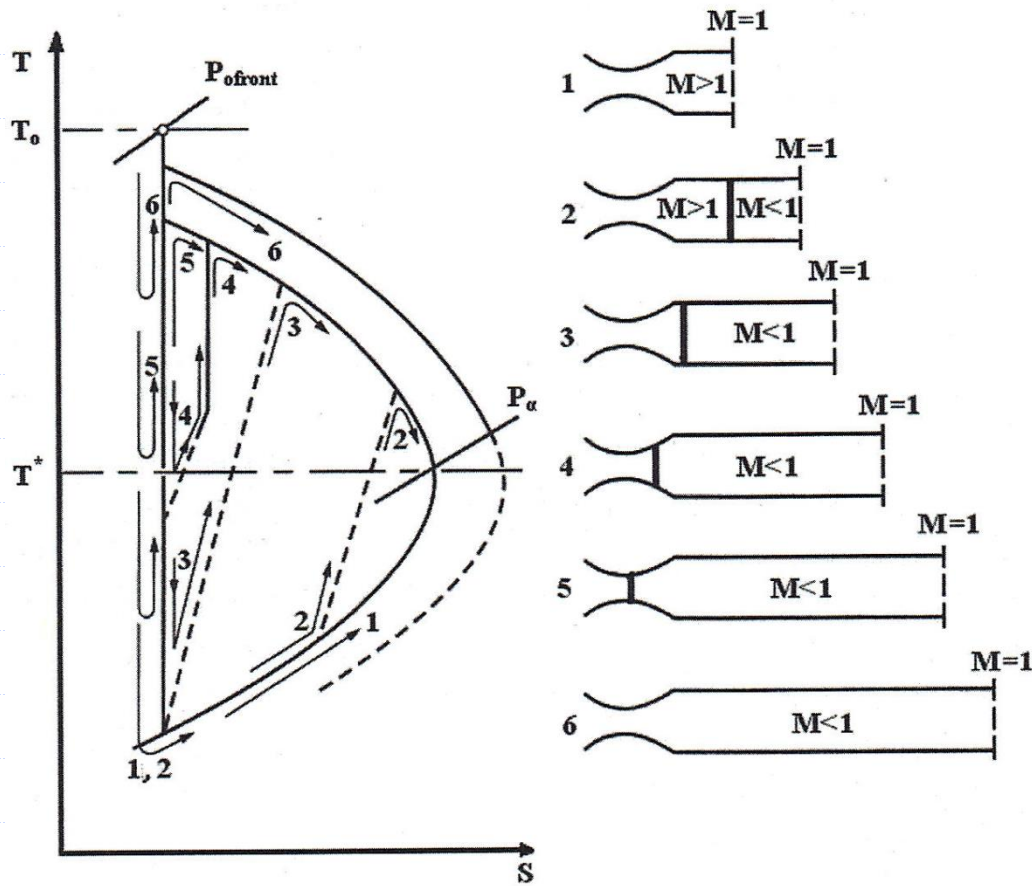
Όγκος ελέγχου για ροή μέσω κάθετου κρουστικού κύματος

# Κρουστικά κύματα...

- ❑ Η **ροή Fanno** (Fanno flow) είναι μια ιδανική ροή κατά την οποία το ρευστό κινείται σε αγωγό σταθερής διατομής, ενώ υπάρχει απώλεια ενέργειας με τη μορφή θερμότητας, λόγω τριβής με τα εσωτερικά τοιχώματα του αγωγού
- ❑ Σε μια τέτοια ροή, η τριβή προκαλεί επιτάχυνση της υποηχητικής ροής προς ταχύτητες  $Ma = 1$
- ❑ Αντίθετα, εάν το ρευστό έχει ήδη υπερηχητική ταχύτητα, λόγω τριβής επιβραδύνει προς ταχύτητες  $Ma = 1$
- ❑ Η **γραμμή Fanno** είναι ο γεωμετρικός τόπος των καταστάσεων που έχουν την ίδια τιμή ενθαλπίας ανακοπής και ροής μάζας (παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας της ροής) και προκύπτει ως συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας



# Κρουστικά κύματα...



- Για την παραγωγή της γραμμής Fanno θεωρείται ότι η ροή υπόκειται σε φαινόμενα τριβής που είναι ευθέως ανάλογα με το μήκος του αγωγού (simple frictional flow)

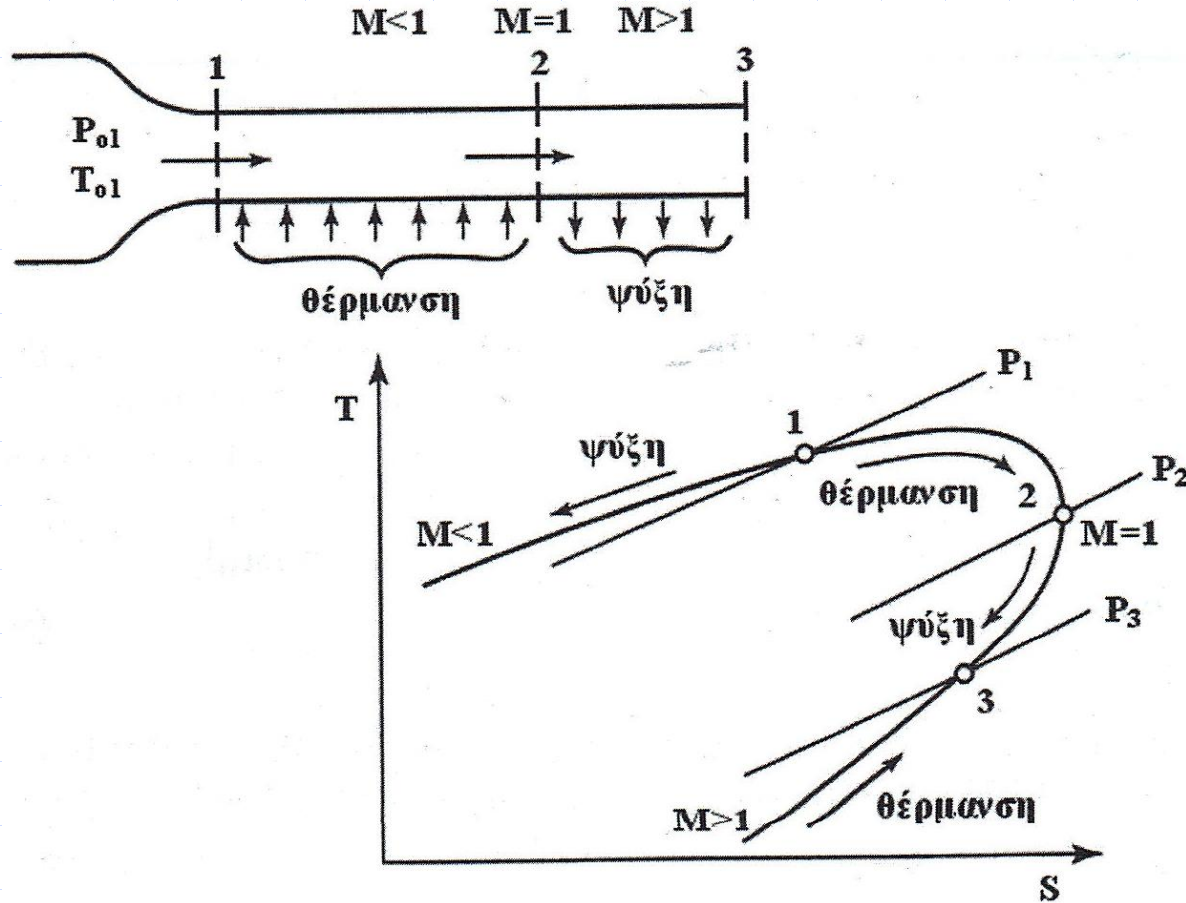
# Κρουστικά κύματα...

- ❑ Ο συνδυασμός των εξισώσεων διατήρησης της μάζας και της ορμής σε μια απλή εξίσωση, και η απεικόνιση της σε διάγραμμα  $h - s$  παρέχει μια καμπύλη που ονομάζεται **γραμμή Rayleigh**
- ❑ Η **ροή Rayleigh** (Rayleigh flow) είναι μια ιδανική ροή κατά την οποία το ρευστό κινείται σε αγωγό σταθερής διατομής, ενώ δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας με την μορφή θερμότητας λόγω τριβής με τα εσωτερικά τοιχώματα του αγωγού
- ❑ Σε μια τέτοια ροή, όταν προστίθεται θερμότητα σε ρευστό που ρέει με υποηχητική ταχύτητα, επιταχύνεται προς ταχύτητες  $Ma=1$
- ❑ Αντίθετα, εάν το ρευστό έχει ήδη υπερηχητική ταχύτητα και προσδοθεί θερμότητα, επιβραδύνει προς ταχύτητες  $Ma = 1$





# Κρουστικά κύματα...



- Για την παραγωγή αυτής της καμπύλης θεωρείται ότι πραγματοποιείται ανταλλαγή θερμότητας της ροής με το περιβάλλον (heating flow)

# Κρουστικά κύματα...

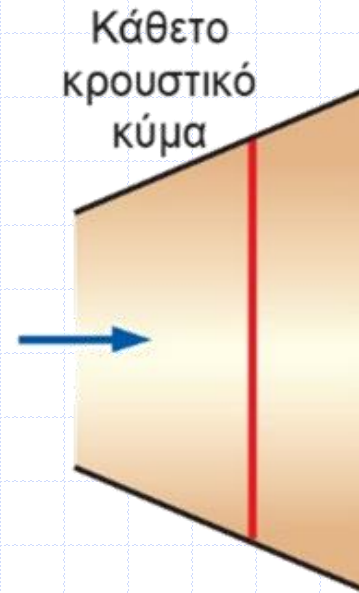
- Οι σχέσεις ανάμεσα στις διάφορες ιδιότητες πριν και μετά το κρουστικά κύμα για ιδανικό αέριο με σταθερές ειδικές θερμότητες είναι:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{P_2 \text{Ma}_2 c_2}{P_1 \text{Ma}_1 c_1} = \frac{P_2 \text{Ma}_2 \sqrt{T_2}}{P_1 \text{Ma}_1 \sqrt{T_1}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \left(\frac{\text{Ma}_2}{\text{Ma}_1}\right)^2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\text{Ma}_1 \sqrt{1 + \text{Ma}_1^2(k-1)/2}}{\text{Ma}_2 \sqrt{1 + \text{Ma}_2^2(k-1)/2}}$$

$$\text{Ma}_2^2 = \frac{\text{Ma}_1^2 + 2/(k-1)}{2\text{Ma}_1^2 k/(k-1) - 1}$$

- Η σχέση αυτή αντιστοιχεί στα σημεία τομής των γραμμών Fanno και Rayleigh



$P$  αυξάνεται  
 $P_0$  μειώνεται  
 $V$  μειώνεται  
 $\text{Ma}$  μειώνεται  
 $T$  αυξάνεται  
 $T_0$  παραμένει σταθερή  
 $\rho$  αυξάνεται  
 $s$  αυξάνεται

Μεταβολή των ιδιοτήτων της ροής κατά μήκος ενός κάθετου κρουστικού κύματος



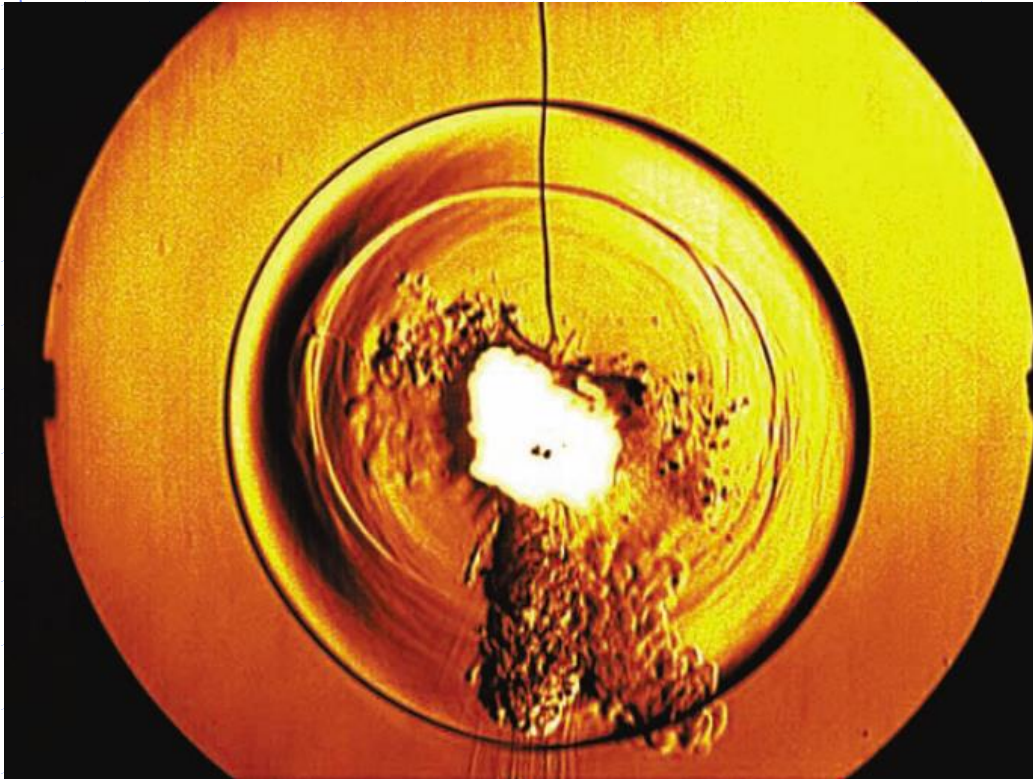
# Κρουστικά κύματα...



Ο αεραγωγός εισαγωγής ενός υπερηχητικού πολεμικού αεροσκάφους σχεδιάζεται κατά τρόπον ώστε το κρουστικό κύμα που δημιουργείται στην εισαγωγή να επιβραδύνει τον αέρα σε υποηχητικές ταχύτητες, αυξάνοντας την πίεση και τη θερμοκρασία του αέρα, προτού αυτός εισέλθει στον κινητήρα



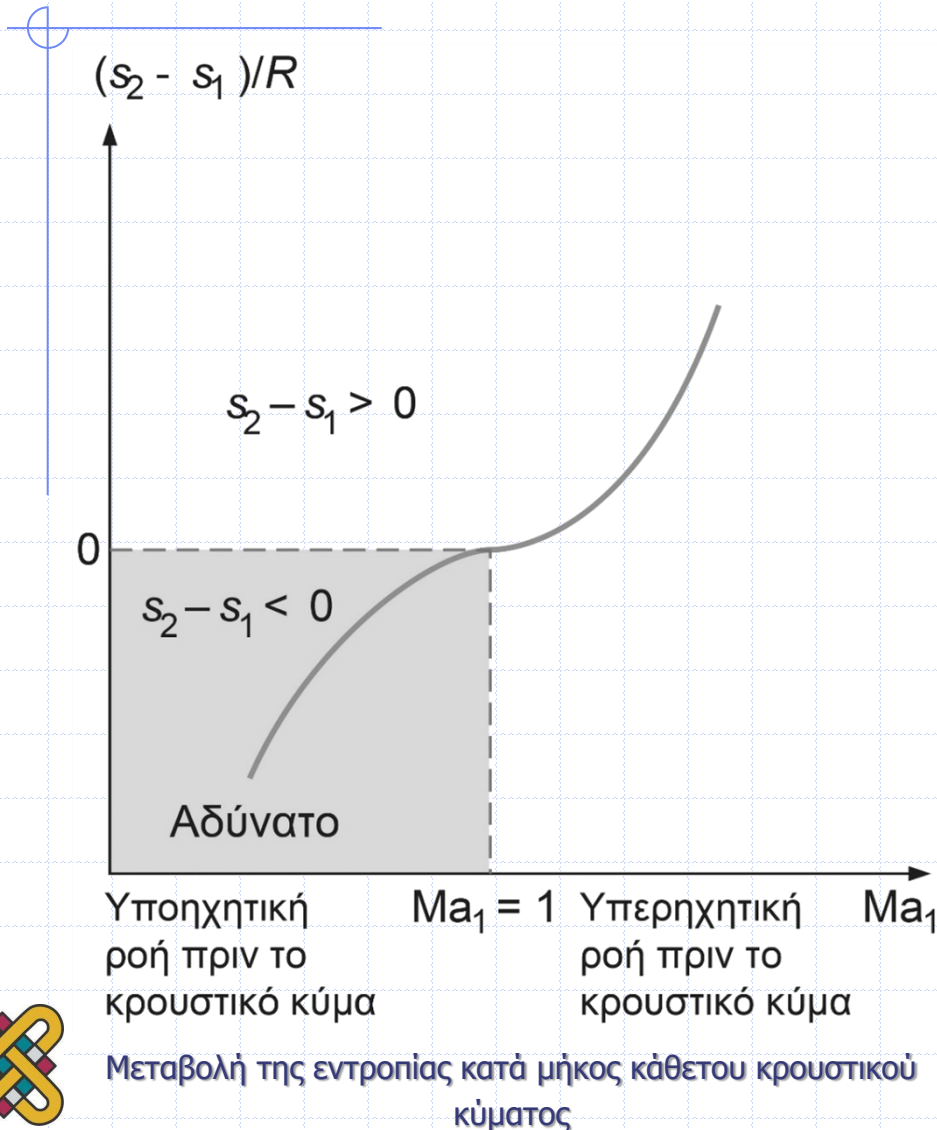
# Κρουστικά κύματα...



Διαχωρισμός του εκρηκτικού κύματος που παράγεται από την έκρηξη ενός πυροτεχνήματος που πυροδοτείται εντός μεταλλικού κουτιού τοποθετημένου σε μια βάση. Το κρουστικό κύμα διαστέλλεται ακτινικά εξωτερικά προς όλες τις κατευθύνσεις με υπερηχητική ταχύτητα, η οποία ελαττώνεται όσο αυξάνεται η ακτίνα από το κέντρο της έκρηξης



# Κρουστικά κύματα...

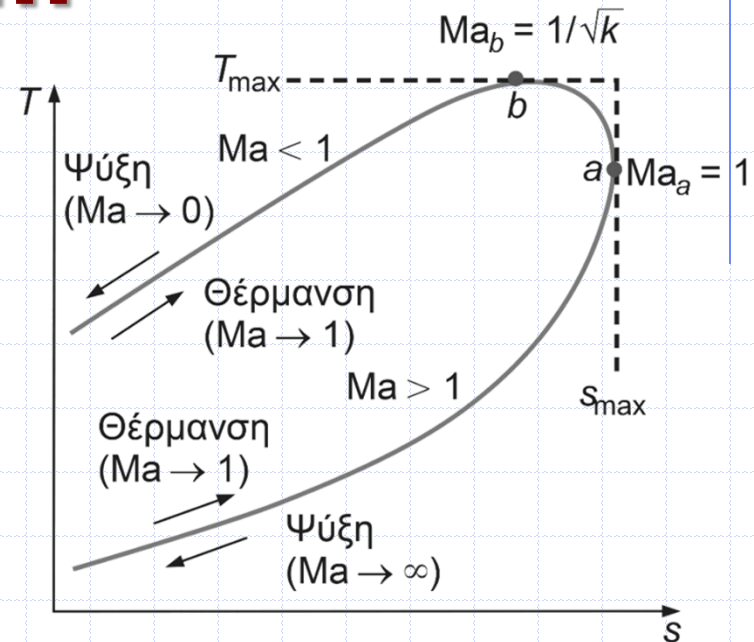


$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

- ❑ Εφ' όσον η ροή κατά μήκος του κύματος είναι αδιαβατική και αντιστρεπτή, θα πρέπει, βάσει του Δευτέρου Αξιώματος, μέσω του κύματος να αυξηθεί η εντροπία
- ❑ Έτσι, ένα κρουστικό κύμα δε μπορεί να υφίσταται για  $Ma_1 < 1$ , που θα οδηγούσε σε μείωση της εντροπίας
- ❑ Για αδιαβατικές ροές, τα κρουστικά κύματα μπορεί να υφίστανται μόνο σε υπερηχητικές ροές ( $Ma_1 > 1$ )

# Κρουστικά κύματα...

1. Όλες οι καταστάσεις που ικανοποιούν τη διατήρηση της μάζας, της ορμής και της ενέργειας, καθώς επίσης και τις σχέσεις ιδιοτήτων, βρίσκονται επί της γραμμής Rayleigh
2. Η εντροπία αυξάνεται με τα θερμικά κέρδη, άρα καθώς προσφέρεται θερμότητα στο ρευστό, κινούμαστε προς τα δεξιά επί της γραμμής Rayleigh
3. Η θέρμανση αυξάνει τον αριθμό Mach για υποηχητικές ροές, αλλά τον μειώνει για υπερηχητικές ροές
4. Η θέρμανση αυξάνει τη θερμοκρασία ανακοπής  $T_0$ , τόσο για υποηχητικές όσο και υπερηχητικές ροές, ενώ η ψύξη την μειώνει.
5. Η ταχύτητα κι η στατική πίεση παρουσιάζουν αντίθετες «τάσεις»
6. Η πυκνότητα κι η ταχύτητα είναι αντίστροφα ανάλογες



Διάγραμμα T-s για ροή Rayleigh εντός αγωγού σταθερής διατομής.

7. Η μεταβολή της εντροπίας που αντιστοιχεί σε μια δεδομένη μεταβολή θερμοκρασίας (άρα, και σε δεδομένο ποσό πρόσδοσης θερμότητας) είναι μεγαλύτερη σε υπερηχητικές ροές

# Κρουστικά κύματα...

- ❑ Οι γραμμές Fanno και Rayleigh παρουσιάζονται μαζί στο διάγραμμα του σχήματος
- ❑ Τα σημεία μέγιστης εντροπίας σε αυτές τις γραμμές (σημεία α και β) αντιστοιχούν σε  $Ma = 1$
- ❑ Η κατάσταση στο ανωτέρω τμήμα της κάθε καμπύλης είναι υποηχητική και στο χαμηλότερο τμήμα υπερηχητική
- ❑ Οι γραμμές Fanno και Rayleigh τέμνονται σε δύο σημεία (X και Y) που παριστάνουν τις δύο καταστάσεις που ικανοποιούν τις τρεις εξισώσεις διατήρησης



Πριν από το  
κρουστικό κύμα



# Κρουστικά κύματα...

- ❑ Η μια από αυτές (η κατάσταση X) αντιστοιχεί στην κατάσταση πριν από το κρουστικό κύμα και η άλλη (κατάσταση Y) στην κατάσταση μετά το κρουστικό κύμα
- ❑ Η ροή είναι υπερηχητική πριν το κρουστικό κύμα και υποηχητική μετά από αυτό, και συνεπώς, η ροή πρέπει να μεταβληθεί από υπερηχητική σε υποηχητική, για να δημιουργηθεί κρουστικό κύμα
- ❑ Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός Mach πριν το κύμα, τόσο ισχυρότερο είναι το κρουστικό κύμα
- ❑ Στην οριακή περίπτωση όπου  $Ma = 1$ , το κρουστικό κύμα απλά μετατρέπεται σε ηχητικό κύμα
- ❑ Από το προηγούμενο σχήμα παρατηρείται ότι ισχύει  $S_Y > S_X$  γεγονός αναμενόμενο αφού η ροή διαμέσου του κρουστικού κύματος είναι αδιαβατική και μη-αντιστρεπτή





# Κρουστικά κύματα...

- Η αρχή διατήρησης της ενέργειας επιβάλλει να διατηρείται σταθερή η ενθαλπία ανακοπής κατά μήκος του κύματος, δηλαδή  $h_{0X} = h_{0Y}$ , και για ιδανικά αέρια  $h = h(T)$ , οπότε:

$$T_{0X} = T_{0Y}$$

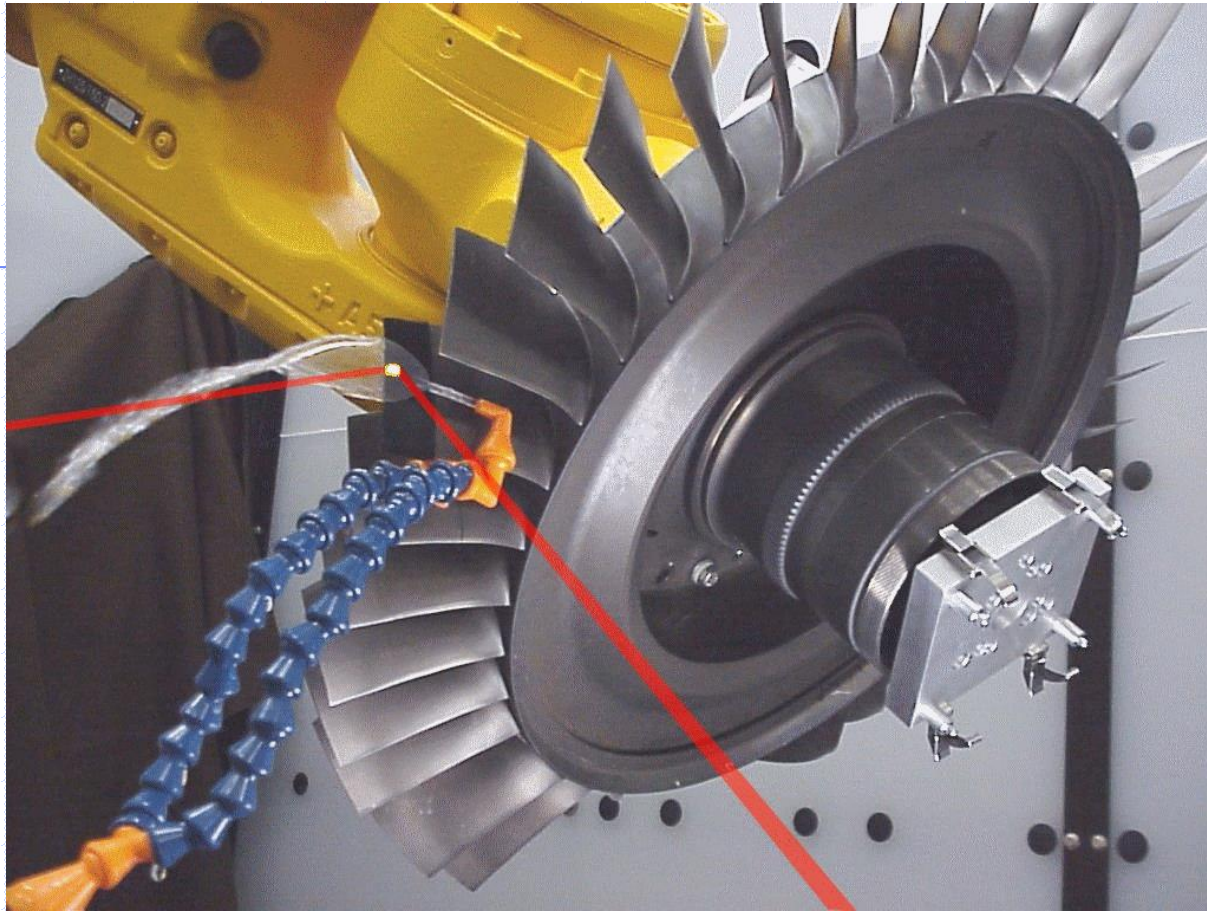
- Δηλαδή, η θερμοκρασία ανακοπής ενός ιδανικού αερίου παραμένει επίσης σταθερή κατά μήκος του κρουστικού κύματος
- Λόγω αναντιστρεπτοτήτων, η θερμοκρασία ανακοπής μειώνεται μέσα στο κρουστικό κύμα, ενώ η στατική θερμοκρασία αυξάνεται σημαντικά λόγω της μετατροπής της κινητικής ενέργειας σε στατική ενθαλπία (η μετατροπή αυτή οφείλεται στη μεγάλη μείωση της ταχύτητας του ρευστού)



# Κρουστικά κύματα...

- ❑ Κρουστικά κύματα δημιουργούνται επίσης μπροστά από υπερηχητικά αεροσκάφη ή από σφαίρες, και μπορεί να κατανοηθούν ευκολότερα εάν θεωρηθεί ότι το αεροπλάνο είναι ακίνητο και κινείται ο αέρας με την ταχύτητα του αεροσκάφους
- ❑ Προφανώς, ο αέρας υφίσταται ανακοπή μπροστά από την μύτη του αεροσκάφους και σταματά όταν φθάνει σε αυτή
- ❑ Το κρουστικό κύμα εμφανίζεται σε μια περιοχή όπου ο αέρας επιβραδύνεται απότομα σε υποηχητική ταχύτητα, γεγονός που δημιουργεί τον χαρακτηριστικό κρότο
- ❑ Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται στην είσοδο του κινητήρα ενός υπερηχητικού αεροσκάφους, όπου ο αέρας διέρχεται διαμέσου ενός κρουστικού κύματος και επιβραδύνεται σε υποηχητικές ταχύτητες πριν εισέλθει στον διαχύτη ή στον κινητήρα



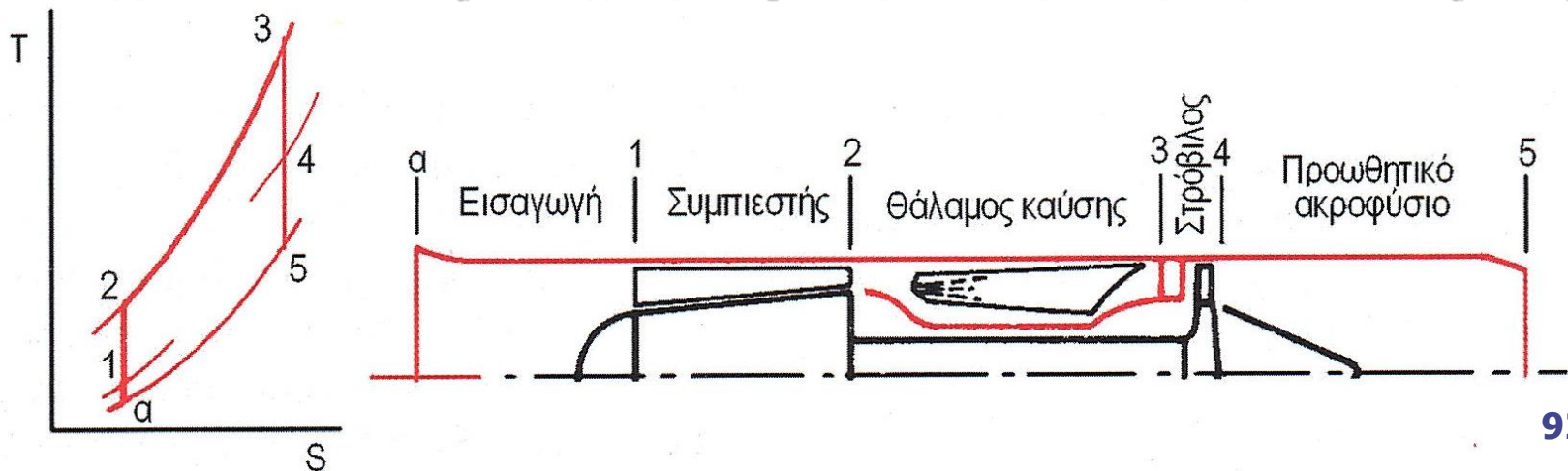


***Ροή μέσα σε πραγματικά  
ακροφύσια και  
πραγματικούς διαχύτες...***



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- ❑ Ο αγωγός εισόδου (εισαγωγή) μπορεί να θεωρηθεί αδιαβατικός, γεγονός που, για υποηχητικές ταχύτητες, ισχύει
- ❑ Καθώς δεν συμβαίνει μεταφορά θερμότητας ή έργου, η ολική θερμοκρασία θεωρείται ότι παραμένει σταθερή, παρόλο που υπάρχει μια απώλεια ολικής πίεσης εξαιτίας της τριβής και της εμφάνισης κρουστικών κυμάτων σε υπερηχητικές ταχύτητες
- ❑ Για μηδενικές ή πολύ χαμηλές ταχύτητες η εισαγωγή συμπεριφέρεται ως ακροφύσιο που επιταχύνει τον αέρα από μηδενική ή χαμηλή ταχύτητα  $V_a$  σε  $V_1$  στην είσοδο του συμπιεστή
- ❑ Σε κανονικές ταχύτητες πτήσης η εισαγωγή λειτουργεί ως διαχύτης και ο αέρας επιβραδύνεται από  $V_a$  σε ταχύτητα  $V_1$  και η στατική πίεση αυξάνει από  $P_a$  σε  $P_1$

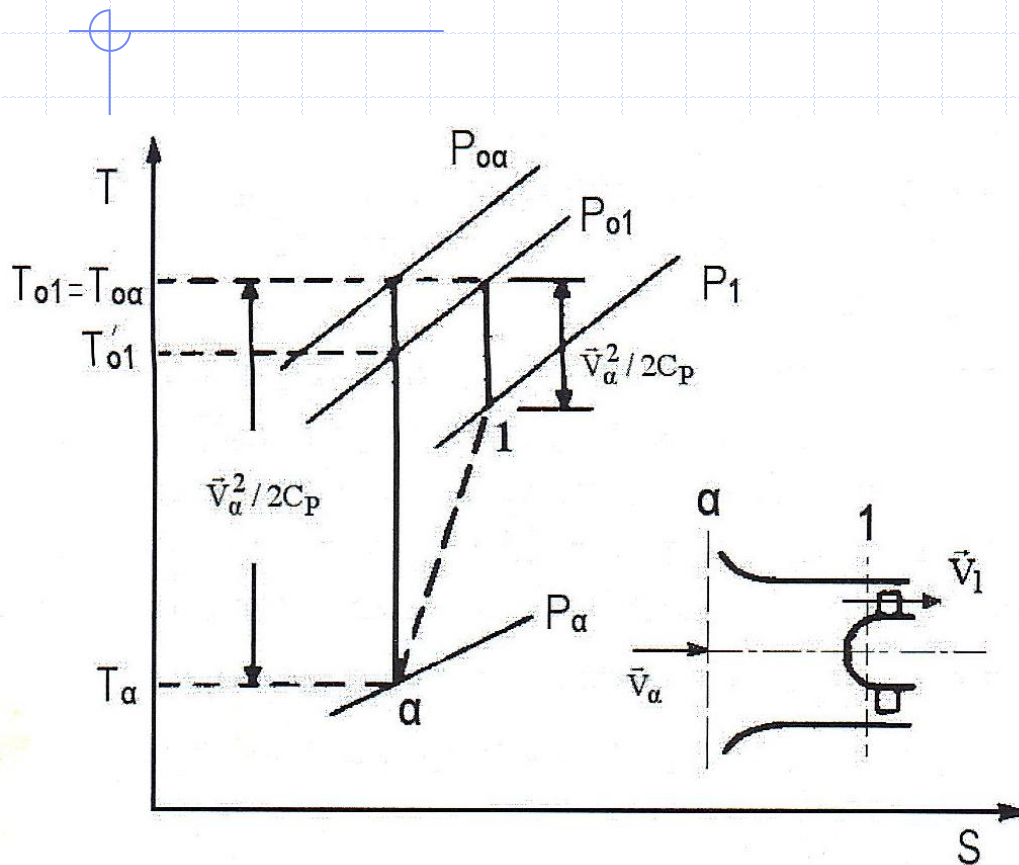


# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- Για τους θερμοδυναμικούς υπολογισμούς του κύκλου είναι απαραίτητο να προσδιοριστεί η ολική (αποκοπής) πίεση στην είσοδο του συμπιεστή  $P_{01}$ , οπότε έχει σημασία να υπολογιστεί η αύξηση (ανάκτηση) της πίεσης ( $P_{01} - P_a$ ), γνωστή και ως ram pressure rise
- Ο βαθμός απόδοσης της εισαγωγής μπορεί να εκφραστεί με πολλούς τρόπους, αλλά δύο είναι οι επικρατέστεροι:
  - ✓ Ο **ισεντροπικός συντελεστής απόδοσης** (isentropic efficiency,  $\eta_{isIN}$ ), που ορίζεται με την βοήθεια της αύξησης της θερμοκρασίας
  - ✓ Ο **συντελεστής ανάκτησης της πίεσης** (ram efficiency,  $\eta_r$ ) που ορίζεται με τη βοήθεια της αύξησης της πίεσης



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...



□ Από το σχήμα προκύπτει:

$$T_{01} = T_{0\alpha} = T_{\alpha} + \frac{\vec{V}_{\alpha}^2}{2 \cdot c_p}$$

$$\frac{P_{01}}{P_{\alpha}} = \left( \frac{T'_{01}}{T_{\alpha}} \right)^{k/(k-1)}$$

□ Όπου  $T'_{01}$  είναι η θερμοκρασία που επιτυγχάνεται από την ισεντροπική ανακοπή της ροής στην  $P_{01}$

# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- Όπου  $T'_{o1}$  συνδέεται με την  $T_{o1}$  μέσω του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης  $\eta_{isIN}$  που ορίζεται ως ακολούθως:

$$\eta_{isIN} = \frac{T'_{o1} - T_\alpha}{T_{o1} - T_\alpha} \quad \left| \quad \Rightarrow T'_{o1} - T_\alpha = \eta_{isIN} \cdot \frac{\vec{V}_\alpha^2}{2 \cdot c_p} \right|$$
$$T_{o1} = T_{o\alpha} = T_\alpha + \frac{\vec{V}_\alpha^2}{2 \cdot c_p} \quad \left| \quad \Rightarrow \right|$$
$$\frac{P_{o1}}{P_\alpha} = \left( \frac{T'_{o1}}{T_\alpha} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_{o1}}{P_\alpha} = \left[ 1 + \frac{T'_{o1} - T_\alpha}{T_\alpha} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \quad \left| \quad \Rightarrow \right|$$



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

$$\frac{P_{01}}{P_a} = \left[ 1 + \frac{\vec{V}_a^2}{2C_p T_a} \right]^{\frac{k}{(k-1)}} \quad \left| \quad \Rightarrow \quad \frac{P_{01}}{P_a} = \left[ 1 + \frac{k-1}{2} (Ma)_a^2 \right]^{\frac{k}{(k-1)}} \right.$$
$$Ma = \frac{c}{\sqrt{k R T}} \quad \text{και} \quad kR = C_p(k-1)$$

- Όμοια η ολική θερμοκρασία  $T_{01}$  μπορεί να εκφραστεί συνάρτησε της  $Ma_a$ :

$$\frac{T_{01}}{T_a} = \left[ 1 + \frac{k-1}{2} (Ma)_a^2 \right]$$





# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- Ο συντελεστής ανάκτησης της πίεσης  $\eta_r$  ορίζεται ως ο λόγος της ανάκτησης πίεσης προς την δυναμική πίεση στην είσοδο:

$$\eta_r = \frac{P'_{01} - P_a}{P_{01} - P_a}$$

- Οι δύο συντελεστές είναι της ίδιας τάξης μεγέθους, όμως ο  $\eta_r$  μπορεί να μετρηθεί ευκολότερα πειραματικά για υποηχητικές εισαγωγές, ενώ βρέθηκε ότι και οι δύο είναι ανεξάρτητοι από τον αριθμό  $Ma$ , όταν παίρνει τιμές έως 0,8
- Η απόδοση της εισαγωγής εξαρτάται από την θέση του κινητήρα στο αεροσκάφος, αλλά μπορεί να θεωρηθεί λογική μια μέση τιμή  $\eta_{isIN} = 0,93$  για υποηχητικές ταχύτητες, ενώ η τιμή αυτή μειώνεται καθώς ο αριθμός  $Ma$  μεγαλώνει
- Σε υπερηχητικές ταχύτητες δεν χρησιμοποιούνται οι  $\eta_{isIN}$  και  $\eta_r$  καθώς είναι απλούστερη η χρήση του λόγου των ολικών πιέσεων  $P_{01} / P_a$  στους υπολογισμούς (υπενθύμιση: για  $V_a = 0$ ,  $P_{0a} = P_a$ )
- Ο λόγος  $P_{01} / P_{0a}$  ονομάζεται παράγοντας ανάκτησης πίεσης (pressure recovery factor) της εισαγωγής

# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- Γνωρίζοντας τον παράγοντα ανάκτησης πίεσης, ο λόγος των πιέσεων  $P_{01} / P_a$  μπορεί να υπολογιστεί:

$$\frac{P_{01}}{P_a} = \frac{P_{01}}{P_{0a}} \frac{P_{0a}}{P_a}$$

όπου λόγω της ισεντροπικής ροής:  $\Rightarrow \frac{P_{0a}}{P_a} = \left[ 1 + \left( \frac{k-1}{2} \right) Ma_a^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$

- Για τον παράγοντα ανάκτησης πίεσης,  $P_{01} / P_a$ , μέσω συστήματος κυμάτων κρούσης, σε εισαγωγές υπερηχητικών ταχυτήτων, ισχύει η εμπειρική σχέση:

$$\left( \frac{P_{01}}{P_{0a}} \right)_{shock} = 1.0 - 0.075 (Ma - 1.0)^{1.35}$$

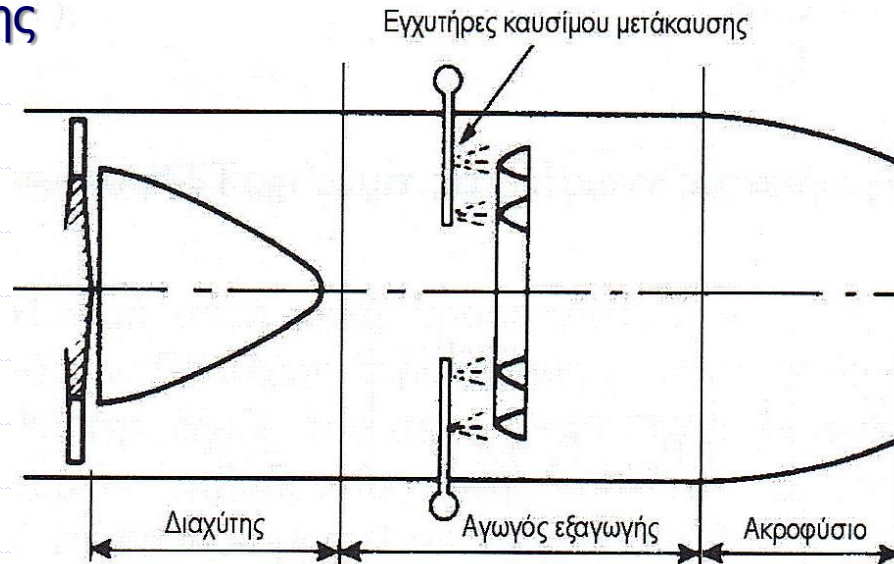
που ισχύει όταν  $1 < Ma < 5$

- Για να προκύψει ο ολικός παράγοντας ανάκτησης πίεσης  $(P_{01} / P_{0a})_{shock}$  πρέπει να πολλαπλασιαστεί με τον αντίστοιχο παράγοντα ανάκτησης πίεσης του υπερηχητικού τμήματος της εισαγωγής



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- ❑ Στο σχήμα φαίνεται μια τυπική διαμόρφωση του ακροφυσίου στο πίσω μέρος αεροπορικών στροβίλων
- ❑ Καθώς ο αέρας εξέρχεται από την έξοδο του στροβίλου (εμβαδόν = εγκάρσια τομή διάκενου μεταξύ ομοαξονικών κυλίνδρων) και εισέρχεται στον αγωγό εξαγωγής (εμβαδόν: κυκλικό), "βιώνει" μια αύξηση του εμβαδού διατομής που συνεπάγεται μείωση της ταχύτητας και ταυτόχρονα απώλειες λόγω τριβής
- ❑ Ο ρόλος του κώνου στο τμήμα του προωθητικού ακροφυσίου είναι να διαμορφώνει ομαλό διαχύτη (diffuser) ώστε να μην εμφανίζονται μεγάλες απώλειες πίεσης

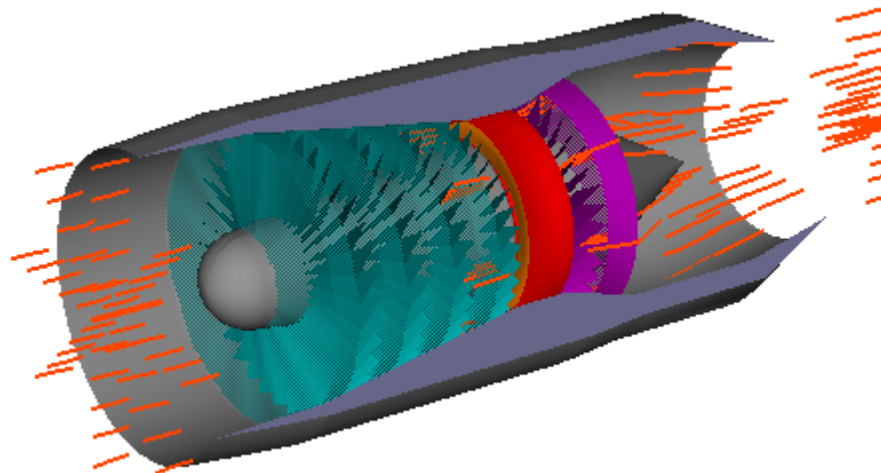


# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

Ο βαθμός απόδοσης του συγκλίνοντος ακροφυσίου μπορεί να εκφραστεί με πολλούς τρόπους, με δύο επικρατέστερους:

1. Ο **ισεντροπικός συντελεστής απόδοσης** (isentropic efficiency,  $\eta_j$ ) που ορίζεται με την βοήθεια της αύξησης της θερμοκρασίας από την σχέση:

$$\left( \frac{P_{01}}{P_{0a}} \right) = 1.0 - 0.075(Ma - 1.0)^{1.35}$$



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

Ο δεύτερος τρόπος έκφρασης για τον βαθμό απόδοσης του συγκλίνοντος ακροφυσίου είναι:

2. Ο **συντελεστής ειδικής ώσης** (specific thrust coefficient,  $K_F$ ), που ορίζεται από τον λόγο της πραγματικής ειδικής ολικής ώσης προς αυτή που προκύπτει από την αντίστοιχη (ισεντροπική) διεργασία :

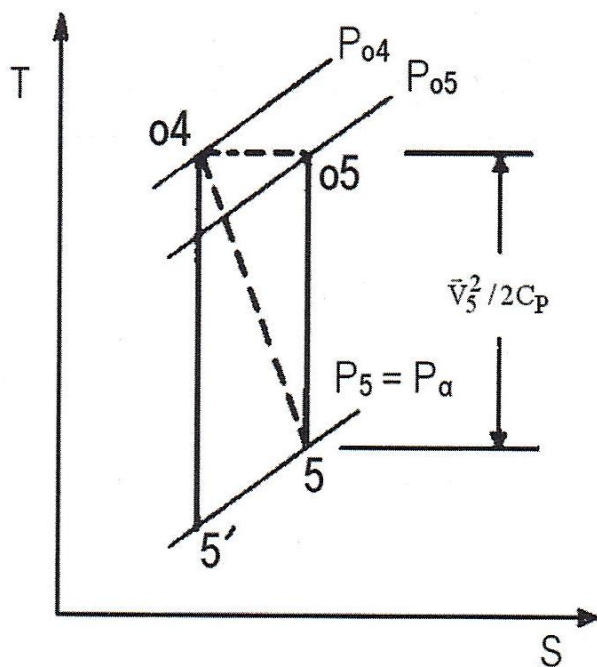
$$\frac{[\dot{m} \vec{V}_5 + A_5 (P_5 - P_a)]}{\dot{m}}$$

- Όταν η εκτόνωση στο ακροφύσιο είναι πλήρης στην πίεση περιβάλλοντος  $P_{a1}$ , δηλαδή όταν  $P_{04} < P_a < P_{04} / P_{a1}$ , η  $K_F$  απλοποιείται και γίνεται ο λόγος της πραγματικής προς την ισεντροπική ταχύτητα των καυσαερίων, γνωστός ως συντελεστής ταχύτητας (velocity coefficient)
- Κάτω από αυτές τις συνθήκες αποδεικνύεται ότι  $\eta_j = K_F^2$
- Παρότι ο  $K_F$  είναι πιο εύκολο να μετρηθεί με πειραματικές διατάξεις, για τους υπολογισμούς χρησιμοποιείται η  $\eta_j$

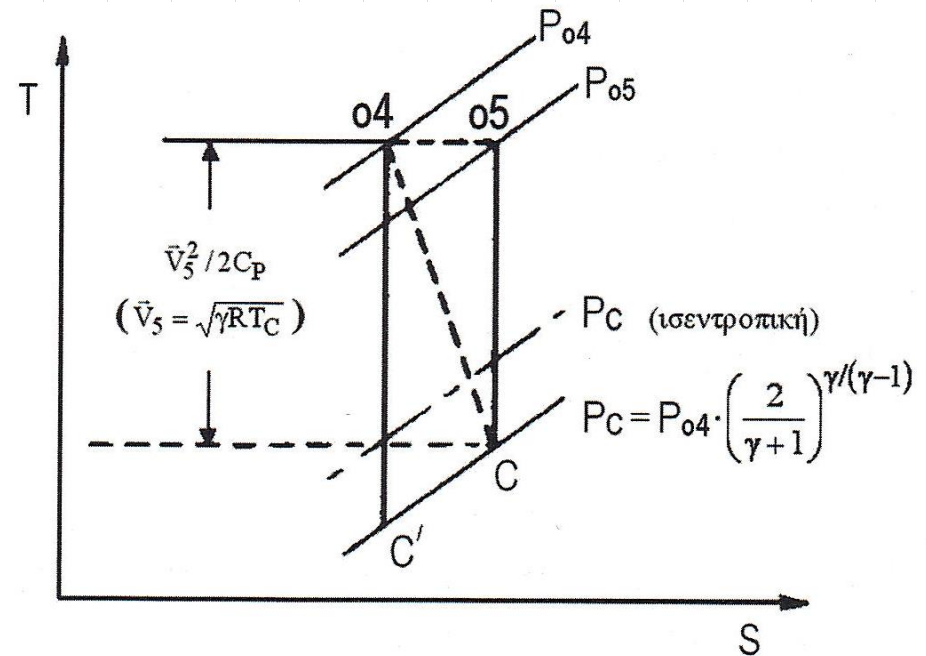


# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- Στο σχήμα φαίνεται η πραγματική και η ισεντροπική διεργασία εκτόνωσης στο ακροφύσιο πρόωσης



A. όταν  $\frac{P_{o4}}{P_\alpha} < \frac{P_{o4}}{P_C}$



B. όταν  $\frac{P_{o4}}{P_\alpha} > \frac{P_{o4}}{P_C}$



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

□ Ο  $\eta_j$  ορίζεται ως εξής:

$$\eta_j = \frac{T_{04} - T_5}{T_{04} - T_5'}$$

- Για δεδομένες τις τιμές εισόδου  $P_{04}$ ,  $T_{04}$  και θεωρώντας γνωστές τις τιμές  $\eta_j$  και  $T_5$  προκύπτει από τη σχέση:

$$\frac{\vec{V}_5^2}{2 c_p} = T_{04} - T_5 = \eta_j T_{04} \left[ 1 - \left( \frac{1}{P_{04}/P_5} \right)^{(k-1)/k} \right]$$

- Αυτή είναι και η θερμοκρασιακή διαφορά που ισοδυναμεί με την ενέργεια ανά μονάδα μάζας της ταχύτητας των καυσαερίων  $V_5^2/2 \cdot c_p$  γιατί  $T_{04} = T_{05}$



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

## Υπολογισμός κρίσιμης πίεσης σε μη-ισεντροπική ροή

- ❑ Ο κρίσιμος λόγος πιέσεων  $P_{04} / P_C$  είναι ο λόγος  $P_{04} / P_a$  για τον οποίο  $Ma = 1$
- ❑ Ο κρίσιμος λόγος θερμοκρασιών  $T_{04} / T_C$  είναι ο ίδιος για ισεντροπική και για μη αντιστρεπτή αδιαβατική ροή, καθώς  $T_{04} = T_{05}$  σε όλες τις περιπτώσεις αδιαβατικής ροής με μηδενική μεταφορά έργου
- ❑ Οπότε:

$$\frac{T_{04}}{T_5} = \frac{T_{05}}{T_5} = 1 + \frac{\vec{V}_5^2}{2c_p T_5} = 1 + \frac{k-1}{2} Ma_5^2 \quad \left| \quad \Rightarrow \quad \frac{T_{04}}{T_C} = \frac{k+1}{2} \right.$$

Θέτοντας  $Ma_5 = 1$





# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

- Έχοντας υπολογίσει την  $T_C$  για δεδομένη τιμή του  $n_j$  προκύπτει η τιμή της  $T'_C$  που είναι η θερμοκρασία στο τέλος της ισεντροπικής εκτόνωσης στην πραγματική κρίσιμη πίεση  $P_C$  δηλαδή:

$$T'_C = T_{04} - \frac{1}{n_j} (T_{04} - T_C) \quad \left| \Rightarrow \quad P_C = P_{04} \left[ 1 - \frac{1}{n_j} \left( 1 - \frac{T_C}{T_{04}} \right) \right]^{k/(k-1)} \right|$$

όμως  $P_C = P_{04} \left( \frac{T'_C}{T_{04}} \right)^{k/(k-1)}$

$$\frac{\vec{V}_5}{2c_p} = T_{04} - T_5 = n_j T_{04} \left[ 1 - \left( \frac{1}{P_{04}/P_5} \right)^{\frac{(k-1)}{k}} \right] \quad \left| \Rightarrow \right.$$

$$\frac{P_{04}}{P_C} = \frac{1}{\left[ 1 - \frac{1}{n_j} \left( \frac{k-1}{k+1} \right) \right]^{k/(k-1)}}$$



# Ροή μέσα σε πραγματικά ακροφύσια και πραγματικούς διαχύτες...

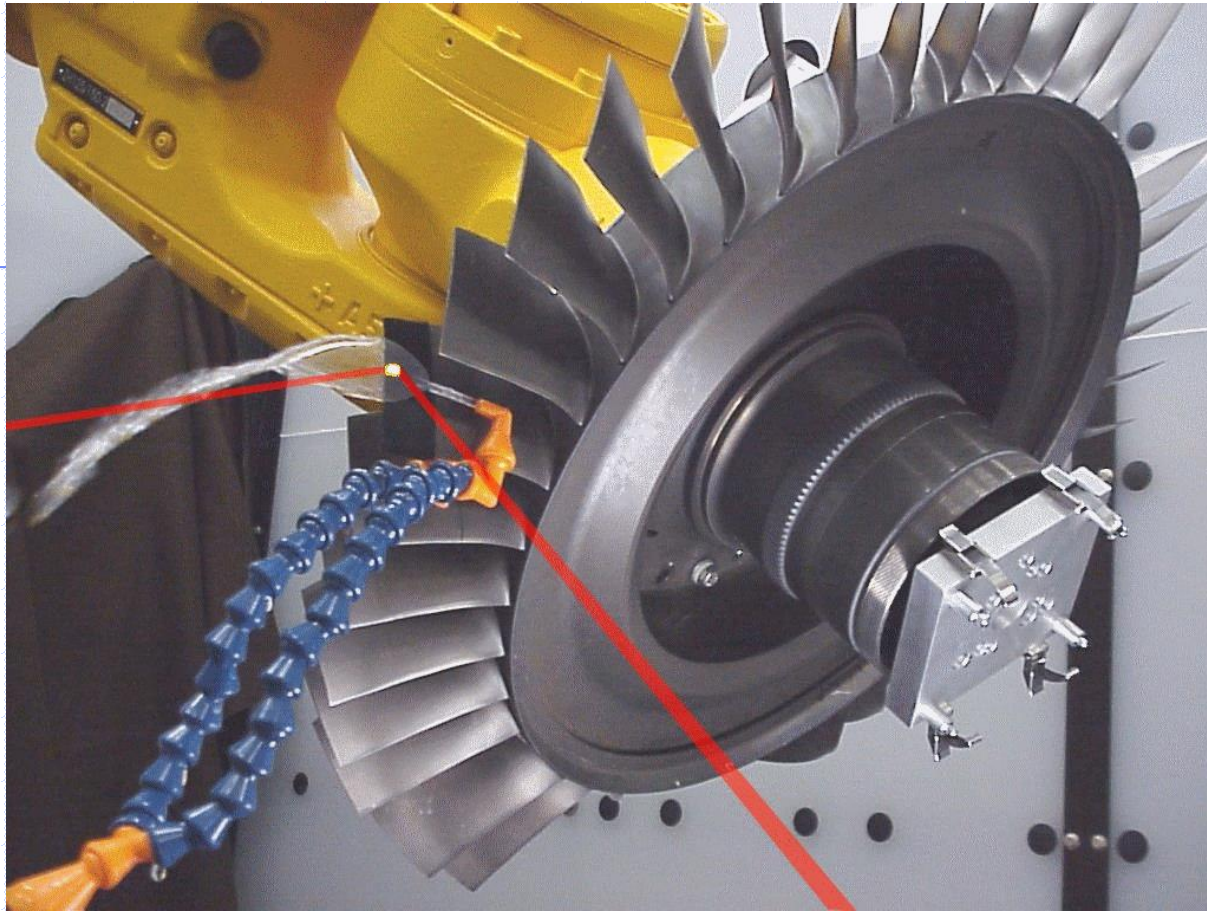
- Η προηγούμενη σχέση δείχνει ότι οι απώλειες τριβής έχουν ως αποτέλεσμα την αύξηση της πτώσης πίεσης που απαιτείται για να επιτευχθεί  $Ma = 1$
- Το τελευταίο μέγεθος που απαιτείται για να υπολογιστεί η ώση πίεσης  $A_5 (P_c - P_a)$ , είναι η διατομή  $A_5$  του ακροφυσίου
- Για δεδομένη παροχή μάζας  $\dot{m}$ , το εμβαδόν της διατομής είναι:

$$A_5 = \frac{\dot{m}}{\rho_c \vec{V}_c}$$

όπου  $\rho_c = P_c / RT$  και  $\vec{V}_c = \sqrt{2c_p(T_{04} - T_c)}$  ή  $\vec{V}_c = \sqrt{kRT_c}$

- Η τιμή αυτή είναι προσεγγιστική γιατί δεν λαμβάνεται υπόψη το πάχος των οριακών στρωμάτων
- Επιπλέον, η συνθήκη  $Ma = 1$  υλοποιείται κατάντη σε ένα επίπεδο έξω από την έξοδο του ακροφυσίου, εκεί όπου η ροή γίνεται μη αντιστρεπτή
- Στην πράξη το απαιτούμενο εμβαδόν διατομής που δίνει τις ζητούμενες συνθήκες λειτουργίας του κινητήρα μπορεί να προσδιοριστεί με την μέθοδο δοκιμής-σφάλματος (try and error)
- Η τιμή του  $\eta_j$  εξαρτάται από ένα πλήθος παραγόντων, μεταξύ των οποίων το μήκος του αγωγού εξόδου, τα συστήματα που παρεμβάλλονται στη ροή και δημιουργούν απώλειες πίεσης, κλπ. Τυπική τιμή για το  $\eta_j$  είναι  $\eta_j = 0.95$



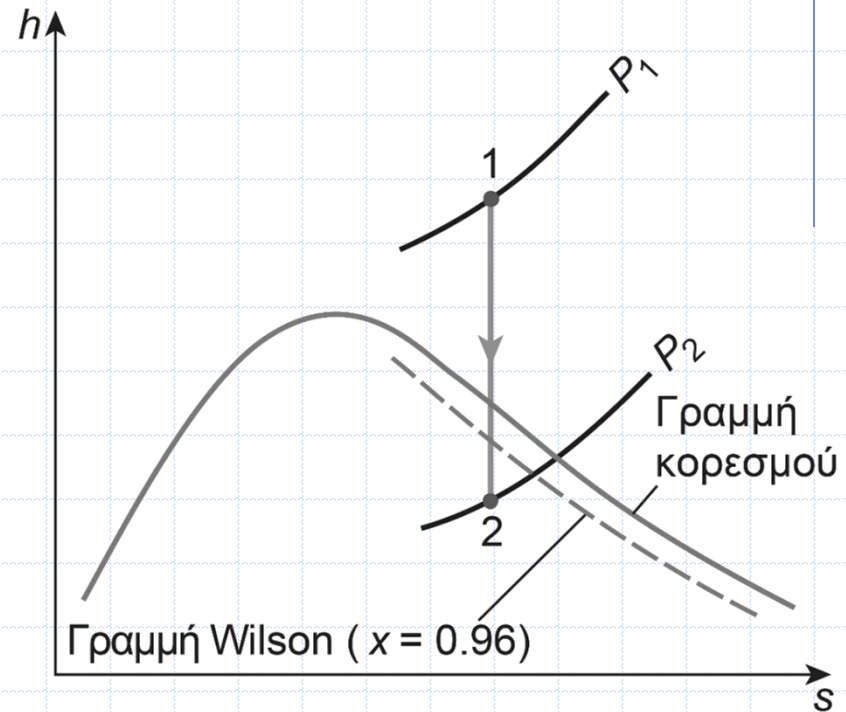


***Ακροφύσια ατμού...***



# Ακροφύσια ατμού...

- Ο υδρατμός υπό μέσες ή υψηλές πιέσεις αποκλίνει σημαντικά από τη συμπεριφορά του ιδανικού αερίου, επομένως οι περισσότερες από τις σχέσεις που αναπτύχθηκαν δεν μπορούν να εφαρμοστούν για τη ροή ατμού από ακροφύσια ή ατμοστροβίλους
- **Υπέρκορος ατμός:** είναι ο ατμός που υπάρχει στην περιοχή του υγρού χωρίς να περιέχει καθόλου υγρό
- Οι καταστάσεις του υπερκορεσμού είναι μετασταθείς καταστάσεις
- **Γραμμή Wilson:** είναι ο γ.τ. των σημείων όπου συμβαίνει συμπύκνωση, ανεξάρτητα της αρχική θερμοκρασίας και πίεσης στην είσοδο του ακροφυσίου



Διάγραμμα h-s για την ισεντροπική εκτόνωση υδρατμού σε ένα ακροφύσιο

Όταν ο ατμός θεωρείται ιδανικό αέριο με  $k = 1.3$

$$\frac{P^*}{P_0} = \left( \frac{2}{k + 1} \right)^{k/(k-1)} = 0.546$$



# Θερμοδυναμική Ι

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ!

