



# **[119] Θερμοδυναμική Ι**

## **Εντροπία**

***Καθηγητής Γ. Σκόδρας***

# Περιεχόμενα...

*Η διάλεξη που ακολουθεί βασίζεται στα συγγράμματα:*

*(1) "Θερμοδυναμική για Μηχανικούς", 8η Έκδοση, Y.A. Cengel, M.A. Boles*

*(2) "Θερμοδυναμική και Προχωρημένη Θερμοδυναμική", Α. Πολυζάκης*

*(3) "Θερμοδυναμική", M.M. Abbott, H.C. van Ness*



# Ορισμοί...

## 1ο Θερμοδυναμικό Αξίωμα (Αρχή διατήρησης ενέργειας)

- ❑ Η ενέργεια δεν χάνεται, μετατρέπεται από την μια μορφή στην άλλη χωρίς να καταστρέφεται

## 2ο Θερμοδυναμικό Αξίωμα (Ποιότητα Ενέργειας)

- ❑ Δεν υπάρχει διάταξη που να μετατρέπει πλήρως την απορροφόμενη θερμότητα σε μηχανικό έργο
- ❑ Δεν είναι δυνατή η μεταφορά θερμότητας από μια θερμοκρασία σε άλλη υψηλότερη, χωρίς κατανάλωση έργου (*Clausius*)
- ❑ Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μηχανή, η οποία να λειτουργεί σε μια κυκλικά επαναλαμβανόμενη διεργασία και να μην κάνει τίποτε άλλο από το να παίρνει ένα ποσό θερμότητας από κάποιο θερμοδοχείο και να παράγει ισοδύναμο έργο (*Kelvin – Planck*)



# Ορισμοί...

## 2ο Θερμοδυναμικό Αξίωμα (Ποιότητα Ενέργειας)

- Αναφέρεται στην υποβάθμιση της ενέργειας
- Στην παραγωγή εντροπίας

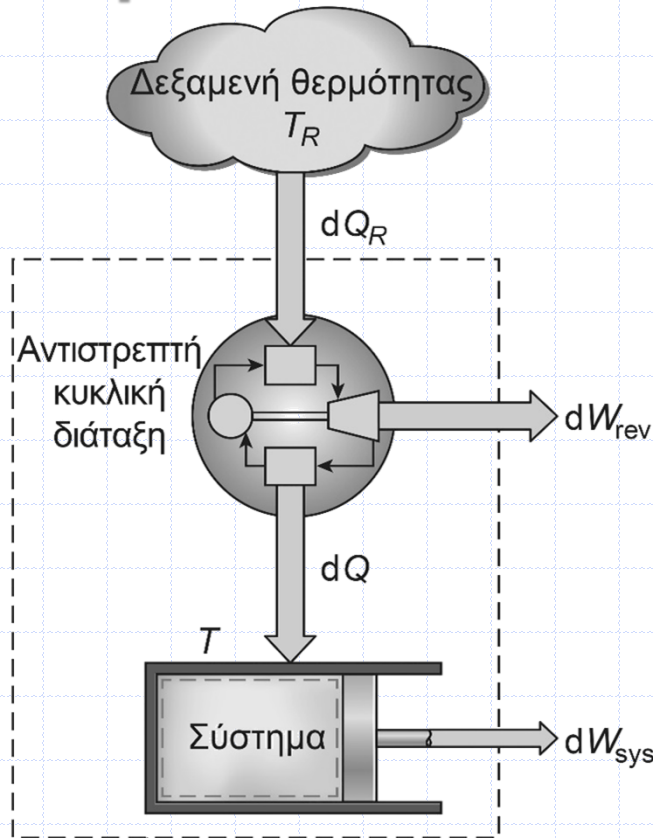
Ένα σύστημα βρίσκεται σε **κατάσταση πλήρους εξάντλησης**, όταν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με το περιβάλλον του. Στην κατάσταση αυτή το σύστημα:

- Έχει πίεση και θερμοκρασία ίση με το περιβάλλον του
- Έχει μηδενική κινητική ή δυναμική ενέργεια σε σχέση με το περιβάλλον του
- Δεν αντιδρά χημικά με το περιβάλλον
- Δεν μπορεί να παράξει έργο



# Ορισμοί...

## Εντροπία



Συνδιασμένο σύστημα  
(σύστημα και κυκλική διάταξη)

Με αυτό το σύστημα διατυπώνεται  
η ανισότητα του Clausius

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \delta W_C = \delta Q_R - dE_C$$

$$\frac{\delta Q_R}{T_R} = \frac{\delta Q}{T} \quad \delta W_C = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_C$$

$$W_C = T_R \oint \frac{\delta Q}{T}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \text{Ανισότητα του Clausius}$$

$$\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int rev} = 0$$

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int rev} \quad (\text{kJ/K}) \quad \text{Ορισμός της εντροπίας}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int rev}$$

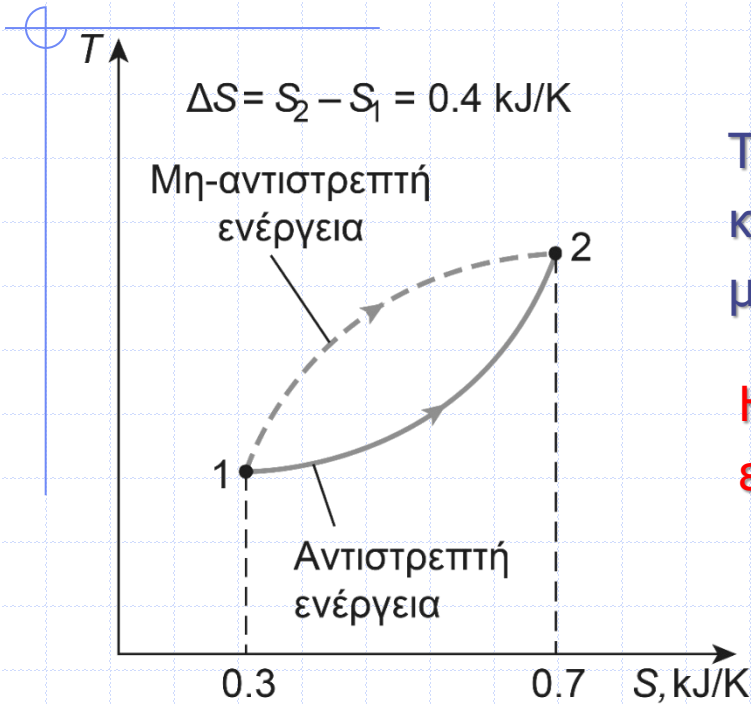
Το **«ισον»** στην ανισότητα του Clausius ισχύει για πλήρως ή εσωτερικά αντιστρεπτούς κύκλους και το **«μικρότερο»** για μη αντιστρεπτούς κύκλους

# Ορισμοί...

$$\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0$$

Το κυκλικό ολοκλήρωμα  
κάθε ιδιότητας είναι  
μηδενικό

Η εντροπία είναι  
εκτατική ιδιότητα

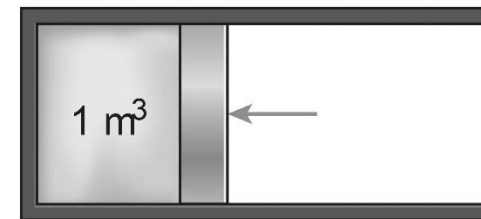
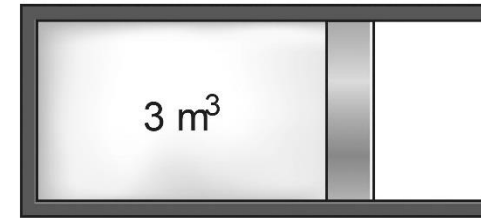
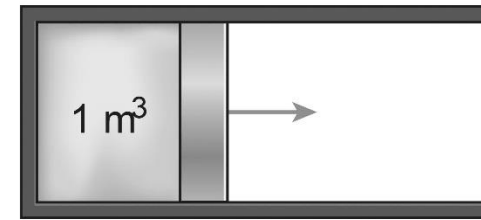


**Μια ειδική περίπτωση: Εσωτερικά αντιστρεπτές  
ισοθερμοκρασιακές διεργασίες μετάδοσης θερμότητας**

$$\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T_0} \right)_{\text{int rev}} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 (\delta Q)_{\text{int rev}}$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0}$$

Αυτή η εξίσωση είναι πολύ χρήσιμη για τον υπολογισμό της μεταβολής της εντροπίας σε δεξαμενές θερμικής ενέργειας

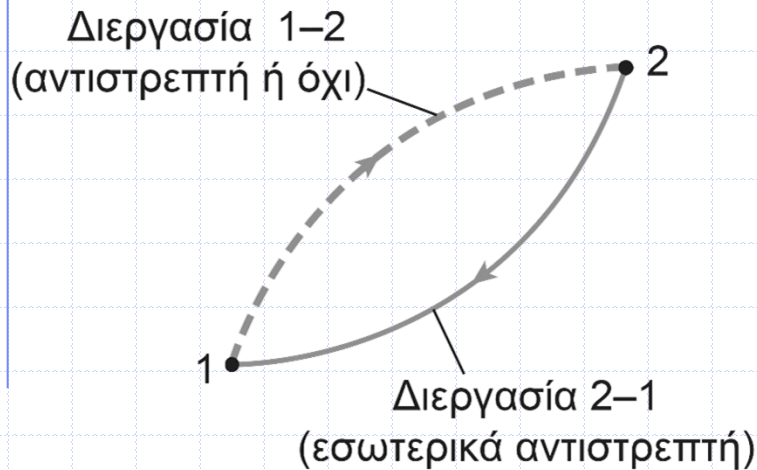


$$?dV = \Delta V_{\text{cycle}} = 0$$

Η ολική μεταβολή του όγκου σε  
έναν κύκλο είναι πάντα μηδενική.

# Ορισμοί...

## Η Αρχή Αύξησης της Εντροπίας



$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \leq 0$$

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 \leq 0 \quad S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

Το «ίσον» αφορά σε αντιστρεπτές διεργασίες και το «μεγαλύτερο» σε μη αντιστρεπτές διεργασίες.

$$\Delta S_{\text{sys}} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}}$$

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} \geq 0$$

Κατά τη διάρκεια μιας μη αντιστρεπτής διεργασίας *παράγεται* μια ποσότητα εντροπίας, ακριβώς λόγω των μη αντιστρεπτοτήτων της διεργασίας

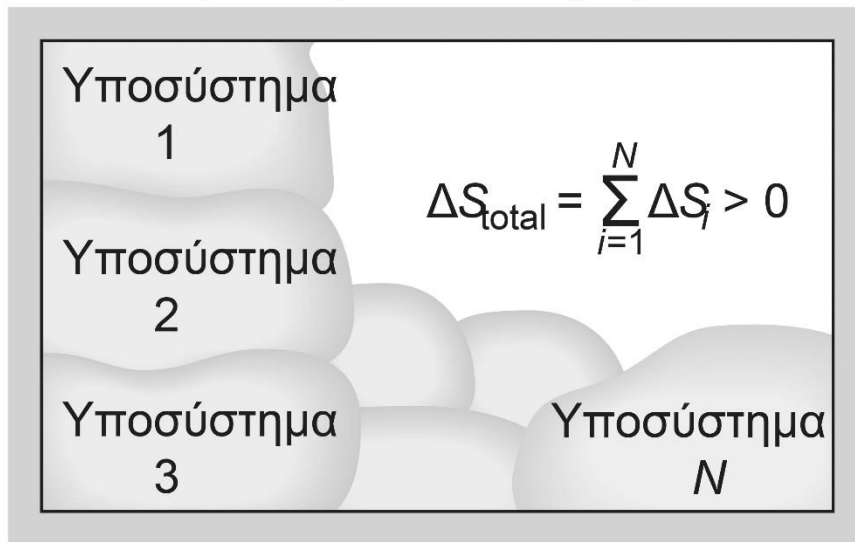
Η παραγωγή εντροπίας  $S_{\text{gen}}$  είναι πάντοτε *θετική* ποσότητα ή μηδενική

Μπορεί η εντροπία ενός συστήματος να μειωθεί κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας;



# Ορισμοί...

(Μονωμένο σύστημα)

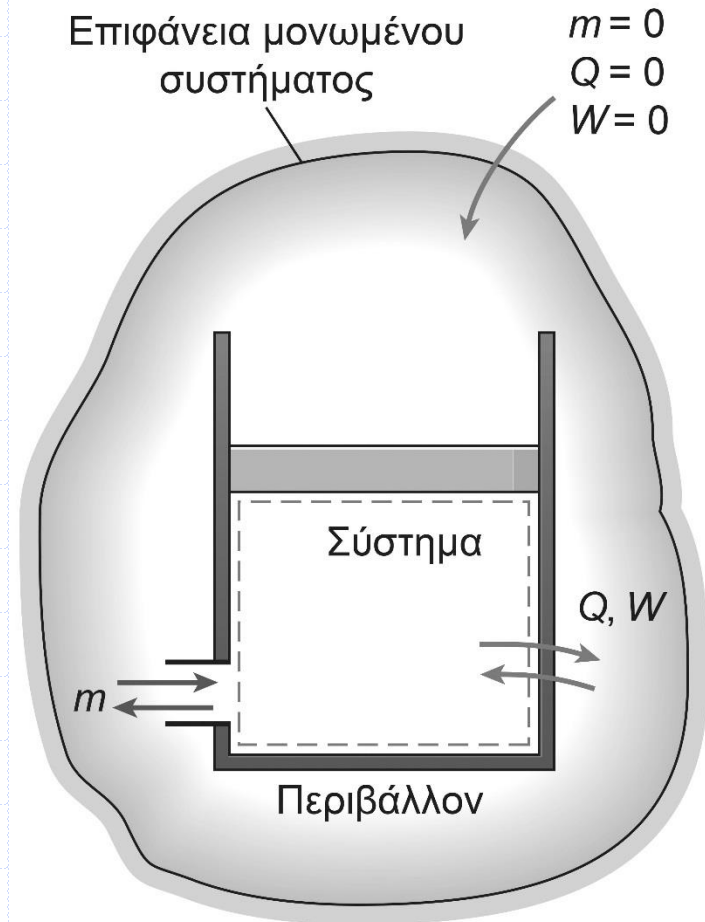


Η μεταβολή της εντροπίας ενός μονωμένου συστήματος ισούνται με το άθροισμα των μεταβολών της εντροπίας των επιμέρους υποσυστημάτων του και είναι πάντοτε θετική

$$\Delta S_{\text{isolated}} \geq 0$$

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} \geq 0$$

$$S_{\text{gen}} = \begin{cases} > 0 & \text{για μη αντιστρεπτές διεργασίες} \\ = 0 & \text{για αντιστρεπτές διεργασίες} \\ < 0 & \text{για μη εφικτές διεργασίες} \end{cases}$$



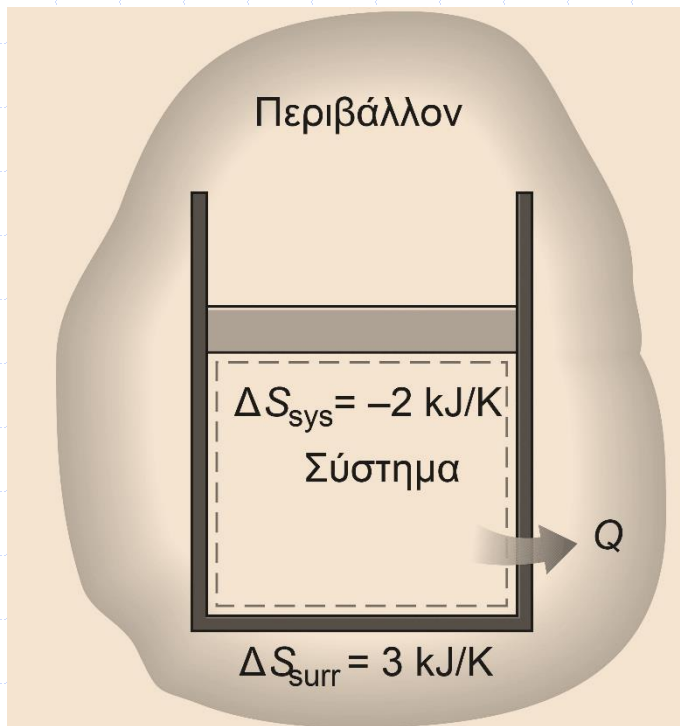
Ένα σύστημα αποτελεί με το περιβάλλον του ένα μονωμένο σύστημα

Αρχή αύξησης της εντροπίας



# Ορισμοί...

## Μερικά σχόλια για την εντροπία



$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} = 1 \text{ kJ/K}$$

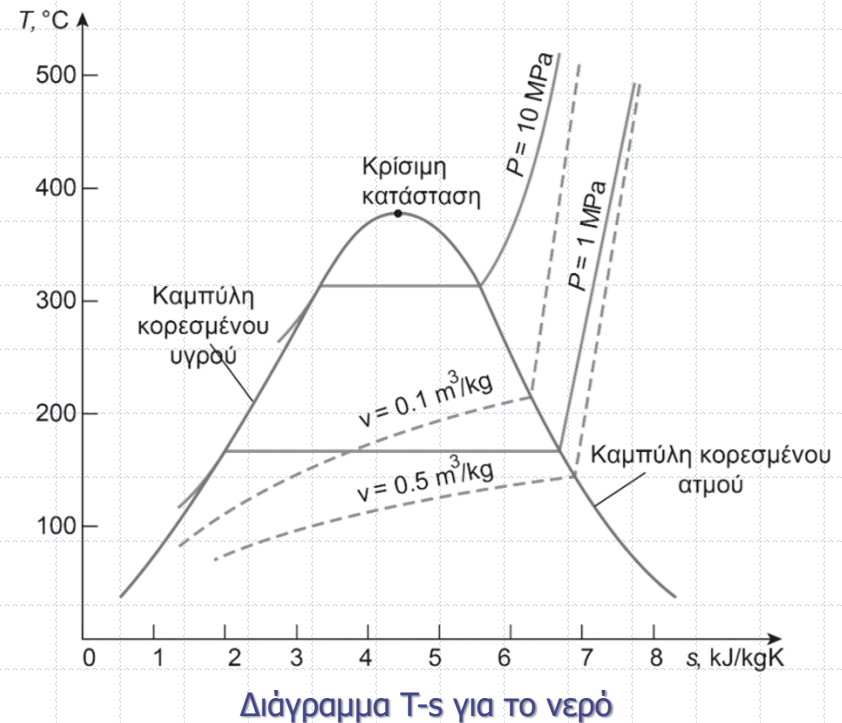
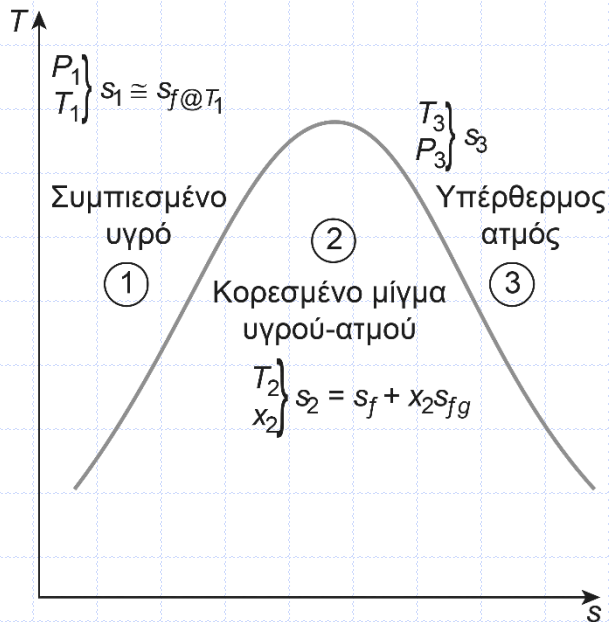
Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος μπορεί να είναι αρνητική, όχι όμως κι η παραγόμενη εντροπία.

1. Οι διεργασίες μπορούν να συμβαίνουν προς μια **συγκεκριμένη** κατεύθυνση μόνο, όχι προς **κάθε** κατεύθυνση. Μια διεργασία κινείται προς την κατεύθυνση που ικανοποιεί την αρχή αύξησης της εντροπίας, δηλαδή  $S_{\text{gen}} \geq 0$ . Μια διεργασία που παραβιάζει αυτή την αρχή, **είναι αδύνατη**
2. Η εντροπία είναι μια **μη συντηρητική ιδιότητα**, και δεν υπάρχει κάποια **αρχή διατήρησης της εντροπίας**. Η εντροπία διατηρείται κατά τη διάρκεια αντιστρεπτών διεργασιών μόνο και αυξάνεται κατά τη διάρκεια **όλων** των πραγματικών διεργασιών
3. Η συμπεριφορά των μηχανών υποβαθμίζεται λόγω των μη αντιστρεπτοτήτων κι η **παραγωγή εντροπίας** είναι μέτρο αυτών των μη αντιστρεπτοτήτων. Χρησιμοποιείται, επίσης, για τη διατύπωση κριτηρίων σχετικά με την απόδοση των μηχανών

# Ορισμοί...

## Μεταβολή εντροπίας των καθαρών ουσιών

Η εντροπία είναι μια ιδιότητα, συνεπώς η τιμή της σε μια κατάσταση συστήματος είναι συγκεκριμένη



## Μεταβολή εντροπίας

$$\Delta S = m \Delta s = m(s_2 - s_1) \quad (\text{kJ/K})$$

Η εντροπία μιας καθαρής ουσίας προσδιορίζεται από πίνακες

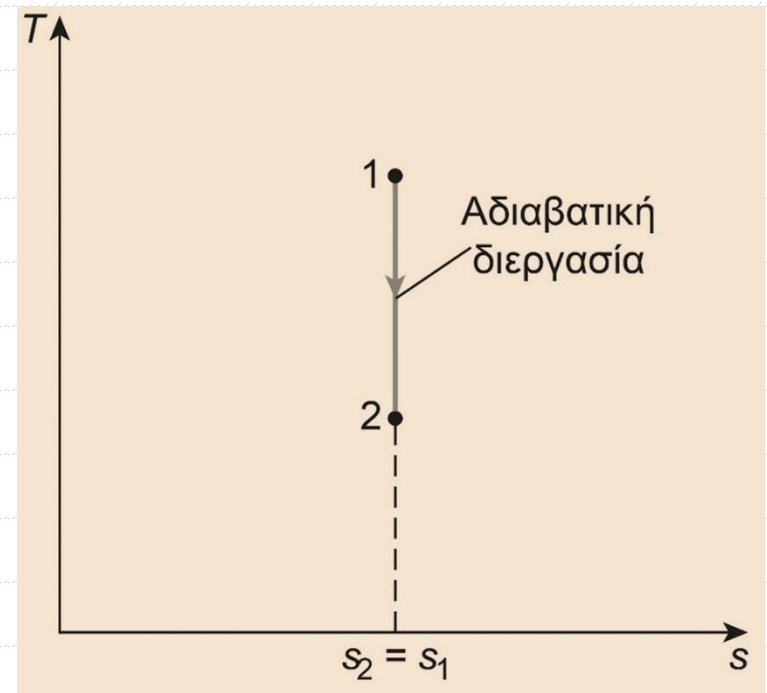
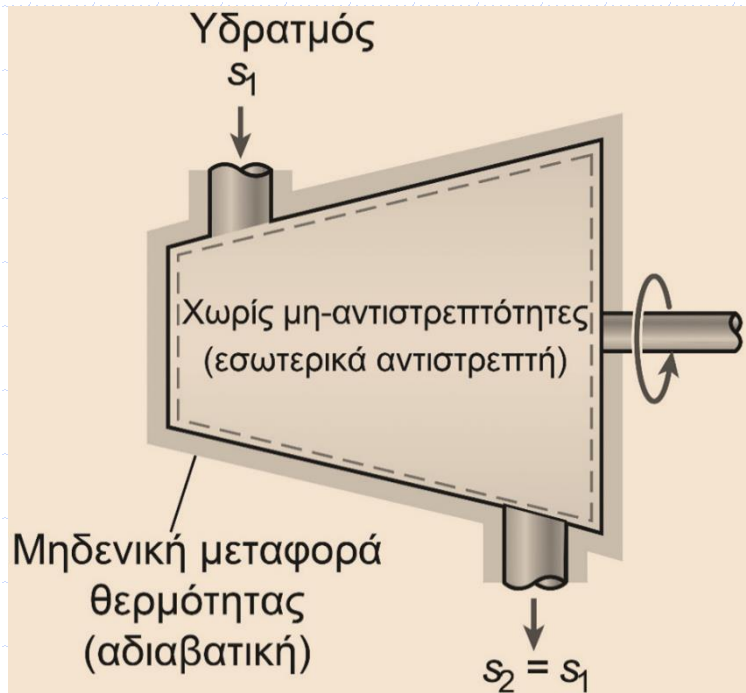
# Ορισμοί...

## Ισεντροπικές διεργασίες

Μια διεργασία, κατά την οποία η εντροπία παραμένει σταθερή, καλείται

**ισεντροπική**

$$\Delta s = 0 \quad \text{ή} \quad s_2 = s_1 \quad (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$$

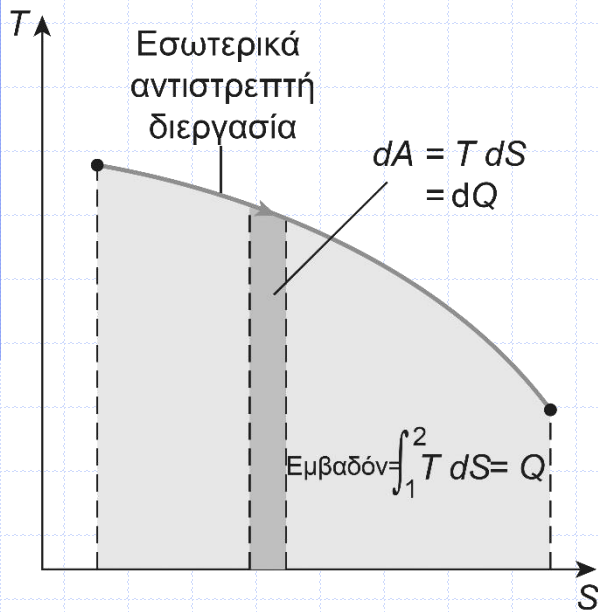


Κατά τη διάρκεια μιας εσωτερικά αντιστρεπτής & αδιαβατικής διεργασίας, η εντροπία παραμένει σταθερή

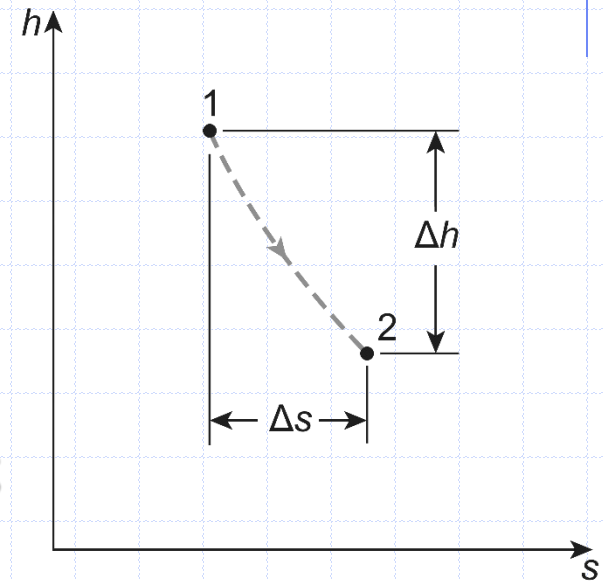
Στο διάγραμμα  $T-s$ , οι ισεντροπικές διεργασίες παρίστανται ως κατακόρυφα ευθύγραμμα τμήματα

# Ορισμοί...

## Διαγράμματα ιδιοτήτων με την εντροπία



Σε ένα διάγραμμα  $T$ - $S$ , η περιοχή κάτω από την καμπύλη μιας διεργασίας αντιστοιχεί στη συναλασσόμενη θερμότητα για εσωτερικά αντιστρεπτές διεργασίες



**Διάγραμμα Mollier:**  
είναι ένα διάγραμμα  $h$ - $s$

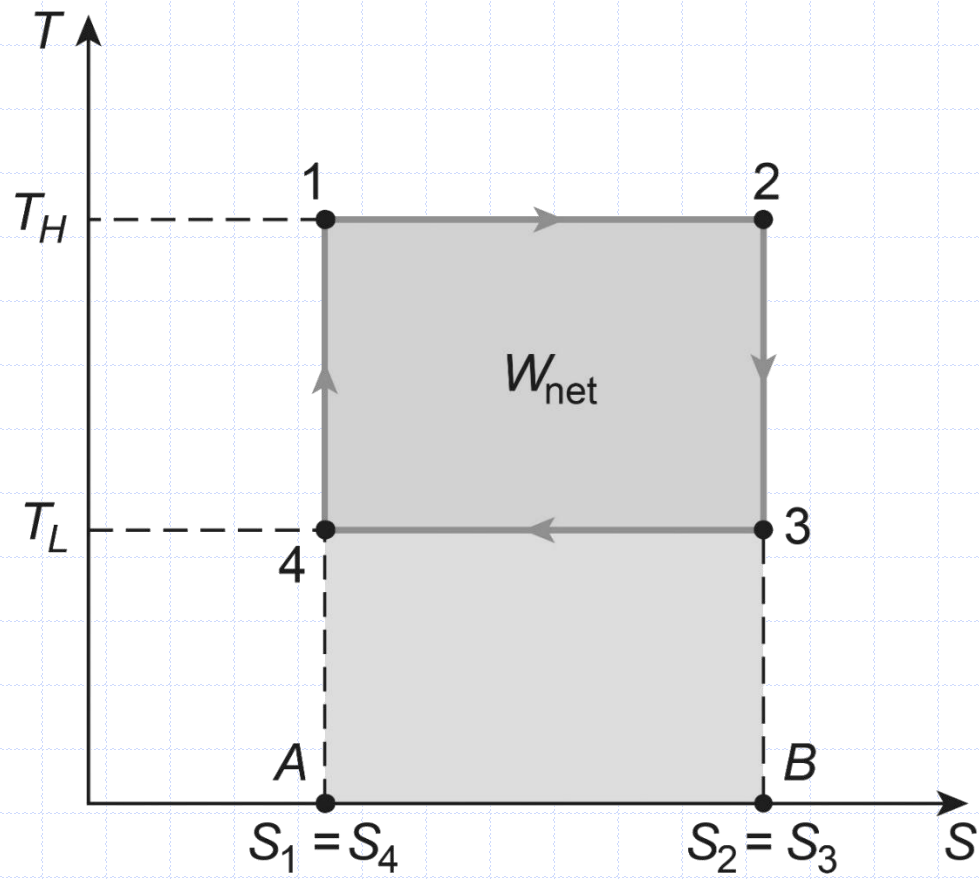
$$\delta Q_{\text{int rev}} = T dS \quad Q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T dS$$

$$\delta q_{\text{int rev}} = T ds \quad q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T ds$$

$$Q_{\text{int rev}} = T_0 \Delta S \quad q_{\text{int rev}} = T_0 \Delta s$$

# Ορισμοί...

$$W_{\text{net,out}} = Q_H - Q_L$$

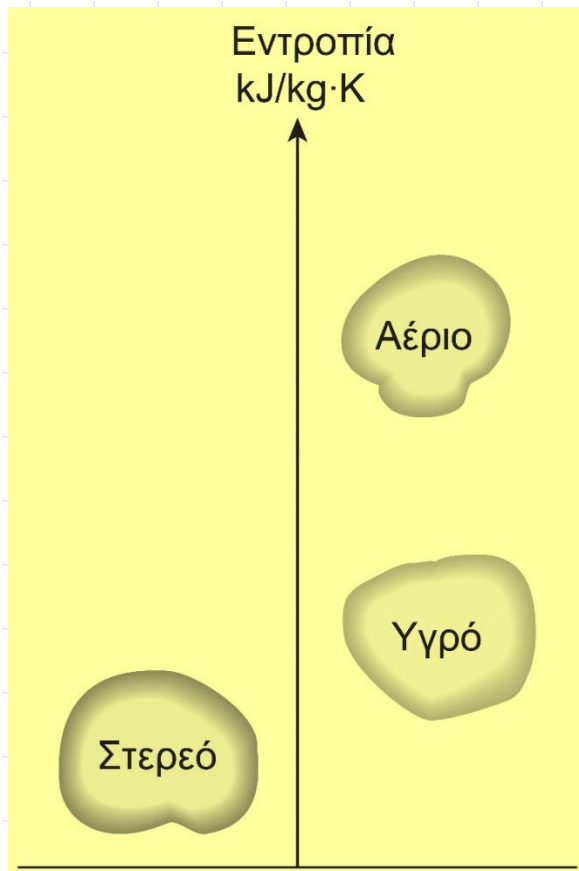


Το διάγραμμα  $T$ - $S$  του κύκλου Carnot



# Τι είναι η εντροπία...

## Τι είναι η εντροπία;



Η στάθμη της μοριακής αταξίας μιας ουσίας αυξάνεται καθώς αυτή τήκεται ή ατμοποιείται

Εξίσωση Boltzmann

$$S = k \ln W$$

$W$  είναι ο συνολικός αριθμός των πιθανών μικροκαταστάσεων του συστήματος

Εξίσωση Gibbs

$$S = -k \sum p_i \log p_i$$

$p_i$  είναι οι μη ομοιόμορφες πιθανότητες των μικροσκοπικών καταστάσεων

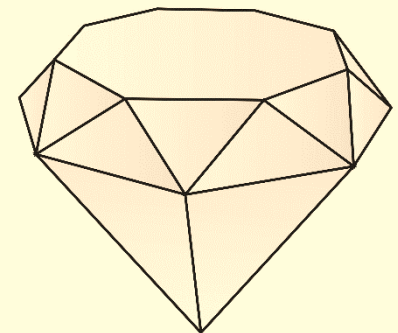
Σταθερά Boltzmann

$$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Μια καθαρή κρυσταλλική ουσία υπό θερμοκρασία 0K είναι σε απόλυτη μοριακή τάξη κι η εντροπία της είναι μηδενική

**(Τρίτο Θερμοδυναμικό Αξίωμα)**

Καθαρός κρύσταλλος  
 $T = 0 \text{ K}$   
Εντροπία = 0



# 3<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα...

## 3<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα

Θεωρώντας τις ιδιότητες συστημάτων σε ισορροπία, στην θερμοκρασία του απολύτου μηδενός, το 3<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα διατυπώνεται ως εξής:

- ***“ Η εντροπία ενός ιδανικού κρυστάλλου στο απόλυτο μηδέν (0 Kelvin) είναι μηδενική”***

Η διατύπωση του 3<sup>ου</sup> Θερμοδυναμικού αξιώματος των Nernst–Simon, θεωρεί διεργασίες σε μια σταθερή, χαμηλή, θερμοκρασία:

- ***“ Η μεταβολή της εντροπίας οποιουδήποτε συμπυκνωμένου συστήματος που υφίσταται αντιστρεπτή ισοθερμοκρασιακή μεταβολή, προσεγγίζει το μηδέν, καθώς η θερμοκρασία της μεταβολής προσεγγίζει το απόλυτο μηδέν (0 K)”***



# 3<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα...

## 3<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα

Τα υγρά και τα στερεά, θεωρούνται εδώ, ως συμπυκνωμένο σύστημα, οπότε η κλασική διατύπωση του Nernst είναι:

- ***“Δεν είναι δυνατόν για οποιαδήποτε διεργασία, ανεξάρτητα από την ιδανικότητα της,, να μειώσει την εντροπία ενός συστήματος στην τιμή της στο απόλυτο μηδέν, με πεπερασμένο αριθμό διεργασιών”***

Η φυσική σημασία της διατύπωσης Nernst–Simon είναι ότι *“δεν υπάρχει οποιαδήποτε διεργασία που μπορεί να φέρει ένα σύστημα στην θερμοκρασία του απολύτου μηδενός, μέσω πεπερασμένου αριθμού βημάτων”*



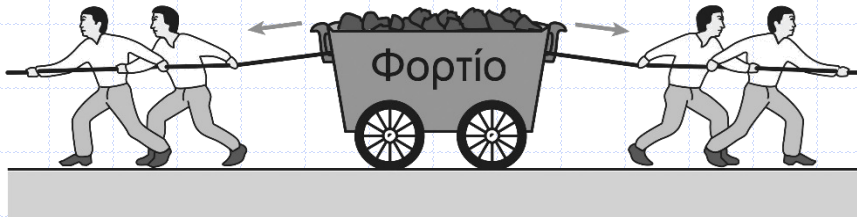


# 3<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό αξίωμα...

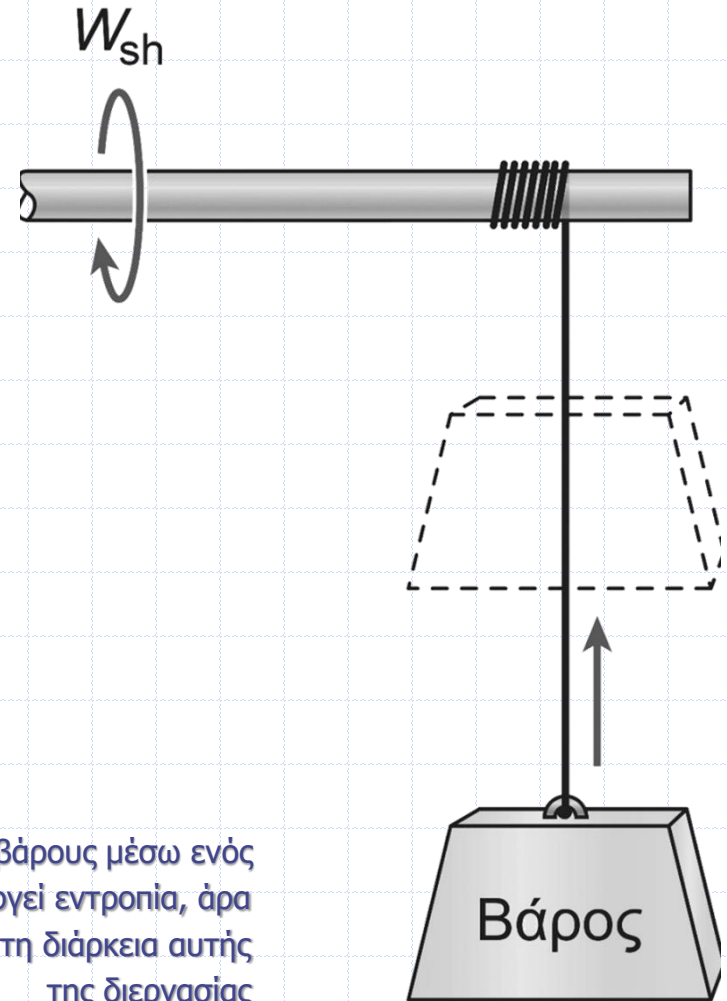
- ❑ Στο απόλυτο μηδέν (μηδέν Kelvin), το σύστημα πρέπει να έχει την ελάχιστη δυνατή ενέργεια, και αυτή η διατύπωση είναι αληθής, δοθέντος ότι ένας ιδανικός κρύσταλλος έχει μόνο μια κατάσταση ελάχιστης ενέργειας
- ❑ Η εντροπία σχετίζεται με τον αριθμό των πιθανών μικροκαταστάσεων, και για ένα σύστημα αποτελούμενο από πολλά σωματίδια, η κβαντική μηχανική υποδεικνύει ότι υπάρχει μόνο μια μοναδική κατάσταση, αποκαλούμενη βασική (ground state), με την ελάχιστη ενέργεια
- ❑ Εάν ένα σύστημα δεν παρουσιάζει πλήρως ορισμένη τάξη (πχ. εάν έχει υαλώδη δομή), τότε, καθώς το σύστημα οδηγείται σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίας, στην πράξη, θα απομείνει κάποια εντροπία (πεπερασμένη), και το σύστημα εγκλωβίζεται σε διαμόρφωση μη ελάχιστης ενέργειας
- ❑ Η σταθερή τιμή καλείται "**υπόλοιπο εντροπίας**"



# Τι είναι η εντροπία...



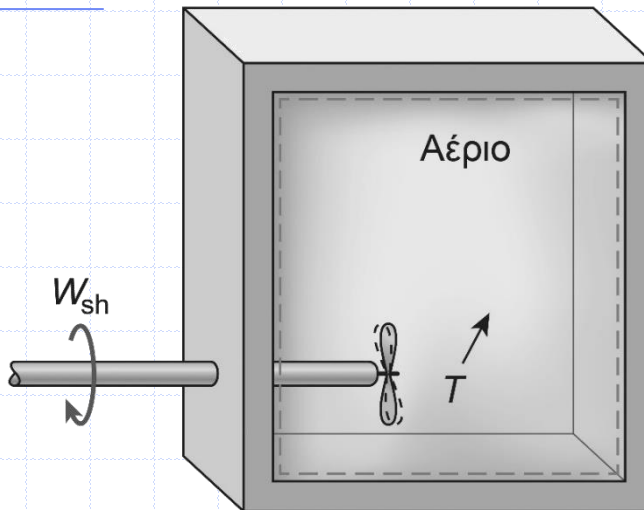
Η αποδιοργανωμένη ενέργεια δεν παράγει ωφέλιμα αποτελέσματα, ανεξαρτήτως της ποσότητάς της



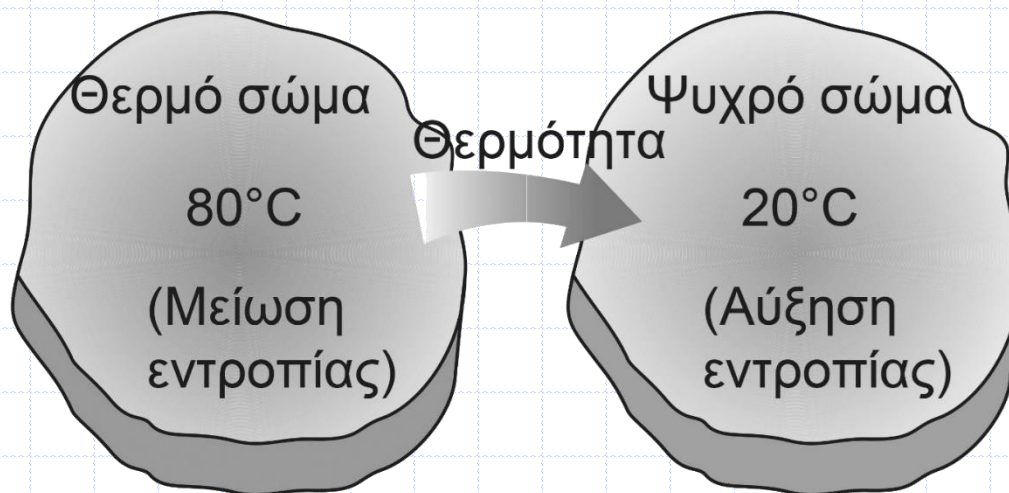
Απουσία τριβών, η ανύψωση ενός βάρους μέσω ενός περιστρεφόμενου άξονα δεν δημιουργεί εντροπία, άρα η ενέργεια δεν υποβαθμίζεται κατά τη διάρκεια αυτής της διεργασίας



# Τι είναι η εντροπία...



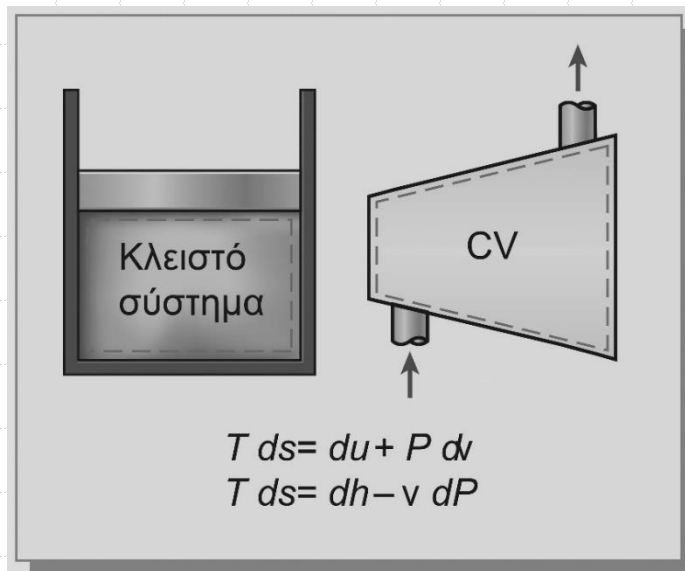
Το έργο της φτερωτής που μεταφέρεται στο αέριο αυξάνει την εντροπία του αερίου, άρα εδώ η ενέργεια υποβαθμίζεται



Κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας μεταφοράς θερμότητας, η ολική εντροπία αυξάνει: η αύξηση της εντροπίας του ψυχρού σώματος είναι μεγαλύτερη από την ελάττωση της εντροπίας του θερμού σώματος



# Σχέσεις $T ds...$



$$\delta Q_{\text{int rev}} - \delta W_{\text{int rev,out}} = dU$$

$$\delta Q_{\text{int rev}} = T ds$$

$$\delta W_{\text{int rev,out}} = P dV$$

$$T ds = dU + P dV \quad (\text{kJ})$$

$$T ds = du + P dv \quad (\text{kJ/kg})$$

Πρώτη εξίσωση  $Tds$  ή *Εξίσωση Gibbs*

$$h = u + Pv$$

$$\left. \begin{aligned} dh &= du + P dv + v dP \\ T ds &= du + P dv \end{aligned} \right\} T ds = dh - v dP$$

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T}$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v dP}{T}$$

Δεύτερη εξίσωση  $Tds$

Απειροστές μεταβολές της  
εντροπίας

# Μεταβολή εντροπίας σε στερεά και υγρά...

Τα **υγρά** και τα **στερεά** μπορούν να προσεγγιστούν ως **ασυμπίεστες ουσίες**, μιας και οι ειδικοί όγκοι τους παραμένουν σταθεροί

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \xrightarrow{dv \approx 0} ds = \frac{du}{T} \xrightarrow{c_p = c_v = c} ds = c \frac{dT}{T} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c(T)}{T} dT = c_{avg} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Για ισεντροπική διεργασία ασυμπίεστης ουσίας:  $s_2 - s_1 = c_{avg} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \rightarrow T_2 = T_1$



# Μεταβολή εντροπίας των ιδανικών αερίων...

Από την πρώτη εξίσωση  $Tds$

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T} \quad \begin{array}{l} du = c_v dT \\ P = RT/v \end{array}$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Από τη δεύτερη εξίσωση  $Tds$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v dP}{T}$$

$$dh = c_p dT \quad v = RT/P$$

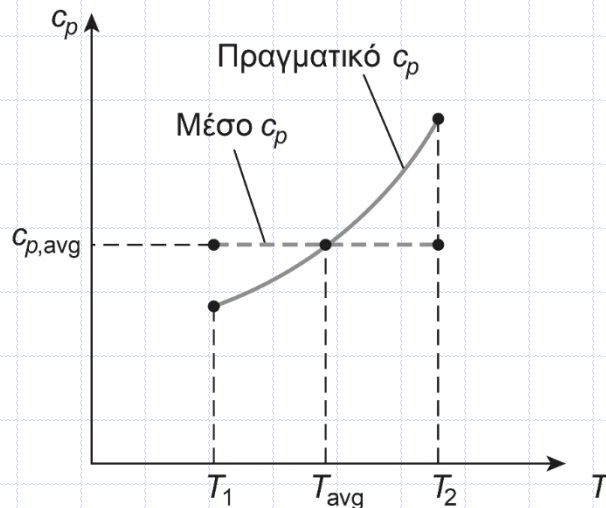
$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$



# Σταθερές ειδικές θερμότητες (προσεγγιστική ανάλυση)...

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \rightarrow s_2 - s_1 = c_{v,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \rightarrow s_2 - s_1 = c_{p,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$



Μεταβολή της ειδικής γραμμομοριακής εντροπίας ιδανικού αερίου:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{v,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{p,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Σύμφωνα με την προσέγγιση σταθερής ειδικής θερμότητας, η ειδική θερμότητα υποτίθεται ότι είναι σταθερή σε κάποια μέση τιμή

# Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (ακριβής ανάλυση)...

Επιλέγουμε το απόλυτο μηδέν ως θερμοκρασία αναφοράς και ορίζουμε την παρακάτω συνάρτηση  $s^\circ$  ως:

$$s^\circ = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T} \quad \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^\circ - s_1^\circ$$

$T, \text{K}$	$s^\circ, \text{kJ/kg}\cdot\text{K}$
...	...
...	...
300	1.70203
310	1.73498
320	1.76690
...	...
...	...

(Πίνακας A-17)

Ειδικές εντροπίες:

$$s_2 - s_1 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$$

Ειδικές γραμμομοριακές εντροπίες:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^\circ - \bar{s}_1^\circ - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kmol}\cdot\text{K})$$





# Εντροπία...

Αέρας

$$T_1 = 290 \text{ K}$$

$$T_2 = 330 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= -0.3844 \text{ kJ/kg K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_{p,\text{avg}} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= -0.3842 \text{ kJ/kg K} \end{aligned}$$

Για μικρές διαφορές θερμοκρασίας, οι ακριβείς κι οι προσεγγιστικές σχέσεις για τη μεταβολή της εντροπίας ιδανικών αερίων δίνουν σχεδόν πανομοιότυπα αποτελέσματα



# Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων...

Προσέγγιση σταθερών ειδικών θερμοτήτων

$$s_2 - s_1 = c_{v,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Μηδενίζοντας την παραπάνω σχέση, έχουμε:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1} \quad R = c_p - c_v, k = c_p/c_v$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_v}$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \quad \left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \quad \left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$$

$$Tv^{k-1} = \text{constant}$$

$$TP^{(1-k)/k} = \text{constant}$$

$$Pv^k = \text{constant}$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

Ισχύει για

- \* ιδανικό αέριο
- \* αδιαβατικές διεργασίες
- \* σταθερές, ειδικές θερμοτήτες



# Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων...

## Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (ακριβής προσέγγιση)

$$0 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \longrightarrow s_2^\circ = s_1^\circ + R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

## Σχετική πίεση & σχετικός ειδικός όγκος

$$\frac{P_2}{P_1} = \exp \frac{s_2^\circ - s_1^\circ}{R}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\exp(s_2^\circ / R)}{\exp(s_1^\circ / R)} \quad \exp(s^\circ / R) \text{ είναι η σχετική πίεση } P_r$$

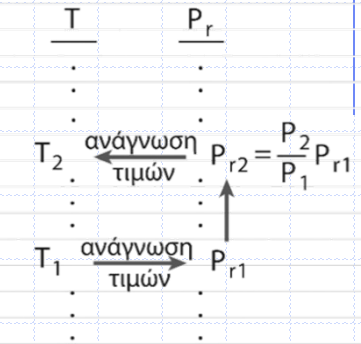
$$\left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}}$$

$$\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \longrightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_{r1}}{P_{r2}} = \frac{T_2 / P_{r2}}{T_1 / P_{r1}}$$

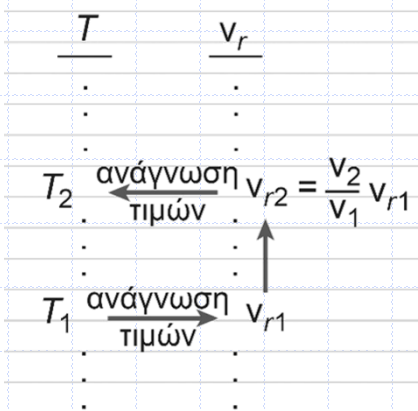
$$\left( \frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}} \quad T/P_r \text{ είναι ο σχετικός ειδικός όγκος } v_r$$

Χρήση δεδομένων για την  $P_r$  κατά τον υπολογισμό της τελικής θερμοκρασίας μιας ισεντροπικής διεργασίας

Ισεντροπική διεργασία  
Δεδομένα:  $P_1, T_1$ , και  $P_2$   
Ζητούμενο:  $T_2$



Ισεντροπική διεργασία  
Δεδομένα:  $v_1, T_1$ , και  $v_2$   
Ζητούμενο:  $T_2$



# Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής...

$$\delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}} = dh + dke + dpe$$

$$\delta q_{\text{rev}} = T ds \quad (\text{Eq. 7-16})$$

$$T ds = dh - v dP \quad (\text{Eq. 7-24})$$

$$-\delta w_{\text{rev}} = v dP + dke + dpe$$

$$\delta q_{\text{rev}} = dh - v dP$$

$$w_{\text{rev}} = - \int_1^2 v dP - \Delta ke - \Delta pe$$

$$w_{\text{rev}} = - \int_1^2 v dP \quad (\text{όταν η κινητική και η δυναμική ενέργεια είναι αμελητέες})$$

$$w_{\text{rev,in}} = \int_1^2 v dP + \Delta ke + \Delta pe$$

$$w_{\text{rev}} = -v(P_2 - P_1) - \Delta ke - \Delta pe$$

$$w = - \int_1^2 v dP$$

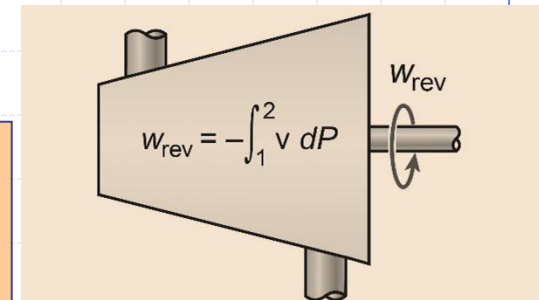
$$W = - \int_1^2 v dP$$

$$W = - \int_1^2 v dP$$

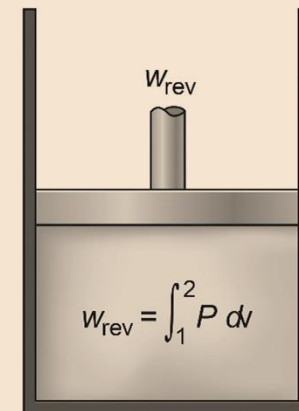
Όσο μεγαλύτερος είναι ο ειδικός όγκος, τόσο περισσότερο έργο παράγεται (ή καταναλώνεται) από μια διάταξη σταθεροποιημένης ροής

Για σταθεροποιημένη ροή υγρού μέσω μιας συσκευής που συναλλάσσει έργο (π.χ. μιας αντλίας), εργαζόμαστε με την **εξίσωση Bernoulli**:

$$v(P_2 - P_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$$



(α) Σύστημα σταθεροποιημένης ροής



(β) Κλειστό σύστημα

Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής και κλειστά συστήματα

# Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής...

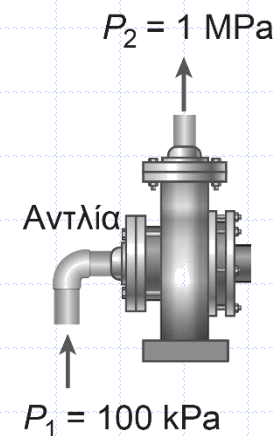
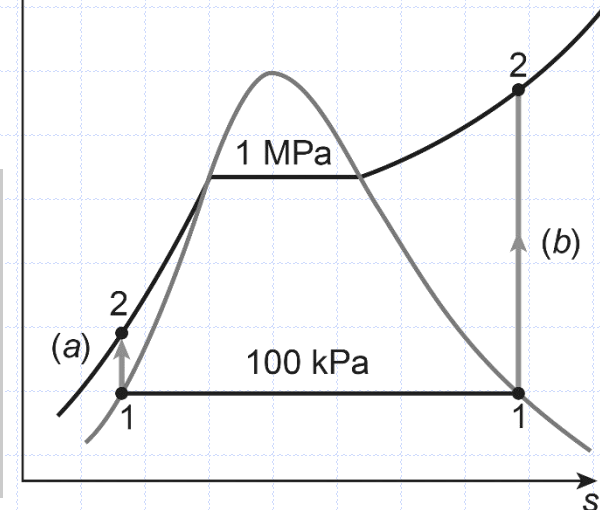
Παράδειγμα: Συμπύεση υγρού & συμπύεση ατμού

$$\begin{aligned}
 w_{\text{rev,in}} &= \int_1^2 v dP \cong v_1(P_2 - P_1) \\
 &= (0.001043 \text{ m}^3/\text{kg})[(1000 - 100) \text{ kPa}] \left( \frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3} \right) \\
 &= \mathbf{0.94 \text{ kJ/kg}}
 \end{aligned}$$

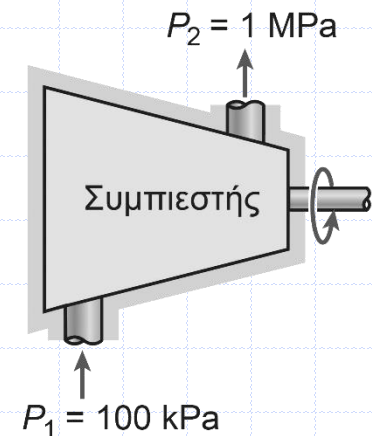
$$\left. \begin{aligned}
 Tds &= dh - v dP \quad (\text{Eq. 7-24}) \\
 ds &= 0 \quad (\text{isentropic process})
 \end{aligned} \right\} v dP = dh$$

$$w_{\text{rev,in}} = \int_1^2 v dP = \int_1^2 dh = h_2 - h_1$$

$$w_{\text{rev,in}} = (3194.5 - 2675.0) \text{ kJ/kg} = \mathbf{519.5 \text{ kJ/kg}}$$



(α) Συμπύεση υγρού



(β) Συμπύεση ατμού

# Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής...

Απόδειξη ότι οι συσκευές σταθεροποιημένης ροής αποδίδουν το μέγιστο & καταναλίσκουν το ελάχιστο έργο όταν υφίστανται αντιστρεπτή διεργασία

(εισερχόμενη θερμότητα και παραγόμενο έργο: θετικά):

$$\delta q_{\text{act}} - \delta w_{\text{act}} = dh + dke + dpe \quad \text{Πραγματική}$$

$$\delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}} = dh + dke + dpe \quad \text{Αντιστρεπτή}$$

$$\delta q_{\text{act}} - \delta w_{\text{act}} = \delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}}$$

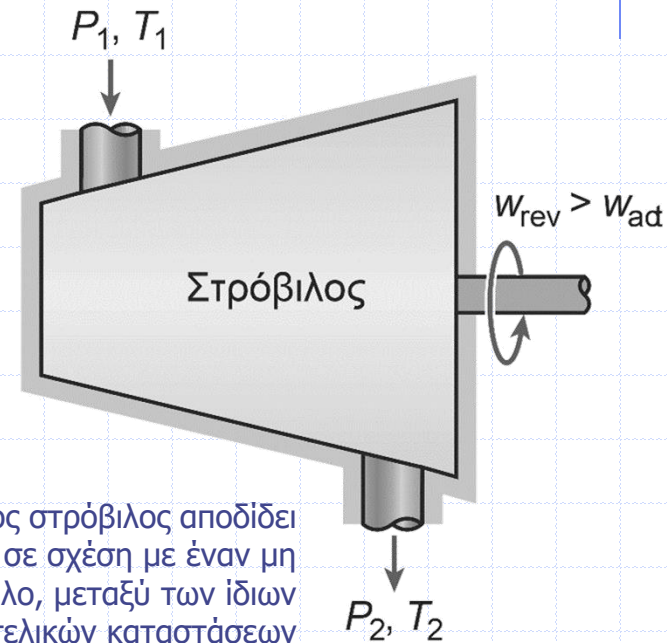
$$\delta w_{\text{rev}} - \delta w_{\text{act}} = \delta q_{\text{rev}} - \delta q_{\text{act}}$$

$$ds \geq \frac{\delta q_{\text{act}}}{T}$$

$$\frac{\delta w_{\text{rev}} - \delta w_{\text{act}}}{T} = ds - \frac{\delta q_{\text{act}}}{T} \geq 0$$

$$\delta w_{\text{rev}} \geq \delta w_{\text{act}}$$

$$w_{\text{rev}} \geq w_{\text{act}}$$

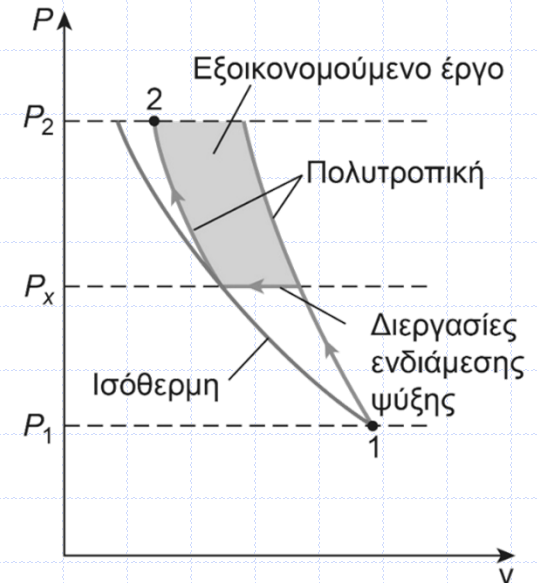
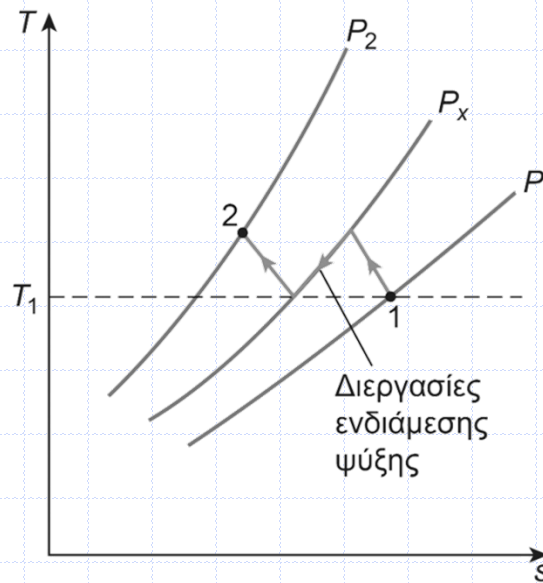


Ένας αντιστρεπτός στρόβιλος αποδίδει περισσότερο έργο σε σχέση με έναν μη αντιστρεπτό στρόβιλο, μεταξύ των ίδιων αρχικών και τελικών καταστάσεων

Οι συσκευές παραγωγής έργου (π.χ. στρόβιλοι) αποδίδουν περισσότερο έργο και οι συσκευές κατανάλωσης έργου (π.χ. συμπιεστές και αντλίες) καταναλώνουν λιγότερο έργο όταν λειτουργούν αντιστρεπτά



# Πολυβάθμια συμπίεση με ενδιάμεση ψύξη



Το αέριο συμπιέζεται κατά βαθμίδες και ψύχεται κατά το πέρασμα από τη μια βαθμίδα στην άλλη με τον **ενδιάμεσο ψύκτη**

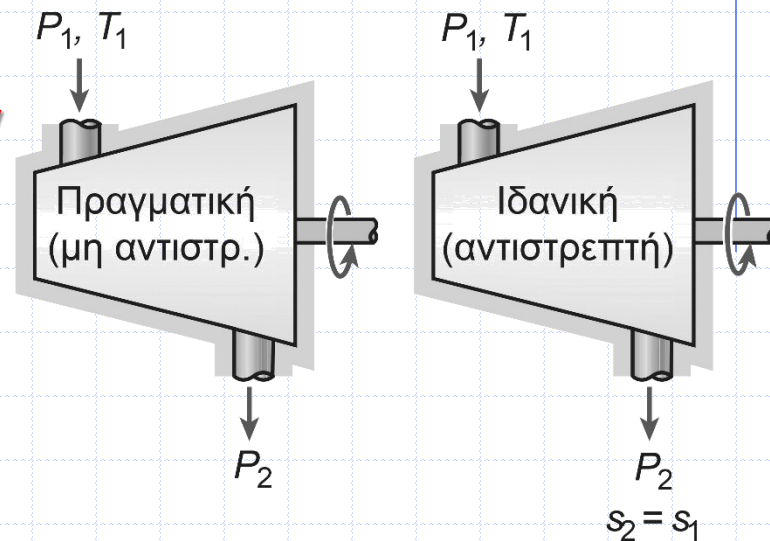
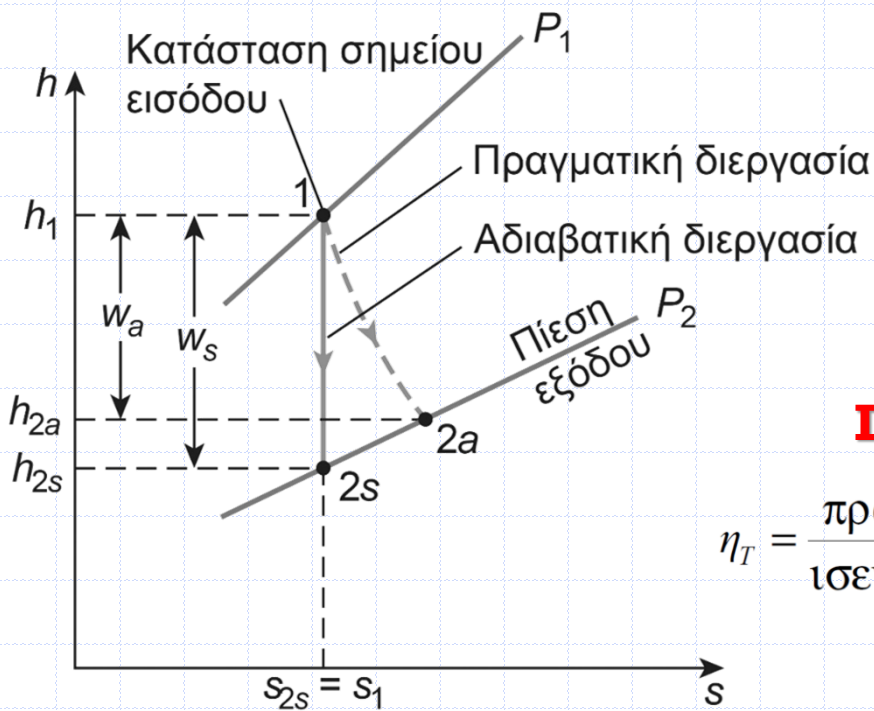
$$W_{\text{comp, in}} = W_{\text{comp I, in}} + W_{\text{comp II, in}}$$

$$= \frac{nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_x}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] + \frac{nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_x} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] \quad P_x = (P_1 P_2)^{1/2} \quad \text{or} \quad \frac{P_x}{P_1} = \frac{P_2}{P_x}$$

Για την ελαχιστοποίηση του έργου συμπίεσως μιας διβάθμιας συμπίεσης, θα πρέπει ο λόγος συμπίεσως της 1ης βαθμίδας να είναι ίσος με το λόγο συμπίεσως της 2ης βαθμίδας



## Ισεντροπικές αποδόσεις συσκευών σταθεροποιημένης ροής

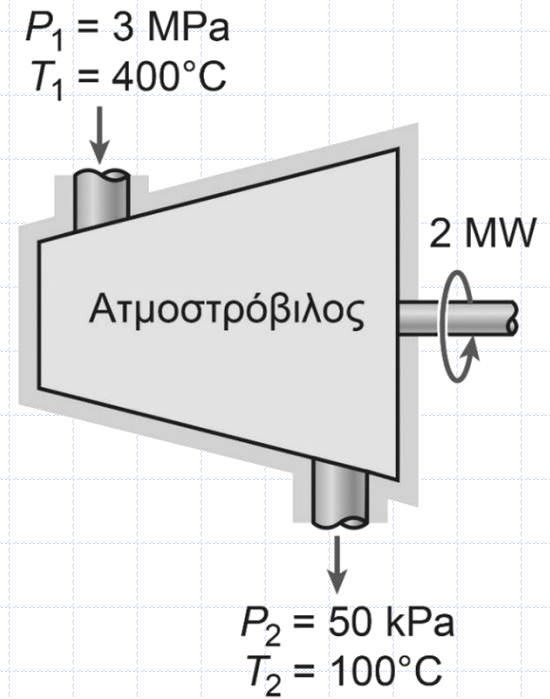
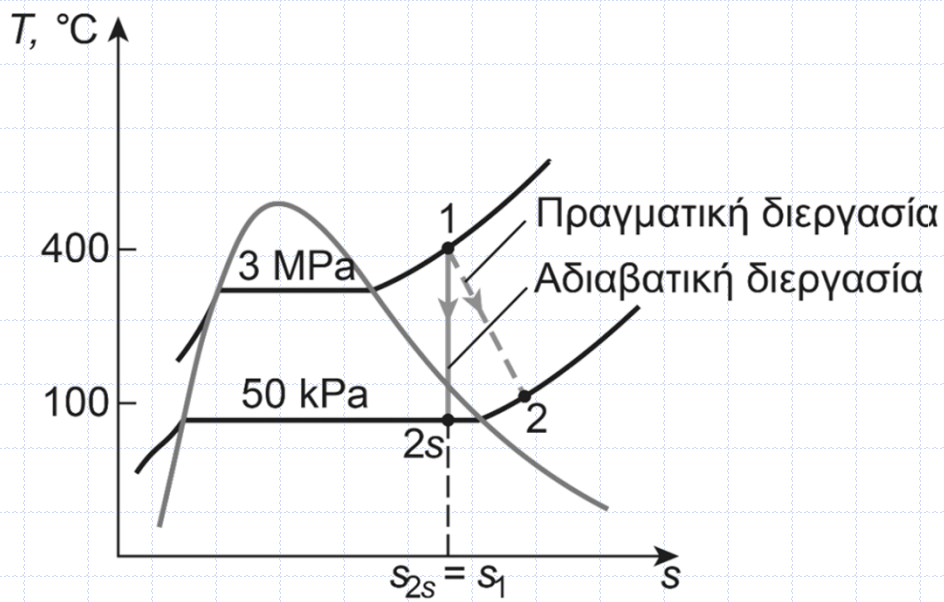


## Ισεντροπική απόδοση στροβίλων

$$\eta_T = \frac{\text{πραγματικό έργο στροβίλου}}{\text{ισεντροπικό έργο στροβίλου}} = \frac{w_a}{w_s} \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$







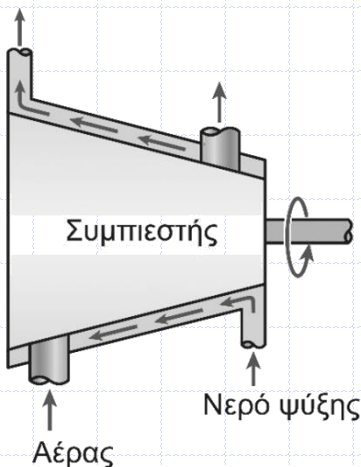
# Ισεντροπική απόδοση συμπιεστών & αντλιών...

$$\eta_c = \frac{\text{ισεντροπικό έργο συμπιεστή}}{\text{πραγματικό έργο συμπιεστή}} = \frac{w_s}{w_a}$$

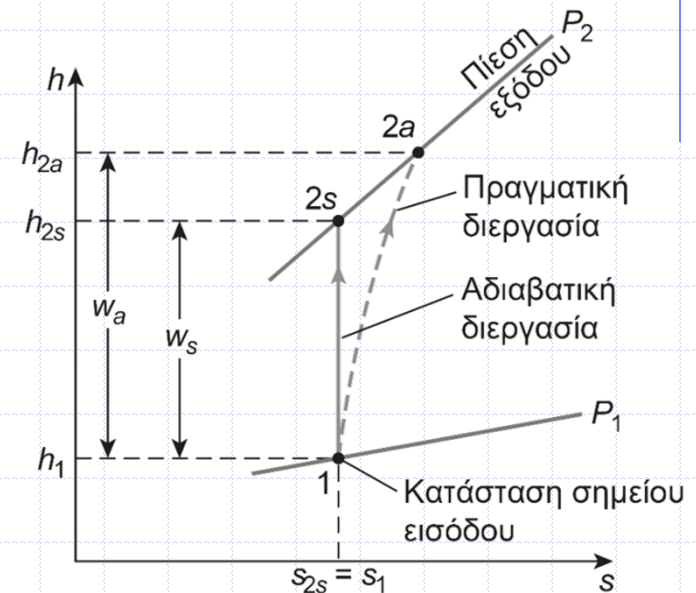
$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \quad (\text{όταν η κινητική κι η δυναμική ενέργεια είναι αμελητέες})$$

$$\eta_P = \frac{w_s}{w_a} = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1} \quad (\text{για αντλία})$$

$$\eta_c = \frac{w_t}{w_a} \quad \text{Ισόθερμη απόδοση}$$



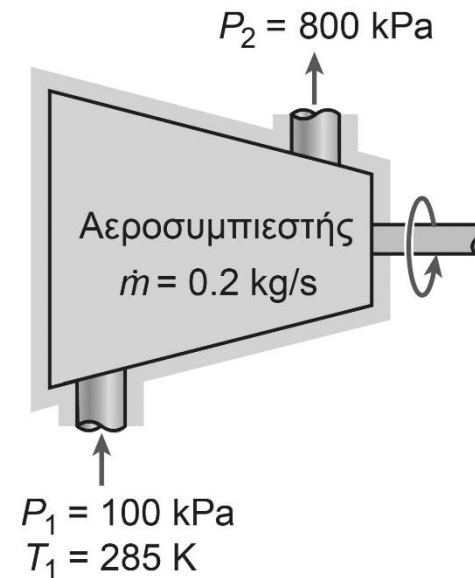
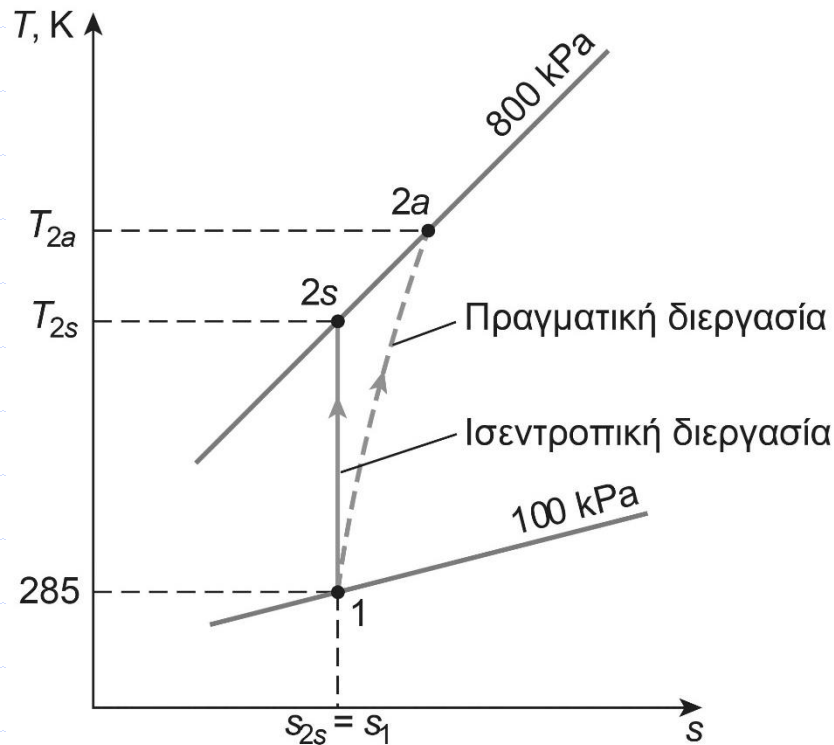
Οι συμπιεστές συχνά ψύχονται, ώστε να μειώνεται το έργο που καταναλώνουν



Διάγραμμα h-s για την πραγματικά και την ισεντροπική συμπίεση σε αδιαβατικό συμπιεστή

- Μπορούμε να εργαστούμε με την ισεντροπική απόδοση για έναν μη αδιαβατικό συμπιεστή;
- Μπορούμε να εργαστούμε με την ισεντροπική απόδοση για έναν αδιαβατικό συμπιεστή;

# Ισεντροπική απόδοση συμπιεστών & αντλιών...



# Ισεντροπική απόδοση ακροφυσίων...

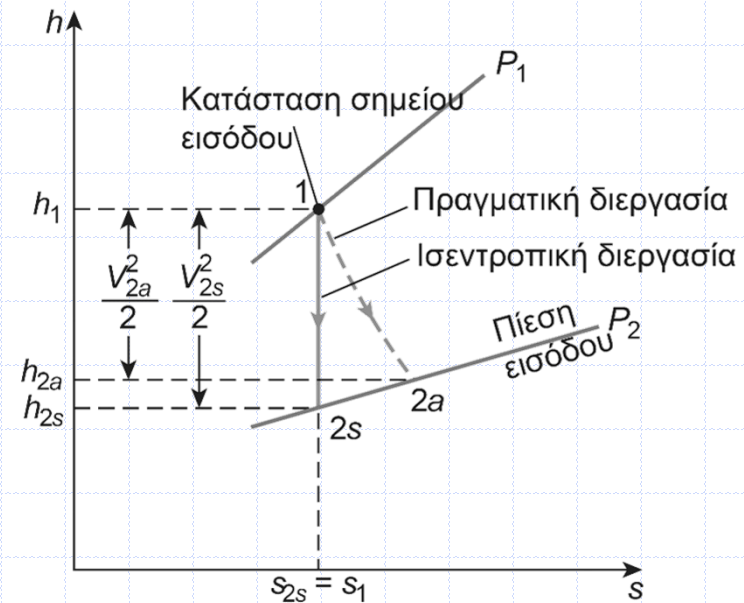
$$\eta_N = \frac{\text{πραγματική κινητική ενέργεια εξόδου ακροφυσίου}}{\text{ισεντροπική κινητική ενέργεια εξόδου ακροφυσίου}} = \frac{v_{2a}^2}{v_{2s}^2}$$

Αν η ταχύτητα εισόδου του ρευστού είναι σχετικά μικρή σε σχέση με την ταχύτητα στην έξοδο, τότε το ισοζύγιο ενέργειας είναι:

$$h_1 = h_{2a} + \frac{V_{2a}^2}{2}$$

Έτσι:

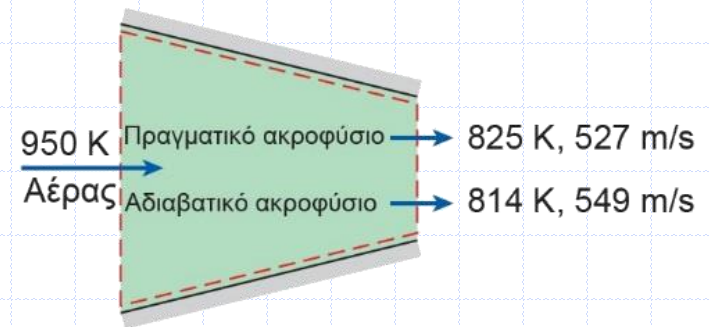
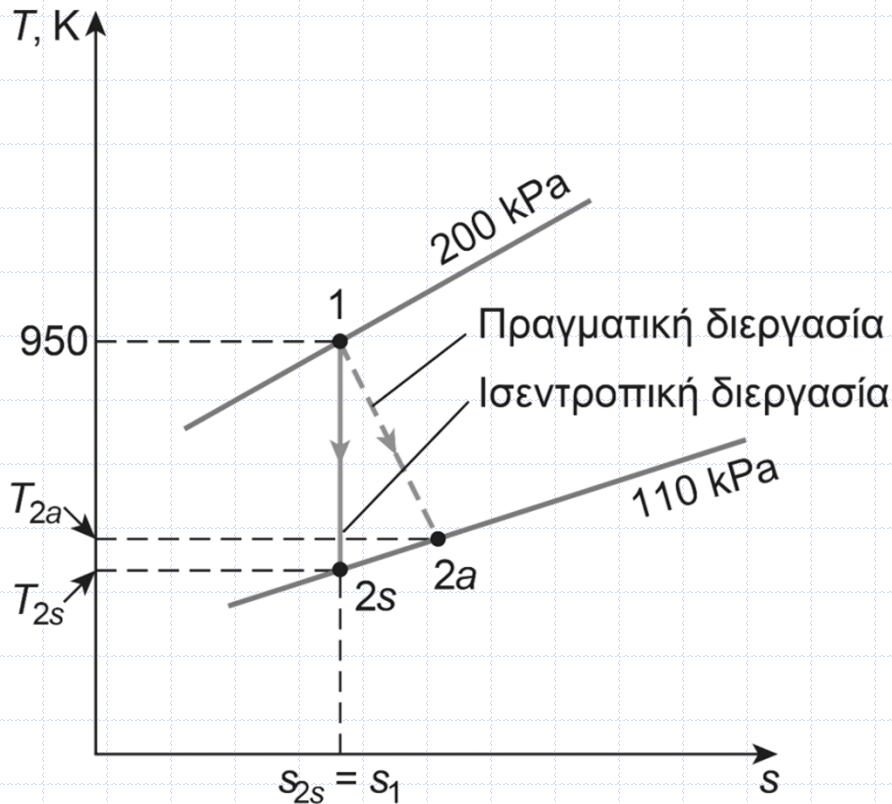
$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



Παράσταση ισεντροπικής εκτόνωσης αδιαβατικού ακροφυσίου σε διάγραμμα h-s



# Ισεντροπική απόδοση ακροφυσίων...



Από ένα πραγματικό ακροφύσιο, το ρευστό εξέρχεται υπό υψηλότερη θερμοκρασία (συνεπεία τριβών), επομένως και με χαμηλότερη ταχύτητα



## Ισοζύγιο εντροπίας

$$\left( \begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{εισερχόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{εξερχόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{παραγόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Μεταβολή} \\ \text{συνολικής} \\ \text{εντροπίας} \\ \text{συστήματος} \end{array} \right)$$

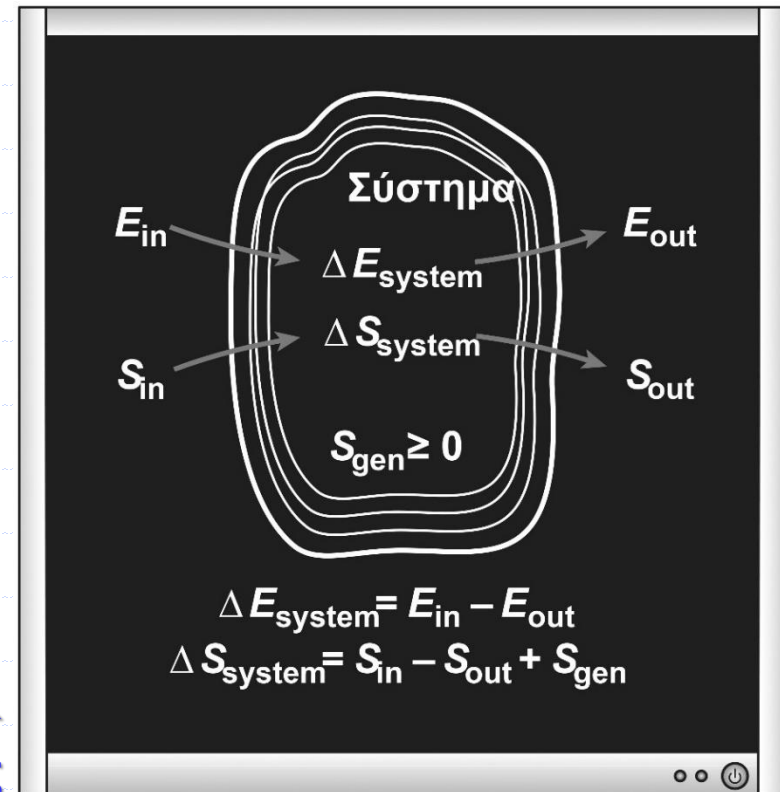
$$S_{\text{in}} - S_{\text{out}} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}}$$

## Μεταβολή εντροπίας συστήματος, $\Delta S_{\text{system}}$

$$\Delta S_{\text{system}} = S_{\text{final}} - S_{\text{initial}} = S_2 - S_1$$

(όταν οι ιδιότητες του συστήματος δεν είναι ομοιόμορφες):

$$S_{\text{system}} = \int s \, \delta m = \int_V s \rho \, dV$$



Ισοζύγια ενέργειας &  
εντροπίας συστήματος



# Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας,

## $S_{in}$ & $S_{out}$ ...

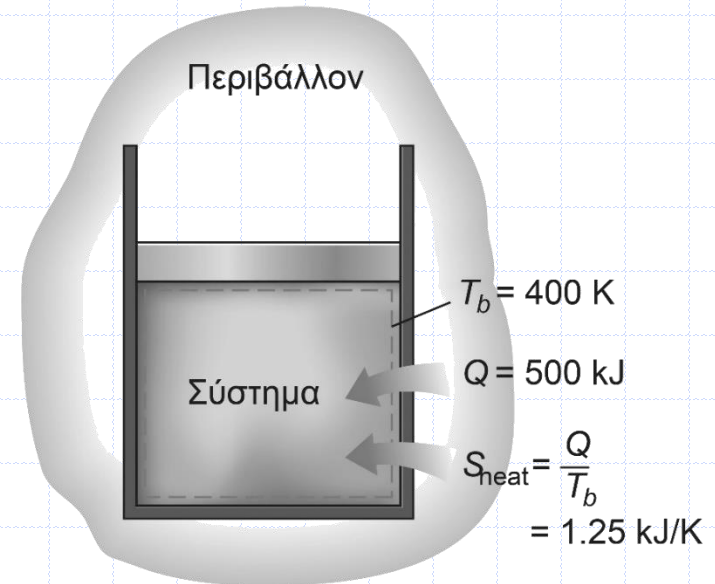
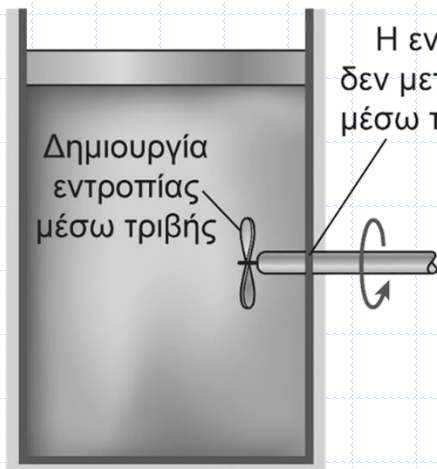
### 1. Μετάδοση θερμότητας μέσω μετάδοσης θερμότητας

$$S_{heat} = \frac{Q}{T} \quad (T = \text{constant})$$

$$S_{heat} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \cong \sum \frac{Q_k}{T_k}$$

### μέσω μεταφοράς έργου

$$S_{work} = 0$$



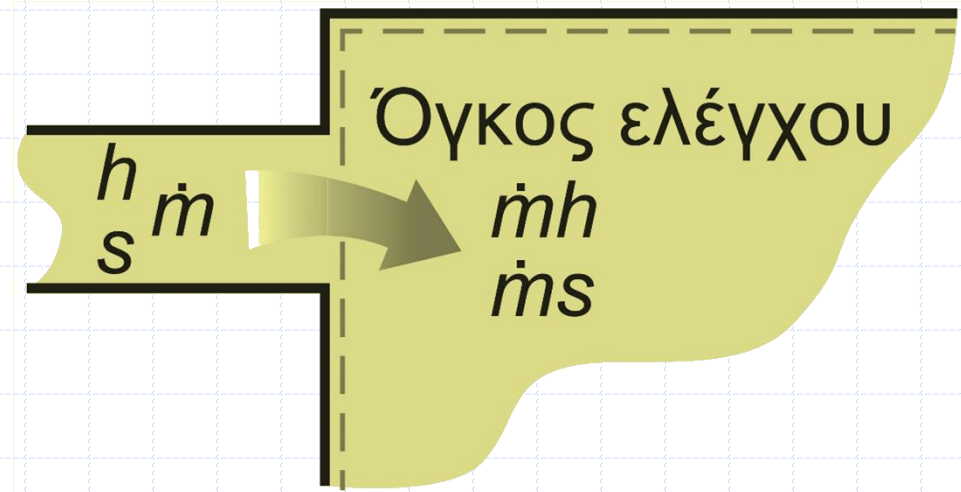
Η μετάδοση θερμότητας συνοδεύεται πάντα από μεταφορά εντροπίας!

Καθώς το έργο διαπερνά τα όρια του συστήματος, δεν παρατηρείται μεταφορά εντροπίας. Όταν, όμως, εντός του συστήματος το έργο υποβαθμίζεται σε μια λιγότερο ωφέλιμη μορφή ενέργειας, τότε μπορεί να παραχθεί εντροπία

# Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας,

## $S_{in}$ & $S_{out}$ ...

### 2. Μεταφορά μάζας



Μεταφορά εντροπίας μέσω μάζας:

$$\dot{S}_{mass} = \dot{m}s$$

(με μεταβλητές ιδιότητες):

$$\dot{S}_{mass} = \int_{A_c} s \rho V_n dA_c$$

$$S_{mass} = \int s \delta m = \int_{\Delta t} \dot{S}_{mass} dt$$





$$\underbrace{S_{in} - S_{out}} + \underbrace{S_{gen}} = \underbrace{\Delta S_{system}} \quad (\text{kJ} / \text{K})$$

Συνολική μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας

Παραγωγή εντροπίας

Μεταβολή εντροπίας

$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}} = \underbrace{\Delta S_{system} / dt} \quad (\text{kW} / \text{K})$$

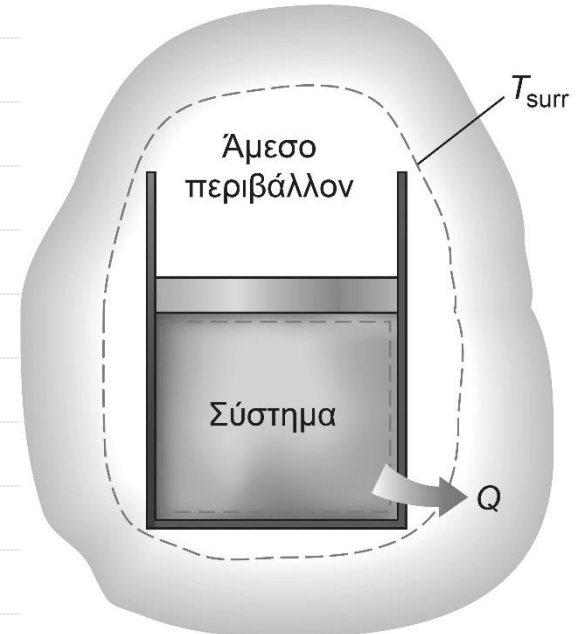
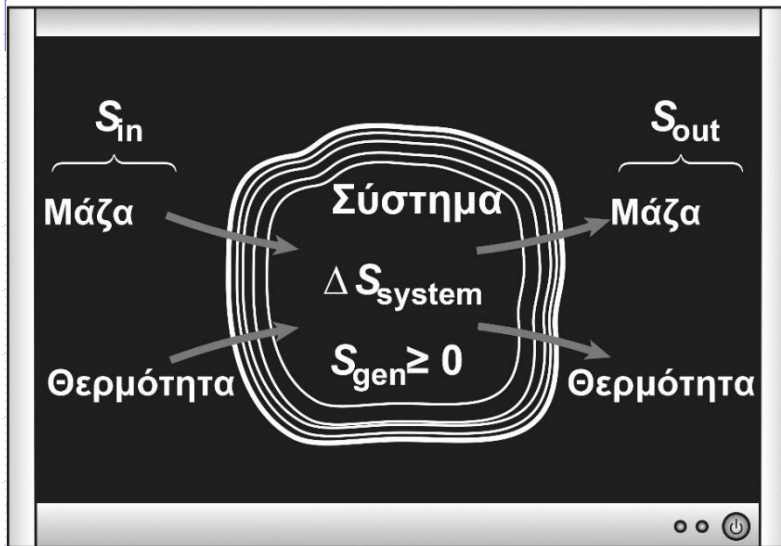
Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας

Ρυθμός παραγωγής εντροπίας

Ρυθμός μεταβολής εντροπίας

$$(S_{in} - S_{out}) + S_{gen} = \Delta S_{system} \quad (\text{kJ} / \text{kg} \cdot \text{K})$$

Η παραγωγή εντροπίας εκτός των ορίων του συστήματος μπορεί να ληφθεί υπ' όψιν, διατυπώνοντας ένα ισοζύγιο ενέργειας για ένα πιο εκτεταμένο σύστημα, το οποίο συμπεριλαμβάνει το αρχικό σύστημα και το εγγύς περιβάλλον του



Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας σε ένα «γενικό» σύστημα



## Κλειστά συστήματα

Κλειστό σύστημα: 
$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}} = S_2 - S_1 \quad (\text{kJ/K})$$

Η μεταβολή της εντροπίας ενός κλειστού συστήματος κατά τη διάρκεια μια διεργασίας είναι ίση με το άθροισμα της καθαρής μεταφοράς εντροπίας μέσω των ορίων του συστήματος και της εντροπίας που παράγεται εντός των ορίων του συστήματος

Αδιαβατικό κλειστό σύστημα: 
$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{adiabatic system}}$$

Σύστημα και περιβάλλον: 
$$S_{\text{gen}} = \sum \Delta S = \Delta S_{\text{system}} + \Delta S_{\text{surroundings}}$$

$$\Delta S_{\text{system}} = m(s_2 - s_1) \quad \Delta S_{\text{surr}} = Q_{\text{surr}}/T_{\text{surr}}$$



## Όγκοι ελέγχου

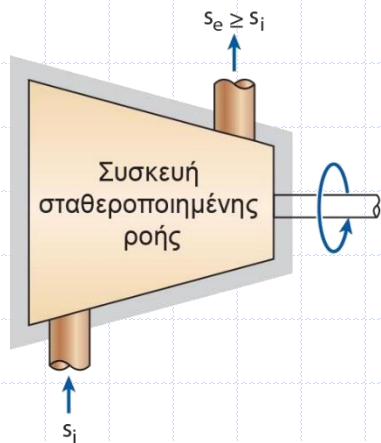
$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + S_{\text{gen}} = (S_2 - S_1)_{\text{CV}} \quad (\text{kJ/K})$$

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \dot{S}_{\text{gen}} = dS_{\text{CV}}/dt \quad (\text{kW/K})$$

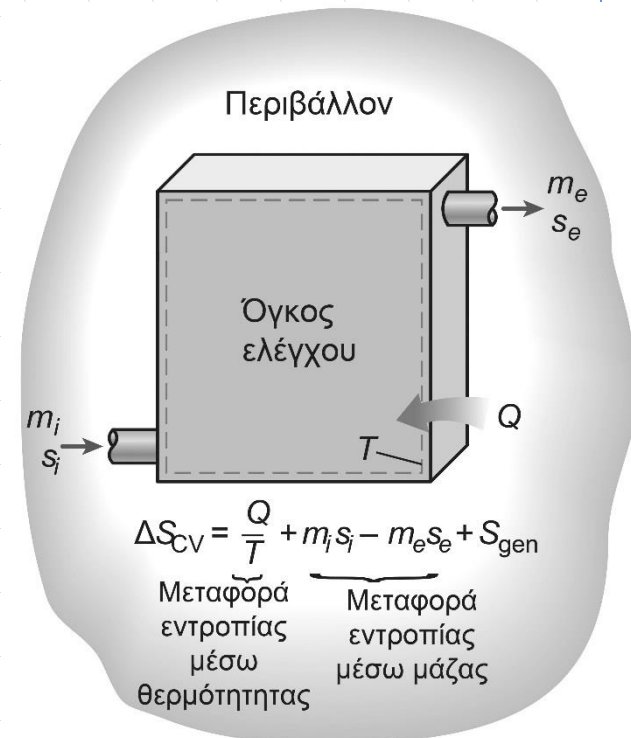
Σταθεροποιημένη ροή:  $\dot{S}_{\text{gen}} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$

Σταθεροποιημένη ροή (απλό ρεύμα):  $\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i) - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$

Αδιαβατική σταθεροποιημένη ροή (απλό ρεύμα):  $\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i)$



Η εντροπία μιας ουσίας πάντα αυξάνεται (ή παραμένει αμετάβλητη, σε αντιστρεπτές διεργασίες), καθώς αυτή ρέει μέσω μιας αδιαβατικής συσκευής σταθεροποιημένης ροής

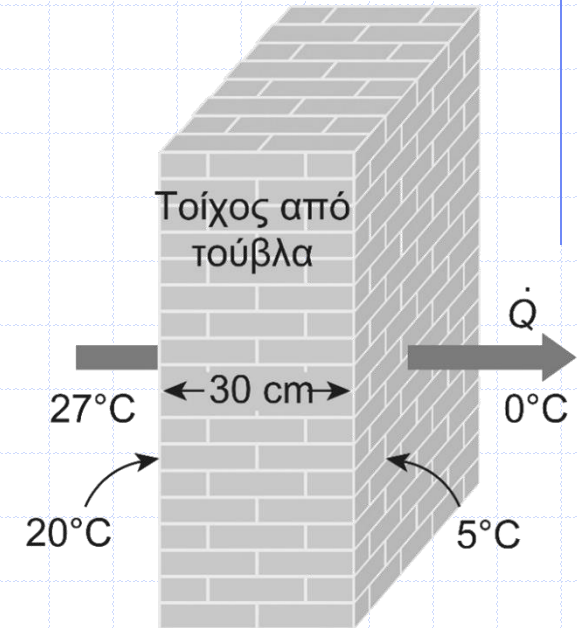


Η εντροπία ενός όγκου ελέγχου μεταβάλλεται, συνεπεία της ροής μάζας και της μετάδοσης θερμότητας

## Ισοζύγιο εντροπίας κατά τη μετάδοση θερμότητας μέσω του τοίχου

$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\text{Ρυθμός παραγωγής εντροπίας}} = \underbrace{dS_{system}/dt}_0 \text{ (σταθεροποιημένη ροή)}$$

$$\left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_{in} - \left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_{out} + \dot{S}_{gen} = 0$$

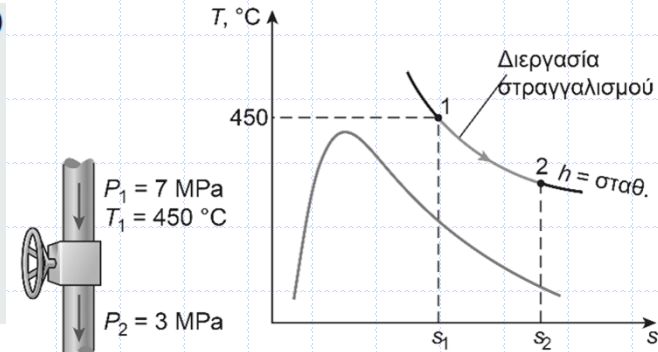


## Ισοζύγιο εντροπίας κατά το στραγγαλισμό αερίου

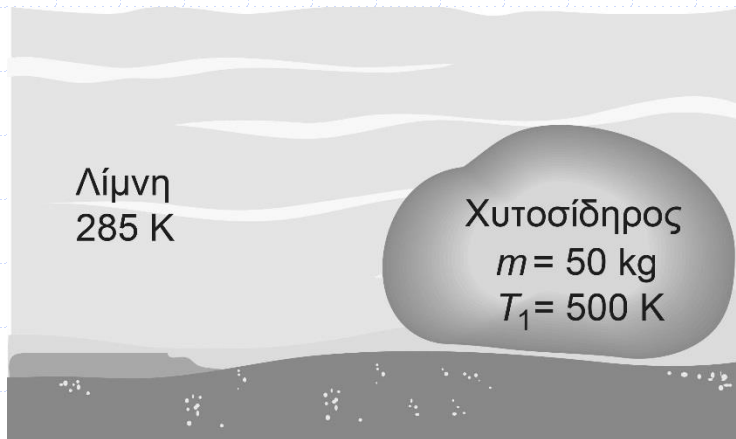
$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\text{Ρυθμός παραγωγής εντροπίας}} = \underbrace{dS_{system}/dt}_0 \text{ (σταθεροποιημένη ροή)}$$

$$\dot{m}s_1 - \dot{m}s_2 + \dot{S}_{gen} = 0$$

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_2 - s_1)$$



## Παραγωγή εντροπίας κατά τη βύθιση ενός θερμού σώματος σε λίμνη



$$\underbrace{S_{\text{in}} - S_{\text{out}}}_{\text{Συνολική μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{S_{\text{gen}}}_{\text{Παραγωγή εντροπίας}} = \underbrace{\Delta S_{\text{system}}}_{\text{Μεταβολή εντροπίας}}$$

$$\frac{-Q_{\text{out}}}{T} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}}$$

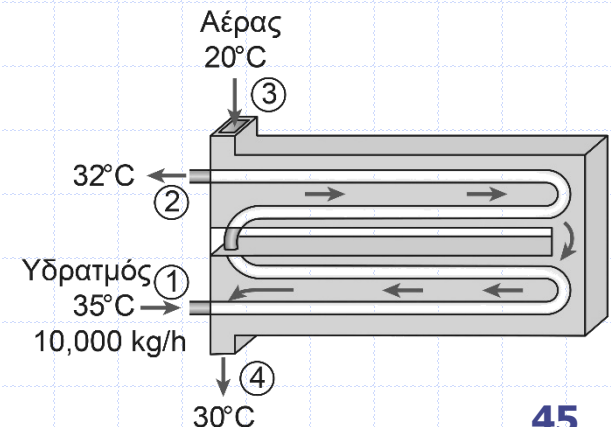
$$\text{ή } S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{system}} + \Delta S_{\text{lake}}$$

## Παραγωγή εντροπίας σε εναλλάκτη θερμότητας

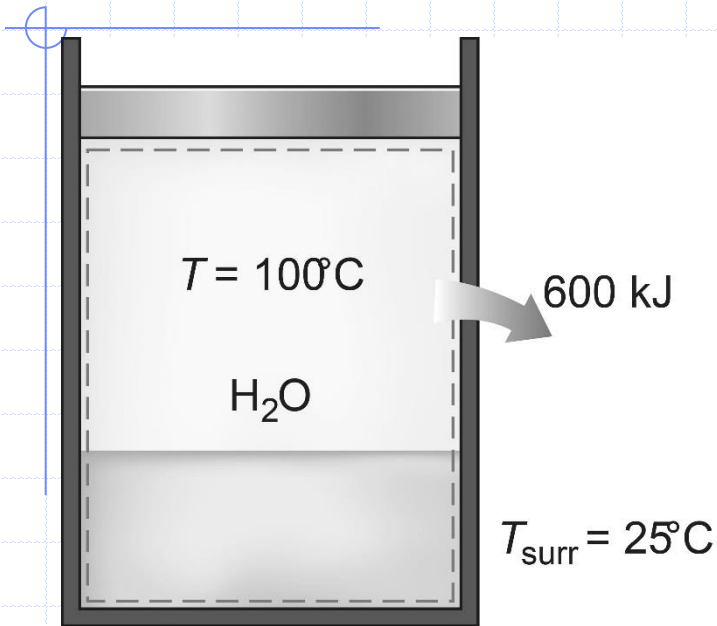
$$\underbrace{\dot{S}_{\text{in}} - \dot{S}_{\text{out}}}_{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{\dot{S}_{\text{gen}}}_{\text{Ρυθμός παραγωγής εντροπίας}} = \underbrace{\frac{\Delta S_{\text{system}}}{dt}}_{\text{Ρυθμός μεταβολής εντροπίας}} \quad \text{(σταθεροποιημένη ροή)}$$

$$\dot{m}_{\text{steam}} s_1 + \dot{m}_{\text{air}} s_3 - \dot{m}_{\text{steam}} s_2 - \dot{m}_{\text{air}} s_4 + \dot{S}_{\text{gen}} = 0$$

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}_{\text{steam}} (s_2 - s_1) + \dot{m}_{\text{air}} (s_4 - s_3)$$



## Παραγωγή εντροπίας κατά τη μετάδοση θερμότητας



$$\underbrace{S_{\text{in}} - S_{\text{out}}}_{\text{Συνολική μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{S_{\text{gen}}}_{\text{Παραγωγή εντροπίας}} = \underbrace{\Delta S_{\text{system}}}_{\text{Μεταβολή εντροπίας}}$$

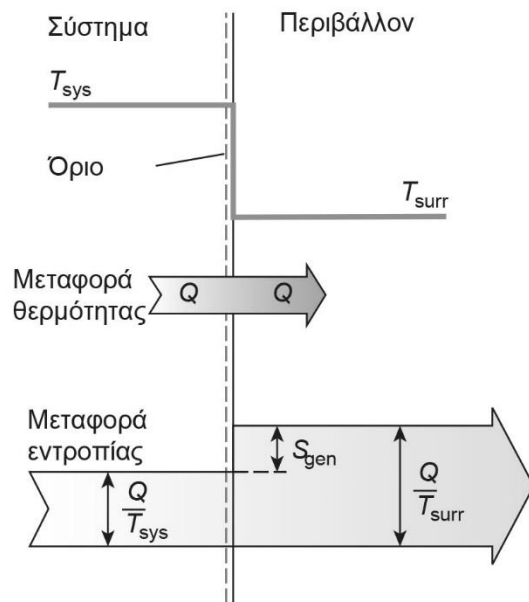
$$\frac{-Q_{\text{out}}}{T_b} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}}$$

$$\Delta S_{\text{system}} = \frac{Q}{T_{\text{system}}} = \frac{-600 \text{ kJ}}{(100 + 273 \text{ K})} = \mathbf{-1.61 \text{ kJ/K}}$$

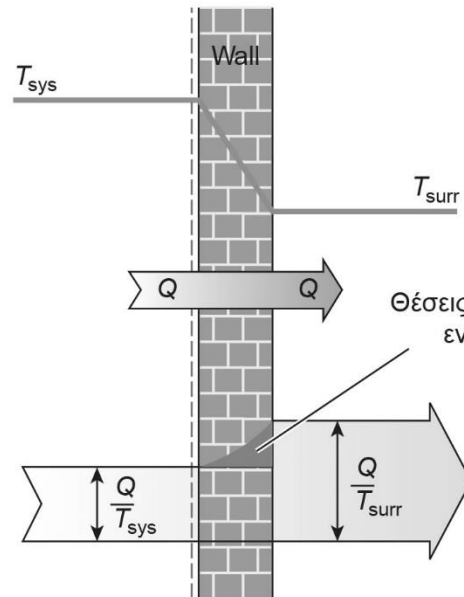
$$S_{\text{gen}} = \frac{Q_{\text{out}}}{T_b} + \Delta S_{\text{system}} = \frac{600 \text{ kJ}}{(25 + 273) \text{ K}} + (-1.61 \text{ kJ/K}) = \mathbf{0.40 \text{ kJ/K}}$$



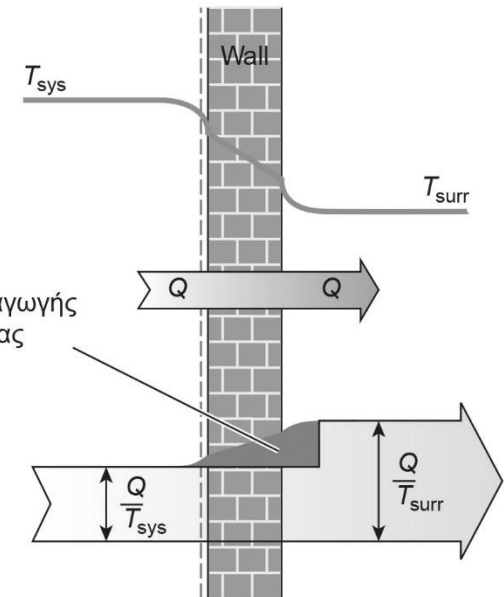
# Παραγωγή εντροπίας σε διεργασίες μετάδοσης θερμότητας...



(α) Το τοίχωμα παραλείπεται



(β) Το τοίχωμα λαμβάνεται υπόψη



(γ) Το τοίχωμα, οι μεταβολές της θερμοκρασίας του συστήματος και του περιβάλλοντος, λαμβάνονται υπόψη

Γραφική αναπαράσταση της παραγωγής εντροπίας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας μετάδοσης θερμότητας εξ' αιτίας μιας πεπερασμένης θερμοκρασιακής διαφοράς



# Θερμοδυναμική Ι

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ!

