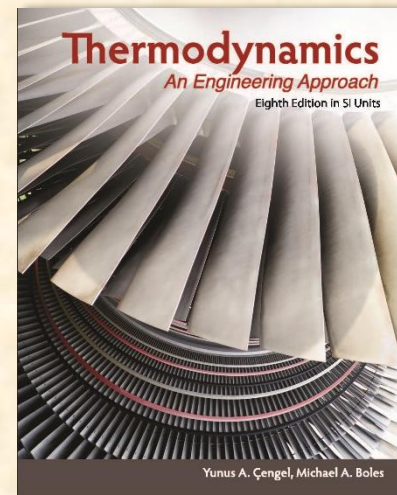


Θερμοδυναμική για Μηχανικούς
8^η έκδοση
Yunus A. Çengel, Michael A. Boles
Εκδόσεις Τζιόλα, 2015



Κεφάλαιο 7

Εντροπία

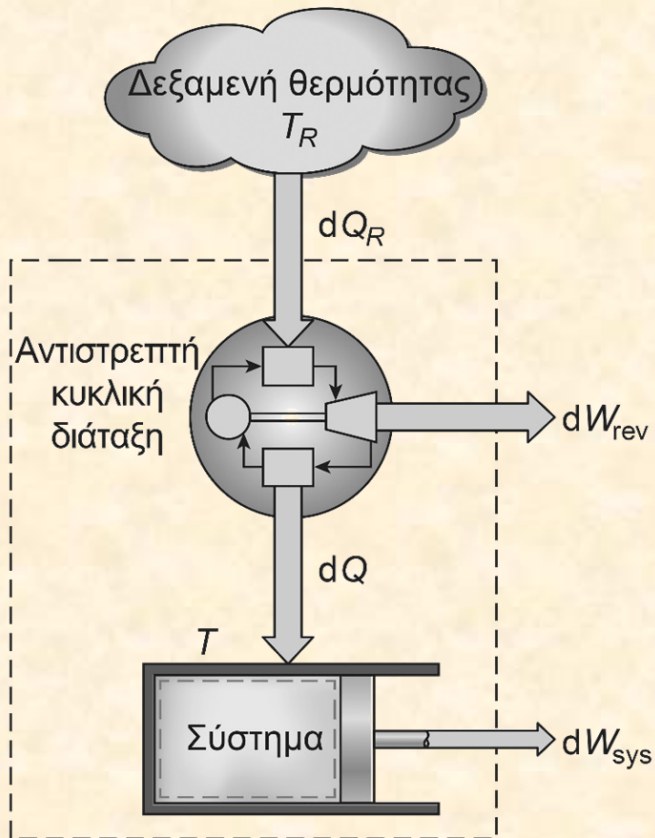
Επιμέλεια διαφάνειας
Mehmet Kanoglu

Επιμέλεια ελληνικής έκδοσης
Δημήτρης Τερτίπης

Στόχοι

- Εφαρμογή του δεύτερου νόμου της Θερμοδυναμικής σε διεργασίες.
- Ορισμός μιας νέας ιδιότητας, της *εντροπίας*, για την ποσοτικοποίηση των συνεπειών του Δεύτερου Νόμου.
- Διατύπωση της *Αρχής Αύξησης της Εντροπίας*.
- Υπολογισμός των μεταβολών της εντροπίας που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια διεργασιών που αφορούν σε καθαρές ουσίες, ασυμπίεστες ουσίες και ιδανικά αέρια.
- Εξέταση μιας ειδικής κατηγορίας διεργασιών, των *ισεντροπικών διεργασιών*, κι ανάπτυξη σχέσεων των ιδιοτήτων και τις διεργασίες αυτές.
- Κατάστρωση σχέσεων για το αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής.
- Ανάπτυξη των σχέσεων για την ισεντροπική απόδοση διαφόρων συσκευών σταθεροποιημένης ροής.
- Εισαγωγή κι εφαρμογή του ισοζυγίου εντροπίας σε διάφορα συστήματα.

Εντροπία



Συνδιασμένο σύστημα
(σύστημα και κυκλική διάταξη)

Με αυτό το σύστημα διατυπώνεται η ανισότητα του Clausius.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \delta W_C = \delta Q_R - dE_C$$

$$\frac{\delta Q_R}{T_R} = \frac{\delta Q}{T} \quad \delta W_C = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_C$$

$$W_C = T_R \oint \frac{\delta Q}{T}$$

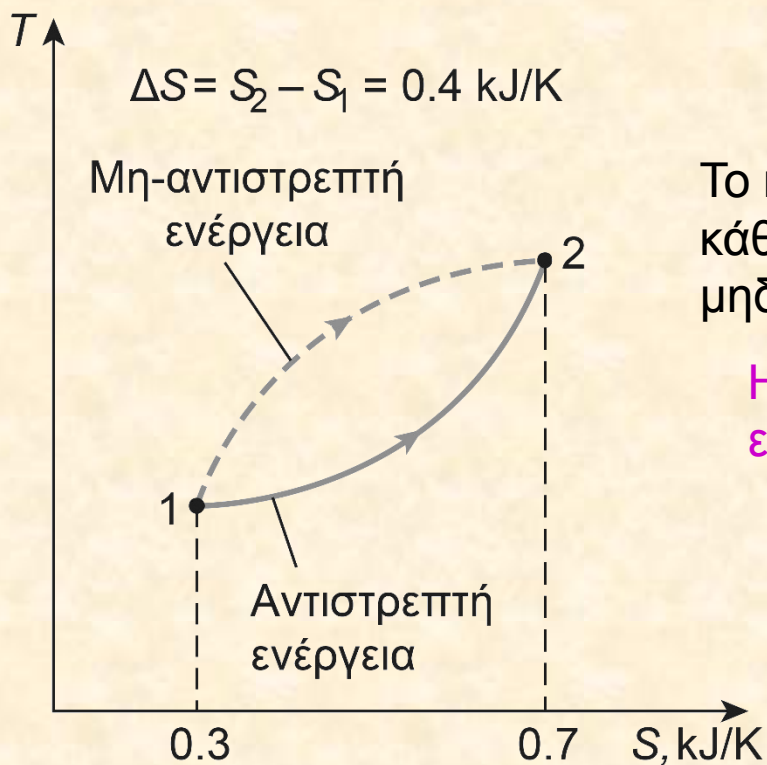
$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \text{Ανισότητα του Clausius}$$

$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0$$

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad (\text{kJ/K}) \quad \text{Ορισμός της εντροπίας}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

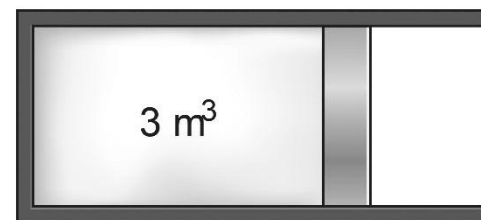
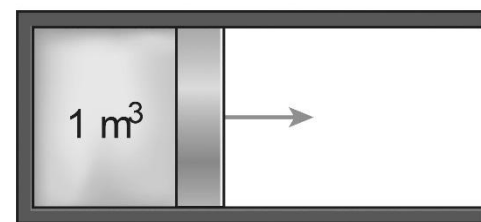
Το «ίσον» στην ανισότητα του Clausius ισχύει για πλήρως ή εσωτερικά αντιστρεπτούς κύκλους και το «μικρότερο» για μη αντιστρεπτούς κύκλους.



$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0$$

Το κυκλικό ολοκλήρωμα κάθε ιδιότητας είναι μηδενικό.

Η εντροπία είναι εκτατική ιδιότητα.



$$?dV = \Delta V_{\text{cycle}} = 0$$

Η ολική μεταβολή του όγκου σε έναν κύκλο είναι πάντα μηδενική.

Μια ειδική περίπτωση: Εσωτερικά αντιστρεπτές ισοθερμοκρασιακές διεργασίες μετάδοσης θερμότητας

$$\Delta S = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T_0} \right)_{\text{int rev}} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 (\delta Q)_{\text{int rev}}$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0}$$

Αυτή η εξίσωση είναι πολύ χρήσιμη για τον υπολογισμό της μεταβολής της εντροπίας σε δεξαμενές θερμικής ενέργειας.

Η Αρχή Αύξησης της Εντροπίας



$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \leq 0$$

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 \leq 0 \quad S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

Το «ίσον» αφορά σε αντιστρεπτές διεργασίες και το «μεγαλύτερο» σε μη αντιστρεπτές διεργασίες.

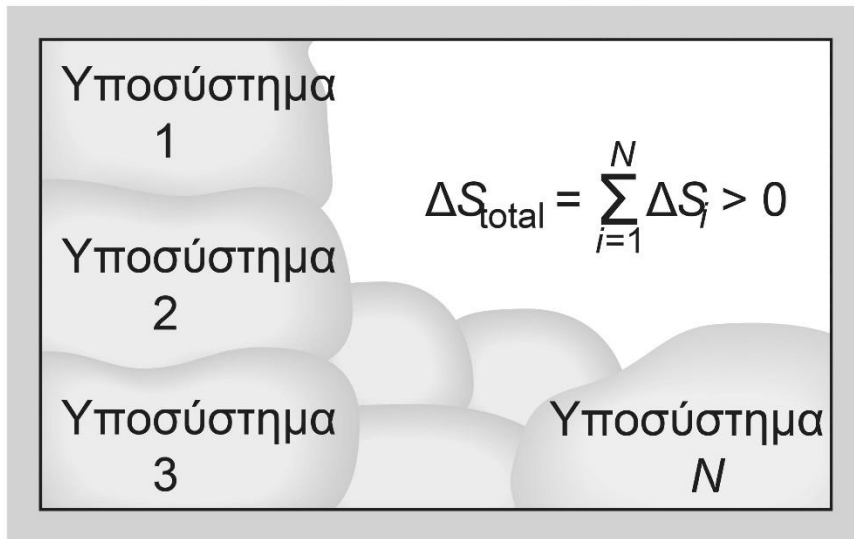
$$\Delta S_{\text{sys}} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}}$$

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} \geq 0$$

Κατά τη διάρκεια μιας μη αντιστρεπτής διεργασίας παράγεται μια ποσότητα εντροπίας, ακριβώς λόγω των μη αντιστρεπτοτήτων της διεργασίας.

Η παραγωγή εντροπίας S_{gen} είναι πάντοτε θετική ποσότητα ή μηδενική. Μπορεί η εντροπία ενός συστήματος να μειωθεί κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας;

(Μονωμένο σύστημα)

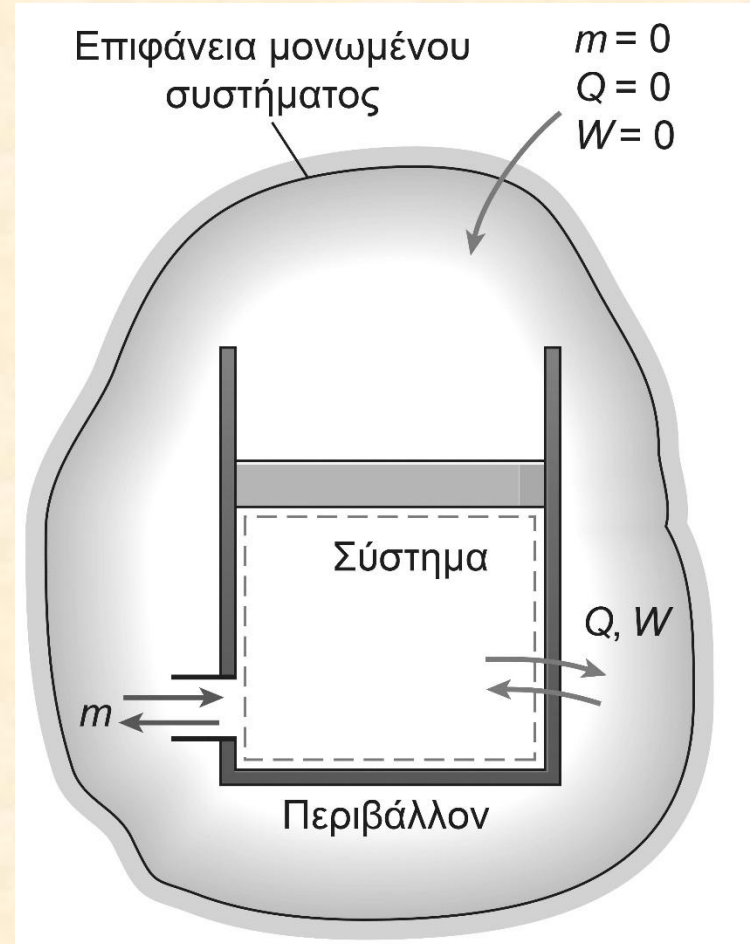


Η μεταβολή της εντροπίας ενός μονωμένου συστήματος ισούνται με το άθροισμα των μεταβολών της εντροπίας των επιμέρους υποσυστημάτων του και είναι πάντοτε θετική.

$$\Delta S_{\text{isolated}} \geq 0$$

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} \geq 0$$

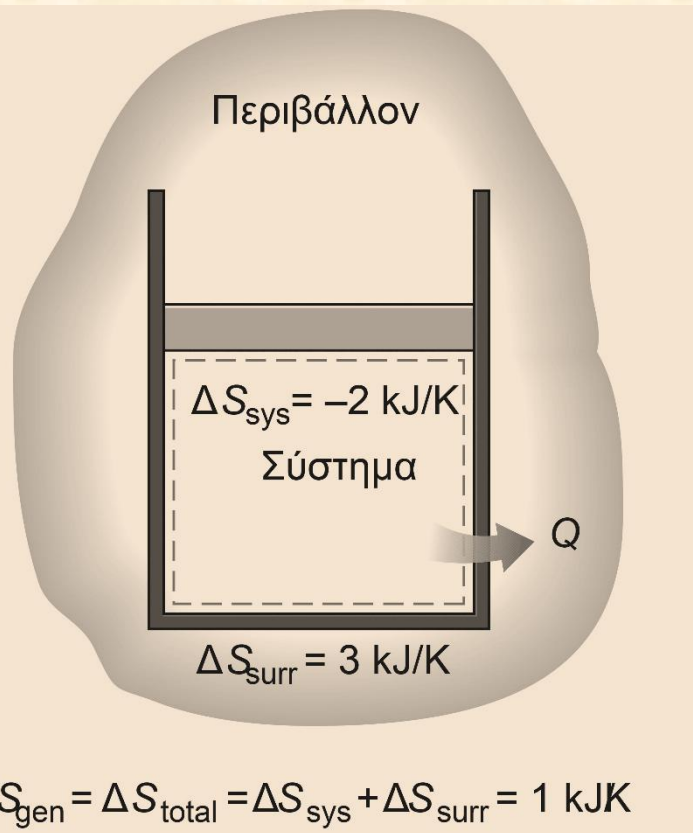
$$S_{\text{gen}} = \begin{cases} > 0 & \text{για μη αντιστρεπτές διεργασίες} \\ = 0 & \text{για αντιστρεπτές διεργασίες} \\ < 0 & \text{για μη εφικτές διεργασίες} \end{cases}$$



Ένα σύστημα αποτελεί με το περιβάλλον του ένα μονωμένο σύστημα.

Αρχή αύξησης της εντροπίας.

Μερικά σχόλια για την εντροπία

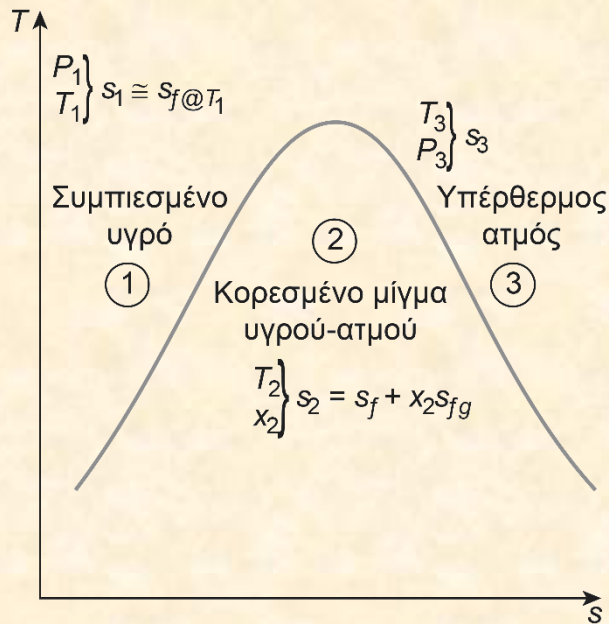


Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος μπορεί να είναι αρνητική, όχι όμως κι η παραγόμενη εντροπία.

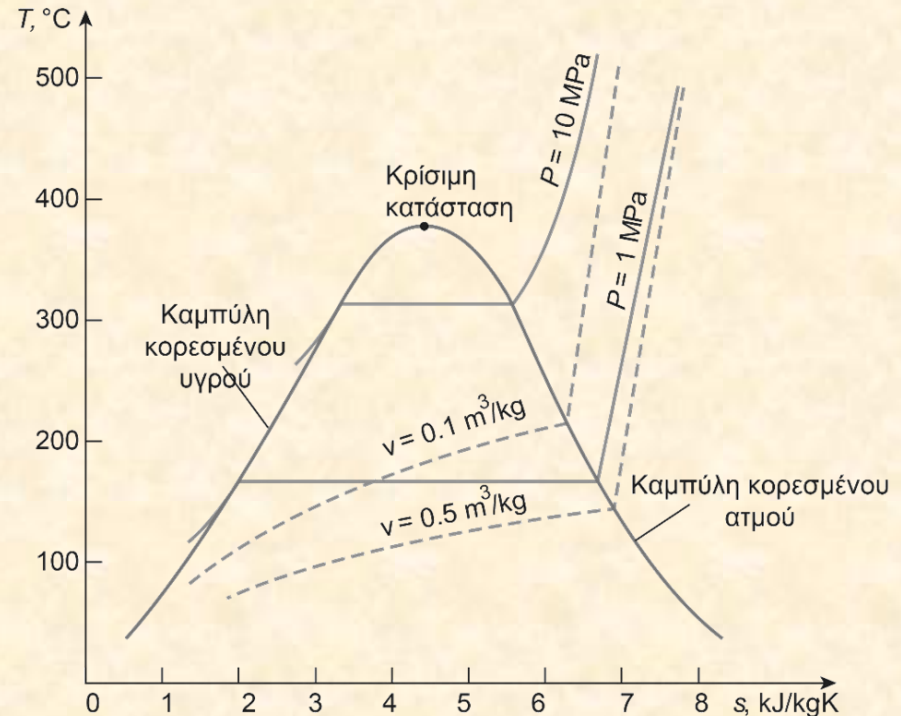
1. Οι διεργασίες μπορούν να συμβαίνουν προς μια **συγκεκριμένη** κατεύθυνση μόνο, όχι προς **κάθε** κατεύθυνση. Μια διεργασία κινείται προς την κατεύθυνση που ικανοποιεί την αρχή αύξησης της εντροπίας, δηλαδή $S_{\text{gen}} \geq 0$. Μια διεργασία που παραβιάζει αυτή την αρχή, είναι αδύνατη.
2. Η εντροπία είναι μια **μη συντηρητική ιδιότητα**, και δεν υπάρχει κάποια **αρχή διατήρησης της εντροπίας**. Η εντροπία διατηρείται κατά τη διάρκεια αντιστρεπτών διεργασιών μόνο και αυξάνεται κατά τη διάρκεια όλων των πραγματικών διεργασιών.
3. Η συμπεριφορά των μηχανών υποβαθμίζεται λόγω των μη αντιστρεπτοτήτων κι η **παραγωγή εντροπίας** είναι μέτρο αυτών των μη αντιστρεπτοτήτων. Χρησιμοποιείται, επίσης, για τη διατύπωση κριτηρίων σχετικά με την απόδοση των μηχανών.

Μεταβολή εντροπίας των καθαρών ουσιών

Η εντροπία είναι μια ιδιότητα, συνεπώς η τιμή της σε μια κατάσταση συστήματος είναι συγκεκριμένη.



Η εντροπία μιας καθαρής ουσίας προσδιορίζεται από πίνακες.



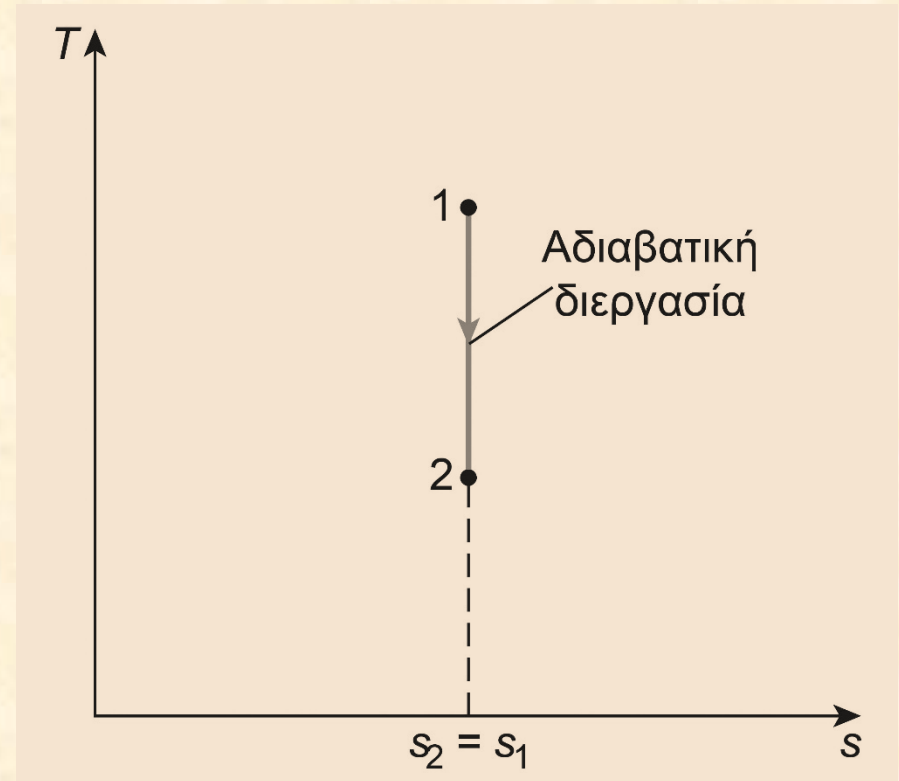
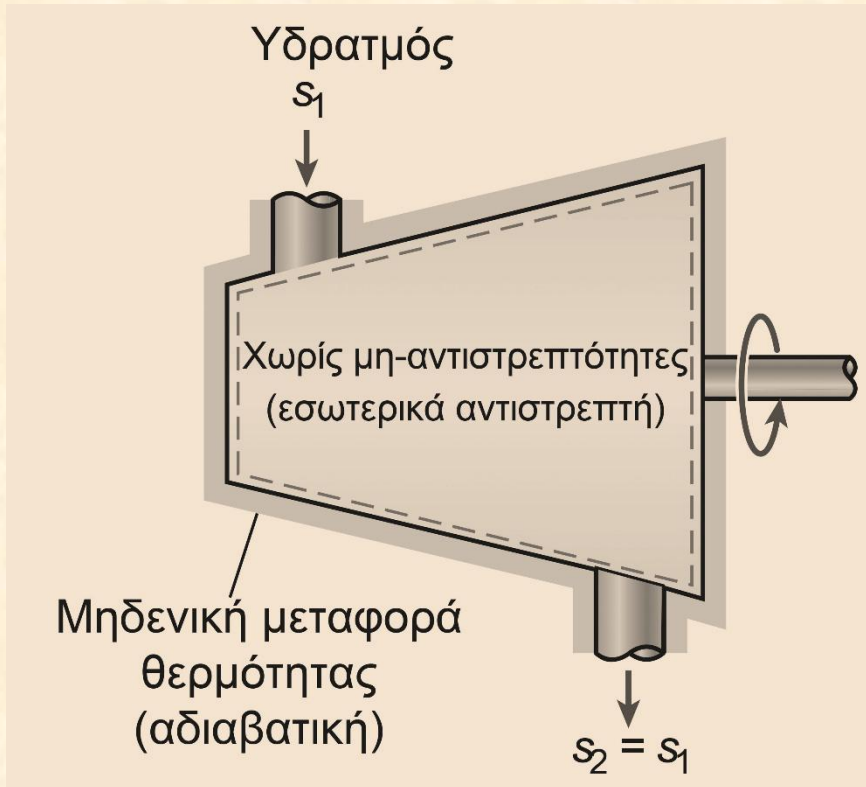
Διάγραμμα T-s για το νερό.

Μεταβολή εντροπίας: $\Delta S = m\Delta s = m(s_2 - s_1)$ (kJ/K)

Ισεντροπικές διεργασίες

Μια διεργασία, κατά την οποία η εντροπία παραμένει σταθερή, καλείται **ισεντροπική**.

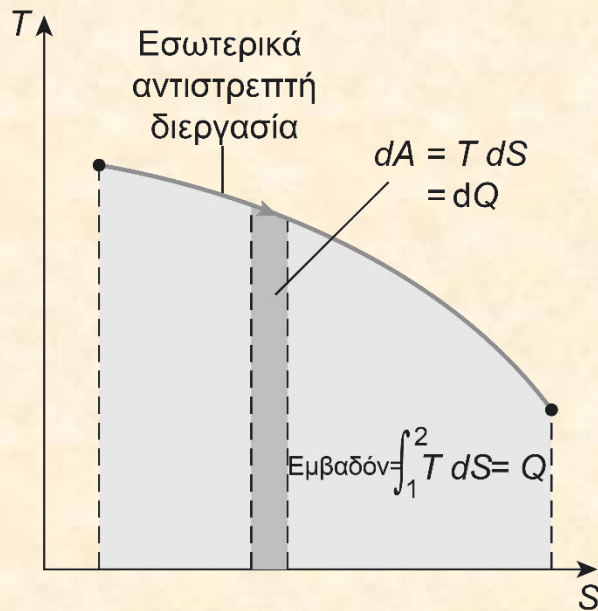
$$\Delta s = 0 \quad \text{ή} \quad s_2 = s_1 \quad (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$$



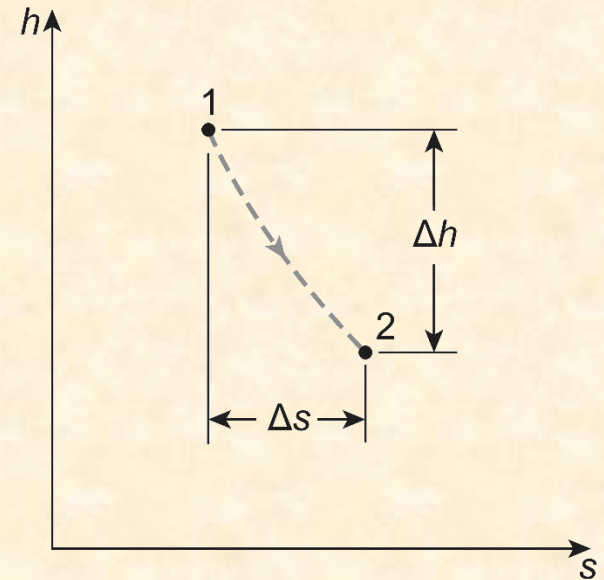
Κατά τη διάρκεια μιας εσωτερικά αντιστρεπτής & αδιαβατικής διεργασίας, η εντροπία παραμένει σταθερή.

Στο διάγραμμα $T-s$, οι ισεντροπικές διεργασίες παρίστανται ως κατακόρυφα ευθύγραμμα τμήματα.

Διαγράμματα ιδιοτήτων με την εντροπία



Σε ένα διάγραμμα T - S , η περιοχή κάτω από την καμπύλη μιας διεργασίας αντιστοιχεί στη συναλλασσόμενη θερμότητα για εσωτερικά αντιστρεπτές διεργασίες.



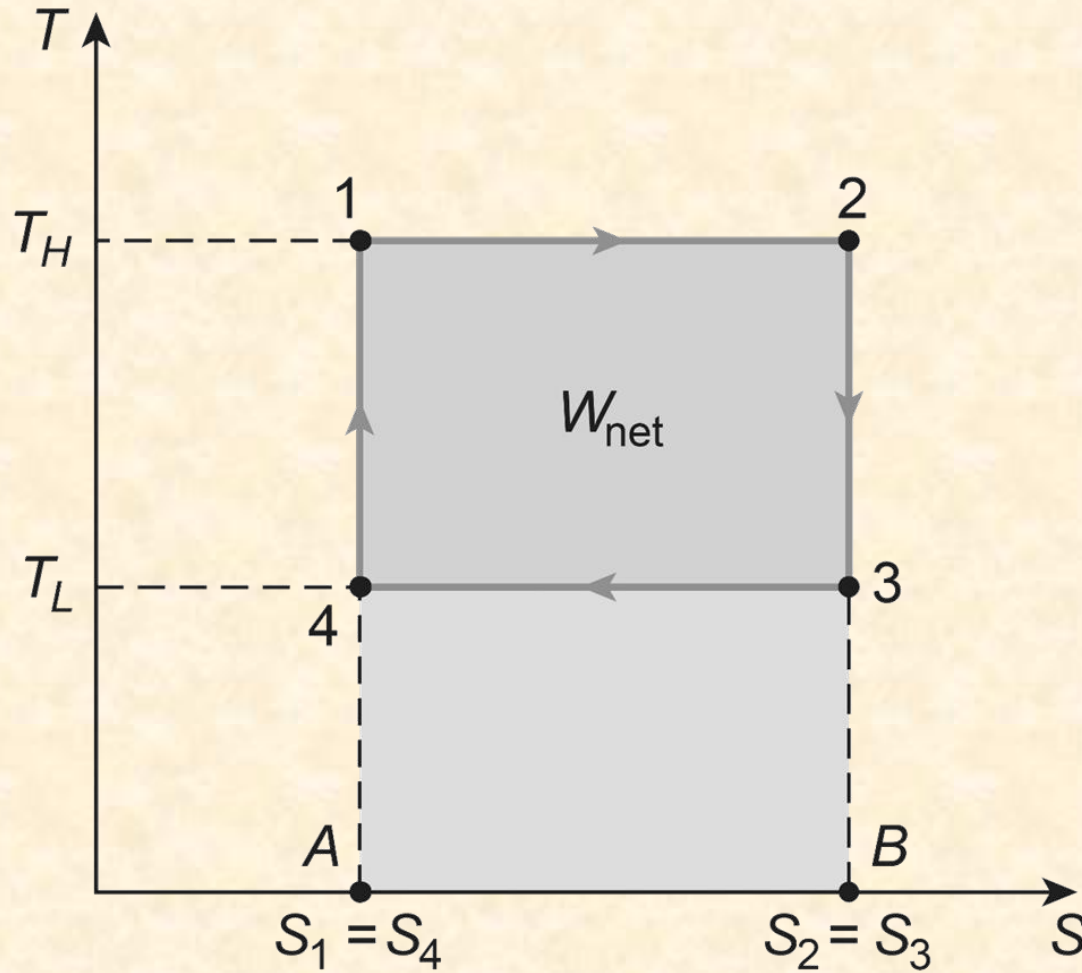
$$\delta Q_{\text{int rev}} = T dS \quad Q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T dS$$

$$\delta q_{\text{int rev}} = T ds \quad q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T ds$$

$$Q_{\text{int rev}} = T_0 \Delta S \quad q_{\text{int rev}} = T_0 \Delta s$$

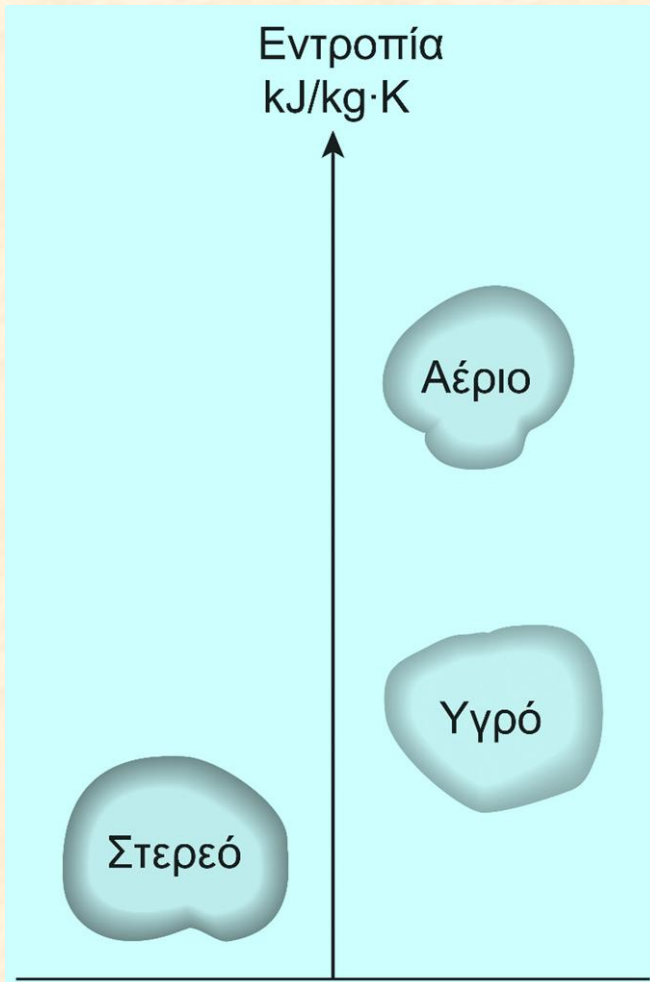
Διάγραμμα Mollier: είναι ένα διάγραμμα h - s .

$$W_{\text{net,out}} = Q_H - Q_L$$



Το διάγραμμα T - s του κύκλου Carnot

Τι είναι η εντροπία;



Η στάθμη της μοριακής αταξίας μιας ουσίας αυξάνεται καθώς αυτή τήκεται ή ατμοποιείται.

Εξίσωση Boltzmann

$$S = k \ln W$$

W είναι ο συνολικός αριθμός των πιθανών μικροκαταστάσεων του συστήματος

Εξίσωση Gibbs

$$S = -k \sum p_i \log p_i$$

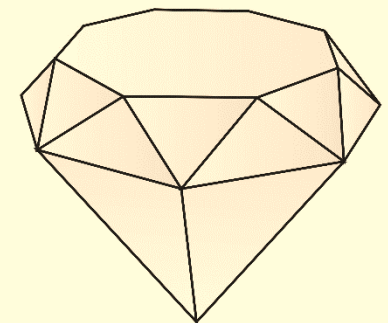
p_i είναι οι μη ομοιόμορφες πιθανότητες των μικροσκοπικών καταστάσεων

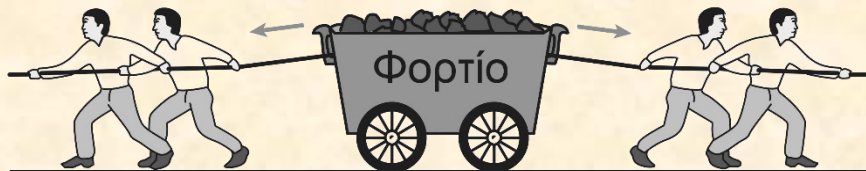
$$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Σταθερά Boltzmann

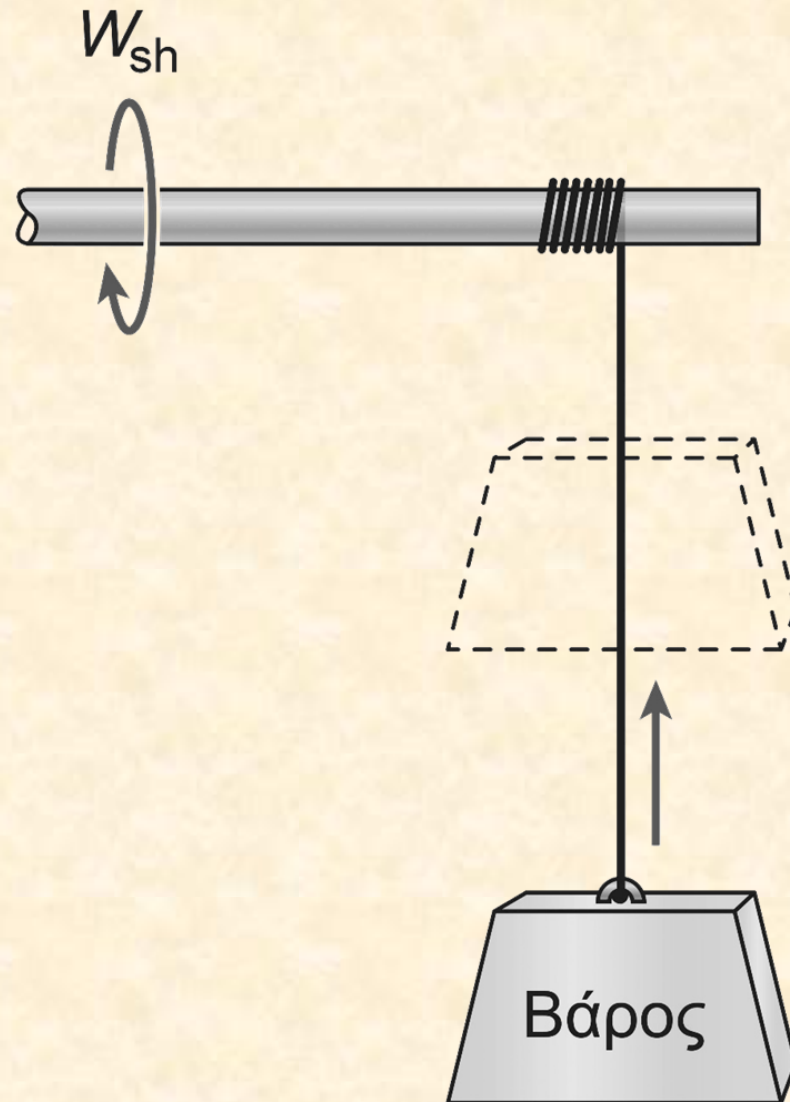
Μια καθαρή κρυσταλλική ουσία υπό θερμοκρασία 0K είναι σε απόλυτη μοριακή τάξη κι η εντροπία της είναι μηδενική (**Τρίτος Νόμος της Θερμοδυναμικής**).

Καθαρός κρύσταλλος
 $T = 0 \text{ K}$
Εντροπία = 0

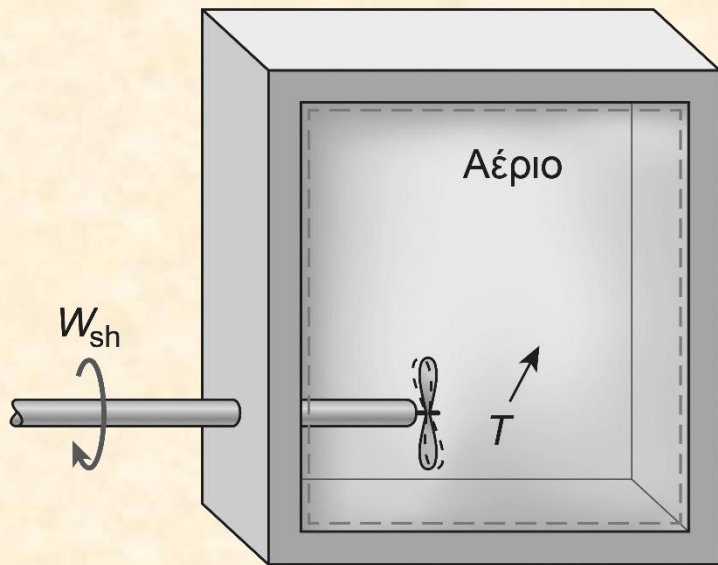




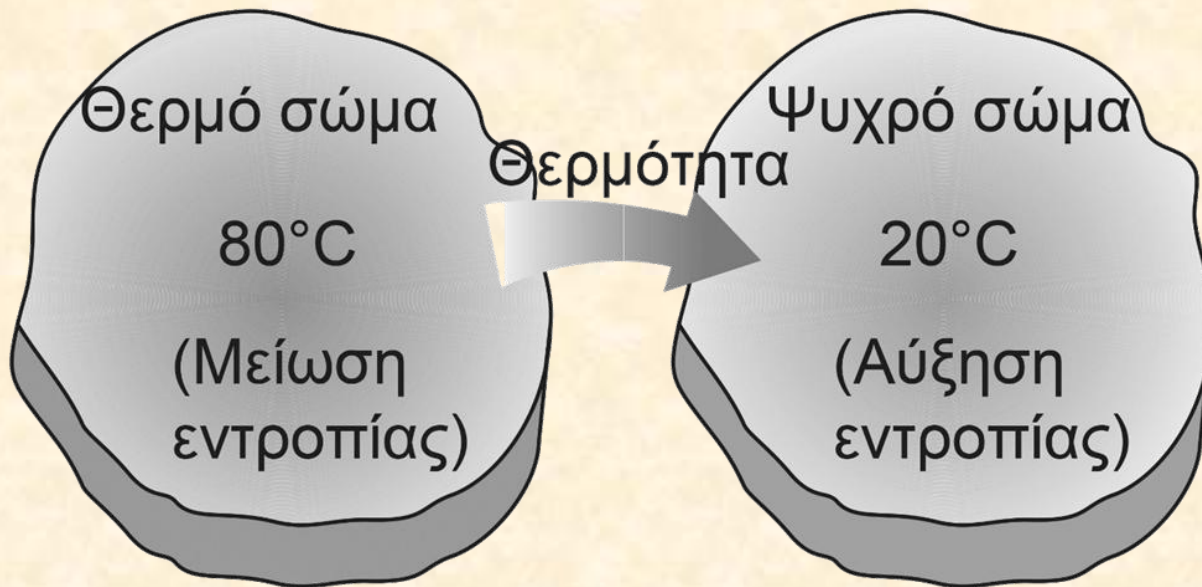
Η αποδιοργανωμένη ενέργεια δεν παράγει ωφέλιμα αποτελέσματα, ανεξαρτήτως της ποσότητάς της.



Απουσία τριβών, η ανύψωση ενός βάρους μέσω ενός περιστρεφόμενου άξονα δε δημιουργεί εντροπία, άρα η ενέργεια δεν υποβαθμίζεται κατά τη διάρκεια αυτής της διεργασίας.

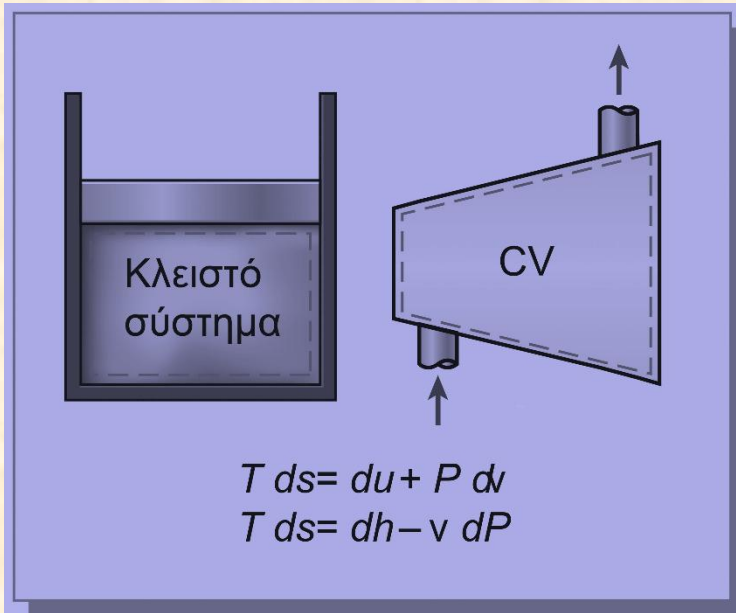


Το έργο της φτερωτής που μεταφέρεται στο αέριο αυξάνει την εντροπία του αερίου, άρα εδώ η ενέργεια υποβαθμίζεται.



Κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας μεταφοράς θερμότητας, η ολική εντροπία αυξάνει: η αύξηση της εντροπίας του ψυχρού σώματος είναι μεγαλύτερη από την ελάττωση της εντροπίας του θερμού σώματος.

Σχέσεις $T ds$



$$\delta Q_{\text{int rev}} - \delta W_{\text{int rev,out}} = dU$$

$$\delta Q_{\text{int rev}} = T dS$$

$$\delta W_{\text{int rev,out}} = P dV$$

$$T dS = dU + P dV \quad (\text{kJ})$$

$$T ds = du + P dv \quad (\text{kJ/kg})$$

Πρώτη εξίσωση Tds , ή *Εξίσωση Gibbs*

$$h = u + Pv$$

$$\left. \begin{aligned} dh &= du + P dv + v dP \\ T ds &= du + P dv \end{aligned} \right\} T ds = dh - v dP$$

Δεύτερη εξίσωση Tds

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T}$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v dP}{T}$$

Απειροστές μεταβολές της εντροπίας

Μεταβολή εντροπίας σε στερεά και υγρά

Τα υγρά και τα στερεά μπορούν να προσεγγιστούν ως **ασυμπίεστες ουσίες**, μιας και οι ειδικό όγκοι τους παραμένουν σταθεροί.

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \xrightarrow{dv \approx 0} ds = \frac{du}{T} \xrightarrow{c_p = c_v = c} ds = c \frac{dT}{T} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c(T)}{T} dT = c_{avg} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Για ισεντροπική διεργασία ασυμπίεστης ουσίας: $s_2 - s_1 = c_{avg} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \rightarrow T_2 = T_1$

Μεταβολή εντροπίας των ιδανικών αερίων

Από την πρώτη εξίσωση Tds

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T} \quad \begin{matrix} du = c_v dT \\ P = RT/v \end{matrix}$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Από τη δεύτερη εξίσωση Tds

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v dP}{T}$$

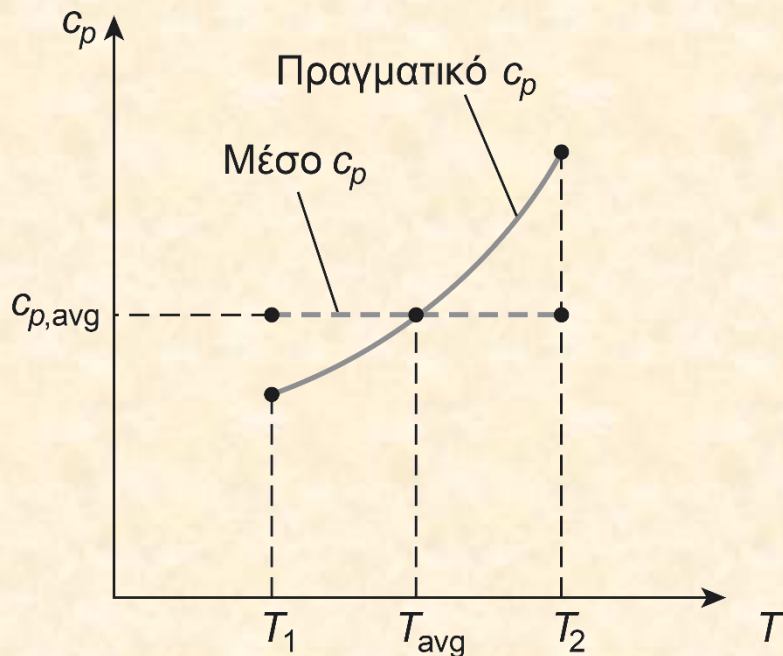
$$dh = c_p dT \quad v = RT/P$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Σταθερές ειδικές θερμότητες (προσεγγιστική ανάλυση)

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \longrightarrow s_2 - s_1 = c_{v,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \longrightarrow s_2 - s_1 = c_{p,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$



Μεταβολή της ειδικής γραμμομοριακής εντροπίας ιδανικού αερίου:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{v,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{p,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Σύμφωνα με την προσέγγιση σταθερής ειδικής θερμότητας, η ειδική θερμότητα υποτίθεται ότι είναι σταθερή σε κάποια μέση τιμή.

Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (ακριβής ανάλυση)

Επιλέγουμε το απόλυτο μηδέν ως θερμοκρασία αναφοράς και ορίζουμε την παρακάτω συνάρτηση s° ως:

$$s^\circ = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T}$$

$$\int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^\circ - s_1^\circ$$

	T, K	$s^\circ, \text{kJ/kg}\cdot\text{K}$
○	·	·
○	·	·
	300	1.70203
	310	1.73498
	320	1.76690
	·	·
	·	·
○	(Πίνακας A-17)	

Ειδικές εντροπίες:

$$s_2 - s_1 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$$

Ειδικές γραμμομοριακές εντροπίες:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^\circ - \bar{s}_1^\circ - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kmol}\cdot\text{K})$$

Αέρας

$$T_1 = 290 \text{ K}$$

$$T_2 = 330 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= -0.3844 \text{ kJ/kg K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_{p,\text{avg}} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= -0.3842 \text{ kJ/kgK} \end{aligned}$$

Για μικρές διαφορές θερμοκρασίας, οι ακριβείς κι οι προσεγγιστικές σχέσεις για τη μεταβολή της εντροπίας ιδανικών αερίων δίνουν σχεδόν πανομοιότυπα αποτελέσματα.

Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

Προσέγγιση σταθερών ειδικών θερμοτήτων

$$s_2 - s_1 = c_{v,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Μηδενίζοντας την παραπάνω σχέση, έχουμε:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_v}$$

$$R = c_p - c_v, k = c_p/c_v \quad R/c_v = k - 1$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{const.}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$$

$$Tv^{k-1} = \text{constant}$$

$$TP^{(1-k)/k} = \text{constant}$$

$$Pv^k = \text{constant}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{σταθ.}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

Ισχύει για

- * ιδανικό αέριο
- * αδιαβατικές διεργασίες
- * σταθερές, ειδικές θερμοότητες

Ισεντροπικές διεργασίες ιδανικών αερίων

Μεταβλητές ειδικές θερμότητες (ακριβής προσέγγιση)

$$0 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \longrightarrow s_2^\circ = s_1^\circ + R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Σχετική πίεση & σχετικός ειδικός όγκος

$$\frac{P_2}{P_1} = \exp \frac{s_2^\circ - s_1^\circ}{R}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\exp(s_2^\circ / R)}{\exp(s_1^\circ / R)} \quad \exp(s^\circ / R) \text{ είναι η σχετική πίεση } P_r$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}}$$

$$\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \longrightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_{r1}}{P_{r2}} = \frac{T_2 / P_{r2}}{T_1 / P_{r1}}$$

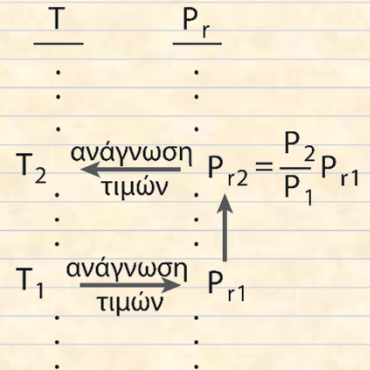
$$\left(\frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}}$$

T/P_r είναι ο σχετικός ειδικός όγκος v_r

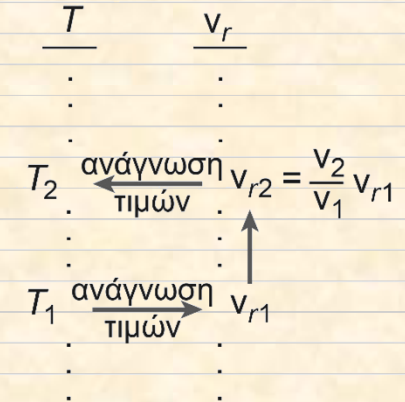
Χρήση δεδομένων για την P_r κατά τον υπολογισμό της τελικής θερμοκρασίας μιας ισεντροπικής διεργασίας

Χρήση δεδομένων για τον v_r κατά τον υπολογισμό της τελικής θερμοκρασίας μιας ισεντροπικής διεργασίας

Ισεντροπική διεργασία
Δεδομένα: P_1, T_1 , και P_2
Ζητούμενο: T_2



Ισεντροπική διεργασία
Δεδομένα: v_1, T_1 , και v_2
Ζητούμενο: T_2



Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής

$$\delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}} = dh + dke + dpe$$

$$\left. \begin{aligned} \delta q_{\text{rev}} &= T ds & (\text{Eq. 7-16}) \\ T ds &= dh - v dP & (\text{Eq. 7-24}) \end{aligned} \right\} \delta q_{\text{rev}} = dh - v dP$$

$$-\delta w_{\text{rev}} = v dP + dke + dpe$$

$$w_{\text{rev}} = - \int_1^2 v dP - \Delta ke - \Delta pe$$

$$w_{\text{rev}} = - \int_1^2 v dP \quad (\text{όταν η κινητική κι η δυναμική ενέργεια είναι αμελητέες})$$

$$w_{\text{rev,in}} = \int_1^2 v dP + \Delta ke + \Delta pe$$

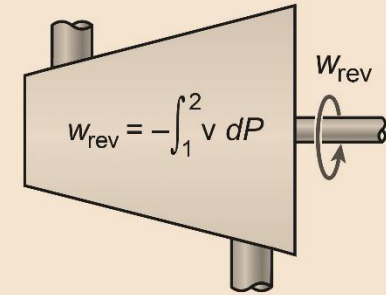
$$w_{\text{rev}} = -v(P_2 - P_1) - \Delta ke - \Delta pe$$

Για σταθεροποιημένη ροή υγρού μέσω μιας συσκευής που συναλλάσσει έργο (π.χ. μιας αντλίας), εργαζόμαστε με την εξίσωση Bernoulli:

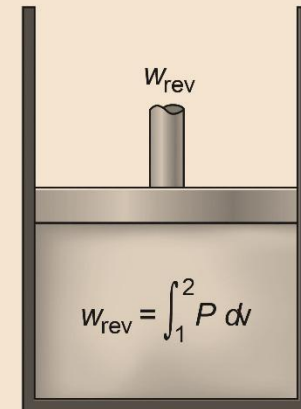
$$v(P_2 - P_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$$

$$\begin{aligned} w &= - \int_1^2 v dP \\ W &= - \int_1^2 V dP \\ \mathcal{W} &= - \int_1^2 \mathcal{V} dP \end{aligned}$$

Όσο μεγαλύτερος είναι ο ειδικός όγκος, τόσο περισσότερο έργο παράγεται (ή καταναλώνεται) από μια διάταξη σταθεροποιημένης ροής.



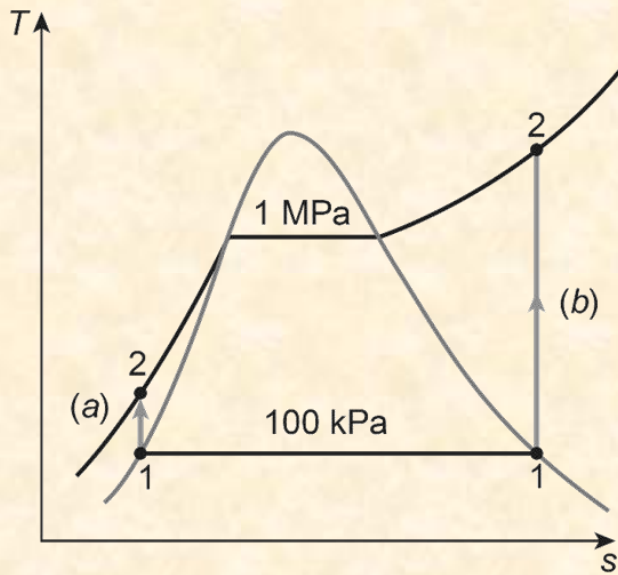
(α) Σύστημα σταθεροποιημένης ροής



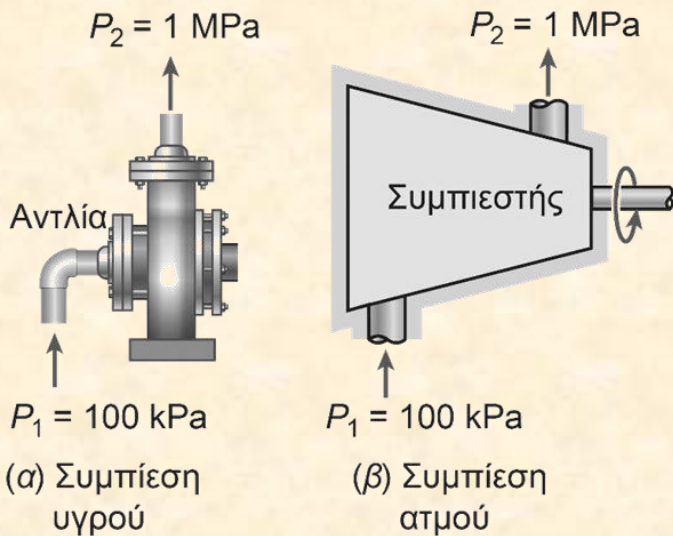
(β) Κλειστό σύστημα

Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής και κλειστά συστήματα.

Παράδειγμα: Συμπίεση υγρού & συμπίεση ατμού



$$\begin{aligned}
 w_{\text{rev,in}} &= \int_1^2 v dP \equiv v_1(P_2 - P_1) \\
 &= (0.001043 \text{ m}^3/\text{kg})[(1000 - 100) \text{ kPa}] \left(\frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) \\
 &= \mathbf{0.94 \text{ kJ/kg}}
 \end{aligned}$$



$$\left. \begin{aligned}
 T ds &= dh - v dP \quad (\text{Eq. 7-24}) \\
 ds &= 0 \quad (\text{ισεντροπική μεταβολή})
 \end{aligned} \right\} v dP = dh$$

$$w_{\text{rev,in}} = \int_1^2 v dP = \int_1^2 dh = h_2 - h_1$$

$$w_{\text{rev,in}} = (3194.5 - 2675.0) \text{ kJ/kg} = \mathbf{519.5 \text{ kJ/kg}}$$

Απόδειξη ότι οι συσκευές σταθεροποιημένης ροής αποδίδουν το μέγιστο & καταναλίσκουν το ελάχιστο έργο όταν υφίστανται αντιστρεπτή διεργασία

(εισερχόμενη θερμότητα και παραγόμενο έργο: θετικά):

$$\delta q_{\text{act}} - \delta w_{\text{act}} = dh + dke + dpe \quad \text{Πραγματική}$$

$$\delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}} = dh + dke + dpe \quad \text{Αντιστρεπτή}$$

$$\delta q_{\text{act}} - \delta w_{\text{act}} = \delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}}$$

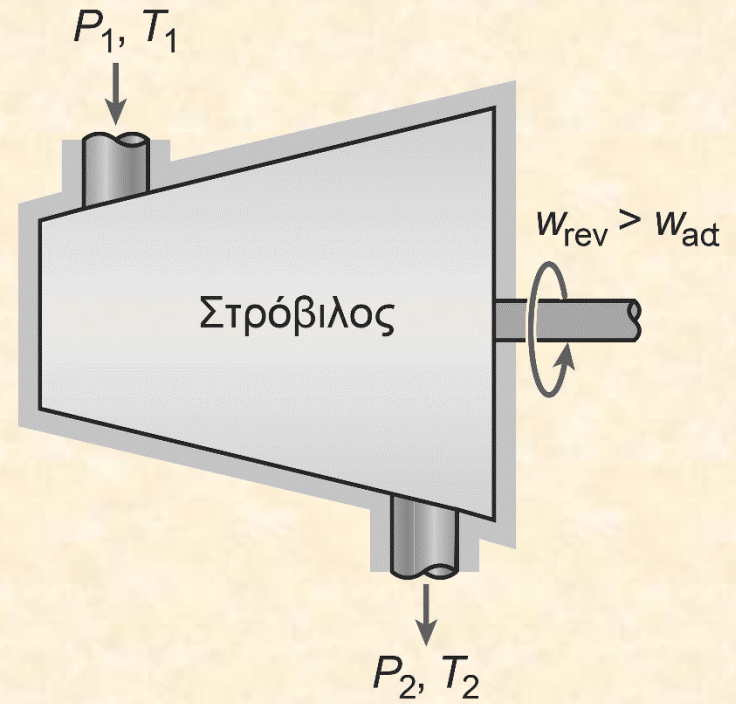
$$\delta w_{\text{rev}} - \delta w_{\text{act}} = \delta q_{\text{rev}} - \delta q_{\text{act}}$$

$$\delta q_{\text{rev}} = T ds \quad ds \geq \frac{\delta q_{\text{act}}}{T}$$

$$\frac{\delta w_{\text{rev}} - \delta w_{\text{act}}}{T} = ds - \frac{\delta q_{\text{act}}}{T} \geq 0$$

$$\delta w_{\text{rev}} \geq \delta w_{\text{act}}$$

$$W_{\text{rev}} \geq W_{\text{act}}$$



Ένας αντιστρεπτός στρόβιλος αποδίδει περισσότερο έργο σε σχέση με έναν μη αντιστρεπτό στρόβιλο, μεταξύ των ίδιων αρχικών και τελικών καταστάσεων

Οι συσκευές παραγωγής έργου (π.χ. στρόβιλοι) αποδίδουν περισσότερο έργο και οι συσκευές κατανάλωσης έργου (π.χ. συμπιεστές και αντλίες) καταναλώνουν λιγότερο έργο όταν λειτουργούν αντιστρεπτά.

Ελαχιστοποίηση του έργου συμπίεσως

$$w_{\text{rev,in}} = \int_1^2 v \, dP \quad (\text{όταν η κινητική κι η δυναμική ενέργεια είναι αμελητέες})$$

Ισεντροπική ($Pv^k = \text{const.}$):

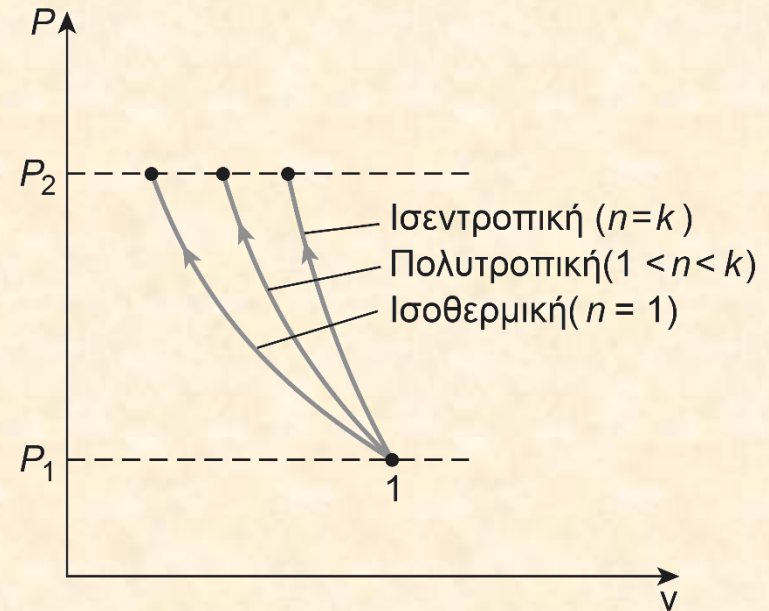
$$w_{\text{comp,in}} = \frac{kR(T_2 - T_1)}{k - 1} = \frac{kRT_1}{k - 1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]$$

Πολυτροπική ($Pv^n = \text{const.}$):

$$w_{\text{comp,in}} = \frac{nR(T_2 - T_1)}{n - 1} = \frac{nRT_1}{n - 1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right]$$

Ισοθερμοκρασιακή ($Pv = \text{const.}$):

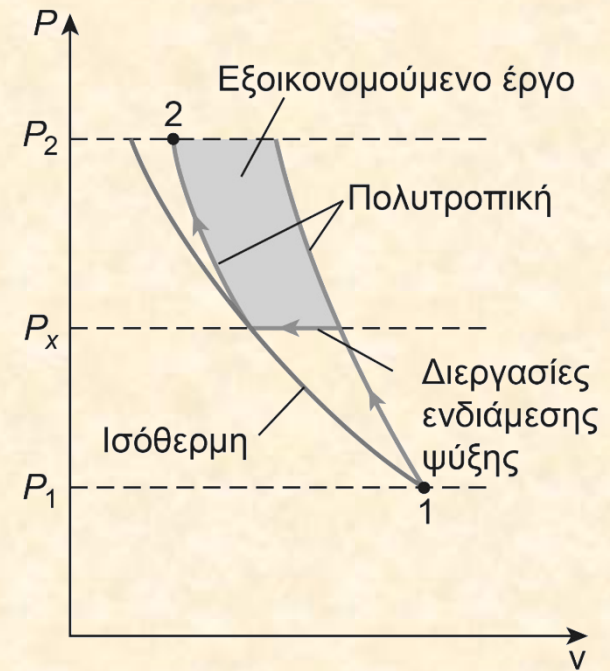
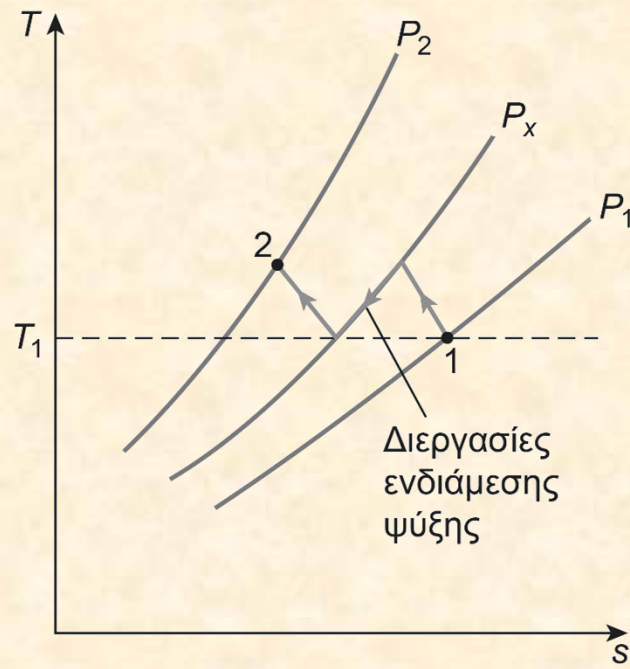
$$w_{\text{comp,in}} = RT \ln \frac{P_2}{P_1}$$



Διάγραμμα P-v της ισεντροπικής, της πολυτροπικής και της ισοθερμοκρασιακής συμπίεσης

Η αδιαβατική συμπίεση ($Pv^k = \text{const.}$) απαιτεί το μέγιστο έργο, ενώ η ισοθερμοκρασιακή συμπίεση ($T = \text{const.}$) απαιτεί το ελάχιστο. **Γιατί;**

Πολυβάθμια συμπίεση με ενδιάμεση ψύξη



Το αέριο συμπιέζεται κατά βαθμίδες και ψύχεται κατά το πέρασμα από τη μια βαθμίδα στην άλλη με τον **ενδιάμεσο ψύκτη**.

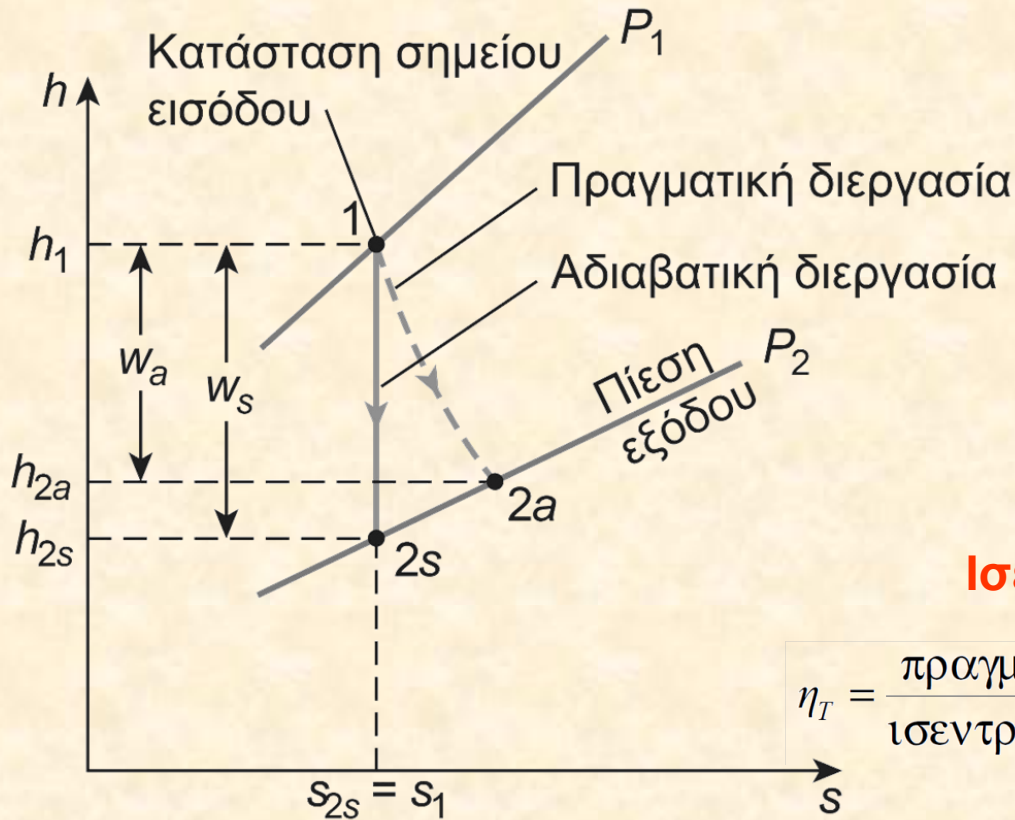
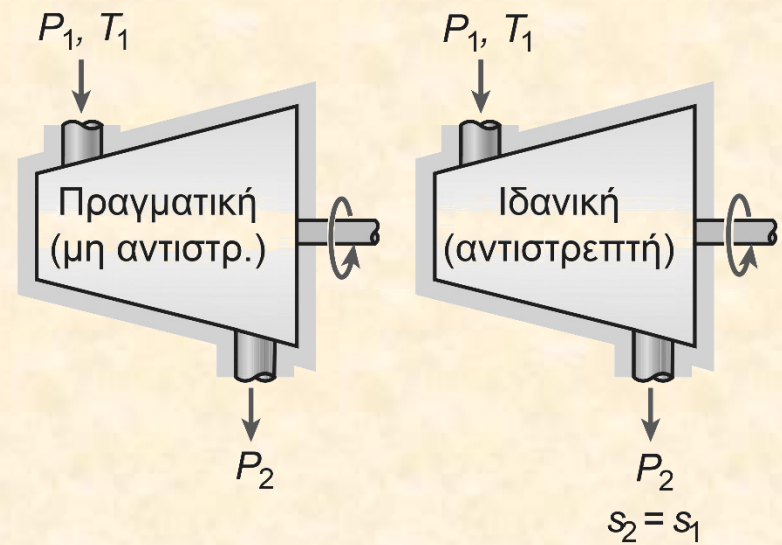
$$W_{\text{comp, in}} = W_{\text{comp I, in}} + W_{\text{comp II, in}}$$

$$= \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] + \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_x} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right]$$

$$P_x = (P_1 P_2)^{1/2} \quad \text{or} \quad \frac{P_x}{P_1} = \frac{P_2}{P_x}$$

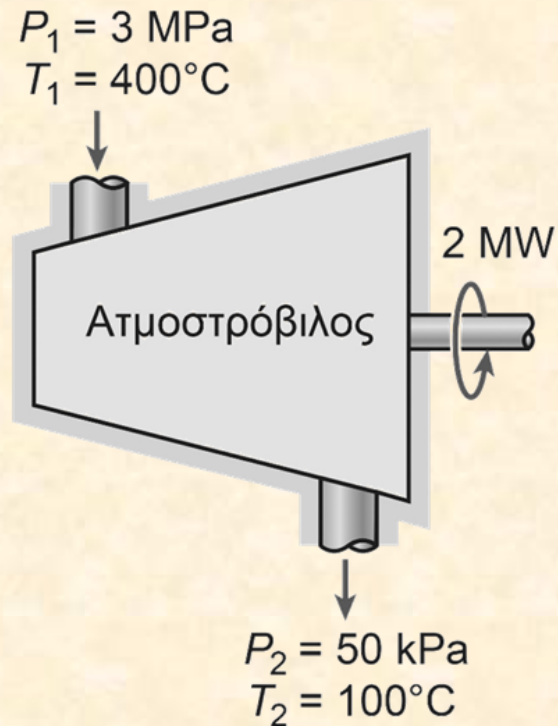
Για την ελαχιστοποίηση του έργου συμπίεσεως μιας διβάθμιας συμπίεσης, θα πρέπει ο λόγος συμπίεσεως της 1^{ης} βαθμίδας να είναι ίσος με το λόγο συμπίεσεως της 2^{ης} βαθμίδας.

Ισεντροπικές αποδόσεις συσκευών σταθεροποιημένης ροής



Ισεντροπική απόδοση στροβίλων

$$\eta_T = \frac{\text{πραγματικό έργο στροβίλου}}{\text{ισεντροπικό έργο στροβίλου}} = \frac{w_a}{w_s} \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



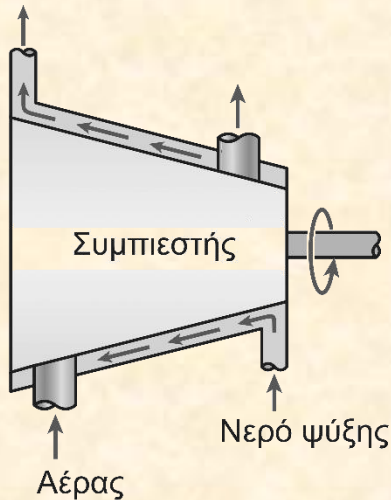
Ισεντροπική απόδοση συμπιεστών & αντλιών

$$\eta_c = \frac{\text{ισεντροπικό έργο συμπιεστή}}{\text{πραγματικό έργο συμπιεστή}} = \frac{w_s}{w_a}$$

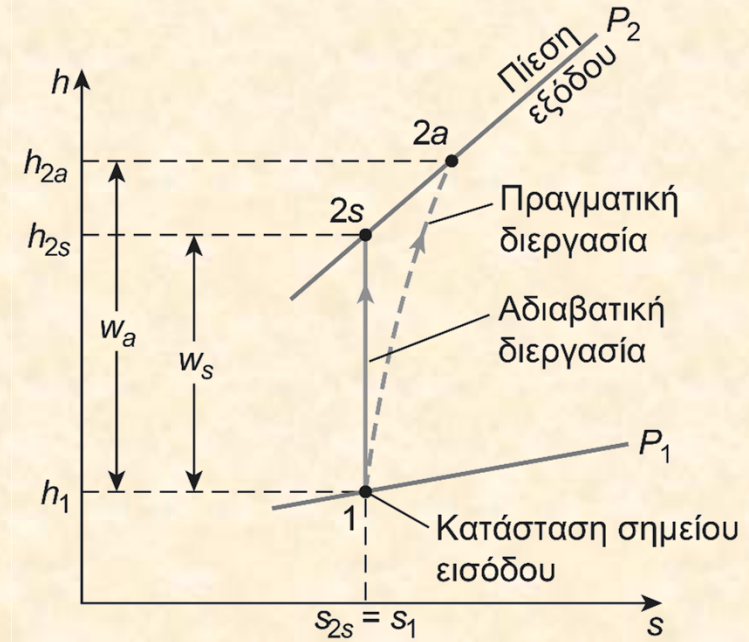
$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \quad (\text{όταν η κινητική κι η δυναμική ενέργεια είναι αμελητέες})$$

$$\eta_p = \frac{w_s}{w_a} = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1} \quad (\text{για αντλία})$$

$$\eta_c = \frac{w_t}{w_a} \quad \text{Ισόθερμη απόδοση}$$



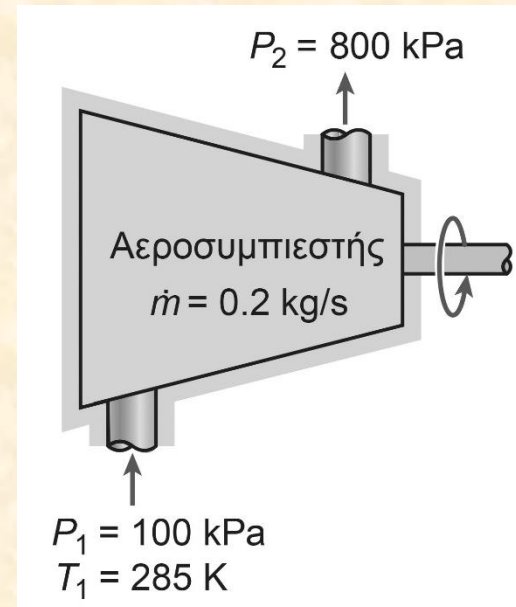
Οι συμπιεστές συχνά ψύχονται, ώστε να μειώνεται το έργο που καταναλώνουν



Διάγραμμα h-s για την πραγματικά και την ισεντροπική συμπίεση σε αδιαβατικό συμπιεστή

Μπορούμε να εργαστούμε με την ισεντροπική απόδοση για έναν μη αδιαβατικό συμπιεστή;

Μπορούμε να εργαστούμε με την ισεντροπική απόδοση για έναν αδιαβατικό συμπιεστή?



Ισεντροπική απόδοση ακροφυσίων

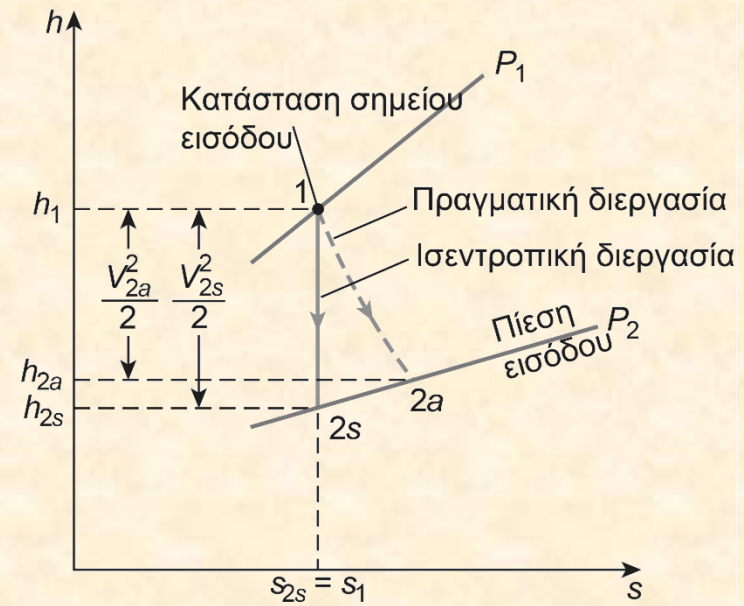
$$\eta_N = \frac{\text{πραγματική κινητική ενέργεια εξόδου ακροφυσίου}}{\text{ισεντροπική κινητική ενέργεια εξόδου ακροφυσίου}} = \frac{v_{2a}^2}{v_{2s}^2}$$

Αν η ταχύτητα εισόδου του ρευστού είναι σχετικώς μικρή σε σχέση με την ταχύτητα στην έξοδο, τότε το ισοζύγιο ενέργειας είναι:

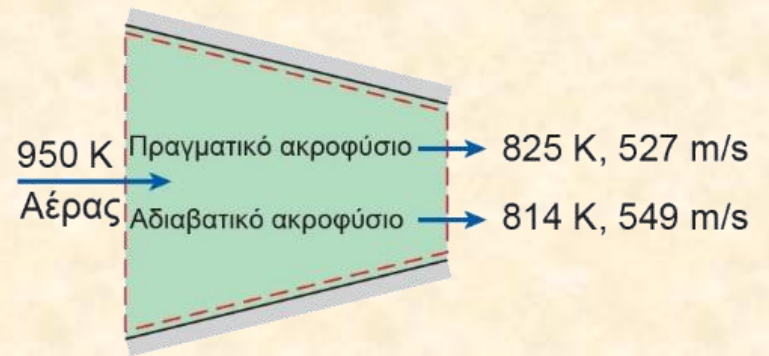
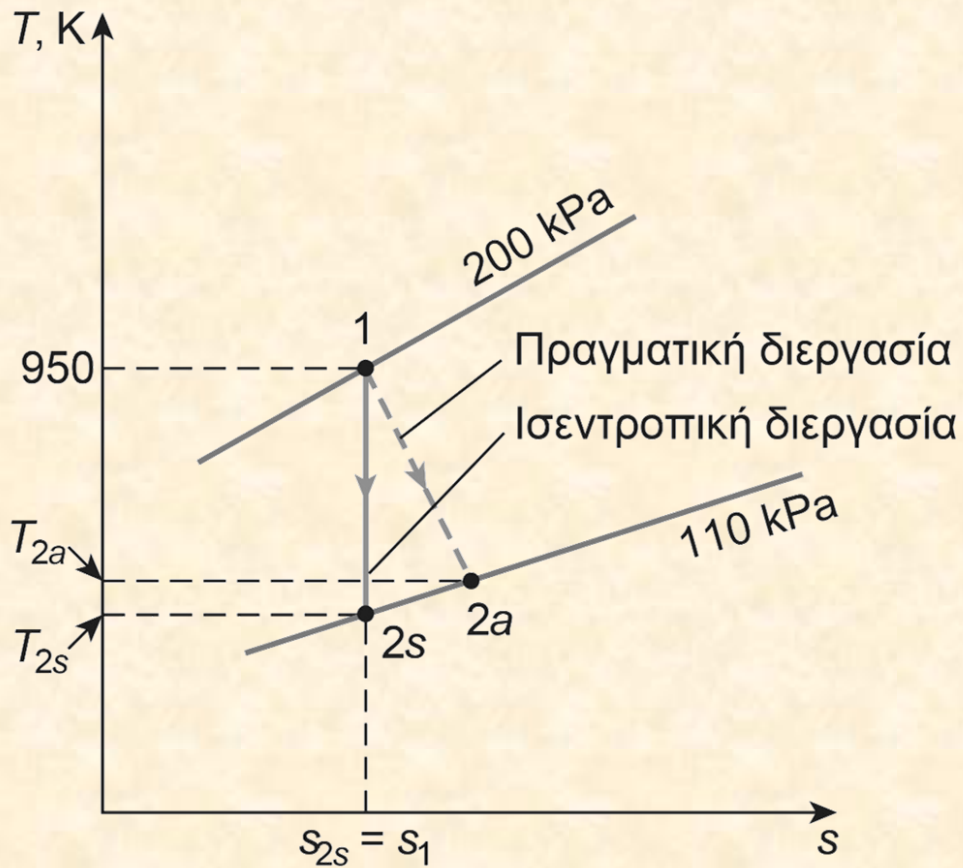
$$h_1 = h_{2a} + \frac{V_{2a}^2}{2}$$

Έτσι:

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



Παράσταση ισεντροπικής εκτόνωσης αδιαβατικού ακροφυσίου σε διάγραμμα h-s



Από ένα πραγματικό ακροφύσιο, το ρευστό εξέρχεται
 υπό υψηλότερη θερμοκρασία (συνεπεία τριβών),
 επομένως και με χαμηλότερη ταχύτητα

Ισοζύγιο εντροπίας

$$\left(\begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{εισερχόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{εξερχόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Συνολική} \\ \text{παραγόμενη} \\ \text{εντροπία} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Μεταβολή} \\ \text{συνολικής} \\ \text{εντροπίας} \\ \text{συστήματος} \end{array} \right)$$

$$S_{\text{in}} - S_{\text{out}} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}}$$

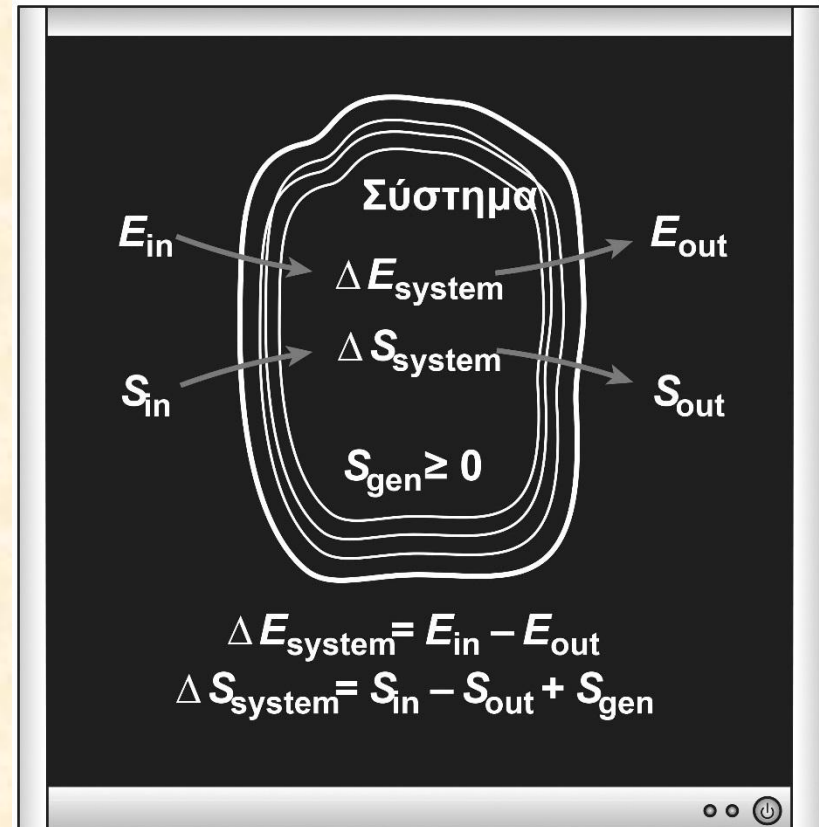
Μεταβολή εντροπίας συστήματος, ΔS_{system}

$$\Delta S_{\text{system}} = S_{\text{final}} - S_{\text{initial}} = S_2 - S_1$$

(όταν οι ιδιότητες του συστήματος δεν είναι ομοιόμορφες):

$$S_{\text{system}} = \int s \delta m = \int_V s \rho dV$$

Ισοζύγια ενέργειας & εντροπίας συστήματος.



Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας, S_{in} & S_{out}

1 Μετάδοση θερμότητας

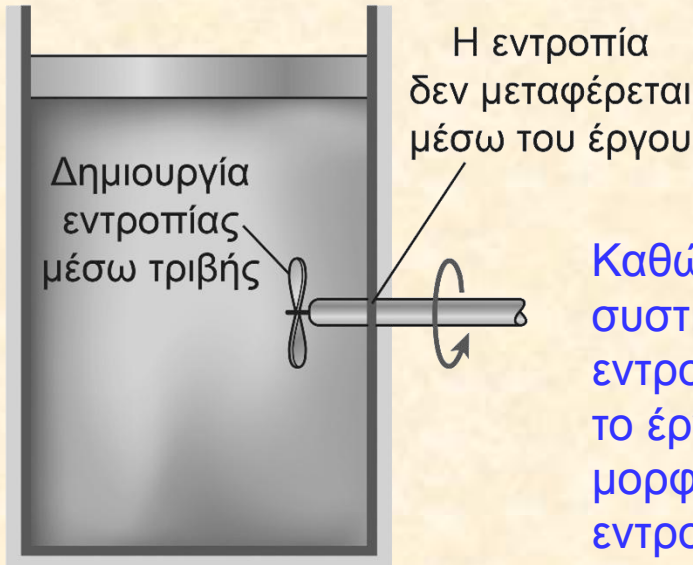
μέσω μετάδοσης θερμότητας

$$S_{heat} = \frac{Q}{T} \quad (T = \text{constant})$$

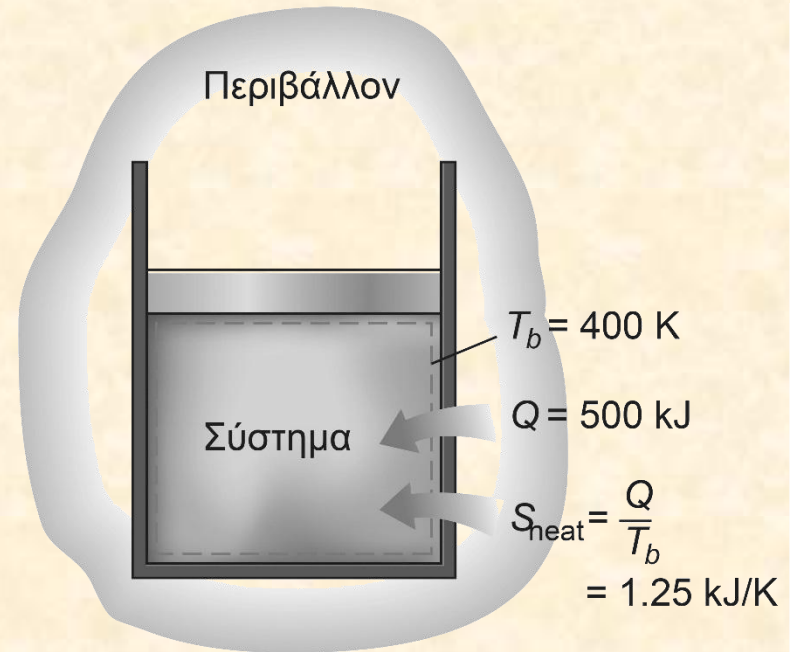
$$S_{heat} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \cong \sum \frac{Q_k}{T_k}$$

μέσω μεταφοράς έργου

$$S_{work} = 0$$

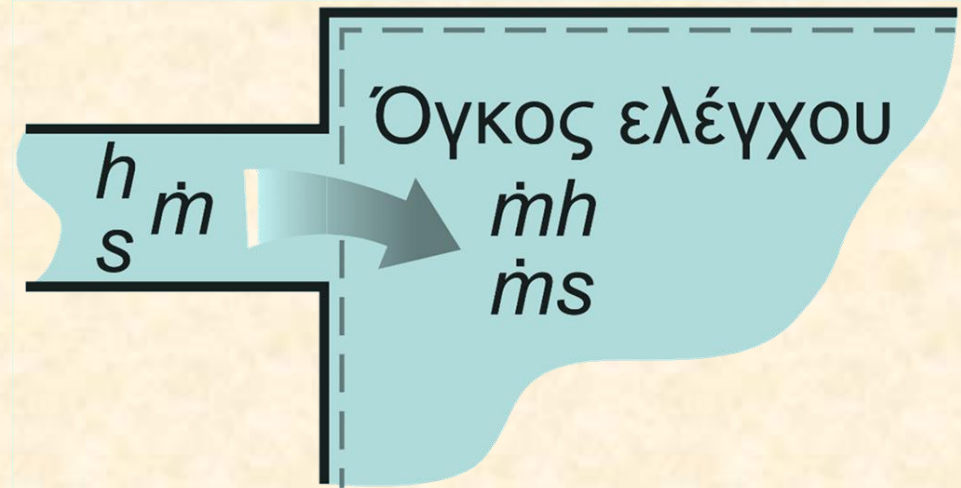


Καθώς το έργο διαπερνά τα όρια του συστήματος, δεν παρατηρείται μεταφορά εντροπίας. Όταν, όμως, εντός του συστήματος το έργο υποβαθμίζεται σε μια λιγότερο ωφέλιμη μορφή ενέργειας, τότε μπορεί να παραχθεί εντροπία.



Η μετάδοση θερμότητας συνοδεύεται πάντα από μεταφορά εντροπίας!

2 Μεταφορά μάζας



Μεταφορά εντροπίας μέσω μάζας:

$$\dot{S}_{\text{mass}} = \dot{m}s$$

(με μεταβλητές ιδιότητες):

$$\dot{S}_{\text{mass}} = \int_{A_c} s\rho V_n dA_c$$

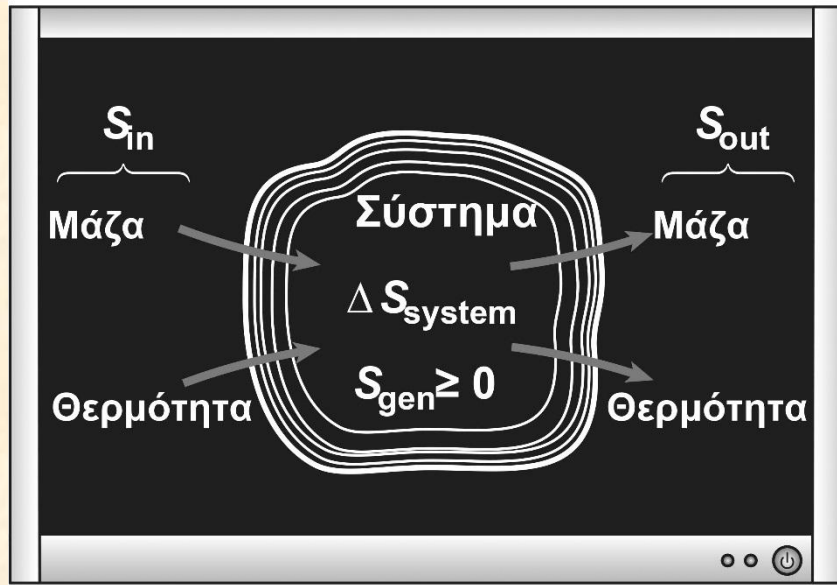
$$S_{\text{mass}} = \int s \delta m = \int_{\Delta t} \dot{S}_{\text{mass}} dt$$

Παραγωγή εντροπίας, S_{gen}

$$\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\substack{\text{Συνολική μεταφοράς εντροπίας} \\ \text{μέσω θερμότητας και μάζας}}} + \underbrace{S_{gen}}_{\substack{\text{Παραγωγή} \\ \text{εντροπίας}}} = \underbrace{\Delta S_{system}}_{\substack{\text{Μεταβολή} \\ \text{εντροπίας}}} \quad (\text{kJ} / \text{K})$$

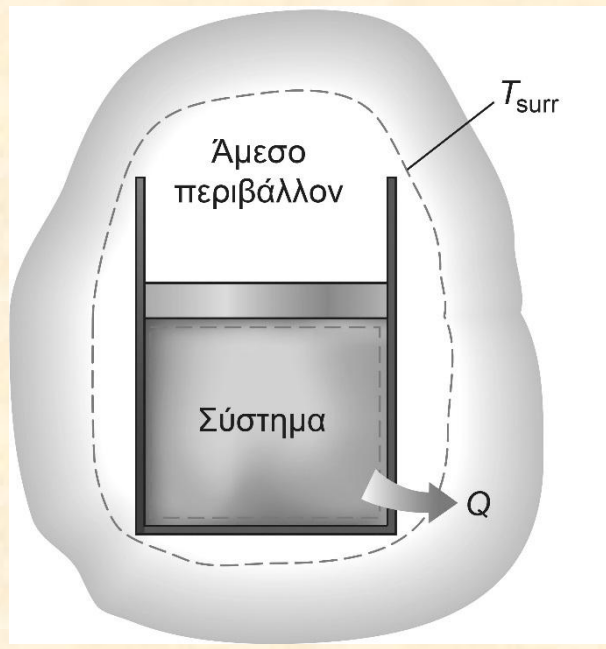
$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\substack{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας} \\ \text{μέσω θερμότητας και μάζας}}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\substack{\text{Ρυθμός παραγωγής} \\ \text{εντροπίας}}} = \underbrace{\Delta S_{system} / dt}_{\substack{\text{Ρυθμός μεταβολής} \\ \text{εντροπίας}}} \quad (\text{kW} / \text{K})$$

$$(S_{in} - S_{out}) + S_{gen} = \Delta S_{system} \quad (\text{kJ} / \text{kg} \cdot \text{K})$$



Μηχανισμοί μεταφοράς εντροπίας σε ένα «γενικό» σύστημα

Η παραγωγή εντροπίας εκτός των ορίων του συστήματος μπορεί να ληφθεί υπ' όψιν, διατυπώνοντας ένα ισοζύγιο ενέργειας για ένα πιο εκτεταμένο σύστημα, το οποίο συμπεριλαμβάνει το αρχικό σύστημα και το εγγύς περιβάλλον του.



Κλειστά συστήματα

Κλειστό σύστημα:
$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}} = S_2 - S_1 \quad (\text{kJ/K})$$

Η μεταβολή της εντροπίας ενός κλειστού συστήματος κατά τη διάρκεια μια διεργασίας είναι ίση με το άθροισμα της καθαρής μεταφοράς εντροπίας μέσω των ορίων του συστήματος και της εντροπίας που παράγεται εντός των ορίων του συστήματος.

Αδιαβατικό κλειστό σύστημα:
$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{adiabatic system}}$$

Σύστημα και περιβάλλον:
$$S_{\text{gen}} = \sum \Delta S = \Delta S_{\text{system}} + \Delta S_{\text{surroundings}}$$

$$\Delta S_{\text{system}} = m(s_2 - s_1)$$

$$\Delta S_{\text{surr}} = Q_{\text{surr}}/T_{\text{surr}}$$

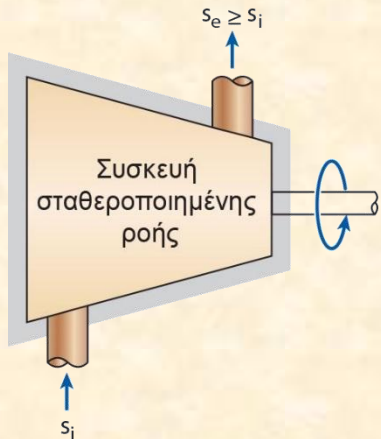
$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + S_{\text{gen}} = (S_2 - S_1)_{\text{CV}} \quad (\text{kJ/K})$$

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \dot{S}_{\text{gen}} = dS_{\text{CV}}/dt \quad (\text{kW/K})$$

Σταθεροποιημένη ροή: $\dot{S}_{\text{gen}} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$

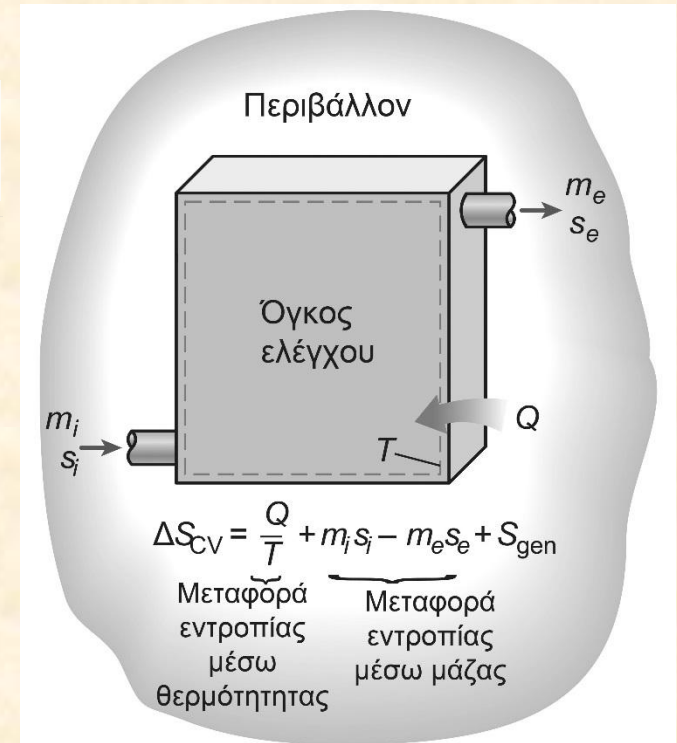
Σταθεροποιημένη ροή (απλό ρεύμα): $\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i) - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$

Αδιαβατική σταθεροποιημένη ροή (απλό ρεύμα): $\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i)$



Η εντροπία μιας ουσίας πάντα αυξάνεται (ή παραμένει αμετάβλητη, σε αντιστρεπτές διεργασίες), καθώς αυτή ρέει μέσω μιας αδιαβατικής συσκευής σταθεροποιημένης ροής.

Όγκοι ελέγχου



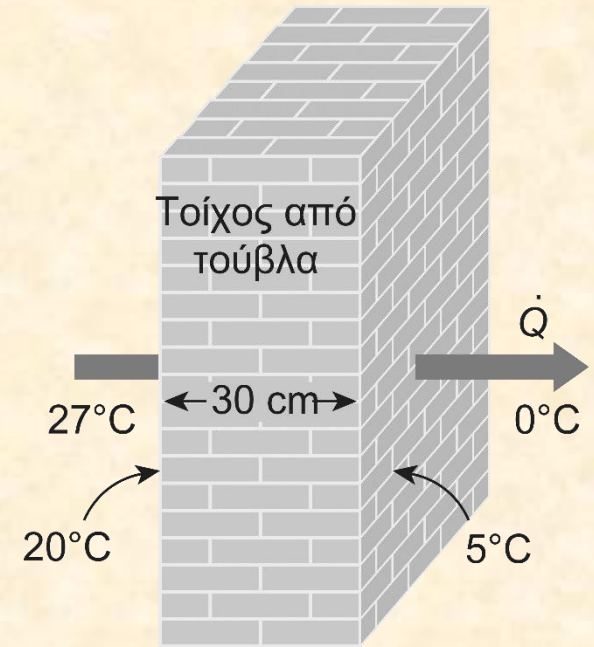
Η εντροπία ενός όγκου ελέγχου μεταβάλλεται, συνεπεία της ροής μάζας και της μετάδοσης θερμότητας.

Παραδείγματα:

Ισοζύγιο εντροπίας κατά τη μετάδοση θερμότητας μέσω του τοίχου

$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\text{Ρυθμός παραγωγής εντροπίας}} = \underbrace{dS_{system}/dt}_0 \text{ (σταθεροποιημένη ροή)}$$

$$\left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_{in} - \left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_{out} + \dot{S}_{gen} = 0$$

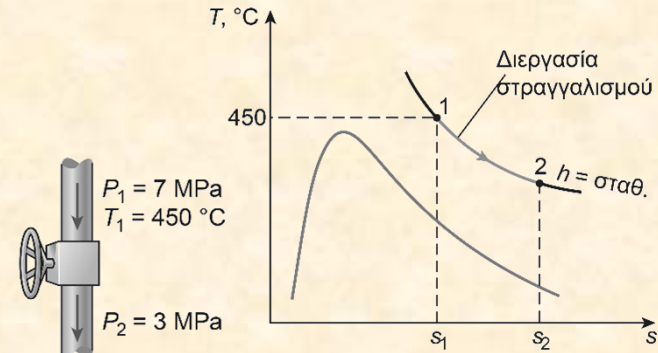


Ισοζύγιο εντροπίας κατά το στραγγαλισμό αερίου

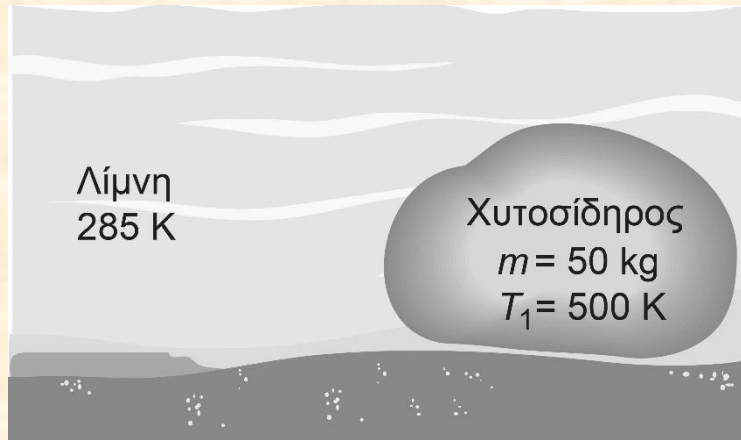
$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\text{Ρυθμός παραγωγής εντροπίας}} = \underbrace{dS_{system}/dt}_0 \text{ (σταθεροποιημένη ροή)}$$

$$\dot{m}s_1 - \dot{m}s_2 + \dot{S}_{gen} = 0$$

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_2 - s_1)$$



Παραγωγή εντροπίας κατά τη βύθιση ενός θερμού σώματος σε λίμνη



$$\underbrace{S_{\text{in}} - S_{\text{out}}}_{\text{Συνολική μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{S_{\text{gen}}}_{\text{Παραγωγή εντροπίας}} = \underbrace{\Delta S_{\text{system}}}_{\text{Μεταβολή εντροπίας}}$$

$$\frac{-Q_{\text{out}}}{T} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}}$$

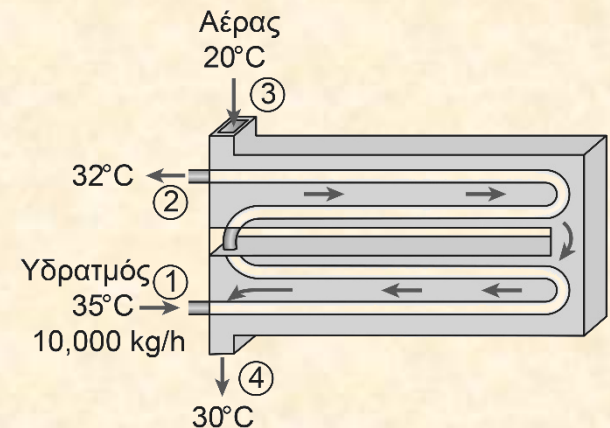
$$\text{ή } S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{system}} + \Delta S_{\text{lake}}$$

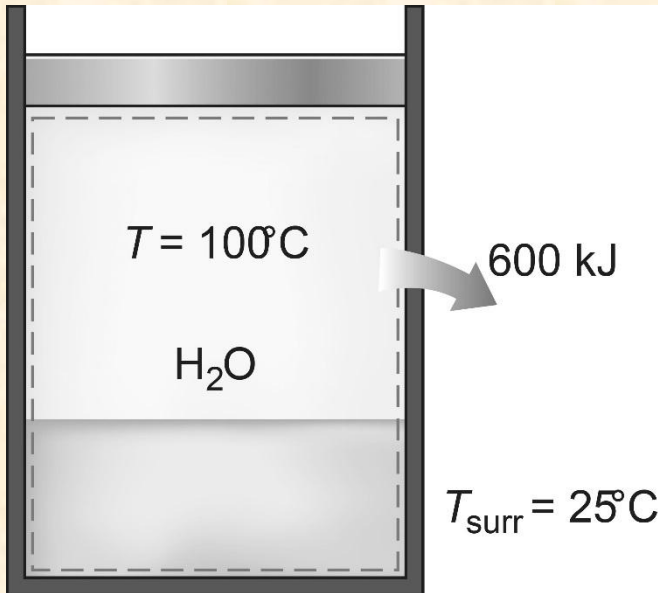
Παραγωγή εντροπίας σε εναλλάκτη θερμότητας

$$\underbrace{\dot{S}_{\text{in}} - \dot{S}_{\text{out}}}_{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{\dot{S}_{\text{gen}}}_{\text{Ρυθμός παραγωγής εντροπίας}} = \underbrace{\frac{\Delta S_{\text{system}}}{dt}}_0 \text{ (σταθεροποιημένη ροή)}$$

$$\dot{m}_{\text{steam}} s_1 + \dot{m}_{\text{air}} s_3 - \dot{m}_{\text{steam}} s_2 - \dot{m}_{\text{air}} s_4 + \dot{S}_{\text{gen}} = 0$$

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}_{\text{steam}} (s_2 - s_1) + \dot{m}_{\text{air}} (s_4 - s_3)$$





Παραγωγή εντροπίας κατά τη μετάδοση θερμότητας

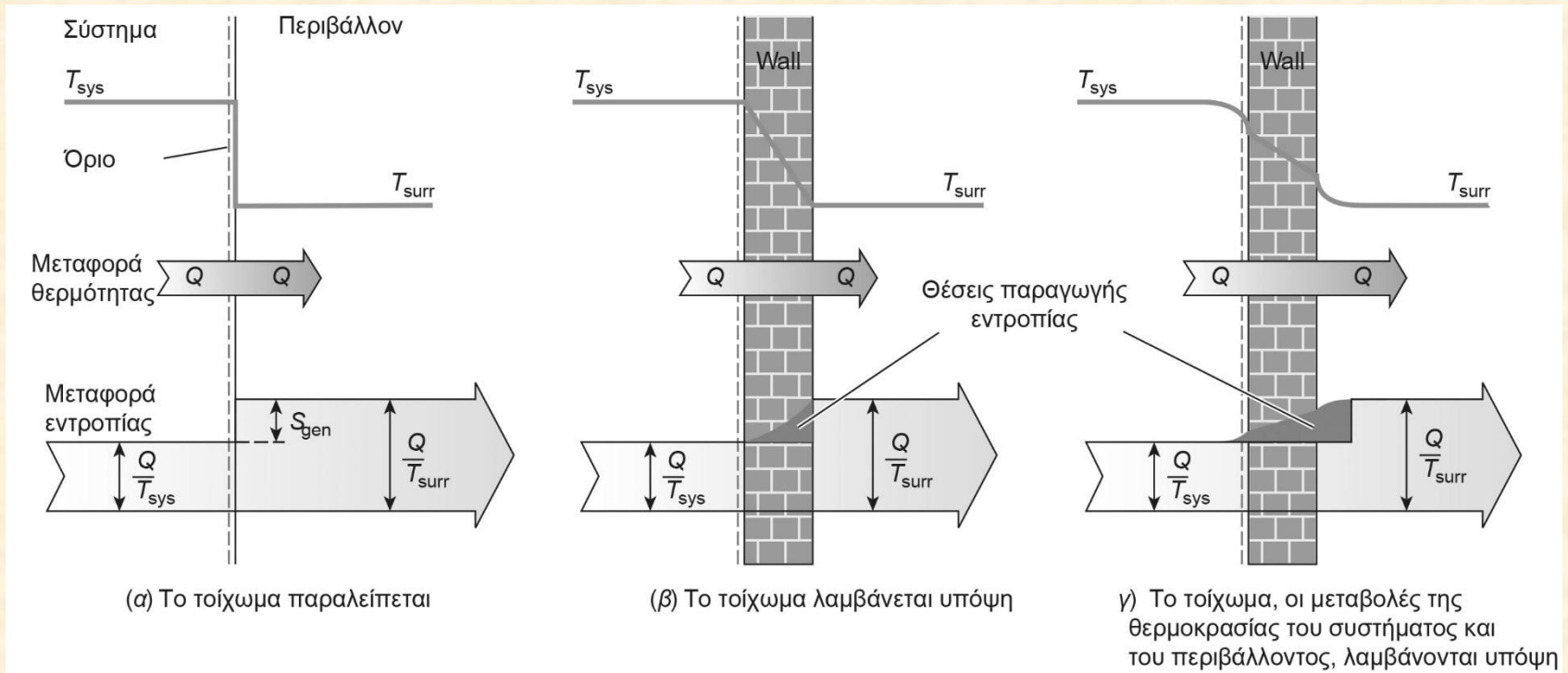
$$\underbrace{S_{\text{in}} - S_{\text{out}}}_{\text{Συνολική μεταφορά εντροπίας μέσω θερμότητας και μάζας}} + \underbrace{S_{\text{gen}}}_{\text{Παραγωγή εντροπίας}} = \underbrace{\Delta S_{\text{system}}}_{\text{Μεταβολή εντροπίας}}$$

$$\frac{-Q_{\text{out}}}{T_b} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}}$$

$$\Delta S_{\text{system}} = \frac{Q}{T_{\text{system}}} = \frac{-600 \text{ kJ}}{(100 + 273 \text{ K})} = \mathbf{-1.61 \text{ kJ/K}}$$

$$S_{\text{gen}} = \frac{Q_{\text{out}}}{T_b} + \Delta S_{\text{system}} = \frac{600 \text{ kJ}}{(25 + 273) \text{ K}} + (-1.61 \text{ kJ/K}) = \mathbf{0.40 \text{ kJ/K}}$$

Παραγωγή εντροπίας σε διεργασίες μετάδοσης θερμότητας



Γραφική αναπαράσταση της παραγωγής εντροπίας κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας μετάδοσης θερμότητας εξ' αιτίας μιας πεπερασμένης θερμοκρασιακής διαφοράς.

Περίληψη

- Εντροπία
- Αρχή Αύξησης της Εντροπίας
- Μεταβολή εντροπίας καθαρών ουσιών
- Ισεντροπικές διεργασίες
- Διαγράμματα ιδιοτήτων που περιλαμβάνουν την εντροπία
- Τι είναι η εντροπία;
- Σχέσεις Tds
- Μεταβολές εντροπίας σε υγρά και στερεά
- Μεταβολές εντροπίας σε ιδανικά αέρια
- Αντιστρεπτό έργο σταθεροποιημένης ροής
- Ελαχιστοποιώντας το έργο του συμπιεστή
- Ισεντροπικές αποδόσεις συσκευών σταθεροποιημένης ροής
- Ισοζύγιο εντροπίας