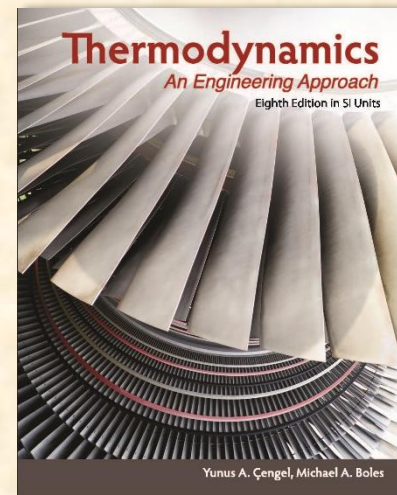


Θερμοδυναμική για Μηχανικούς
8^η έκδοση
Yunus A. Çengel, Michael A. Boles
Εκδόσεις Τζιόλα, 2015



Κεφάλαιο 4

Ενεργειακή Ανάλυση Κλειστών Συστημάτων

Επιμέλεια διαφάνειας
Mehmet Kanoglu

Επιμέλεια ελληνικής έκδοσης
Δημήτρης Τερτίπης

Στόχοι

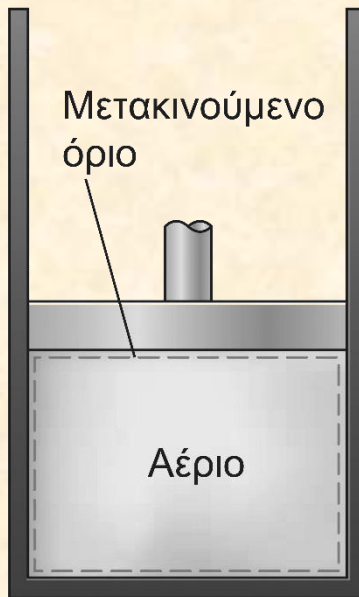
- Διερεύνηση του έργου μετακίνησης ορίου συστήματος, που είναι κοινό σε παλινδρομικές μηχανές.
- Διαπίστωση ότι ο πρώτος νόμος της Θερμοδυναμικής αποτελεί απλά μια έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας σε κλειστά συστήματα.
- Ανάπτυξη του γενικού ενεργειακού ισοζυγίου, όπως αυτό εφαρμόζεται στα κλειστά συστήματα.
- Ορισμός της ειδικής θερμότητας υπό σταθερό όγκο και της ειδικής θερμότητας υπό σταθερή πίεση.
- Συσχέτιση των ειδικών θερμοτήτων με τον υπολογισμό της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας και της ενθαλπίας των ιδανικών αερίων.
- Περιγραφή των ασυμπίεστων ουσιών και προσδιορισμός των μεταβολών της εσωτερικής ενέργειας και της ενθαλπίας τους.
- Επίλυση προβλημάτων με ισοζύγια ενέργειας κλειστών συστημάτων, τα οποία περιλαμβάνουν και αλληλεπιδράσεις έργου και θερμότητας.

Έργο ογκομεταβολής

Έργο ογκομεταβολής (έργο PdV): είναι το έργο εκτόνωσης ή συμπίεσης σε μια διάταξη κυλίνδρου – εμβόλου.

$$\delta W_b = F ds = PA ds = P dV$$

$$W_b = \int_1^2 P dV \quad (\text{kJ})$$

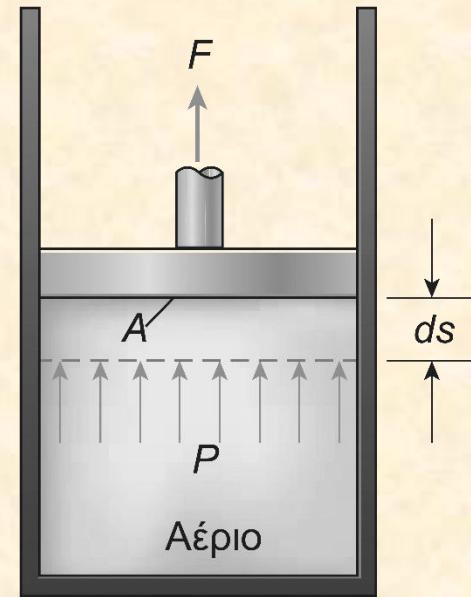


Έργο ογκομεταβολής

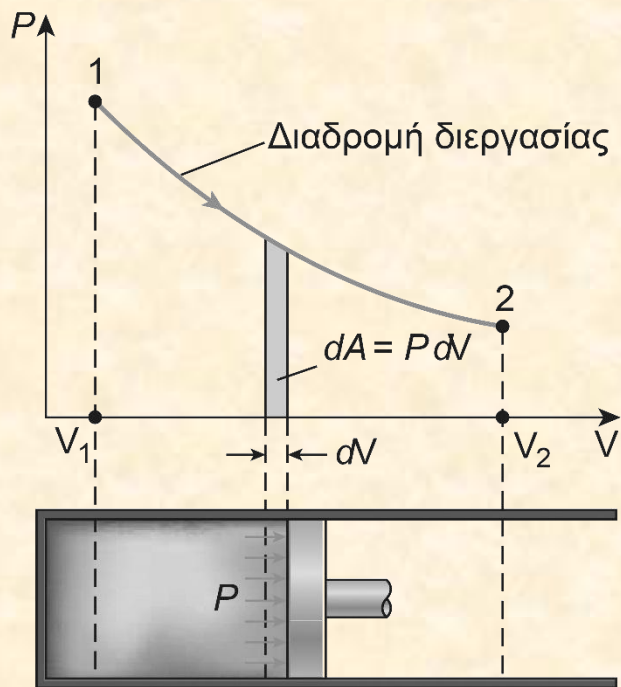
Ψευδοστατικές διεργασίες: είναι οι διεργασίες, κατά τη διάρκεια των οποίων το σύστημα είναι σε ισορροπία κάθε χρονική στιγμή.

W_b θετικό \rightarrow εκτόνωση

W_b αρνητικό \rightarrow συμπίεση



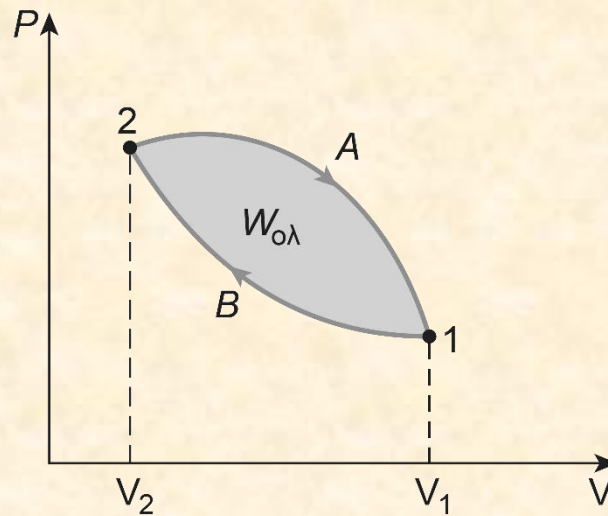
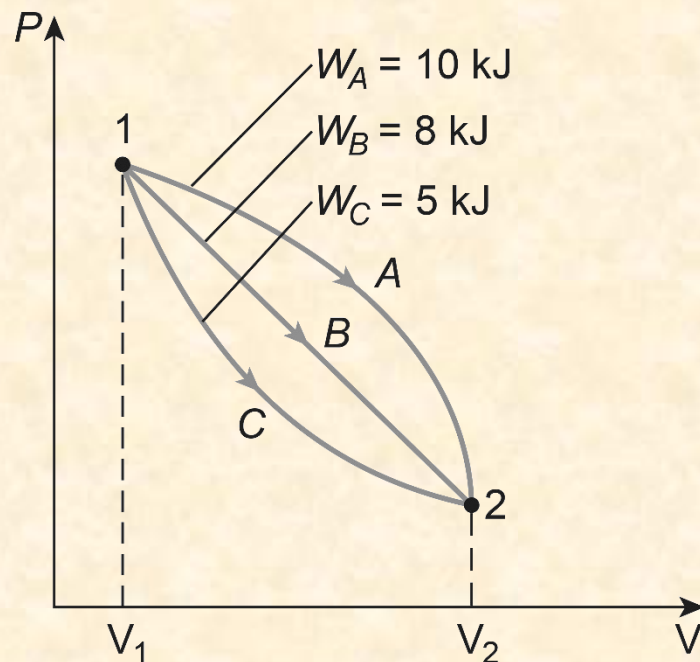
Καθώς το έμβολο μετατοπίζεται κατά ds , το αέριο παράγει έργο δW_b .



Το έργο ογκομεταβολής εξαρτάται από τη διαδρομή της διεργασίας

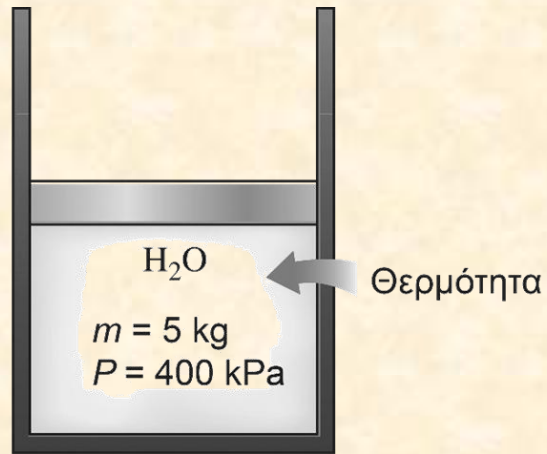
Το εμβαδό κάτω από την καμπύλη μιας διεργασίας σε διάγραμμα p - V αναπαριστά το έργο ογκομεταβολής

Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της διεργασίας σε ένα διάγραμμα P - V ισούται, κατά μέτρο, με το παραγόμενο έργο κατά τη διάρκεια μιας ψευδοστατικής εκτόνωσης ή συμπίεσης ενός κλειστού συστήματος



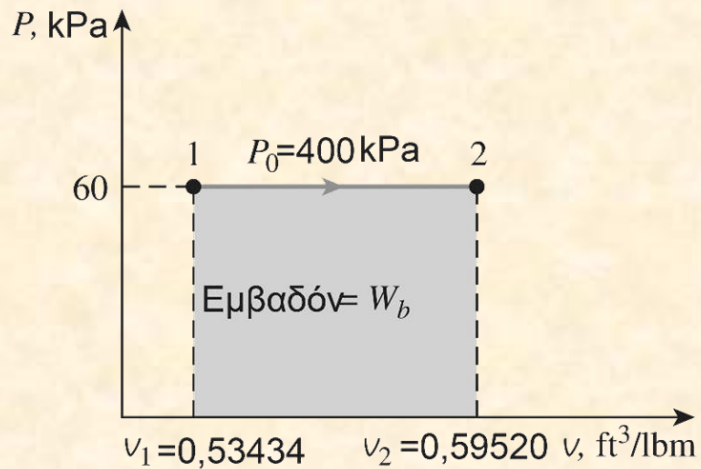
Το έργο που παράγεται σε έναν κύκλο είναι η διαφορά μεταξύ του έργου που παράγεται από το σύστημα και του έργου που καταναλώνεται από το σύστημα.

Έργο ογκομεταβολής ισόθλιπτων διεργασιών

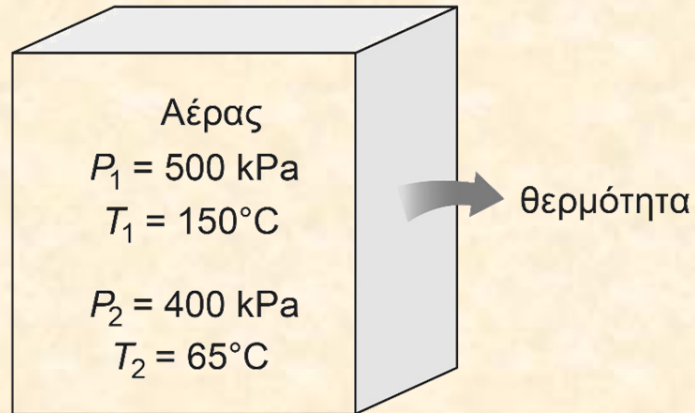


$$W_b = \int_1^2 P dV = P_0 \int_1^2 dV = P_0(V_2 - V_1)$$

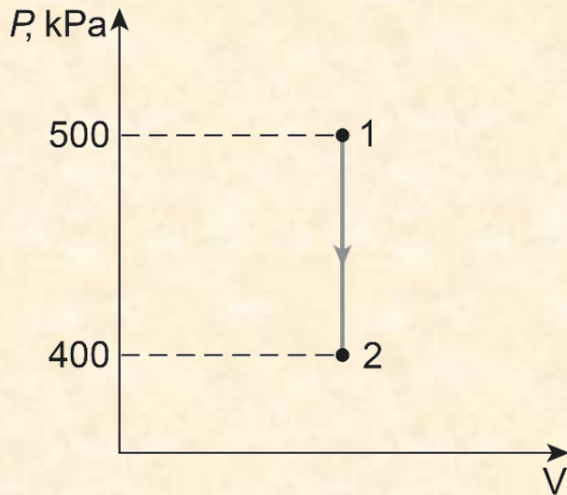
$$W_b = mP_0(v_2 - v_1)$$



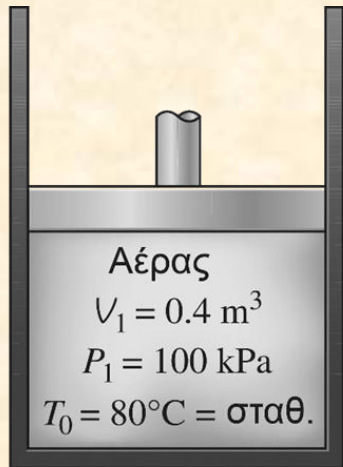
Έργο ογκομεταβολής ισόογκων διεργασιών



Ποιο είναι το έργο ογκομεταβολής μιας ισόογκης διεργασίας;



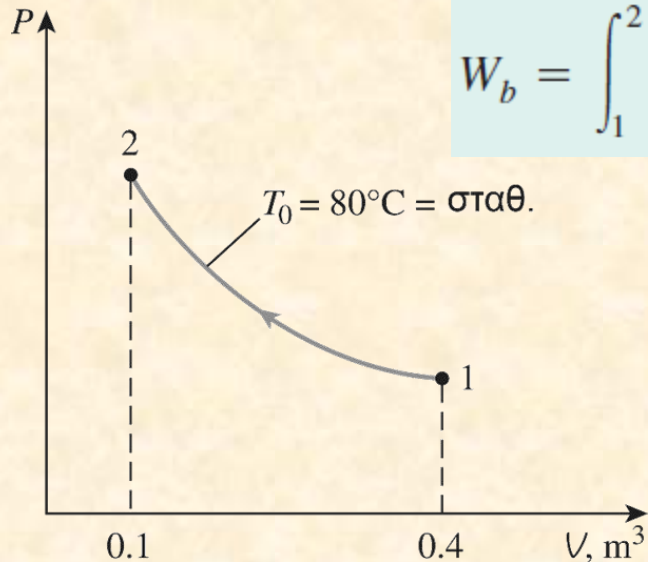
Έργο ογκομεταβολής ισοθερμοκρασιακής συμπίεσης



$$W_b = \int_1^2 P dV = \int_1^2 C V^{-1} dV = P V \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$P V = m R T_0 = C$$

$$W_b = \int_1^2 P dV = \int_1^2 \frac{C}{V} dV = C \int_1^2 \frac{dV}{V} = C \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

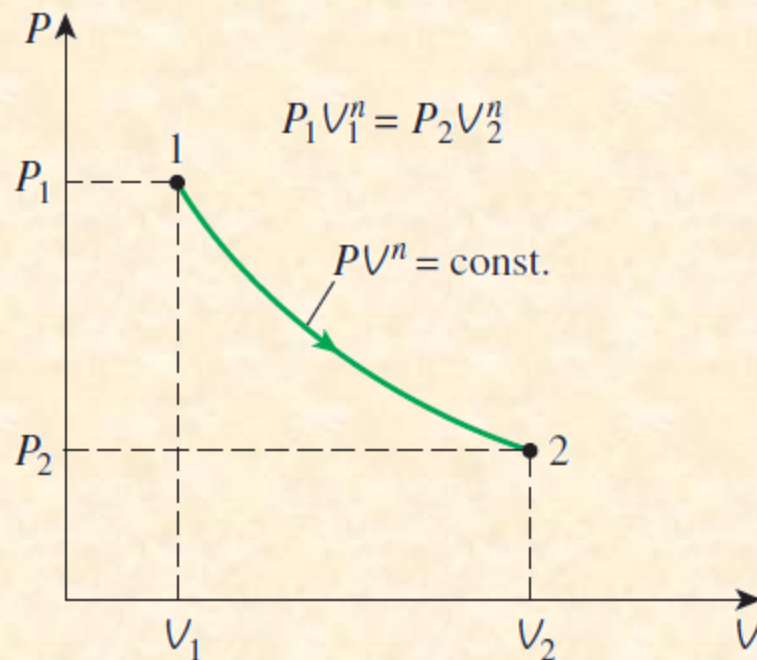
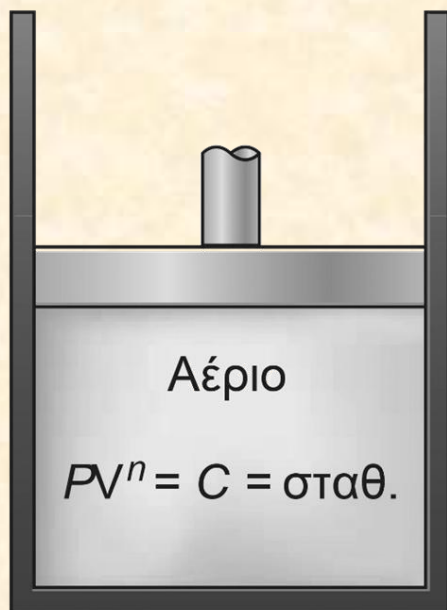


Έργο ογκομεταβολής πολυτροπικών διεργασιών

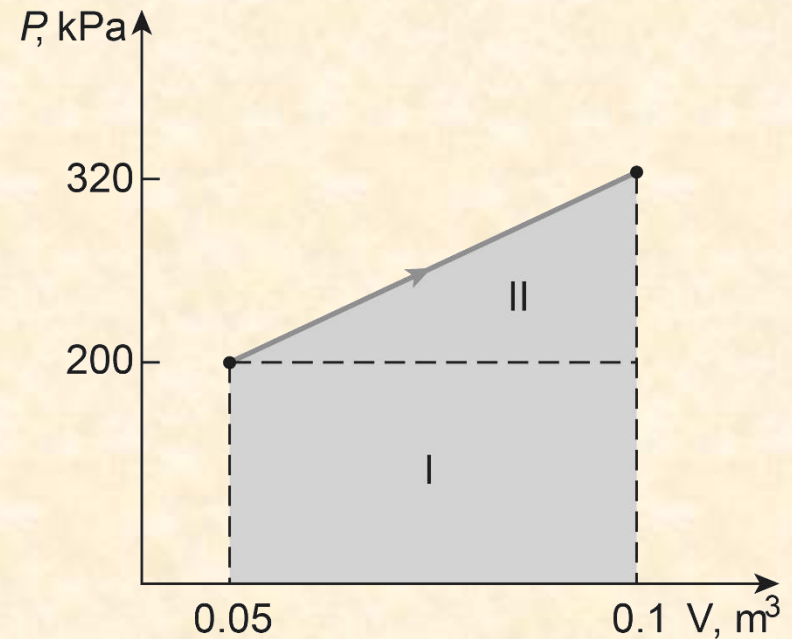
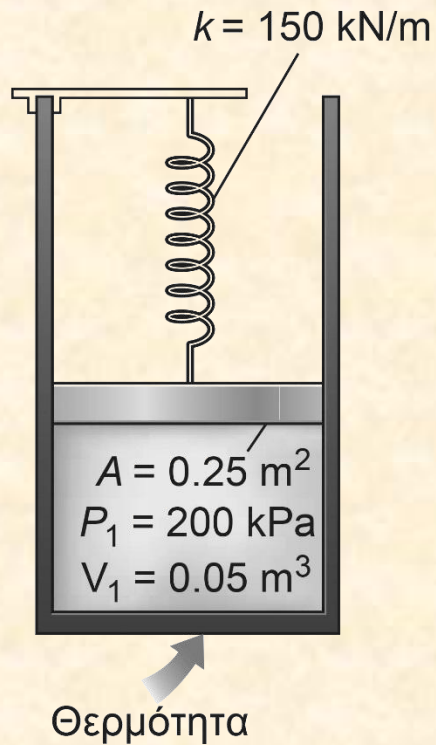
$$PV^n = C, \quad P = CV^{-n}$$

$$W_b = \int_1^2 P dV = \int_1^2 CV^{-n} dV = C \frac{V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}}{-n+1} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n}$$

$$W_b = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n} \quad \text{Για ιδανικά αέρια}$$



Εκτόνωση αερίου αντίθετα προς ένα ελατήριο



Ενεργειακό ισοζύγιο σε κλειστά συστήματα

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\substack{\text{Συνολική μεταφορά} \\ \text{ενέργειας μέσω θερμότητας,} \\ \text{έργου, και μάζας}}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\substack{\text{Μεταβολή εσωτερικής,} \\ \text{κινητικής, δυναμικής κλπ.} \\ \text{ενέργειας}} \quad (\text{kJ})$$

Γενικευμένη μορφή του ενεργειακού ισοζυγίου

$$\underbrace{\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}}_{\substack{\text{Ρυθμός συνολικής μεταφοράς} \\ \text{ενέργειας μέσω θερμότητας,} \\ \text{έργου, και μάζας}}} = \underbrace{dE_{system} / dt}_{\substack{\text{Ρυθμός μεταβολής εσωτερικής,} \\ \text{κινητικής, δυναμικής κλπ.} \\ \text{ενέργειας}} \quad (\text{kW})$$

Γενικευμένη μορφή του ενεργειακού ισοζυγίου στη μονάδα του χρόνου

Οι ολικές ποσότητες είναι:

$$Q = \dot{Q}\Delta t, \quad W = \dot{W}\Delta t, \quad \text{και} \quad \Delta E = \frac{dE}{dt}\Delta t \quad (\text{kJ})$$

$$e_{in} - e_{out} = \Delta e_{system} \quad (\text{kJ/kg})$$

Ισοζύγιο ειδικής ενέργειας

$$\delta E_{in} - \delta E_{out} = dE_{system} \quad \text{ή} \quad \delta e_{in} - \delta e_{out} = de_{system}$$

Ισοζύγιο διαφορικών ενέργειας

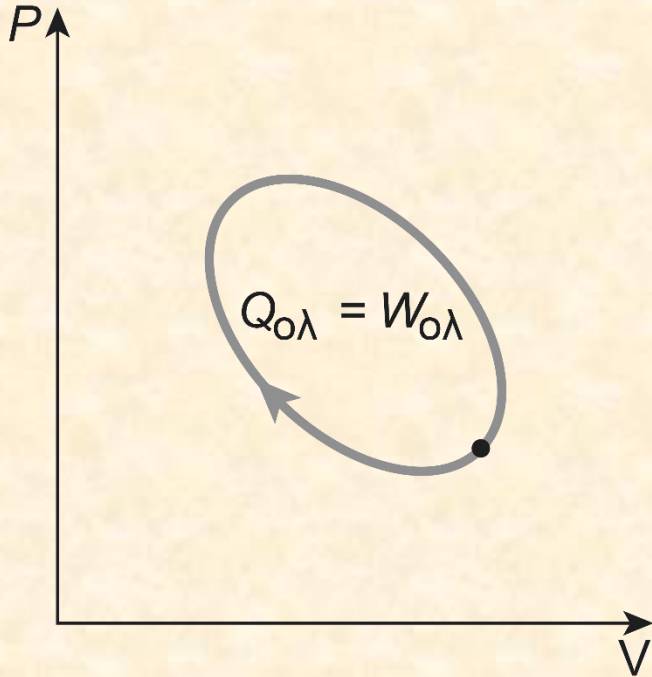
$$W_{ολ, out} = Q_{ολ, in} \quad \text{ή} \quad \dot{W}_{ολ, out} = \dot{Q}_{ολ, in} \quad (\text{ανά κύκλο})$$

Ισοζύγιο ενέργειας σε κύκλο

$$Q_{\text{ολ},\text{in}} - W_{\text{ολ},\text{out}} = \Delta E_{\text{system}} \quad \text{ή} \quad Q - W = \Delta E$$

$$Q = Q_{\text{ολ},\text{in}} = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}$$

$$W = W_{\text{ολ},\text{out}} = W_{\text{out}} - W_{\text{in}}$$



Γενική σχέση $Q - W = \Delta E$
Σταθεροποιημένα Συστήματα $Q - W = \Delta U$
Ανά μονάδα μάζας $q - w = \Delta e$
Διαφορική μορφή $dq - dw = de$

Ο πρώτος νόμος της Θερμοδυναμικής δε μπορεί να αποδειχτεί μαθηματικά, ωστόσο δεν είναι γνωστή κάποια φυσική διεργασία που να τον παραβιάζει. Αυτό αποτελεί μια επαρκή απόδειξη του νόμου αυτού.

Ενεργειακό ισοζύγιο ισόθλιπτων διεργασιών εκτόνωσης ή συμπίεσης

Γενική ανάλυση για ένα κλειστό σύστημα που εκτελεί ψευδοστατική ισόθλιπτη διεργασία. Η Q προσδίδεται **στο** σύστημα και το W παράγεται **από** το σύστημα.

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}} = \underbrace{\Delta E_{system}}$$

Συνολική μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας, έργου, και μάζας

Μεταβολή εσωτερικής, κινητικής, δυναμικής κλπ. ενέργειας

$$Q - W = \Delta U + \cancel{\Delta KE}^0 + \cancel{\Delta PE}^0$$

$$Q - W_{other} - W_b = U_2 - U_1$$

$$Q - W_{other} - P_0(V_2 - V_1) = U_2 - U_1$$

$$Q - W_{other} = (U_2 + P_2V_2) - (U_1 + P_1V_1)$$

$$H = U + PV$$

$$Q - W_{other} = H_2 - H_1$$

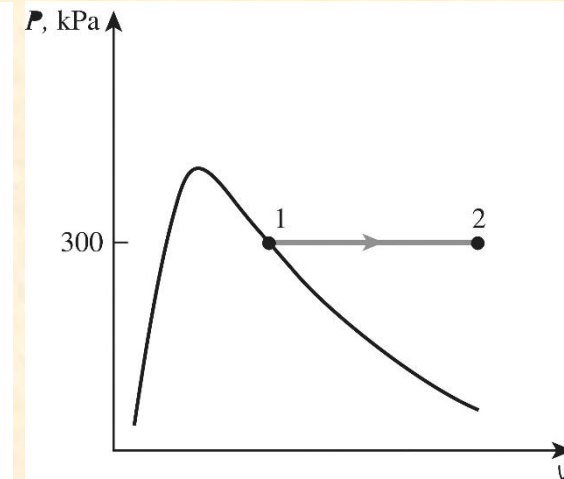
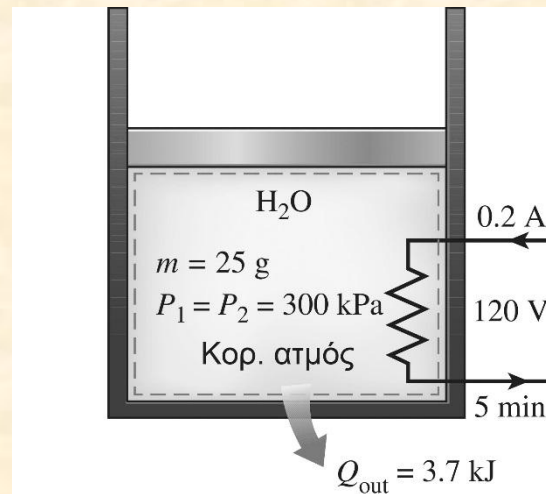
Σε ισόθλιπτες διεργασίες εκτόνωσης ή συμπίεσης:

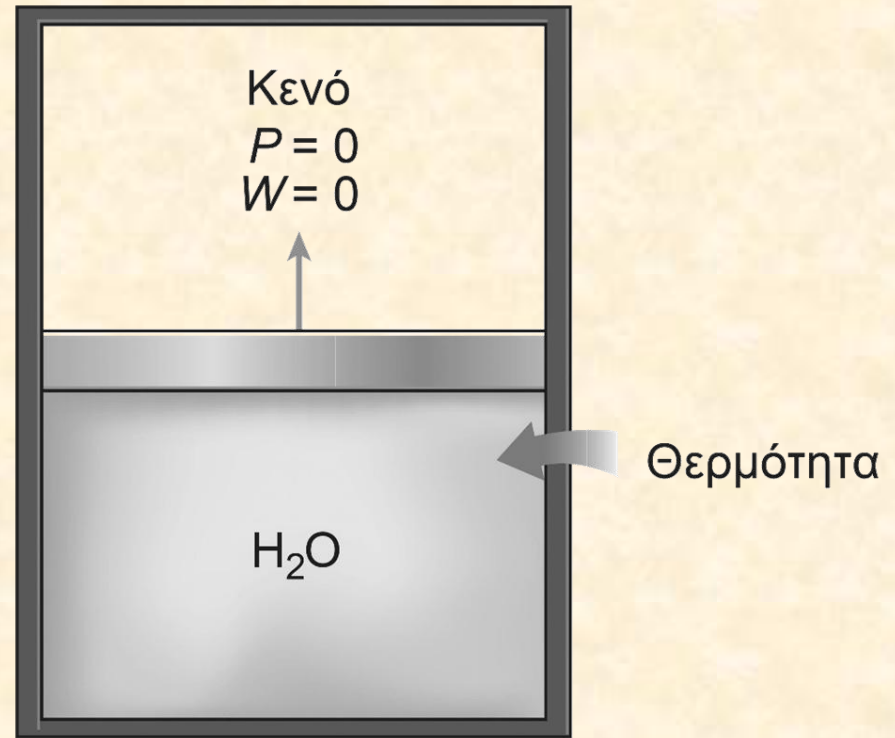
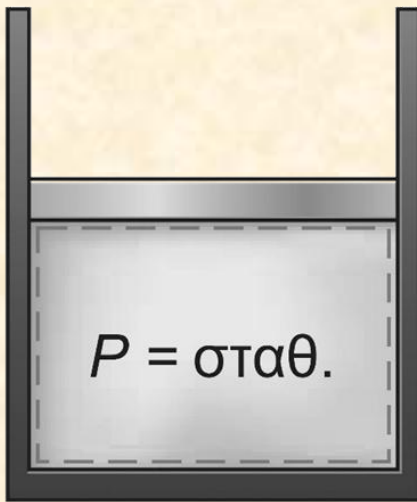
$$\Delta U + W_b = \Delta H$$

Παράδειγμα ισόθλιπτης εκτόνωσης

$$W_{e,in} - Q_{out} - W_b = \Delta U$$

$$W_{e,in} - Q_{out} = \Delta H = m(h_2 - h_1)$$





$$Q - W_{\text{other}} - W_b = \Delta U$$

$$Q - W_{\text{other}} = \Delta H$$

Η εκτόνωση στο κενό δε συνοδεύεται από συναλλαγή έργου, συνεπώς δε μεταφέρει ενέργεια.

Η παραπάνω σχέση ΔΕΝ ισχύει σε κλειστά συστήματα, εντός των οποίων και κατά τη διάρκεια της διεργασίας η πίεση ΔΕΝ παραμένει σταθερή.

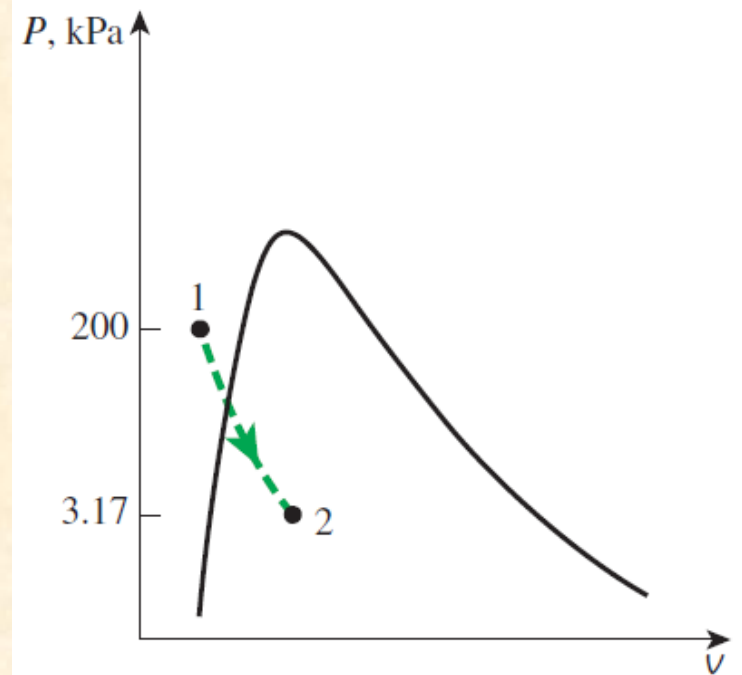
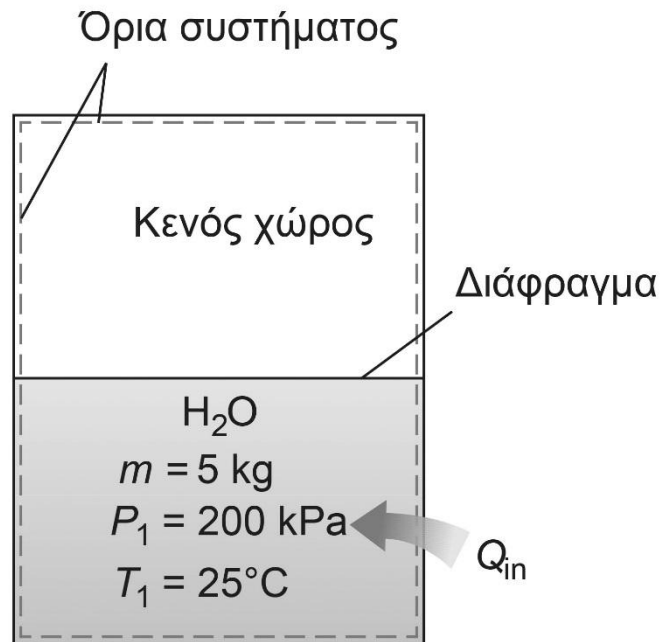
Συσκευές διαστολής

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}} = \underbrace{\Delta E_{system}}$$

Συνολική μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας, έργου, και μάζας

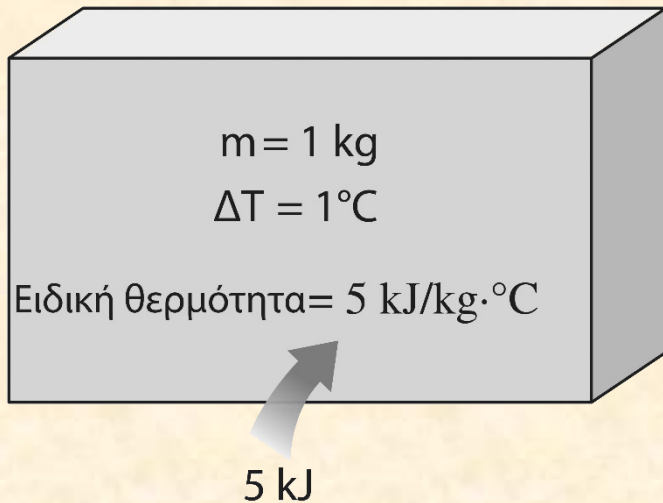
- Μεταβολή εσωτερικής, κινητικής, δυναμικής κλπ. ενέργειας

$$Q_{in} = \Delta U = m (u_2 - u_1)$$

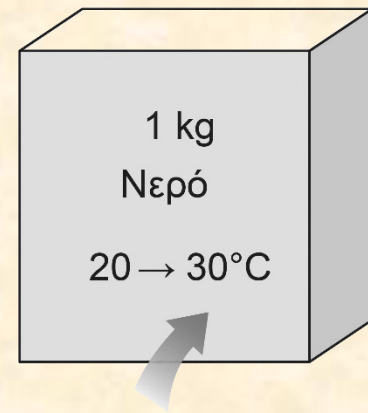


Ειδικές θερμότητες

- **Ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο, c_v :** είναι η ενέργεια που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία μιας μονάδας μάζας μια ουσίας κατά 1°C , υπό σταθερό όγκο.
- **Ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση, c_p :** είναι η ενέργεια που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία μιας μονάδας μάζας μια ουσίας κατά 1°C , υπό σταθερή πίεση.

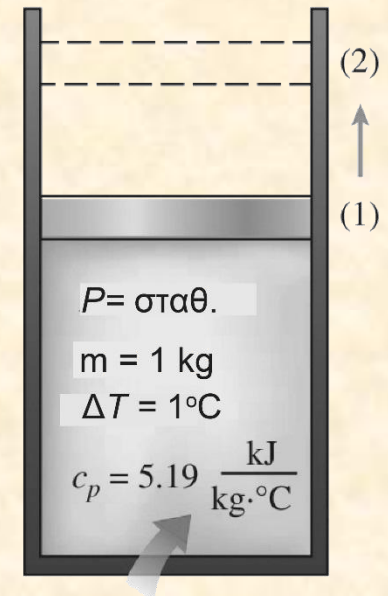
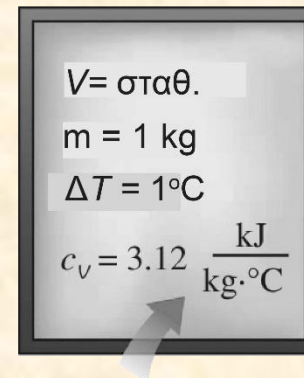


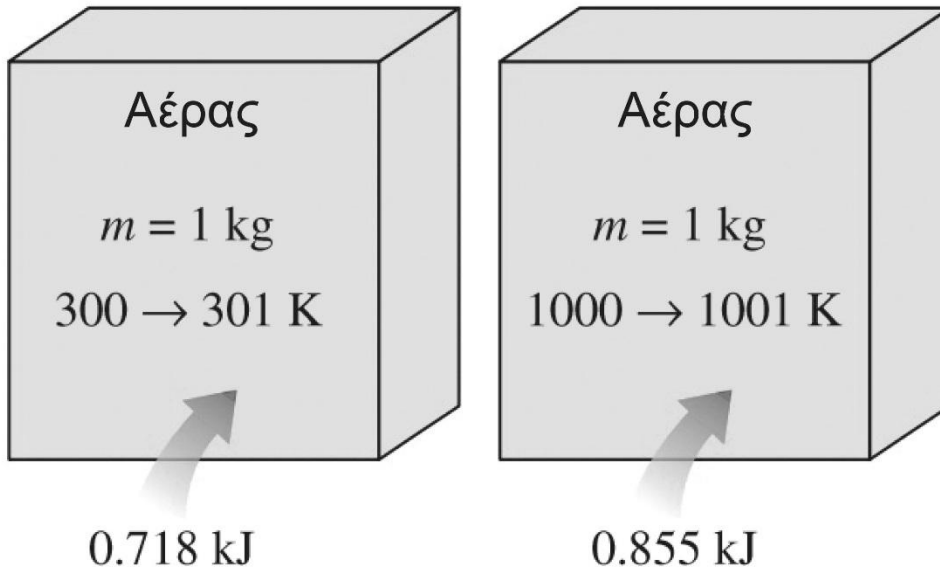
Η ειδική θερμότητα είναι η ενέργεια που απαιτείται για την αύξηση της θερμοκρασίας μιας μονάδας μάζας κατά 1°C , υπό ένα συγκεκριμένο τρόπο.



Για την ίδια άνοδο της θερμοκρασίας διαφορετικών σωμάτων, απαιτούνται διαφορετικά ποσά θερμότητας.

Ειδικές θερμότητες υπό σταθερό όγκο και υπό σταθερή πίεση για το ήλιον.





Σωστό ή λάθος;

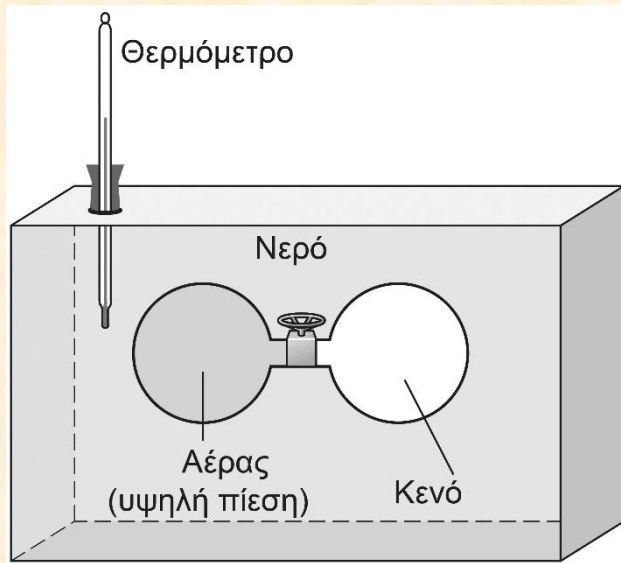
Η c_p είναι πάντα μεγαλύτερη από την c_v

- Οι ορισμοί των ειδικών θερμοτήτων ισχύουν για κάθε ουσία που υφίσταται την οποιαδήποτε διεργασία.
- Οι c_v και c_p είναι ιδιότητες.
- Η c_v σχετίζεται με μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας κι η c_p με μεταβολές της ενθαλπίας.
- Μια συνήθης μονάδα των ειδικών θερμοτήτων είναι το $\text{kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ή το $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$.
Αυτές οι μονάδες είναι ισοδύναμες;



Ο ακριβής ορισμός των ειδικών θερμοτήτων

Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία & ειδικές θερμότητες των ιδανικών αερίων



Με αυτήν την πειραματική διάταξη, ο Joule έδειξε ότι $u=u(T)$

$$\begin{aligned}
 u &= u(T) \\
 h &= h(T) \\
 c_v &= c_v(T) \\
 c_p &= c_p(T)
 \end{aligned}$$

Για τα ιδανικά αέρια, τα u , h , c_v και c_p εξαρτώνται μόνο από τη θερμοκρασία.

$$\left. \begin{aligned}
 h &= u + Pv \\
 Pv &= RT
 \end{aligned} \right\} h = u + RT$$

$$u = u(T) \quad h = h(T)$$

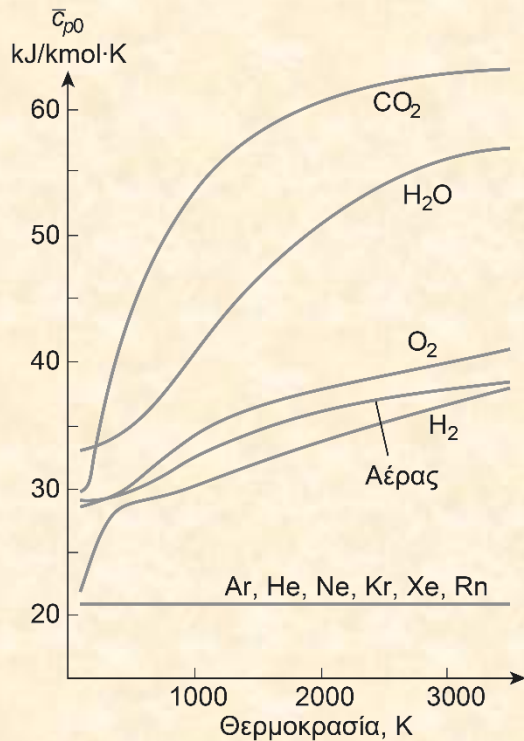
$$du = c_v(T) dT \quad dh = c_p(T) dT$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T) dT$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T) dT$$

Μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας και της ενθαλπίας ιδανικού αερίου.

- Υπο χαμηλή πίεση, όλα τα πραγματικά αέρια προσεγγίζουν τη συμπεριφορά του ιδανικού αερίου, συνεπώς οι ειδικές θερμότητές τους εξαρτώνται μόνο από τη θερμοκρασία.
- Οι ειδικές θερμότητες των πραγματικών αερίων υπό χαμηλές πιέσεις καλούνται *ειδικές θερμότητες κατάστασης ιδανικού αερίου* ή *ειδικές θερμότητες μηδενικής πίεσης* και συμβολίζονται με c_{p0} και c_{v0} .



Ειδικές θερμότητες υπό σταθερή πίεση.

- Δεδομένα για τις u και h πολλών αερίων, διατίθενται πινακοποιημένα.
- Οι πίνακες αυτοί συντάσσονται πάντα με βάση ένα αυθαίρετο σημείο αναφοράς.

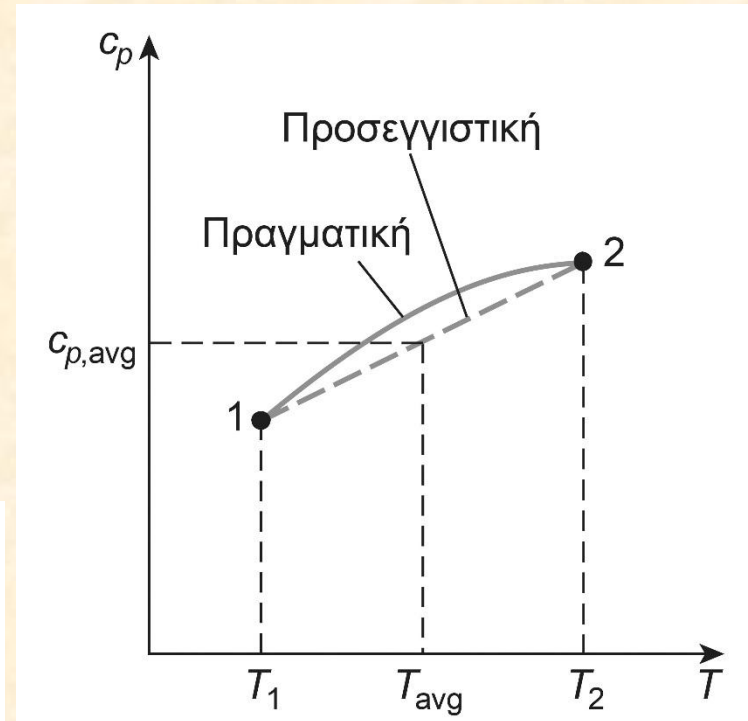
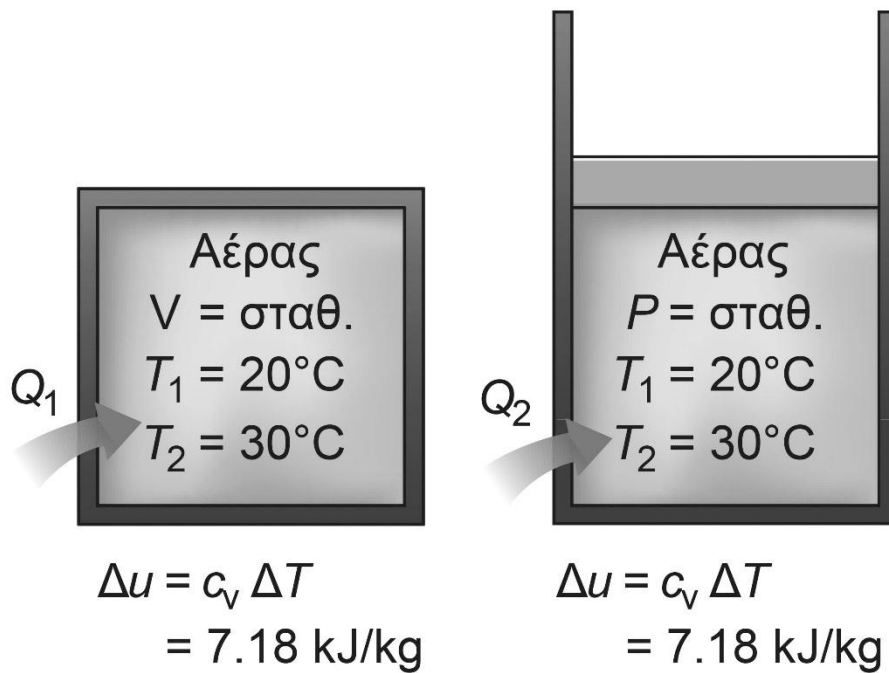
Αέρας			
T, K	$u, kJ/kg$	$h, kJ/kg$	
0	0	0	
·	·	·	
·	·	·	
300	214.07	300.19	
310	221.25	310.24	
·	·	·	
·	·	·	

Κατά την κατάστρωση ενός πίνακα ιδιοτήτων ιδανικού αερίου, οι 0K επιλέγονται ως θερμοκρασία αναφοράς.

Μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας και τις ενθαλπίες, θεωρώντας σταθερές ειδικές θερμότητες:

$$u_2 - u_1 = c_{v,avg}(T_2 - T_1) \quad (\text{kJ/kg})$$

$$h_2 - h_1 = c_{p,avg}(T_2 - T_1)$$

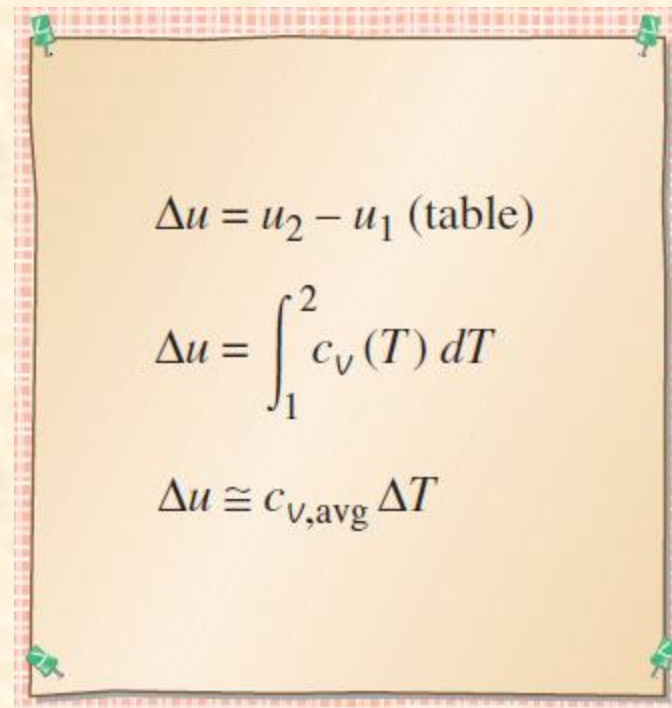


Για γειτονικές θερμοκρασίες, μπορούμε να θεωρούμε ότι η ειδική θερμότητα μεταβάλλεται γραμμικά με τη θερμοκρασία.

Η σχέση $\Delta u = c_v \Delta T$ ισχύει για κάθε διεργασία, είτε υπό σταθερό όγκο είτε όχι.

Τρεις τρόποι για τον υπολογισμό των Δu και Δh

1. Με χρήση πινακοποιημένων δεδομένων. Είναι η ευκολότερη και **ακριβέστερη** μέθοδος, όταν διατίθενται πίνακες.
2. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις των c_v ή c_p (βλ. Πίνακα A-2c) συναρτήσει της θερμοκρασίας κι υπολογίζοντας τα ολοκληρώματα. Είναι μια δύσχρηστη μέθοδος για υπολογισμούς «με το χέρι», αλλά είναι κατάλληλη για υπολογιστικούς κώδικες. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι **πολύ ακριβή**.
3. Με χρήση μέσων ειδικών θερμοτήτων. Είναι η απλούστερη και πιο βολική μέθοδος, όταν δε διατίθενται πίνακες. Τα αποτελέσματα είναι **αρκούντως ακριβή** αν το εύρος των θερμοκρασιών δεν είναι πολύ μεγάλο.


$$\Delta u = u_2 - u_1 \text{ (table)}$$
$$\Delta u = \int_1^2 c_v(T) dT$$
$$\Delta u \cong c_{v,\text{avg}} \Delta T$$

Τρεις τρόποι για τον υπολογισμό της Δu

Ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων

$$\left. \begin{aligned} h &= u + RT, \\ dh &= du + R dT \\ dh &= c_p dT \text{ και } du = c_v dT \end{aligned} \right\}$$

Η σχέση μεταξύ c_p , c_v και R :

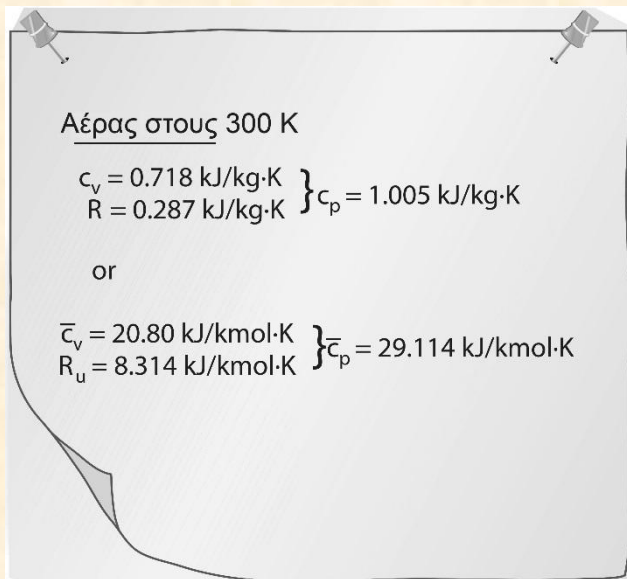
$$c_p = c_v + R \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες:

$$\bar{c}_p = \bar{c}_v + R_u \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad \text{Λόγος ειδικών θερμοτήτων}$$

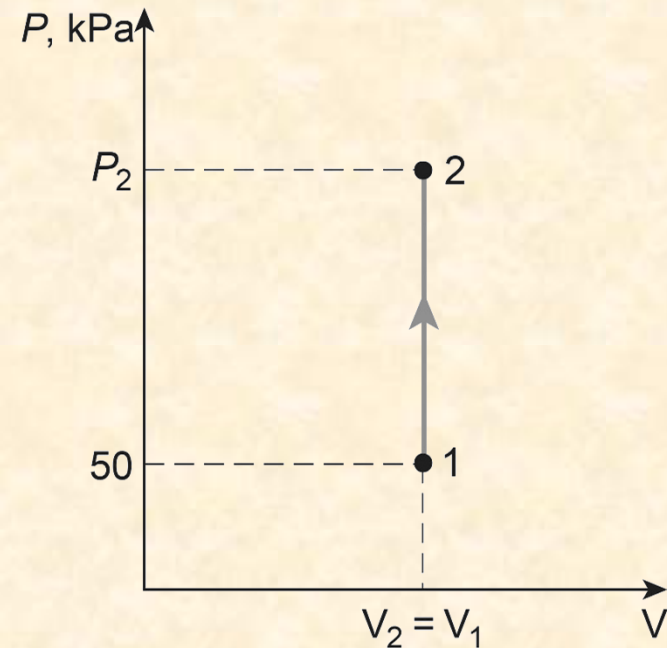
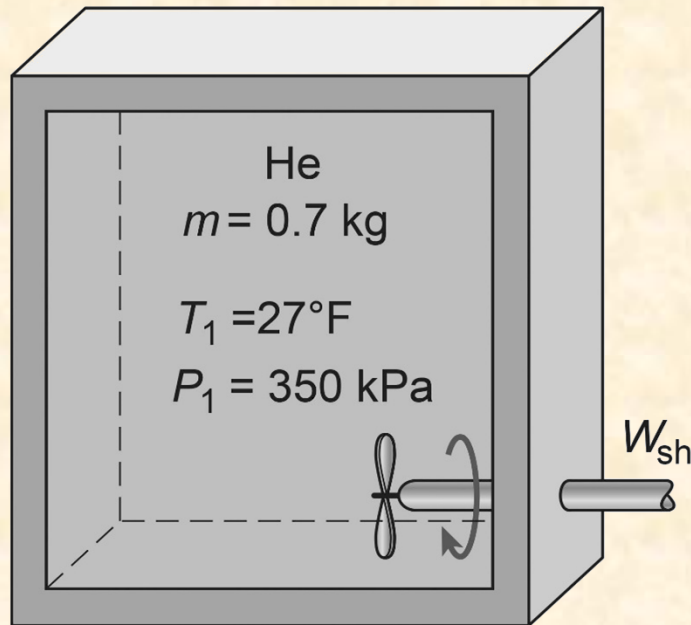
- Ο λόγος ειδικών θερμοτήτων εξαρτάται από τη θερμοκρασία, αλλά όχι πολύ έντονα.
- Για μονοατομικά αέρια (ήλιον, αργόν κ.λπ.), λαμβάνει την τιμή 1,667.
- Για πολλά διατομικά αέρια, καθώς επίσης και για τον αέρα, λαμβάνει την τιμή 1,4.



Η c_p ενός ιδανικού αερίου μπορεί να προσδιοριστεί με βάση τις c_v και R .

Θέρμανση αερίου σε δοχείο δι' αναδεύσεως

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\substack{\text{Συνολική μεταφορά ενέργειας} \\ \text{μέσω θερμότητας, έργου, και} \\ \text{μάζας}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\substack{\text{Μεταβολή εσωτερικής,} \\ \text{κινητικής, δυναμικής κλπ.} \\ \text{ενέργειας}}$$
$$W_{\alpha\xi,\text{in}} = \Delta U = m(u_2 - u_1) = mc_{v,\text{avg}} (T_2 - T_1)$$

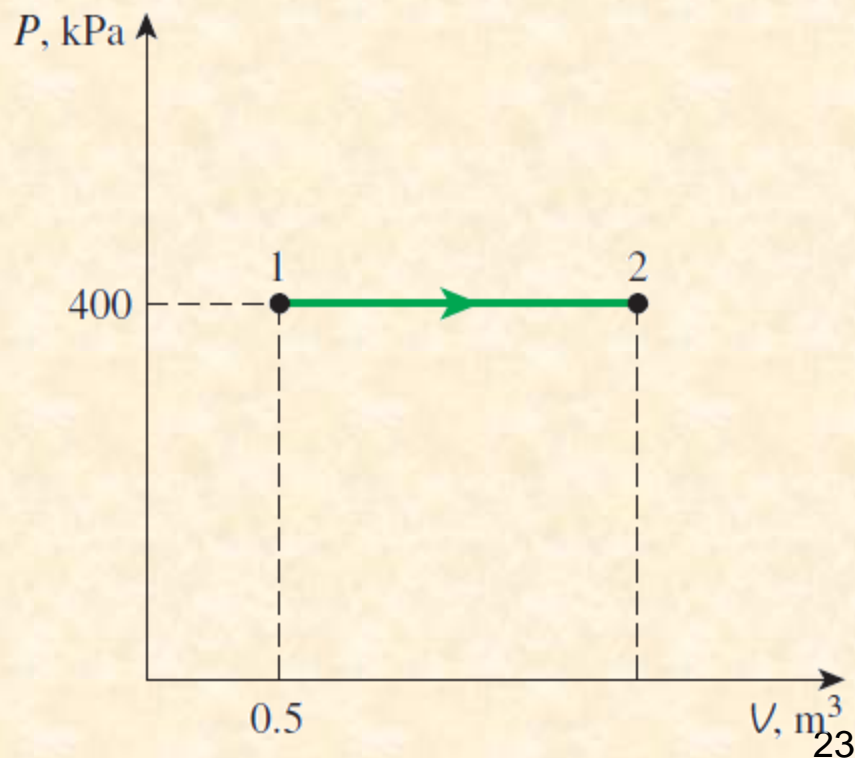
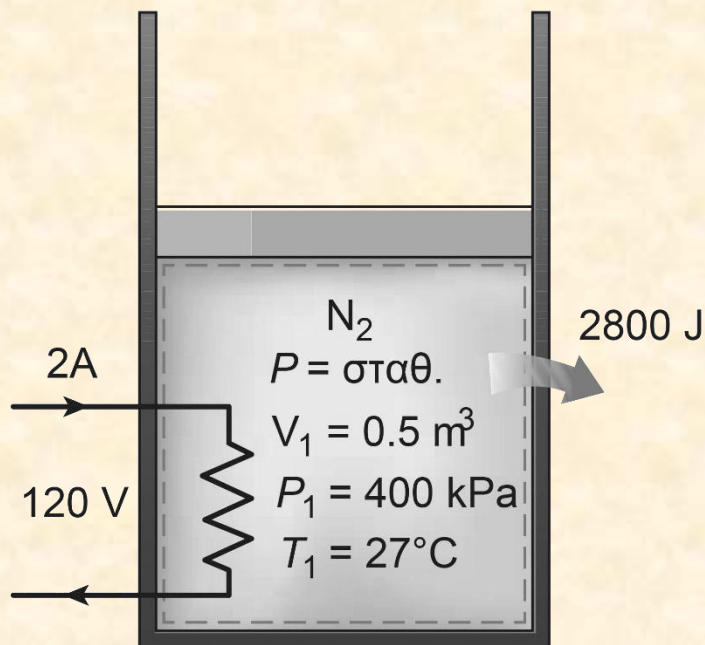


Θέρμανση αερίου με ηλεκτρική αντίσταση

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\text{Συνολική μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας, έργου, και μάζας}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\text{- Μεταβολή εσωτερικής, κινητικής, δυναμικής κλπ. ενέργειας}}$$

$$W_{e,in} - Q_{out} - W_{b,out} = \Delta U$$

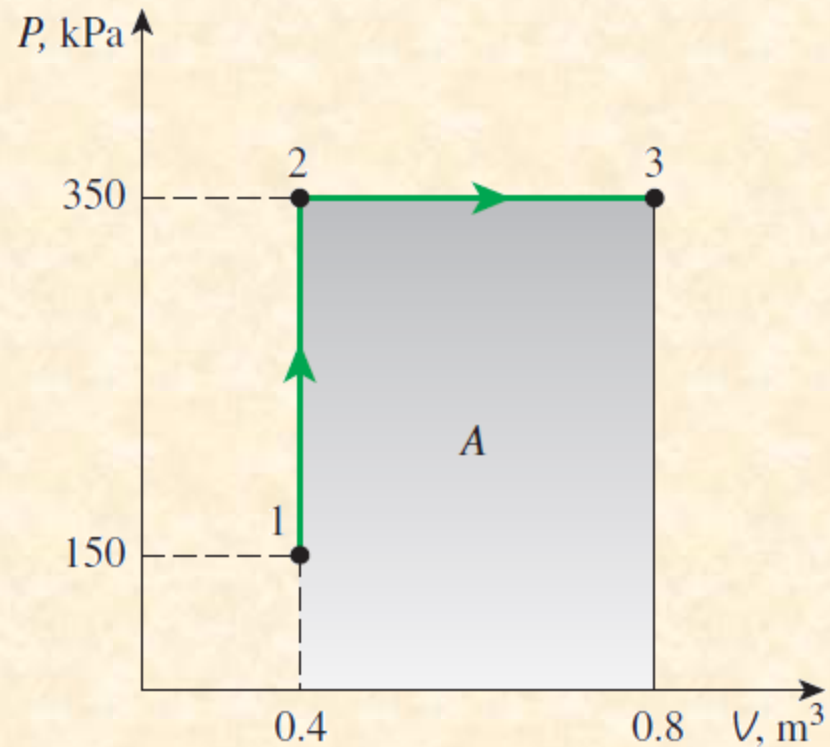
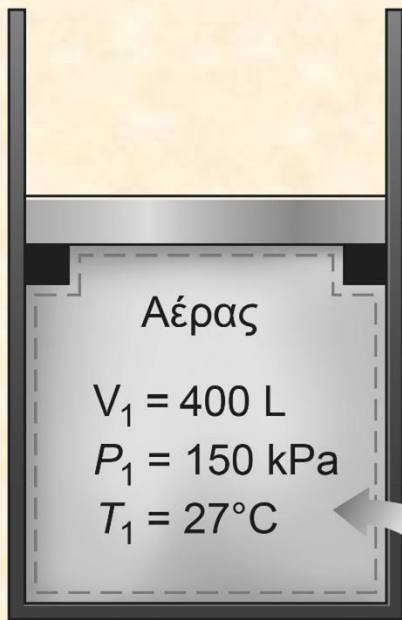
$$W_{e,in} - Q_{out} = \Delta H = m(h_2 - h_1) = mc_p(T_2 - T_1)$$



Θέρμανση αερίου υπό σταθερή πίεση

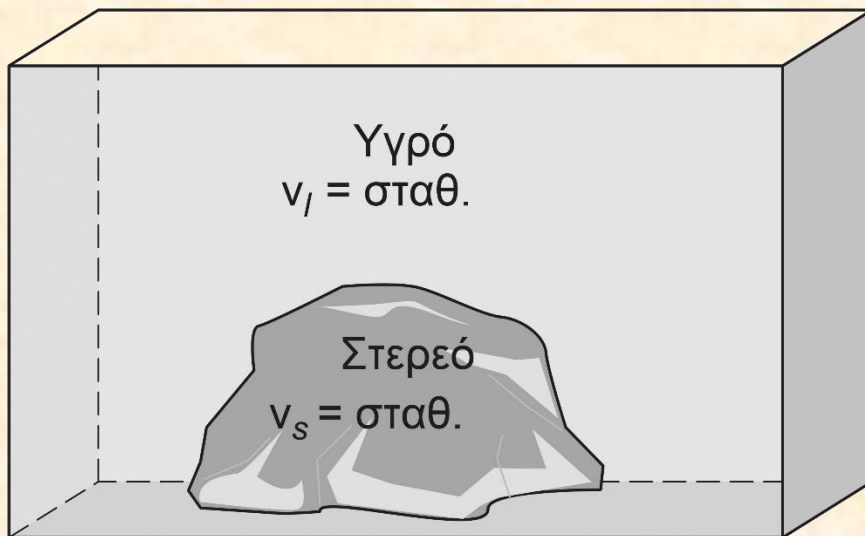
$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\text{Συνολική μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας, έργου, και μάζας}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\text{- Μεταβολή εσωτερικής, κινητικής, δυναμικής κλπ. ενέργειας}}$$

$$Q_{\text{in}} - W_{b,\text{out}} = \Delta U = m (u_3 - u_1)$$

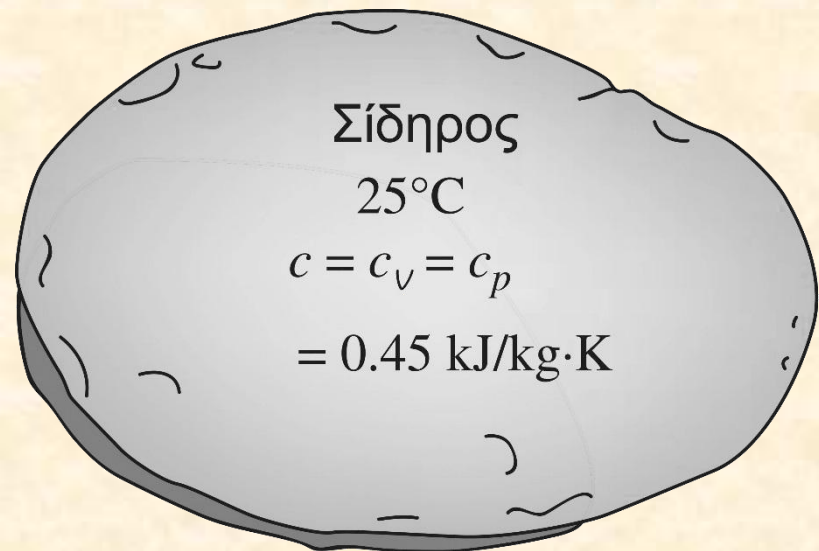


Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία & ειδικές θερμότητες στερεών και υγρών

Ασυμπίεστη ουσία: είναι μια ουσία σταθερού ειδικού όγκου (ή πυκνότητας). Τα στερεά και τα υγρά είναι ασυμπίεστες ουσίες.



Οι ειδικοί όγκοι των ασυμπίεστων ουσιών παραμένουν σταθεροί κατά τη διάρκεια μιας διεργασίας.



Οι τιμές των c_p και c_v των ασυμπίεστων ουσιών είναι ίσες και συμβολίζονται με c .

Μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας

$$du = c_v dT = c(T) dT$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c(T) dT \quad (\text{kJ/kg})$$

$$\Delta u \cong c_{\text{avg}}(T_2 - T_1) \quad (\text{kJ/kg})$$

Μεταβολές της ενθαλπίας

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + v dP + P d\overset{0}{v} = du + v dP$$

$$\Delta h = \Delta u + v \Delta P \cong c_{\text{avg}} \Delta T + v \Delta P \quad (\text{kJ/kg})$$

Στα στερεά, ο όρος $v\Delta P$ είναι αμελητέος, άρα $\Delta h = c_{\text{avg}}\Delta T$. Στα υγρά συνήθως μελετάμε δύο περιπτώσεις:

1. Ισόθλιπτες διεργασίες (π.χ. συστήματα θέρμανσης): $\Delta h = \Delta u = c_{\text{avg}}\Delta T$.
2. Ισοθερμοκρασιακές διεργασίες (π.χ. αντλίες): $\Delta h = v\Delta P$.

Ενθαλπία υπόψυκτου υγρού:

$$h_{@P,T} \cong h_{f@T} + v_{f@T}(P - P_{\text{sat}@T})$$

Ενθαλπία υπόψυκτου υγρού (προσέγγιση): $h_{@P,T} \cong h_{f@T}$

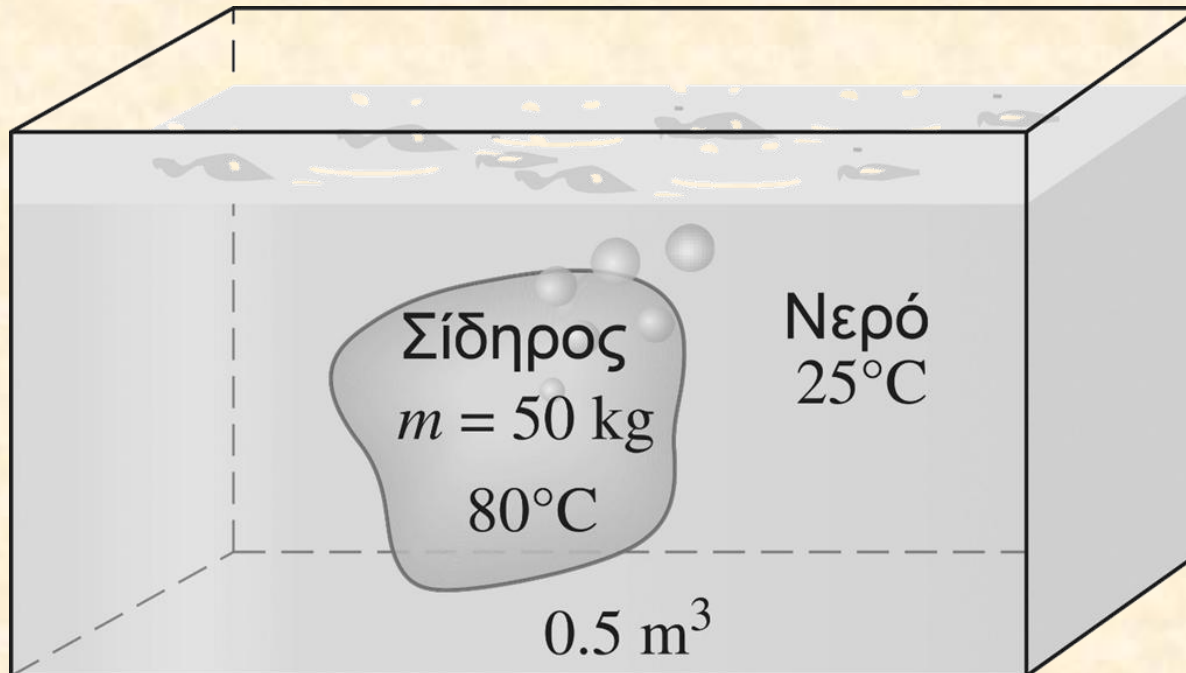
Ψύξη μιας μάζας σιδήρου σε νερό

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\text{Συνολική μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας, έργου, και μάζας}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\text{Μεταβολή εσωτερικής, κινητικής, δυναμικής κλπ. ενέργειας}}$$

$$0 = \Delta U$$

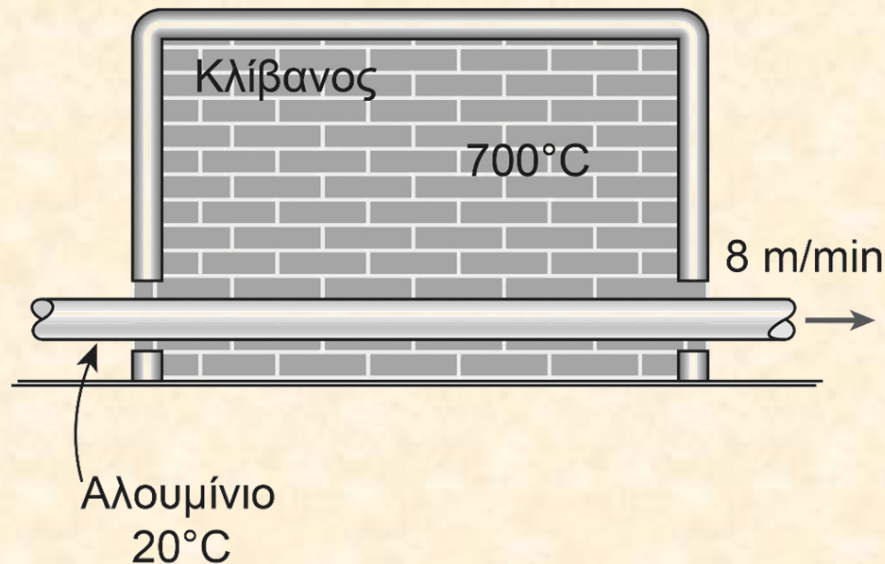
$$\Delta U_{\text{συστ}} = \Delta U_{\text{σιδ}} + \Delta U_{\text{νερ}} = 0$$

$$[mc(T_2 - T_1)]_{\text{σιδ}} + [mc(T_2 - T_1)]_{\text{νερ}} = 0$$



Θέρμανση ράβδων αλουμινίου σε κλίβανο

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\text{Συνολική μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας, έργου, και μάζας}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\text{- Μεταβολή εσωτερικής, κινητικής, δυναμικής κλπ. ενέργειας}}$$
$$Q_m = \Delta U_{rod} = m(u_2 - u_1)$$
$$Q_{in} = mc(T_2 - T_1)$$



Περίληψη

- Έργο ογκομεταβολής
 - ✓ W_b ισοθερμοκρασιακών διεργασιών
 - ✓ W_b ισόθλιπτων διεργασιών
 - ✓ W_b πολυτροπικών διεργασιών
- Ενεργειακά ισοζύγια σε κλειστά συστήματα
 - ✓ Ενεργειακό ισοζύγιο ισόθλιπτης εκτόνωσης - συμπίεσης
- Ειδικές θερμότητες
 - ✓ Ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση, c_p
 - ✓ Ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο, c_v
- Εσωτερικές ενέργειες, ενθαλπίες και ειδικές θερμότητες ιδανικών αερίων
 - ✓ Σχέσεις ειδικών θερμοτήτων για ιδανικά αέρια
- Εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία κι ειδικές θερμότητες ασυμπίεστων ουσιών (στερεών και υγρών).