

Περιεχόμενα

1 Χώροι Hilbert	1
1.1 Διανυσματικοί Χώροι με Εσωτερικό Γινόμενο	1
1.2 Ο Χώρος Hilbert	6
1.3 Βέλτιστη Προσέγγιση-Ορθή Προβολή	10
1.4 Ορθογώνιο Συμπλήρωμα	15
1.5 Ο δυϊκός του χώρου Hilbert	17
1.6 Ορθοκανονικές βάσεις	20
1.7 Διαχωρίσιμοι χώροι Hilbert	27
1.8 Σειρά Fourier-Θεώρημα Fejér	32
1.9 Ασκήσεις	38
2 Φραγμένοι Τελεστές	43
2.1 Γενικές έννοιες - Ορισμοί	43
2.2 Παραδείγματα τελεστών	48
2.3 Ο χώρος των φραγμένων τελεστών	53
2.4 Ημιαντι-διγραμμικές μορφές	57
2.5 Ο συζυγής ενός τελεστή	59
2.6 Αυτοσυζυγείς, φυσιολογικοί τελεστές	63
2.7 Αντιστρέψιμοι τελεστές	71
2.8 Πίνακες τελεστών	81
2.9 Εφαρμογές	83
2.9.1 Επίλυση $\infty \times \infty$ γραμμικών συστημάτων	83
2.9.2 Επίλυση Ολοκληρωτικών Εξισώσεων	86

2.10 Τετραγωνική ρίζα θετικών τελεστών	89
2.10.1 Εφαρμογές της τετραγωνικής ρίζας	91
2.11 Προβολές	95
2.12 Φάσμα Τελεστή	104
2.12.1 Διαμέριση Φάσματος	107
2.13 Ασκήσεις	114
3 Συμπαγείς τελεστές	119
3.1 Τελεστές πεπερασμένης τάξης	119
3.2 Συμπαγείς τελεστές	121
3.3 Τελεστές Hilbert-Schmidt	127
3.4 Φασματική θεωρία συμπαγών τελεστών	128
3.5 Αυτοσυζυγείς συμπαγείς τελεστές	133
3.6 Ασκήσεις	136
4 Φασματικό Θεώρημα	139
4.1 Το Φασματικό θεώρημα-πεπερασμένη διάσταση	139
4.2 Ευθύ εσωτερικό άθροισμα	142
4.3 Το φασματικό θεώρημα για συμπαγείς τελεστές	144
4.4 Εφαρμογές Φασματικού Θεωρήματος	152
4.4.1 Συνέπειες	153
4.4.2 Επίλυση ολοκληρωτικών εξισώσεων	157
4.5 Ασκήσεις	161
5 Τελεστές σε χώρους Banach	163
5.1 Ο συζυγής τελεστής	163
5.2 Συμπαγείς τελεστές σε χώρους Banach	166
5.3 Ασκήσεις	169
6 Τελεστές Fredholm	171
6.1 Εισαγωγικές έννοιες	171
6.2 Ορισμοί - ιδιότητες	174
6.3 Ασκήσεις	181

7 Μη φραγμένοι Τελεστές	183
7.1 Εισαγωγή	183
7.2 Κλειστοί τελεστές	185
7.3 Ο συζυγής τελεστής	189
7.4 Συμμετρικοί και Αυτοσυζυγείς τελεστές	195
7.5 Κβαντική Μηχανική και Τελεστές	200
7.6 Ασκήσεις	203
8 Λύσεις των Ασκήσεων	205
Βιβλιογραφία	231
Πίνακας συμβόλων	234
Ευρετήριο Ελληνικών Όρων	236
Ευρετήριο Ξενόγλωσσων Όρων	239