



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας  
Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής & Τηλεπικοινωνιών

---

# Βιοϊατρική τεχνολογία

**Ενότητα:** Γενικές Αρχές Επεξεργασίας  
Βιολογικών Σημάτων

Αν. καθηγητής Αγγελίδης Παντελής

e-mail: [paggelidis@uowm.gr](mailto:paggelidis@uowm.gr)

ΕΕΔΙΠ Μπέλλου Σοφία

e-mail: [sbellou@uowm.gr](mailto:sbellou@uowm.gr)

**Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών**

---



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Άδειες Χρήσης

---

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ψηφιακά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Εισαγωγή

---

Παρουσίαση μεθόδων και τεχνικών επεξεργασίας σημάτων που προέρχονται από βιολογικά συστήματα:

- Ηλεκτροκαρδιογράφημα (καρδιά).
- Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (εγκέφαλος).
- Ηλεκτρομυογράφημα (μύες).
- Πίεση αίματος (μηχανική λειτουργία, κυκλοφορικό σύστημα).



# Τι είναι σήμα;

- Σήμα είναι το αποτέλεσμα της μέτρησης ενός φυσικού μεγέθους. Περιέχει και μεταφέρει πληροφορία.
- Ένα σήμα εκφράζει την κατάσταση ενός συστήματος που εξελίσσεται:
  - Τα βιολογικά σήματα είναι σήματα που χρησιμοποιούνται στο πεδίο της βιοϊατρικής, κυρίως για την εξαγωγή πληροφορίας για το υπό εξέταση βιολογικό σύστημα.
  - Η διαδικασία εξαγωγής πληροφορίας μπορεί να είναι:
    - απλή, π.χ. εκτίμηση μέσου καρδιακού ρυθμού ενός ασθενή από το γιατρό με την αφή
    - πολύπλοκη, π.χ. ανάλυση δομής μαλακών ιστών με χρήση CT συσκευής.
  - Η λήψη του σήματος δεν είναι αρκετή. Απαιτείται επεξεργασία σήματος για εξαγωγή «θαμμένης» πληροφορίας.



# ΣΚΟΠΟΣ

---

- Βιοσήματα.
- Ηλεκτροκαρδιογράφημα (καρδιά).
- Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (εγκέφαλος).
- Ηλεκτρομυογράφημα (μύες).
- Ψηφιακή επεξεργασία σήματος.
- Διαδικασία Ψηφιοποίησης.
- Υλοποίηση Ψηφιακών φίλτρων.



# Βιοσήματα (1/6)

---

Τα βιοσήματα προέρχονται από διάφορες πηγές.

Θα εμβαθύνουμε σε:

- Σήματα τα οποία παράγονται από την **ηλεκτρική δραστηριότητα νευρικών και μυϊκών/καρδιακών κυττάρων** και
- σήματα τα οποία προκαλούνται από κάποια **μηχανική λειτουργία** του βιολογικού συστήματος.



# Βιοσήματα (2/6)

---

## ΗΚΓ, ΗΜΓ, ΗΕΓ

- Τα σήματα που παράγονται από την **ηλεκτρική δραστηριότητα νευρικών και μυϊκών κυττάρων** είναι μοναδικά στα βιοϊατρικά συστήματα.
- Πηγή τους: το **δυναμικό μεμβράνης** - κάτω από ορισμένες συνθήκες μπορεί να διεγερθεί και να παράγει ένα δυναμικό δράσης.





# Βιοσήματα (3/6)

---

- Σε κυτταρικό επίπεδο χρησιμοποιούμε **μικροηλεκτρόδια** ως αισθητήρες για μέτρηση δυναμικού δράσης.
- Σε μεγαλύτερες μετρήσεις όπου, π.χ. χρησιμοποιούνται **ηλεκτρόδια επιφανείας** ως αισθητήρες, το ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται από τη δράση πολλών κυττάρων που κατανέμονται σε γειτνιάζουσα με το ηλεκτρόδιο περιοχή, αποτελεί το βιολογικό σήμα.



# Βιοσήματα (4/6)

---

- Το ηλεκτρικό πεδίο μεταδίδεται μέσα από το βιολογικό μέσο -> το δυναμικό μπορεί να ληφθεί σε σχετικά κατάλληλες θέσεις στην επιφάνεια, περιορίζοντας την ανάγκη για επέμβαση στο σύστημα.
- Το βιολογικό σήμα απαιτεί ένα σχετικά απλό μετατροπέα για τη λήψη του. Ο μετατροπέας απαιτείται γιατί η ηλεκτρική αγωγή στο βιολογικό μέσο γίνεται μέσω ιόντων, ενώ η αγωγή στο σύστημα μέτρησης γίνεται μέσω ηλεκτρονίων.
- **ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΙΟΝΤΩΝ ΣΕ ΡΕΥΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ.**



# Μη ηλεκτρικά βιοσήματα (1/2)

---

Βιολογικές διεργασίες δημιουργούν **μεταβολές μη ηλεκτρικών μεγεθών** που πρέπει να μετρηθούν, π.χ.:

α) Μηχανικά μεγέθη: μετατόπιση, δύναμη, πίεση, ταχύτητα.

β) Θερμοκρασία.

γ) Φωτεινή ροή.

δ) Συγκέντρωση ιόντων.



# Μη ηλεκτρικά βιοσήματα (2/2)

---

Σήματα καταγραφής μηχανικής λειτουργίας (πχ. πίεση αίματος).

- Προκαλούνται από μηχανική λειτουργία του βιολογικού συστήματος - σήματα κίνησης, μετατόπισης, πίεσης, ροής.
- Χρειάζονται μετατροπείς.
- Το μηχανικό φαινόμενο **δεν** μεταδίδεται όπως το ηλεκτρικό πεδίο.
- Η μέτρηση γίνεται συνήθως στο ακριβές σημείο -> πολύπλοκη μέτρηση και επεμβατική.



# Μετρήσιμο φυσικό μέγεθος (1/2)

---

- **Διαφορά δυναμικού** (Volts) οφειλόμενη σε ηλεκτρικές πηγές μέσα στο σώμα δηλ.
- **Διαφορά δυναμικό:**
  - της καρδιάς (ECG, ΗΚΓ).
  - του εγκεφάλου (EEG, ΗΕΓ).
  - των περιφερειακών νεύρων (ENG, ΗΝΓ).
  - των μυών (EMG, ΗΜΓ).
- **Πίεση ρευστών** (mmHg) :
  - Αιματική πίεση στην καρδιά, στις αρτηρίες, στις φλέβες.
  - Πίεση ούρων στην ουροδόχο κύστη.
  - Πίεση αερίων στο γαστροεντερικό σύστημα.
  - Πίεση αερίων στο αίμα και στον αέρα των πνευμόνων ( $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $CO$ ,  $N_2$ ).



# Μετρήσιμο φυσικό μέγεθος (2/2)

---

- **pH:**
  - Αίματος.
  - Γαστρικών υγρών.
- **Παροχή ρευστών:**
  - Αίματος (ml/s).
  - Εισπνεόμενου/εκπνεόμενου αέρα (liters/min).
- **Απορρόφηση φωτός από ιστό (ανάλογη της αιματικής συγκέντρωσης).**
- **Ρυθμός αναπνοής (breaths/min).**
- **Καρδιακή συχνότητα (beats/min).**
- **Θερμοκρασία (°C).**



# Μη ηλεκτρικά βιοσήματα

---

- **Μηχανοηλεκτρικοί Μετατροπείς:** μηχανική ενέργεια.
- **Θερμοηλεκτρικοί Μετατροπείς:** θερμική ενέργεια.
- **Φωτοηλεκτρικοί Μετατροπείς:** ενέργεια φωτός.
- **Χημειοηλεκτρικοί Μετατροπείς:** χημική ενέργεια.



# Ηλεκτρικά Βιοσήματα

---

- Δεν χρειάζονται μετατροπέα.
- Το βασικό αισθητήριο είναι το **ηλεκτρόδιο** το οποίο μετατρέπει τη ροή ιόντων σε ροή ηλεκτρονίων στα καλώδια των μετρητικών διατάξεων (ή διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο ηλεκτροδίων).





# Βιοσήματα (5/6)

---

- Η επεξεργασία των βιοσημάτων έχει σαν σκοπό να φιλτράρει το σήμα που ενδιαφέρει από τον υπάρχοντα θόρυβο και να μειώσει το πλεόνασμα δεδομένων σε λίγες παραμέτρους.
- Οι παράμετροι που προκύπτουν μπορεί να έχουν ενδιαφέρον στην υποστήριξη της ιατρικής διάγνωσης ή στη διερεύνηση της βιολογικής διαδικασίας.



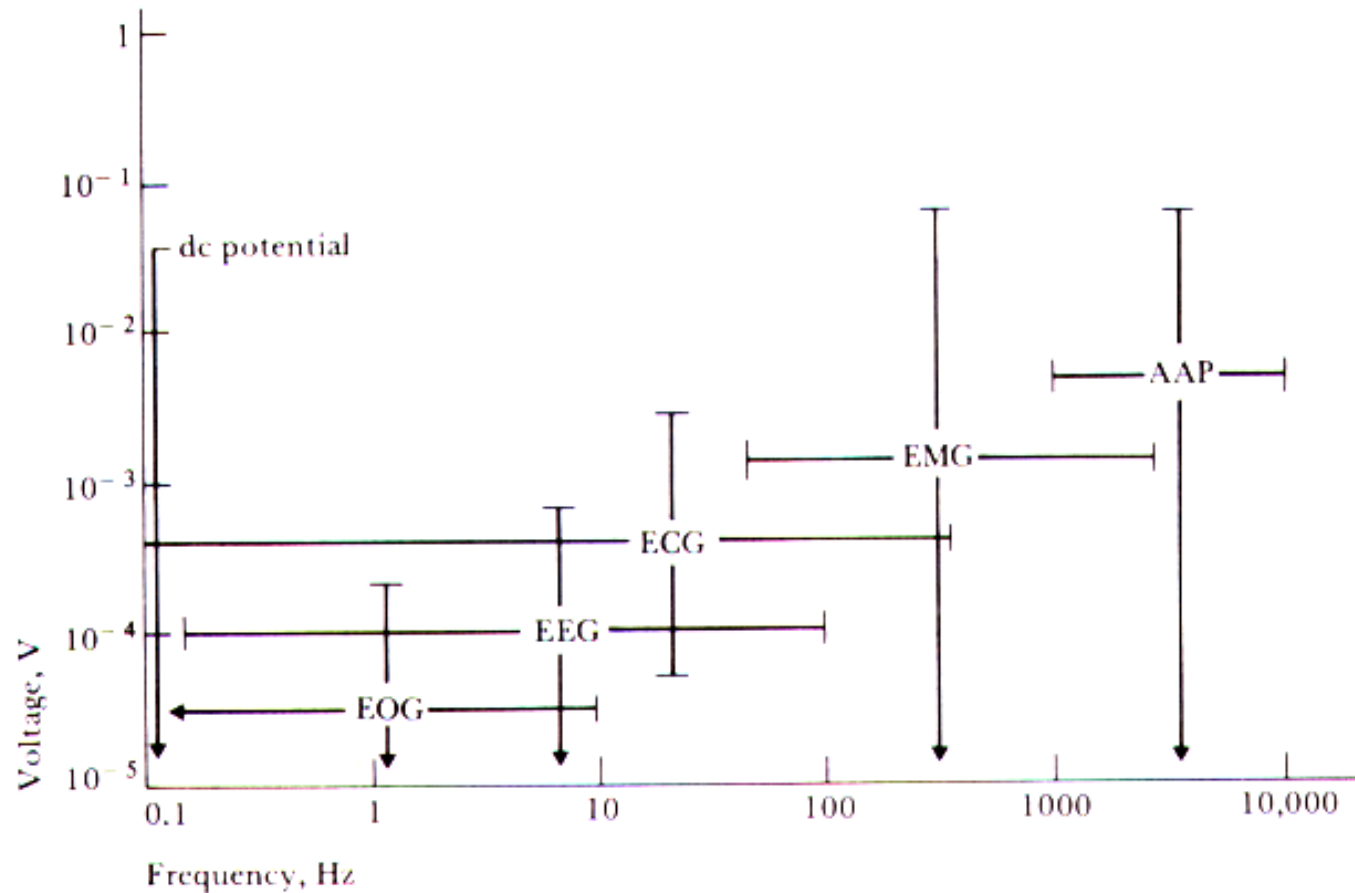
# Βιοσήματα (6/6)

---

- Σήματα μικρού εύρους - ανάγκη μεγάλης ενίσχυσης.
- Ποικίλο φάσμα συχνοτήτων.
- Σήματα με θόρυβο:
  - 50 Hz δικτύου.
  - Θόρυβος από μετακινήσεις.
- Η πληροφορία δεν μπορεί να εξαχθεί άμεσα από το καταγραφόμενο σήμα.

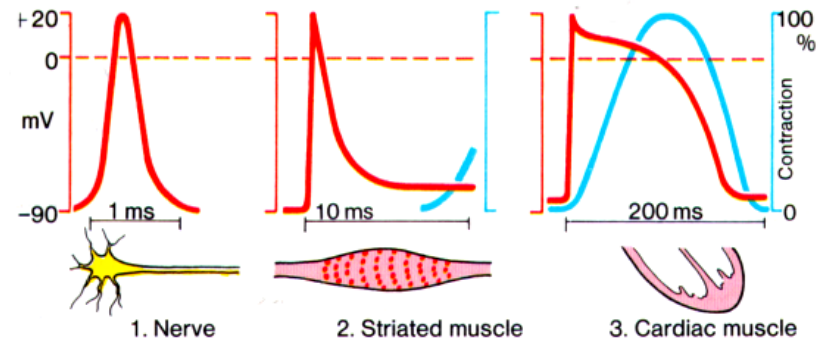


# Πλάτη & Συχνότητες Βιοσημάτων



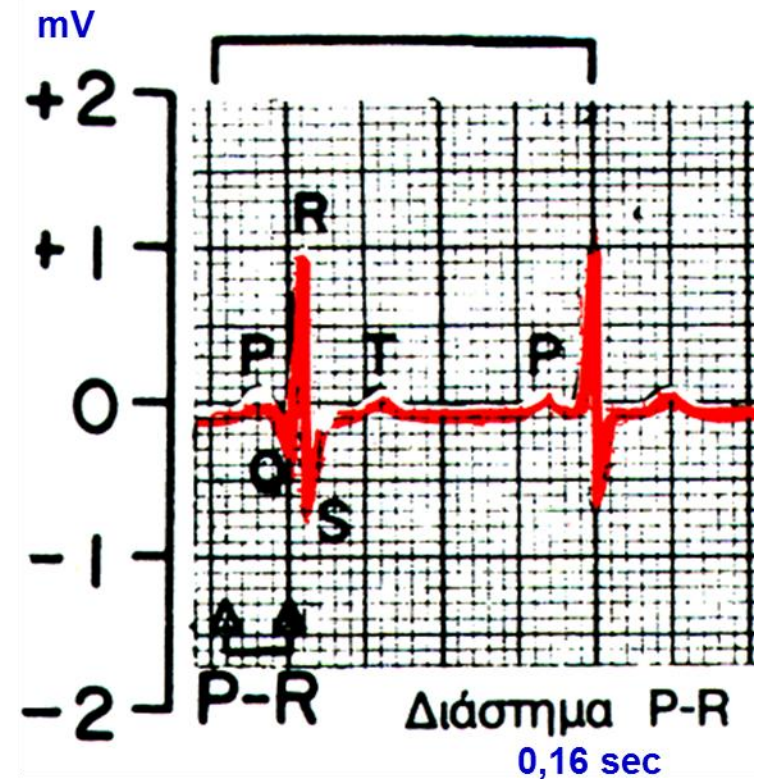
# Δυναμικό Δράσης

- **Νεύρα και κύτταρα μυών:**
  - Γρήγορη επαναπόλωση μετά την εκπόλωση.
  - Διάρκεια δυναμικού δράσης πολύ μικρή  $\sim 1\text{msec}$ .
- **Καρδιακός μυς:**
  - Πιο αργή επαναπόλωση.
  - Διάρκεια δυναμικού δράσης  $\sim 150 - 300\text{ msec}$ .



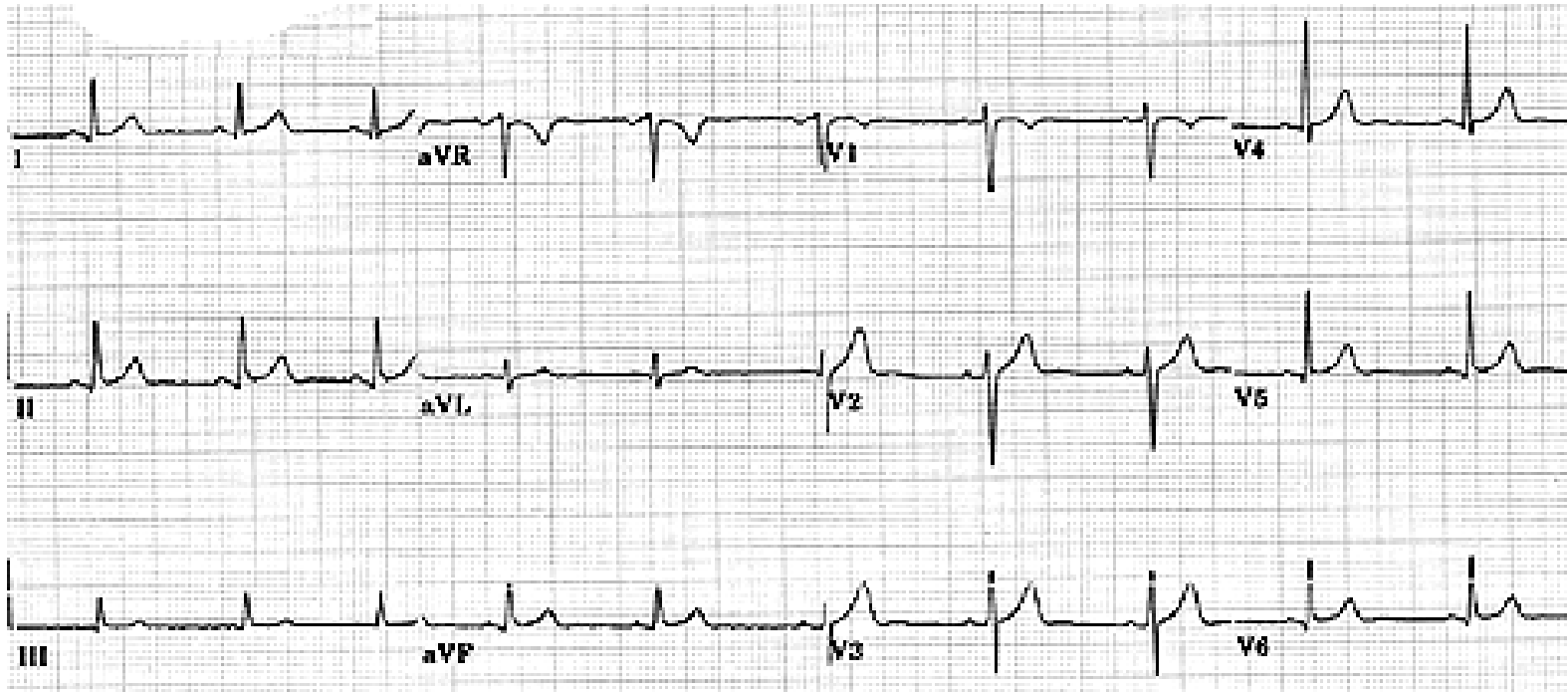
# Ηλεκτροκαρδιογράφημα (ΗΚΓ - ECG)

- Κύμα P.
  - Σύμπλεγμα QRS.
  - Κύμα T.
1. Κύματα εκπόλωσης:
    - Κύμα P: εκπόλωση κόλπων.
    - Σύμπλεγμα QRS: εκπόλωση κοιλιών.
  2. Κύματα επαναπόλωσης:
    - Κύμα T: ανάνηψη κοιλιών.



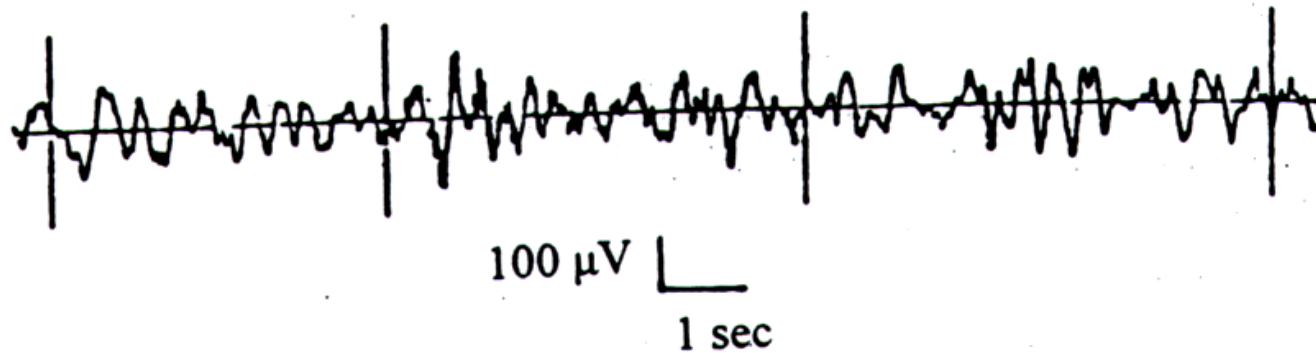
# Φυσιολογικά ΗΚΓ για όλες τις απαγωγές

---



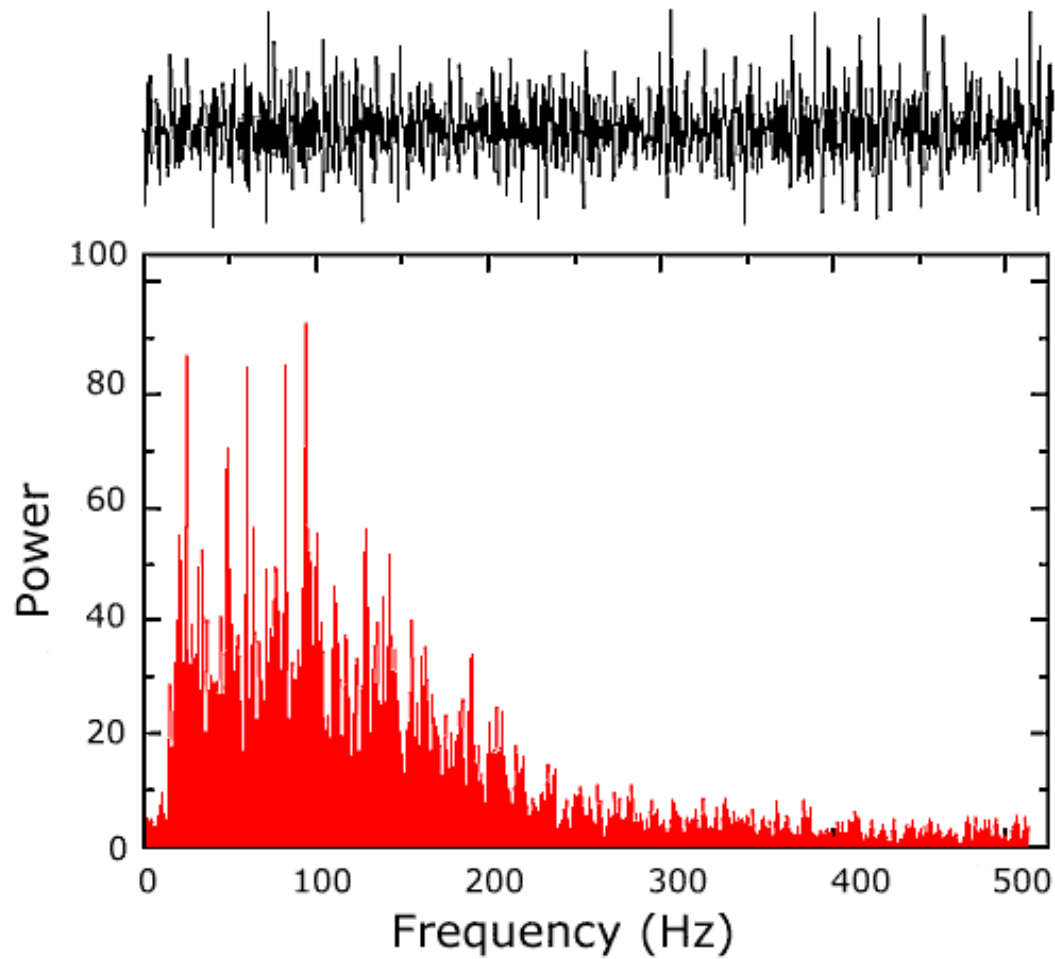
# Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ)

---



# Ηλεκτρομυογράφημα (ΗΜΓ)

---





# Κατηγορίες σημάτων

---

- Σήματα συνεχούς χρόνου.
- Σήματα συνεχούς χρόνου - διακριτού πλάτους.
- Σήματα διακριτού χρόνου.
- Ψηφιακά σήματα.



# Επεξεργασία σήματος

---

- Ως “επεξεργασία σήματος” ονομάζουμε το σύνολο των μεθόδων που εφαρμόζονται κατά το χειρισμό σημάτων.
- Στόχοι:
  - Εξαγωγή της πληροφορίας που φέρουν τα σήματα.
  - Μεταβολή του σήματος αυτού καθ’ εαυτού.
- Τα σήματα αναπαρίστανται σα χρονικές ή/και χωρικές συναρτήσεις.



# Είδη επεξεργασίας σήματος (1/2)

---

- Μετατροπή.
- Φιλτράρισμα.
- Ανίχνευση.
- Εκτίμηση.
- Αναγνώριση και κατηγοριοποίηση.



# Είδη επεξεργασίας σήματος (2/2)

---

- Κωδικοποίηση (συμπύεση).
- Σύνθεση και αναπαραγωγή.
- Καταγραφή και αποθήκευση.
- Ανάλυση και μοντελοποίηση.



# Ψηφιακή επεξεργασία σήματος

---

- Σήματα που χαρακτηρίζουν φυσικά φαινόμενα είναι σήματα συνεχούς χρόνου (αναλογικά).
- Η επεξεργασία τους απαιτεί χρήση εξειδικευμένου hardware.
- Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος αφορά σε επεξεργασία με χρήση ψηφιακών υπολογιστών.
  - Δειγματοληψία.
  - «Κβαντοποίηση» πλάτους.



# Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα συστημάτων ψηφιακής επεξεργασίας σήματος (1/2)

---

- Δυνατότητα επεξεργασίας σημάτων πολύ χαμηλών συχνοτήτων.
- Εύκολη αλλαγή παραμέτρων.
- Υλοποίηση σε Hardware.
- Ακρίβεια και μείωση θορύβου.
- Δυνατότητα αποθήκευσης σημάτων και εισαγωγής χρονικής καθυστέρησης.
- Εξελιγμένες τεχνικές επεξεργασίας σήματος.



# Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα συστημάτων ψηφιακής επεξεργασίας σήματος (2/2)

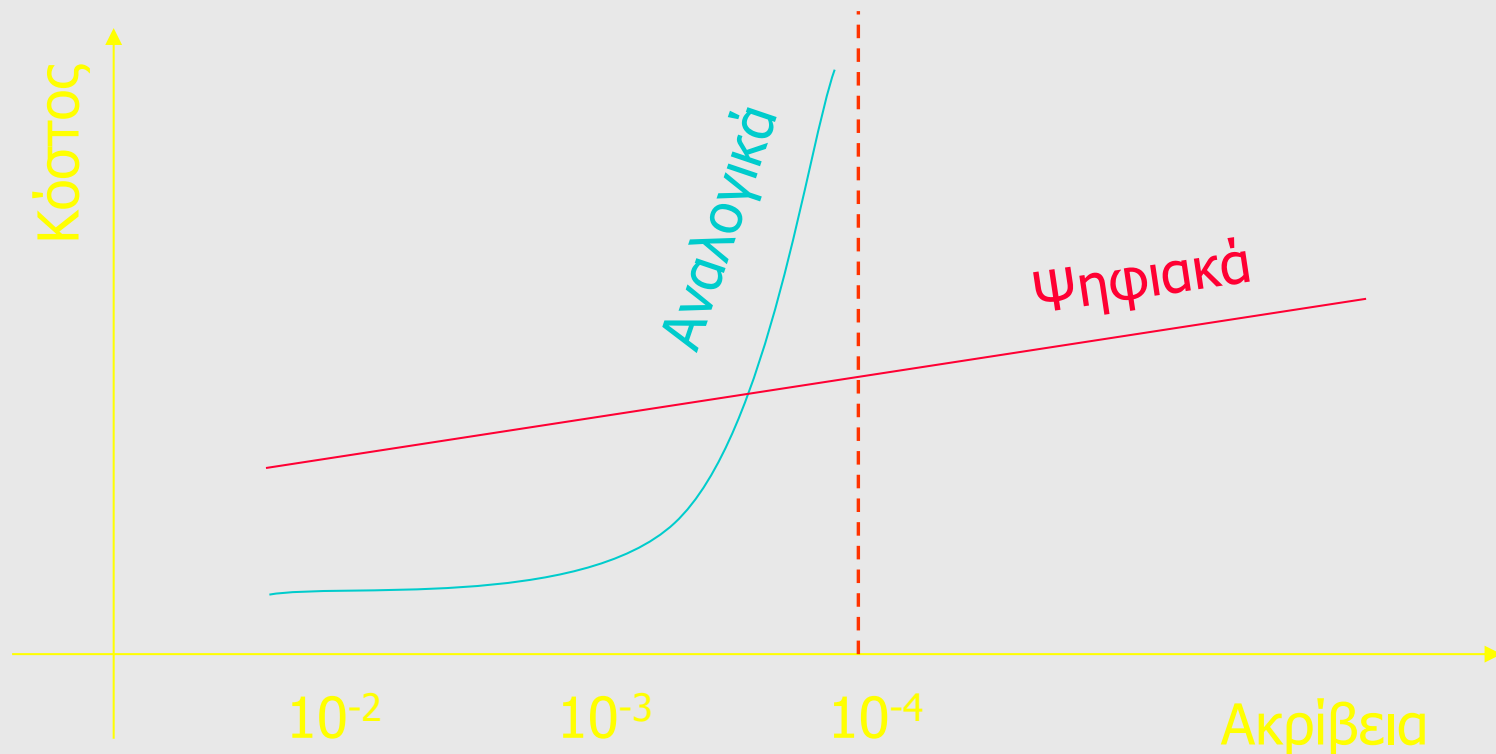
---

- Αποδοτικότητα.
- Περιορισμός ως προς το άνω όριο συχνοτήτων.
- Σφάλμα “κβαντοποίησης”.
- Ύπαρξη φτηνών και δοκιμασμένων αναλογικών συστημάτων.



# Σχέση κόστους - ακρίβειας

- Διάγραμμα:





# Σήματα

---

- Ταξινόμηση σημάτων:
  - **Ντετερμινιστικά σήματα** -> Περιγράφονται ακριβώς με μαθηματικό τρόπο.
  - **Μη ντετερμινιστικά σήματα** ->
    - άγνωστος και απρόβλεπτος θόρυβος,
    - απρόβλεπτες αλλαγές
  - Τα περισσότερα σήματα: μη ντετερμινιστικά.
  - Προσέγγιση με ντετερμινιστική συνάρτηση.



# Περιοδικά Σήματα

---

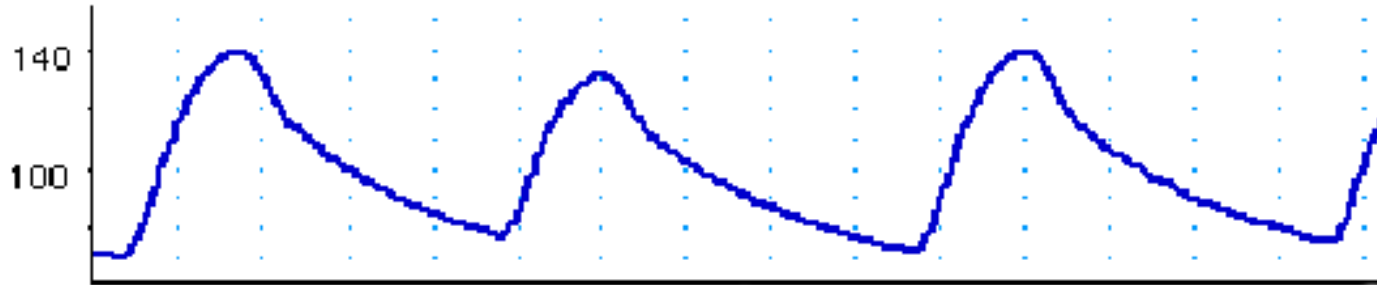
$$s(t) = s(t + nT)$$

Ακέραιος      Περίοδος

- Το περιοδικό σήμα αποτελείται από μία βασική κυματομορφή διάρκειας  $T$  seconds.
- Η βασική κυματομορφή επαναλαμβάνεται άπειρες φορές στον άξονα του χρόνου.
- Το πιο απλό περιοδικό σήμα είναι το ημιτονοειδές σήμα.



# «Σχεδόν» Περιοδικά Σήματα (1/3)

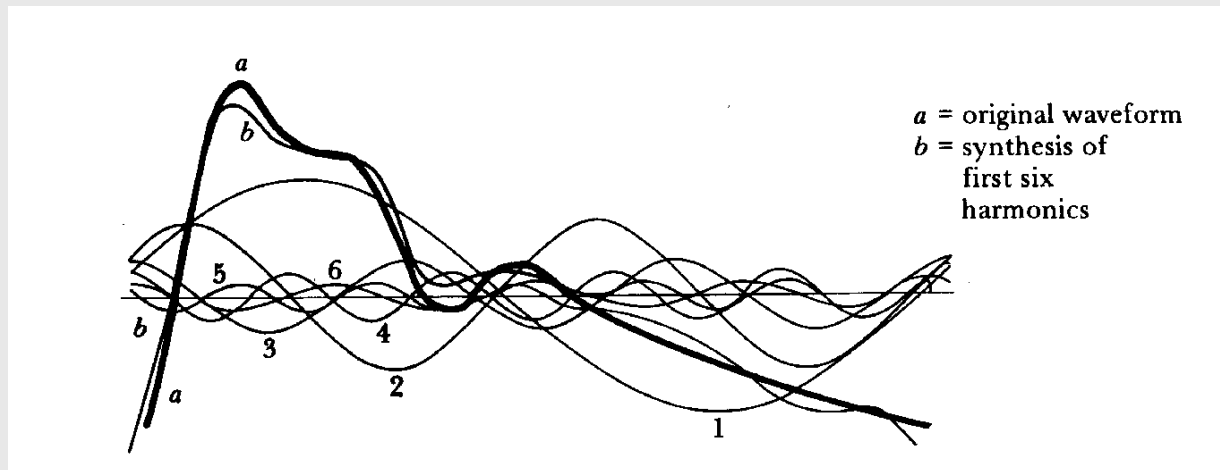


**Σήμα της αρτηριακής πίεσης αίματος:** μοντελοποιείται από ένα πολύπλοκο περιοδικό σήμα με:

- τη διάρκεια ενός καρδιακού παλμού ως περίοδο,
- την κυματομορφή της πίεσης αίματος ως τη βασική κυματομορφή.

# “Σχεδόν” Περιοδικά Σήματα (2/3)

- Οι πρώτες 6 αρμονικές της κυματομορφής αρτηριακής πίεσης:



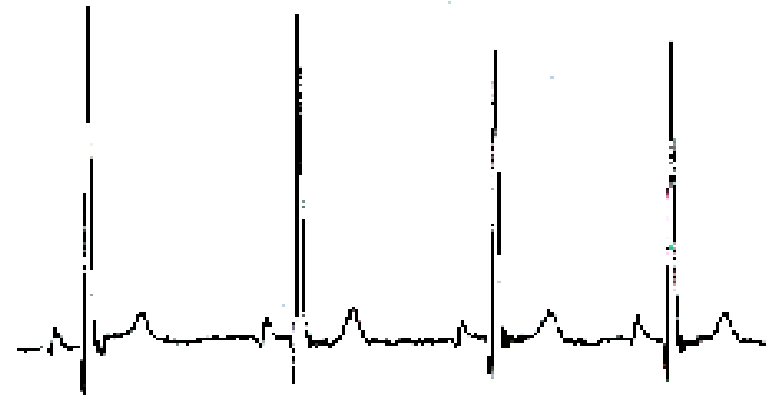
Αρμονική	Πλάτος (%)
1	100
2	63.2
3	29.6
4	22.2
5	14.8
6	11.8



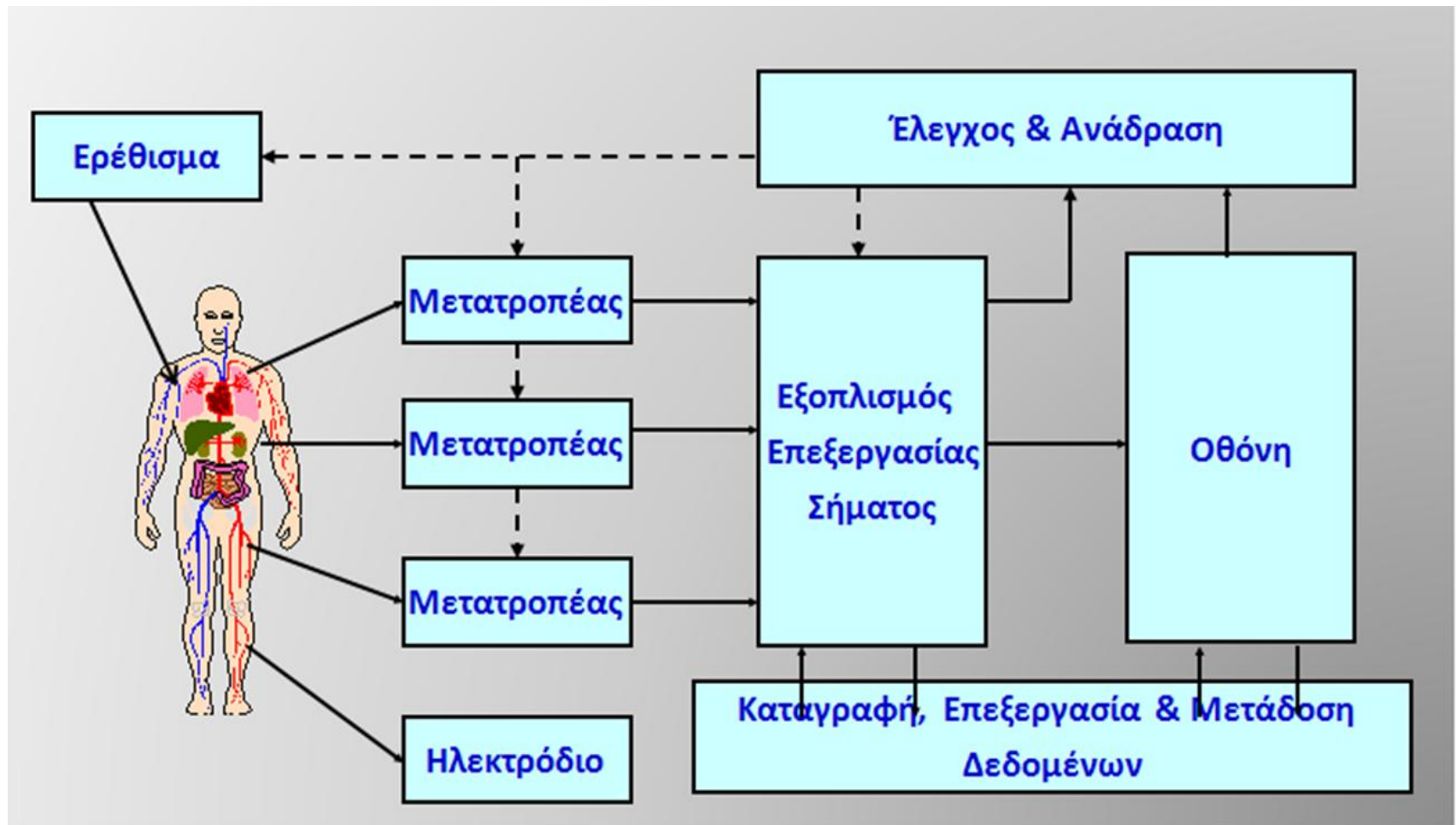
# «Σχεδόν» Περιοδικά Σήματα (3/3)

## ΗΚΓ

- Το RR διάστημα μπορεί να θεωρηθεί σχεδόν σταθερό.
- Το PQRST τμήμα μπορεί να θεωρηθεί σχεδόν το ίδιο σε κάθε παλμό.



# Στοιχεία Συστήματος Μέτρησης Βιοσημάτων (1/2)



# Στοιχεία Συστήματος Μέτρησης Βιοσημάτων (2/2)

---

- Ηλεκτρόδια/Μετατροπείς: συλλαμβάνουν τα βιολογικά σήματα και τα μετατρέπουν σε ηλεκτρικά σήματα αν χρειάζεται.
- Αναλογική Επεξεργασία:
  - Ενίσχυση.
  - Φιλτράρισμα.
- Ψηφιακή μετατροπή.
- Ψηφιακή επεξεργασία σήματος.
- Αποθήκευση δεδομένων και μετάδοση.
- Τηλεμετρία.



# Λήψη Βιοσήματος



Το σύστημα λήψης του ψηφιακού σήματος ΔΕΝ πρέπει να εισάγει παραμόρφωση που μπορεί να παρερμηνευθεί ή να καταστρέψει αλλαγές του σήματος που φανερώνουν παθολογικά φαινόμενα.

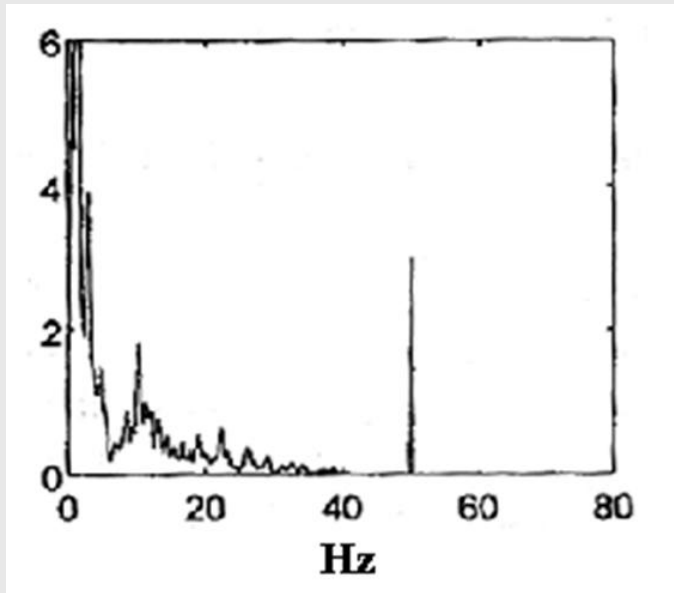
- Αναλογικό φίλτρο με σταθερό κέρδος και γραμμική φάση:
  - Αφαιρεί θόρυβο.
  - Αντισταθμίζει χαρακτηριστικά αισθητήρων.
  - Περιορισμός αναλογικού σε εύρος (φαινόμενα αναδίπλωσης).





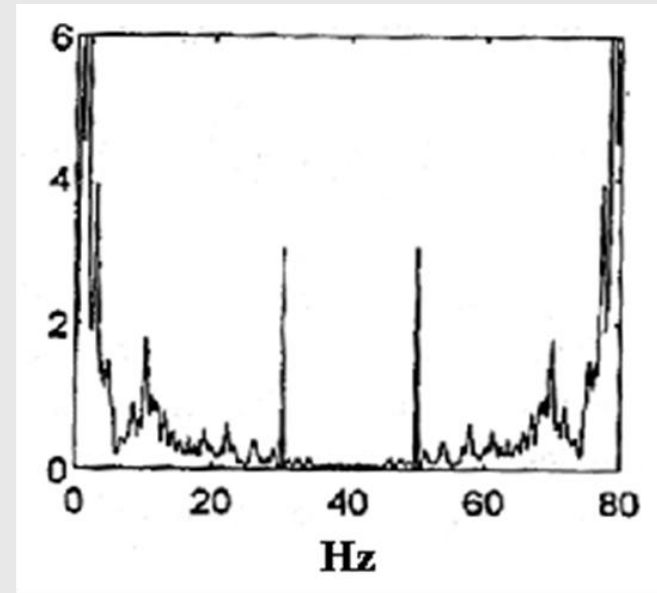
# Φάσμα ΗΕΓ με συχνότητες ενδιαφέροντος 0-40 Hz

Πριν τη δειγματοληψία



Παρουσία θορύβου λόγω παρεμβολών τροφοδοσίας στα 50 Hz.

Μετά τη δειγματοληψία



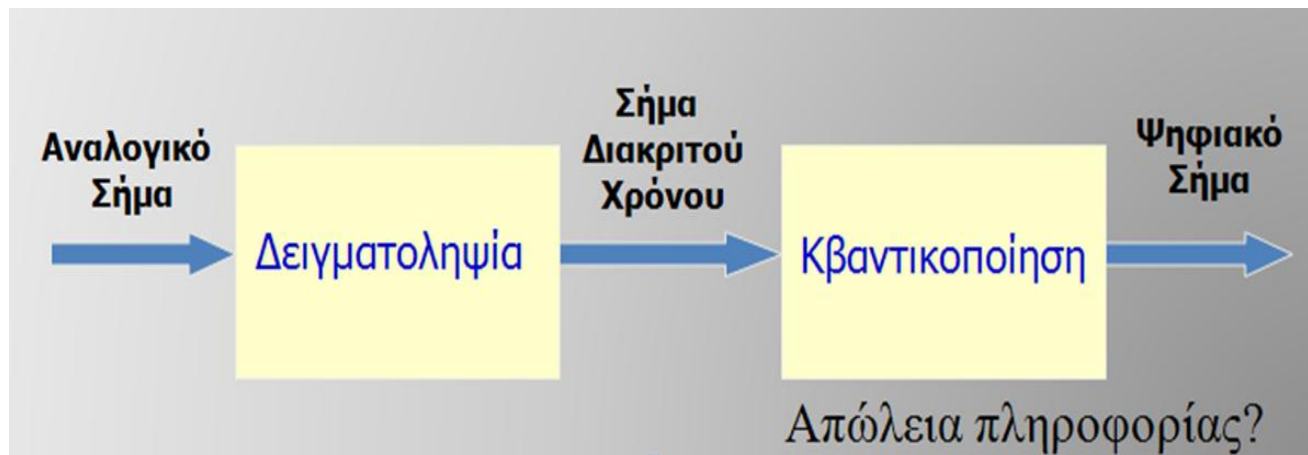
- Συχνότητα δειγματοληψίας 80 Hz.

- Λάθος επικάλυψης στα 30 Hz στο διακριτό σήμα.

# Διαδικασία Ψηφιοποίησης

Είσοδος: Συνεχές αναλογικό σήμα.

Έξοδος: Ακολουθία αριθμών (ψηφιακή μορφή).



# Δειγματοληψία (1/2)

---

- Μετατροπή συνεχών σημάτων σε διακριτά.

Η ακολουθία  $s(m)$  προκύπτει από το συνεχές σήμα  $s(t)$  με δειγματοληψία ως εξής:

$$s(m) = s(t) \Big|_{t=mT_s} \quad m = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

όπου  $T_s$  : περίοδος δειγματοληψίας και

$f_s = 2\pi/T_s$  : συχνότητα δειγματοληψίας.



# Δειγματοληψία - Επικάλυψη

---

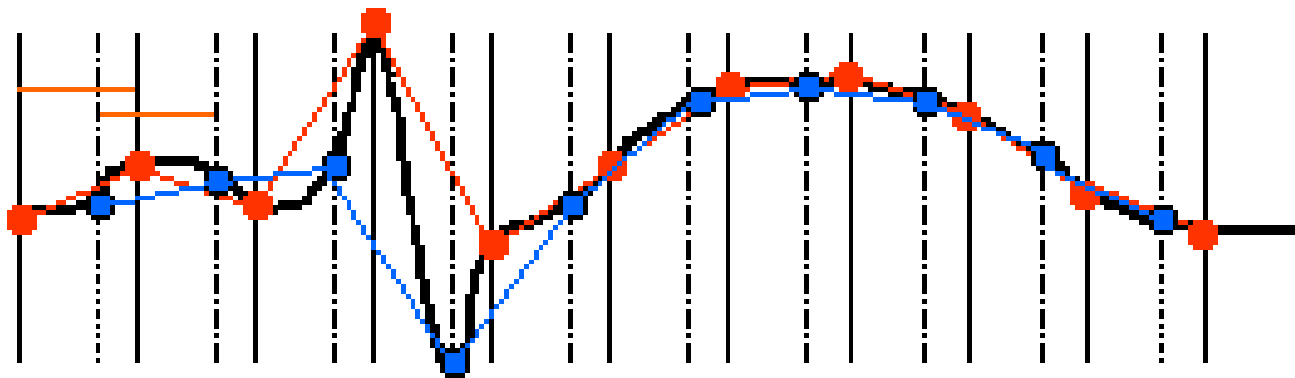
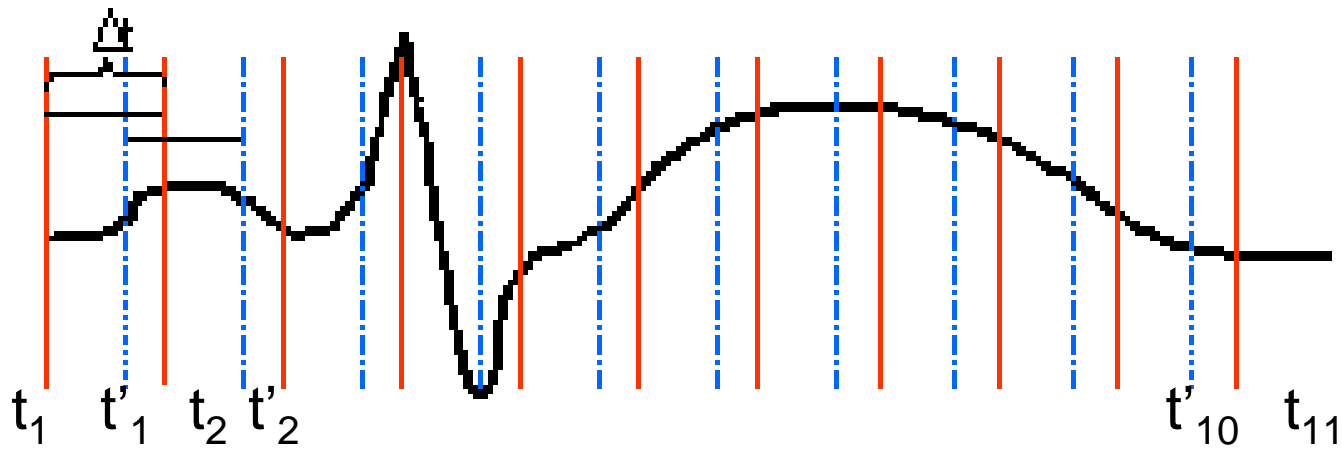
**Aliasing:** κατά τη διάρκεια της δειγματοληψίας συμβαίνει αλλαγή συχνοτήτων στις ημιτονοειδείς κυματομορφές.

*Τα ψηφιακά δεδομένα δεν σχετίζονται πλέον μοναδικά με ένα συγκεκριμένο αναλογικό σήμα.*

Δεν είναι δυνατή μοναδική ανακατασκευή του σήματος.



# Δειγματοληψία (2/2)



# Θεώρημα Δειγματοληψίας

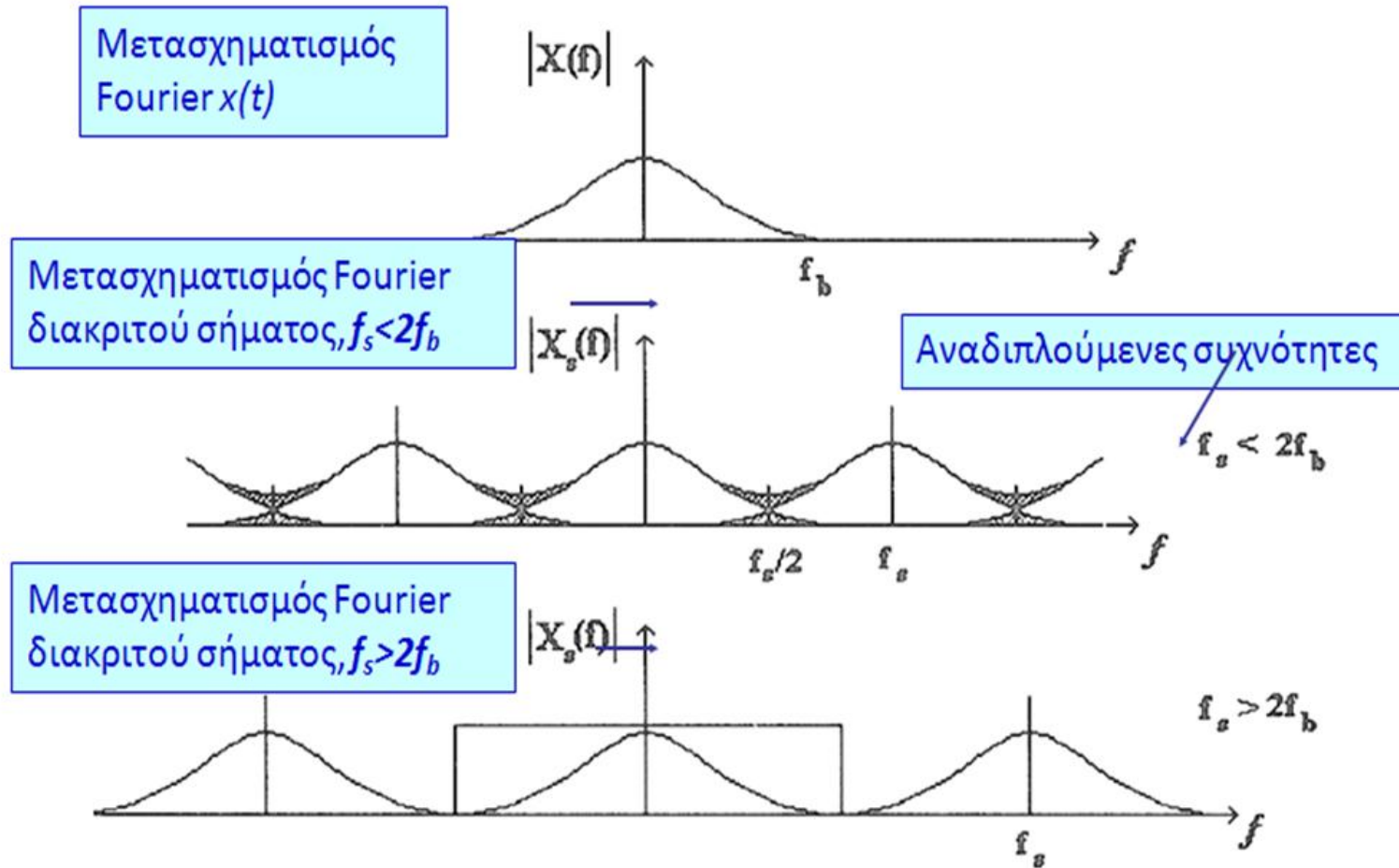
---

Είναι δυνατή η πλήρης ανακατασκευή ενός συνεχούς σήματος από τα δείγματά του όταν, και μόνο όταν, η συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s$  είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της μέγιστης συχνότητας  $f_b$  του σήματος.

$$f_s > 2 f_b$$



# Συνεχές σήμα $x(t)$ - $f_b$ : μέγιστη συχνότητα ομοιόμορφη δειγματοληψία



# Κβαντικοποίηση (1/5)

---

- Το σήμα διακριτού χρόνου (δείγματα) μετατρέπεται σε ψηφιακό.
- Οι ADC χαρακτηρίζονται από τον αριθμό των bits.
- Ο αριθμός των bits καθορίζει την ακρίβεια των δεδομένων και την ανάλυση (resolution).





# Κβαντικοποίηση (2/5)

---

- 12-bit ADC -> Η τάση εισόδου διαιρείται σε  $2^{12} - 1$  τμήματα (4095),  $2^{12}$  επίπεδα (4096).
- Έστω ότι το εύρος τάσης πλήρους κλίμακας είναι  $\pm 5 \text{ V}$ .
- Άρα:  $10 \text{ V}/4095 = 2.44 \text{ mV/LSB}$  ανάλυση.
  - LSB: απόσταση μεταξύ διαδοχικών επιπέδων κβαντικοποίησης.

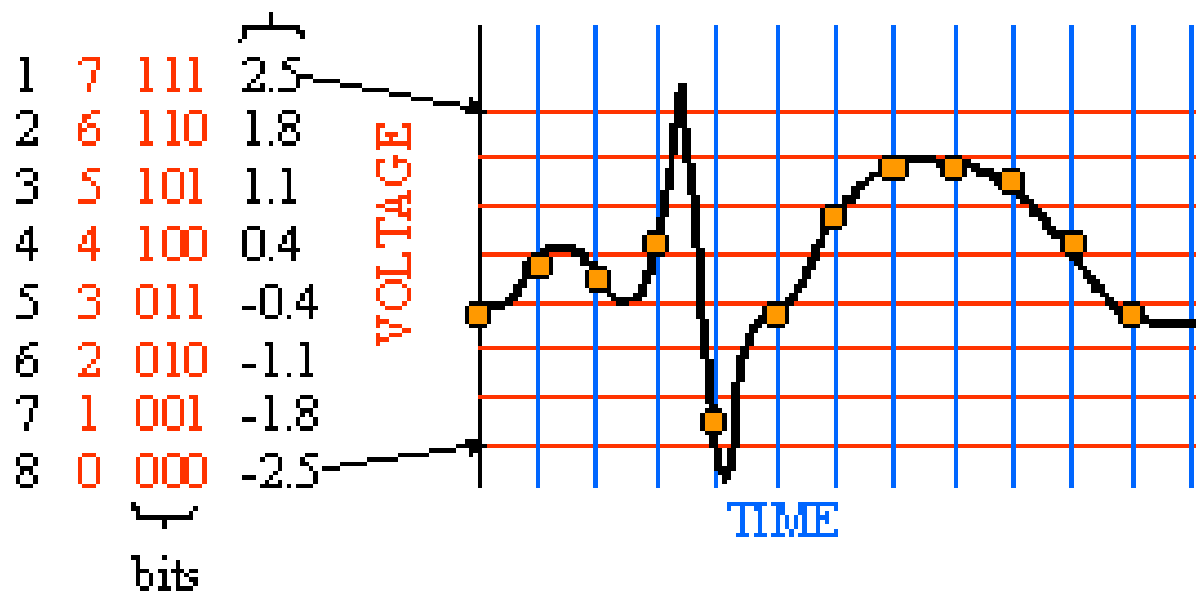


# Κβαντικοποίηση (3/5)

3-bit  $\pm 2.5$  V ADC

->

$$5 \text{ V} / (2^3 - 1) = 5 \text{ V} / 7 = 0.7 \text{ V/LSB}$$

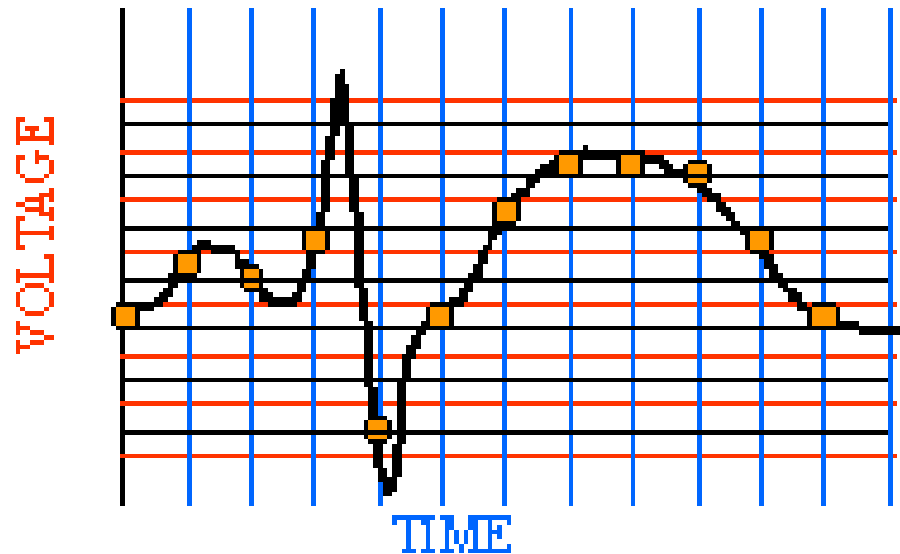


# Κβαντικοποίηση (4/5)

4-bit  $\pm 2.5$  V ADC

->

$$5 \text{ V} / (2^4 - 1) = 5 \text{ V} / 15 = 0.33 \text{ V/LSB}$$



# Κβαντικοποίηση (5/5)

---

- **Λάθος κβαντικοποίησης:**
  - Μέγιστο λάθος:  $\pm 1/2$  LSB.
  - Τυχαίος θόρυβος που προστίθεται στο σήμα.
  - Ομοιόμορφα κατανεμημένος μεταξύ:  
 $\pm 1/2$  LSB,  $\mu=0$ ,  $\sigma=1/\sqrt{12}$  LSB.



# Σημαντικές ADC παράμετροι για Βιοσήματα

---

- Συχνότητα δειγματοληψίας.
- Μέγεθος λέξης ADC μετατροπέα.



# Χωρητικότητα δεδομένων αποθήκευσης

---

**Ε.** Πόσα δεδομένα παράγονται από ένα καταγραφικό σύστημα ΗΕΓ με 12-bit ADC, και δείγματα δεδομένων από 21 ηλεκτρόδια στα 200 Hz για 20 λεπτά?

**Α.** Κάθε ηλεκτρόδιο λαμβάνει:

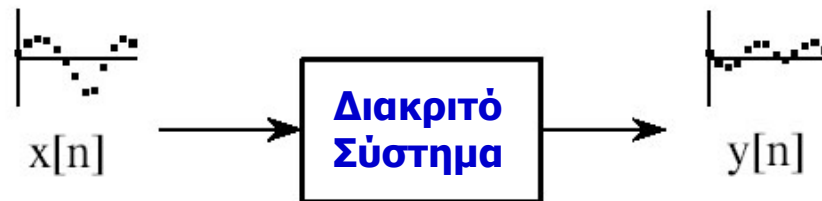
$(12 \text{ bits/sample}) * (200 \text{ samples/sec}) = 2400 \text{ bits/second}$

για 20 λεπτά  $\Rightarrow (2400 \text{ bits/second}) * (20 * 60) = 2880000 \text{ bits}$

από 21 ηλεκτρόδια  $\Rightarrow 2880000 \text{ bits} * 21 = 60480000 \text{ bits}$  ή  
7.21 Mbytes.



# Σήματα και Συστήματα (1/2)



$$y[n] = T \{x[n]\}$$

**Σύστημα** είναι οποιαδήποτε διαδικασία παράγει ένα σήμα εξόδου ως απόκριση σε ένα σήμα εισόδου.



# Σήματα και Συστήματα (2/2)

---

- Απομάκρυνση θορύβου (π.χ στο ΗΚΓ).
- Χαρακτηρισμός ή μέτρηση παραμόρφωσης συστήματος και πιθανή αντιστάθμιση.
- Μελέτη φυσικής διαδικασίας που αναπαρίσταται από το σύστημα (κυκλοφορικό σύστημα).





# Γραμμικά Συστήματα - Ορισμός

---

- Ένα σύστημα  $T$  είναι γραμμικό αν και μόνο αν:

$$T\{ax_1[n]+bx_2[n]\} = aT\{x_1[n]\}+bT\{x_2[n]\}$$



# Γραμμικά Συστήματα - Ιδιότητες

---

- Ομοιογένεια (Homogeneity).
- Προσθετικότητα (Additivity).
- Χρονική Αμεταβλητότητα (Shift Invariance).



# Ομοιογένεια (Homogeneity) (1/2)

***EAN***



***TOTE***



- Ένα σύστημα είναι ομοιογενές αν μία αλλαγή πλάτους στην είσοδο έχει ως αποτέλεσμα αντίστοιχη αλλαγή πλάτους στην έξοδο.



# Ομοιογένεια (Homogeneity) (2/2)

---

- Απλός αντιστάτης
  - Παράδειγμα ομοιογενούς συστήματος.  
Είσοδος:  $v(t)$  – τάση στα άκρα του αντιστάτη.  
Έξοδος:  $i(t)$  – ρεύμα που ρέει τον αντιστάτη.
  - Παράδειγμα μη ομοιογενούς συστήματος.  
Είσοδος:  $v(t)$  – τάση στα άκρα του αντιστάτη.  
Έξοδος:  $p(t)$  – ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη.



# Προσθετικότητα (Additivity)

**ΕΑΝ**



**ΚΑΙ ΕΑΝ**



**ΤΟΤΕ**

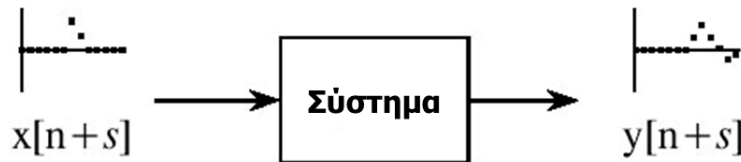


# Χρονική Αμεταβλητότητα (Shift Invariance)

**EAN**



**TOTE**



Ένα σύστημα είναι χρονικά αμετάβλητο (shift invariant) αν μία μετατόπιση στην είσοδο προκαλεί πανομοιότυπη μετατόπιση στην έξοδο.

->

Τα χαρακτηριστικά του συστήματος δεν αλλάζουν με το χρόνο (ή γενικότερα την οποιαδήποτε ανεξάρτητη μεταβλητή).



# Ιδιότητες Γραμμικών Συστημάτων

---

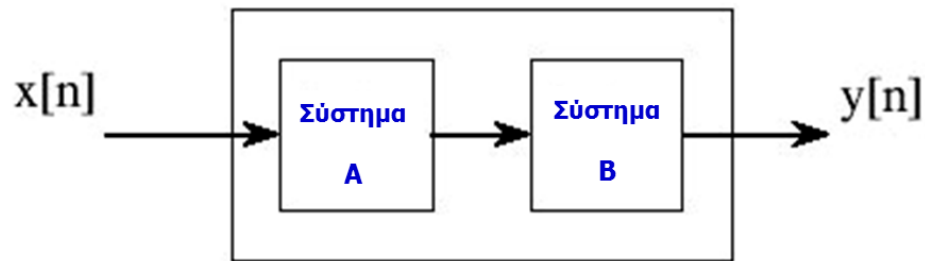
- Αντιμεταθετικότητα.
- Γραμμικότητα πολ/σμού.
- Σύνθεση και ανάλυση.
- Θεώρημα υπέρθεσης (Superposition).



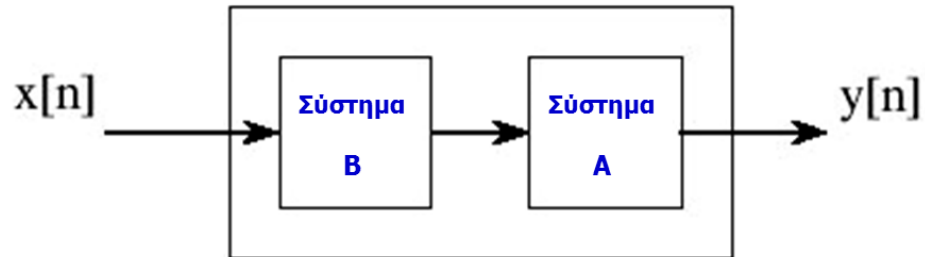
# Αντιμεταθετική Ιδιότητα

Όταν 2 ή περισσότερα συστήματα είναι τοποθετημένα σε σειρά, η σειρά των συστημάτων δεν επηρεάζει τα χαρακτηριστικά του συνολικού συνδυασμού.

**ΕΑΝ**



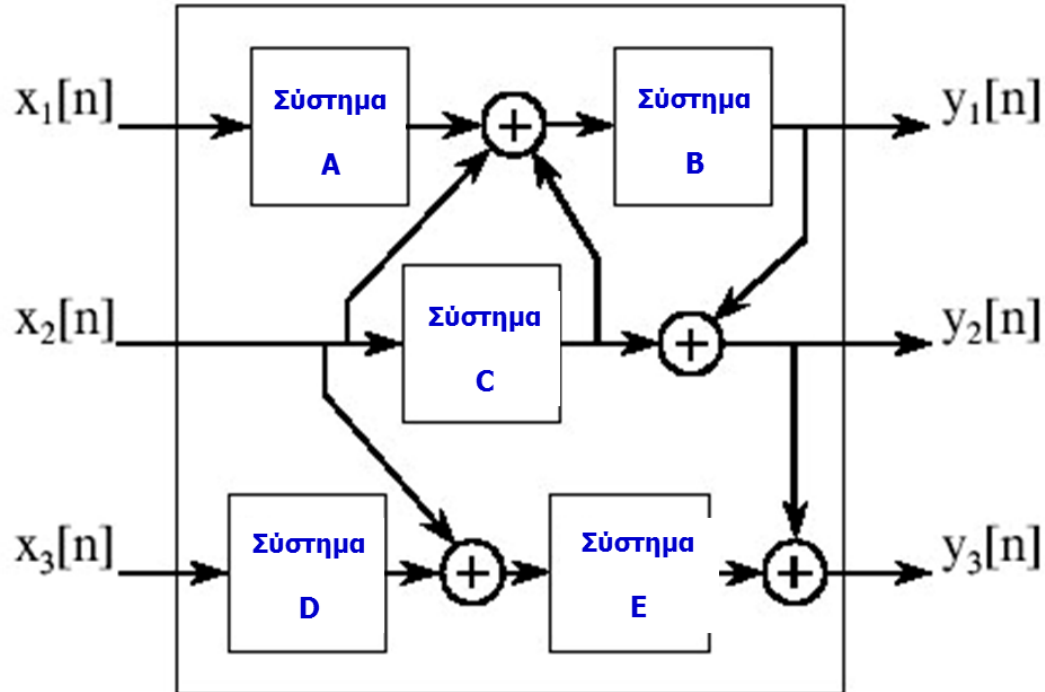
**ΤΟΤΕ**



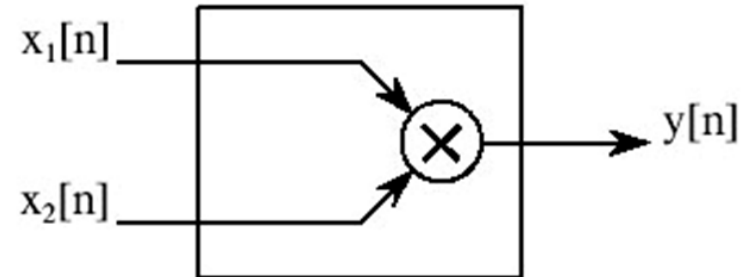
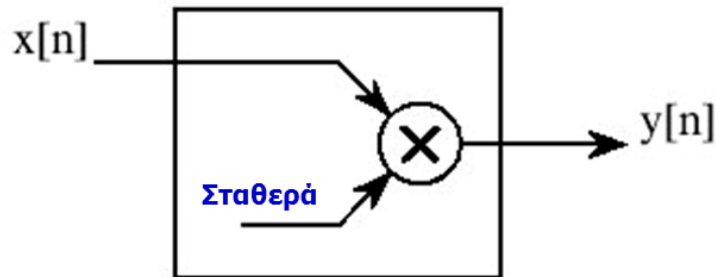


# Πολλαπλές Είσοδοι / Έξοδοι

Οποιοδήποτε σύστημα με πολλαπλές εισόδους και / ή εξόδους θα είναι γραμμικό, αν αποτελείται από γραμμικά συστήματα και προσθέσεις σημάτων.



# Γραμμικότητα Πολ/σμού



- α) Πολλαπλασιασμός με σταθερά  $\Rightarrow$  **Γραμμική λειτουργία.**  
β) Πολλαπλασιασμός σήματος εισόδου  $x_1[n]$  με άλλο σήμα εισόδου  $x_2[n]$   $\Rightarrow$  **Μη γραμμική λειτουργία.**

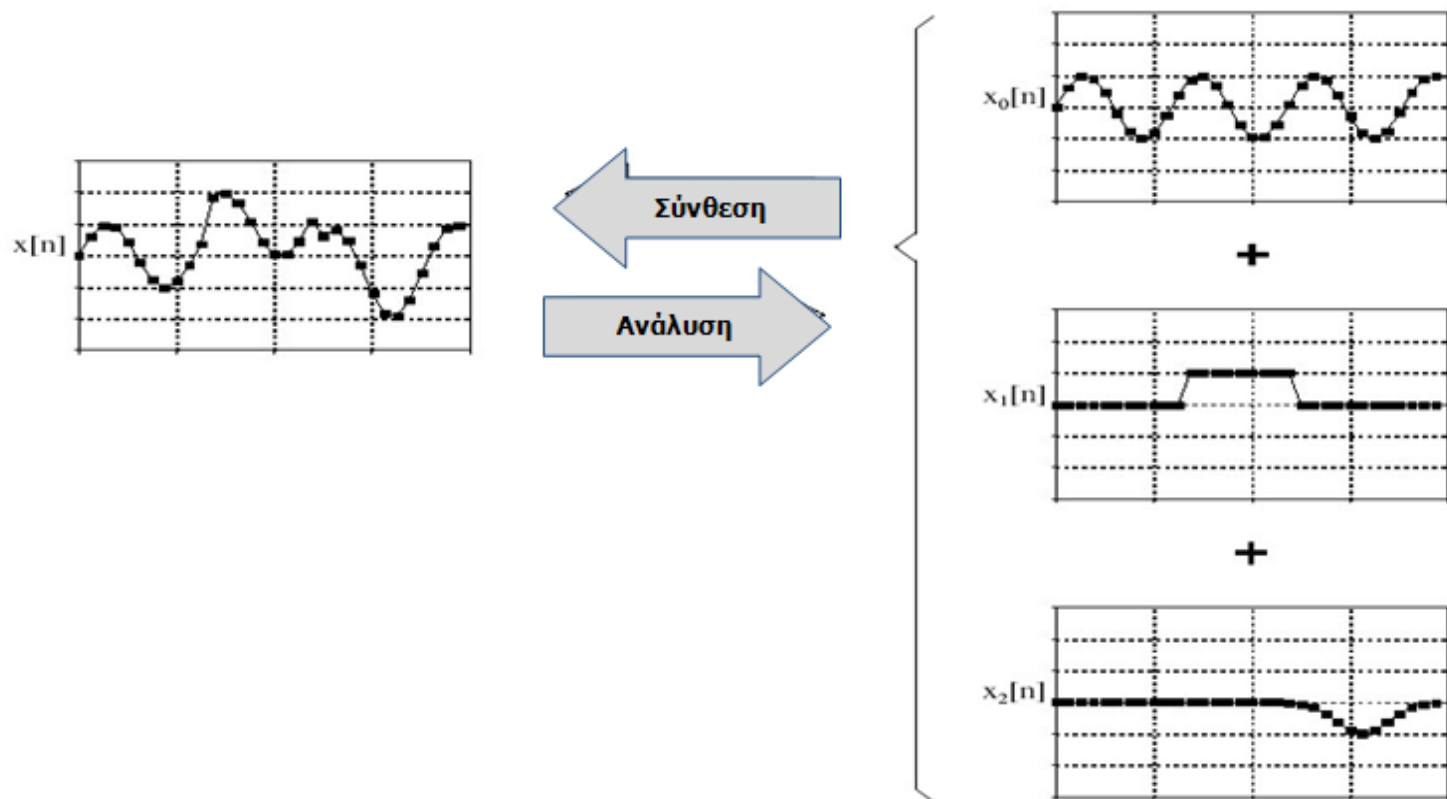
# Σύνθεση και Ανάλυση Σημάτων (1/3)

---

- **Σύνθεση** είναι η διαδικασία συνδυασμού σημάτων μέσω κλιμάκωσης (scale) και πρόσθεσης (addition).
- **Ανάλυση** είναι η αντίστροφη λειτουργία της σύνθεσης, όπου ένα σήμα αναλύεται σε δύο ή περισσότερα συστατικά.



# Σύνθεση και Ανάλυση Σημάτων (2/3)



# Θεμελιώδης Αρχή στο χώρο της Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος

Οποιοδήποτε σήμα,  $x[n]$ , μπορεί να αναλυθεί σε ένα σύνολο προσθετικών συστατικών:

$$x_1[n], x_2[n], x_3[n].$$

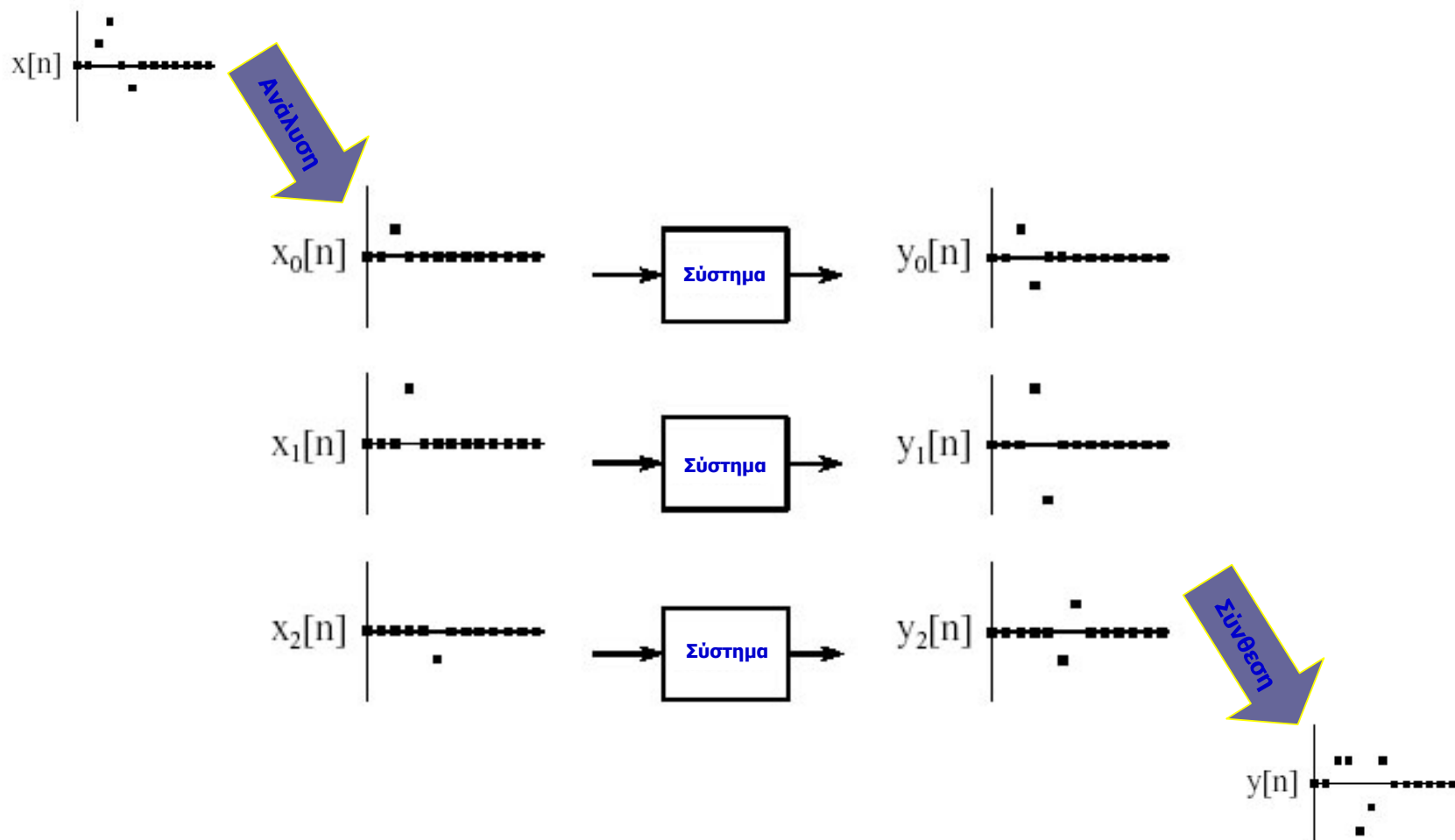
Το «πέραςμα» αυτών των συστατικών από ένα γραμμικό σύστημα παράγει τα σήματα:

$$y_1[n], y_2[n], y_3[n].$$

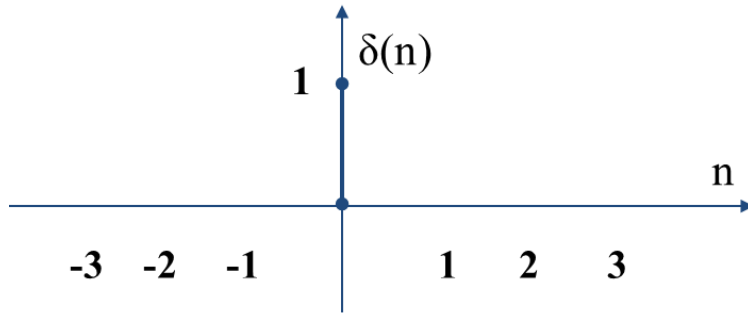
**Η σύνθεση (πρόσθεση) αυτών των σημάτων έχει ως αποτέλεσμα το σήμα  $y[n]$ , το ίδιο σήμα που παράγεται όταν το  $x[n]$  περάσει από το σύστημα.**



# Σύνθεση και Ανάλυση Σημάτων (3/3)

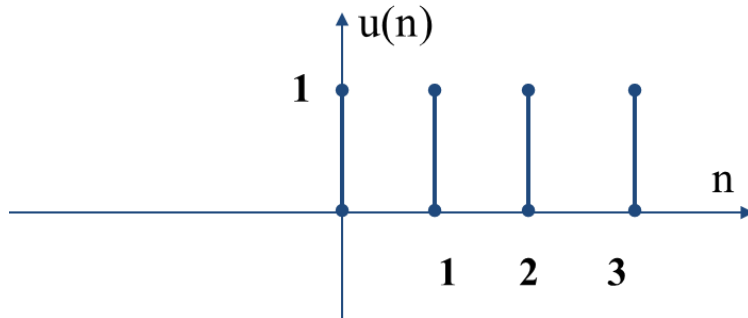


# Χαρακτηριστικές συναρτήσεις



$$\delta(n) = \begin{cases} 1, \forall n = 0 \\ 0, \forall n \neq 0 \end{cases}$$
$$u(n) = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

Κρουστική  
ή  
Μοναδιαία

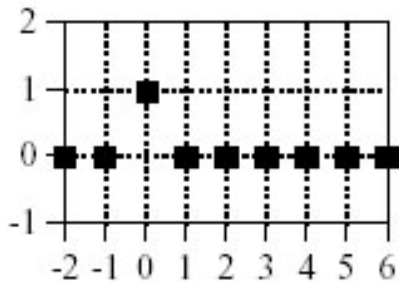


Βηματική

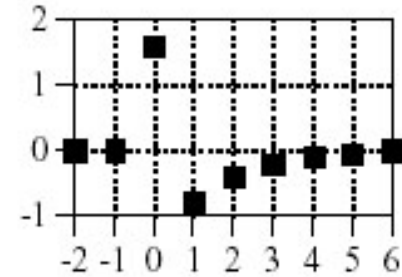
$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

# Μοναδιαία Συνάρτηση και Μοναδιαία ή Κρουστική Απόκριση

Μοναδιαία ( $\delta$ ) συνάρτηση



Κρουστική απόκριση



- **Κρουστική απόκριση** είναι το σήμα εξόδου ενός συστήματος όταν έχει ως είσοδο τη μοναδιαία συνάρτηση.





# Ιδιότητες Ψηφιακών Σημάτων

---

Συνέλιξη :

Αν οι τιμές της ακολουθίας  $y(n)$  μπορούν να αναπαρασταθούν από τις τιμές των  $x(n)$  και  $h(n)$ :

$$y(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)$$

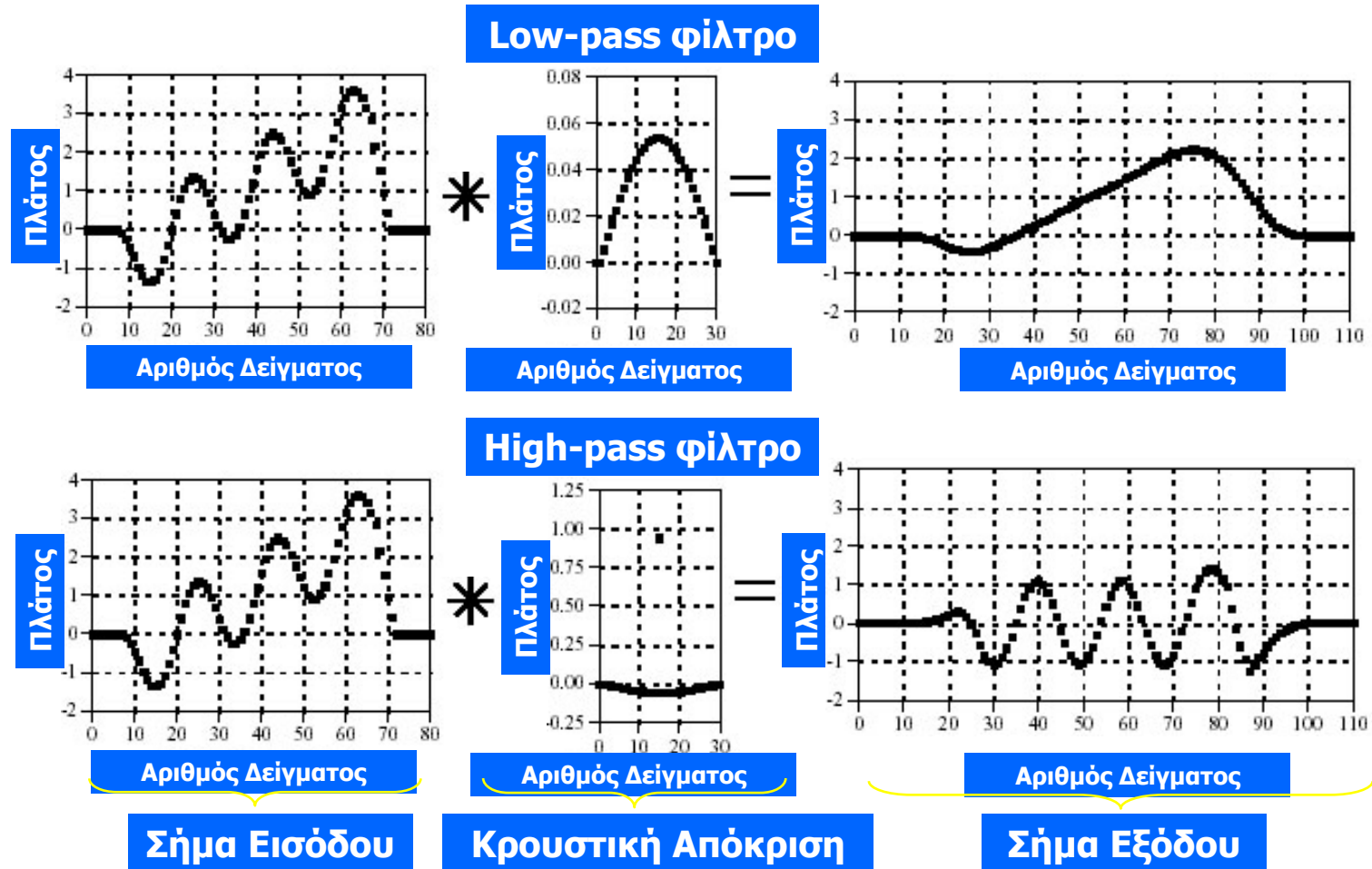
$$y(n) = x(n) * h(n)$$

τότε η αναπαράσταση ονομάζεται συνέλιξη και γράφεται:

- Η συνέλιξη περιγράφει τη σχέση μεταξύ 3 σημάτων: σήμα εισόδου, κρουστική απόκριση και σήμα εξόδου.

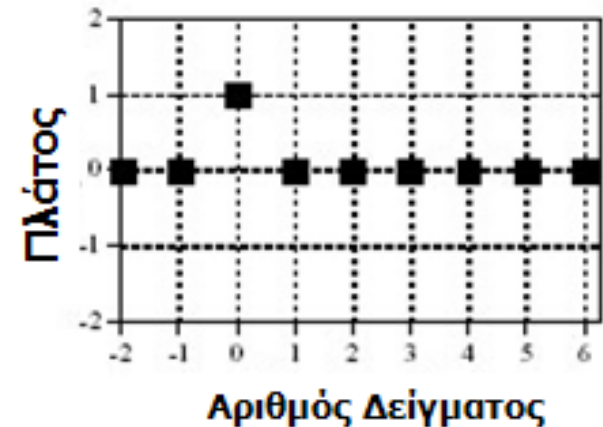


# Παραδείγματα



# Συνάρτηση $\delta$ - Ταυτότητα

- Η συνάρτηση  $\delta$  αποτελεί την ταυτότητα για τη συνέλιξη:  
$$x[n] * \delta[n] = x[n].$$
- Όλα τα σήματα «περνάνε» από το σύστημα χωρίς καμία αλλαγή.
- Κατάλληλο για μετάδοση και αποθήκευση.



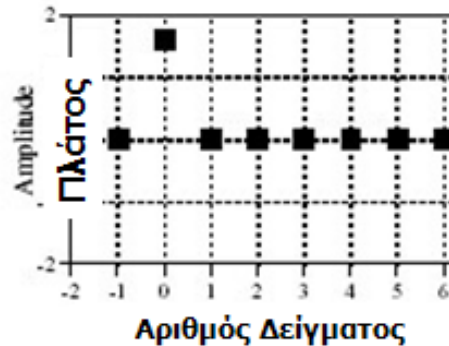
# Ενίσχυση - Εξασθένηση

- Ένα σύστημα το οποίο ενισχύει ή εξασθενεί έχει ως κρουστική απόκριση μία scaled συνάρτηση  $\delta$ :

$$x[n] * k \delta[n] = k x[n]$$

Αν  $k > 1$ , τότε ενίσχυση.

Αν  $k < 1$ , τότε εξασθένηση.



Ενίσχυση σήματος  
κατά 1.6

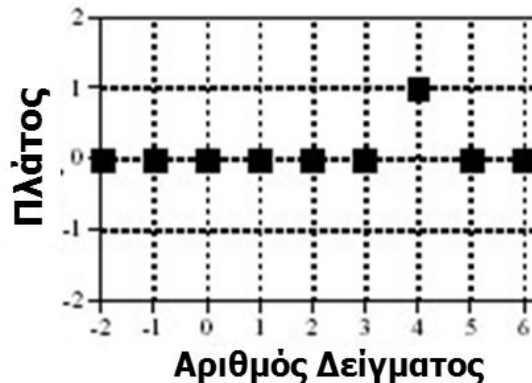


# Ολίσθηση

- Μία σχετική ολίσθηση μεταξύ του σήματος εισόδου και εξόδου αντιστοιχεί σε κρουστική απόκριση που είναι μία shifted συνάρτηση  $\delta$ :

$$x[n] * \delta[n+s] = x[n+s].$$

Η μεταβλητή  $s$  καθορίζει την ολίσθηση (καθυστέρηση ή προώθηση).

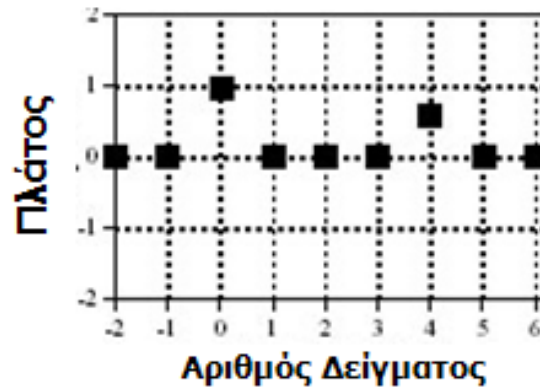


Αυτή η κρουστική απόκριση καθυστερεί το σήμα κατά 4 δείγματα



# Ηχώ

- Μία συνάρτηση  $\delta$  και μία shifted και scaled συνάρτηση  $\delta$  έχει ως αποτέλεσμα προσθήκη ηχούς στο αρχικό σήμα.



Η ηχώ είναι καθυστερημένη κατά 4 δείγματα και έχει ως πλάτος το 60% του αρχικού σήματος



# Λειτουργίες Υπολογισμού

---

- Μεταβολή σημάτων μέσω συνέλιξης με τρόπους που μοιάζουν στην ολοκλήρωση και παραγωγή.
- «Παράγωγος», «Ολοκλήρωμα»: συνεχή σήματα.
- Διακριτά σήματα:
  - «Παράγωγος» -> «Πρώτη διαφορά».
  - «Ολοκλήρωμα» -> «Τρέχον άθροισμα».

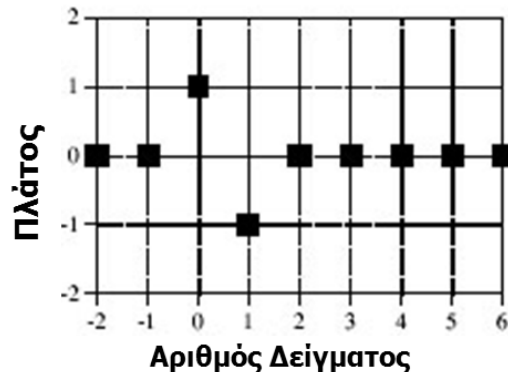


# Πρώτη Διαφορά

- «Διακριτή» έκδοση της πρώτης παραγώγου.
- Κάθε δείγμα στην έξοδο ισούται με τη διαφορά γειτονικών δειγμάτων του σήματος εισόδου.

$$y[n] = x[n] - x[n-1]$$

Το σήμα εξόδου είναι η «κλίση» του σήματος εισόδου.



Κρουστική απόκριση  
η οποία υλοποιεί την  
πρώτη διαφορά

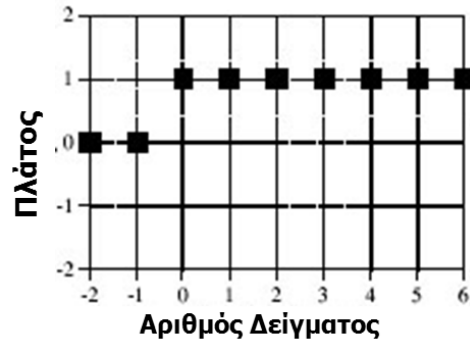




# Τρέχον Άθροισμα

- «Διακριτή» έκδοση του ολοκληρώματος.
- Κάθε δείγμα στην έξοδο ισούται με το άθροισμα όλων των δειγμάτων προς τα αριστερά του σήματος εισόδου.

$$y[n] = x[n] + y[n-1]$$

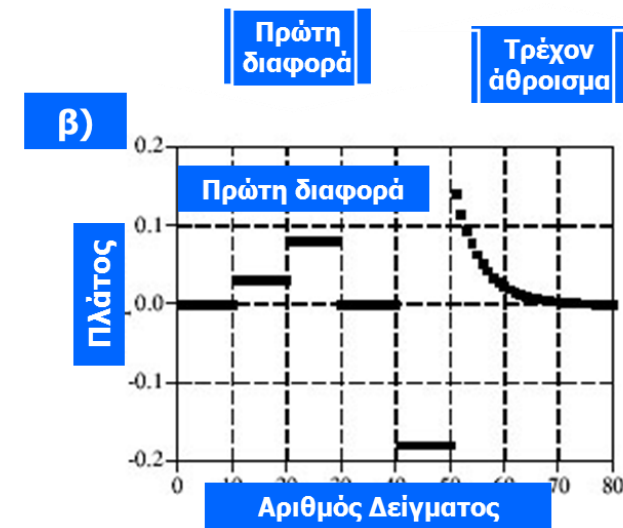
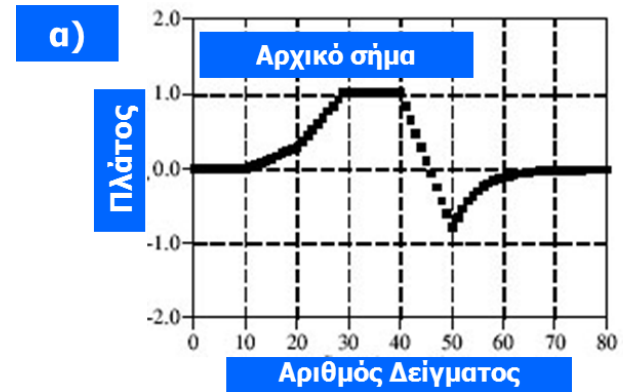


... Κρουστική απόκριση  
η οποία υλοποιεί το  
τρέχον άθροισμα

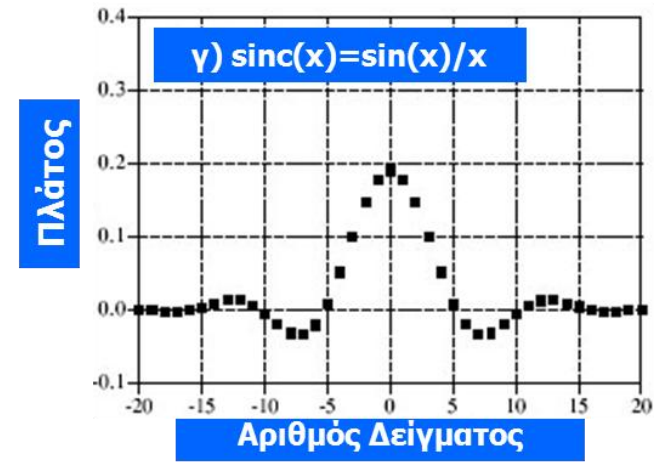
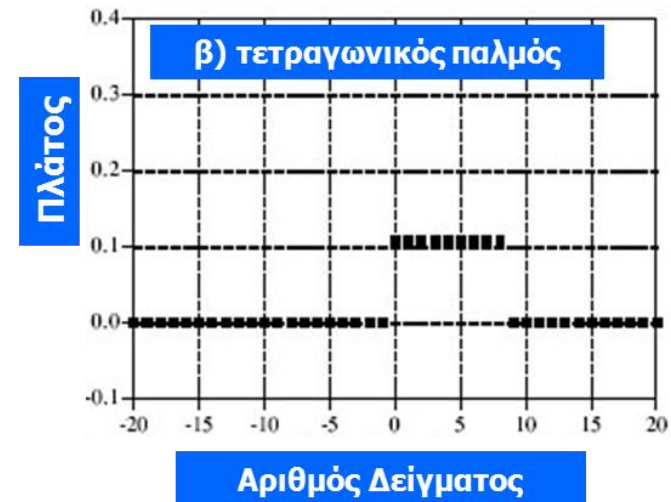
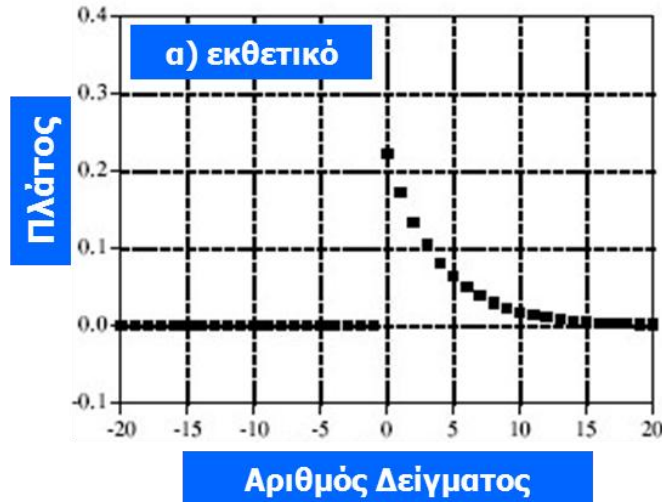


# Παράδειγμα

- Το αρχικό σήμα αποτελείται από αρκετά τμήματα διαφορετικής κλίσης.
- Στο σήμα της πρώτης διαφοράς, το πλάτος κάθε σημείου αναπαριστά την κλίση του αντίστοιχου τμήματος στο αρχικό σήμα.



# Κατωπερατά Φίλτρα



Ομάδα γειτονικών θετικών σημείων που εξομαλύνουν το σήμα (smoothing)

⇒ Απομάκρυνση υψηλών συχνοτήτων.



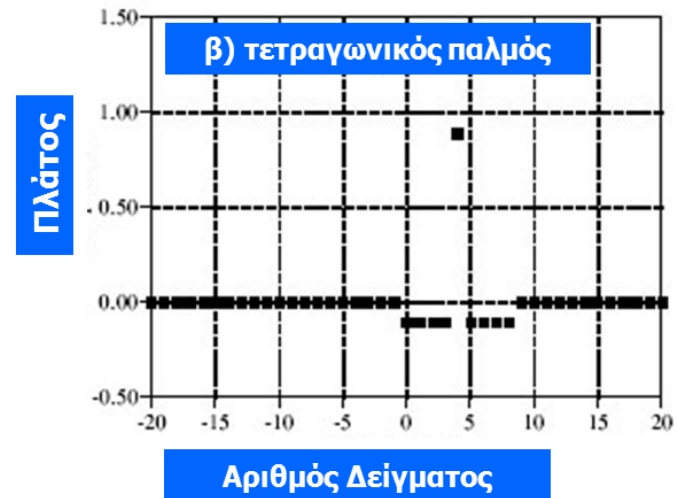
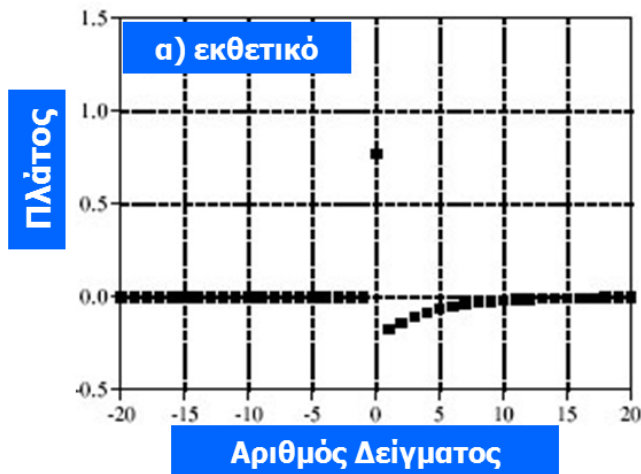
# Υψιπερατά φίλτρα (1/2)

---

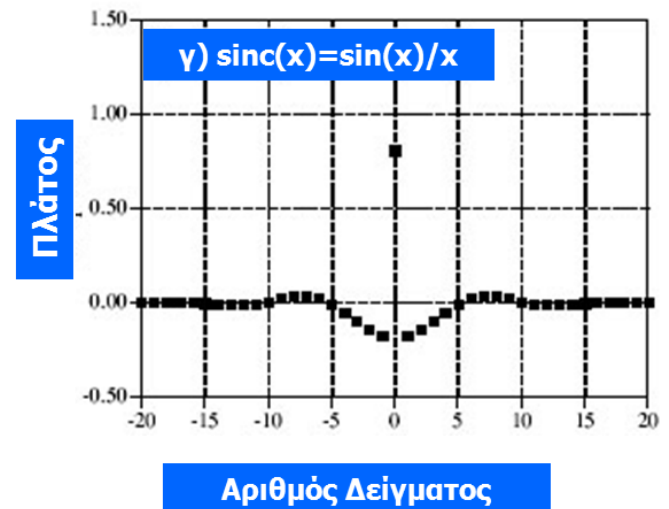
- Κρουστική απόκριση  $\delta$  «περνάει» ολόκληρο το σήμα.
- Κρουστική απόκριση κατωπερατού φίλτρου «περνάει» μόνο τις χαμηλές συχνότητες.
- Με υπέρθεση, μία κρουστική απόκριση  $\delta$  μείον την κρουστική απόκριση κατωπερατού φίλτρου «περνάει» ολόκληρο το σήμα μείον τις χαμηλές συχνότητες  $\Rightarrow$  **Υψιπερατό φίλτρο.**



# Υψιπερατά Φίλτρα (2/2)



Χαρακτηριστικό υψιπερατών φίλτρων: Αιχμή που περιβάλλεται από πολλά γειτονικά αρνητικά σημεία.



# Ιδιότητες Συνέλιξης I

---

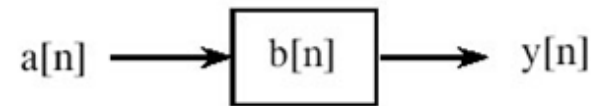
- Αντιμεταθετική (commutative).
- Προσεταιριστική (associative).
- Επιμεριστική (distributive).



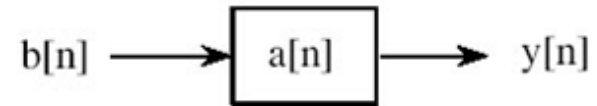
# Αντιμεταθετική ιδιότητα

- Το σήμα εισόδου και η κρουστική απόκριση ενός συστήματος μπορούν να αντιμετατεθούν χωρίς να προκληθεί μεταβολή στο σήμα εξόδου.

**EAN**



**TOTE**

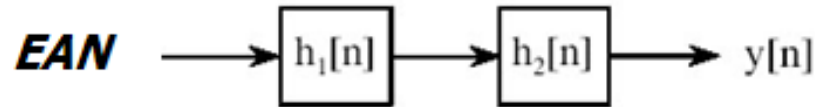


$$a[n] * b[n] = b[n] * a[n]$$

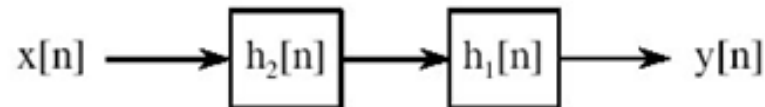


# Προσεταιριστική ιδιότητα (1/2)

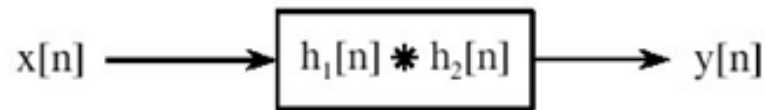
---



**ΤΟΤΕ**



**ΕΠΙΣΗΣ**



$$(a[n] * b[n]) * c[n] = a[n] * (b[n] * c[n])$$





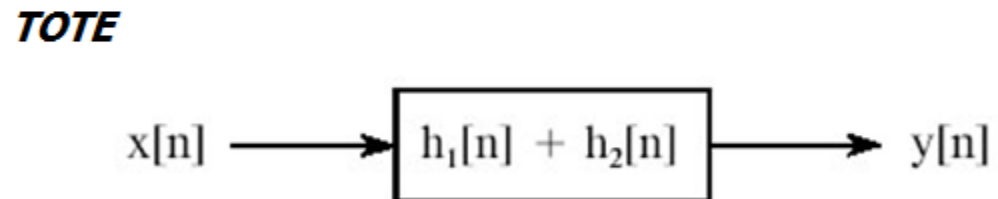
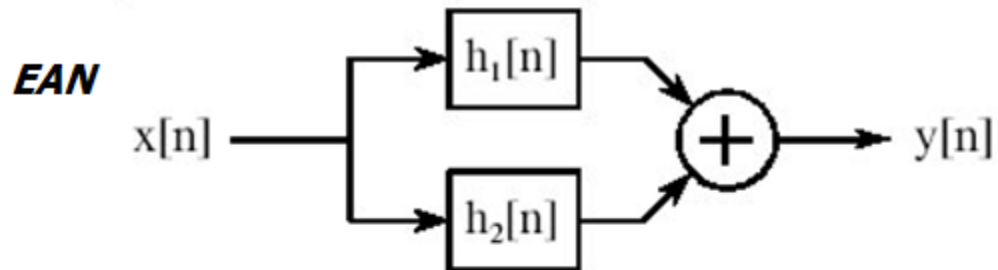
# Προσεταιριστική ιδιότητα (2/2)

- Δύο ή περισσότερα γραμμικά συστήματα που διασυνδέονται διαδοχικά (in cascade) με κρουστικές αποκρίσεις  $h_1[n], h_2[n], \dots, h_L[n]$  μπορούν να αντικατασταθούν από ένα γραμμικό σύστημα του οποίου η κρουστική απόκριση  $h(n)$  ισούται με:

$$h[n] = h_1[n] * h_2[n] * \dots * h_L[n]$$



# Επιμεριστική ιδιότητα (1/2)



$$a[n] * b[n] + a[n] * c[n] = a[n] * (b[n] + c[n])$$



# Επιμεριστική ιδιότητα (2/2)

---

- Δύο ή περισσότερα γραμμικά συστήματα που διασυνδέονται παράλληλα με κρουστικές αποκρίσεις  $h_1[n], h_2[n], \dots, h_L[n]$  στα οποία εφαρμόζεται η ίδια είσοδος  $x[n]$  μπορούν να αντικατασταθούν από ένα γραμμικό σύστημα του οποίου η κρουστική απόκριση  $h(n)$  ισούται με:

$$h[n] = h_1[n] + h_2[n] + \dots + h_L[n]$$



# Ιδιότητες Συνέλιξης II

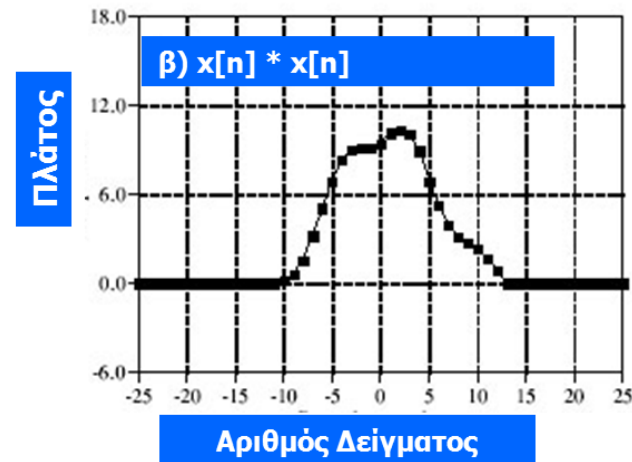
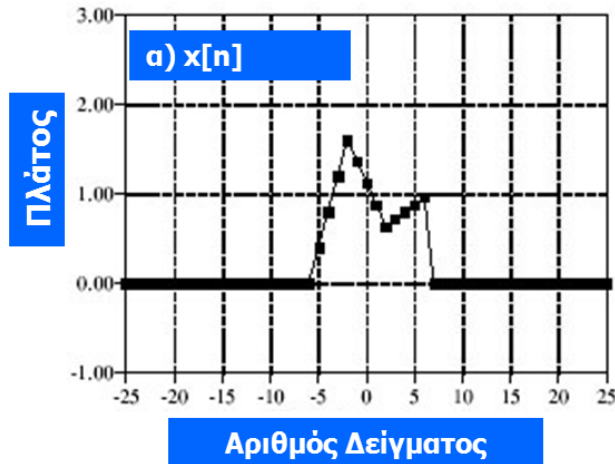
- Το άθροισμα  $N$  ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών έχει ως συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας τη συνέλιξη των επιμέρους συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας.

$$y = x_1 + x_2 + \dots + x_N \longrightarrow f_y(y) = f_{x_1}(x_1) * f_{x_2}(x_2) * \dots * f_{x_N}(x_N)$$

- Η πολλαπλή συνέλιξη ενός ομαλού σήματος με τον εαυτό του προσεγγίζει τη συνάρτηση Gauss (κεντρικό οριακό θεώρημα).



# Συνέλιξη σήματος με τον εαυτό του



- Στο γ) το σήμα  $x[n]$  έχει συνελιχθεί με τον εαυτό του 3 φορές και προσεγγίζει τη συνάρτηση Gauss.



# Αναπαράσταση ψηφιακών σημάτων στο πεδίο συχνότητας

$$Y(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j2\pi f n} = X(f) H(f) \Rightarrow x(n) * h(n)$$

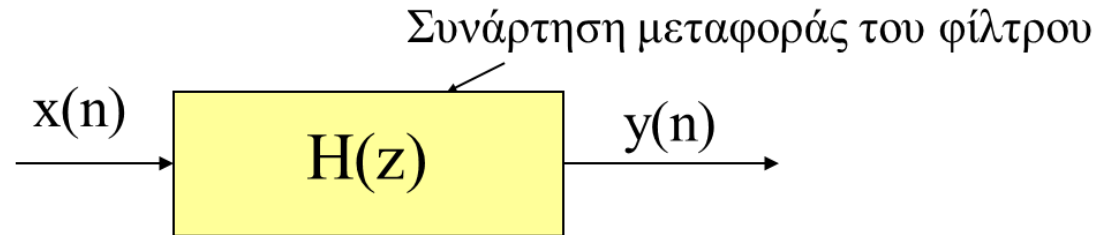
- Μετασχηματισμός Fourier διακριτού σήματος.
- Μετασχηματισμός Z ψηφιακού σήματος.

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

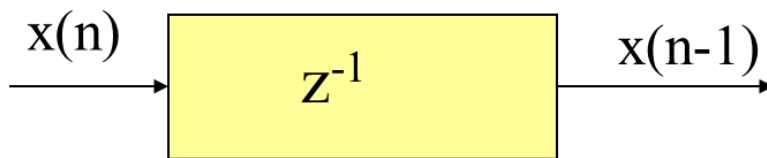
$$Z[X(n)] = X(Z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(n) z^{-n}$$



# Υλοποίηση Ψηφιακών φίλτρων



$$\sum_{p=0}^N a_p y(n-p) = \sum_{q=0}^M b_q x(n-q) \Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{q=0}^M b_q z^{-q}}{\sum_{p=0}^N a_p z^{-p}}$$



Το  $z^{-1}$  αντιστοιχεί σε μία χρονική καθυστέρηση



# Φίλτρα IIR και FIR

---

Προηγούμενοι έξοδοι -  
Αναδρομική μορφή

$$y(n) = -\sum_{p=1}^N \frac{a_p}{a_0} y(n-p) + \sum_{q=0}^M \frac{b_q}{a_0} x(n-p)$$

IIR

$$y(n) = \sum_{q=0}^M \frac{b_q}{a_0} x(n-p)$$

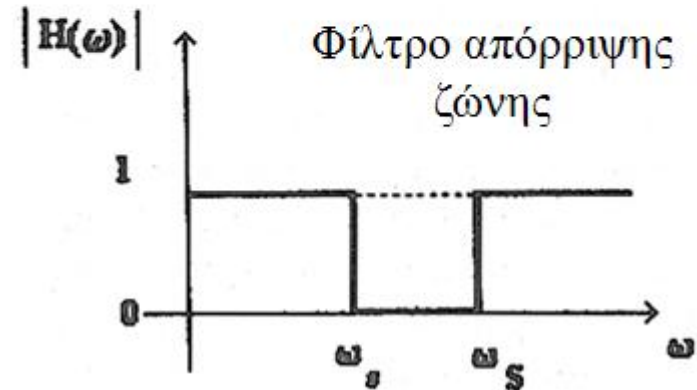
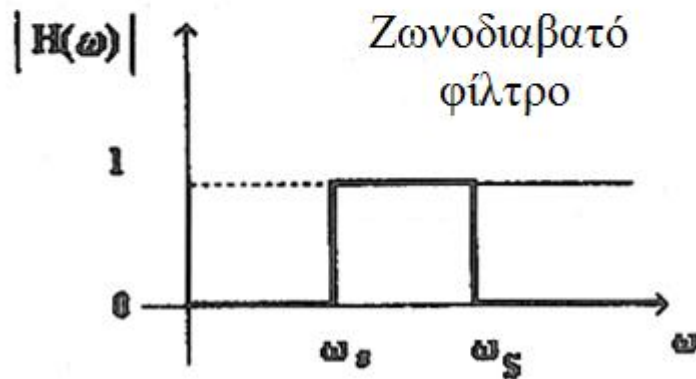
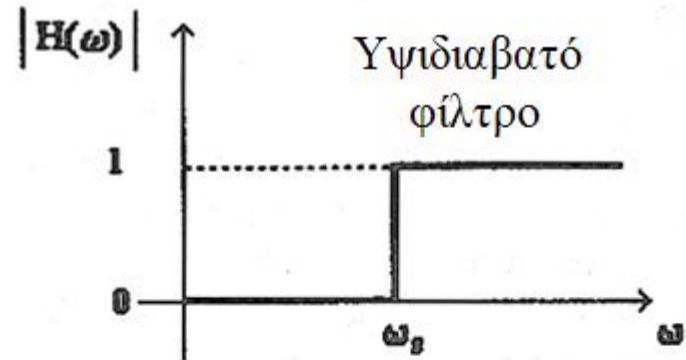
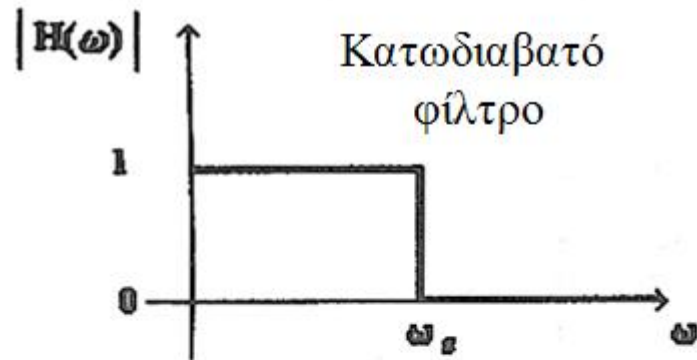
FIR

Προηγούμενες και τρέχουσες είσοδοι  
Μη αναδρομική μορφή

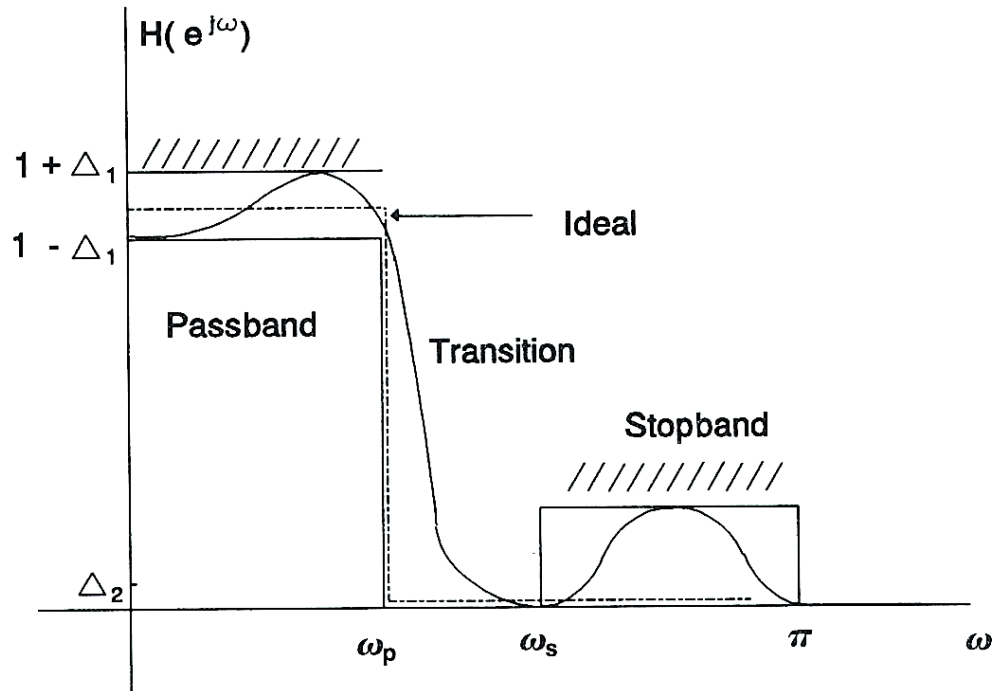




# Ιδανικά Φίλτρα



# Φίλτρα



Ιδανικά και πραγματικά ψηφιακά κατωδιαβατά φίλτρα.



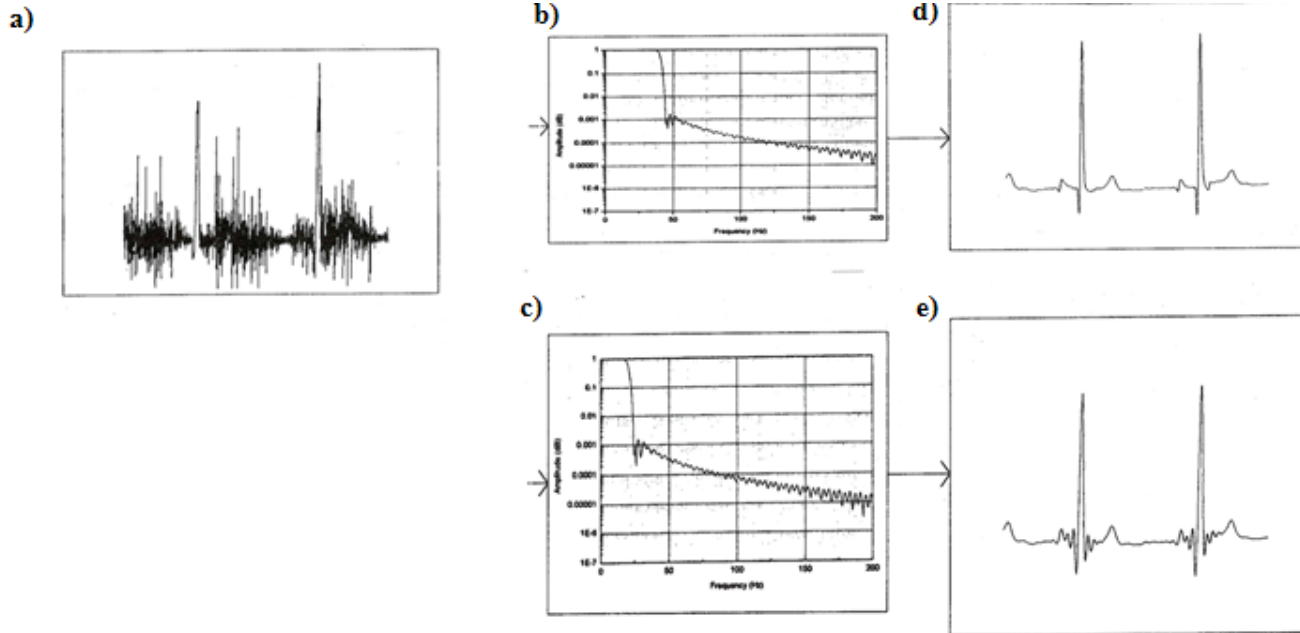
# Εφαρμογή φίλτρων σε επεξεργασία ΗΚΓ

---

- Πηγές θορύβου:
  - Σύσπαση μυών (ΗΜΓ θόρυβος).
  - Παράσιτα λόγω κίνησης.
  - Αναπνοή.
  - Διεπαφή (Interface) δέρματος – ηλεκτροδίου.



# Επίδραση δύο κατωδιαβατών φίλτρων (1/2)



- a) ΗΚΓ με ΗΜΓ θόρυβο.
- b,c) Απόκριση συχνοτήτων δύο FIR φίλτρων. Συχνότητα αποκοπής: 40 Hz, 20 Hz.
- d,e) Φιλτραρισμένες κυματομορφές ΗΚΓ.

# Επίδραση δύο κατωδιαβατών φίλτρων (2/2)

a) Σήμα εισόδου.

b, c) Σήματα εξόδου.

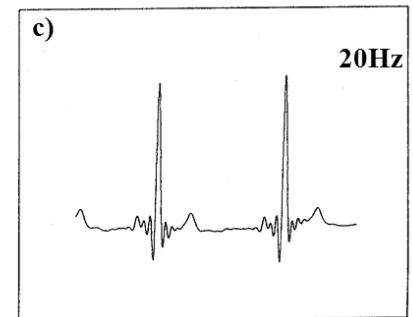
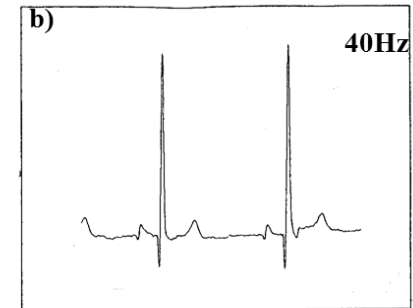
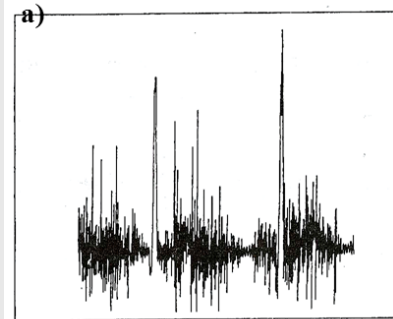
Δραστική μείωση του θορύβου  
Μεταβολή της αρχικής ΗΚΓ  
κυματομορφής :

Cutoff frequency ↓.

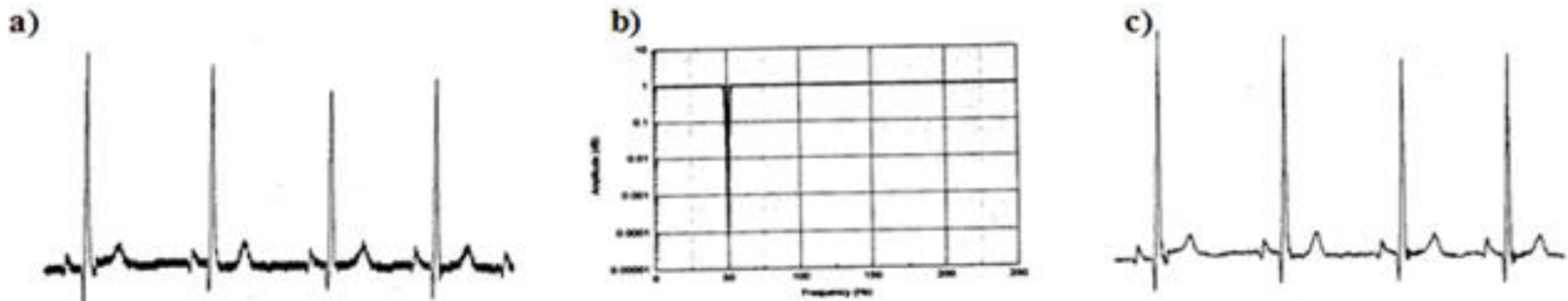
- Το πλάτος του R wave ↓.
- Το εύρος του QRS ↑.
- P waves σχεδόν ανέπαφα

(συχνότητα < 20-30 Hz).

Αύξηση διάρκειας QRS ⇒ κοιλιακή  
υπερτροφία.

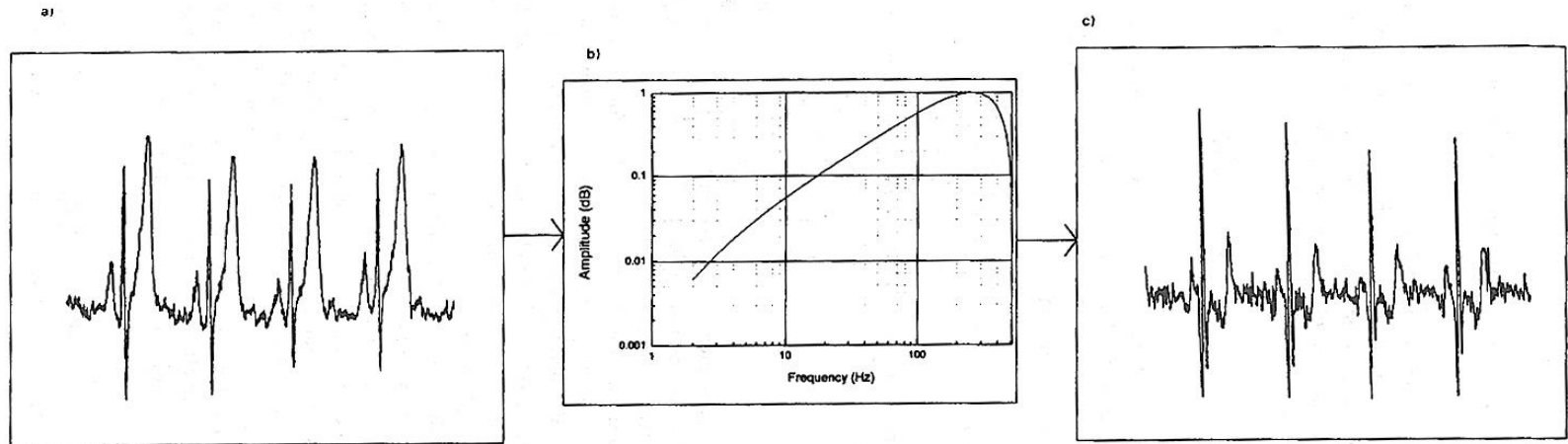


# Επίδραση φίλτρου σχισμής /απόρριψης ζώνης



- a) ΗΚΓ σήμα με θόρυβο 50 Hz.
- b) Φίλτρο σχισμής με συχνότητα αποκοπής 50 Hz.
- c) Φιλτραρισμένο ΗΚΓ - μείωση παρεμβολών από την τροφοδοσία.

# Εφαρμογή υψιδιαβατού φίλτρου για ανίχνευση QRS συμπλέγματος



- a) ΗΚΓ σήμα.
- b) Υψιδιαβατό φίλτρο.
- c) Φιλτραρισμένο ΗΚΓ - εύκολη η αναγνώριση του QRS συμπλέγματος.

# Προκλητά Δυναμικά - Μέση Τιμή Σήματος

---

Επικάλυψη εύρους ζώνης σήματος και θορύβου.

**Σχετικά μεγάλο πλάτος θορύβου -> αλλοίωση  
σήματος.**





# Μέση Τιμή Σήματος

---

- Προκλητά δυναμικά: εγκεφαλικά δυναμικά που προκαλούνται από κάποιο ερέθισμα.
- Ίδιο εύρος συχνοτήτων με ΗΕΓ.
- Πλάτος προκλητών δυναμικών  $\ll$  πλάτος ΗΕΓ.
- Χαρακτηριστικό προκλητών δυναμικών: **το επιθυμητό σήμα επαναλαμβάνεται ίδιο σε κάθε επανάληψη.**



# Μέτρηση Προκλητών Δυναμικών (1/5)

- Εξαγωγή μέσου όρου.
- Επανάληψη πειράματος (χορήγησης ερεθίσματος).

$$r_i(t) = s_i(t) + n_i(t) \quad i=1, \dots, M$$

Συνολικό δυναμικό  
κατά την επανάληψη  $i$

επιθυμητό σήμα

θόρυβος - εξελισσόμενο  
«συμβατικό» ΗΕΓ

$M$ : αριθμός επαναλήψεων



# Μέτρηση Προκλητών Δυναμικών (2/5)

---

Μέσος όρος καταγραφών

$$E(r_i(t)) = \left\{ \sum_{i=1}^M r_i(t) \right\} / M = \frac{1}{M} \left\{ \sum_{i=1}^M s_i(t) + \sum_{i=1}^M n_i(t) \right\}$$

Υποθέτουμε ότι κάθε φορά το ΠΔ αναπαράγεται πανομοιότυπα:

$$s_i(t) = s_j(t) = s(t) \quad \text{για κάθε } i, j \in \{1, \dots, M\}$$



# Μέτρηση Προκλητών Δυναμικών (3/5)

---

Ο θόρυβος δεν σχετίζεται με το ερέθισμα:

⇒ ασυσχέτιστη τυχαία διαδικασία από πείραμα σε πείραμα.

$$E(r_i(t)) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M s_i(t) + \frac{1}{M} 0 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M s_i(t) = \frac{1}{M} M s(t)$$

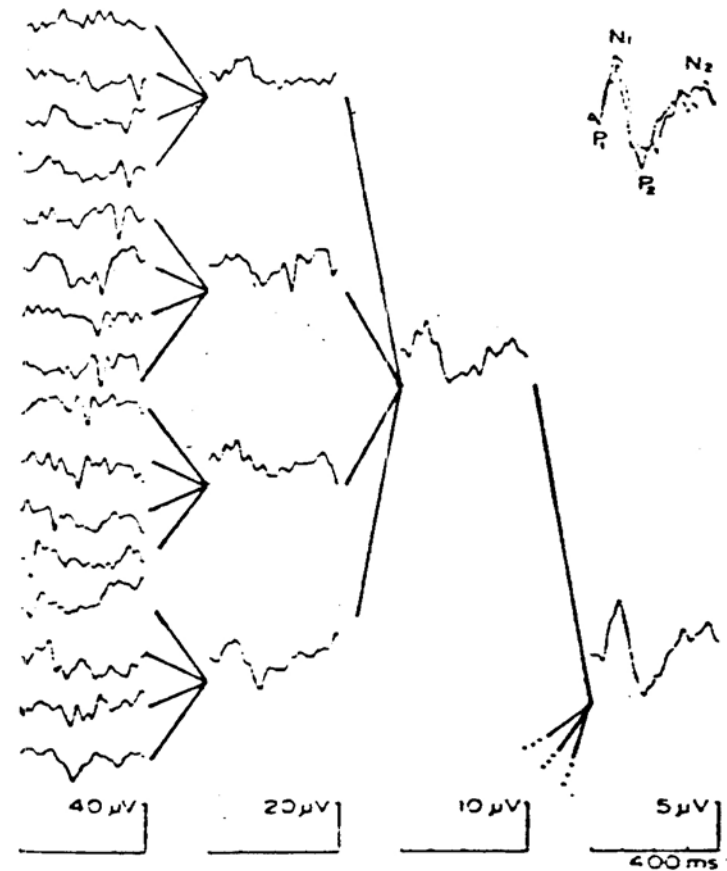
$$\Rightarrow E(r_i(t)) = s(t)$$



# Μέτρηση Προκλητών Δυναμικών (4/5)

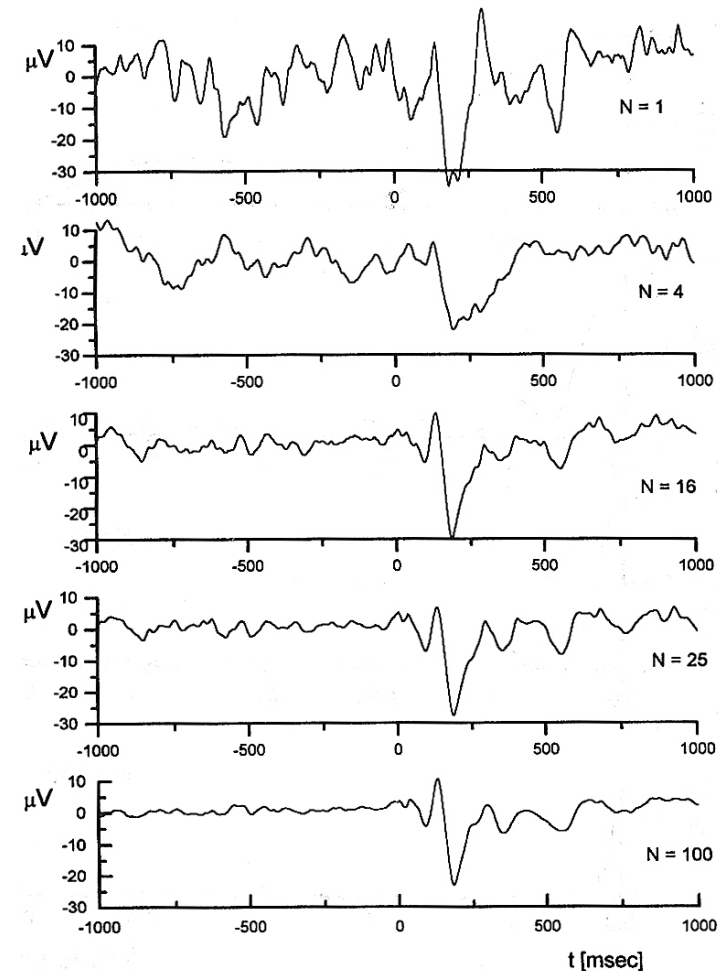
## Εξαγωγή μέσου όρου

Η τελική καμπύλη δεξιά προκύπτει ως μέσος όρος 64 καταγραφών δυναμικού από την ίδια απαγωγή. Σε κάθε επίπεδο επεξεργασίας μεταβάλλεται η κλίμακα πλάτους δυναμικού.



# Μέτρηση Προκλητών Δυναμικών (5/5)

- Η επίδραση του ΗΕΓ μειώνεται σταδιακά και η μορφολογία του προκλητού δυναμικού γίνεται πιο αναγνωρίσιμη καθώς αυξάνει ο αριθμός των επαναλήψεων **N**.
- Υπολογισμός ποσοτικών δεικτών κλινικού ενδιαφέροντος: πλάτος, καθυστέρηση κυματομορφών.



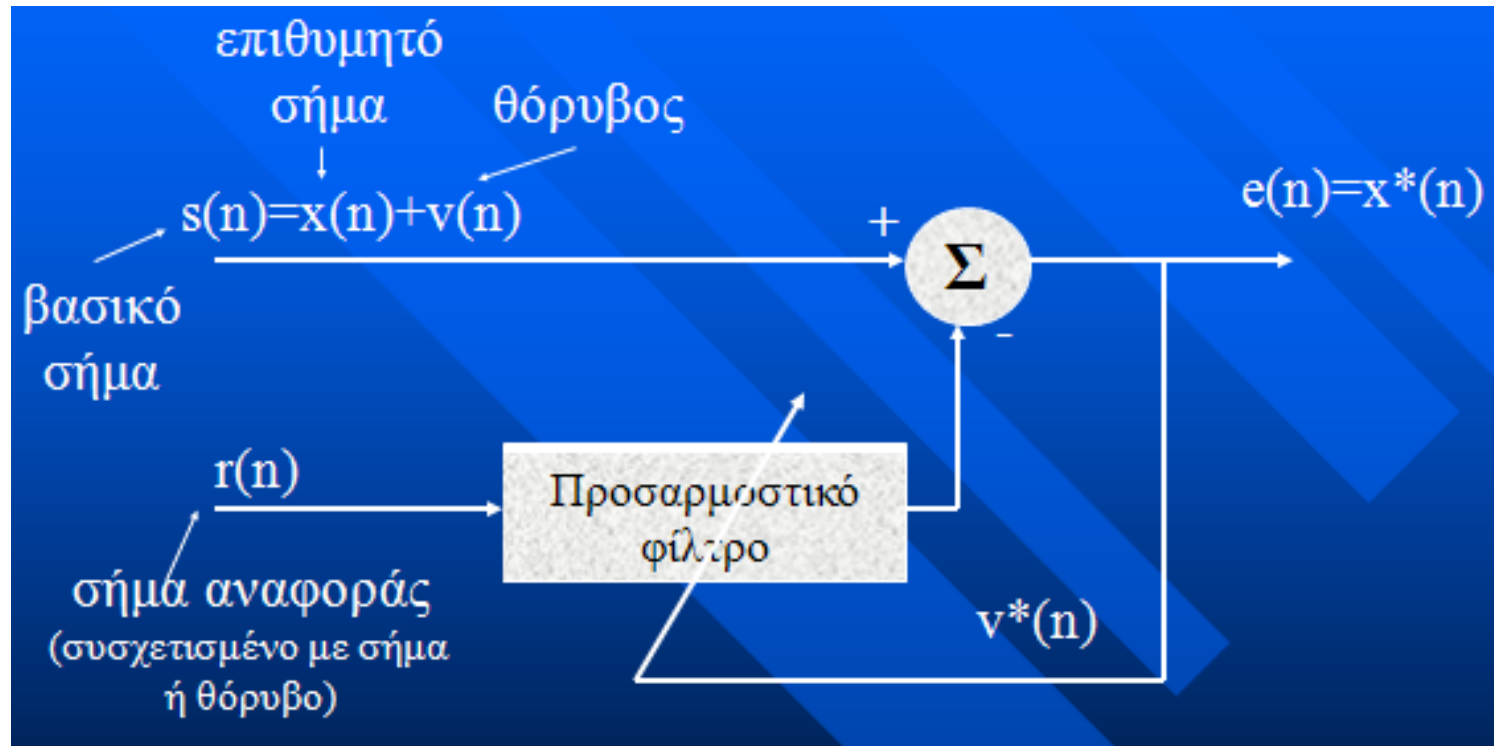
# Προσαρμοστικά (adaptive) φίλτρα (1/2)

---

- Στόχος η αφαίρεση του θορύβου στο παρασκήνιο από το **βασικό σήμα**.
- Βασικό σήμα: επιθυμητό σήμα + θόρυβος.
- Στηριζόμαστε σε σήμα αναφοράς με συσχέτιση ως προς σήμα ή το θόρυβο.



# Προσαρμοστικά (adaptive) φίλτρα (2/2)





# LMS-based adaptive filters

$$\begin{aligned} v^*(n) &= \sum_{m=0}^M \omega_m(n) r(n-m) = \\ &= \omega_0(n) r(n) + \omega_1(n) r(n-1) + \dots + \omega_M(n) r(n-M) \end{aligned}$$

$0 \leq m \leq M$

οπου  $\underline{\omega} = R^{-1} \underline{P}$ ,  $R = E[\underline{r}(n)\underline{r}(n)^T]$ ,  $\underline{P} = E[S(n)\underline{r}(n)^T]$

- Βήμα 1: Υπολογισμός  $v^*(n)$ .
- Βήμα 2: Εκτίμηση  $e(n)=S(n)-v^*(n)$ .
- Βήμα 3: Ενημέρωση συντελεστών φίλτρου:

$$\omega_m(n+1) = \omega_m(n) + 2\mu e(n)r^*(n-m)$$



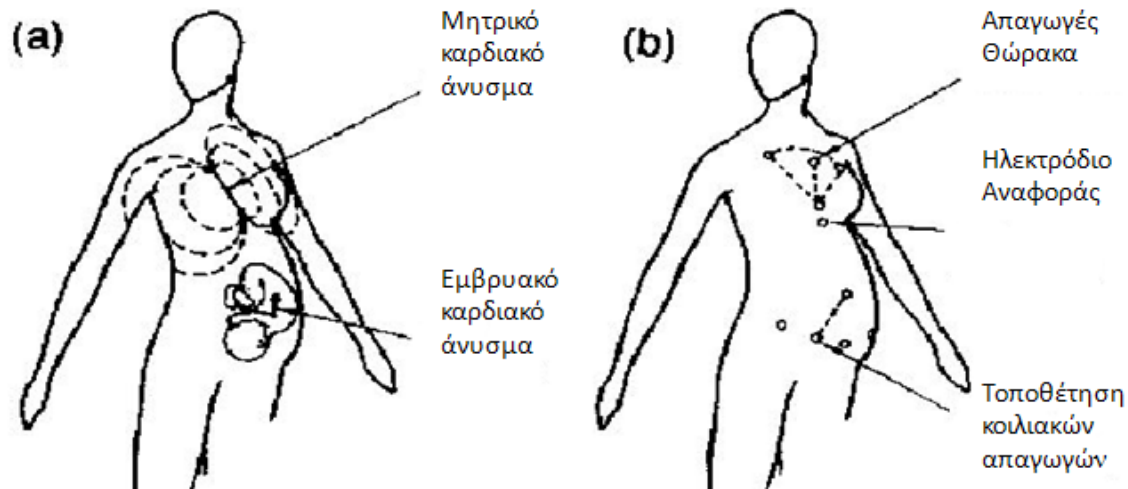
# Εφαρμογές στο ΗΚΓ

---

- Αφαίρεση 50 Hz στο ΗΚΓ
  - Βασικό σήμα: ΗΚΓ απαγωγές.
  - Σήμα αναφοράς για αφαίρεση θορύβου.
- Μέτρηση εμβρυακού ΗΚΓ - αφαίρεση μητρικού ΗΚΓ.
  - Βασικό σήμα: ΗΚΓ εμβρύου (περιοχή κοιλιάς).
  - Σήμα αναφοράς: μητρικό ΗΚΓ.

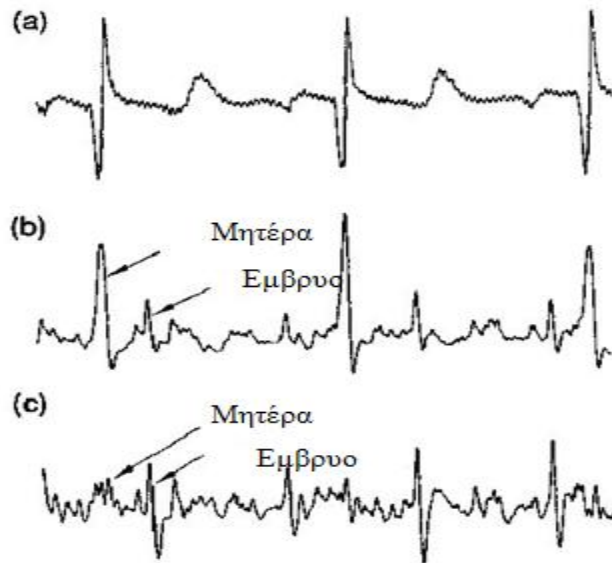


# Εμβρυακό ΗΚΓ (1/3)



- **Ακύρωση μητρικού καρδιακού παλμού στην εμβρυϊκή ηλεκτροκαρδιογραφία:**
- a) Καρδιακά ηλεκτρικά ανύσματα μητέρας και εμβρύου.
- b) Τοποθέτηση απαγωγών.

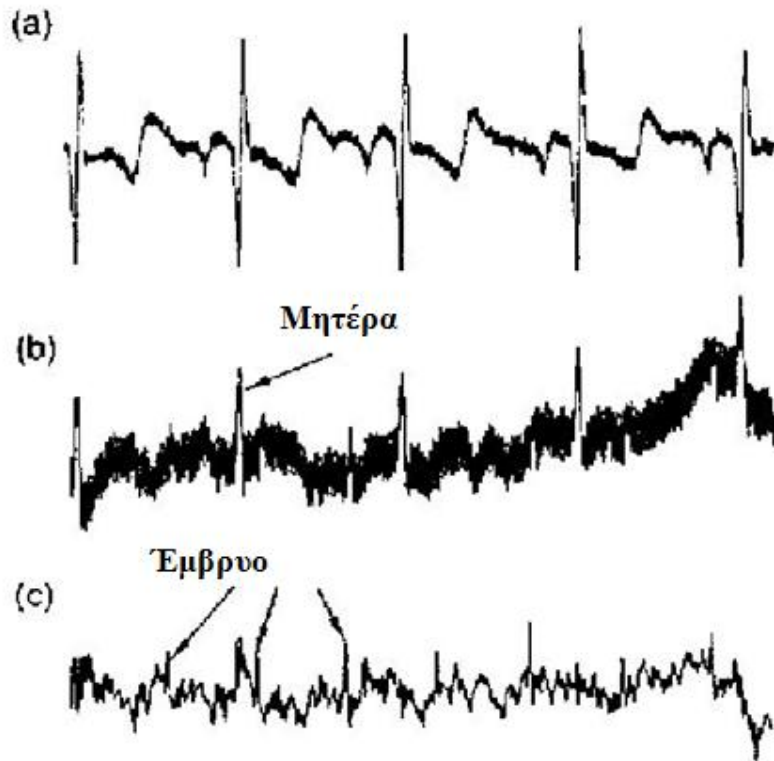
# Εμβρυακό ΗΚΓ (2/3)



Αποτέλεσμα πειράματος εμβρυακού ΗΚΓ (εύρος 3-35Hz, ρυθμός δειγματοληψίας 256 Hz).

- a) Σήμα αναφοράς (chest lead).
- b) Αρχική είσοδος (abdominal lead).
- c) Έξοδος ακύρωσης θορύβου.

# Εμβρυακό ΗΚΓ (3/3)



Αποτέλεσμα πειράματος εμβρυακού ΗΚΓ ευρείας Ζώνης (εύρος 0.3-75Hz, ρυθμός δειγματοληψίας 512 Hz).

- a) Σήμα αναφοράς (chest lead).
- b) Αρχική είσοδος (abdominal lead).
- c) Έξοδος ακύρωσης θορύβου.

---

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

