

Τα υλικά που παρουσιάζονται παρακάτω είναι τα χρωματιστά ζώακια – αρκουδάκια, τα ζάρια (διαφόρων ειδών) και οι κύκλοι ή δείκτες πιθανοτήτων.



Χρωματιστά ζώακια

Καταγραφή υλικών από το εργαστήριο: Στο εργαστήριο υπάρχουν πολλών ειδών χρωματιστά ζώακια τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία των εννοιών της στατιστικής και των πιθανοτήτων. Μετά από μια επίσκεψη στο εργαστήριο των μαθηματικών καταμετρήσαμε και καταγράψαμε τα ακόλουθα είδη:



Αρκουδάκια		
Χρώμα	μεγάλα	μικρά
Κίτρινο	9	90
Κόκκινο	11	90
Πράσινο	12	82
Μπλε	12	98



ΔΕΙΝΟΣΑΥΡΑΚΙΑ						
Χρώμα	Είδος					
	Βροντόσαυρος	Στεγόσαυρος	Τυροανόσαυρος	Τρικέρατος	Πτερόσαυρος	Μαμούθ
Κόκκινο	2	3	2	3	1	3
Πράσινο	1	2	1	3	1	1
Μπλε	3	2	2	3	2	2
Κίτρινο	1	-	3	2	3	-
Πορτοκαλί	1	1	-	2	1	1
Μωβ	1	1	2	2	3	1

Συνολικά, στο εργαστήριο υπάρχουν 466 χρωματιστά ζώακια από τα οποία τα 404 είναι αρκουδάκια, 44 μεγάλα και 360 μικρά, και τα 62 χρωματιστά δεινοσαυράκια σε διάφορα χρώματα όπως φαίνεται στους πιο πάνω πίνακες.



Τρόπος χρήσης:

Τα χρωματιστά ζώακια αποτελούν πλαστικά τρισδιάστατα αντικείμενα διαφορετικών ειδών και χρωμάτων τα οποία χρησιμοποιούν τα παιδιά κατά τη διάρκεια διαφόρων δραστηριοτήτων με στόχο κυρίως την εισαγωγή τους στις έννοιες της στατιστικής και των πιθανοτήτων. Τα ζώακια αυτά παρουσιάζουν διαφορές στο χρώμα, στο μέγεθος, στο είδος



και έτσι προσφέρουν πολλαπλές ευκαιρίες για εφαρμογή σε διάφορες μαθηματικές έννοιες. Τα υλικά αυτά, εκτός από τη στατιστική και τις πιθανότητες, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε άλλες ενότητες των μαθηματικών όπως είναι αυτή των μοτίβων, της

απαρίθμησης και άλλων. Τα υλικά αυτά χρησιμοποιούνται κυρίως στις μικρές τάξεις του δημοτικού σχολείου, λόγω της φύσης των υλικών αυτών. Τα πιο πάνω αντικείμενα μπορούν να χρησιμοποιηθούν από μόνα τους, δηλαδή μόνο αρκουδάκια ή σε συνδυασμό π.χ. αρκουδάκια και δεινοσαυράκια κ.τ.λ.

Ζάρια

Στο εργαστήριο υπάρχουν διάφορα είδη ζαριών. Σε μεγαλύτερη ποσότητα υπάρχουν τα συνηθισμένα ζάρια, τα κανονικά εξάεδρα, με τις



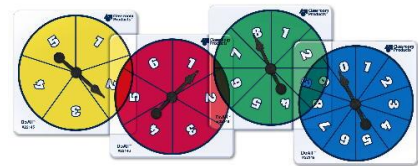
κουκκίδες από 1-6 σε κάθε πλευρά. Συνολικά, στο εργαστήριο μαθηματικών υπάρχουν 16 λευκά εξάεδρα ζάρια. Επιπλέον, υπάρχουν και άλλα πολυέδρα ζάρια, τα οποία στις πλευρές τους φέρουν ενδείξεις αριθμών (1, 2, 3...). Στο εργαστήριο είναι διαθέσιμα 4 πράσινα,

οκτάεδρα ζάρια, τα οποία στις πλευρές τους φέρουν αριθμούς από το 1-8. Επιπρόσθετα, υπάρχουν 6 κόκκινα, δεκάεδρα ζάρια, που στις 10 πλευρές τους φέρουν ενδείξεις με τους αριθμούς 0-9, ενώ μπορούμε να βρούμε ακόμα 4 άσπρα εικοσάεδρα ζάρια, που στις πλευρές τους αναγράφονται οι αριθμοί 1-20. Όλα τα ζάρια που υπάρχουν στο εργαστήριο είναι δίκαια ζάρια Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε ρίψη, κάθε πλευρά έχει την ίδια πιθανότητα να επιλεγεί.

Τα ζάρια που χρησιμοποιούνται για τις ανάγκες της διδακτικής των μαθηματικών ποικίλουν στο σχήμα, στο μέγεθος, στο χρώμα και στις ενδείξεις που φέρουν (π.χ. αριθμούς, τελείες, κτλ.). Η χρήση των υλικών αυτών στοχεύει στην εξοικείωση των παιδιών με τις έννοιες των πιθανοτήτων και της στατιστικής. Τα υλικά αυτά μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν και σε άλλες ενότητες όπως η αξία



θέσης ψηφίου, η αριθμηση και οι πράξεις. Τα υλικά αυτά είναι εύκολα στη χρήση από παιδιά του δημοτικού σχολείου, αφού με ρίψεις ζαριών μπορούν τα παιδιά να συλλέξουν δεδομένα και να διεξάγουν πειράματα πιθανοτήτων. Κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν ένα ή περισσότερα ζάρια ίδιου ή διαφορετικού είδους (π.χ. ρίψη ενός εξαέδρου ζαριού με τελείες από το 1-6 και εξαέδρου ζαριού με αριθμούς από το 1-6).



Κύκλοι Πιθανοτήτων ή σβούρες

Κατασκευή: Οι κύκλοι πιθανοτήτων ή σβούρες (spinners) αποτελούν ένα απλό εκπαιδευτικό υλικό. Οι σβούρες αποτελούν εύκολο στο σχεδιασμό και την κατασκευή υλικό, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τους εκπαιδευτικούς στη διδασκαλία των εννοιών της στατιστικής και των πιθανοτήτων. Εξαιτίας της απλότητας στην κατασκευή τους, τα υλικά αυτά δεν υπάρχουν έτοιμα στο εργαστήριο, εφόσον κάθε εκπαιδευτικός μπορεί πολύ εύκολα να κατασκευάσει τέτοια υλικά. Το μόνο που χρειάζεται είναι διάφορα χαρτόνια κομμένα σε κυκλικό σχήμα, συνδετηράκια (τα οποία γυρίζουν από κάτω) και κάποιους δείκτες (οι οποίοι μπορεί να είναι κομμάτια από χαρτόνι ή και πλαστικό). Με το συνδετηράκι είναι εύκολα να στερεώνεται ο δείκτη στο κέντρο του κύκλου με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να γυρίζει εύκολα. Ο κύκλος μπορεί να κατασκευαστεί είτε με διαφορετικά χαρτόνια είτε από μονόχρωμο χαρτόνι και έπειτα χρησιμοποιώντας χρωματιστά μολύβια να δημιουργούνται τα μέρη του, έτσι ώστε να είναι ορατός ο διαχωρισμός του τουλάχιστον σε δύο μέρη. Για παράδειγμα, μπορεί ο μισός κύκλος να έχει χρώμα κόκκινο, ενώ ο άλλος μισός πράσινο, ή ακόμα μπορεί το $\frac{1}{4}$ του κύκλου να έχει διαφορετικό χρώμα από το υπόλοιπο του κύκλου. Επιπλέον, δίνεται η δυνατότητα στον εκπαιδευτικό να μπορεί διαμορφώνει τις σβούρες που θα κατασκευάσει, ανάλογα με τους στόχους που θέλει να πετύχει.

Εξάλλου, οι σβούρες μπορούν να κατασκευαστούν ακόμα πιο εύκολα και απλά από τους ίδιους τους μαθητές χρησιμοποιώντας ένα χαρτί χωρισμένο σε διάφορα μέρη, ένα μολύβι και ένα συνδετήρα. Τα παιδιά στηρίζουν με το μολύβι τους το συνδετήρα στο κέντρο του χαρτιού. Γυρίζοντας το συνδετήρα όσες φορές θέλουν, παίρνουν τα ίδια αποτελέσματα που θα μπορούσαν να πάρουν με μια κανονική σβούρα. Επιπρόσθετα, τα παιδιά έχουν τη δυνατότητα να φτιάξουν διαφορετικά είδη σβούρων αλλάζοντας κάθε φορά τα μέρη στα οποία χωρίζουν το χαρτί (π.χ. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, κ..ο.κ.)

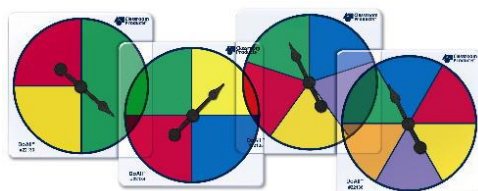
Ωστόσο, οι κύβλοι πιθανοτήτων ή σβούρες, διατίθενται σε ένα ευρύ φάσμα και σε ηλεκτρονική μορφή, γεγονός που κάνει την πρόσβαση σε αυτές καθώς και τη χρήση τους ακόμα πιο εύκολη υπόθεση. Τα παιδιά μπορούν να αναζητήσουν και να χρησιμοποιήσουν αυτές τις συσκευές και από το διαδίκτυο, να πραγματοποιήσουν αμέτρητες δοκιμές, σε ποικίλα σχήματα, χρώματα και συνδυασμούς.

Τα είδη των σβούρων (spinners) που υπάρχουν, ποικίλουν ως προς το είδος, το χρώμα, τις πιθανότητες, τη μορφή, τις δυνατότητες επεξεργασίας. Για παράδειγμα, υπάρχουν αριθμητικές σβούρες, στις οποίες το αποτέλεσμα της περιστροφής του δείκτη καθορίζεται από τον αριθμό στον οποίο θα σταματήσει ο σβούρα. Οι κατασκευές αυτές μπορούν να γίνουν πιο σύνθετες εάν εμπλέξουμε περισσότερους από ένα παράγοντες. Μια κατασκευή παρόμοια με αυτή της ρουλέτας θα μπορούσε να αποτελέσει ένα παράδειγμα για μια πολυπλοκότερη κατασκευή σβούρας, στην οποία θα μπορούσε να μελετηθεί η πιθανότητα η σβούρα να σταματήσει π.χ. σε ζυγό αριθμό και σε κόκκινο χρώμα.



Όπως προαναφέρθηκε, το υλικό αυτό δεν υπάρχει στο εργαστήριο, λόγω της ευκολίας που υπάρχει τόσο στην κατασκευή του, όσο και στη διαθεσιμότητά του πλέον σε ηλεκτρονική μορφή. Ένας ενδεικτικός αριθμός που θα θεωρείτο ικανοποιητικός για μια τάξη θα ήταν περίπου 30-50 σβούρες, μέσα στις οποίες θα υπήρχαν τουλάχιστον 10 διαφορετικά είδη.

Οι κύβλοι πιθανοτήτων ή σβούρες (spinners) μπορούν να χρησιμοποιηθούν εύκολα και με ποικίλους τρόπους από τα παιδιά. Καταρχήν, οι σβούρες μπορούν πολύ απλά να



χρησιμοποιηθούν ως συσκευές τυχαιότητας από τα παιδιά για κάποια συμβάντα. Επιπλέον, πριν

ακόμα γυρίσουν το δείκτη, τα παιδιά μπορούν να κάνουν κάποιες προβλέψεις για το σημείο στο οποίο θα σταματήσει να γυρίζει η σβούρα, ανάλογα με το σε πόσα μέρη είναι χωρισμένος ο κύκλος πιθανοτήτων.



Προτεινόμενες Δραστηριότητες

1. Χρωματιστά Ζωάκια

Δραστηριότητες:

A. Γραφικές Αναπαραστάσεις-Στατιστική

Τα χρωματιστά ζωάκια αποτελούν εύκολα αντικείμενα στη χρήση τους και μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τα παιδιά ως υλικά για τη εισαγωγή στις έννοιες της στατιστικής και των γραφικών αναπαραστάσεων. Παρακάτω παρατίθενται μερικές προτεινόμενες δραστηριότητες για εισαγωγή στη στατιστική και συγκεκριμένα στις γραφικές αναπαραστάσεις με τη χρήση των υλικών αυτών.

1.1. Η εκπαιδευτικός παίρνει ένα χαρτόνι και το τοποθετεί στο πάτωμα της τάξης. Στη συνέχεια, δημιουργεί στήλες ανάλογα με τα χρώματα που έχουν τα αρκουδάκια που θα δοθούν στα παιδιά. Έπειτα, κάθε παιδί καλείται να διαλέξει από ένα κουτί το αρκουδάκι με το χρώμα της προτίμησής του και να το τοποθετήσει στη σωστή στήλη (το ένα αρκουδάκι πίσω από το άλλο). Έτσι, σιγά – σιγά θα δημιουργηθεί από τα παιδιά της τάξης ένα ραβδόγραμμα για τα χρώματα προτίμησής τους. Αφού ολοκληρωθεί το διάγραμμα γίνεται στην ολομέλεια συζήτηση για το ποιες πληροφορίες μπορούμε να πάρουμε και ποια συμπεράσματα μπορούμε να εξάγουμε από το συγκεκριμένο διάγραμμα. Για παράδειγμα μπορούμε να εντοπίσουμε το αγαπημένο χρώμα των παιδιών της τάξης, λιγότερο δημοφιλές χρώμα, πόσα παιδιά προτίμησαν το κάθε χρώμα, πόσα περισσότερα παιδιά προτιμούν το κάθε χρώμα, πόσα λιγότερα κάνοντας με αυτό τον τρόπο διάφορες συγκρίσεις.

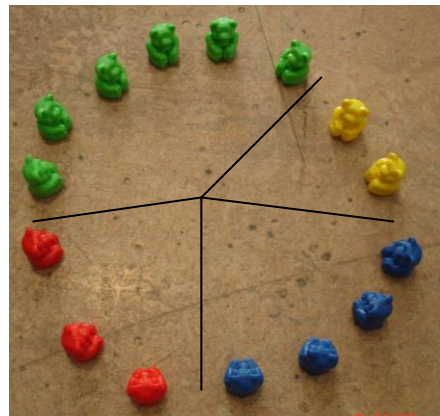


Η δραστηριότητα αυτή προσφέρει εμπειρική επαφή με τη δημιουργία ενός συγκεκριμένου διαγράμματος – ραβδόγραμμα – αλλά και προσφέρει επιπρόσθετες ευκαιρίες μάθησης. Αρχικά, τα παιδιά με τον τρόπο αυτό έρχονται σε επαφή με όρους της στατιστικής όπως επικρατούσα τιμή κτλ αλλά και δίνεται η ευκαιρία να χρησιμοποιήσουν τις πράξεις που γνωρίζουν για να επεξεργαστούν τις πληροφορίες που δίνονται και να εξάγουν διάφορα συμπεράσματα από το διάγραμμα αυτό.

1.2. Η εκπαιδευτικός ζητά από τα παιδιά να διαλέξουν αρκουδάκια με το χρώμα της προτίμησής τους. Αφού γίνει αυτό, η εκπαιδευτικός ζητά από τα παιδιά που διάλεξαν το κάθε χρώμα να ψηλώσουν το χέρι και έτσι να γίνει καταμέτρηση των προτιμήσεων των παιδιών. Η δραστηριότητα αυτή θα πρέπει να διεξαχθεί πριν από τη δραστηριότητα 1.1 έτσι ώστε τα παιδιά να συγκρίνουν τους δύο τρόπους συλλογής και παρουσίασης δεδομένων και να κατανοήσουν τους λόγους και τη σημασία των διαγραμμάτων και πόσο διευκόλυναν τη ζωή.

Για τη διεξαγωγή των πιο πάνω δραστηριοτήτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν και διαφορετικές ιδιότητες των υλικών εκτός από το χρώμα, όπως είναι για παράδειγμα το είδος του ζώου (αρκουδάκι, δεινοσαυράκι).

1.3. Η εκπαιδευτικός παίρνει ένα μεγάλο, στρογγυλό χαρτόνι και το τοποθετεί στο πάτωμα της τάξης. Έπειτα, κάθε παιδί καλείται να διαλέξει από ένα κουτί το αρκουδάκι με το χρώμα της προτίμησής του και να το τοποθετήσει στο κύκλο ανάλογα με το χρώμα της προτίμησής τους (όλα τα κόκκινα το ένα δίπλα στο άλλο, όλα τα κίτρινα το ένα δίπλα στο άλλο κτλ.). Έτσι, σιγά – σιγά θα δημιουργηθεί από τα παιδιά της τάξης ένα κυκλικό διάγραμμα για τα χρώματα προτίμησής τους. Αφού τοποθετηθούν τα αρκουδάκια από τα παιδιά, η εκπαιδευτικός μπορεί να τραβήξει ακτίνες από το κέντρο του κύκλου στα σημεία που αλλάζουν τα χρώματα προτίμησης. Ακολουθώντας, μετά την ολοκλήρωση του διαγράμματος γίνεται στην ολομέλεια συζήτηση για το ποιες πληροφορίες μπορούμε να πάρουμε και ποια συμπεράσματα μπορούμε να εξάγουμε από το συγκεκριμένο διάγραμμα. Για παράδειγμα μπορούμε να εντοπίσουμε το αγαπημένο χρώμα των παιδιών της τάξης, λιγότερο δημοφιλές χρώμα, πόσα παιδιά προτίμησαν το κάθε χρώμα, πόσα περισσότερα παιδιά προτιμούν το κάθε χρώμα, πόσα λιγότερα κάνοντας με αυτό τον τρόπο διάφορες συγκρίσεις. Για ενίσχυση των συγκρίσεων αυτών, μπορεί να κοπεί το διάγραμμα στα σημεία που αλλάζει το χρώμα προτίμησης δημιουργώντας έτσι διάφορα κομμάτια που το καθένα να δηλώνει τις διαφορετικές προτιμήσεις των παιδιών.

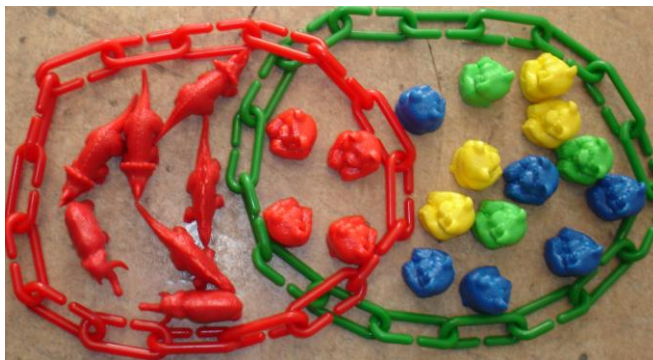


Η δραστηριότητα αυτή προσφέρει εμπειρική επαφή με τη δημιουργία ενός συγκεκριμένου διαγράμματος – κυκλικό διάγραμμα (pie chart) – αλλά και προσφέρει επιπρόσθετες ευκαιρίες μάθησης. Αρχικά, τα παιδιά με τον τρόπο αυτό έρχονται σε επαφή με όρους της στατιστικής όπως επικρατούσα τιμή κτλ. αλλά και δίνεται η ευκαιρία να χρησιμοποιήσουν τις πράξεις που γνωρίζουν για να επεξεργαστούν τις πληροφορίες που δίνονται και να εξάγουν διάφορα συμπεράσματα από το διάγραμμα αυτό.

Β. Ταξινόμηση και ανάλυση δεδομένων

Τα χρωματιστά ζώακια μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σαν υλικά χαρακτηριστικών για εισαγωγή των παιδιών στις έννοιες της ταξινόμησης και της ανάλυσης δεδομένων. Τα υλικά αυτά έχουν τις εξής ιδιότητες με τις οποίες μπορούν να δουλέψουν τα παιδιά για την ταξινόμησή τους: χρώμα, είδος, μέγεθος.

- 1.4. Όλα τα υλικά βρίσκονται σε τέτοιο σημείο μέσα στην τάξη, έτσι ώστε να μπορούν να είναι ορατά και προσβάσιμα από τα παιδιά (π.χ. τα παιδιά κάθονται κάτω στο πάτωμα σε κύκλο και τα υλικά βρίσκονται στο κέντρο του κύκλου). Μπροστά από τα παιδιά τοποθετούνται δύο μεγάλοι βρόχοι από νήμα (γνωστοί ως διαγράμματα Venn) και τα παιδιά καλούνται να ομαδοποιήσουν τα υλικά που έχουν μπροστά τους με βάση κάποιο χαρακτηριστικό το οποίο οι ίδιοι θα επιλέξουν καθώς και να ονομάσουν τους βρόχους (π.χ. τα μπλε ζώακια σε ένα βρόχο, τα κόκκινα σε άλλο βρόχο). Η δραστηριότητα αυτή, μπορεί να αποκτήσει μεγαλύτερο δείκτη δυσκολίας αν ζητήσουμε από τα παιδιά να ομαδοποιήσουν τα χρωματιστά ζώακια που έχουν μπροστά τους με βάση δύο διαφορετικά χαρακτηριστικά (π.χ. πράσινα ζώακια, δεινοσαυράκια) Έτσι, τα παιδιά συνειδητοποιούν την έννοια της τομής των δύο χαρακτηριστικών, δηλ. ότι μπορούν να υπάρχουν υλικά τα οποία να είναι πράσινα **και** δεινοσαυράκια.



Η δραστηριότητα αυτή βοηθά τα παιδιά να επιλύουν διάφορα προβλήματα λογικής, κατανοώντας παράλληλα τη σημασία των συνδετικών *και*, *ή*, *και όχι* με εμπειρικό και αισθητικό τρόπο. Όπως υποστηρίζει και ο Van de Walle (2005), μια δραστηριότητα τέτοιου είδους αποκτά μεγαλύτερη σπουδαιότητα αν τα παιδιά προσπαθούν να εντοπίσουν τον τρόπο με τον οποίο έχουν ταξινομηθεί τα υλικά όταν το σχήμα δεν έχει διατυπωθεί ρητά. Αυτές οι δραστηριότητες προετοιμάζουν με πιο άμεσο τρόπο τα παιδιά να αναλύσουν τον κόσμο τους, να διατυπώνουν ερωτήσεις και να κάνουν ανάλυση δεδομένων (Van de Walle , 2005).

Γ. Πιθανότητες

Μια άλλη ενότητα στην οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα χρωματιστά ζώακια είναι και οι πιθανότητες. Με τα χρωματιστά ζώακια, τα παιδιά θα μπορούν να δημιουργήσουν εκτελέσουν πειράματα πιθανοτήτων, να κάνουν προβλέψεις, παρατηρήσεις και να εξάγουν δικά τους συμπεράσματα. Παρακάτω θα προταθούν μερικές δραστηριότητες για εφαρμογή στην ενότητα των πιθανοτήτων με τη χρήση των χρωματιστών αυτών ζώων.

1.5. Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει στα παιδιά διάφορα χρωματιστά ζώακια π.χ. αρκουδάκια και μία τσάντα και μπροστά στα παιδιά επιδεικνύει για παράδειγμα ότι έχει τοποθετήσει 5 κόκκινα αρκουδάκια, 3 πράσινα και 2 κίτρινα αρκουδάκια και τα τοποθετεί στη τσάντα. Η εκπαιδευτικός στο σημείο αυτό ζητά από τα παιδιά να κρίνουν διάφορα συμβάντα ως βέβαια, δυνατά ή αδύνατα και να εξηγήσουν τον τρόπο που σκέφτηκαν. Για παράδειγμα η εκπαιδευτικός μπορεί να αναφέρει τις εξής προτάσεις:

- Θα πάρω 3 κόκκινα δεινοσαυράκια.
- Θα πάρω κόκκινο αρκουδάκι.
- Εκτελώντας το πείραμα 2 φορές θα πάρω 1 κόκκινο και 1 πράσινο αρκουδάκι.



Η δραστηριότητα αυτή έχει ως στόχο τα παιδιά να περιγράψουν ή να επινοούν συμβάντα και να τα κατηγοριοποιούν ως βέβαια, αδύνατα ή δυνατά εξηγώντας το σκεπτικό τους σε κάθε περίπτωση.

1.6. Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει στα παιδιά διάφορα χρωματιστά ζώακια π.χ. αρκουδάκια και μία τσάντα και μπροστά στα παιδιά επιδεικνύει πόσα κόκκινα, πόσα πράσινα και πόσα κίτρινα αρκουδάκια τοποθετεί στη τσάντα. Έπειτα, αφήνει τα παιδιά να πάρουν ένα αρκουδάκι κάθε φορά και το επανατοποθετούν πίσω στη τσάντα. Στη συνέχεια, η

εκπαιδευτικός μπορεί να ρωτήσει τα παιδιά π.χ. «Αν συνεχίσουμε το πείραμά μας για δέκα φορές θα πάρουμε περισσότερα πράσινα αρκουδάκια, λιγότερα πράσινα αρκουδάκια, κανένα πράσινο αρκουδάκι ή θα είναι όλα πράσινα τα αρκουδάκια που θα πάρουμε;». Η ίδια διαδικασία μπορεί να συνεχιστεί αλλάζοντας τον αριθμό των χρωμάτων και επαναλαμβάνοντας την ίδια σειρά εκτέλεσης.

Οι δύο πιο πάνω δραστηριότητες έχουν στόχο τα παιδιά να κάνουν προβλέψεις για τα αποτελέσματα απλών εμπειρικών πειραμάτων χρησιμοποιώντας τους όρους **περισσότερο, λιγότερο, όλοι και κανέναν**.

1.7. Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει στα παιδιά μία τσάντα τα αρκουδάκια και τα δεινοσαυράκια διαφορετικών χρωματισμών που θα χρησιμοποιηθούν στα πειράματα. Στη συνέχεια, τα τοποθετεί στη τσάντα. Ακολούθως, αφήνει τα παιδιά να πάρουν ένα ζωάκι και να το επανατοποθετούν στη τσάντα. Στη συνέχεια, η εκπαιδευτικός μπορεί να ρωτήσει τα παιδιά π.χ. «Αν συνεχίσουμε την εκτέλεση του πειράματος αυτού για χ φορές θα πάρουμε περισσότερα αρκουδάκια, θα πάρουμε περισσότερα δεινοσαυράκια, θα πάρουμε περισσότερα ζωάκια πράσινου χρώματος, λιγότερα ζωάκια πράσινου χρώματος κ.ο.κ.».

1.8. Σε ένα επόμενο στάδιο είναι δυνατό με τα χρωματιστά ζωάκια να εκτελεστούν και πιο σύνθετα πειράματα. Η εκπαιδευτικός έχει δύο τσάντες με χρωματιστά ζωάκια. Στη μία τσάντα τοποθετούνται δεινοσαυράκια διαφορετικών χρωμάτων και στην άλλη αρκουδάκια διαφορετικών χρωμάτων. Πιθανότητα κόκκινο αρκουδάκι – κόκκινο δεινοσαυράκι κ.τ.λ.

Δ. Άλλες Ενότητες Μαθηματικών

Τα χρωματιστά ζωάκια αποτελούν, όπως έχει προαναφερθεί, απλό και εύχρηστο εκπαιδευτικό υλικό. Για το λόγο αυτό το υλικό αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αρκετές ενότητες των μαθηματικών. Παράλληλα με αυτό, η φύση του υλικού αλλά και η ποικιλία από χρώματα συμβάλλει στη διεύρυνση του πεδίου χρήσης των υλικών αυτών στη διδακτική των μαθηματικών.

Αρίθμηση – Πράξεις

1.9. Τα χρωματιστά αρκουδάκια μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις πρώτες τάξεις για απαρίθμηση αντικειμένων. Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει μία ποσότητα από χρωματιστά ζωάκια και καλεί τα παιδιά να αναφέρουν πόσα ζωάκια βλέπουν. Αφού γίνουν μερικά παραδείγματα η ίδια διαδικασία μπορεί να γίνει με τα παιδιά στις ομάδες τους. Το ένα παιδί παρουσιάζει ένα αριθμό από χρωματιστά ζωάκια και τα άλλα παιδιά καλούνται να πουν ποιος αριθμός είναι.

1.10. Σε άλλη δραστηριότητα η εκπαιδευτικός μπορεί να παρουσιάσει στα παιδιά ένα αριθμό από χρωματιστά ζωάκια και στη συνέχεια μπορεί να αναφέρει προβλήματα στα παιδιά και να τα καλέσει να τα λύσουν προφορικά. Για παράδειγμα αν παρουσιάσει στα παιδιά 2 κίτρινα αρκουδάκια μπορεί στη συνέχεια να διατυπώσει διάφορα ερωτήματα όπως για παράδειγμα, αν πάρω και δύο πράσινα αρκουδάκια πόσα θα είναι όλα τα αρκουδάκια που θα έχω τώρα; Πάρω ακόμα ένα κόκκινο και ένα κίτρινο, πόσα θα είναι όλα τα κίτρινα αρκουδάκια; Πόσα θα είναι όλα τα αρκουδάκια που θα έχω (πρόσθεση); Αν δώσω 2 κίτρινα αρκουδάκια σε μια φίλη μου πόσα θα έχω τώρα (αφαίρεση); Αν θέλω να μοιράσω τα αρκουδάκια που έχω σε 3 παιδιά πόσα αρκουδάκια θα πάρει το κάθε παιδί (Διαίρεση); Και άλλες τέτοιου είδους δραστηριότητες. Αρχικά, τα παιδιά μπορούν να διατυπώνουν πρόβλημα και στη συνέχεια να εκτελούν εμπειρικά την πράξη ώστε να επαληθεύουν τις απαντήσεις τους.

Οι πιο πάνω δραστηριότητες απευθύνονται σε παιδιά νηπιαγωγείου ή και Α' δημοτικού στους πρώτους μήνες. Στις δραστηριότητες αυτές τα παιδιά χρησιμοποιούν το εκπαιδευτικό υλικό για απαρίθμηση μίας ποσότητας αλλά και για εκτέλεση όλων των πράξεων για να γίνει εισαγωγή και εμπειρική επαφή.

Μοτίβα

1.11. Η εκπαιδευτικός δίνει στις ομάδες των παιδιών αρκουδάκια με διαφορετικά χρώματα και ζητά να επεξεργαστούν το υλικό που έχουν στη διάθεσή τους και στη συνέχεια να τα τοποθετήσουν στο θρανίο τους με όποιο τρόπο θέλουν και να δικαιολογήσουν το λόγο επιλογής τους. Ίσως πολλά παιδιά να τα ομαδοποιήσουν με το χρώμα π.χ. όλα τα κόκκινα μαζί, όλα τα πράσινα μαζί κτλ ίσως όμως κάποια παιδιά να δημιουργήσουν κάποιο μοτίβο. Αν όχι τότε η εκπαιδευτικός μπορεί να εισηγηθεί

κάποιο τρόπο, να τον παρουσιάσει και να ζητήσει από τα παιδιά να εξηγήσουν τι παρατηρούν. Έτσι, κάποια παιδιά από μόνα τους και ίσως με κάποια καθοδήγηση από την εκπαιδευτικό να καταλήξουν στη δημιουργία μοτίβων.

1.12. Για το θέμα των μοτίβων μπορεί να εκτελεστεί και η δραστηριότητα αυτή: Η εκπαιδευτικός δίνει στις ομάδες των παιδιών διαφορετικών ειδών δεινοσαυράκια ίδιου χρώματος ή αν δεν υπάρχουν δεινοσαυράκια ενός είδους και αρκουδάκια ίδιου πάντοτε χρώματος. Τα παιδιά καλούνται στις ομάδες τους να δημιουργήσουν όσα πιο πολλά μοτίβα μπορούν χρησιμοποιώντας τα υλικά που έχουν.

1.13. Σε μια πιο προχωρημένη δραστηριότητα, η εκπαιδευτικός μπορεί να δώσει στα παιδιά αρκουδάκια και δεινοσαυράκια που μπορεί να διαφέρουν στο χρώμα, το είδος, το μέγεθος και να δημιουργήσουν στις ομάδες τους μια ποικιλία μοτίβων. Για παράδειγμα ένα μοτίβο μπορεί να είναι 2 μεγάλα κίτρινα αρκουδάκια, 1 πράσινο δεινοσαυράκι, 3 μικρά κόκκινα αρκουδάκια κτλ.

Σε όλες τις πιο πάνω δραστηριότητες τα παιδιά ασχολούνται με ιδιότητες που διαθέτουν τα υλικά αυτά και τις χρησιμοποιούν για να δημιουργήσουν μοτίβα με κριτήριο μία ή περισσότερες ιδιότητες του εκπαιδευτικού αυτού υλικού.

2. Ζάρια

A. Πιθανότητες

2.1. Τα παιδιά επεξεργάζονται για λίγο τα ζάρια. Ακολούθως, η εκπαιδευτικός ζητά από τα παιδιά να υπολογίσουν τη θεωρητική πιθανότητα να έρθει ζυγός αριθμός σε μια ρίψη. Στη συνέχεια, τα παιδιά κάνουν πραγματοποιούν πειραματικές δοκιμές, υπολογίζοντας έτσι την πειραματική πιθανότητα της εμφάνισης ζυγού αριθμού.

Ως επέκταση της πιο πάνω δραστηριότητας, τα παιδιά χρησιμοποιούν εκτός από τα συνηθισμένα εξάεδρα ζάρια και άλλα πολύεδρα ζάρια (10-



εδρα, 12-εδρα, 20-εδρα) και προσπαθούν να βρουν με τον ίδιο τρόπο την πιθανότητα εμφάνισης ζυγού αριθμού, εκτελώντας ένα συγκεκριμένο αριθμό δοκιμών. Επιπλέον, τα παιδιά μπορούν να κάνουν διάφορες συγκρίσεις μεταξύ

των αποτελεσμάτων που βρήκαν για τα διαφορετικά είδη ζαριών και να καταλήξουν σε κάποια συμπεράσματα

2.2. Μια προέκταση της δραστηριότητας 2.1 είναι να ζητήσουμε από τα παιδιά να βρουν την πιθανότητα το άθροισμα 2 ζαριών να είναι μεγαλύτερο από 8, να είναι άρτιο, να είναι το μεγαλύτερο δυνατό κ.τ.λ. Τα παιδιά υπολογίζουν πρώτα τη θεωρητική πιθανότητα, ενώ στη συνέχεια, εκτελούν το πείραμα ρίχνοντας μαζί δύο ζάρια (προτιμότερο να είναι διαφορετικού χρώματος), βρίσκουν και την πειραματική πιθανότητα. Για να γίνει πιο εύκολα η πειραματική διαδικασία, είναι καλύτερο τα παιδιά να έχουν έναν πίνακα για καταγραφή των αποτελεσμάτων τους.



Παρατηρούμε ότι τέτοιου είδους δραστηριότητες μπορούν να ποικίλουν ανάλογα με τους στόχους που θέτει ο εκπαιδευτικός για τα παιδιά αλλά και το επίπεδο στο οποίο βρίσκονται τα παιδιά. Για παράδειγμα, η πιο πάνω δραστηριότητα μπορεί να τροποποιηθεί και αντί 2 ζάρια, τα παιδιά να χρησιμοποιούν 3 ζάρια κ.ο.κ. Επιπλέον, αντί για το άθροισμα, οι μαθητές θα μπορούσαν να υπολογίσουν τις ίδιες πιθανότητες αλλά για το γινόμενο που φέρουν τα δύο ζάρια στην κάθε ρίψη.

2.3. Μια δραστηριότητα που ίσως έπρεπε να προηγηθεί των πιο πάνω, θα ήταν η καταγραφή όλων των πιθανών αποτελεσμάτων ενός συμβάντος, δηλ. του δειγματικού χώρου για να είναι ευκολότερος ο υπολογισμός της θεωρητικής και πειραματικής πιθανότητας ενός συμβάντος στη συνέχεια. Μια ενδεικτική δραστηριότητα που προτείνουμε, είναι τα παιδιά να εντοπίσουν όλα τα δυνατά αθροίσματα που μπορούν να φέρουν τα ζάρια π.χ. σε ένα παιχνίδι τάβλι. Αφού γίνει η καταγραφή τους σε σχετικό πίνακα, τότε ζητείται από τα παιδιά να εντοπίσουν το άθροισμα με τη μεγαλύτερη πιθανότητα, καθώς και τους ανάλογους συνδυασμούς των ζαριών.

Όπως και προηγουμένως, μια τέτοια δραστηριότητα μπορεί να πάρει διαφορετική μορφή είτε τροποποιώντας τα υλικά που θα χρησιμοποιηθούν (για παράδειγμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν 8-εδρα ζάρια), είτε αλλάζοντας τις απαιτήσεις της δραστηριότητας (π.χ. να βρεθούν όλα τα δυνατά άρτια γινόμενα μαζί με τους συνδυασμούς των ζαριών).

Τα ζάρια μπορούν να βοηθήσουν τα παιδιά να αντιληφθούν εμπειρικά και διαισθητικά τη μελέτη της πιθανότητας ανεξάρτητων, σύνθετων συμβάτων, δηλ. την πιθανότητα εμφάνισης κάποιου συμβάντος, το οποίο δεν επηρεάζεται από άλλα συμβάντα. Με τη χρήση διαφορετικών ζαριών και με την πειραματική διερεύνηση, τα παιδιά φτάνουν σε κάποια χρήσιμα συμπεράσματα, όσον αφορά τις πιθανότητες για τα σύνθετα συμβάντα. Επιπλέον, με αυτές τις δραστηριότητες, τα παιδιά αντιλαμβάνονται καλύτερα τη χρήση των συνδυαστικών *και, ή, και όχι* στις διάφορες εκφράσεις.

2.4. Η εκπαιδευτικός μοιράζει στα παιδιά δύο ζάρια διαφορετικών ειδών (π.χ. το ένα να είναι συνηθισμένο εξάεδρο ενώ το άλλο οκτάεδρο). Τα παιδιά καλούνται να βρουν την πιθανότητα να έρθει άρτιος ή περιττός αριθμός και στα δύο ζάρια ή άρτιος αριθμός στο οκτάεδρο και περιττός αριθμός στο εξάεδρο κλπ. Η εκπαιδευτικός ή ακόμα και τα παιδιά μπορούν να βρουν και να μελετήσουν διάφορους δικούς τους συνδυασμούς και να βρουν την πιθανότητα συγκεκριμένων εξαγόμενων.

B. Πράξεις

Τα διαφορετικά είδη ζαριών μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τα παιδιά μέσα από διάφορα διασκεδαστικά παιχνίδια για εξάσκηση τους τις πράξεις της πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης. Η χρήση αυτή των ζαριών, προτείνεται κυρίως για τις μικρές τάξεις του δημοτικού σχολείου, λόγω του περιορισμένου εύρους των αριθμών που υπάρχουν πάνω στα ζάρια.

2.5. Η εκπαιδευτικός μπορεί εύκολα να φτιάξει ένα παιχνίδι μέσα από το οποίο τα παιδιά να μπορούν να χρησιμοποιούν όλες τις πράξεις ως εξής: κατασκευάζει σε χαρτόνι ένα πίνακα χωρισμένο σε τετράγωνα τα οποία απαριθμεί. Στη συνέχεια, σε κάθε τετράγωνο γράφει κάποιες οδηγίες όπως π.χ. «προχώρησε τόσα τετράγωνα όσο το γινόμενο των δύο ζαριών, πήγαινε πίσω τόσες θέσεις όσες όταν αφαιρέσεις τα δύο ζάρια, αν το άθροισμα των ζαριών είναι μεγαλύτερο από 8 προχώρησε 5 θέσεις κ.τ.λ. Κάθε τετράγωνο αντιπροσωπεύει τη θέση που μπορεί να πάρει ένα πιόνι. Τα πιόνια ξεκινούν από το πρώτο τετράγωνο και καταλήγουν στο τελευταίο το οποίο μπορεί να βρισκείται στην εκατοστή θέση (ή σε όποια άλλη θέση επιθυμεί η εκπαιδευτικός). Τα πιόνια κινούνται ανάλογα με τον αριθμό που φέρουν τα δύο ζάρια. Ο παίκτης εκτελεί την οδηγία που βρισκείται στο τετράγωνο που βρίσκεται το πιόνι του και προχωρεί

ανάλογες θέσεις. Αν η πράξη που θα εκτελέσει είναι λάθος, τότε χάνει τη σειρά του. Νικητής είναι ο παίκτης ο οποίος θα καταφέρει να φτάσει πρώτος στην στο τελευταίο τετράγωνο.

2.6. Η εκπαιδευτικός μοιράζει στα παιδιά ζάρια διαφόρων χρωμάτων και ειδών (π.χ. άσπρα εξάεδρα, κόκκινα οκτάεδρα κλπ.) Κάθε χρώμα ζαριού αντιστοιχεί και σε ένα είδος πράξης. Για παράδειγμα, το κόκκινο μπορεί να αντιστοιχεί στην αφαίρεση, το πράσινο στον πολλαπλασιασμό κ.λπ. Η εκπαιδευτικός ετοιμάζει χρωματιστά χαρτόνια με το είδος της πράξης που αντιστοιχεί σε κάθε χρώμα και τα τοποθετεί στον πίνακα ή τα μοιράζει στις ομάδες των παιδιών. Τα παιδιά ρίχνουν μαζί 3-4 ζάρια διαφορετικού χρώματος και εκτελούν τις πράξεις ανάλογα με το χρώμα των ζαριών και την πράξη που αντιστοιχεί σε κάθε χρώμα. Τα παιδιά έχουν την ευχέρεια να αρχίσουν από όποιο ζάρι θέλουν (το οποίο δεν θα έχει πρόσημο) συνεχίζοντας στη συνέχεια με τα υπόλοιπα

Αρίθμηση

Τα διάφορα ζάρια και ειδικά τα συνηθισμένα ζάρια στα οποία υπάρχουν οι κουκκίδες ως αναπαραστάσεις των αριθμών, μπορούν να χρησιμοποιηθούν κυρίως από τα μικρότερα παιδιά για να εξασκηθούν σε θέματα αρίθμησης.

2.7. Η εκπαιδευτικός μοιράζει σε κάθε παιδί δύο ζάρια με κουκκίδες. Τα παιδιά ρίχνουν τα ζάρια και προσπαθούν να αριθμήσουν το πόσες κουκκίδες βρίσκονται αρχικά στο ένα ζάρι και στη συνέχεια και στα δύο. Τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν για παράδειγμα το εικοσάεδρο ζάρι στο οποίο αναγράφονται οι αριθμοί αντί οι κουκκίδες και να φτιάχνουν ισότητες μεταξύ των ζαριών με κουκκίδες και των ζαριών με αριθμούς

Αξία θέσης ψηφίου

2.8. Ο εκπαιδευτικός μοιράζει στις δυάδες των παιδιών ένα σετ από πολύεδρα ζάρια (αρχικά προτιμούμε τα εξάεδρα, τα οκτάεδρα και τα δεκάεδρα). Τα παιδιά εργάζονται σε ζευγάρια και ρίχνουν εναλλάξ 3 ή 4 διαφορετικά ζάρια μαζί. Ο διπλανός καταγράφει τις ενδείξεις των ζαριών με τη σειρά και στη συνέχεια φτιάχνει τριψήφιους αριθμούς, υποδεικνύοντας τελικά την αξία του κάθε ζαριού ανάλογα με τη θέση του (π.χ. το πρώτο ζάρι έχει αξία 300, το δεύτερο 50 και το τρίτο 4).

2.9. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να αυξήσει το επίπεδο δυσκολίας της πιο πάνω δραστηριότητας, αν δώσει στα παιδιά δωδεκάεδρα ή εικοσάεδρα ζάρια. Λόγω του ότι τα ζάρια αυτά περιέχουν διψήφιους αριθμούς, τα παιδιά θα πρέπει για να σχηματίσουν τον αριθμό να χρησιμοποιήσουν την υπερπήδηση της μονάδας / δεκάδας κ.λπ. (ανάλογα με τη θέση που έχει το συγκεκριμένο ζάρι). Τα παιδιά καταγράφουν τις απαντήσεις τους σε πίνακα για να μπορούν εύκολα να κάνουν τις υπερπηδησεις.

3. Κύκλοι ή Δείκτες Πιθανοτήτων (Σβούρες)

Πιθανότητες

3.1. Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει μία σβούρα στα παιδιά χωρισμένη σε δύο χρώματα για παράδειγμα πράσινο και μπλε και ζητά από τα παιδιά να πουν τις προβλέψεις τους σε ποιο χρώμα θα σταματήσει η σβούρα όταν τη γυρίσουμε. Στη συνέχεια, εκτελείται το πείραμα και παρατηρείται το αποτέλεσμα. Έπειτα, τα παιδιά εκφράζουν τις καινούργιες τους προβλέψεις και επαναλαμβάνεται το πείραμα πολλές φορές και εντοπίζονται τα αποτελέσματα. Αφού ακολουθηθεί αυτή η διαδικασία για μερικές φορές, γίνεται στην ολομέλεια συζήτηση. Μπορούν να γίνουν βοηθητικές ερωτήσεις όπως: « Τι μπορείτε να πείτε για αυτό το παιχνίδι; Είναι δίκαιο ή όχι και γιατί; Είχαν όλοι τις ίδιες ευκαιρίες να νικήσουν; Ποιος νομίζετε ότι ήταν τυχερός; Γιατί; Τι μέρος της σβούρας είναι το πράσινο; Το μπλε; Αν γυρίσω τη σβούρα 50 φορές νομίζετε θα σταματήσει στο μπλε ή το πράσινο; » Στη συνέχεια, μπορεί να επαναληφθεί το πείραμα μερικές φορές και να καταγράφονται τα αποτελέσματα σε πίνακα (tally chart).

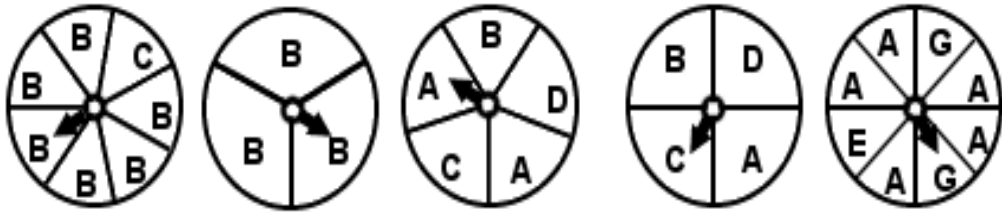
	1	2	3	4	5	6
1	≡	≡	≡	≡	≡	≡
2	≡	≡	≡	≡	≡	≡
3	≡	≡	≡	≡	≡	≡
4	≡	≡	≡	≡	≡	≡
5	≡	≡	≡	≡	≡	≡
6	≡	≡	≡	≡	≡	≡

3.2. Έπειτα, μπορεί να ακολουθηθεί η ίδια διαδικασία με τη διαφορά τώρα ότι στη σβούρα μας το μπλε χρώμα θα αποτελεί το $\frac{1}{4}$ της σβούρας ενώ το πράσινο χρώμα θα αποτελεί τα $\frac{3}{4}$ της σβούρας. Τα παιδιά αρχικά κάνουν τις δικές τους προβλέψεις. Στη συνέχεια εκτελείται το πείραμα και ακολουθεί συζήτηση : « Τι μπορείτε να πείτε για αυτή τη σβούρα; Είναι δίκαιη ή όχι και γιατί; Ποιο χρώμα επιλέξατε; Για ποιο λόγο; Είχαν όλοι τις ίδιες ευκαιρίες να νικήσουν; Ποιος νομίζετε ότι ήταν τυχερός; Γιατί; Θα ήταν μια καλή σβούρα για να τη χρησιμοποιούσατε στα παιχνίδια σας; Γιατί; Τι μέρος της

σβούρας είναι το πράσινο; Το μπλε; Αν γυρίσω τη σβούρα 20 φορές νομίζετε θα σταματήσει στο μπλε ή το πράσινο;

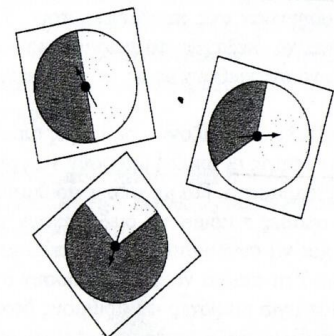
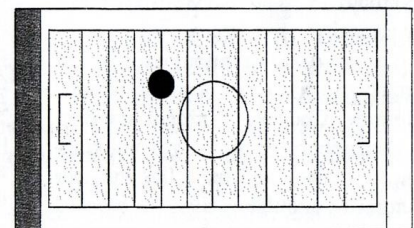
3.3. Αφού εκτελεστούν οι πιο πάνω δραστηριότητες, σε επόμενη δραστηριότητα τα παιδιά θα μπορούσα να δημιουργήσουν στις ομάδες τους μία σβούρα με τρία χρώματα που πιστεύουν ότι θα ήταν δίκαιη, χρησιμοποιώντας χαρτόνια 3 διαφορετικών χρωμάτων, μολύβι και συνδετηράκι. Έπειτα, παρουσιάζονται οι σβούρες που δημιουργήθηκαν από τις ομάδες στην ολομέλεια και εξηγούν τα παιδιά τον τρόπο σκέψης τους.

3.4. Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει στα παιδιά διάφορες σβούρες όπως αυτές που φαίνονται πιο κάτω και ζητά από τα παιδιά να αναφέρουν ποια από τις σβούρες θα προτιμούσαν να χρησιμοποιήσουν σε κάποιο παιχνίδι τύχης και γιατί. Τα παιδιά καλούνται να συγκρίνουν τις σβούρες που παρουσιάζονται, να συγκρίνουν τις πιθανότητες που έχει το κάθε γράμμα στην κάθε σβούρα και να εξάγουν τα συμπεράσματά τους.



3.5. Χρησιμοποιώντας τους κύκλους πιθανοτήτων ή σβούρες (spinners), μπορούμε να σχεδιάσουμε μια ποικιλία δραστηριοτήτων οι οποίες προσφέρουν στα παιδιά μια πιο διασθητική θεώρηση της πιθανότητας. Μέσα από απλά παιχνίδια τα παιδιά κατανοούν με ένα διασκεδαστικό τρόπο ότι υπάρχει η δυνατότητα να ελεγχθεί το ενδεχόμενο να κερδίσει η μια πλευρά, έστω και αν φαινομενικά το αποτέλεσμα εναπόκειται στον παράγοντα τύχη. Ένα τέτοιο παιχνίδι το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τα παιδιά είναι το παιχνίδι χόκεϊ (βλ. σχήμα). Στο παιχνίδι λαμβάνουν μέρος δύο παιδιά (ή και δύο ομάδες παιδιών). Στόχος του παιχνιδιού είναι να κατευθύνουν το πόνι, το οποίο βρίσκεται στο κέντρο του «γηπέδου», προς το τέρμα τους. Οι δύο

ΣΧΗΜΑ 18.2 Ένα απλό παιχνίδι τύχης που παίζεται με διαφορετικές σβούρες βοηθάει τα μικρά παιδιά να κατανοήσουν τις βασικές παραμέτρους της τύχης.



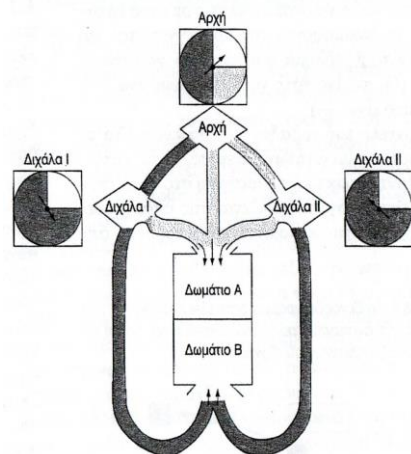
παίκτης γυρίζει με τη σειρά τη σβούρα και μετακινούν το πιόνι τους κατά μια γραμμή προς το τέρμα που υποδεικνύει η σβούρα. Δηλαδή, αν ο δείκτης της σβούρας σταματήσει στο μαύρο χρώμα, τότε ο παίκτης μετακινεί το πιόνι του μια γραμμή προς το τέρμα του ίδιου χρώματος. Πριν από το παιχνίδι τα παιδιά κάνουν διάφορες προβλέψεις για το ποιος θα νικήσει και γιατί. Το παιχνίδι παίζεται με διαφορετικές σβούρες έτσι ώστε τα παιδιά να αντιληφθούν σε ποια περίπτωση υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσει κάποια πλευρά.

3.6. Μια παραλλαγή αυτού του παιχνιδιού θα ήταν οι μαθητές να επιλέγουν τη σβούρα που θα χρησιμοποιήσουν μέσα από διάφορες σβούρες διαφορετικών πιθανοτήτων. Αφού αιτιολογήσουν την επιλογή τους, τα παιδιά παίζουν το παιχνίδι και επαληθεύουν την αρχική τους πρόβλεψη-επιλογή.

3.7. Μια άλλη περίπτωση στην οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι κύκλοι πιθανοτήτων ή σβούρες, είναι κατά τη μελέτη εξαρτημένων συμβάντων, δηλ. όταν η πιθανότητα ενός συμβάντος εξαρτάται από το αποτέλεσμα κάποιου άλλου συμβάντος. Τα παιδιά διερευνούν πειραματικά και διαισθητικά τα εξαρτημένα συμβάντα.

3.8. Ο εκπαιδευτικός διηγείται το εξής σενάριο στα παιδιά: «Υποθέστε ότι είσαστε φυλακισμένος σε ένα μακρινό νησί. Ο βασιλιάς σας λυπάται και σας δίνει μια ευκαιρία να φύγετε, δείχνοντας σας το λαβύρινθο από τον οποίο πρέπει να ξεφύγετε για να αποδράσετε». Ο εκπαιδευτικός δείχνει στα παιδιά το λαβύρινθο (βλ. Σχήμα) και τους εξηγεί ότι για κάθε βήμα τους πρέπει να γυρνούν μια σβούρα και να ακολουθούν το μονοπάτι που τους υποδεικνύει η σβούρα. Επιπλέον, λέει στα παιδιά ότι ο βασιλιάς τους επιτρέπει να ζητήσουν να τοποθετήσουν το κλειδί σε ένα από τα δύο δωμάτια. Έτσι τα παιδιά καλούνται να βρουν σε ποιο δωμάτιο θα πρέπει να τοποθετήσουν το κλειδί για να έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα για ελευθερία.

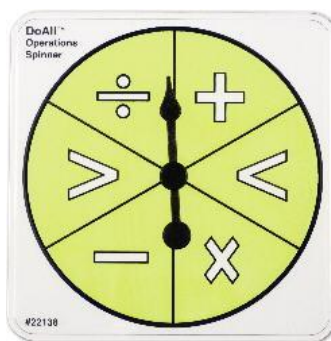
ΣΧΗΜΑ 18.7 Πρέπει να τοποθετήσετε το κλειδί της ελευθερίας στο Δωμάτιο Α ή το Β; Σε κάθε διχάλο, το μονοπάτι σας καθορίζεται από τη σβούρα.



Με αυτή τη δραστηριότητα, τα παιδιά παρατηρούν ότι η πιθανότητα να καταλήξουν σε ένα από τα δύο δωμάτια εξαρτάται από το αποτέλεσμα της πρώτης σβούρας.

Πράξεις

3.9. Η εκπαιδευτικός δημιουργεί 3 σβούρες. Οι δύο περιέχουν αριθμούς και η τρίτη την πράξη που πρέπει να εκτελέσουν τα παιδιά. Το κάθε παιδί γυρίζει τις σβούρες και ανάλογα με το επίπεδο των παιδιών μπορούν να κάνουν πράξεις με ακέραιους, δεκαδικούς, κλάσματα ή ποσοστά σε μεγαλύτερες τάξεις.



Άλλα Εκπαιδευτικά Υλικά

Οι εκπαιδευτικοί ανάλογα με το μαθητικό πληθυσμό που έχουν στη διάθεσή τους και τις ανάγκες των παιδιών αυτών καλούνται να επιλέξουν ή να δημιουργήσουν τα εκπαιδευτικά υλικά που είναι καταλληλότερα για την έννοια που θα διδάξουν, για το γνωστικό επίπεδο αλλά και τις ανάγκες των παιδιών και αυτά που ταιριάζουν στο άτομο που διδάσκει.

Εκτός από τα εκπαιδευτικά υλικά που έχουν παρουσιαστεί μέχρι στιγμής στη παρούσα μελέτη, για τη διδασκαλία των εννοιών της στατιστικής και των πιθανοτήτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα υλικά τα οποία είτε υπάρχουν στο εργαστήριο (όπως για παράδειγμα τα Pattern blocks, οι χρωματιστοί κρικοί), είτε υπάρχουν στο εμπόριο (όπως για παράδειγμα κάρτες – τράπουλα, σαΐτες), είτε είναι εύκολο να δημιουργηθούν από τους

εκπαιδευτικούς (όπως για παράδειγμα οι Κάρτες Woozle) είτε βρίσκονται σε ηλεκτρονική μορφή στο διαδίκτυο (όπως για παράδειγμα το λογισμικό Probability Explorer).

1. Μετά από ανασκόπηση της βιβλιογραφίας εντοπίστηκαν εναλλακτικές δραστηριότητες για την εισαγωγή των παιδιών στα διαγράμματα. Ο Van de Walle (2005) μέσα από το βιβλίο του Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο. Μια Εξελικτική Διδασκαλία.



και συγκεκριμένα από το κεφάλαιο 18 Η διερεύνηση της έννοιας των πιθανοτήτων και της ανάλυσης δεδομένων, προτείνει συγκεκριμένα για τη δημιουργία ραβδογράμματος και για την διδασκαλία της ισοστάθμισης του Μέσου Όρου, τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν σφηνοτουβλάκια / σφηνοκυβάρια (κύβοι

unifix). Η εκπαιδευτικός βάζει τα παιδιά να δημιουργήσουν ένα διάγραμμα χρησιμοποιώντας τα σφηνοτουβλάκια / σφηνοκυβάρια (κύβοι unifix). Για παράδειγμα, τα παιδιά δημιουργούν γράφημα με τις τιμές έξι παιχνιδιών. Στόχος της δραστηριότητας είναι τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν το γράφημα, για να προσδιορίσουν ποια θα ήταν η τιμή αν όλα τα παιχνίδια είχαν την ίδια τιμή, δεδομένου ότι το σύνολο των παιχνιδιών παραμένει πάντα το ίδιο. Τα παιδιά χρησιμοποιούν διάφορες τεχνικές για να αναδιευθετήσουν τα κυβάρια και τελικά να δημιουργήσουν έξι ίσες ράβδους, βρίσκοντας έτσι το μέσο όρο ως ισοστάθμιση των δεδομένων.

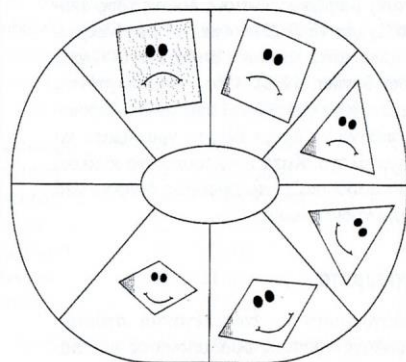
2. Ένα άλλο εκπαιδευτικό υλικό που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία των πιθανοτήτων είναι οι κάρτες (τραπουλόχαρτα). Με αυτά, τα παιδιά παίζουν το γνωστό παιχνίδι «31». Ένα παιδί αναλαμβάνει το ρόλο του «πάγκου» και ένα άλλο παιδί αναλαμβάνει να καταγράφει τα αποτελέσματα. Ο «πάγκος» μοιράζει από δύο κάρτες στο κάθε παιδί. Τα παιδιά αφού παρατηρήσουν τις κάρτες τους ενημερώνουν τον «πάγκο» αν χρειάζονται άλλες κάρτες. Το παιδί που φτάσει πιο κοντά στο 31 κερδίζει. Αφού εκτελεστεί το παιχνίδι για μερικές φορές η εκπαιδευτικός διατυπώνει διάφορες ερωτήσεις για προβληματισμό και συζήτηση. Για παράδειγμα ρωτά τα παιδιά «Πότε ζητούσατε επιπρόσθετες κάρτες»



«Γιατί κάποιες φορές δεν ζητούσατε επιπρόσθετες κάρτες;» « Πιστεύεται ότι είναι δίκαιο αυτό το παιχνίδι; Γιατί;»

3. Μια άλλη δραστηριότητα η οποία αποτελεί ένα διασκειδαστικό τρόπο με τον οποίο τα παιδιά μαθαίνουν να ταξινομούν τα διάφορα αντικείμενα, είναι το παιχνίδι «Τρένα Διαφορών και Σιδηροτροχιές». Σε αυτή τη δραστηριότητα η εκπαιδευτικός τοποθετεί ένα κομμάτι από τα διάφορα υλικά χαρακτηριστικών στο κέντρο της ομάδας. Το πρώτο παιδί της ομάδας, προσπαθεί να βρει ένα κομμάτι το οποίο διαφέρει από αυτό ακριβώς σε ένα σημείο. Το δεύτερο παιδί στη σειρά, κάνει το ίδιο με το προηγούμενο κομμάτι που τοποθέτησε το πρώτο παιδί κ.ο.κ. Το παιχνίδι συνεχίζεται με τα παιδιά να προσπαθούν να βρουν ένα κομμάτι που να διαφέρει από το προηγούμενο ακριβώς σε ένα σημείο, δημιουργώντας έτσι «ένα τρένο μιας διαφοράς». Το τρένο μπορεί να αποκτήσει όσο μήκος επιθυμούν τα παιδιά μέχρις ότου δε θα ταιριάζουν άλλα κομμάτια στον κανόνα της μιας διαφοράς.

ΣΧΗΜΑ 18.16 Μπορείτε να συμπληρώσετε αυτήν τη σιδηροτροχιά της μιας διαφοράς;

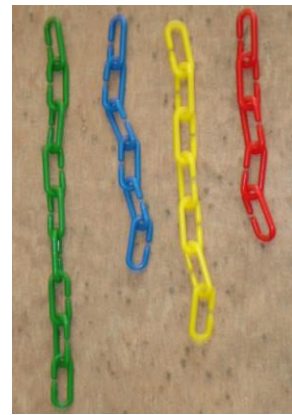
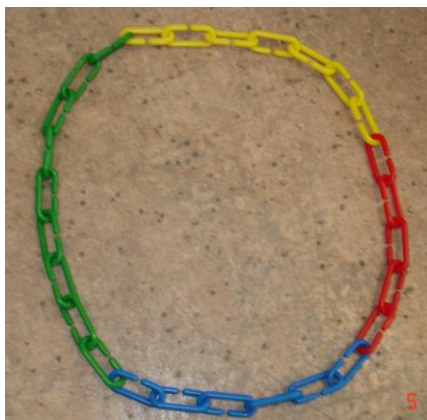


4. Μια παραλλαγή της πιο πάνω δραστηριότητας μπορεί να είναι η εξής: η εκπαιδευτικός σε ένα μεγάλο χαρτόνι σχεδιάζει μια κυκλική σιδηροτροχιά η οποία αποτελείται από έξι έως δέκα τμήματα. Στη συνέχεια, τοποθετεί το πρώτο κομμάτι σε ένα από τα δέκα τμήματα (αντί στην αρχή όπως στη δραστηριότητα 1.2) και τα παιδιά καλούνται να τοποθετήσουν τα υπόλοιπα κομμάτια αριστερά και δεξιά της σιδηροτροχιάς, τα οποία όμως πρέπει να διαφέρουν σε ένα μόνο σημείο από το γειτονικό κομμάτι. Έτσι, η τοποθέτηση του τελευταίου κομματιού ενδέχεται να είναι δύσκολη, ακόμα και απίθανη, αφού πρέπει να διαφέρει σε ένα σημείο και από τις δυο πλευρές.

Τα παιχνίδια με τα «Τρένα διαφορών» μπορούν να τροποποιηθούν ανάλογα και με το υλικό αλλά και το επίπεδο των παιδιών, βάζοντας διαφορετικούς κανόνες κάθε φορά αυξάνοντας το βαθμό δυσκολίας ανάλογα με τους στόχους που θέλουμε να πετύχουμε, αλλά και την ηλικία των παιδιών. Οι κανόνες μπορεί να αφορούν τον αριθμό των διαφορών στο οποίο να διαφέρει το επόμενο κομμάτι που θα τοποθετηθεί (π.χ. μπορεί να διαφέρει στο χρώμα και στο μέγεθος), ή ακόμα και τη θέση που θα τοποθετείται το κομμάτι κάθε φορά. Για

παράδειγμα, το ένα παιδί τοποθετεί το κομμάτι του το οποίο διαφέρει σε δύο διαφορές, σε τέτοιο σημείο ώστε να υπάρχει ένα κενό τμήμα ανάμεσα στα κομμάτια. Έτσι το επόμενο παιδί θα πρέπει να τοποθετήσει ένα κομμάτι ανάμεσα στα δύο, το οποίο να διαφέρει σε ένα σημείο και από τις δύο μεριές.

5. Οι χρωματιστοί κρίκοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στη στατιστική αλλά και στις πιθανότητες. Όσον αφορά στη στατιστική, οι κρίκοι χρησιμοποιούνται στη δημιουργία διαγραμμάτων. Οι χρωματιστοί κρίκοι προσφέρονται τόσο στη δημιουργία ραβδογραμμάτων όσο και στη δημιουργία κυκλικών διαγραμμάτων αλλά και άλλου είδους διαγράμματα.



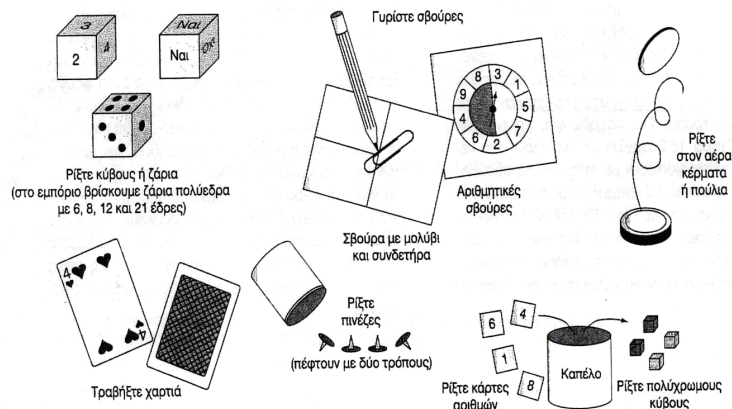
Όσον αφορά
πιθανότητες οι
χρωματιστοί

στις

κρίκοι, τα σχήματα μοτιβών (Pattern Blocks), τα χρωματιστά κουμπιά και άλλα χρωματιστά υλικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα διάφορα πειράματα των δραστηριοτήτων που έχουν προαναφερθεί στη θέση των χρωματιστών ζώων για συλλογή δεδομένων από πειραματικά παιχνίδια.

Επιπρόσθετα, υπάρχουν άλλα εκπαιδευτικά υλικά εύκολα να προμηθευτούν ή να δημιουργήσουν οι εκπαιδευτικοί, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά τη διάρκεια της διδασκαλία της ενότητας των πιθανοτήτων ως συσκευές τυχαιότητας. Μερικές από αυτές παρουσιάζονται στο πιο κάτω σχήμα.

ΣΧΗΜΑ 18.3 Υπάρχουν πολλοί απλοί τρόποι να παραχθούν τυχαία συμβάντα.



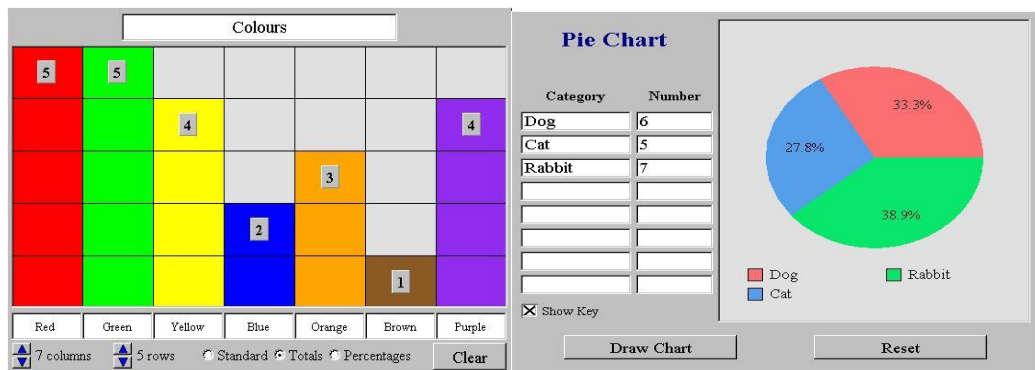
Ηλεκτρονικά Εκπαιδευτικά Υλικά

Στη διδακτική του γνωστικού μαθήματος των μαθηματικών πεδίο έμφασης και στόχος μας στην ενότητα της Στατιστικής είναι να βοηθήσουμε τα παιδιά να κατανοήσουν ότι τα γραφήματα και τα διαγράμματα μας δίνουν πληροφορίες, ότι διαφορετικοί τύποι αναπαράστασης λένε διαφορετικά πράγματα. Αυτό που δεν πρέπει να κάνουμε ως εκπαιδευτικοί είναι να ασχολούμαστε υπερβολικά με πληκτικές λεπτομέρειες της κατασκευής των γραφημάτων. Στον πραγματικό κόσμο, τις πληροφορίες θα τις αναλάβει η τεχνολογία (Van de Walle , 2005). Τώρα με τα λογισμικά που υπάρχουν στο εμπόριο και το διαδίκτυο τα παιδιά θα συλλέγουν τις πληροφορίες που θέλουμε, θα τις εισάγουν στο λογισμικό και θα επιλέγουν το διάγραμμα που θέλουν να δημιουργήσουν εύκολα και γρήγορα. Με τον τρόπο αυτό, εξοικονομείται χρόνος, τα παιδιά δημιουργούν όμορφα και σωστά διαγράμματα και υλοποιούνται οι στόχοι μας, οι οποίοι αφορούν στη συλλογή και ερμηνεία των δεδομένων και των γραφημάτων.

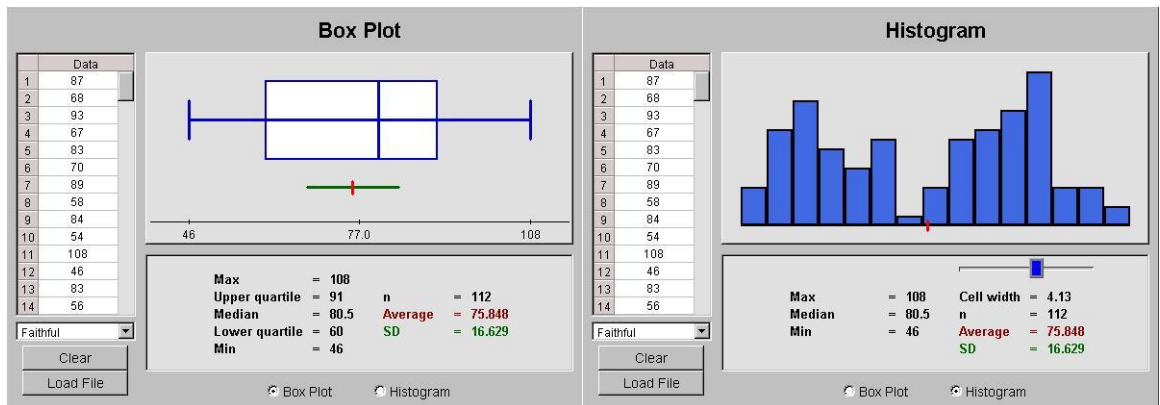
Στο διαδίκτυο και στο εμπόριο κυκλοφορούν διάφορα υλικά με αμφίβολη την ποιότητα και την καταλληλότητά τους για τα παιδιά του Δημοτικού Σχολείου και για τη διδασκαλία των εννοιών της στατιστικής και των πιθανοτήτων. Έτσι οι εκπαιδευτικοί καλούνται να είναι πολύ προσεκτικοί και επιφυλακτικοί με τη χρήση των λογισμικών που κυκλοφορούν τόσο στο διαδίκτυο όσο και στο εμπόριο. Παρακάτω θα εισηγηθούμε μερικά από τα λογισμικά που εντοπίσαμε στο διαδίκτυο και είναι αρκετά καλής ποιότητας και κατάλληλα για παιδιά δημοτικού σχολείου.

Στη σελίδα της εθνικής βιβλιοθήκης εικονικών εκπαιδευτικών υλικών (National Library of Virtual Manipulatives – NLVM) του πανεπιστημίου Utah State University (http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html) υπάρχει μια ποικιλία από τέτοια προγράμματα ανάλογα με το επίπεδο των παιδιών.

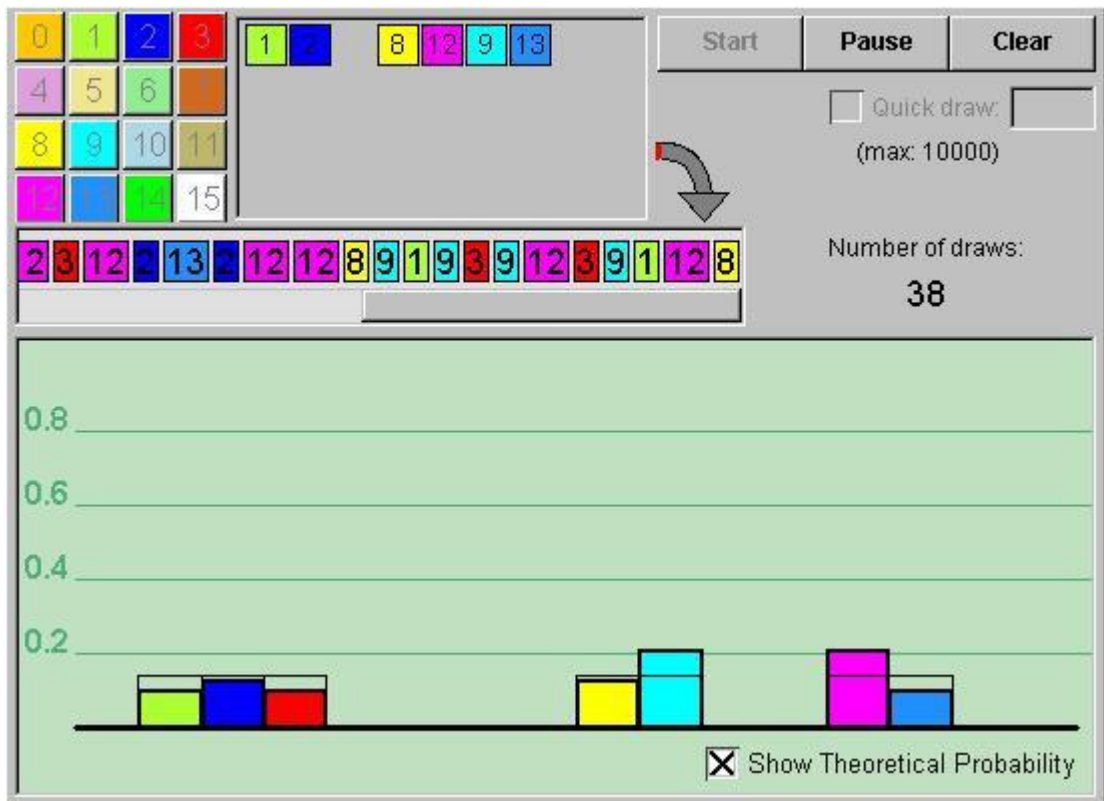
- Όσον αφορά στη στατιστική, τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν το διάγραμμα (ραβδόγραμμα, ιστόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα) που θέλουν να δημιουργήσουν. Το πρόγραμμα δίνει την ευκαιρία στα παιδιά να ονομάσουν το διάγραμμά τους, να ονομάσουν τις μεταβλητές τους, να επιλέξουν την ποσότητα των μεταβλητών που χρειάζονται και αφού με εύκολο τρόπο εισαγάγουν τα δεδομένα, με απλό τρόπο μπορούν να βρουν το σύνολο των απαντήσεων σε κάθε μεταβλητή αλλά και το ποσοστό. Επιπρόσθετα, προσφέρεται και η δυνατότητα φύλαξης και εκτύπωσης του διαγράμματος που δημιουργείται.



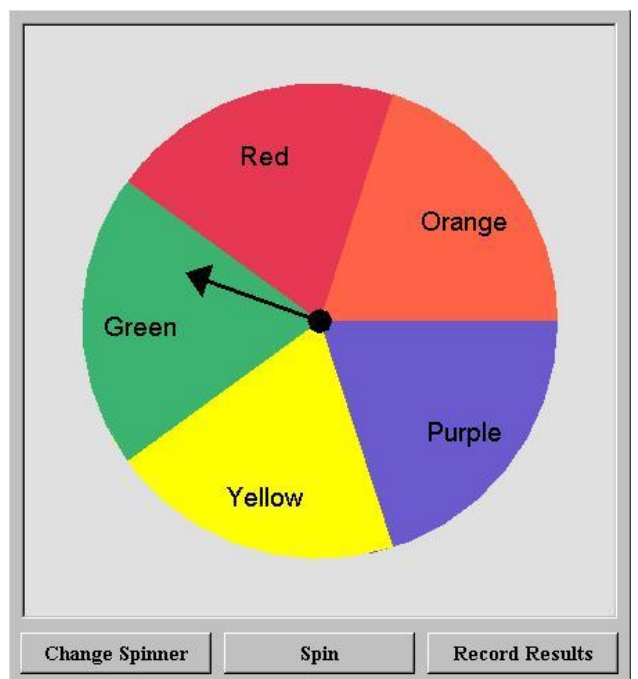
- Το λογισμικό αυτό που είναι παρμένο από την ίδια βιβλιοθήκη με τα πιο πάνω λογισμικά και δίνει την ευκαιρία στους χρήστες να δημιουργήσουν θηκογράμματα και ιστογράμματα. Τα θηκογράμματα και τα ιστογράμματα αποτελούν και τα δύο εργαλεία τα οποία συμμαζεύουν και παρουσιάζουν τα δεδομένα γραφικά. Ένα θηκόγραμμα παρουσιάζει τη μικρότερη τιμή των δεδομένων, το ανώτερο τεταρτημόριο, τη μεγαλύτερη τιμή των δεδομένων σε μια αριθμητική γραμμή. Μία θήκη – ένα κουτί σχηματίζεται από το χαμηλότερο τεταρτημόριο μέχρι το ανώτερο τεταρτημόριο. Η διάμεσος χαράζεται στο εσωτερικό του κουτιού. Το ιστόγραμμα χωρίζει το εύρος των τιμών των δεδομένων σε διαστήματα. Πάνω από κάθε διάστημα τοποθετείται μία ράβδος ή ένα ορθογώνιο που παρουσιάζει την περιοχή που αντιπροσωπεύει το ποσοστό των τιμών στο διάστημα. Το λογισμικό είναι αρκετά εύκολο στη χρήση και παράλληλα δίνονται και οδηγίες στους χρήστες, - παιδιά, τους εκπαιδευτικούς και υπάρχει παράλληλος σύνδεσμος με τα Standards που έχουν σχέση με τις δραστηριότητες αυτές.



3. Ένα εργαλείο από τη σελίδα αυτή που προσφέρεται για εφαρμογή στην έννοια των πιθανοτήτων είναι το Box Model. Ουσιαστικά ο μόνος περιορισμός στο λογισμικό αυτό είναι η φαντασία του χρήστη. Για να διαμορφωθεί ένα απλό ερώτημα πιθανότητας όπως η ρίψη νομίσματος ή ζαριού, οι χρήστες απλά βάζουν στο κουτί τους κατάλληλους αριθμούς και επιτρέπουν την προσομοίωση να προχωρήσει με το σχεδιασμό από το το κουτί. Αφού οι χρήστες επιλέξουν τον συνδυασμό αριθμών που επιθυμούν τότε επιλέγουν το κουμπί « Start » και αρχίζει ο σχεδιασμός και τα αποτελέσματα καταγράφονται σε ένα λευκό κουτί αλλά και παρουσιάζονται σε ένα ραβδόγραμμα. Πατώντας οι χρήστες το κουτί «Theoretical Probability » προστίθενται στο διάγραμμα και οι αναμενόμενες τιμές. Έτσι παρουσιάζεται παράλληλα η θεωρητική και πειραματική πιθανότητα. Με τα πειράματα αυτά τα παιδιά παίζουν και δημιουργούν τα δικά τους παραδείγματα αλλά και χρησιμοποιούν αποτελέσματα χρήσιμα για γόνιμη συζήτηση.



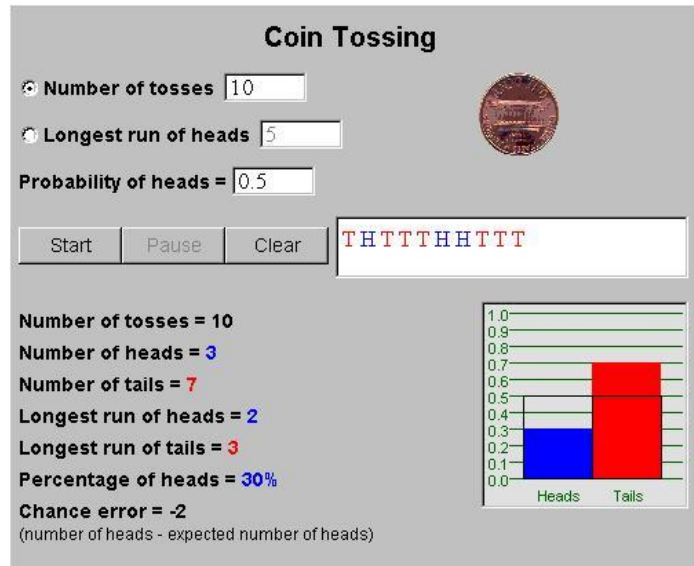
4. Όσον αφορά στις πιθανότητες η εθνικής βιβλιοθήκη εικονικών εκπαιδευτικών υλικών (National Library of Virtual Manipulatives – NLVM) του πανεπιστημίου Utah State University, παρέχει στα παιδιά δύο ειδών λογισμικά για πειράματα πιθανοτήτων. Το ένα λογισμικό αποτελεί μια ηλεκτρονική σβούρα, η οποία παρέχει την ευκαιρία στα παιδιά να επιλέγουν τα διάφορα μέρη της σβούρας (αν θέλουν να είναι χωρισμένη σε 2, 3, 4 κτλ. μέρη), να ονομάζουν τις μεταβλητές τους (πχ το κόκκινο χρώμα αντιπροσωπεύει τις οικογένειες με 2 παιδιά,



το κίτρινο χρώμα αντιπροσωπεύει τις οικογένειες με 2 παιδιά κτλ.), να γυρίζουν τη σβούρα όσες φορές θέλουν κάθε φορά και να εκτελούν πειράματα όσες φορές θέλουν.

Επιπρόσθετα, το λογισμικό αυτό προσφέρει την δυνατότητα καταγραφής των αποτελεσμάτων των πειραμάτων που εκτελούνται.

5. Ένα άλλο λογισμικό που προσφέρεται από την πιο πάνω βιβλιοθήκη του πανεπιστημίου Utah State University είναι το Coin Tossing το οποίο προσφέρει στα παιδιά τη δυνατότητα εκτέλεσης του πειράματος πιθανοτήτων με το νόμισμα. Τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν είτε τις φορές που θα ριζουμε το ζάρι είτε τις περισσότερες φορές που θα έρθει κορώνα και εκτελείται το πείραμα. Παράλληλα καταγράφονται τα αποτελέσματα και συγχρόνως παρουσιάζεται γραφική παράσταση στο κάτω μέρος. Επιπρόσθετα, παρουσιάζονται στο κάτω αριστερά μέρος κάποιες πληροφορίες όπως: τον αριθμό των ριψέων, αριθμό κορωνών, αριθμό γραμμάτων, περισσότερες συνεχόμενες εμφανίσεις του αποτελέσματος κορώνα, τις περισσότερες συνεχόμενες εμφανίσεις του αποτελέσματος γράμματα, το ποσοστό των κορωνών και τέλος το σφάλμα.



Illuminations:

6. Το εκπαιδευτικό λογισμικό «Bobbie Bear» χρησιμοποιείται κυρίως για την ενότητα της συνδυαστικής. Τα παιδιά καλούνται να προβλέψουν αρχικά όλους τους πιθανούς συνδυασμούς από χρώματα φανέλας και παντελονιού και να τον καταγράψουν σε συγκεκριμένο χώρο. Στη συνέχεια, τα παιδιά εκτελούν τους συνδυασμούς και από κάτω φαίνονται όλοι οι συνδυασμοί που δημιουργήθηκαν από τα παιδιά.

<http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=3>

7. Adjustable Spinner

Το λογισμικό αυτό δίνει την ευκαιρία στους χρήστες να δημιουργήσουν μία σβούρα της επιλογής τους. Τους δίνεται η δυνατότητα να αλλάξουν τον αριθμό των τομέων, πατώντας στα κουμπιά +1 και -1, και να μειώσουν ή να αυξήσουν το μέγεθός τους τραβώντας με το ποντίκι τα όρια των τομέων, έτσι ώστε να δημιουργήσουν οποιοδήποτε είδος σβούρας επιθυμούν. Έπειτα, εκτελούν ένα πείραμα πιθανότητας στρέφοντας τη σβούρα πολλές φορές. Επιπρόσθετα, δίνεται η ευκαιρία στους χρήστες να εισάγουν μεταβλητές στα κουτιά των ποσοστών. Για να εκτελεστεί ένα πείραμα αρκεί οι χρήστες να εισάγουν ένα αριθμό στο κουτί με την ένδειξη «Number of Spins» και να πατήσουν « Spin ». Οι πειραματικές και θεωρητικές πιθανότητες παρουσιάζονται σε πίνακα στο κάτω μέρος. Πατώντας πολλαπλές φορές το κουμπί με ένδειξη « Spin » γίνονται επαναλαμβανόμενες προσπάθειες. Ο χρήστης πατώντας το κουμπί με την ένδειξη « Show Results Frame » έχει την ευκαιρία να δει σε κυκλικό διάγραμμα τα αποτελέσματα. Επιπλέον, οι χρήστες μπορούν να έχουν ανοικτό το « Show Results Frame » ενόσω συνεχίσουν να εκτελούν πειράματα με τη σβούρα και θα δουν ότι αυτόματα το κυκλικό διάγραμμα θα ενημερώνεται με τα νέα δεδομένα. Για νέα αρχή του πειράματος αρκεί οι χρήστες να πατήσουν « New Experiment ».

8. Bar Grapher.

Το λογισμικό αυτό τα δεδομένα οργανώνονται σε Bar Graph. Το χρώμα, η πυκνότητα, η κλίμακα του γραφήματος ορίζονται από τους χρήστες. Οι χρήστες μπορούν να εισάγουν τα δεδομένα τους ή να χρησιμοποιήσουν έτοιμα δεδομένα. Οι χρήστες μπορούν να ρυθμίσουν τους άξονες επιλέγοντας τους άξονες και τραβώντας τους με το ποντίκι. Για να μεταβάλουν την κλίμακα της γραφικής αναπαράστασης μπορούν να ορίσουν το εύρος της μεταβλητής τους εντάσσοντας το μέγιστο και το ελάχιστο όριο της κάθε μεταβλητής, πατώντας το κουμπί « Set Min and Max ». Επιπλέον, δίνεται η ευκαιρία να μεταβάλλουν το χρώμα των ράβδων επιλέγοντας το χρώμα από την μπαλέτα.

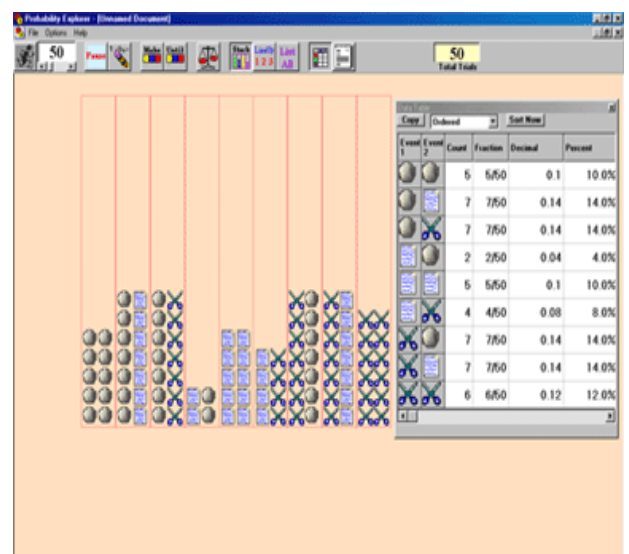
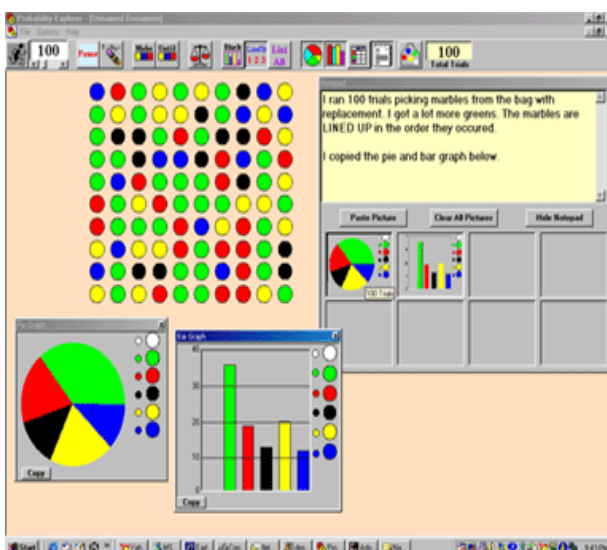
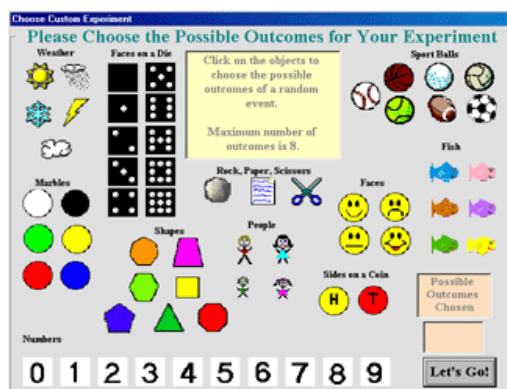
9. Box plotter.

Οι χρήστες επιλέγουν τα δεδομένα από τον κατάλογο ή να εισάγουν τα δικά τους δεδομένα στο κουτί στο κάτω μέρος της οθόνης. Αν τοποθετηθούν νέα δεδομένα από το χρήστη τότε οι χρήστες μπορούν να τοποθετήσουν κάθε δεδομένο σε κατηγορία χρησιμοποιώντας κόμμα και γράφοντας το όνομα της κατηγορίας μετά το δεδομένο. Το ανώτατο όριο κατηγοριών που μπορεί να σχεδιάσει το εν λόγω λογισμικό είναι τέσσερις. Αφού εισαχθούν τα δεδομένα οι χρήστες επιλέγουν « Graph All Data » για να εμφανιστεί το θηκόγραμμα που συνδυάζει όλα τα δεδομένα ή να επιλέξουν το « Graph By Category » για να

εμφανιστούν ξεχωριστά θηκογράμματα (Box plots) για κάθε κατηγορία δεδομένων. Οι χρήστες μπορούν να κάνουν διάφορες αλλαγές και έπειτα να πατήσουν το κουμπί « Update Box plot » ώστε να παρουσιαστούν τα καινούρια αποτελέσματα.

11. Probability Explorer

Αποτελεί ένα λογισμικό που είναι σχεδιασμένο με εργαλεία που επιτρέπουν στα παιδιά και στους εκπαιδευτικούς να σχεδιάζουν, να συγκρίνουν και να αναλύσουν μια ποικιλία από καταστάσεις πιθανοτήτων. Το περιβάλλον του λογισμικού μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε δραστηριότητες για παιδιά των μεγαλύτερων τάξεων του δημοτικού σχολείου και μέχρι το λύκειο. Το λογισμικό σχεδιάστηκε σκόπιμα έτσι ώστε να είναι ένα ανοικτό εκπαιδευτικό περιβάλλον με πολλαπλούς τρόπους αναπαράστασης των δεδομένων που οδηγεί τα παιδιά στο σχεδιασμό, σύγκριση και ανάλυση των αποτελεσμάτων από πειράματα πιθανοτήτων. Στο βασικό επίπεδο, τα δεδομένα παρουσιάζονται στο λογισμικό με εικόνες και άλλους τρόπους. Παράλληλα, προσφέρεται ποικιλία μορφών αναπαράστασης δεδομένων όπως κυκλικό διάγραμμα, ραβδόγραμμα, πίνακας δεδομένων



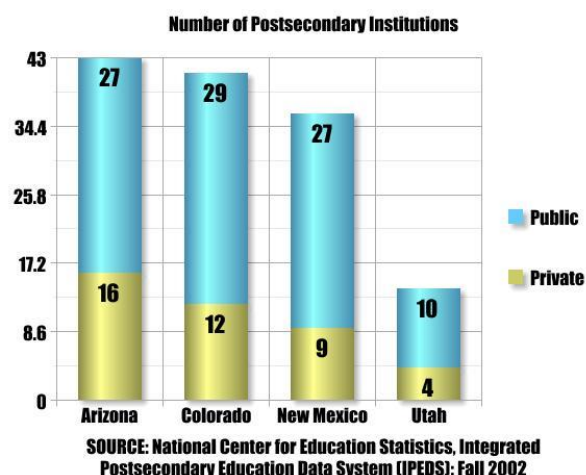
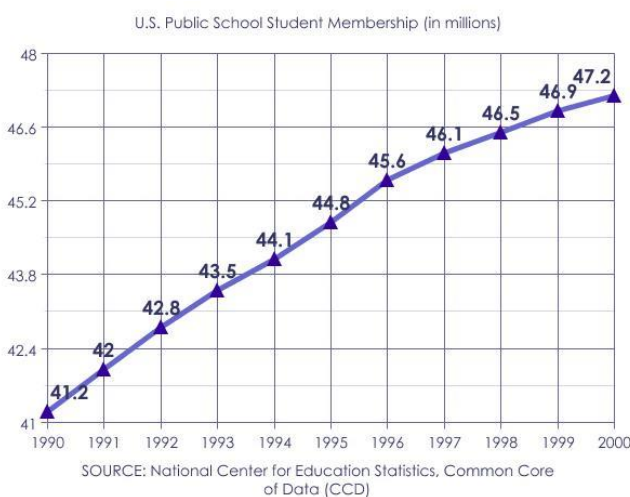
12. Circle Grapher.

Με το λογισμικό αυτό, οι χρήστες μπορούν να δημιουργήσουν κυκλικά διαγράμματα. Οι χρήστες επιλέγουν κάποια δεδομένα από τα ήδη υπάρχοντα ή να εισάγουν τα δικά τους δεδομένα και να δημιουργήσουν το κυκλικό διάγραμμα. Τα δεδομένα μπορούν να αλλαχθούν και να τροποποιηθούν και οι χρήστες καλούνται να πατήσουν το κουμπί « Update Chart » έτσι ώστε να εμφανιστεί το νέο διάγραμμα με τα τροποποιημένα δεδομένα. Τα δεδομένα παρουσιάζονται με δύο τρόπους: ως ένα κυκλικό διάγραμμα με τίτλο των δεδομένων κάτω από τον κύκλο και ως πίνακα με ξεχωριστό κουτί κάτω από τη γραφική παράσταση. Κάθε μεταβλητή των δεδομένων τίθεται σε ξεχωριστό τομέα μέσα στο κυκλικό διάγραμμα και σε ξεχωριστή γραμμή στον πίνακα. Επιπλέον, κάτω από όλες τις γραμμές παρουσιάζεται το σύνολο των δεδομένων.

13. Create a Graph

Το λογισμικό «Create a Graph» παρέχει πολλές δυνατότητες στους χρήστες του. Από τη μία, οι χρήστες μπορούν παρατηρήσουν μερικά παραδείγματα έτοιμων γραφικών αναπαραστάσεων και από την άλλη να δημιουργήσουν δικές τους γραφικές αναπαραστάσεις χρησιμοποιώντας τα εργαλεία που παρέχονται από το λογισμικό. Αρχικά το πρόγραμμα αυτό ζητά από τους χρήστες να επιλέξουν το είδος της γραφικής αναπαράστασης που θέλουν να δημιουργήσουν. Αφού επιλέξουν, οι χρήστες μπορούν τώρα να επιλέξουν τη διεύθυνση, το σχήμα και το στυλ (πχ χρώμα, θέση κτλ.) που θέλουν να έχει η αναπαράστασή τους. Ακολούθως, οι χρήστες μπορούν να εισάγουν τα δεδομένα, να ονομάσουν τις μεταβλητές τους, να παρατηρήσουν την επικρατούσα κατάσταση στη γραφική τους αναπαράσταση ούτως ώστε αν χρειαστεί να κάνουν τις απαραίτητες αλλαγές. Το πρόγραμμα επιπλέον παρέχει την δυνατότητα φύλαξης και τύπωσης της αναπαράστασης που δημιουργήθηκε από τους χρήστες.

<http://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/default.aspx?ID=73339ea37ee442449ee27129c60a62bf>



14. Από τη σελίδα Learning with NCEs Kids' Zone εκτός από τη δημιουργία γραφικών αναπαραστάσεων όπως έχουμε δει πιο πάνω προσφέρεται και μια απλή συσκευή τυχαιότητας με ζάρια. Σ' αυτό που οι περισσότεροι άνθρωποι αναφέρονται ως « καλή τύχη » μπορεί τώρα ο χρήστης του λογισμικού να δώσει εξήγηση με λίγες γνώσεις για τις πιθανότητες και τη στατιστική. Το παιχνίδι με ζάρια που υπάρχει στο λογισμικό αυτό επιτρέπει στους χρήστες να παρατηρήσουν πώς αυξάνεται ή μειώνεται ο αριθμός των ρίψεων των ζαριών και πώς επηρεάζει το αποτέλεσμα. Το μόνο που χρειάζεται είναι οι χρήστες να επιλέξουν ένα αριθμό από ρίψεις που θα ήθελε και να ρίξει τα ζάρια. Επιπλέον, το λογισμικό προσφέρει ένα σύντομο σύνδεσμο στον οποίο εξηγείται με σύντομα λόγια τι συμβαίνει στις πιθανότητες



Μετά από εκτενή έρευνα για λογισμικά που να αναφέρονται στις έννοιες της στατιστικής και των πιθανοτήτων, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι στο διαδίκτυο κυκλοφορεί μεγάλη ποικιλία από λογισμικά που αναφέρονται στις έννοιες αυτές. Οι εκπαιδευτικοί καλούνται να είναι κριτικοί και προσεκτικοί στην επιλογή και τη χρήση τους. Το κύριο μειονέκτημα που εντοπίσαμε είναι ότι όλα τα πιο πάνω λογισμικά υπάρχουν στην αγγλική γλώσσα. Έτσι, δημιουργείται η ανάγκη για μετάφραση αυτών των λογισμικών ώστε τα παιδιά να μπορούν να τα χρησιμοποιούν εύκολα και άνετα από μόνα τους χωρίς συνεχή καθοδήγηση από τους εκπαιδευτικούς.

Διαδίκτυο:

- <http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?id=L448>
- <http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>
- <http://www.schools.ac.cy/klimakio/Themata/Mathimatika/index.html>
- <http://www.fed.cuhk.edu.hk/~flee/mathfor/edumath/9706/13hedden.html>
- http://mathforum.org/library/problems/sets/elem_probability.html
- <http://www.ccs3.lanl.gov/mega-math/workbk/graph/graph.html>
- http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html
- http://teach-nology.com/web_tools/rubrics/
- <http://www.epsrc.ac.uk/ResearchHighlights/TenYearsOfAchievement/MathematicalObjects.htm>

- <http://www.nzmaths.co.nz/Statistics/Probability/Spinning.aspx>
- <http://annettelamb.com/42explore/statistics.htm>
- http://www.edhelper.com/math_grade2.htm
- <http://www.bbc.co.uk/education/mathsfle/shockwave/games/fish.html>
- http://www.mathgoodies.com/lessons/toc_vol6.html
- <http://www.mpassociates.gr/software/distrib/science/aptech/products.html>
- <http://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/>
- http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_manipulatives
- http://www.math.csusb.edu/faculty/stanton/m262/intro_prob_models/intro_prob_models.html
- <http://www.educationallearninggames.com/math-probability-games.asp>