

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ «ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΚΑΙ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ Χ.

«Σύγκριση του ελληνικού και του αυστραλιανού αναλυτικού προγράμματος σπουδών
των Μαθηματικών: κλασματικοί αριθμοί στη Γ' τάξη του δημοτικού σχολείου»

Ιωάννα Μπρατάνη (ΑΕΜ: 997)

Θεσσαλονίκη, 2019-2020

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Διδακτικές θεωρίες.....	3
1.1. Ελληνικό Πρόγραμμα Σπουδών.....	3
1.2. Το Αυστραλιανό Πρόγραμμα Σπουδών	4
2. Στόχοι στη διδασκαλία κλασμάτων.....	6
3. Σύγκριση των δύο Προγραμμάτων σπουδών	7
3.1. Διαφορές ως προς τους στόχους και ως προς τη σειρά των στόχων	7
3.2. Διαφορές ως προς τη σειρά παρουσίασης εννοιών	8
3.3. Σύγκριση ως προς τη χρήση τεχνολογίας	8
3.4. Διαφορές στις διδακτικές θεωρίες	10
3.5. Διαφορετικές δραστηριότητες.....	12
4. Βιβλιογραφικές και ηλεκτρονικές πηγές.....	15

1. Διδακτικές θεωρίες

1.1. Ελληνικό Πρόγραμμα Σπουδών

Το ελληνικό σχολείο επιδιώκει να αναπτύξει μαθητές με ολοκληρωμένη προσωπικότητα, μελλοντικούς ενεργούς και σκεπτόμενους πολίτες και να συμβάλει στην επιτυχή κοινωνική ένταξή τους. Τα μαθηματικά είναι ένα μάθημα που έγκειται στον ανώτερο αυτό σκοπό, καθώς είναι απαραίτητα στην καθημερινή ζωή, ιδιαίτερα στο χώρο εργασίας, αλλά και στην ανάπτυξη και εξέλιξη άλλων επιστημών. Χάρη σε αυτά δίνεται η δυνατότητα στον μαθητή να ασκηθεί στη μεθοδική σκέψη, στην ανάλυση, στην αφαίρεση, στη γενίκευση, στην εφαρμογή, στην κριτική και στις λογικές διεργασίες. Τα μαθηματικά μαθαίνουν στον μαθητή πως να διατυπώνει τα διανοήματά του με τάξη, σαφήνεια, λιτότητα και ακρίβεια. Επιπλέον τα μαθηματικά αναπτύσσουν παρατηρητικότητα, προσοχή, αυτοσυγκέντρωση, επιμονή, πρωτοβουλία, δημιουργική φαντασία, ελεύθερη σκέψη των και καλλιεργούν στους μαθητές την αίσθηση της αρμονίας της τάξης και του ωραίου και διεγείρουν το κριτικό τους πνεύμα.

Η διδασκαλία των μαθηματικών, σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών της Ελλάδας, στοχεύει σε μαθηματικά που θα εμπλουτίσουν τους μαθητές με τις βασικές μαθηματικές γνώσεις και ικανότητες, την καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως ένα μέσο επικοινωνίας, την κατανόηση στοιχειώδη μαθηματικών μεθόδων και με την εξοικείωση της διαδικασίας παραγωγής συλλογισμών και της αποδεικτικής διαδικασίας. Ακόμη το μάθημα των μαθηματικών επιδιώκει την ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων, την δυνατότητα εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των μαθηματικών. Τέλος, η διδασκαλία των μαθηματικών αποσκοπεί στην ανάδειξη της δυναμικής διάσταση της μαθηματικής επιστήμης και στοχεύει στην καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντί στα μαθηματικά.

Η διδασκαλία των μαθηματικών στο ελληνικό σχολείο βασίζεται στα βιωματικά μαθηματικά, δηλαδή πλαισιωμένα μέσα από την πραγματικότητα, καθώς στηρίζεται στη διδακτική αρχή ότι κάποιος μαθαίνει καλύτερα όταν του δημιουργούνται κίνητρα και ενδιαφέρον για μάθηση και όταν έχει να αντιμετωπίσει μια κατάσταση ή ένα πρόβλημα που εμπλέκεται βιωματικά. Έτσι οι μαθηματικές έννοιες που δίνονται προέρχονται από τη φύση, τη ζωή και τον πολιτισμό. Εφόσον τα Μαθηματικά δεν αποτελούνται από μαθηματικές έννοιες που είναι ξεκομμένες από άλλα γνωστικά αντικείμενα, αλλά αποτελούνται από αλληλεξαρτώμενες και αλληλοσυνδεδεμένες έννοιες, προσεγγίζονται διαθεματικά. Για να παραμείνει το ενδιαφέρον και τα κίνητρα των μαθητών κατά τη διάρκεια διδασκαλίας των Μαθηματικών σημαντική θέση κατέχουν τα παιχνίδια και οι νέες τεχνολογίες. Στα βιωματικά Μαθηματικά δέοντα ρόλο κατέχουν και οι προϋπάρχουσες γνώσεις του κάθε παιδιού, καθώς οι γνώσεις που έχουν αναπτυχθεί εντός και εκτός σχολείου είναι μέρος των βιωμάτων τους. Έτσι οι εκπαιδευτικοί βασιζόμενοι σε αυτές τις ήδη υπάρχουσες γνώσεις θα οικοδομήσουν την καινούρια. Τέλος, ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στην επίλυση προβλήματος και αφιερώνεται αρκετός χρόνος για την κατανόηση, τον τρόπο σκέψης και την επιλογή λύσης. Τα προβλήματα είναι εμπνευσμένα από καθημερινές βιωματικές καταστάσεις με σκοπό να δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να ερευνούν, να ερμηνεύουν, να λύνουν τα προβλήματα ή να διατυπώνουν καινούρια.

Για τη διδασκαλία των Μαθηματικών δεν υιοθετείται μια συγκεκριμένη διδακτική θεωρία μάθησης αλλά επιλέγονται διάφορες ανάλογα με τις συνθήκες και την πορεία της διδασκαλίας. Μία από τις βασικές θεωρίες που υιοθετούνται είναι ότι η μάθηση αποτελεί μια κατασκευαστική διαδικασία. Η απόκτηση γνώσης και η κατανόηση των εννοιών είναι μια

εσωτερική διαδικασία που συντελείται από τον ίδιο τον άνθρωπο. Ο μαθητής, κατά τη διάρκεια διδασκαλίας, δεν είναι ένας παθητικός δέκτης αλλά πρέπει να ενεργεί, να προβληματίζεται να συμμετέχει ενεργά. Άλλη μία διδακτική θεωρία που στηρίζεται η διδακτική των Μαθηματικών, είναι η ορθολογική επικοινωνιακή προσέγγιση, όπου η μάθηση επηρεάζεται από το κοινωνικό, φυσικό και πολιτισμικό περιβάλλον. Μέσα από συζήτηση, αξιολόγηση των λαθών, οι μαθητές μαθαίνουν να αναπτύσσουν τις υποθέσεις τους, τη σκέψη τους και να τεκμηριώνουν, να επιχειρηματολογούν για τις επιλογές τους. Έτσι αναπτύσσεται η ορθολογική διαδικασία στην επικοινωνία μεταξύ των μαθητών. Αυτή βέβαια μπορεί να αναπτυχθεί κατάλληλα μέσα από την ομαδικό-συνεργατική διδασκαλία, την οποία ελληνικό σχολείο ενστερνίζεται. Μέσω της συνεργασίας ακούγονται οι διαφορετικές απόψεις, οι διαφορετικές λύσεις και ο διαφορετικός τρόπος σκέψης του κάθε μαθητή. Τέλος, δεδομένου ότι ο κάθε μαθητής είναι μοναδικός με διαφορετικές ικανότητες, χαρακτηριστικά και τρόπους μάθησης δίνεται χώρος και χρόνος για εξατομικευμένη διδασκαλία, καθώς μέσα στο σχολικό εγχειρίδιο υπάρχουν θέματα που όλοι οι μαθητές μπορούν να δράσουν, να αναγνωρίσουν τις ικανότητές τους, να αυτοαξιολογηθούν και να οργανώσουν τις προσωπικές μεθόδους μάθησης. (βιβλίο δασκάλου)

Ο δάσκαλος στην τάξη των Μαθηματικών κατέχει σημαντικό ρόλο όμως δεν είναι η αυθεντία, αυτός που τα ξέρει όλα. Μοιάζει περισσότερο με συντονιστή ή οργανωτή γιατί είναι αυτός που οργανώνει το μάθημα και συντονίζει τη διαδικασία και τις λειτουργίες των μαθητών. Ο δάσκαλος είναι και συνεργάτης των μαθητών καθώς προβληματίζεται μαζί τους, τους συμβουλεύει, τους βοηθά να ανακαλύψουν την καινούρια γνώση μόνοι τους. Αν και το σχολικό εγχειρίδιο που χορηγείται στους εκπαιδευτικούς του ελληνικού σχολείου είναι συγκεκριμένο, δίνεται η δυνατότητα να το αξιοποιήσουν και να το διαμορφώσουν σύμφωνα με τις ανάγκες των μαθητών τους, μπορούν δηλαδή να αλλάξουν τη σειρά της ύλης ή να αντικαταστήσουν δραστηριότητες με άλλες που θα ταίριαζαν περισσότερο στο εκάστοτε προφίλ των μαθητών. (βιβλίου δασκάλου)

1.2. Το Αυστραλιανό Πρόγραμμα Σπουδών

Σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών της Αυστραλίας τα μαθηματικά εξοπλίζουν τους μαθητές με τις βασικές μαθηματικές δεξιότητες και γνώσεις στην Αριθμητική και στην Άλγεβρα, στη Μέτρηση και στη Γεωμετρία, στη Στατιστική και στις Πιθανότητες. Έτσι το μάθημα των μαθηματικών εφοδιάζει τους μαθητές με τις ικανότητες αριθμητικής που είναι απαραίτητες για την προσωπική και επαγγελματική τους ζωή αλλά με τις βασικές αρχές για τις επαγγελματικές εφαρμογές των μαθηματικών.

Το πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών της Αυστραλίας σκοπεύει να δημιουργήσει μαθητές που θα είναι δημιουργικοί χρήστες των μαθηματικών και θα μπορούν να «επικοινωνήσουν» μαθηματικά, ικανοί να ερευνούν, να αναπαριστούν και να ερμηνεύουν καταστάσεις τόσο στην προσωπική όσο και στην επαγγελματική ζωή τους. Ακόμη, στόχος είναι οι μαθητές να αναπτύξουν μια εξελιγμένη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και της ευχέρειας με τις διαδικασίες και να είναι ικανοί να θέτουν και να λύνουν προβλήματα και λογικές στην Αριθμητική και στην Άλγεβρα, στη Στατιστική και στις Πιθανότητες και στη Μέτρηση και τη Γεωμετρία. Οι νέες τεχνολογίες συμβάλλουν σημαντικά στην απόκτηση των μαθηματικών εννοιών και την επέκτασή τους, ενώ παρέχουν πρόσβαση σε νέα εργαλεία για τη συνέχιση της μαθηματικής εξερεύνησης και ανακάλυψης. Τέλος το πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών επιδιώκει να αναγνωρίσουν οι μαθητές την σύνδεση των μαθηματικών με

άλλους κλάδους και να καλλιεργήσουν θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά. Για αυτόν τον λόγο λοιπόν η διαθεματικότητα έχει κυρίαρχο ρόλο στο πρόγραμμα σπουδών των Μαθηματικών της Αυστραλίας, το οποίο καθιστά σαφή τη σύνδεση των μαθηματικών με άλλους κλάδους και προκαλεί τους εκπαιδευτικούς να παντρέψουν τις μαθηματικές ιδέες που προάγονται με τα προγράμματα σπουδών άλλων μαθημάτων, όπως για παράδειγμα της Ιστορίας ή των Αγγλικών.

Το αναλυτικό πρόγραμμα της Αυστραλίας δε σχεδιάστηκε με βάση κάποια συγκεκριμένη θεωρία μάθησης. Σχεδιάστηκε όμως με τέτοιο τρόπο που να περιλαμβάνει κάθε μαθητή και να μην αποκλείει κανέναν. Έτσι όλοι οι μαθητές είναι ικανοί να παρακολουθήσουν επιτυχώς το μάθημα των μαθηματικών όπως εφαρμόζεται μέχρι και το τέλος της 9^{ης} τάξης. Αν και το πρόγραμμα σπουδών είναι μικρό, είναι όμως περιεκτικό και ξεκάθαρο για τους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι γίνονται σταδιακά καλύτεροι γιατί είναι ενήμεροι για το τι πρέπει να διδάξουν. Έτσι οι εκπαιδευτικοί δεν περιορίζονται σε ένα συγκεκριμένο εγχειρίδιο, ούτε στην έκβαση της ύλης μέσα σε κάποιο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα αλλά δίνεται η δυνατότητα να επιμείνουν στη διδασκαλία μια καινούριας έννοιας όσο χρειαστεί ώστε να γίνει κατανοητή και να αποκτηθεί από όλους τους μαθητές, ενώ παράλληλα οι καλύτεροι μαθητές εμβαθύνουν τις γνώσεις τους για την καινούρια έννοια που ήδη απέκτησαν.

Το πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών δομείται βάσει την αλληλεπίδραση των τριών τροχίων περιεχομένου, όπου εμπεριέχουν τι πρέπει να μάθει ο μαθητής (Αριθμητική και Άλγεβρα, Μετρήσεις και Γεωμετρία, Στατιστική και Πιθανότητες) και εξελίσσονται σταδιακά με την πάροδο των σχολικών τάξεων, με των τεσσάρων τροχίων ικανοτήτων (Κατανόηση, ευχέρεια, επίλυση προβλήματος, αιτιολόγηση), δηλαδή τις ικανότητες με τις οποίες ο μαθητής σκέφτεται και ενεργεί μαθηματικά. Μέσα από τις τέσσερις τροχιές ικανοτήτων φαίνεται ότι το αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών είναι επηρεασμένο από διάφορες διδακτικές θεωρίες, όπως και το ελληνικό. Πιο συγκεκριμένα στην τροχιά της Κατανόησης οι μαθητές σχετίζουν τις προϋπάρχουσες, οικείες γνώσεις τους με την καινούρια έννοια. Αναπτύσσουν έτσι μια κατανόηση της σχέσης μεταξύ του «πως» και του «γιατί» των Μαθηματικών. Οι μαθητές οικοδομούν κατανόηση όταν συνδέουν σχετικές ιδέες, όταν αναπαριστούν έννοιες με διαφορετικούς τρόπους, όταν εντοπίζουν τα κοινά και τις διαφορές μεταξύ των πτυχών του περιεχομένου, όταν περιγράφουν το συλλογισμό τους μαθηματικά και όταν ερμηνεύουν τις μαθηματικές πληροφορίες. Στη τροχιά της ευχέρειας οι μαθητές αποκτούν δεξιότητες που τους καθιστούν ικανούς να επιλέγουν τις κατάλληλες διαδικασίες και να της διεξάγουν αποτελεσματικά, με ευελιξία και ακρίβεια. Έτσι οι μαθητές αποκτούν ευχέρεια όταν μπορούν να υπολογίζουν αποτελεσματικά, να επιλέγουν τις κατάλληλες μεθόδους και προσεγγίσεις, να αναγνωρίζουν ισχυρούς τρόπους απάντησης σε ερωτήσεις και να μπορούν να χειριστούν εξισώσεις και εκφράσεις με στόχο την εύρεση λύσης. Η επόμενη τροχιά είναι η τροχιά της επίλυσης προβλήματος. Οι μαθητές κατά τη προσπάθεια επίλυσης ενός προβλήματος σχεδιάζουν πως θα ερευνήσουν ένα πρόβλημα και αναπαριστούν, εκτιμούν τη λύση, εφαρμόζουν τις στρατηγικές που διδάχτηκαν, επιλύουν και επιβεβαιώνουν τη λύση τους με λογικές απαντήσεις. Τέλος όταν οι μαθητές εξηγούν πως σκέφτηκαν, ποιες στρατηγικές ακολούθησαν και δικαιολογούν την απάντησή τους, αλλά και όταν αποδεικνύουν ότι κάτι είναι αληθές ή ψευδές αναπτύσσουν μια ικανότητα λογικής σκέψης και βρίσκονται στην τροχιά της συλλογιστικής.

Βασικές διαφορές ως προς τα Προγράμματα σπουδών της Αυστραλίας και της Ελλάδας

Καθότι παρουσιάστηκαν οι αρχές που διέπουν τα δύο προγράμματα σπουδών και αναφέρθηκαν οι σκοποί τους είναι αναγκαίο να επισημανθούν οι βασικές τους διαφορές. Η πιο σημαντική, αν και όχι τόσο εμφανής διαφορά, είναι ότι το μεν πρόγραμμα σπουδών της Ελλάδας αναφέρει τους σκοπούς των μαθηματικών, το δε Αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών απευθύνεται στους μαθητές και στις δεξιότητες που θα αποκτήσουν. Επομένως το ελληνικό πρόγραμμα σπουδών περιστρέφεται γύρω από το αντικείμενο των μαθηματικών και τους σκοπούς τους, σε αντίθεση με το αυστραλιανό που περιστρέφεται γύρω από το υποκείμενο μάθησης και έχει συνεπώς μαθητο-κεντρικό χαρακτήρα. Άλλη μια αξιοσημείωτη διαφορά εντοπίζεται στη δομή των προγραμμάτων. Το ελληνικό πρόγραμμα σπουδών δομείται βάσει υιοθέτησης ορισμένων αρχών από διδακτικές θεωρίες, ενώ το αυστραλιανό πρόγραμμα δομείται βάσει της αλληλεπίδρασης των τροχιών. Τέλος το αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών παρουσιάζει μια συνοχή, μια αλληλοδιαδοχή ως προς το τι μαθαίνουν οι μαθητές σε κάθε τάξη, καθώς οι τροχιές περιεχομένου εξελίσσονται σταδιακά σε κάθε ηλικιακό επίπεδο. Από την άλλη πλευρά το ελληνικό πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών δομείται διαφορετικά σε κάθε τάξη ως προς τις γνώσεις που θα αποκτήσει ο μαθητής με αποτέλεσμα κάποιες φορές να δημιουργείται χάσμα ανάπτυξης μιας μαθηματικής έννοιας από τη μία τάξη στην άλλη. Για παράδειγμα, αναφορικά με τα κλάσματα που εισάγονται στην Γ' τάξη του δημοτικού σχολείου, απουσιάζουν στη Δ' δημοτικού και ξανά κάνουν την εμφάνισή τους στην Ε' τάξη, που οι μαθητές εμβαθύνουν τις γνώσεις τους και αφιερώνουν αρκετό χρονικό διάστημα στους κλασματικούς αριθμούς.

2. Στόχοι στη διδασκαλία κλασμάτων

Είναι σημαντικό να αναφερθεί η μεγαλύτερη διαφορά των δύο προγραμμάτων ως προς την εισαγωγή της διδασκαλίας των κλασμάτων. Συγκεκριμένα, στο ελληνικό πρόγραμμα σπουδών η διδασκαλία των κλασματικών αριθμών εισάγεται για πρώτη φορά στην 3^η δημοτικού. Αντίθετα στο πρόγραμμα σπουδών της Αυστραλίας, οι κλασματικοί αριθμοί εντάσσονται στην τροχιά της κατανόησης ήδη από την πρώτη τάξη και εξελίσσεται περαιτέρω η έννοια των κλασματικών αριθμών στη δεύτερα και τρίτη τάξη του δημοτικού σχολείου. Αναλυτικότερα, στην πρώτη τάξη οι μαθητές μαθαίνουν να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν το ένα-μισό ως ένα από δύο ίσα μέρη που απαρτίζουν το ολόκληρο, κάτι που εμφανίζεται και στην αντίστοιχη τάξη του ελληνικού σχολείου αλλά δεν εξελίσσεται στην δεύτερα δημοτικού. Αντίθετα στη δεύτερη τάξη του αυστραλιανού δημοτικού σχολείου τα παιδιά μαθαίνουν να αναγνωρίζουν και να ερμηνεύουν κοινές χρήσεις των μισών, των τετάρτων και των ογδών σε σχήματα και συλλογές. Στη συνέχεια στην τρίτη τάξη η διδασκαλία των κλασματικών αριθμών εντοπίζεται στην τροχιά της κατανόησης σε αλληλεπίδραση με την τροχιά της Αριθμητικής και της Άλγεβρας, όπου εξελίσσονται οι έννοιες που διδάχτηκαν στις προηγούμενες τάξεις. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι στο ελληνικό πρόγραμμα σπουδών αναγράφεται η διάρκεια των δέκα διδακτικών ωρών για τη διδασκαλία της ενότητας των κλασματικών αριθμών, ενώ σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών της Αυστραλίας ο εκπαιδευτικός οφείλει να παραμείνει στη διδασκαλία μιας έννοιας όσο χρειαστεί προκειμένου όλοι οι μαθητές να την κατανοήσουν και να την κατακτήσουν. Στον πίνακα 1 παρουσιάζονται οι εκπαιδευτικοί στόχοι των δύο προγραμμάτων σχετικά με τους κλασματικούς αριθμούς.

Πίνακας 1. Στόχοι των δύο προγραμμάτων

	Π.Σ. ΕΛΛΑΔΑΣ	Π.Σ. ΑΥΣΤΡΑΛΙΑΣ
Γενικά	Να γνωρίζουν τα κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς στους δεκαδικούς αριθμούς.	Μοντελοποιούν και αναπαριστούν κλασματικές μονάδες συμπεριλαμβανόμενου των $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, και τα πολλαπλάσιά τους σε συμπλήρωση του ολόκληρου (της μονάδας) (ACMNA058).
Ειδικά	<p>Οι μαθητές:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Να γνωρίσουν τις απλές κλασματικές μονάδες (π.χ. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, κτλ.). • Να μπορούν να συγκρίνουν με τη βοήθεια κατάλληλων αναπαραστάσεων απλές κλασματικές μονάδες. <p>(10 ώρες)</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Να χωρίζουν περιοχές, μήκη και συλλογές για να δημιουργούν μισά, τρίτα, τέταρτα και πέμπτα, όπως το να διπλώνουν ιδίου μεγέθους χαρτιά για να αναπαραστήσουν διαφορετικές κλασματικές μονάδες και να συγκρίνουν τον αριθμό των μερών με τα μεγέθη τους. • Να τοποθετούν κλασματικές μονάδες στην αριθμογραμμή. • Να αναγνωρίσουν ότι στα αγγλικά χρησιμοποιείται ο όρος «ένα τρίτο» (αντί: αριθμητής, παρονομαστής) αλλά σε άλλες γλώσσες αυτή η έννοια μπορεί να εκφράζεται ως «τρία μέρη, ένα από τα τρία μέρη», (αντί: αριθμητής-παρονομαστής) όπως συμβαίνει στα Ιαπωνικά.

3. Σύγκριση των δύο Προγραμμάτων σπουδών

3.1. Διαφορές ως προς τους στόχους και ως προς τη σειρά των στόχων

Τα δύο προγράμματα σπουδών μοιάζουν αρκετά μεταξύ τους, εφόσον σε γενικές γραμμές οι μαθητές του ελληνικού και του αυστραλιανού σχολείου με το πέρας της τρίτης τάξης θα αποκτήσουν τις ίδιες περίπου γνώσεις για τα κλάσματα. Όμως υπάρχουν κάποιες αξιοσημείωτες διαφορές μεταξύ τους.

Και τα δύο προγράμματα εισάγουν τους κλασματικούς αριθμούς με τις κλασματικές μονάδες και στη συνέχεια παρουσιάζουν τα απλά κλάσματα. Μάλιστα στο πρόγραμμα της Αυστραλίας δίνεται ως προτεινόμενη εργασία να διπλώνουν οι μαθητές φύλλα χαρτιού προκειμένου να κατανοήσουν πόσο μεγαλώνει ή μικραίνει η κλασματική. Παρόμοια άσκηση παρουσιάζεται και στο ελληνικό εγχειρίδιο, με τη διαφορά ότι γίνεται αναφορά στην έννοια της συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας.

Ο δεύτερος στόχος του αυστραλιανού προγράμματος σπουδών είναι ότι οι μαθητές μαθαίνουν να τοποθετούν τους αριθμούς στην κλασματική γραμμή. Αυτός ο στόχος απουσιάζει από το ελληνικό πρόγραμμα σπουδών, όπου καμία αναφορά δε γίνεται στην αριθμογραμμή. Ο δεύτερος στόχος του ελληνικού προγράμματος αφορά τη σύγκριση απλών κλασμάτων

μονάδων με τη βοήθεια των αναπαραστάσεων. Αυτός ο στόχος είναι κοινός για τα δύο προγράμματα, καθώς παρουσιάζεται και στον πρώτο στόχο του Αυστραλιανού προγράμματος σπουδών.

Τέλος στο αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών εμφανίζεται ένας ακόμη στόχος που δεν εμπεριέχεται στο ελληνικό. Σύμφωνα με αυτό οι μαθητές μετά το πέρας της 3^{ης} τάξης μπορούν να αναγνωρίζουν ότι στη γλώσσα τους το κλάσμα $\frac{1}{3}$ διαβάζεται «ένα τρίτο», όμως σε άλλες γλώσσες, όπως στα Ιαπωνικά, μπορεί να εκφράζεται διαφορετικά όπως: «τρία μέρη, ένα από τα τρία».

3.2. Διαφορές ως προς τη σειρά παρουσίασης εννοιών

Οι έννοιες που παρουσιάζονται στα δύο προγράμματα είναι ίδιες αλλά παρουσιάζονται με διαφορετική σειρά. Η μόνη έννοια που συναντάται μόνο στο ένα από τα δύο προγράμματα σπουδών είναι τα ισοδύναμα κλάσματα. Παρουσιάζονται, λοιπόν, μόνο στο ελληνικό πρόγραμμα, ενώ στο αυστραλιανό τα ισοδύναμα κλάσματα παρουσιάζονται στην τετάρτη τάξη. Και τα δύο προγράμματα σπουδών εισάγουν τα απλά κλάσματα βάσει των κλασματικών μονάδων. Το αυστραλιανό παρουσιάζει πρώτα τις κλασματικές μονάδες με παρονομαστή 2, 4, 8 και έπειτα τα απλά κλάσματα με ίδιους παρονομαστές και στη συνέχεια τις κλασματικές μονάδες και τα απλά κλάσματα με παρονομαστή 3, 5, 10, 100. Από την άλλη στο ελληνικό πρόγραμμα σπουδών συναντάμε ένα συγκεκριμένο μάθημα για τις κλασματικές μονάδες, που παρουσιάζονται κλασματικές μονάδες με διάφορους παρονομαστές και ξεχωριστό μάθημα για τη διδασκαλία απλών κλασμάτων. Τέλος το σχολικό εγχειρίδιο μαθηματικών της Αυστραλίας παρουσιάζει ένα συγκεκριμένο μάθημα για τα «κλάσματα μιας συλλογής». Το ελληνικό βιβλίο μαθητή περιέχει παρόμοιες ασκήσεις αλλά πολύ λιγότερες από το αυστραλιανό. Στον πίνακα 2 εμφανίζονται οι υποενότητες όπως παρουσιάζονται στα σχολικά εγχειρίδια των δύο προγραμμάτων.

Πίνακας 2 Σειρά εμφάνισης των εννοιών

ΠΣ ΑΥΣΤΡΑΛΙΑΣ	ΠΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
1. Μισά, τέταρτα, όγδοα: κλασματικές μονάδες, απλά κλάσματα	1. Εισαγωγή στα κλάσματα
2. Σύγκριση μισών, τετάρτων και ογδών	2. Κλασματικές μονάδες
3. Κλάσματα μιας συλλογής	3. Απλά κλάσματα
4. Τρίτα: κλασματική μονάδα και απλά κλάσματα	4. Ισοδύναμα κλάσματα
5. Πέμπτα, δέκατα, εκατοστά	

3.3. Σύγκριση ως προς τη χρήση τεχνολογίας

Η χρήση των νέων τεχνολογιών διαδραματίζει σημαντικό ρόλο και στα δύο προγράμματα σπουδών. Το ελληνικό σχολείο έχει στη διάθεσή του CD-ROM με δεκατέσσερις εφαρμογές που ανταποκρίνονται στις έννοιες των κλασμάτων όπως διδάσκονται στην Γ τάξη. Επιπλέον το διαδραστικό βιβλίο μαθητή προτείνει έντεκα εφαρμογές για τα κλάσματα στο ψηφιακό αποθετήριο φωτόδεντρο. Από την άλλη μεριά, το αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών

παραπέμπει μαθητές και εκπαιδευτικούς στο ψηφιακό αποθετήριο scootle που εμπεριέχονται δεκατρείς εφαρμογές, δύο βίντεο και πέντε πηγές για τους εκπαιδευτικούς σχετικά με τις έννοιες των κλασμάτων όπως τις διδάχτηκαν στην τρίτη τάξη.

Η μόνη διαφορά των δύο προγραμμάτων εντοπίζεται ότι στο ελληνικό διαδραστικό βιβλίο στο τέλος κάθε μαθήματος ο μαθητής παραπέμπεται στη χρήση συγκεκριμένων εφαρμογών του geogebra, στο ψηφιακό αποθετήριο φωτόδεντρο, προκειμένου να γίνει εξάσκηση της καινούριας έννοιας που αποκτήθηκε. Αντίθετα το αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών παραπέμπει στο ψηφιακό αποθετήριο scootle και ο εκπαιδευτικός μπορεί να επιλέξει και να χρησιμοποιήσει όποια εφαρμογή θέλει σε οποιοδήποτε μάθημα διδασκαλίας επιθυμεί.

Στη συνέχεια αναφέρονται τα σημεία όπου το ελληνικό διαδραστικό βιβλίο μαθητή προτείνει τη χρήση της τεχνολογίας και περιγράφονται κάποιες ενδεικτικές εφαρμογές του ψηφιακού αποθετηρίου scootle που προτείνονται για τη διδασκαλία κλασμάτων στην τρίτη τάξη του αυστραλιανού δημοτικού σχολείου.

Η διδασκαλία των κλασμάτων στο ελληνικό βιβλίο απαρτίζεται από τέσσερα διδακτικά μαθήματα: Εισαγωγή στα κλάσματα, οι κλασματικές μονάδες, κλασματικές μονάδες και απλοί κλασματικοί αριθμοί, ισοδύναμα κλάσματα. Στο τέλος κάθε μαθήματος προτείνονται διαφορετικές ασκήσεις στο geogebra με τη μορφή παιχνιδιού ή προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα μετά το μάθημα «εισαγωγή στα κλάσματα» προτείνονται δύο ενδιαφέρον εφαρμογές όπου οι μαθητές αναπαριστούν στο geogebra διάφορες κλασματικές μονάδες (όπως τα $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$) και έχουν την ευκαιρία να συγκρίνουν τις κλασματικές μονάδες μεταξύ τους. Στο δεύτερο μάθημα «κλασματικές μονάδες» παραπέμπει σε μια δραστηριότητα όπου οι μαθητές μπορούν να χωρίσουν σε ίσα κομμάτια έναν κύκλο και να παρατηρήσουν ότι αλλάζει το μέγεθος της κλασματικής μονάδας κάθε φορά που τα κομμάτια πληθαίνουν ή λιγοστεύουν. Στο τρίτο μάθημα, που αφορά τα απλά κλάσματα, παρουσιάζονται δύο διαφορετικές εφαρμογές. Στη μία ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να συγκρίνει δύο εικονικά μολύβια με την αρχική μορφή που είχαν τα μολύβια πριν ξυθούν και να πει τι μέρος του μολυβιού έχει μείνει. Σε άλλη εφαρμογή ο μαθητής καλείται να σκεφτεί και να απαντήσει σε ένα πρόβλημα όπου πρέπει να βρει τι μέρος του παραθύρου πρέπει να καλύψει η κουρτίνα για να κρύψει τον ήλιο το πρωί, το μεσημέρι και το απόγευμα καθώς ο ήλιος αλλάζει θέση. Στο τελευταίο μάθημα «ισοδύναμα κλάσματα» προτείνονται τρεις διαφορετικές εφαρμογές. Η μία εκ των τριών είναι το παιχνίδι της «ντάμας» όπου οι μαθητές καλούνται να βρουν με τη βοήθεια ισοδύναμων κλασμάτων πόσα πούλια έχουν μείνει. Οι άλλες δύο εφαρμογές παρουσιάζουν δύο παραπλήσια προβλήματα όπου οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να αναπαραστήσουν ισοδύναμα κλάσματα σε εικονικές σοκολάτες για να κατανοήσουν ότι τα κλάσματα αυτά είναι ίσα.

Από την άλλη πλευρά το αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών προτείνει δεκατρείς διαφορετικές εφαρμογές όπου οι μαθητές μέσα από ψηφιακά παιχνίδια μπορούν να σχηματίσουν κλάσματα και να τα δουν να εμφανίζονται σε αριθμογραμμή, μπορούν να χωρίσουν σχήματα προκειμένου να σχηματίσουν κλάσματα και τα ισοδύναμά τους ή μπορούν να αντιστοιχίσουν κομμάτια κέικ με τα κλάσματα που τα αντιπροσωπεύουν και άλλες τέτοιες παρόμοιες ψηφιακές εφαρμογές που ανταποκρίνονται στους διδακτικούς στόχους για τη διδασκαλία των κλασματικών αριθμών. Στον πίνακα 3 αναφέρονται τα βασικά σημεία σχετικά με τη χρήση τεχνολογίας στα δύο προγράμματα σπουδών.

Πίνακας 3. Χρήση τεχνολογίας

Π.Σ. ΑΥΣΤΡΑΛΙΑΣ	Π.Σ. ΕΛΛΑΔΑΣ
<ol style="list-style-type: none"> 1. 13 εφαρμογές στο ψηφιακό αποθετήριο scootle 2. 2 βίντεο 3. 5 πηγές για εκπαιδευτικούς 4. Ελεύθερα αξιοποιήσιμες εφαρμογές χωρίς να παραπέμπονται σε συγκεκριμένη διδασκαλία ή μάθημα 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 14 εφαρμογές στο CD-Rom 2. 11 διαφορετικές εφαρμογές στο ψηφιακό αποθετήριο φωτό-δεντρο, χρήση του geogebra 3. Στο τέλος κάθε μαθήματος του διαδραστικού βιβλίου του μαθητή παραπέμπει σε συγκεκριμένες εφαρμογές που συμβαδίζουν με την καινούρια έννοια που διδάχθηκαν οι μαθητές

3.4. Διαφορές στις διδακτικές θεωρίες

Αναφέρθηκε παραπάνω ότι τα δύο προγράμματα σπουδών έχουν ως κοινά χαρακτηριστικά τους τη διαθεματικότητα και τις νέες τεχνολογίες, τα οποία εμφανίζονται διάχυτα στη διδασκαλία των κλασμάτων.

Αναφορικά με τη διδασκαλία των κλασμάτων, το ελληνικό σχολείο ξεκινά με αφορμή τις προ υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών για τα κλάσματα, δηλαδή τη χρήση τους στην καθημερινότητα των παιδιών. Μέσω λοιπόν της «κατασκευαστικής διαδικασίας» ο δάσκαλος προσπαθεί να οδηγήσει τους μαθητές να συνδέσουν τις προ υπάρχουσες γνώσεις τους με τη νέα, να εκμαιεύσει δηλαδή την καινούρια γνώση. Έπειτα για να εδραιώσει την νέα γνώση προσεγγίζει την καινούρια έννοια διαθεματικά, συνδέοντας τα μαθηματικά με άλλους κλάδους, συγκεκριμένα συνδέει την μαθηματική έννοια του κλάσματος με Γλώσσα, Αισθητική Αγωγή και Μελέτη περιβάλλοντος. Επιπλέον σε διάφορες εργασίες για την κατανόηση και την εμπέδωση των κλασμάτων φανερό είναι και οι θεωρίες της «ομαδικό- συνεργατικής διδασκαλίας» και της «ορθολογικής επικοινωνιακής προσέγγισης». Έτσι σε ασκήσεις που απαιτούν συνεργασία οι μαθητές δουλεύουν ομαδικά προκειμένου να υποθέσουν, να εκτιμήσουν, να συλλογιστούν και να δώσουν απάντηση. Παρουσιάζουν τις απαντήσεις τους και καθώς τους ζητείται να τεκμηριώσουν την απάντησή τους οδηγούνται σε μια ορθολογική επικοινωνία.

Στο αυστραλιανό πρόγραμμα σπουδών οι κλασματικοί αριθμοί συναντώνται στην τροχιά κατανόησης σε συνάρτηση με τη τροχιά Αριθμητικής- Άλγεβρας. Σύμφωνα, λοιπόν με την τροχιά αυτή οι μαθητές συνδέουν τις προ υπάρχουσες γνώσεις για τα κλάσματα με την καινούρια έννοια που εισάγεται. Προκειμένου να εδραιωθεί η νέα έννοια οι μαθητές αναπαριστούν κλάσματα με οποιοδήποτε τρόπο, συνδέουν σχετικές ιδέες, συγκρίνουν και εντοπίζουν τις διαφορές και τα κοινά μεταξύ τους και περιγράφουν το συλλογισμό τους, συζητούν στην τάξη για την καινούρια έννοια.

Τα κοινά σημεία των δύο προγραμμάτων ως προς τις διδακτικές θεωρίες για τη διδασκαλία των κλασμάτων είναι η χρήση της τεχνολογίας, η διαθεματικότητα και η αξιοποίηση της προϋπάρχουσας γνώσης που αποτελούν τη βάση για να οικοδομηθεί η καινούρια έννοια, αλλά και η ορθολογική επικοινωνία που αναπτύσσεται μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού καθώς τα παιδιά εξηγούν τον τρόπο σκέψης τους, επιχειρηματολογούν και συζητούν για την καινούρια

έννοια που διδάχτηκαν. Διακρίνεται και στα δύο προγράμματα σπουδών ότι η γνώση είναι μια «κατασκευαστική διαδικασία» που γίνεται από τον ίδιο τον μαθητή και βασίζεται στις προϋπάρχουσες γνώσεις του.

Το ελληνικό εγχειρίδιο δίνει ιδιαίτερη βαρύτητα στα βιώματα των παιδιών, τα οποία γίνονται η αφορμή για διδασκαλία και συνδέονται με μαθηματικές έννοιες. Από την άλλη πλευρά το αυστραλιανό εγχειρίδιο του μαθητή στην ενότητα των κλασμάτων αφορμάται από ήδη κατεκτημένες γνώσεις των μαθητών χωρίς αυτές να είναι βιωματικές, από την καθημερινότητά τους. Στο ελληνικό βιβλίο οι περισσότερες ασκήσεις θέτουν βάσεις για ομαδική εργασία. Στο αυστραλιανό βιβλίο ασκήσεων προσφέρονται δύο ασκήσεις για συζήτηση στην ολομέλεια και καμία για ομαδική εργασία. Καθώς δεν υπήρξε πρόσβαση στο αυστραλιανό βιβλίο του εκπαιδευτικού, δε διαπιστώθηκε αν προτείνεται κάποια εργασία στον εκπαιδευτικό και στους μαθητές που να μπορούν να την διαχειριστούν ομαδικά. Τέλος στο αυστραλιανό εγχειρίδιο εντοπίζονται αρκετές εργασίες για την εύρεση του μέρους μιας συλλογής, ενώ στο ελληνικό βιβλίο είναι ελάχιστες. Στον πίνακα 4 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι διδακτικές θεωρίες για τη διδασκαλία των κλασματικών αριθμών


Πίνακας 4 Διδακτικές θεωρίες των δύο προγραμμάτων σπουδών

Π.Σ. ΑΥΣΤΡΑΛΙΑΣ	Π.Σ. ΕΛΛΑΔΑΣ
<p><i>Τροχιά Κατανόησης</i> Διαθεματικότητα (σύνδεση μαθηματικών με άλλους κλάδους) Προ υπάρχουσες γνώσεις ↓ προοδευτική εφαρμογή του γνωστού, συνδέουν σχετικές έννοιες, αναπαριστούν έννοιες, εντοπίζουν κοινά/ διαφορές, περιγράφουν τη μαθηματική τους αντίληψη ↓ Χτίζουν κατανόηση</p>	<p>Προ υπάρχουσες γνώσεις Γνώσεις από καθημερινότητα (βιωματικές) Διαθεματικότητα Ομαδική συνεργατική διαδικασία ↓ Ορθολογική επικοινωνιακή προσέγγιση ↓ Κατασκευαστική διαδικασία Εκμαίευση της νέας γνώσης</p>


3.5. Διαφορετικές δραστηριότητες

If you divide a shape into 2 equal parts, each part is called a **half**.
If you divide a shape into 4 equal parts, each part is called a **quarter**.
If you divide a shape into 8 equal parts, each part is called an **eighth**.

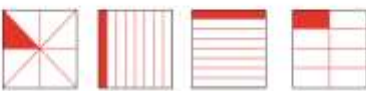
1 **a** Show different ways to cut these squares in half. Colour one half of each square.




b Show different ways to cut these squares in quarters. Colour one quarter of each square.



c Show different ways to cut these squares in eighths. Colour one eighth of each square.



2 Tick the circles that show one-quarter shaded.



Discuss why $\frac{1}{4}$ is smaller than $\frac{1}{2}$ or $\frac{1}{3}$.

Εικόνα 1. Βιβλίο μαθητή Αυστραλίας: Μισά, τέταρτα, όγδοα: κλασματικές μονάδες και απλά κλάσματα

Οι πρακτικοί κόβουν με τον παρακάτω τρόπο.

Καθένα το χωρίζω σε δύο ίσα μέρη



Συμπληρώνω αυτό που κάνουν οι ζωγράφοι και οι μαθηματικοί.

Λογοτέχνες

Κόβω μία ντομάτα σε τέσσερα ίσα κομμάτια και παίρνω το ένα



Λογοτέχνες

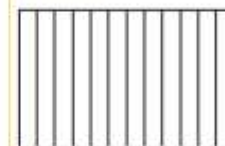
Κόβω μια ορθογώνια πίτσα σε δώδεκα ίσα κομμάτια και παίρνω το ένα.



Ζωγράφοι



Ζωγράφοι



Μαθηματικοί



Μαθηματικοί



Εικόνα 2. Βιβλίο μαθητή Ελλάδας: Κλασματικές μονάδες

Από το σπίτι μου έως το σπίτι σου κίνω ένα τέταρτο

Η συνταγή

Μπισκότα

- 1 αυγό
- 1/4 του κιλού ζάχαρη
- 1/4 του κιλού βούτυρο
- 1/2 του κιλού αλεύρι
- 1 κουταλάκι μπέικιν
- 1 βανίλια

Πόσο είναι ένα τέταρτο;



$\frac{1}{4}$



4



Εικόνα 3. Βιβλίο μαθητή Ελλάδας: Εισαγωγή στα κλάσματα

Στις εικόνες 1, 2 και 3 παρουσιάζονται οι ασκήσεις που εισάγουν καινούριες έννοιες. Στο αυστραλιανό βιβλίο αναρτημένο σημείο της διδασκαλίας είναι η προϋπάρχουσα γνώση, καθώς υπενθυμίζονται στους μαθητές οι έννοιες των μισών, τετάρτων, όγδων που έχουν διδαχθεί στην προηγούμενη τάξη (εικόνα 1.). Στη συνέχεια εφαρμόζουν το οικείο, δηλαδή αναπαριστούν κλάσματα, προκειμένου να αναπτύξουν νέες ιδέες. Μέσα από συζήτηση εντοπίζουν κοινά ή διαφορές των κλασμάτων και χτίζουν κατανόηση. Από την άλλη πλευρά

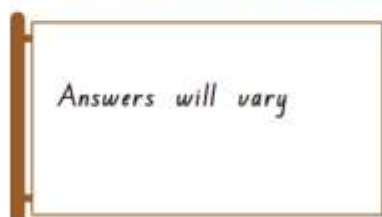
στην τρίτη δημοτικού του ελληνικού σχολείου εισάγονται για πρώτη φορά οι κλασματικοί αριθμοί. Η άσκηση στην εικόνα 2 αποτελεί σημείο εκκίνησης για τη γνωριμία των μαθητών με την κλασματική μονάδα. Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες και προσεγγίζουν διαθεματικά την έννοια της κλασματικής μονάδας, άλλοι ζωγραφίζουν, άλλοι γράφουν, άλλοι κόβουν και άλλοι προσπαθούν να την αναπαραστήσουν με αριθμούς. Οι μαθητές ανακοινώνουν τις απαντήσεις τους και ενώ προσπαθούν να αναπαραστήσουν το κλάσμα με αριθμούς ο εκπαιδευτικός εκμαιεύει τη νέα γνώση. Αξίζει να παρατηρηθεί ότι σε πολλές εργασίες του ελληνικού βιβλίου, όπως αυτή στην εικόνα 2, παροτρύνονται οι μαθητές να δουλέψουν ομαδικά προκειμένου να λύσουν μια άσκηση. Αντίθετα στο αυστραλιανό βιβλίο δεν παρουσιάζονται ασκήσεις που να προσφέρουν την ομαδική εργασία αλλά μόνο τη συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης. Επιπλέον στην εικόνα 3 παρουσιάζεται το ελληνικό βιβλίο του μαθητή, όπου εισάγονται οι κλασματικοί αριθμοί για πρώτη φορά και είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι η έννοια του κλάσματος προσεγγίζεται όχι μόνο διαθεματικά αλλά και βιωματικά. Η έννοια του κλάσματος προσεγγίζεται μέσα από την καθημερινή χρήση των κλασμάτων, δηλαδή μέσα από τα τέταρτα της ώρας και από την παρουσίαση μιας συνταγής, αντίθετα βιωματική προσέγγιση στο βιβλίο μαθητή της Αυστραλίας δεν εντοπίζεται.

The rule of thirds: When taking a photograph, the horizon should sit at the horizontal line dividing the lower one-third of the photo from the upper two-thirds. Circle the photos of Australian landscapes in which the photographer has followed the rule of thirds.

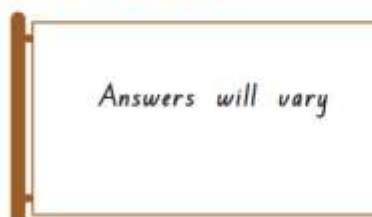


Εικόνα 4. Βιβλίο μαθητή Αυστραλίας: Τρίτα: κλασματικές μονάδες, απλά κλάσματα

Divide this flag into quarters.
Design an interesting flag making
each quarter a different colour.



Divide this flag into eighths.
Colour $\frac{1}{2}$ of the flag blue, $\frac{1}{4}$ grey
 $\frac{1}{8}$ red and $\frac{1}{8}$ black.



Εικόνα 5. Βιβλίο μαθητή Αυστραλίας: μισά, τέταρτα, όγδοα

Στην εικόνα 3 και 4 φαίνεται ότι προσεγγίζονται οι έννοιες διαθεματικά. Συγκεκριμένα στην εικόνα 3 συνδέονται οι μαθηματικές έννοιες με τον «κανόνα των τρίτων» που χρησιμοποιούν οι φωτογράφοι για να αποτυπώσουν μια καλή λήψη. Έτσι ζητείται από τους μαθητές να βρουν την σωστή εικόνα όπου ο ορίζοντας απεικονίζεται στο χαμηλότερο $\frac{1}{3}$ της εικόνας. Στην εικόνα 4 οι μαθητές καλούνται να χρωματίσουν τις σημαίες με όποιο χρώμα θέλουν

αφού τις χωρίσουν σε τέταρτα, μισά, όγδοα. Έτσι συσχετίζονται τα μαθηματικά με τα εικαστικά, ενώ δίνεται η ευκαιρία στον εκπαιδευτικό να συνδέσει τα μαθηματικά με τη γεωγραφία, καθώς με αφορμή τη συγκεκριμένη άσκηση μπορεί παρουσιάσει στους μαθητές πραγματικές σημαίες και να συζητήσουν πως είναι χωρισμένες.

Η διαθεματικότητα εμφανίζεται και στα δύο βιβλία. Στο ελληνικό εγχειρίδιο όμως εμφανίζεται σε περισσότερες εργασίες, ενδεικτικά παρουσιάστηκαν οι εργασίες στις εικόνες 2 και 3, ενώ στο αυστραλιανό εγχειρίδιο εντοπίζεται μόνο στις δύο εργασίες που παρουσιάζονται στις εικόνες 4, 5.

Look at the picture of the eggs.
Can you find $\frac{1}{2}$ of 8? $\frac{1}{4}$ of 8? $\frac{1}{8}$ of 8?
Show your findings in the box.

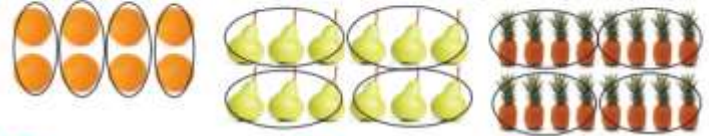


4, 2, 1

Look at the picture of the dozen eggs in the carton.
How many eggs in one dozen?
What is $\frac{1}{2}$ of a dozen?
What is $\frac{1}{3}$ of a dozen?
What is $\frac{1}{4}$ of a dozen?

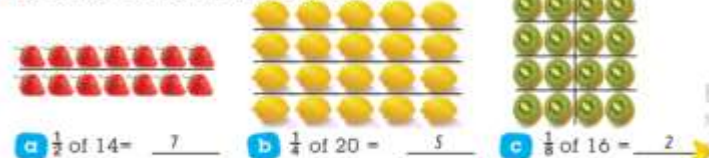


Draw circles to divide these collections into quarters.



a One quarter of 8 = 2 b $\frac{1}{4}$ of 12 = 3 c $\frac{1}{4}$ of 16 = 4

Draw lines to divide each collection.



a $\frac{1}{4}$ of 14 = 3.5 b $\frac{1}{4}$ of 20 = 5 c $\frac{1}{4}$ of 16 = 4

Εικόνα 3. Βιβλίο μαθητή Αυστραλίας: κλάσματα μιας συλλογής

Εικόνα 4. Βιβλίο μαθητή Αυστραλίας: κλάσματα μιας συλλογής

Τις παρακάτω καραμέλες να τις χωρίσεις, για να τις μοιραστούν εξίσου οι καλεσμένοι που είναι:

2 άτομα

Ο καθένας θα πάρει:

3 άτομα

Ο καθένας θα πάρει:

4 άτομα

Ο καθένας θα πάρει:

Εικόνα 5. Βιβλίο μαθητή Ελλάδας

Χρωματίζω όσο λέει το κλάσμα.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Εικόνα 6. Βιβλίο μαθητή Ελλάδας

Τέλος στις εικόνες 5 και 6 παρουσιάζονται ενδεικτικά κάποιες από τις ασκήσεις που εμπεριέχονται στο αυστραλιανό βιβλίο του μαθητή και τον βοηθούν να σκεφτεί, να κατανοήσει και να βρει την ποσότητα που αντιστοιχεί στο κλασματικό μέρος μιας συλλογής. Τα κλάσματα μιας συλλογής αποτελούν μια υποενότητα στο αυστραλιανό βιβλίο ασκήσεων του μαθητή και έτσι προσφέρονται πολλές τέτοιου είδους ασκήσεις για εξάσκηση. Στο ελληνικό βιβλίο εντοπίζονται παρόμοιες ασκήσεις όμως είναι λιγότερες από αυτές του αυστραλιανού.

4. Βιβλιογραφικές και ηλεκτρονικές πηγές

Weeks, G. (2012). *Primary Maths 3: student activity book*. Australia: Cambridge university press

Λεμονίδης, Χ., Θεοδώρου, Ε., Νικολαντωνάκης, Κ., Παναγάκος, Ι., & Σπανακά, Α. (2010). *Μαθηματικά Γ' δημοτικού: Μαθηματικά της φύσης και της ζωής*. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων

Λεμονίδης, Χ., Θεοδώρου, Ε., Νικολαντωνάκης, Κ., Παναγάκος, Ι., & Σπανακά, Α. (2010). *Μαθηματικά Γ' δημοτικού: Μαθηματικά της φύσης και της ζωής, βιβλίο δασκάλου*. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων

Παιδαγωγικό ινστιτούτο (2003). Προδιαγραφές σχολικών βιβλίων. Αθήνα: Παιδαγωγικό ινστιτούτο. Ανακτήθηκε στις 22 Δεκεμβρίου 2019 από:

http://www.pi-schools.gr/programs/depps/?fbclid=IwAR20sVGs_ON9ah49mdAszVkziUUmbvzcfY2iOdvfAiRKmPiG1LPwVhc991s

Πληροφορίες για το πρόγραμμα σπουδών της Αυστραλίας (ACARA) ανακτήθηκαν στις 2 Δεκεμβρίου 2019 από:

<https://australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/?year=11754&strand=Number+and+Algebra&elaborations=false&scotterms=false&isFirstPageLoad=false>

και από την ομιλία του P. Sullivan από:

<https://australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/rationale/>