

Embodied learning in a mixed reality environment: the case of mental number line for fractions

Περίληψη

Σύμφωνα με την προσέγγιση της ενσώματης μάθησης και τα αποτελέσματα ερευνών που υποστηρίζουν ότι η κίνηση ολόκληρου του σώματος οδηγεί σε ισχυρότερη βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής, υποθέσαμε ότι το ίδιο θα συμβεί και στην περίπτωση των κλασματικών εννοιών, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη εννοιολογικών στρατηγικών για τη σύγκριση κλασμάτων. Στην παρούσα έρευνα, σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε μια παρέμβαση με στόχο τη βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής για τα κλάσματα, αξιοποιώντας την προσέγγιση της ενσώματης μάθησης μέσα σε ένα περιβάλλον μεικτής πραγματικότητας. Στην έρευνα συμμετείχαν 30 υποψήφιοι εκπαιδευτικοί Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Οι συμμετέχοντες ολοκλήρωσαν δραστηριότητες εκτίμησης της θέσης κλασμάτων στην αριθμογραμμή, καθώς και σύγκρισης κλασματικών μεγεθών. Τα αποτελέσματα ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητικά, καθώς οι συμμετέχοντες βελτίωσαν τις επιδόσεις τους στην εκτίμηση της θέσης κλασμάτων στην αριθμογραμμή, στις συγκρίσεις κλασμάτων, χρησιμοποιώντας συχνότερα στρατηγικές που βασίζονται στην αίσθηση του αριθμού παρά στους κανόνες, καθώς και στην τοποθέτηση των αριθμών 1 και 2 επάνω στην αριθμογραμμή όταν τους δίνεται μια συγκεκριμένη απόσταση. Σε ό, τι αφορά τις στάσεις των συμμετεχόντων απέναντι στη μαθησιακή αυτή εμπειρία, τα αποτελέσματα ήταν επίσης θετικά. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν την υπόθεση ότι η χρήση και η κίνηση ολόκληρου του σώματος οδηγεί σε ισχυρή βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής, με αποτέλεσμα τη βελτίωση γενικότερων αριθμητικών ικανοτήτων.

Λέξεις κλειδιά: νοερή αριθμογραμμή, εκτίμηση στην αριθμογραμμή, σύγκριση κλασμάτων, ενσώματη μάθηση, περιβάλλον μεικτής πραγματικότητας.

Εισαγωγή

Μια διδακτική πρόκληση που αντιμετωπίζουν οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί είναι οι ρητοί αριθμοί και πιο συγκεκριμένα, τα κλάσματα. Στη βιβλιογραφία, είναι ευρέως γνωστές οι βασικές δυσκολίες που οι μαθητές συναντούν στη μάθηση των κλασμάτων (Kilpatrick et al., 2001 · Lemonidis, 2016 · Stafylidou & Vosniadou, 2004 · Vamvakoussi & Vosniadou, 2007, 2010), οι οποίες αποτελούν ισχυρό εμπόδιο στην κατανόηση της έννοιάς τους από αυτούς, συνεχίζονται ακόμη και στις επόμενες βαθμίδες της εκπαίδευσης και η κατανόηση αυτή παραμένει ελλιπής μέχρι και την ενηλικίωσή τους.

Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι τόσο οι μαθητές, όσο και οι ενήλικες, αντιμετωπίζουν δυσκολίες στους ρητούς αριθμούς, η ανάπτυξη στρατηγικών σε

νοερούς υπολογισμούς με ρητούς αριθμούς, η οποία αποτελεί βασικό συστατικό της αίσθησης του αριθμού, συμβάλει στη βαθύτερη κατανόησή τους και στην αποφυγή λαθών και παρανοήσεων (Λεμονίδης, 2013 · Lemonidis, 2016 · Whitacre, 2015 · Whitacre & Nickerson, 2016). Ωστόσο, έρευνες υποστηρίζουν ότι, τόσο οι μαθητές, όσο και οι ενήλικες και πιο συγκεκριμένα, οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, δεν έχουν αναπτύξει την έννοια της αίσθησης του αριθμού, καθώς χρησιμοποιούν συχνότερα στρατηγικές που βασίζονται στους κανόνες παρά στην αίσθηση του αριθμού όταν καλούνται να απαντήσουν σε ερωτήματα εκτίμησης και νοερών υπολογισμών σε ρητούς αριθμούς (Clarke & Roche, 2009 · Fazio, DeWolf & Siegler, 2016 · Whitacre & Nickerson, 2016 · Yang, 2005, 2007 · Yang et al., 2009). Εστιάζοντας στα κλάσματα, παρατηρείται ότι οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν σε συγκρίσεις κλασμάτων, βασίζονται στους κανόνες, που δηλώνει έλλειψη εννοιολογικής κατανόησης των κλασμάτων, η ανάπτυξη της οποίας θεωρείται αναγκαία και απαραίτητη για τους υποψήφιους εκπαιδευτικούς Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης που θα κληθούν να διδάξουν τους μαθητές τους μελλοντικά.

Ένας τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι η χρήση της αναπαράστασης της αριθμογραμμής, η οποία θεωρείται ιδανικό εργαλείο για τη βαθύτερη κατανόηση των κλασματικών εννοιών και την ανάπτυξη ενός πιο ευέλικτου τρόπου σκέψης (Fazio & Siegler, 2011 · Kilpatrick et al., 2001 · Λεμονίδης, 2016 · Nickerson & Whitacre, 2010 · Saxe, Diakow & Gearhart, 2013 · Saxe et al., 2007 · Whitacre & Nickerson, 2016 · Wu, 2011). Μια από τις βασικότερες αναπαραστάσεις που αποτελούν θεμέλιο για την επιτυχή επεξεργασία των αριθμών είναι η αναπαράσταση της νοερής αριθμογραμμής, επάνω στην οποία οι αριθμοί αναπαριστώνται χωρικά, σε αύξουσα σειρά που αντιστοιχεί στο μέγεθός τους και θεωρείται ότι τα θεμέλια της αριθμητικής βρίσκονται στην ικανότητα των ανθρώπων να αναπαριστούν και να χειρίζονται νοητικά τα αριθμητικά μεγέθη, επάνω σε αυτήν την αναλογική αναπαράσταση των αριθμών, τη νοερή αριθμογραμμή (Dehaene, 2001 · Moeller, Fischer, Nuerk, & Cress, 2015 · Schneider, Grabner, & Paetsch, 2009). Η διάγνωση της κατάστασης της νοερής αριθμογραμμής επιτυγχάνεται μέσω της εκτίμησης στην αριθμογραμμή, όπου συνήθως ζητείται η εκτίμηση της θέσης ενός δεδομένου αριθμού επάνω σε μια κενή αριθμογραμμή στην οποία δίνονται μόνο τα άκρα της (Siegler & Opfer, 2003). Οι εκτιμήσεις των μαθητών στην αριθμογραμμή γίνονται πιο ακριβείς όσο αυξάνεται η ηλικία και η εμπειρία τους. Ακόμη, εκτός από το γεγονός ότι η ακρίβεια στην εκτίμηση στην αριθμογραμμή βελτιώνεται σημαντικά με την αύξηση της ηλικίας, η εκτίμηση στην αριθμογραμμή σχετίζεται με τις μαθηματικές επιδόσεις, καθώς παρατηρήθηκε ότι οι ατομικές διαφορές στην εκτίμηση στην αριθμογραμμή, σχετίζονται θετικά με τις ατομικές διαφορές στις γενικές μαθηματικές επιδόσεις των μαθητών (Booth & Siegler, 2006 · Siegler & Booth, 2004).

Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Η νοερή αριθμογραμμή, λοιπόν, συνδέεται με τις αριθμητικές ικανότητες των παιδιών και είναι μια πολλά υποσχόμενη αναπαράσταση που πρέπει να αξιοποιείται στην αριθμητική εκπαίδευση. Για τον λόγο αυτό, αναπτύχθηκαν διάφορες εφαρμογές και παρεμβάσεις, με ή χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας, που αφορούν τη νοερή αριθμογραμμή και φαίνεται να παρέχουν πολλές δυνατότητες βελτίωσης των γενικών αριθμητικών ικανοτήτων των μαθητών, δημιουργώντας ισχυρά κίνητρα και προκαλώντας το ενδιαφέρον και την ενεργό συμμετοχή τους.

Οι Ramani, Siegler, & Hitti (2012), εξέτασαν εάν ένα γραμμικό επιτραπέζιο παιχνίδι μπορεί να εφαρμοστεί ως πρακτική δραστηριότητα στην τάξη, που θα βελτιώσει την αριθμητική γνώση των παιδιών. Ο σχεδιασμός του παιχνιδιού αυτού βασίζεται στις θεωρίες και στις έρευνες που αφορούν τη νοερή αριθμογραμμή. Η μορφή της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής μπορεί να αξιολογηθεί παρουσιάζοντας μια διαδοχή ορατών αριθμογραμμών με σταθερούς αριθμούς σε κάθε άκρο (π.χ. το 0 και το 100) και έναν τρίτο αριθμό που αλλάζει σε κάθε δοκιμή. Στόχος είναι η εκτίμηση της θέσης αυτού του τρίτου αριθμού επάνω στην αριθμογραμμή. Με τον τρόπο αυτό μετρήθηκε η αριθμητική γνώση των παιδιών πριν από την εφαρμογή του παιχνιδιού. Αυτό που έκαναν τα παιδιά στο παιχνίδι ήταν να γυρίζουν τη σβούρα και να μετακινούν το πiónι τους ανάλογα με τον αριθμό που τύχαιναν (π.χ. αν το παιδί βρισκόταν στον αριθμό 6 και τύχαινε το 2, μετακινούσε το πiónι του φωνάζοντας τους αριθμούς μέχρι να φτάσει στο 8). Συγκρίνοντας τις αρχικές και τελικές μετρήσεις, παρατηρήθηκε ότι παίζοντας το συγκεκριμένο παιχνίδι, βελτιώθηκε η εκτίμηση των παιδιών στην αριθμογραμμή, η σύγκριση των μεγεθών, η αριθμητική αναγνώριση και η αρίθμηση.

Εφόσον οι εφαρμογές τέτοιων παιχνιδιών είναι τόσο αποτελεσματικές για την αριθμητική ανάπτυξη και μαθηματική επίδοση των μαθητών, η νοερή αριθμογραμμή είναι υποψήφια για εφαρμογές που βασίζονται στη χρήση της τεχνολογίας, η οποία διαδραματίζει σημαντικό ρόλο τόσο στην καθημερινή ζωή των μαθητών, όσο και στα σύγχρονα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, αυξάνοντας, έτσι, με τη δημιουργία παιχνιδιών και λογισμικών, τα κίνητρα των μαθητών και την αποτελεσματικότητα των παρεμβάσεων αυτών. Χαρακτηριστική θεωρείται η έρευνα, η οποία ανέπτυξε ένα πρόγραμμα που βασίζεται στην τεχνολογία, με στόχο τη βελτίωση της δομής και της πρόσβασης στη νοερή αριθμογραμμή για μαθητές με αναπτυξιακή δυσαριθμησία (Kucian et al., 2011). Οι ερευνητές ανέπτυξαν ένα πρόγραμμα που βασίζεται στην τεχνολογία και τη χρήση υπολογιστών, το «Rescue Calcularis», με στόχο τη βελτίωση της χωρικής αναπαράστασης των αριθμών και την αυτόματη πρόσβαση στην εσωτερική νοερή αριθμογραμμή. Το πρόγραμμα ενσωματώνεται σε μια ιστορία και αυτό που πρέπει να κάνουν οι παίκτες, είναι να οδηγήσουν το διαστημόπλοιο στην ακριβή τοποθεσία της αριθμογραμμής, η οποία αντιστοιχεί σε ένα αραβικό ψηφίο, στην εκτιμώμενη θέση των κουκκίδων ή στο αποτέλεσμα μιας πρόσθεσης ή μιας αφαίρεσης. Σύμφωνα με τα αποτελέσματά τους, η παρέμβαση αυτή οδήγησε τόσο στη βελτίωση της χωρικής αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής και της

ακρίβειας πάνω σε αυτή, όσο και σε μια νευρική και εγκεφαλική ενεργοποίηση, τα οποία εξίσου διευκολύνουν την επεξεργασία των αριθμητικών μεγεθών. Οι Fazio, Kennedy, & Siegler (2016) στην έρευνά τους εξετάζουν αν ένα ψηφιακό παιχνίδι με κλάσματα μπορεί να βελτιώσει την κατανόηση των μαθητών σχετικά με τα κλασματικά μεγέθη. Αυτό που έπρεπε να κάνουν οι συμμετέχοντες στο παιχνίδι «Catch the Monster with Fractions», ήταν να εκτιμήσουν τη θέση του τέρατος επάνω σε μια αριθμογραμμή με άκρα το 0 και το 1. Έπειτα από κάθε εκτίμηση, υπήρχε ανατροφοδότηση. Η εκτίμηση του συμμετέχοντα παρέμενε ορατή και η αριθμογραμμή χωριζόταν σε ίσα τμήματα ανάλογα με τον παρονομαστή του κλάσματος. Με την ανατροφοδότηση αυτή οι μαθητές διαπίστωναν αν η απάντησή τους ήταν σωστή ή όχι και τους παρείχε επιπρόσθετες ευκαιρίες να κατανοήσουν τα κλασματικά μεγέθη. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, η πειραματική ομάδα στην οποία υπήρχε η παραπάνω μορφή ανατροφοδότησης, παρουσίασε μεγαλύτερη βελτίωση στην κατανόηση των κλασματικών μεγεθών, συγκριτικά με την ομάδα ελέγχου που δεν υπήρχε ανατροφοδότηση. Συγκεκριμένα, η πειραματική ομάδα βελτιώθηκε στην ακρίβεια τοποθέτησης κλασμάτων στην αριθμογραμμή, καθώς και στη σύγκριση των κλασματικών μεγεθών. Μια ακόμη εκπαιδευτική εφαρμογή είναι το «Motion Math», ένα παιχνίδι που έχει στόχο τη βελτίωση της ικανότητας των μαθητών να συσχετίζουν ποικίλες αναπαραστάσεις των κλασμάτων επάνω στην αριθμογραμμή και συνεπώς, μια βαθύτερη κατανόηση των κλασματικών εννοιών. Η Riconscente (2013), εξετάζει στην έρευνά της αν το παιχνίδι αυτό βελτιώνει τις γνώσεις και τις στάσεις των παιδιών σχετικά με τα κλάσματα. Το «Motion Math» σχεδιάστηκε για να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν τη σχέση μεταξύ κλασμάτων, αναλογιών και ποσοστών επάνω στην αριθμογραμμή. Φέρνει τα κλάσματα στο επίκεντρο του παιχνιδιού και ενσωματώνει την ανατροφοδότηση απευθείας στο παιχνίδι, ώστε να υπάρχει μια συνεχής διαδραστική εμπειρία. Πρόκειται για μια εμπειρία ενσώματης αλληλεπίδρασης, όπου ανιχνεύεται ο τρόπος με τον οποίο ο παίκτης κινεί τη συσκευή με το σώμα του. Αυτό που κάνει ο παίκτης, είναι να γέρνει τη συσκευή, ώστε να κατευθύνει ένα αστέρι που πέφτει στη σωστή θέση επάνω στην αριθμογραμμή, η οποία βρίσκεται στο κάτω μέρος της οθόνης. Τα αστέρια πέφτουν ένα κάθε φορά και το καθένα εμφανίζει ένα κλάσμα, ένα ποσοστό, έναν δεκαδικό ή το σχήμα της πίτας. Τα αποτελέσματα της έρευνας ήταν θετικά, καθώς έδειξαν ότι υπήρξε βελτίωση τόσο στις γνώσεις, όσο και στις στάσεις αλλά και την αυτό-αποτελεσματικότητα των συμμετεχόντων σχετικά με τις κλασματικές έννοιες. Ακόμη, η ενσώματη αλληλεπίδραση που προσφέρει το «Motion Math», είναι ένας βασικός λόγος της αποτελεσματικότητάς του. Καθώς οι μαθητές γέρνουν τη συσκευή τους, μπορούν να αναπτύξουν την αναπαράσταση της νοερής αριθμογραμμής.

Εκτός από τα γραμμικά επιτραπέζια παιχνίδια και τα λογισμικά που αναπτύχθηκαν με τη χρήση της τεχνολογίας, αναπτύχθηκαν διάφορες εφαρμογές που αφορούν τη νοερή αριθμογραμμή και βασίζονται στην ενσώματη μάθηση και αλληλεπίδραση, όπου οι μαθητές συμμετέχουν σε διάφορες δραστηριότητες χρησιμοποιώντας ολόκληρο το σώμα τους και η λειτουργικότητα και

αποτελεσματικότητα τέτοιων παρεμβάσεων, ενισχύουν τα κίνητρα των συμμετεχόντων οδηγώντας σε σημαντικά μαθησιακά αποτελέσματα. Πρόκειται για την ενσώματη μάθηση, ένα είδος προσέγγισης που έχει κατακτήσει μεγάλη προβολή και ένα κίνημα στη γνωσιακή επιστήμη, που αποδίδει στο σώμα έναν κεντρικό ρόλο για τη διαμόρφωση του νου (Barsalou, 2008 · Sinclair & Baccaglini-Frank, 2016 · Tran, Smith & Buschkuhl, 2017 · Trninic & Abrahamson, 2013 · Wilson, 2002). Χαρακτηριστική θεωρείται η έρευνα των Fischer, Moeller, Bientzle, Cress, & Nuerk (2011), όπου αναπτύχθηκε ένα αισθησιο-κινητικό, χωρικό εκπαιδευτικό πρόγραμμα για μαθητές νηπιαγωγείου, όπου οι συμμετέχοντες εκπαιδεύτηκαν σε δραστηριότητες σύγκρισης των μεγεθών. Οι ερευνητές χρησιμοποίησαν ως συσκευή εισόδου ένα ψηφιακό στρώμα χορού, που επιτρέπει τις σωματικές αντιδράσεις των συμμετεχόντων, κάτι το οποίο οδηγεί σε μια ισχυρότερη ενεργοποίηση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής. Η υπόθεση των ερευνητών ήταν ότι, καθώς η ενεργοποίηση αυτή αυξάνεται, η ακρίβεια στην αναπαράσταση της νοερής αριθμογραμμής θα βελτιωθεί περισσότερο συγκριτικά με ένα πανομοιότυπο εκπαιδευτικό πρόγραμμα στο οποίο χρησιμοποιήθηκε το tablet ως συσκευή εισόδου. Στην πειραματική συνθήκη, τα παιδιά έπρεπε να συγκρίνουν τα μεγέθη μέσω μιας χωρικής κίνησης ολόκληρου του σώματος, κάνοντας ένα βήμα προς τα αριστερά αν ο αριθμός ήταν μικρότερος από αυτόν που παρουσιάζεται στην αριθμογραμμή ή προς τα δεξιά αν ήταν μεγαλύτερος. Αντιθέτως, στη συνθήκη ελέγχου, τα παιδιά έπρεπε απλά να επιλέξουν τον μεγαλύτερο από τους δύο αριθμούς που παρουσιάζονταν ταυτόχρονα στην οθόνη του tablet. Σύμφωνα με τα αποτελέσματά τους, οι μαθητές επωφελήθηκαν περισσότερο από την αισθησιο-κινητική παρέμβαση της πειραματικής συνθήκης, καθώς η ακρίβεια στην τοποθέτηση αριθμών σε δραστηριότητες εκτίμησης σε αριθμογραμμή αυξήθηκε ισχυρά. Σε μια ακόμη παρέμβαση που βασίζεται στην ενσώματη μάθηση και αφορά τη χωρική αναπαράσταση του αριθμητικού μεγέθους, οι μαθητές εκπαιδεύτηκαν στην τοποθέτηση ενός δεδομένου αριθμού, περπατώντας προς την εκτιμώμενη θέση αυτού του αριθμού, επάνω σε μια αριθμογραμμή που βρισκόταν στο πάτωμα και η παρέμβαση αυτή συγκρίθηκε με μία άλλη πανομοιότυπη, που δεν περιλαμβάνει την κίνηση ολόκληρου του σώματος (Link, Moeller, Huber, Fischer, & Nuerk, 2013). Αυτό που έπρεπε να κάνουν οι μαθητές, ήταν να εκτιμήσουν τη θέση ενός δεδομένου αριθμού επάνω σε μια αριθμογραμμή με άκρα το 0 και το 100, χωρίς αυτή να έχει άλλους αριθμούς ή σημεία. Στην πειραματική συνθήκη, η αριθμογραμμή βρισκόταν στο πάτωμα και το μήκος της ήταν 3 μέτρα. Αντίθετα, στη συνθήκη ελέγχου, οι μαθητές εκτιμούσαν τη θέση του αριθμού σε μια αριθμογραμμή που υπήρχε στην οθόνη του tablet, χρησιμοποιώντας το ποντίκι. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπήρξε βελτίωση της χωρικής αναπαράστασης των μεγεθών και στις δύο συνθήκες, αλλά η βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής ήταν πιο ισχυρή όταν πρόκειται για την ενσώματη εμπειρία. Επιπλέον, η παρέμβαση αυτή, οδήγησε σε γενική βελτίωση της ακρίβειας στην εκτίμηση σε αριθμογραμμή και είχε θετικές επιδράσεις σε άλλες αριθμητικές ικανότητες των μαθητών. Η αποτελεσματικότητα της ενσωμάτωσης σωματικών δραστηριοτήτων σε παιδιά προσχολικής ηλικίας με στόχο την απόκτηση αριθμητικών ικανοτήτων, αξιολογείται στην έρευνα των Mavilidi, Okely, Chandler,

Domazet, & Paas (2018). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι σωματικές κινήσεις που σχετίζονται με τον μαθησιακό στόχο, έχουν θετική επίδραση στη μαθηματική εκπαίδευση, με μεγαλύτερη επίδραση στην εκτίμηση σε αριθμογραμμή και την αριθμητική σύγκριση. Οι μαθητές κατάφεραν να συνδέσουν την αριθμητική γνώση με τον φυσικό κόσμο και τις κινήσεις του σώματος, επιτρέποντάς τους να δημιουργήσουν νοερές αναπαραστάσεις του αριθμητικού μεγέθους. Στην έρευνα των Fischer, Moeller, Huber, Cress, & Nuerk (2015) οι μαθητές ανταποκρίνονταν σε δραστηριότητες εκτίμησης σε αριθμογραμμή, που παρουσιάζονταν σε έναν διαδραστικό πίνακα, μετακινώντας ολόκληρο το σώμα τους προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά. Η πειραματική αυτή συνθήκη συγκρίθηκε με δύο συνθήκες ελέγχου. Οι μαθητές εξετάστηκαν πριν και μετά από την παρέμβαση σε διάφορες αριθμητικές δραστηριότητες όπως η εκτίμηση σε αριθμογραμμή, η πρόσθεση ή σύγκριση αριθμών και σύμφωνα με τα αποτελέσματα, υπήρξε μεγαλύτερη βελτίωση έπειτα από δραστηριότητες που περιλαμβάνουν την κίνηση ολόκληρου του σώματος, κάτι το οποίο φανερώνει την ευεργετική της επίδραση όταν περιλαμβάνεται σε παρεμβάσεις που αφορούν τη σχέση των αριθμών και του χώρου. Δεδομένης της σημασίας της εκτίμησης σε αριθμογραμμή, λόγω της ισχυρής σχέσης της με τις αριθμητικές ικανότητες, οι Dackermann, Fischer, Huber, Nuerk, & Moeller (2016), εξετάζουν ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της νοερής αριθμογραμμής, που είναι οι ίσες αποστάσεις μεταξύ των γειτονικών αριθμών. Ακολουθώντας την προσέγγιση της ενσώματης μάθησης, οι συμμετέχοντες εκπαιδεύτηκαν στο να διαιρέσουν μια γραμμή σε διαφορετικό αριθμό ίσων τμημάτων, περπατώντας επάνω στη γραμμή με βήματα ίσης απόστασης. Η συνθήκη αυτή της ενσώματης μάθησης, συγκρίθηκε με μια συνθήκη ελέγχου, στην οποία οι μαθητές ανταποκρίθηκαν στις ίδιες δραστηριότητες, χωρίς όμως να κάνουν βήματα αλλά να σχεδιάζουν παύλες σε μια γραμμή που παρουσιαζόταν στην οθόνη ενός tablet, υποδεικνύοντας έτσι την τμηματοποίηση που έκαναν. Επιπλέον, έρευνες που έγιναν σε ενήλικες σχετικά με την αναπαράσταση της νοερής αριθμογραμμής και τη σχέση των αριθμών και του χώρου, αποκαλύπτουν ότι η κίνηση ολόκληρου του σώματος, επηρεάζει την επεξεργασία των αριθμών (Anelli, Lugli, Baroni, Borghi, & Nicoletti, 2014 · Shaki & Fischer, 2014).

Συνεπώς, είναι προφανές ότι όλες αυτές οι εφαρμογές της νοερής αριθμογραμμής παρέχουν δυνατότητες βελτίωσης των γενικών αριθμητικών ικανοτήτων των μαθητών και θα πρέπει να εφαρμόζονται στη μαθηματική εκπαίδευση, συνοδευόμενες από ένα κατάλληλο μαθησιακό περιβάλλον, από τη χρήση αποτελεσματικών στρατηγικών διδασκαλίας και από την επαρκή ικανότητα των εκπαιδευτικών. Η νοερή αριθμογραμμή αποτελεί μια βασική έννοια στο πεδίο της αριθμητικής γνώσης, η οποία αφορά την επεξεργασία και τη χωρική αναπαράσταση των αριθμητικών μεγεθών. Ωστόσο, προκύπτει ότι η νοερή αριθμογραμμή δεν αφορά μόνο την αναπαράσταση των αριθμητικών μεγεθών, αλλά συνδέεται στενά τόσο με την αίσθηση του αριθμού και αποτελεί τη βάση για την ανάπτυξή της, όσο και με τις δραστηριότητες εκτίμησης και σύγκρισης των αριθμητικών μεγεθών. Η χρήση της τεχνολογίας και η ανάπτυξη των διαφόρων λογισμικών και προγραμμάτων, που διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην

καθημερινότητα των παιδιών από μικρή ηλικία, μεταφέρονται και αξιοποιούνται μέσα στην τάξη, δημιουργώντας ακόμη και περιβάλλοντα ενσώματης μάθησης και αλληλεπίδρασης μεταξύ των μαθητών. Τα περιβάλλοντα αυτά, όπου τα παιδιά χρησιμοποιούν μέρη του σώματός τους ή και ολόκληρο το σώμα τους, οδηγούν σε σημαντικά μαθησιακά αποτελέσματα, ενισχύοντας, στην προκειμένη περίπτωση, τις γενικές αριθμητικές ικανότητες των μαθητών, ενώ παράλληλα δημιουργούν ισχυρά κίνητρα με αποτέλεσμα την ενεργό συμμετοχή τους.

Ωστόσο, μελετώντας την υπάρχουσα βιβλιογραφία, παρατηρείται ότι, πρώτον, στις παρεμβάσεις που σχεδιάστηκαν ψηφιακά προγράμματα, οι συμμετέχοντες καλούνταν να απαντήσουν σε δραστηριότητες εκτίμησης σε αριθμογραμμή, οι οποίες εντάσσονταν σε ένα πλαίσιο, δηλαδή με τη μορφή παιχνιδιού, αλλά απουσίαζε η χρήση και η κίνηση ολόκληρου του σώματος. Δεύτερον, στις παρεμβάσεις που οι συμμετέχοντες χρησιμοποιούν ολόκληρο το σώμα τους, απουσιάζει το ελκυστικό περιβάλλον του παιχνιδιού, καθώς αυτοί καλούνται να εκτιμήσουν τη θέση ενός αριθμού και να περπατήσουν προς τη θέση αυτή κατά μήκος της αριθμογραμμής. Τρίτον, σε όλες τις περιπτώσεις, οι συμμετέχοντες ανταποκρίνονται σε δραστηριότητες εκτίμησης της θέσης ενός αριθμού επάνω σε μια σταθερή, στατική αριθμογραμμή με σταθερά τα άκρα της. Η παρούσα έρευνα, λοιπόν, συνδυάζει όλες τις παραπάνω περιπτώσεις. Πιο συγκεκριμένα, οι συμμετέχοντες ανταποκρίνονται σε δραστηριότητες εκτίμησης και σύγκρισης κλασματικών μεγεθών, μέσα σε έναν πραγματικό, τρισδιάστατο χώρο, με τη μορφή παιχνιδιού και χρησιμοποιώντας ολόκληρο το σώμα τους. Πρόκειται για ένα περιβάλλον μεικτής πραγματικότητας, που συνδυάζει τον φυσικό-πραγματικό και τον εικονικό κόσμο, επιτρέποντας στους χρήστες να αλληλεπιδρούν με τις τεχνολογίες, με έναν πιο φυσικό τρόπο. Αυτά τα περιβάλλοντα, περιλαμβάνουν αντικείμενα του πραγματικού κόσμου, όπως το σώμα ή αντικείμενα χειρός και οι σωματικές δραστηριότητες ενισχύονται με ψηφιακές απεικονίσεις, τοποθετώντας τους συμμετέχοντες στο εσωτερικό του συστήματος και κάνοντάς τους ακόμη και συστατικό της προσομοίωσης (Gallagher & Lindgren, 2015 · Lindgren & Johnson-Glenberg, 2013 · Lindgren & Moshell, 2011 · Lindgren, Tscholl, Wang, & Johnson, 2016 · Tolentino et al., 2009). Επιπλέον, σε ό, τι αφορά τη μορφή της αριθμογραμμής, οι συμμετέχοντες καλούνται, μέσα στο περιβάλλον αυτό, να εκτιμήσουν τη θέση κλασμάτων σε μια, όχι στατική, αλλά δυναμική, μεταβαλλόμενη αριθμογραμμή. Με τον όρο «δυναμική», εννοούμε μια αριθμογραμμή την οποία μπορούν να χειριστούν οι ίδιοι οι συμμετέχοντες με διάφορους τρόπους, όπως να τη μετακινούν ολόκληρη προς όλες τις κατευθύνσεις, να την κάνουν από οριζόντια κάθετη και το αντίστροφο, να αυξομειώνουν το μήκος της, να την διπλασιάζουν ή να την τριπλασιάζουν σε περιπτώσεις καταχρηστικών κλασμάτων, κατανοώντας έτσι τη συνέχεια της αριθμογραμμής, καθώς και να τη χωρίζουν σε ίσα τμήματα ανάλογα με τον παρονομαστή του κάθε κλάσματος. Η ιδέα της δυναμικής αριθμογραμμής είναι και αυτό που προσθέτει η παρούσα έρευνα στην υπάρχουσα βιβλιογραφία.

Σκοπός, λοιπόν, της παρούσας έρευνας είναι να εξετάσει αν η αξιοποίηση της προσέγγισης της ενσώματης μάθησης μέσα σε ένα περιβάλλον μεικτής πραγματικότητας, οδηγεί στη βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής για τα κλάσματα.

Τα ερευνητικά ερωτήματα είναι τα εξής:

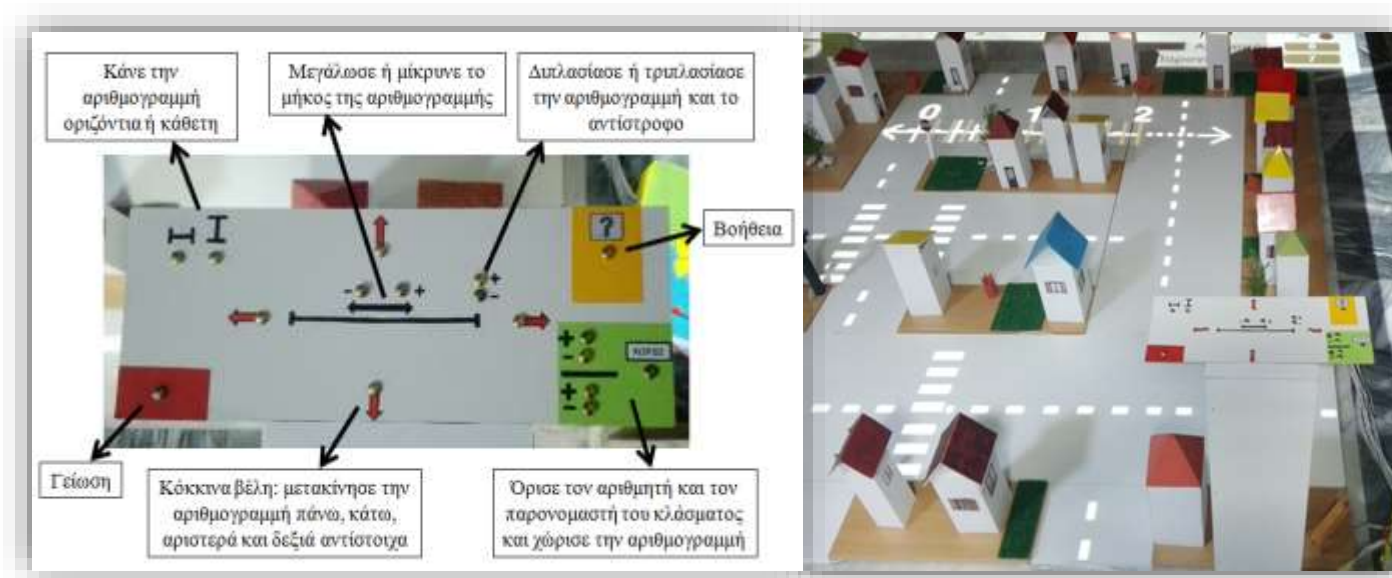
1. Ποιες είναι οι στρατηγικές σύγκρισης κλασμάτων που χρησιμοποιούν οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης πριν από την εφαρμογή της παρέμβασης;
2. Ποιες είναι οι επιδόσεις τους στην εκτίμηση της θέσης κλασμάτων επάνω στην αριθμογραμμή πριν από την εφαρμογή της παρέμβασης;
3. Σε ποιο βαθμό επηρέασε η εφαρμογή της παρέμβασης, τη βελτίωση της ακρίβειας στην εκτίμηση της θέσης κλασμάτων σε αριθμογραμμή και την ανάπτυξη στρατηγικών σύγκρισης κλασμάτων που βασίζονται στην αίσθηση του αριθμού;

Η εφαρμογή

Λαμβάνοντας υπόψη την υπάρχουσα βιβλιογραφία και μελετώντας τις διάφορες παρεμβάσεις που εφαρμόστηκαν με σκοπό τη βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής, σχεδιάστηκε μια εφαρμογή, δηλαδή το παρεμβατικό εργαλείο, για την επίτευξη των στόχων της δικής μας παρέμβασης.

Αρχικά, αναπτύχθηκαν και συζητήθηκαν διάφορες ιδέες και σενάρια που θα εξυπηρετούσαν τους στόχους μας και θα έδιναν στην παρέμβασή μας τη μορφή ενός ευχάριστου και διασκεδαστικού παιχνιδιού, που πηγάζει μέσα από την καθημερινότητά μας, καταλήγοντας σε ένα από αυτά, το οποίο είναι μια πόλη. Πρόκειται για μια μεγάλο μεγέθους κατασκευή, μια τρισδιάστατη πόλη στο πάτωμα, επάνω στην οποία οι συμμετέχοντες θα μπορούν να περπατούν και να αγγίζουν, να χρησιμοποιούν, δηλαδή, ολόκληρο το σώμα τους. Μέσα στην πόλη αυτή, οι συμμετέχοντες καλούνται να παίξουν ένα παιχνίδι, στόχος του οποίου είναι να βρουν το σκυλί που χάθηκε, συλλέγοντας πληροφορίες, που δίνονται σε μορφή κλάσματος, από τους κατοίκους της πόλης. Σε ό, τι αφορά τη μορφή της αριθμογραμμής, σχεδιάστηκε μια δυναμική, μεταβαλλόμενη αριθμογραμμή, στην οποία δόθηκε η δυνατότητα να αυξάνεται και να μειώνεται το μήκος της, να γίνεται από οριζόντια, κάθετη και το αντίστροφο, να μετακινείται ολόκληρη αριστερά, δεξιά, πάνω, κάτω, καθώς και να διπλασιάζεται ή τριπλασιάζεται στην περίπτωση των καταχρηστικών κλασμάτων. Επίσης, της δόθηκε η δυνατότητα να χωρίζεται σε ίσα τμήματα ανάλογα με το κλάσμα που ορίζουμε κάθε φορά. Ορίζοντας αριθμητή και παρονομαστή και πατώντας το αντίστοιχο πλήκτρο, η αριθμογραμμή χωρίζεται σε ίσα τμήματα,

ανάλογα με τον παρονομαστή του κλάσματος. Σε κάθε περίπτωση, υπήρχε η επιλογή της βοήθειας, δίνοντας στους συμμετέχοντες την κατάλληλη ανατροφοδότηση. Κάθε μία από αυτές τις ενέργειες εκτελείται με το πάτημα του αντίστοιχου πλήκτρου ενός χειριστηρίου που σχεδιάστηκε, έτσι ώστε οι συμμετέχοντες να διαχειρίζονται την αριθμογραμμή με όποιον τρόπο θέλουν. Η τελική μορφή της κατασκευής προέκυψε μετά τη διεξαγωγή της πιλοτικής έρευνας κι έπειτα από τις διορθώσεις που διαπιστώσαμε ότι απαιτούνται.



Εικόνα 1. Το χειριστήριο, η λειτουργία του και η θέση του στην κατασκευή.

Το εργαλείο της αριθμογραμμής καθώς και οι δραστηριότητες του παιχνιδιού, οι οποίες περιελάμβαναν οπτικοακουστικό υλικό, σχεδιάστηκαν με τη βοήθεια του προγράμματος Scratch και η σύνδεση με την κατασκευή έγινε με τη βοήθεια του Makey-Makey.

Αρχικά, το πρόγραμμα ξεκινούσε με μια εισαγωγή, εντάσσοντας τους συμμετέχοντες στο σενάριο του παιχνιδιού και αποδίδοντάς τους τον ρόλο τους. Από το πρόγραμμα ακούγονταν η φωνή της αφηγήτριας, η οποία έδινε τις οδηγίες καθ' όλη τη διάρκεια του παιχνιδιού, καθώς και φωνές διαφορετικών κάθε φορά ανθρώπων, που έδιναν πληροφορίες σχετικά με το πού είδαν τελευταία φορά το σκυλάκι. Μετά την εισαγωγή, ξεκινούσαν οι δραστηριότητες. Για τις αρχικές δραστηριότητες, ακούγονταν αναλυτικές οδηγίες από την αφηγήτρια, έτσι ώστε οι συμμετέχοντες να τις ολοκληρώνουν βήμα βήμα και να κατανοήσουν τον τρόπο διεξαγωγής του παιχνιδιού. Σε κάθε δραστηριότητα, οι συμμετέχοντες καλούνταν να βρουν ένα κτίριο, του οποίου η τοποθεσία δίνεται με ένα κλάσμα. Κάποιες από τις τοποθεσίες δίνονται με εικόνες που προβάλλονται πάνω στους δρόμους και κάποιες με καρτελάκια που υπήρχαν στα κτίρια της πόλης. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, μαζί με τις φωνές των ανθρώπων ακούγονταν διάφοροι ήχοι, όπως κόρνες

αυτοκινήτων, ο ήχος της βροχής, το γάβγισμα του σκύλου, σειρήνες περιπολικού και ασθενοφόρου, που είχαν σχέση με την πορεία του παιχνιδιού.

Στο παιχνίδι συμμετείχε κάθε φορά μια ομάδα των δύο ατόμων. Αυτό που έπρεπε να κάνουν οι συμμετέχοντες ήταν να τοποθετήσουν σωστά την αριθμογραμμή επάνω στη διαδρομή που ζητούσε το πρόγραμμα. Αφού γινόταν αυτό, έκαναν μια αρχική εκτίμηση σχετικά με το πού περίπου βρίσκεται το κτίριο που ζητούνταν κάθε φορά, περπατώντας επάνω στην αριθμογραμμή που είχε τα δύο άκρα της, δηλαδή το 0 και το 1, καθώς και το $1/2$. Στην περίπτωση των καταχρηστικών κλασμάτων έπρεπε να σκεφτούν και να διπλασιάσουν την αριθμογραμμή. Αφού έκαναν την αρχική τους εκτίμηση, όριζαν τον αριθμητή και τον παρονομαστή του κλάσματος, χώριζαν την αριθμογραμμή στα αντίστοιχα ίσα μέρη και με τον τρόπο αυτό διαπίστωναν ποια είναι η ακριβής θέση του κλάσματος και πόσο απέχει από τη δική τους αρχική εκτίμηση. Για να κλείσει το κύκλωμα, να γίνει η επαφή και να απαντήσει το πρόγραμμα, έπρεπε να υπάρχει μεταξύ τους σωματική επαφή, δηλαδή να ακουμπά ο ένας τον άλλο.



Εικόνα 2. Η επαφή που απαιτείται για να ανταποκριθεί το πρόγραμμα.

Εφόσον πρόκειται για σύγκριση κλασμάτων, υπήρχε η δυνατότητα να χωρίσουμε την αριθμογραμμή δύο φορές, δηλαδή για δύο διαφορετικά, ετερόνυμα κλάσματα. Ο δεύτερος χωρισμός γινόταν με διαφορετικό χρώμα, ώστε οι συμμετέχοντες να μπορούν να διακρίνουν και να συγκρίνουν τα κλάσματα. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, υπήρχαν αρκετές δραστηριότητες που αφορούν τη σύγκριση κλασμάτων και αυτοί οι δύο χωρισμοί που γίνονταν παράλληλα στην αριθμογραμμή, διευκόλυναν την εκμάθηση στρατηγικών σύγκρισης κλασμάτων.



Εικόνα 3. Η εφαρμογή.

Σε ό, τι αφορά τις δραστηριότητες του παιχνιδιού, σχεδιάστηκαν και οργανώθηκαν έτσι ώστε να είναι κλιμακούμενης δυσκολίας και οι συμμετέχοντες να βαδίζουν σταδιακά προς τα δυσκολότερα επίπεδα. Πιο συγκεκριμένα, οι δραστηριότητες και τα κλάσματα ήταν συνολικά 23 και μοιράστηκαν στους 5 μεγάλους δρόμους της πόλης. Σε πρώτη φάση, στις πρώτες δραστηριότητες, στόχος ήταν η εκτίμηση της θέσης γνήσιων κλασμάτων πάνω στην αριθμογραμμή. Σε δεύτερη φάση, στόχος ήταν η εκτίμηση της θέσης γνήσιων και καταχρηστικών κλασμάτων, αλλά και κλασμάτων που είναι ίσα με τη μονάδα και τέλος, σε τρίτη φάση, στόχος ήταν η εκτίμηση της θέσης γνήσιων και καταχρηστικών κλασμάτων, καθώς και οι συγκρίσεις κλασμάτων, αρχικά χρησιμοποιώντας τις στρατηγικές του σημείου αναφοράς 1 και $\frac{1}{2}$ και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τη στρατηγική της σκέψης του υπολοίπου. Κάθε φορά που έπρεπε να χρησιμοποιήσουν κάποια από αυτές τις στρατηγικές, θέτονταν ερωτήματα από την αφηγήτρια, που οδηγούσαν στην εκμάθηση και τη χρήση αυτής της στρατηγικής. Για παράδειγμα, όταν επρόκειτο για σύγκριση ενός γνήσιου και ενός καταχρηστικού κλάσματος, η αφηγήτρια παρότρυνε τους συμμετέχοντες να σκεφτούν με βάση το 1, δηλαδή αν βρίσκονται πριν ή μετά από το 1. Αν έκαναν λάθος, υπήρχε η επιλογή της βοήθειας. Αν απαντούσαν σωστά, το πρόγραμμα επιβεβαίωνε την απάντησή τους και παράλληλα εξηγούσε αναλυτικά

τη στρατηγική με ήχο κα εικόνες. Το ίδιο ισχύει και για τις υπόλοιπες στρατηγικές. Οι τρεις φάσεις που αναφέρθηκαν, είχαν ολοκληρωθεί μέχρι και τον τρίτο δρόμο της πόλης και μέχρι την ολοκλήρωση του παιχνιδιού υπήρχαν ουσιαστικά επαναλήψεις κάποιων στρατηγικών.

Μεθοδολογία

Συμμετέχοντες

Στην έρευνα συμμετείχαν 30 προπτυχιακοί φοιτητές και φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας που βρίσκονται στο 2^ο και 3^ο έτος των σπουδών τους. Αναλυτικότερα, συμμετείχαν 3 φοιτητές (10%) και 27 φοιτήτριες (90%) με μέσο όρο ηλικίας 21,8 χρόνια, μέσο όρο έτους σπουδών 2,27 έτη και μέσο όρο εξαμήνου σπουδών 3,53 εξάμηνα.

Εργαλεία συλλογής δεδομένων

Για τη συλλογή των δεδομένων, οι συμμετέχοντες συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο γνώσεων που σχεδιάσαμε και πιο συγκεκριμένα, ένα pre test, ένα post test κι ένα post post test, στα οποία τροποποιήθηκαν μόνο οι αριθμοί, ώστε να είναι ισοδύναμης δυσκολίας κι όχι η δομή ή η διατύπωση των ερωτήσεων. Επιπλέον, μετά από το post test, οι συμμετέχοντες συμπλήρωσαν ηλεκτρονικά κι ένα ερωτηματολόγιο στάσεων. Τέλος, μετά την ολοκλήρωση του παιχνιδιού και τη συμπλήρωση των δύο ερωτηματολογίων, δηλαδή του post test και του ερωτηματολογίου των στάσεων, γινόταν μια μικρής διάρκειας τελική συνέντευξη με το κάθε ζευγάρι, με ερωτήματα που αφορούν τη συνολική διαδικασία.

Το ερωτηματολόγιο γνώσεων: αποτελείται από συνολικά 5 ερωτήματα, καθένα από τα οποία περιλαμβάνει υποερωτήματα και ταξινομούνται σε κάποιες κατηγορίες, οι οποίες αποτελούν και τις γνωστικές μεταβλητές που θα αναλυθούν παρακάτω. Η πρώτη είναι η *εκτίμηση στην αριθμογραμμή*, που στοχεύει στη διάγνωση της κατάστασης της νοερής αριθμογραμμής. Η μεταβλητή αυτή προκύπτει από 3 ερωτήματα του ερωτηματολογίου και συνολικά 13 εκτιμήσεις, όπου οι συμμετέχοντες καλούνται να τοποθετήσουν ένα κλάσμα σε διαφορετική κάθε φορά αριθμογραμμή, η οποία έχει στο ένα άκρο της το 0, στη μέση το 1 και στο άλλο άκρο της το 2 (ερώτηση 3) ή να χαράξουν μόνοι τους μία ή δύο αριθμογραμμές για να τοποθετήσουν και να συγκρίνουν δύο κλάσματα (ερώτηση 4) ή να τοποθετήσουν ένα κλάσμα κάθε φορά, σε μια αριθμογραμμή επάνω στην οποία ορίζεται μια συγκεκριμένη απόσταση (με δύο μαύρες κηλίδες) και δίνεται μόνο το 0 στην αρχή της (ερώτηση 5). Η δεύτερη είναι η *σύγκριση κλασμάτων* που προκύπτει από 3 ερωτήματα του ερωτηματολογίου και συνολικά 15 συγκρίσεις, όπου οι συμμετέχοντες συγκρίνουν δύο κλάσματα μεταξύ τους (ερώτηση 1) ή συγκρίνουν δύο

κλάσματα με βάση τα σημεία αναφοράς $1/2$ και 1 (ερώτηση 2) ή συγκρίνουν δύο κλάσματα χαράζοντας μία ή δύο αριθμογραμμές (ερώτηση 4). Οι δύο επόμενες είναι η χρήση *Rule based* και *Number sense based στρατηγικών*. Οι δύο αυτές μεταβλητές προκύπτουν από την ερώτηση 1, η οποία περιλαμβάνει 6 συγκρίσεις κλασμάτων και καταγραφή των στρατηγικών. Η τελευταία είναι η *τοποθέτηση των αριθμών 1 και 2 επάνω στην αριθμογραμμή*, που προκύπτει από την ερώτηση 5 και συνολικά 2 τοποθετήσεις και στοχεύει στον έλεγχο της ικανότητας των συμμετεχόντων να τοποθετούν σωστά τους αριθμούς 1 και 2 επάνω στην αριθμογραμμή, όταν τους δίνεται μια συγκεκριμένη απόσταση, δηλαδή το μοναδιαίο διάστημα και μόνο το 0 στην αρχή της.

Το ερωτηματολόγιο στάσεων: πρόκειται για ένα ηλεκτρονικό εργαλείο μέτρησης, στόχος του οποίου είναι η αναγνώριση των στάσεων απέναντι σε αυτή την εμπειρία μάθησης και των συναισθημάτων που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια της ενασχόλησης με αυτή και περιλαμβάνει συνολικά 22 ερωτήματα.

Στα πρώτα 12 ερωτήματα, οι συμμετέχοντες καλούνται να εκφράσουν τον βαθμό συμφωνίας ή διαφωνίας τους με κάθε πρόταση που διατυπώνεται, σε μία πεντάβαθμη κλίμακα και τα ερωτήματα αυτά ταξινομούνται σε 4 κατηγορίες:

1. Ευκολία χρήσης της εφαρμογής.
2. Συγκέντρωση και εστίαση προσοχής κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού.
3. Απόλαυση και ευχαρίστηση αυτής της μαθησιακής εμπειρίας.
4. Προτίμηση για μάθηση με τον συγκεκριμένο τρόπο.

Στα υπόλοιπα 10 ερωτήματα, οι συμμετέχοντες καλούνται να αξιολογήσουν το εκπαιδευτικό περιβάλλον, σε μία επτάβαθμη κλίμακα, σύμφωνα με τα ζεύγη των αντίθετων επιθετικών προσδιορισμών που δίνονται κάθε φορά στα άκρα της. Η συγκεκριμένη μέθοδος αξιολόγησης μας βοηθά να κατανοήσουμε πώς οι συμμετέχοντες χαρακτηρίζουν και αξιολογούν τη χρηστικότητα και τον σχεδιασμό του περιβάλλοντος μάθησης, καταγράφοντας την αντιληπτή πραγματική, πρακτική ποιότητα (*Pragmatic Quality*) και την ηδονική ποιότητα (*Hedonic Quality*), οι οποίες συμβάλλουν στην αξιολόγηση της ελκυστικότητας (*Attractiveness*) του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος (Hassenzahl, 2003). Η ηδονική ποιότητα, η οποία αφορά κυρίως τον χρήστη, διακρίνεται στην ταύτιση (*Identity*) και στη διέγερση (*Stimulation*). Τα 10 ερωτήματα, λοιπόν, ταξινομούνται σε 3 κατηγορίες:

1. Pragmatic Quality (PQ)
2. Hedonic Quality - Identity (HQ-I)
3. Hedonic Quality - Stimulation (HQ-S)

Οι τελικές συνεντεύξεις: πρόκειται για μιας μικρής διάρκειας τελική ημιδομημένη συνέντευξη με το κάθε ζευγάρι, στόχος της οποίας είναι η καταγραφή των απόψεων των συμμετεχόντων για την αξιολόγηση της συνολικής διαδικασίας. Οι συνεντεύξεις αυτές συνέβαλαν στην εξαγωγή γενικότερων συμπερασμάτων και περιελάμβαναν ερωτήματα σχετικά με τη γενική τους εντύπωση από το παιχνίδι, την

αντιληπτή βελτίωση σε γνωστικό επίπεδο, τη συμβολή του σώματος στην όλη διαδικασία κ.λπ.

Διαδικασία

Οι συμμετέχοντες συμπλήρωσαν το pre test μια εβδομάδα πριν ξεκινήσει η διεξαγωγή της έρευνας, κατά τη διάρκεια των μαθημάτων τους στο πανεπιστήμιο. Τους ζητήθηκε να απαντήσουν σε όλα τα ερωτήματα όσο πιο σύντομα μπορούν και να περιγράψουν τον τρόπο σκέψης τους όπου τους ζητείται. Επίσης, τονίσθηκε ότι οι απαντήσεις τους δε βαθμολογούνται. Η διάρκεια συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου ήταν περίπου 25 λεπτά. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στο πανεπιστήμιο της Φλώρινας και χρειάστηκε μια εβδομάδα μέχρι να ολοκληρωθούν οι συναντήσεις με όλα τα ζευγάρια. Η διάρκεια του παιχνιδιού ήταν περίπου μία ώρα. Αμέσως μετά την ολοκλήρωση του παιχνιδιού, οι συμμετέχοντες συμπλήρωναν το post test, έπειτα, το ερωτηματολόγιο στάσεων, το οποίο τους είχε αποσταλεί ηλεκτρονικά για να το συμπληρώσουν online και διαρκούσε περίπου 10 λεπτά και τέλος, γινόταν η μικρή τελική συνέντευξη με το κάθε ζευγάρι, η οποία διαρκούσε περίπου 10 λεπτά. Το post post test συμπληρώθηκε από τους συμμετέχοντες περίπου 7 εβδομάδες μετά την ολοκλήρωση της παρέμβασης.

Αποτελέσματα

Οι μεταβλητές της έρευνας είναι συνολικά 12, 5 γνωστικές και 7 στάσεων. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το ερωτηματολόγιο γνώσεων, από το ερωτηματολόγιο στάσεων, καθώς και από τις τελικές συνεντεύξεις.

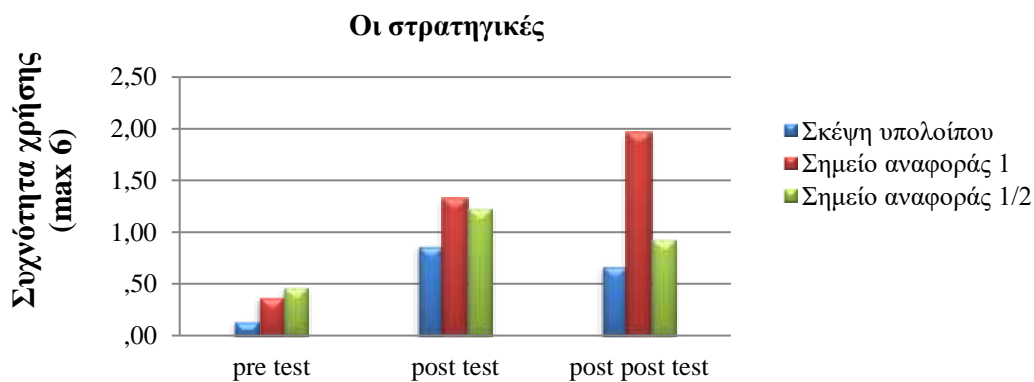
Αποτελέσματα των γνωστικών μεταβλητών

Εκτίμηση στην αριθμογραμμή: για να διαπιστώσουμε αν υπάρχει βελτίωση της ακρίβειας εκτίμησης της θέσης κλασμάτων στην αριθμογραμμή, μετρήθηκε το ακριβές ποσοστό σφάλματος των εκτιμήσεων των συμμετεχόντων και πιο συγκεκριμένα, μετρήθηκε χρησιμοποιώντας το percent absolute error (**PAE**), που ορίζεται ως $PAE = (|Participant's Answer - Correct Answer|) / Numerical Range \times 100$. Το ποσοστό σφάλματος μειώθηκε από το pre test ($M=10.6916$, $SD=8.85500$) στο post test ($M=3.1289$, $SD=3.06696$) και αυξήθηκε στο post post test ($M=3.4231$, $SD=2.60544$).

Συγκρίσεις κλασμάτων: οι συγκρίσεις κλασμάτων βαθμολογήθηκαν με τιμές 0 και 1, δηλαδή με 0 αν η σύγκριση ήταν λάθος και με 1 αν ήταν σωστή και στη συνέχεια, υπολογίστηκε το σκορ των συμμετεχόντων για τις συγκρίσεις κλασμάτων, οι οποίες ήταν συνολικά 15. Το σκορ αυξήθηκε από το pre test ($M=11.43$, $SD=2.176$) στο post test ($M=13.40$, $SD=1.958$) και αυξήθηκε ακόμη περισσότερο στο post post test ($M=14.37$, $SD=1.159$).

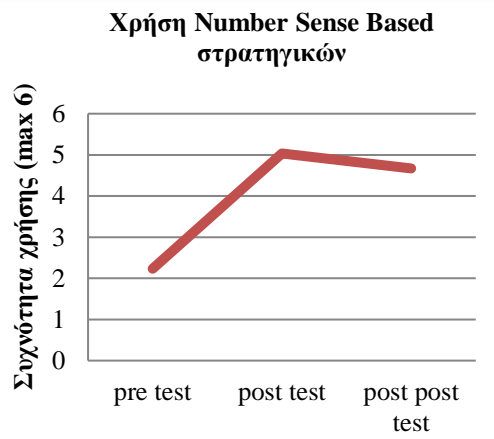
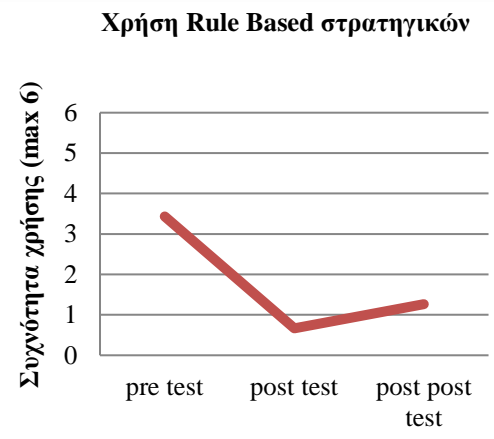
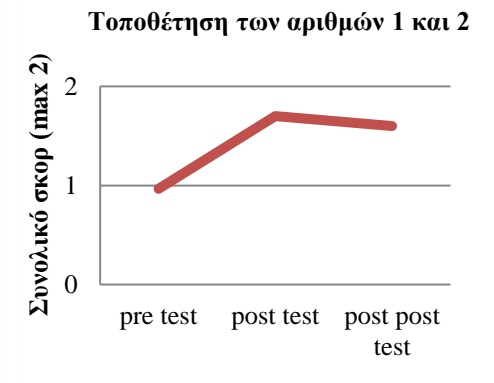
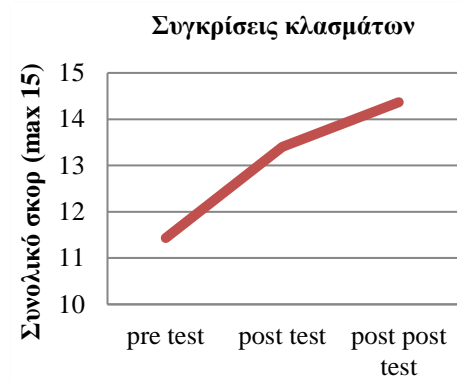
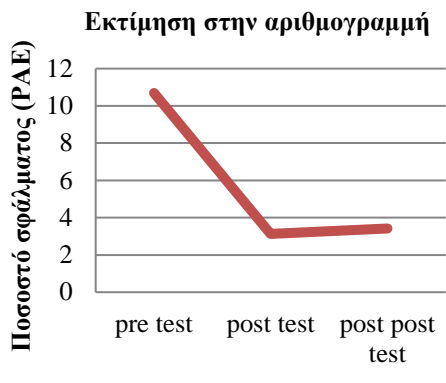
Χρήση στρατηγικών: ταξινομώντας στις δύο κατηγορίες (Rule based και Number sense based) τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι συμμετέχοντες σε κάθε ένα από τα 6 ζευγάρια κλασμάτων, υπολογίστηκε ο αριθμός των εμφανίσεων της κάθε κατηγορίας για κάθε συμμετέχοντα και στη συνέχεια, ο μέσος όρος εμφάνισης της κάθε κατηγορίας. Πιο συγκεκριμένα, η **χρήση Rule Based στρατηγικών** μειώθηκε από το pre test (M=3.43, SD=2.161) στο post test (M= .67, SD= .994) και αυξήθηκε στο post post test (M=1.27, SD=1.388). Η **χρήση Number Sense Based στρατηγικών**, αυξήθηκε από το pre test (M=2.23, SD=1.942) στο post test (M=5.03, SD=1.351) και μειώθηκε στο post post test (M=4.67, SD=1.398).

Από τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι συμμετέχοντες, εστιάζουμε την προσοχή μας σε 3, στη σκέψη του υπολοίπου, στη χρήση του σημείου αναφοράς 1 και στη χρήση του σημείου αναφοράς 1/2, καθώς αυτές είναι και οι στρατηγικές που επιχειρήσαμε να αναπτύξουμε μέσω της παρέμβασής μας. Η χρήση της στρατηγικής της *σκέψης του υπολοίπου*, αυξήθηκε από το pre test (M= .13, SD= .507) στο post test (M= .87, SD=1.008) και μειώθηκε στο post post test (M= .67, SD= .711). Η χρήση του *σημείου αναφοράς 1*, αυξήθηκε από το pre test (M= .37, SD= .490) στο post test (M=1.33, SD= .661) και αυξήθηκε περισσότερο στο post post test (M=1.97, SD=1.351). Η χρήση του *σημείου αναφοράς 1/2*, αυξήθηκε από το pre test (M= .47, SD= .681) στο post test (M=1.23, SD=1.006) και μειώθηκε στο post post test (M= .93, SD= .980). Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η χρήση των τριών στρατηγικών στο pre, post και post post test.



Τοποθέτηση των αριθμών 1 και 2 επάνω στην αριθμογραμμή: η τοποθέτηση των αριθμών 1 και 2 βαθμολογήθηκε με τιμές 0 και 1, δηλαδή με 0 αν ήταν λάθος και με 1 αν ήταν σωστή και στη συνέχεια, υπολογίστηκε το σκορ των συμμετεχόντων για τις δύο τοποθετήσεις. Το σκορ αυξήθηκε από το pre test (M= .97, SD= .906) στο post test (M=1.70, SD= .651) και μειώθηκε στο post post test (M=1.60, SD= .770).

Τα αποτελέσματα των γνωστικών μεταβλητών φαίνονται πιο παραστατικά και στα παρακάτω διαγράμματα.



Διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στις 3 μετρήσεις: Για να εξετάσουμε αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στις συνολικά 3 μετρήσεις που έγιναν, δηλαδή στην pre, post και post post μέτρηση, διεξήγαμε μια ανάλυση διακύμανσης για επαναλαμβανόμενες μετρήσεις-repeated measures ANOVA.

| Γνωστικές Μεταβλητές | df | F | Sig. |
|--------------------------------|-------|--------|-------|
| Εκτίμηση στην αριθμογραμμή | 1,158 | 24,212 | 0,001 |
| Συγκρίσεις κλασμάτων | 2 | 29,174 | 0,001 |
| Στρατηγικές R.B. | 2 | 31,346 | 0,001 |
| Στρατηγικές N.S.B. | 2 | 33,476 | 0,001 |
| Τοποθέτηση των αριθμών 1 και 2 | 2 | 8,97 | 0,001 |

Πίνακας 1. Τιμές df, F και sig. από την repeated measures ANOVA.

Επομένως, για όλες τις μεταβλητές, παρατηρούνται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των επιδόσεων στις 3 μετρήσεις ($p=.001 < \alpha=.05$). Ωστόσο, η ανάλυση αυτή μας δείχνει μόνο εάν υπάρχουν σημαντικές διαφορές συνολικά μεταξύ των μεταβλητών, αλλά δεν μας δείχνει πού. Για να διαπιστώσουμε πού υπάρχουν οι διαφορές, δημιουργούμε κάθε φορά 3 ζευγάρια (pre-post, pre-post post, post-post post) και εφαρμόζουμε μη παραμετρικά τεστ για εξαρτημένα δείγματα (Wilcoxon test).

| Γνωστικές Μεταβλητές | pre-post | | pre-post post | | post-post post | |
|--------------------------------|----------|-------|---------------|-------|----------------|-------|
| | Z | Sig. | Z | Sig. | Z | Sig. |
| Εκτίμηση στην αριθμογραμμή | -4,782 | 0,001 | -4,371 | 0,001 | -1,327 | 0,184 |
| Συγκρίσεις κλασμάτων | -3,616 | 0,001 | -4,182 | 0,001 | -2,715 | 0,007 |
| Στρατηγικές R.B. | -4,378 | 0,001 | -3,834 | 0,001 | -1,982 | 0,048 |
| Στρατηγικές N.S.B. | -4,49 | 0,001 | -4,115 | 0,001 | -1,002 | 0,316 |
| Τοποθέτηση των αριθμών 1 και 2 | -2,985 | 0,003 | -2,714 | 0,007 | -0,675 | 0,5 |

Πίνακας 2. Τιμές Z και sig. από το Wilcoxon test .

Ο έλεγχος των μέσων τιμών για τα ζευγάρια μετρήσεων, δείχνει ότι οι διαφορές των επιδόσεων από το pre test στο post test και από το pre test στο post post test είναι στατιστικά σημαντικές για όλες τις μεταβλητές ($p < \alpha = .05$). Από το post test στο post post test, οι διαφορές είναι στατιστικά σημαντικές, μόνο για τις μεταβλητές «Συγκρίσεις κλασμάτων» και «Χρήση Rule Based στρατηγικών», ενώ για τις υπόλοιπες δεν παρατηρούνται στατιστικά σημαντικές διαφορές ($p > \alpha = .05$).

Συσχέτιση των γνωστικών μεταβλητών: Για να διαπιστώσουμε αν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών, εξετάσαμε τον μη παραμετρικό συντελεστή συσχέτισης του Spearman (ρ). Εστιάζουμε στην εκτίμηση στην αριθμογραμμή και εξετάζουμε αν υπάρχει στατιστικά σημαντική συσχέτιση με κάποια από τις μεταβλητές.

| Εκτίμηση | | Συγκρίσεις κλασμάτων | | | Στρατηγικές R.B | | | Στρατηγικές N.S.B | | | Τοποθέτηση 1 και 2 | | |
|-----------|------|----------------------|---------|-----------|-----------------|-------|-----------|-------------------|--------|-----------|--------------------|---------|-----------|
| | | pre | post | post post | pre | post | post post | pre | post | post post | pre | post | post post |
| pre | rho | -,573** | -,550** | -,335** | ,327* | ,216 | ,397** | -,334** | -,270* | -,408** | -,483** | -,274* | -,245 |
| | Sig. | ,000 | ,000 | ,009 | ,011 | ,098 | ,002 | ,009 | ,037 | ,001 | ,000 | ,034 | ,060 |
| post | rho | -,596** | -,613** | -,239 | ,336** | ,222 | ,517** | -,362** | -,305* | -,506** | -,456** | -,522** | -,308* |
| | Sig. | ,000 | ,000 | ,065 | ,009 | ,088 | ,000 | ,004 | ,018 | ,000 | ,000 | ,000 | ,017 |
| post post | rho | -,409** | -,506** | -,385** | ,409** | ,326* | ,515** | -,428** | -,318* | -,499** | -,246 | -,175 | -,394** |
| | Sig. | ,001 | ,000 | ,002 | ,001 | ,011 | ,000 | ,001 | ,013 | ,000 | ,066 | ,182 | ,002 |

Πίνακας 3. Συσχέτιση των γνωστικών μεταβλητών (Spearman) .

Από την ανάλυση προκύπτει ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική συσχέτιση μεταξύ της εκτίμησης στην αριθμογραμμή με τις υπόλοιπες γνωστικές μεταβλητές, εκτός από τη χρήση Rule Based στρατηγικών στο post test ($p = .088$). Πιο συγκεκριμένα, η συσχέτιση αυτή είναι αρνητική ($\rho < 0$) για όλες τις μεταβλητές, που σημαίνει ότι η μείωση της τιμής της εκτίμησης στην αριθμογραμμή, δηλαδή η

μείωση του ποσοστού σφάλματος, αντιστοιχεί σε αύξηση της τιμής των υπόλοιπων μεταβλητών, εκτός από τη χρήση Rule Based στρατηγικών ($\rho > 0$), όπου η συσχέτιση είναι θετική και η μείωση της τιμής της εκτίμησης σε αριθμογραμμή αντιστοιχεί σε μείωση της τιμής της μεταβλητής αυτής. Εφόσον η τιμή του συντελεστή συσχέτισης είναι $0.3 < \rho \leq 0.65$ για όλες τις περιπτώσεις, σημαίνει ότι η συσχέτιση αυτή είναι μέτρια.

Αποτελέσματα των μεταβλητών στάσεων

Σε ό, τι αφορά τον τομέα των στάσεων, για τις 4 πρώτες μεταβλητές οι συμμετέχοντες απάντησαν σε μία πεντάβαθμη κλίμα, ενώ για τις υπόλοιπες 3 μεταβλητές, σε μια επτάβαθμη κλίμακα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

| Μεταβλητές Στάσεων | Μέση τιμή | Τυπική απόκλιση |
|--------------------|-----------|-----------------|
| Easiness | 4,4667 | 0,60395 |
| Focus | 4,6333 | 0,40448 |
| Enjoyment | 4,8222 | 0,336 |
| Nice to learn | 4,8889 | 0,26743 |
| PQ | 5,775 | 0,67066 |
| HQ-I | 6,5611 | 0,58146 |
| HQ-S | 6,6333 | 0,55605 |

Πίνακας 4. Τα αποτελέσματα του τομέα των στάσεων.

Ανάλυση των τελικών συνεντεύξεων

Καταγράφοντας και μελετώντας τις απαντήσεις των συμμετεχόντων από τις τελικές συνεντεύξεις, προκύπτει ότι οι εντυπώσεις ήταν πολύ θετικές. Πιο συγκεκριμένα, τους φάνηκε πολύ δημιουργικό, με φαντασία, διασκεδαστικό, ευχάριστο, καινοτόμο, τους βοήθησε να κατανοήσουν περισσότερο τα κλάσματα και να αναπτύξουν διαφορετικό τρόπο σκέψης. Λαμβάνοντας υπόψη τις απαντήσεις των συμμετεχόντων στις συνεντεύξεις αυτές, προκύπτουν ορισμένες κατηγορίες. Παρακάτω αναφέρονται οι κατηγορίες αυτές, καθώς και ορισμένες από τις απαντήσεις των συμμετεχόντων:

1. Γενική εντύπωση από τη συμμετοχή στο παιχνίδι

O1: «Μάθαμε τα κλάσματα μέσα από ένα παιχνίδι. Ψάξαμε, συνεργαστήκαμε και ανταλλάξαμε απόψεις επάνω σε αυτόν τον χώρο. Είδαμε μπροστά μας αυτό που γίνεται, είδαμε τις αποστάσεις. Έτσι το αποτυπώνεις και το κρατάς καλύτερα στο μυαλό σου.»

O11: «Δεν περίμενα ότι θα μπορώ να μετακινήσω την αριθμογραμμή εκεί πάνω, ούτε ότι θα υπάρχουν οι ενδείξεις, τα βέλη και οι καρτέλες που μας έδιναν πληροφορίες.»

2. Γνωστικά οφέλη από τη συγκεκριμένη μαθησιακή εμπειρία

O6: «Έμαθα να σκέφτομαι πιο σωστά σχετικά με τα κλάσματα, δηλαδή πιο μεθοδικά και να χρησιμοποιώ στρατηγικές όπως τη σκέψη του υπολοίπου.»

O7: «Κατάλαβα καλύτερα τα κλάσματα και έμαθα να σκέφτονται πιο γρήγορα, να τα συγκρίνω πιο γρήγορα, πιο εύκολα, πιο σωστά και πιο έξυπνα.»

3. Χρήση της αριθμογραμμής στη διδασκαλία των κλασμάτων

O1: «Με βοήθησε η οπτικοποίηση και το ότι μπορώ να δω το κλάσμα επάνω στην αριθμογραμμή γιατί μέχρι τώρα προσπαθούσα να κάνω διαίρεση και όχι να χρησιμοποιήσω την αριθμογραμμή.»

O9: «Αποτυπώνεται στο μυαλό, καταλαβαίνεις τις διαφορές και μαθαίνεις επειδή το βλέπεις.»

4. Αντιληπτή βελτίωση από το pre test στο post test

O3: «Πιστεύω ότι απάντησα καλύτερα γιατί με βοήθησε να σκεφτώ πιο γρήγορα, πιο σίγουρα και πολύ διαφορετικά για να συγκρίνω κάποια κλάσματα.»

O11: «Απάντησα καλύτερα στο δεύτερο τεστ και έχω καλύτερο τρόπο σκέψης. Το κάνω πιο απλά και δεν μερδεύομαι τόσο. Απέκτησα νέο τρόπο σκέψης.»

5. Διαφορά με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας

O1: «Όλα είναι διαφορετικά συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία για το γεγονός ότι τα βλέπεις όλα μπροστά σου, κινείσαι μέσα στον χώρο, δεν το βλέπεις στον πίνακα, σου δίνεται ένα πρόβλημα να λύσεις, οπότε έχεις έναν σκοπό και είναι καλύτερο.»

O11: «Μέχρι τώρα είχα μάθει να κάνω απλά πράξεις, μόνο με ασκήσεις που ήταν γραμμένες σε χαρτί και τις ζητούσε ο δάσκαλος. Σε αυτό το πλαίσιο, βρήκα ένα σκυλί μέσα από κλάσματα, δηλαδή τα κλάσματα μπορείς να τα λύσεις χωρίς χαρτί και στυλό.»

6. Συμβολή του σώματος στη μάθηση

O6: «Μπορούσα να βιώσω τις αποστάσεις και είναι όλες οι αισθήσεις, η όραση, η αφή, όλο το σώμα σε ενέργεια και αυτό με κινητοποιεί περισσότερο. Αυτό σημαίνει ότι αντιλαμβάνομαι τον χώρο αλλιώς και κατά συνέπεια και τα νούμερα. Αποκτάς αντίληψη του χώρου και αντιλαμβάνεσαι πού πατάει και πού βρίσκεται το κλάσμα στον χώρο.»

O8: «Είναι αλλιώς να το σκεφτείς με το μυαλό σου και αλλιώς να το κάνεις με τα βήματά σου ή με το χέρι σου. Στην ουσία γινόμασταν εμείς το κλάσμα και περπατούσαμε περισσότερο ή λιγότερο ανάλογα με το πόσο μεγάλο ήταν.»

Συμπερασματικά, θα λέγαμε ότι η μαθησιακή αυτή εμπειρία ήταν ευχάριστη, διασκεδαστική και πρωτότυπη, θεωρούν ότι έμαθαν αρκετά πράγματα σχετικά με τα κλάσματα, αποκτώντας μια πιο ξεκάθαρη εικόνα για αυτά, έμαθαν και εφάρμοσαν νέες στρατηγικές, οι οποίες τους φάνηκαν ευκολότερες και πιο γρήγορες συγκριτικά με αυτές που χρησιμοποιούσαν ως τώρα, πιστεύουν ότι άλλαξαν τρόπο σκέψης και πλέον σκέφτονται πιο απλοϊκά, μεθοδικά και σωστά. Το παιχνίδι στο οποίο συμμετείχαν διαφέρει πολύ με την παραδοσιακή διδασκαλία και αυτό που έχουν συνηθίσει και η χρήση του σώματός του σε συνδυασμό με την αξιοποίηση της αριθμογραμμής, τους βοήθησε να χρησιμοποιήσουν ταυτόχρονα το μυαλό και το

σώμα τους, να βιώσουν τις αποστάσεις κινούμενοι πάνω στην αριθμογραμμή, να μείνουν πιο συγκεντρωμένοι και να συνδέσουν τους αριθμούς με τον χώρο.

Συζήτηση

Στην παρούσα έρευνα επιχειρήσαμε να βελτιώσουμε την αναπαράσταση της νοερής αριθμογραμμής, η οποία οδηγεί στην ανάπτυξη γενικότερων μαθηματικών ικανοτήτων, όπως η σύγκριση των κλασματικών μεγεθών. Μέσω της παρέμβασης που σχεδιάσαμε και εφαρμόσαμε, επιδιώξαμε τη βελτίωση της αναπαράστασης αυτής, αξιοποιώντας την προσέγγιση της ενσώματης μάθησης.

Τα αποτελέσματα ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητικά, τόσο για τον γνωστικό, όσο και για τον συναισθηματικό αλλά και τον ψυχοκινητικό τομέα. Πιο συγκεκριμένα, σε ό, τι αφορά τον γνωστικό τομέα, οι συμμετέχοντες βελτίωσαν τις επιδόσεις τους στην εκτίμηση θέσης κλασμάτων επάνω στην αριθμογραμμή, στις συγκρίσεις κλασμάτων, στην τοποθέτηση των αριθμών 1 και 2 επάνω στην αριθμογραμμή όταν ορίζεται μια συγκεκριμένη απόσταση, δηλαδή το μοναδιαίο διάστημα και ανέπτυξαν στρατηγικές που βασίζονται στην αίσθηση του αριθμού. Σε ό, τι αφορά τον συναισθηματικό τομέα, αναπτύχθηκαν θετικές στάσεις και συναισθήματα ικανοποίησης, απόλαυσης και έντονου ενδιαφέροντος προς τη μαθησιακή αυτή εμπειρία, αναγνωρίζοντας τη χρησιμότητα ενός τέτοιου εκπαιδευτικού περιβάλλοντος. Σε ό, τι αφορά τον ψυχοκινητικό τομέα, οι συμμετέχοντες ανέπτυξαν κινητικές δεξιότητες χρησιμοποιώντας ολόκληρο το σώμα τους, με αποτέλεσμα να συνδέσουν τις κινήσεις του σώματος και τον χώρο με τους αριθμούς, ενώ παράλληλα καλλιεργήθηκε πνεύμα συνεργασίας, ομαδικότητας και αλληλοϋποστήριξης.

Εμβαθύνοντας περισσότερο, ας μελετήσουμε ένα προς ένα τα ερωτήματα και τις υποθέσεις της έρευνας. Ως προς το πρώτο ερευνητικό ερώτημα, οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης που συμμετείχαν στην έρευνα, χρησιμοποίησαν, πριν από την εφαρμογή της παρέμβασης, συχνότερα στρατηγικές που βασίζονται στους κανόνες παρά στην αίσθηση του αριθμού, όταν κλήθηκαν να συγκρίνουν κλάσματα, κάτι το οποίο δηλώνει έλλειψη εννοιολογικής κατανόησης των κλασματικών μεγεθών. Το αποτέλεσμα είναι αυτό που αναμέναμε και συμφωνεί με προηγούμενες έρευνες (Fazio, DeWolf & Siegler, 2016 ·Whitacre & Nickerson , 2016 ·Yang, 2007 ·Yang et al., 2009). Ως προς το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, που αφορά τη διάγνωση της κατάστασης της νοερής αριθμογραμμής, οι επιδόσεις των συμμετεχόντων στην εκτίμηση θέσης κλασμάτων στην αριθμογραμμή πριν από την εφαρμογή της παρέμβασης δεν ήταν αρκετά ακριβείς και υπήρχαν περιθώρια βελτίωσης, κάτι το οποίο επίσης αναμέναμε, καθώς και σε προηγούμενες έρευνες έχει παρατηρηθεί ότι τόσο οι μαθητές όσο και οι ενήλικες αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην εκτίμηση θέσης κλασμάτων στην αριθμογραμμή και η ακρίβεια εκτίμησης βελτιώνεται με την αύξηση της ηλικίας (Fazio, DeWolf & Siegler, 2016 · Siegler & Opfer, 2003).

Ωστόσο, τα παραπάνω μπορούν να βελτιωθούν μέσω της σχεδίασης και εφαρμογής μιας παρέμβασης, τόσο σε επίπεδο ανάπτυξης στρατηγικών (Lemonidis, Kermeli & Palaigeorgiou, 2014 · Nickerson & Whitacre, 2010 · Whitacre & Nickerson, 2016), όσο και σε επίπεδο βελτίωσης της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής (Fazio, Kennedy, & Siegler, 2016 · Kucian et al., 2011 · Ramani, Siegler, & Hitti, 2012 · Riconscente, 2013) και το ίδιο συνέβη και στην παρούσα έρευνα. Προηγούμενες έρευνες που στοχεύουν στη βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής, συγκρίνουν την ενσώματη μάθηση με τη χρήση tablet και καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η αξιοποίηση της προσέγγισης της ενσώματης μάθησης με τη χρήση και την κίνηση ολόκληρου του σώματος, οδηγεί σε ισχυρότερη βελτίωση της αναπαράστασης αυτής. Στην παρούσα έρευνα ακολουθείται η προσέγγιση της ενσώματης μάθησης και όπως αναμέναμε, υπήρξε βελτίωση, κάτι το οποίο επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματά μας και συμφωνούν με τα αποτελέσματα προηγούμενων ερευνών (Anelli, Lugli, Baroni, Borghi, & Nicoletti, 2014 · Dackermann, Fischer, Huber, Nuerk, & Moeller, 2016 · Fischer, Moeller, Bientzle, Cress, & Nuerk, 2011 · Fischer, Moeller, Huber, Cress, & Nuerk, 2015 · Link, Moeller, Huber, Fischer, & Nuerk, 2013 · Mavilidi, Okely, Chandler, Domazet, & Paas, 2018 · Shaki & Fischer, 2014). Πιο συγκεκριμένα, ως προς το τρίτο ερευνητικό, η εφαρμογή της παρέμβασης οδήγησε στη βελτίωση της αναπαράστασης της νοερής αριθμογραμμής για τα κλάσματα, καθώς το ποσοστό σφάλματος των εκτιμήσεων των συμμετεχόντων μειώθηκε και οι εκτιμήσεις τους έγιναν πιο ακριβείς. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη μαθηματικών ικανοτήτων, όπως τη σύγκριση των κλασματικών μεγεθών, καθώς και εννοιολογικών στρατηγικών για τη σύγκρισή τους και από τις αναλύσεις φάνηκε ότι υπήρχε συσχέτιση της εκτίμησης στην αριθμογραμμή με τις μαθηματικές επιδόσεις και την ανάπτυξη στρατηγικών που βασίζονται στην αίσθηση του αριθμού, κάτι το οποίο έρχεται σε συμφωνία με τους Booth & Siegler (2006). Επομένως, εφόσον η νοερή αριθμογραμμή αποτελεί τη βάση για την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού, η βελτίωσή της οδηγεί στην απόκτηση γενικότερων μαθηματικών ικανοτήτων, όπως αναμέναμε να συμβεί και στη δική μας έρευνα.

Συνοψίζοντας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα αποτελέσματα ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητικά, καθώς υπήρξε βελτίωση σε όλους τους τομείς και τα σχόλια των συμμετεχόντων ήταν πολύ θετικά, το οποίο οφείλεται στη χρήση της τεχνολογίας και τη δημιουργία ενός πολύ ελκυστικού περιβάλλοντος μεικτής πραγματικότητας. Η συμμετοχή σε ένα παιχνίδι που βασίζεται στην τεχνολογία και παρέχει οδηγίες και πληροφορίες μέσω οπτικοακουστικού υλικού είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και ελκυστική. Η αξιοποίηση, λοιπόν, της προσέγγισης της ενσώματης μάθησης σε περιβάλλοντα που χρησιμοποιούν την τεχνολογία, είναι ιδιαίτερα σημαντικά για τη μαθηματική εκπαίδευση και οδηγούν σε σημαντικά μαθησιακά αποτελέσματα. Μια τέτοια παρέμβαση, θα μπορούσε να συγκριθεί με μια άλλη συνθήκη ελέγχου, η οποία θα αξιοποιεί την προσέγγιση της ενσώματης μάθησης, χωρίς όμως τη χρήση της τεχνολογίας, ώστε να διαπιστώσουμε αν η βελτίωση αυτή οφείλεται στην τεχνολογία

ή μπορεί να επιτευχθεί και με έναν πιο συμβατικό τρόπο. Το ερώτημα παραμένει ανοιχτό προς διερεύνηση.

Βιβλιογραφία

- Anelli, F., Lugli, L., Baroni, G., Borghi, A. M., & Nicoletti, R. (2014). Walking boosts your performance in making additions and subtractions. *Frontiers in Psychology*, 5, 1459.
- Barsalou, L. W. (2008). Grounded cognition. *Annual Review of Psychology*, 59, 617-645.
- Booth, J. L. & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 41(6), 189-201.
- Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 127-138.
- Dackermann, T., Fischer, U., Huber, S., Nuerk, H.C., & Moeller, K. (2016). Training the equidistant principle of number line spacing. *Cognitive Processing*, 17, 243-258.
- Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & language*, 16(1), 16-36.
- Fazio, L., DeWolf, M., & Siegler, R. (2016). Strategy Use and Strategy Choice in Fraction Magnitude Comparison. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 42, 1-16.
- Fazio, L., Kennedy, C., & Siegler, R. (2016). Improving children's knowledge of fraction magnitudes. *PloS one*, 11(10), e0165243.
- Fazio, L. & Siegler, R. (2011). *Teaching fractions*. In *Educational practices series*, Vol. 22, pp. 1-28. Geneva: International Academy of Education-International Bureau of Education.
- Fischer, U., Moeller, K., Bientzle, M., Cress, U., & Nuerk, H.C. (2011). Sensori-motor spatial training of number magnitude representation. *Psychonomic Bulletin & Review*, 18(1), 177-183.
- Fischer, U., Moeller, K., Huber, S., Cress, U., & Nuerk, H.C. (2015). Full-body movement in numerical trainings: A pilot study with an interactive whiteboard. *International Journal of Serious Games*, 2(4), 23-35.
- Gallagher, S., & Lindgren, R. (2015). Enactive metaphors: Learning through full-body engagement. *Educational Psychology Review*, 27, 391-404.
- Hassenzahl, M. (2003). The thing and I: understanding the relationship between user and product. In M. Blythe, C. Overbeeke, A. F. Monk, & P. C. Wright (Eds.), *Funology: From usability to enjoyment* (pp. 31-42). Dordrecht: Kluwer.

- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., et al. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, *57*, 782-795.
- Λεμονίδης, Χ. (2013). *Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής. Νοεροί Υπολογισμοί. Λογαρεύω με το τσιμίδι μ'*. Εκδόσεις Ζυγός. Θεσσαλονίκη.
- Λεμονίδης, Χ. (2016). *Στην τροχιά των ρητών*. Εκδόσεις Κυριακίδη. Θεσσαλονίκη.
- Lemonidis, Ch. (2016). *Mental Computation and Estimation: Implications for Mathematics Education Research, Teaching and Learning*. Routledge.
- Lemonidis, Ch., Kermeli, A. & Palaigeorgiou, G. (2014). Exploring number sense in sixth grade in Greece: An instructional proposal and its learning results. *MENON: Journal Of Educational Research, 1st Thematic Issue*, 159-172.
- Lindgren, R., & Johnson-Glenberg, M. (2013). Emboldened by embodiment: Six precepts for research on embodied learning and mixed reality. *Educational Researcher*, *42*(8), 445-452.
- Lindgren, R., & Moshell, J. M. (2011). Supporting children's learning with body-based metaphors in a mixed reality environment. In *Proceedings of the Interaction Design and Children Conference* (pp.177–180). New York: ACM.
- Lindgren, R., Tscholl, M., Wang, S., & Johnson, E. (2016). Enhancing learning and engagement through embodied interaction within a mixed reality simulation. *Computers & Education*, *95*, 174-187.
- Link, T., Moeller, K., Huber, S., Fischer, U., & Nuerk, H.C. (2013). Walk the number line—An embodied training of numerical concepts. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*, 74-84.
- Mavilidi, M. F., Okely, A., Chandler, P., Domazet, S. L., & Paas, F. (2018). Immediate and delayed effects of integrating physical activity into preschool children's learning of numeracy skills. *Journal of experimental child psychology*, *166*, 502-519.
- Moeller, K., Fischer, U., Nuerk, H.C., & Cress, U. (2015). Computers in mathematics education—Training the mental number line. *Computers in Human Behavior*, *48*, 597-607.
- Nickerson, S. D., & Whitacre, I. (2010). A Local Instruction Theory for the Development of Number Sense. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(3), 227-252.
- Ramani, G. B., Siegler, R. S., & Hitti, A. (2012). Taking it to the classroom: Number board games as a small group learning activity. *Journal of Educational Psychology*, *104*(3), 661-672.

- Riconscente, M. M. (2013). Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math. *Games and Culture*, 8(4), 186-214.
- Saxe, G. B., Diakow, R., & Gearhart, M. (2013). Towards curricular coherence in integers and fractions: a study of the efficacy of a lesson sequence that uses the number line as the principal representational context. *ZDM*, 45(3), 343-364.
- Saxe, G. B., Shaughnessy, M. M., Shannon, A., Langer-Osuna, J. M., Chinn, R., & Gearhart, M. (2007). Learning about Fractions as Points on a Number Line. *The learning of mathematics: Sixty-ninth yearbook* (pp. 221-237). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359-372.
- Shaki, S., & Fischer, M. H. (2014). Random walks on the mental number line. *Experimental Brain Research*, 232, 43-49.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of Numerical Estimation in Young Children. *Child development*, 75(2), 428-444.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological science*, 14(3), 237-243.
- Sinclair, N., & Baccaglioni-Frank, A. (2016). Digital technologies in the early primary school classroom. In L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, (pp. 662-686). Taylor and Francis.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14, 503-518.
- Tolentino, L., Birchfield, D., Megowan-Romanowicz, C., Johnson-Glenberg, M. C., Kelliher, A., & Martinez, C. (2009). Teaching and learning in the mixed-reality science classroom. *Journal of Science Education and Technology*, 18, 501-517.
- Tran, C., Smith, B., & Buschkuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digital approaches. *Cognitive research: principles and implications*, 2(1), 16.
- Trninic, D., & Abrahamson, D. (2013). Embodied interaction as designed mediation of conceptual performance. In D. Martinovic, V. Freiman, & Z. Karadag (Eds.), *Visual Mathematics and Cyberlearning (Mathematics Education in Digital Era*, Vol. 1, pp. 119–139). New York: Springer.
- Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2007). How many numbers are there in a rational numbers interval? Constraints, synthetic models, and the effect of the number line. In S. Vosniadou, A. Baltas, & X. Vamvakoussi (Eds.), *Reframing the*

conceptual change approach in learning and instruction (pp. 265–282). Oxford, UK: Elsevier.

- Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2010). How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students' understanding of rational numbers and their notation. *Cognition and instruction*, 28(2), 181-209.
- Whitacre, I. (2015). Strategy ranges: describing change in prospective elementary teachers' approaches to mental computation of sums and differences. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 353-373.
- Whitacre, I., & Nickerson, S. D. (2016). Investigating the improvement of prospective elementary teachers' number sense in reasoning about fraction magnitude. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 57-77.
- Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, 9(4), 625-636.
- Wu, H. (2011). Teaching fractions according to the Common Core Standards. *American Mathematical Society*, 1-88.
- Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th-grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 31(3), 317-333.
- Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions. *School Science and Mathematics*, 107(7), 293-301.
- Yang, D. C., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 383-403.