ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ Ι

Κεφάλαιο 6

Απόκριση κυκλωμάτων RL και RC

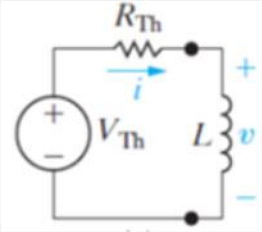
Μέρος **Γ′**

Η γενική λύση για τη φυσική και τη βηματική απόκριση κυκλωμάτων RL και RC

Η γενική λύση για τη φυσική και τη βηματική απόκριση κυκλωμάτων *RL* και *RC*

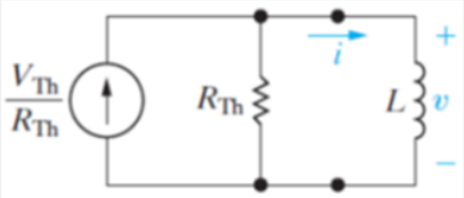
Κάθε κύκλωμα διέγερσης ή αποδιέγερσης ενός πηνίου ή πυκνωτή μπορεί να αναχθεί σε ένα από τα τέσσερα πιθανά κυκλώματα πρώτης τάξης.

(α) Πηνίο συνδεδεμένο με ισοδύναμο Thévenin.



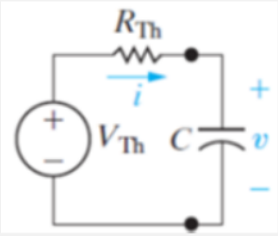
(α)

(β) Πηνίο που συνδέεται με ισοδύναμο Norton.



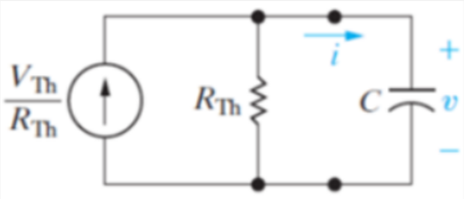
(β)

(γ) Πυκνωτής συνδεδεμένος με ισοδύναμο Thévenin.



(γ)

(δ) Πυκνωτής συνδεδεμένος με ισοδύναμο Norton.



(δ)

Σε κάθε περίπτωση, η ζητούμενη ποσότητα είναι το ρεύμα (i) ή η τάση (v) στους ακροδέκτες του πηνίου ή του πυκνωτή.

Η γενική λύση για τη φυσική και τη βηματική απόκριση κυκλωμάτων *RL* και *RC*

$$\boldsymbol{x(t) = x_f + \left[x(t_0) - x_f\right]e^{-(t-t_0)/\tau}}$$

όπου,

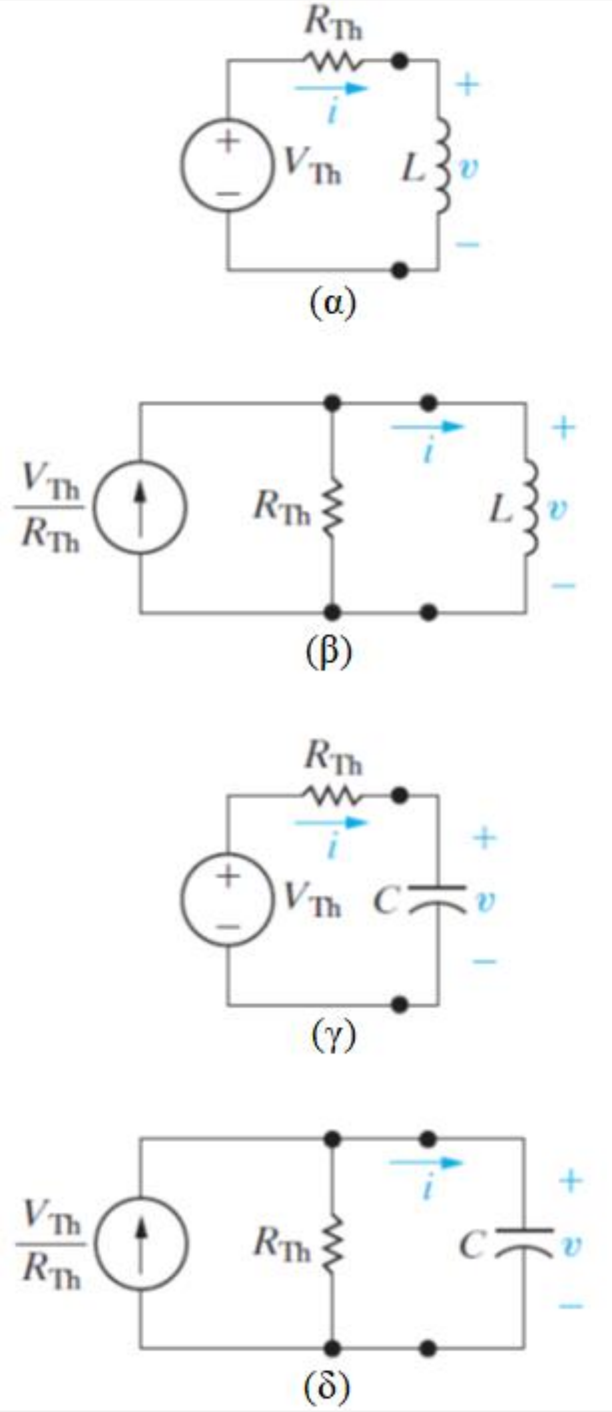
$x(t)$ η άγνωστη ποσότητα, i ή v

x_f η τελική τιμή (θεωρητικά για $t = \infty$, πρακτικά για $t > 5\tau$)

$x(t_0)$ η αρχική τιμή (η τιμή αμέσως μετά το άνοιγμα ή κλείσιμο ή μεταγωγή του διακόπτη)

t_0 η χρονική στιγμή της αλλαγής του διακόπτη (time of switching). Συνήθως, $t_0 = 0$

τ η σταθερά χρόνου του κυκλώματος



Πρακτικά βήματα για τον υπολογισμό φυσικής-βηματικής απόκρισης κυκλωμάτων *RL-RC*

1. Προσδιορίστε τη μεταβλητή ενδιαφέροντος για το κύκλωμα.
    - Για κυκλώματα RC, είναι καταλληλότερο να επιλεχτεί η τάση v_C του πυκνωτή.
    - Για κυκλώματα RL, είναι καλύτερο να επιλέξετε το ρεύμα i στο πηνίο.

2. Καθορίστε την αρχική τιμή της μεταβλητής, δηλαδή την τιμή της στο t_0.

    Σημείωση 1: Εάν επιλέγετε ως μεταβλητή σας την τάση στον πυκνωτή ή το ρεύμα στο πηνίο, δεν είναι απαραίτητο να γίνει διάκριση μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = t_0^-$ και $t = t_0^+$. Αυτό διότι αμφότερες είναι συνεχείς μεταβλητές.

    Σημείωση 2: Εάν επιλέξετε μια άλλη μεταβλητή, πρέπει να θυμάστε ότι η αρχική της τιμή είναι η τιμή για $t = t_0^+$.

3. Υπολογίστε την τελική τιμή της μεταβλητής, δηλαδή την τιμή της καθώς $t \to \infty$

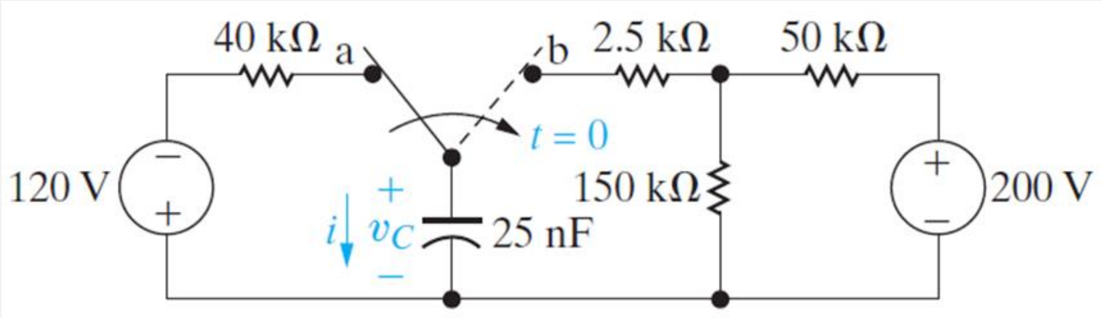
4. Υπολογίστε τη χρονική σταθερά τ για το κύκλωμα.

5. Εισάγετε τις παραπάνω ποσότητες στη γενική σχέση

$$x(t) = x_f + \left[x(t_0) - x_f\right]e^{-(t-t_0)/\tau}$$

Παράδειγμα 6.5

Ο διακόπτης στο κύκλωμα της *εικ. (α)* έχει μείνει στη θέση a για μεγάλο χρονικό διάστημα. Για $t = 0$ μετατίθεται στη θέση b.

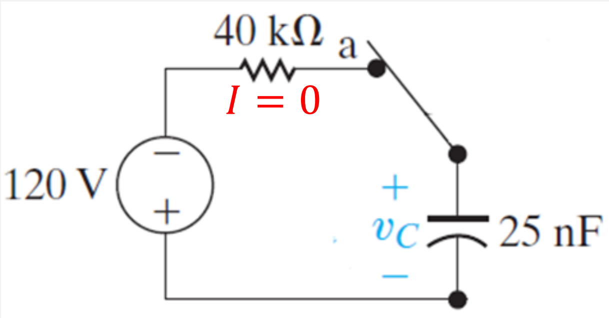


(α)

α) Βρείτε τη $v_C(0^+)$

Λύση

Μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα στη θέση a, το κύκλωμα ισοδυναμεί με της *εικ. (β)*



(β) Το κύκλωμα για $t = 0^-$

Ο πυκνωτής αντιστοιχεί σε ανοικτό διακόπτη, $I = 0$

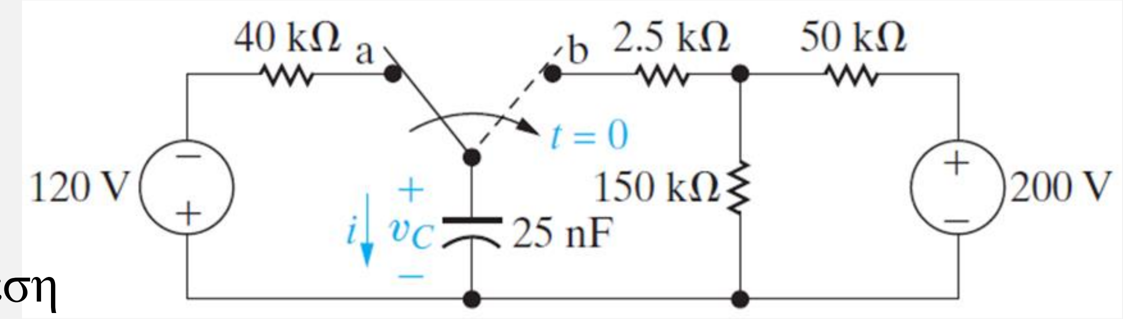
Η τάση στα άκρα του είναι η τάση της πηγής 120 V

Επομένως,

$$v_C(0) = -120 \text{ V}$$

(συνεχίζεται …)

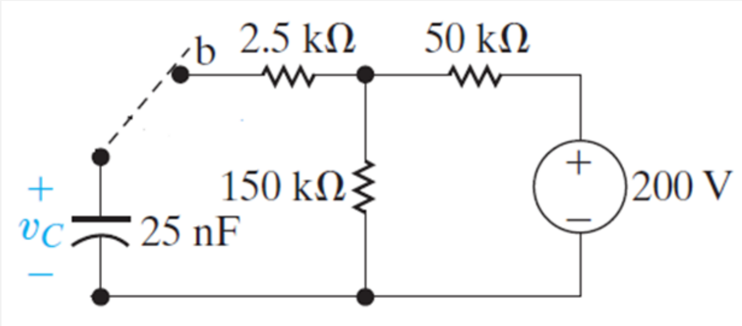
(β) Βρείτε τη $v_C(\infty)$



(α)

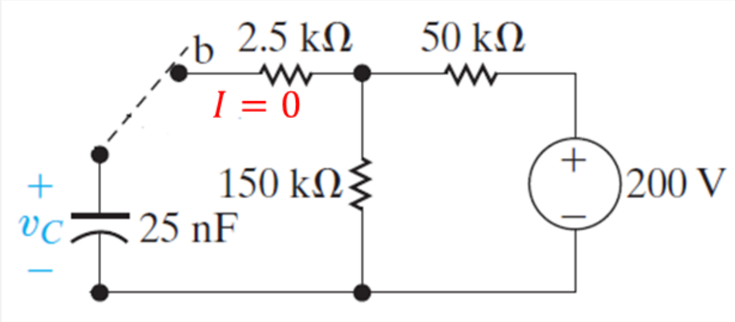
Λύση (… *συνέχεια*)

Μετά τη μεταγωγή του διακόπτη στη θέση b, δηλαδή για $t \geq 0$, το κύκλωμα ισοδυναμεί με της *εικ. (γ)*



(γ) Το κύκλωμα για $t \geq 0$

Μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα στη θέση b, ο πυκνωτής αντιστοιχεί σε ανοικτό διακόπτη, $I = 0$, *εικ. (δ)*



(δ) Το κύκλωμα για $t = \infty$

Η τάση v_C είναι η πτώση τάσης στην αντίσταση 150 kΩ.

Από τη σχέση διαιρέτη τάσης έχουμε

$$v_C(\infty) = v_{150\text{k}\Omega} = \frac{150\text{ k}}{200\text{ k}} 200\text{ V} = 150\text{ V}$$

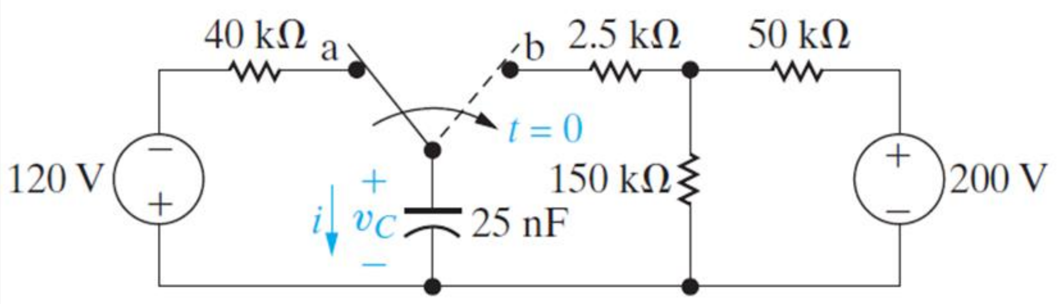
$$v_C(\infty) = 150\text{ V}$$

(*συνεχίζεται* …)

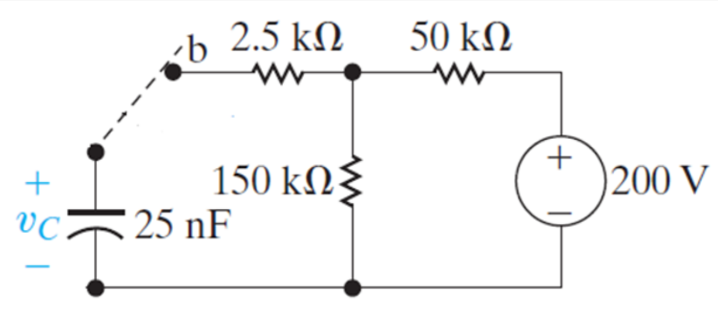
(γ) Βρείτε τη σταθερά χρόνου για $t > 0$

Λύση (… *συνέχεια*)

Εικ. (γ): Το κύκλωμα για $t > 0$.

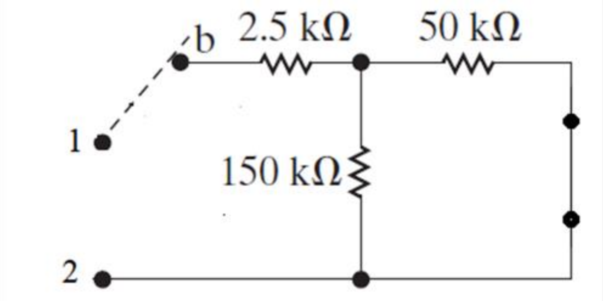


Ποια είναι η αντίσταση που ‘βλέπει’ ο πυκνωτής ;



(γ) Το κύκλωμα για $t > 0$

Εικ. (ε): Κύκλωμα για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης Thevenin ως προς του ακροδέκτες 1 και 2 του πυκνωτή για $t > 0$



(ε) R_{Th} ως προς ακροδέκτες 1 και 2

$$R_{Th} = 2.5\text{k} + (50\text{k} \parallel 150\text{k}) = 40\ \text{k}\Omega$$

Συνεπώς, η σταθερά χρόνου είναι

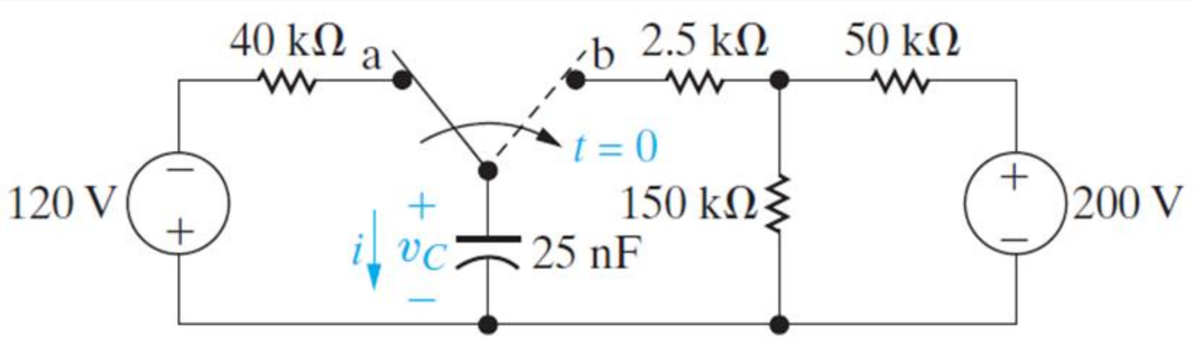
$$\tau = RC = R_{Th}C$$

$$\tau = (40 \times 10^{3})(25 \times 10^{-9})$$

$$\tau = 1\ \text{ms}$$

(*συνεχίζεται* …)

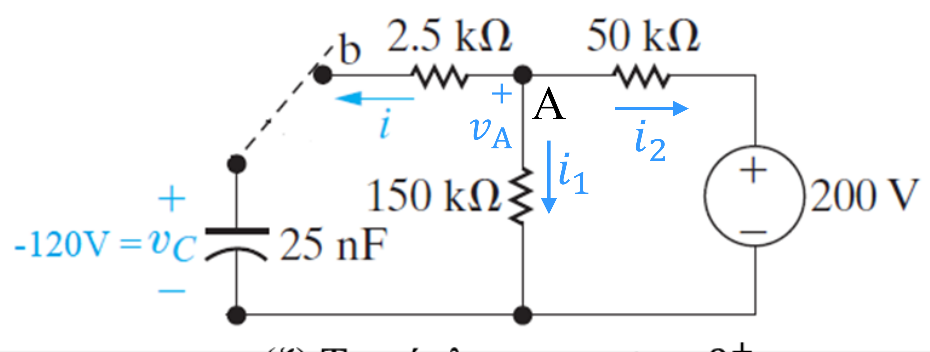
(δ) Βρείτε το $i(0^+)$



Λύση *(… συνέχεια)*

Τη χρονική στιγμή αμέσως μετά τη μεταγωγή του διακόπτη στη θέση b, δηλαδή για $t = 0^+$, το κύκλωμα ισοδυναμεί με της *εικ. (ζ)* με

$$v_C = v_C(0^+) = -120 \text{ V}$$



(ζ) Το κύκλωμα για $t = 0^+$

Εφαρμόζοντας, π.χ., τη μέθοδο τάσεων κόμβων για τον επάνω κόμβο A, (έστω i, i_1 και i_2 τα ρεύματα στον κόμβο), έχουμε

$$\frac{v_A - v_C}{2.5 \text{ k}} + \frac{v_A}{150 \text{ k}} + \frac{v_A - 200}{50 \text{ k}} = 0$$

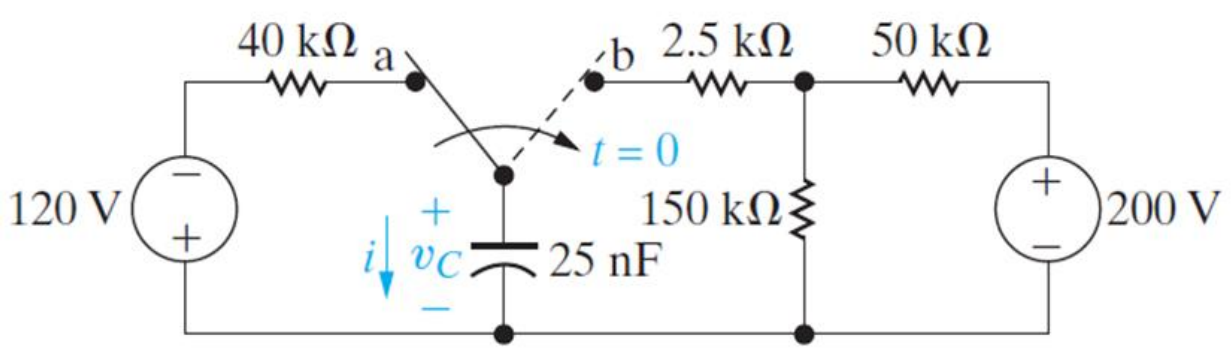
$$\frac{v_A - (-120)}{2.5 \text{ k}} + \frac{v_A}{150 \text{ k}} + \frac{v_A - 200}{50 \text{ k}} = 0 \quad \Longrightarrow \quad v_A = -103.125 \text{ V}$$

Από το νόμο του Ohm στην 2.5 kΩ, $i = \frac{v_A - v_C}{2.5 \text{ k}} = \frac{-103.125-(-120)}{2.5 \text{ k}} = 6.75\ mA$

Επομένως, $\boldsymbol{i(0^+) = 6.75 \text{ mA}}$

(συνεχίζεται …)

(ε) Βρείτε τη v_C για $t \geq 0$



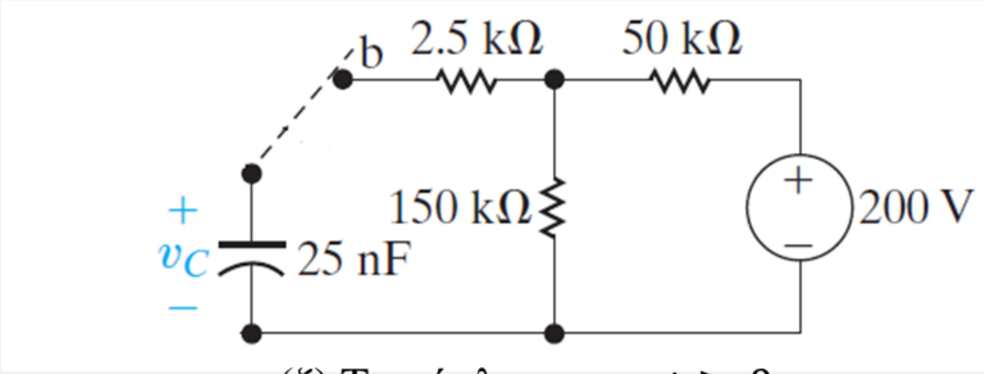
Λύση *(… συνέχεια)*

Θέτοντας

$$v_C(0^+) = -120 \text{ V}$$

$$v_C(\infty) = 150 \text{ V}$$

$$\tau = 1 \text{ ms}$$



(ζ) Το κύκλωμα για $t \geq 0$

στη γενική εξίσωση

$$v_C(t) = v_f + (v_i - v_f)e^{-t/\tau}$$

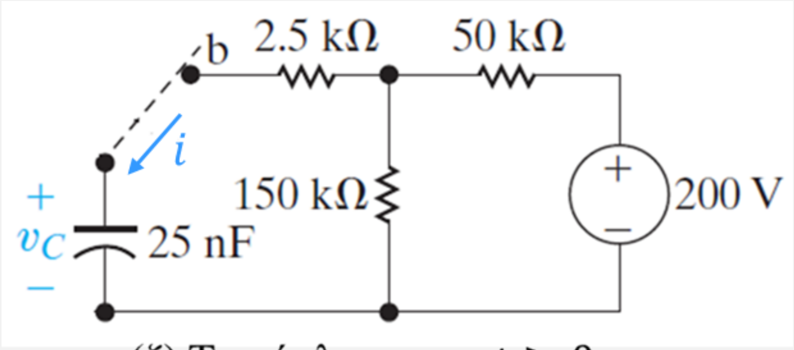
παίρνουμε

$$v_C(t) = 150 + (-120 - 150)e^{-1000t}$$

$$\boldsymbol{v_C(t) = 150 - 270e^{-1000t} \text{ V}}$$

(συνεχίζεται …)

(στ) Βρείτε το i για $t \geq 0$



(ζ) Το κύκλωμα για $t \geq 0$

Λύση *(… συνέχεια)*

Η έκφραση για το ρεύμα στον πυκνωτή για $t \geq 0$ μπορεί να βρεθεί

- είτε παραγωγίζοντας την έκφραση $v_C(t) = 150 - 270e^{-1000t}$ για την τάση για $t \geq 0$ και πολλαπλασιάζοντας επί C ($i = C\, dv_C/dt$)

- είτε χρησιμοποιώντας τη γενική εξίσωση $i(t) = i_f + \left(i_i - i_f\right)e^{-t/\tau}$ θέτοντας $i_i = i(0^+) =$ 6.75 mA και (φυσικά) $i_f = 0$

Αμφότεροι οι τρόποι πρέπει να οδηγήσουν στο ίδιο αποτέλεσμα

$$\boldsymbol{i(t) = 6.75e^{-1000t}\ \mathrm{mA}}$$

Προσομοιώστε τη λειτουργία του κυκλώματος του Παραδείγματος 6.5

με τη βοήθεια του κυκλώματος

Example 6_5

στην ομάδα

ECE-UOWM MK18

στο Multisim Live