

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ Ι Κεφάλαιο 2

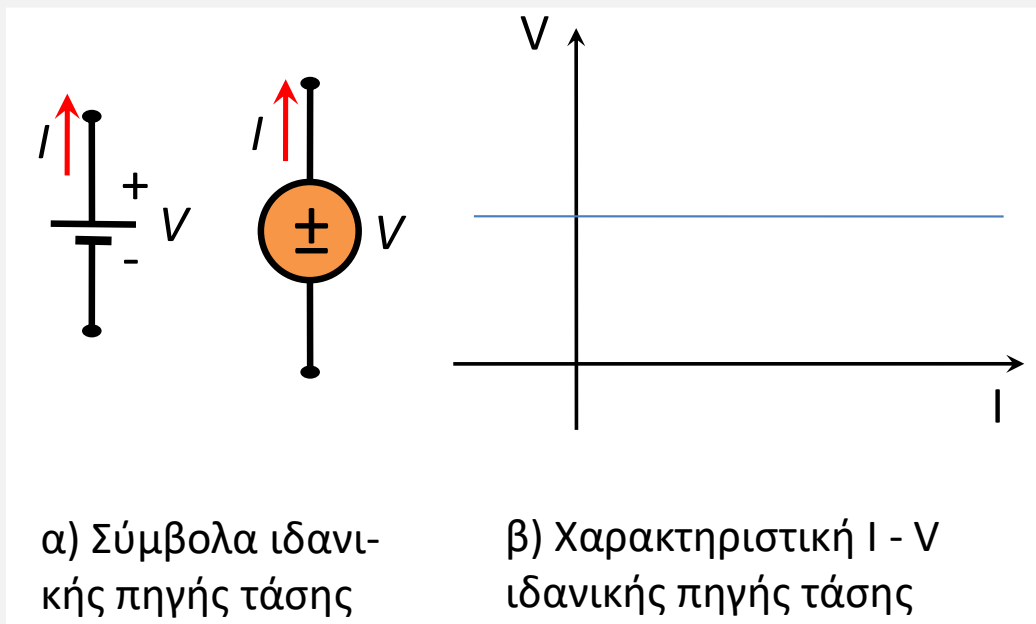
Στοιχεία Ηλεκτρικών
Κυκλωμάτων
(Κυκλωματικά Στοιχεία)

- Πηγές τάσης και ρεύματος.
- Ηλεκτρική αντίσταση (νόμος του Ohm).
- Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων: Κόμβοι, κλάδοι, βρόχοι.
- Κανόνες του Kirchhoff

Πηγή τάσης

(Voltage source)

Ιδανική (ideal) πηγή τάσης ονομάζουμε ένα ηλεκτρικό στοιχείο με δύο ακροδέκτες το οποίο έχει την ιδιότητα να διατηρεί σταθερή διαφορά δυναμικού στα άκρα του, ανεξάρτητα από το ρεύμα που το διαρρέει.

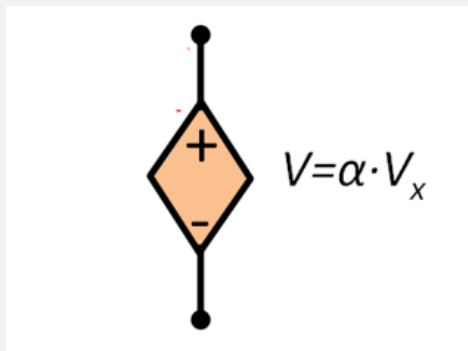


Εξαρτημένες πηγές τάσης

Ιδανική Εξαρτημένη πηγή τάσης είναι μία πηγή τάσης που η τιμή της εξαρτάται (ελέγχεται) από κάποια άλλη τάση ή κάποιο άλλο ρεύμα του κυκλώματος στο οποίο βρίσκεται.

A. Εξαρτημένη πηγή τάσης
ελεγχόμενη από τάση

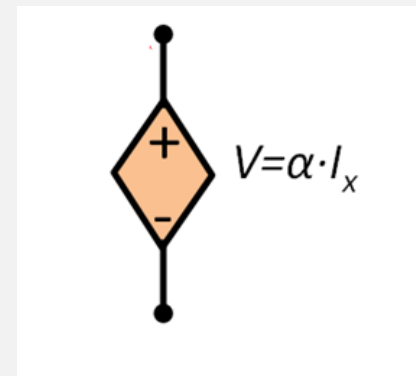
(voltage-controlled voltage source)



Η τάση της εξαρτημένης πηγής είναι V και ελέγχεται από την τιμή μιας άλλης τάσης V_x

B. Εξαρτημένη πηγή τάσης
ελεγχόμενη από ρεύμα

(current-controlled voltage source)

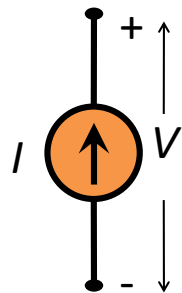


Η τάση της εξαρτημένης πηγής είναι V και ελέγχεται από την τιμή ενός ρεύματος I_x

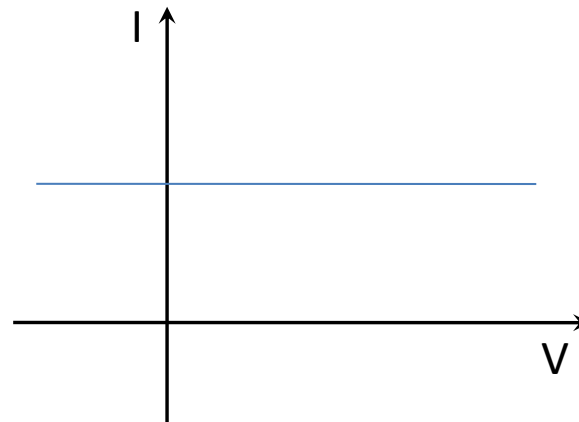
Πηγή ρεύματος

(Current source)

Ιδανική (ideal) πηγή ρεύματος ονομάζουμε ένα ηλεκτρικό στοιχείο με δύο ακροδέκτες το οποίο έχει την ιδιότητα να διαρρέεται από σταθερή ένταση ηλεκτρικού ρεύματος, ανεξάρτητα από τη διαφορά δυναμικού που υπάρχει στα άκρα του .



α) Σύμβολο ιδανικής πηγής ρεύματος



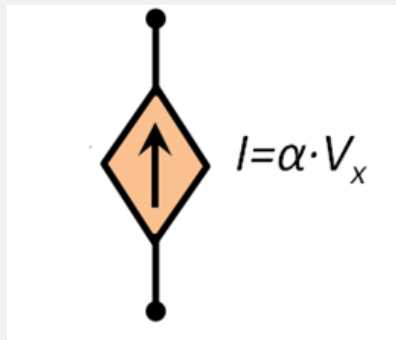
β) Χαρακτηριστική V - I ιδανικής πηγής ρεύματος

Εξαρτημένες πηγές ρεύματος

Ιδανική εξαρτημένη πηγή ρεύματος είναι μία πηγή ρεύματος που η τιμή της εξαρτάται από κάποια άλλη τάση ή κάποιο άλλο ρεύμα του κυκλώματος στο οποίο βρίσκεται.

A. Πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από τάση

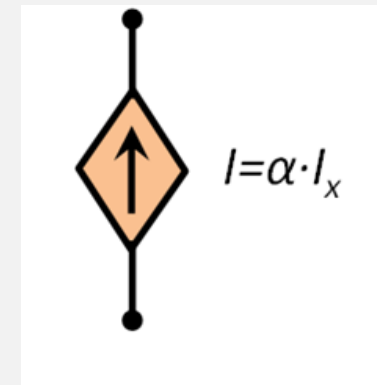
(voltage-controlled current source)



Το ρεύμα της εξαρτημένης πηγής είναι I και ελέγχεται από την τιμή μιας τάσης V_x

B. Πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από ρεύμα

(current-controlled current source)

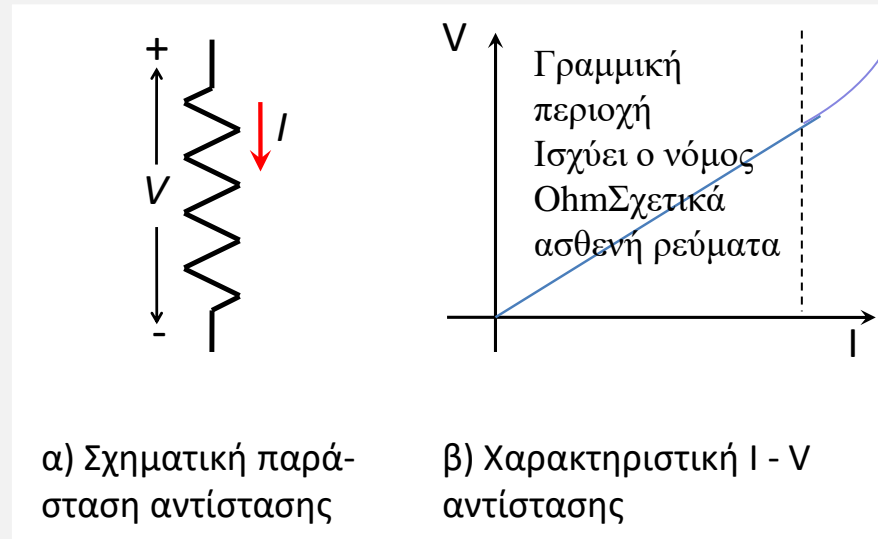


Το ρεύμα της εξαρτημένης πηγής είναι I και ελέγχεται από την τιμή ενός άλλου ρεύματος I_x

Αντίσταση

(Resistance)

(Ωμική) αντίσταση ονομάζουμε ένα στοιχείο με δύο ακροδέκτες το οποίο έχει την ιδιότητα η διαφορά δυναμικού που υπάρχει στα άκρα του να είναι ανάλογη της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που το διαρρέει.



Ο παραπάνω ορισμός περιγράφει ένα **ιδανικό** στοιχείο, καθώς αυτό μπορεί να καταναλώνει απεριόριστη ισχύ.

Στις **πραγματικές** ωμικές αντιστάσεις η αναλογικότητα της τάσης και του ρεύματος ισχύει μέχρι μια μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύ.

Νόμος του Ohm

- Η γραμμική σχέση μεταξύ της τάσης και του ρεύματος σε μία αντίσταση περιγράφεται μαθηματικά από το νόμο του Ohm (Ohm's law):

$$V = I \cdot R$$

- Άλλες μορφές του νόμου του Ohm

$$I = \frac{V}{R}$$

$$R = \frac{V}{I}$$

- Η ωμική αντίσταση είναι ένα στοιχείο που μπορεί μόνο να καταναλώνει ηλεκτρική ισχύ.

Νόμος του Ohm: Παραδείγματα

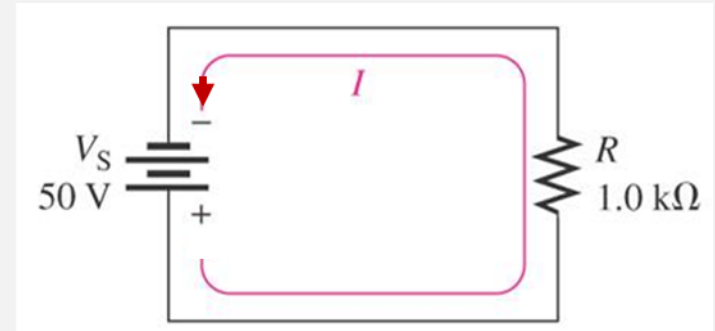
1. Χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm, υπολογίστε το ρεύμα σε milliamperes για το κύκλωμα (α).

Απάντηση

$$I = \frac{V_S}{R}$$

$$I = \frac{50 \text{ V}}{1.0 \text{ k}\Omega} = \frac{50 \text{ V}}{1.0 \cdot 10^3 \Omega} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I = 50 \text{ mA}$$



(α)

Έλεγξε την απάντηση: LNCh2_Circuit01

στο MultisimLive group ECE-UOWM MK18

<https://www.multisim.com/groups/ece-uowm-mk18/>

Νόμος του Ohm: Παραδείγματα

2. Ποια είναι η ένδειξη του βολτομέτρου $U1$ στο κύκλωμα (β);

Απάντηση

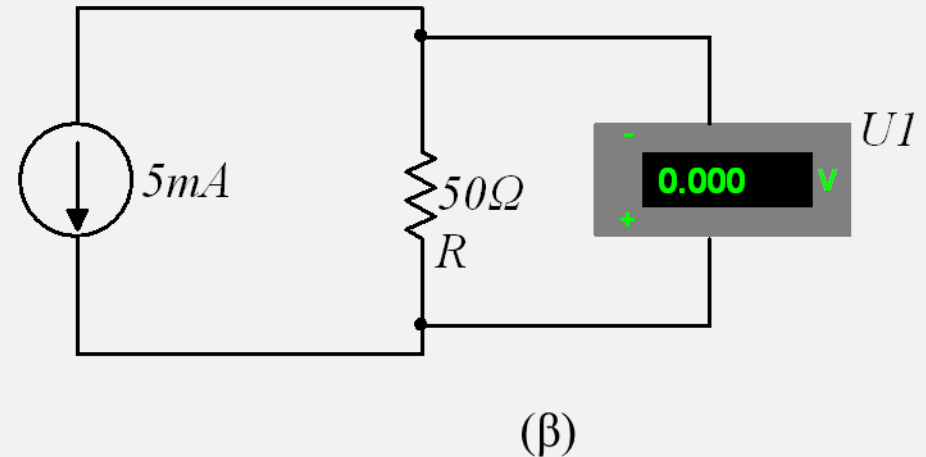
$$V = I \cdot R$$

$$V = (5 \text{ mA})(50 \Omega)$$

$$= (5 \cdot 10^{-3} \text{ A})(50 \Omega)$$

$$= 250 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$V = 250 \text{ mV}$$



Έλεγξε την απάντηση: LNCh2_Circuit02

στο MultisimLive group ECE-UOWM MK18

[https://www.multisim.com/groups/ece-](https://www.multisim.com/groups/ece-uwvm-mk18/)

Νόμος του Ohm: Παραδείγματα

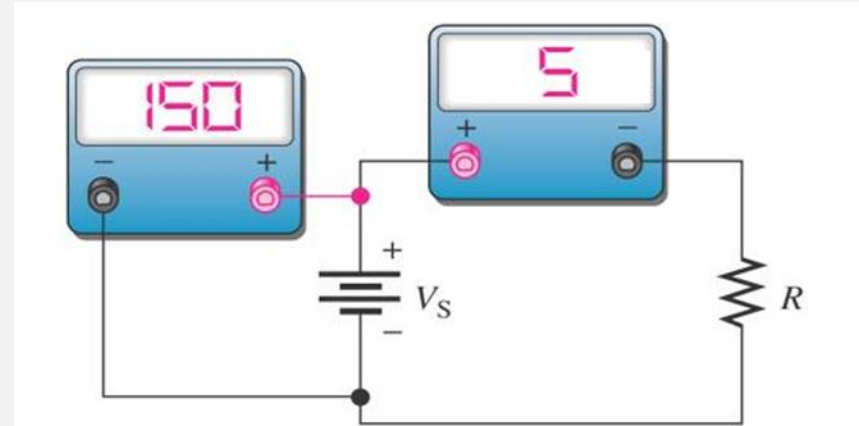
3. Στην εικόνα δίπλα βλέπετε τις τιμές αμπερομέτρου και βολτομέτρου. Η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι σε mA και του βολτομέτρου σε V. Υπολογίστε την τιμή της αντίστασης R.

Απάντηση

$$R = \frac{V_S}{I}$$

$$R = \frac{150 \text{ V}}{5 \text{ mA}} = \frac{150 \text{ V}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 30 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R = 30 \text{ k}\Omega$$



Η ισχύς σε ωμική αντίσταση

Συνδυάζοντας τον ορισμό της ηλεκτρικής ισχύος

$$P = V \cdot I$$

με το νόμο του Ohm

$$V = I \cdot R$$

η ισχύς που καταναλώνει μια αντίσταση R μπορεί να γραφεί:

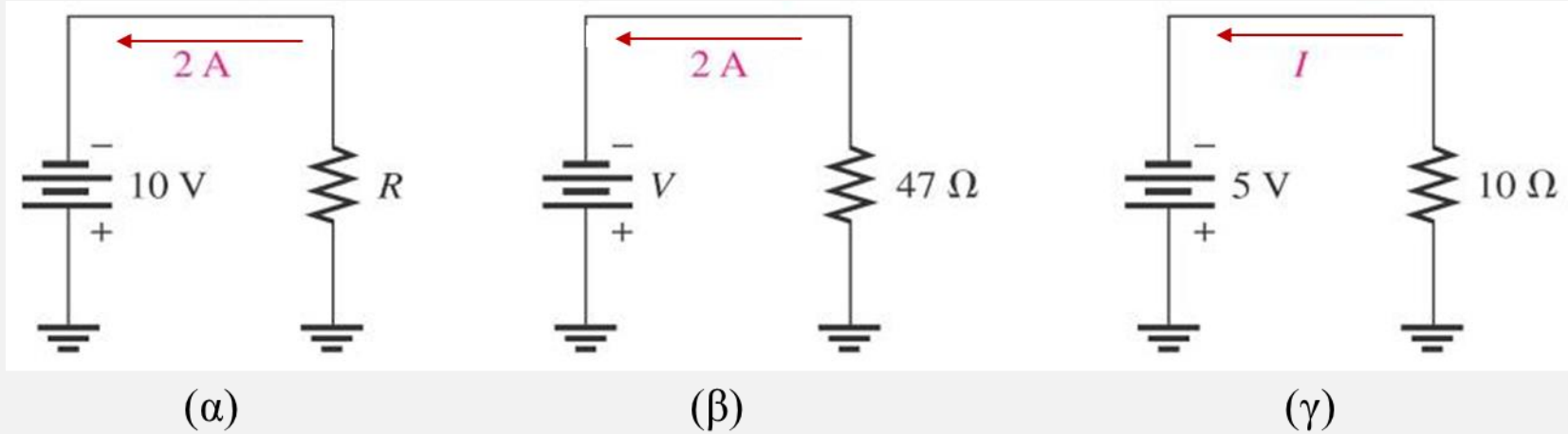
$$P = I^2 \cdot R$$

ή

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Παράδειγμα

Υπολογίστε την ισχύ σε κάθε ένα από τα τρία κυκλώματα της παρακάτω εικόνας.



Απαντήσεις

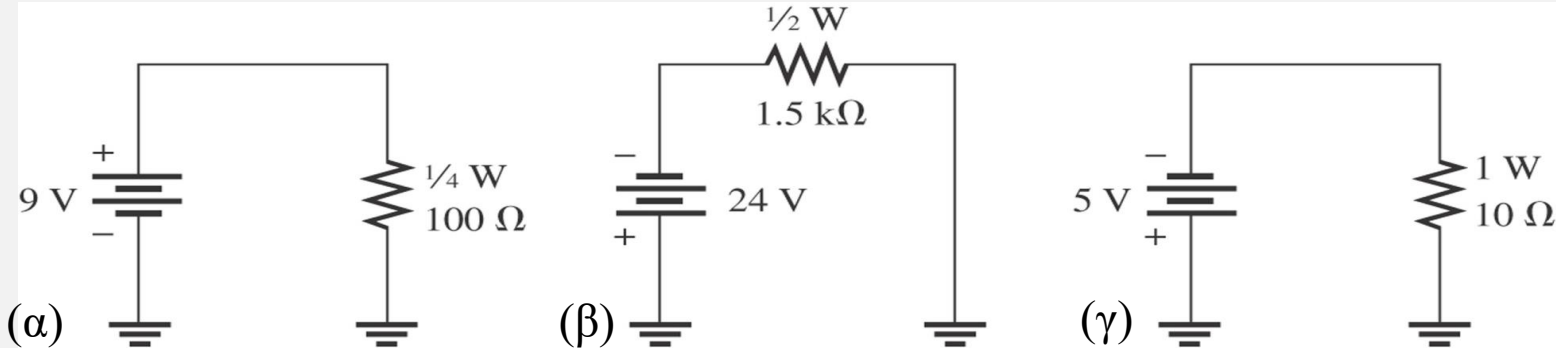
$$(α) \quad P = V \cdot I = (10 \text{ V})(2 \text{ A}) = \mathbf{20 \text{ W}}$$

$$(β) \quad P = I^2 R = (2 \text{ A})^2 (47 \text{ } \Omega) = \mathbf{188 \text{ W}}$$

$$(γ) \quad P = \frac{V^2}{R} = \frac{(5 \text{ V})^2}{10 \text{ } \Omega} = \mathbf{2.5 \text{ W}}$$

Παράδειγμα

Βρείτε αν η αντίσταση σε κάθε κύκλωμα της παρακάτω εικόνας έχει πιθανώς καταστραφεί από υπερθέρμανση.



Απαντήσεις

$$(α) P = \frac{V^2}{R} = \frac{(9 \text{ V})^2}{100 \Omega} = 0,81 \text{ W}.$$

Η κλάση ισχύος της αντίστασης 1/4 W (0.25 W) είναι ανεπαρκής. Η αντίσταση έχει υπερθερμανθεί και πιθανώς καεί.

$$(β) P = \frac{V^2}{R} = \frac{(24 \text{ V})^2}{1.5 \text{ k}\Omega} = 0,384 \text{ W}.$$

Η κλάση ισχύος της αντίστασης 1/2 W (0.5 W) είναι επαρκής.

$$(γ) P = \frac{V^2}{R} = \frac{(5 \text{ V})^2}{10 \Omega} = 2,5 \text{ W}.$$

Η κλάση ισχύος της αντίστασης 1 W είναι ανεπαρκής.

Ηλεκτρική αγωγιμότητα

- Η (ηλεκτρική) **αγωγιμότητα** (conductivity, G) είναι το αντίστροφο μέγεθος της (ηλεκτρικής) αντίστασης

$$G = \frac{1}{R}$$

- Μετριέται σε Ω^{-1} (Mho) ή *Siemens*, S .

Παράδειγμα

Η αγωγιμότητα μιας αντίστασης $22 \text{ k}\Omega$ είναι

$$G = \frac{1}{22 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{22000 \Omega} = 4.55 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1} = 45.5 \mu\text{S}$$

- Ο νόμος του Ohm εκφρασμένος με την αγωγιμότητα γράφεται:

$$I = V \cdot G$$

$$V = \frac{I}{G}$$

$$G = \frac{I}{V}$$

Ιδιότητες της ωμικής αντίστασης – Εξάρτηση από τη θερμοκρασία

Η αντίσταση μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία. Η σχέση που δίνει τη μεταβολή της αντίστασης με τη θερμοκρασία είναι:

$$R_{\theta} = R_0 \cdot [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$$

όπου α είναι ο θερμοκρασιακός συντελεστής του υλικού

Τα μέταλλα, που είναι καλοί αγωγοί του ηλεκτρισμού χαρακτηρίζονται από θετικό θερμοκρασιακό συντελεστή.

Η αντίσταση μιας ράβδου μήκους l και εμβαδού διατομής S δίνεται από τη σχέση

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

όπου, ρ είναι η ειδική αντίσταση του υλικού της ράβδου

Υλικό	Ειδική αντίσταση ρ ($\Omega \cdot m$)	Θερμοκρασιακός συντελεστής α ($\Omega/^{\circ}C$)
Χαλκός	$1,68 \cdot 10^{-8}$	0,0068
Αλουμίνιο	$2,65 \cdot 10^{-8}$	0,00429
Βολφράμιο	$5,6 \cdot 10^{-8}$	0,0045
Σίδηρος	$9,71 \cdot 10^{-8}$	0,00651

Παράδειγμα

Υπολογίστε την αντίσταση ενός χάλκινου σύρματος μήκους 100 m διαμέτρου 0.7mm .
Η ειδική αντίσταση του χαλκού είναι $1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ στους 20°C.

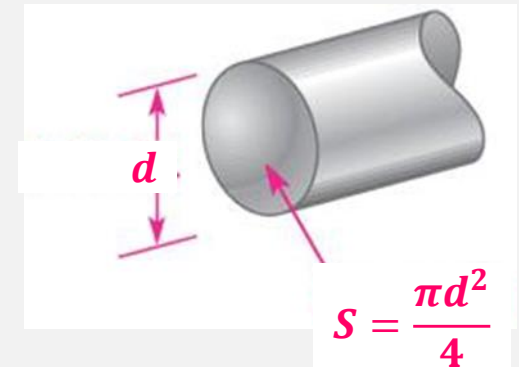
Απάντηση

Η αντίσταση του σύρματος είναι

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

όπου, το εμβαδόν S της διατομής του σύρματος διαμέτρου d δίνεται από τη σχέση

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$



Επομένως,

$$R = \rho \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \rho \frac{4l}{\pi d^2} = (1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m) \frac{4(100m)}{3.14(0.7 \cdot 10^{-3}m)^2} = 4.37 \Omega$$

Παράδειγμα

Οι λαμπτήρες πυρακτώσεως κατασκευάζονται από νήμα βολφραμίου. Αν η θερμοκρασία λειτουργίας του λαμπτήρα φτάνει τους $2500\text{ }^{\circ}\text{C}$, υπολογίστε την αντίσταση του νήματος σε θερμοκρασία δωματίου ενός λαμπτήρα ισχύος 100 W .

Απάντηση

Η αντίσταση του λαμπτήρα στη θερμοκρασία λειτουργίας του υπολογίζεται από την ισχύ και την τάση λειτουργίας του,

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220V)^2}{100W} = 484\ \Omega$$

Από τη σχέση που δίνει την εξάρτηση της αντίστασης από την θερμοκρασία έχουμε:

$$R_{\theta} = R_0 \cdot [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$$

$$R_0 = \frac{R_{\theta}}{[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]} =$$

$$= \frac{484}{[1 + 0.0045(2500 - 20)]} = \frac{484}{12.2} = 39.8\ \Omega$$

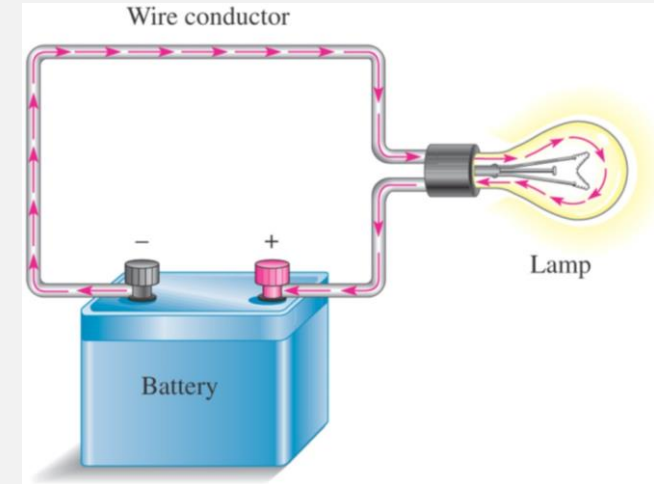
Το Ηλεκτρικό Κύκλωμα

(Electric Circuit)

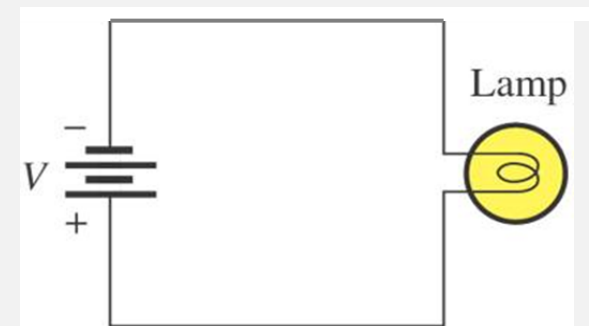
- Το βασικό ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από
 - μια πηγή τάσης (battery),
 - ένα φορτίο (lamp) και
 - συρμάτινους αγωγούς (wire conductors)
- **Φορτίο (load)** είναι κάθε συσκευή πάνω στην οποία γίνεται έργο* (W), δηλαδή καταναλώνεται η ενέργεια, που παράγει η πηγή τάσης.

* Έργο: Κίνηση, φως, θερμότητα ή συνδυασμός τους.

Παράδειγμα: το έργο που γίνεται στον λαμπτήρα (lamp) του διπλανού κυκλώματος είναι συνδυασμός φωτός και θερμότητας.



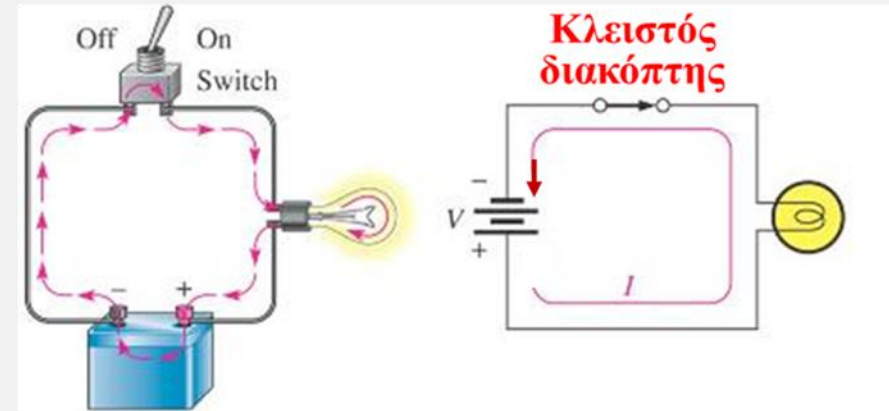
Ηλεκτρικό κύκλωμα



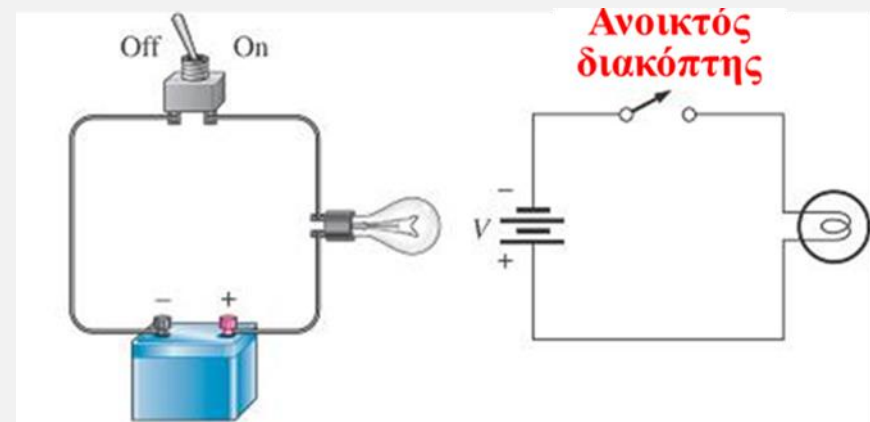
Σχηματικό διάγραμμα (schematics)
ηλεκτρικού κυκλώματος

Κλειστά και Ανοικτά Κυκλώματα

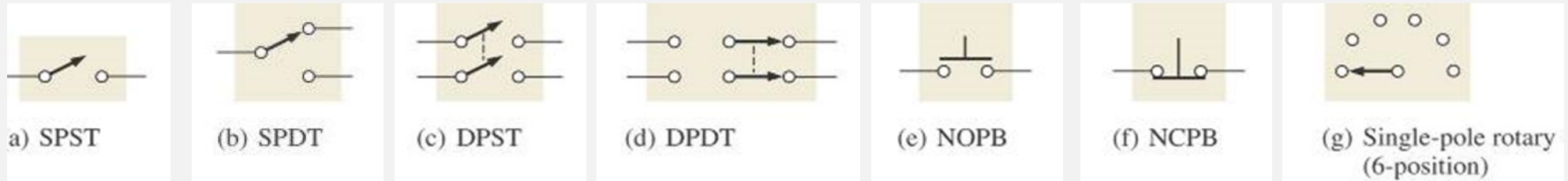
- **Κλειστό κύκλωμα (Closed Circuit)**
το ρεύμα έχει πλήρη διαδρομή.



- **Ανοικτό κύκλωμα (Open Circuit)**
η διαδρομή του ρεύματος διακόπτεται (δεν υπάρχει ρεύμα).

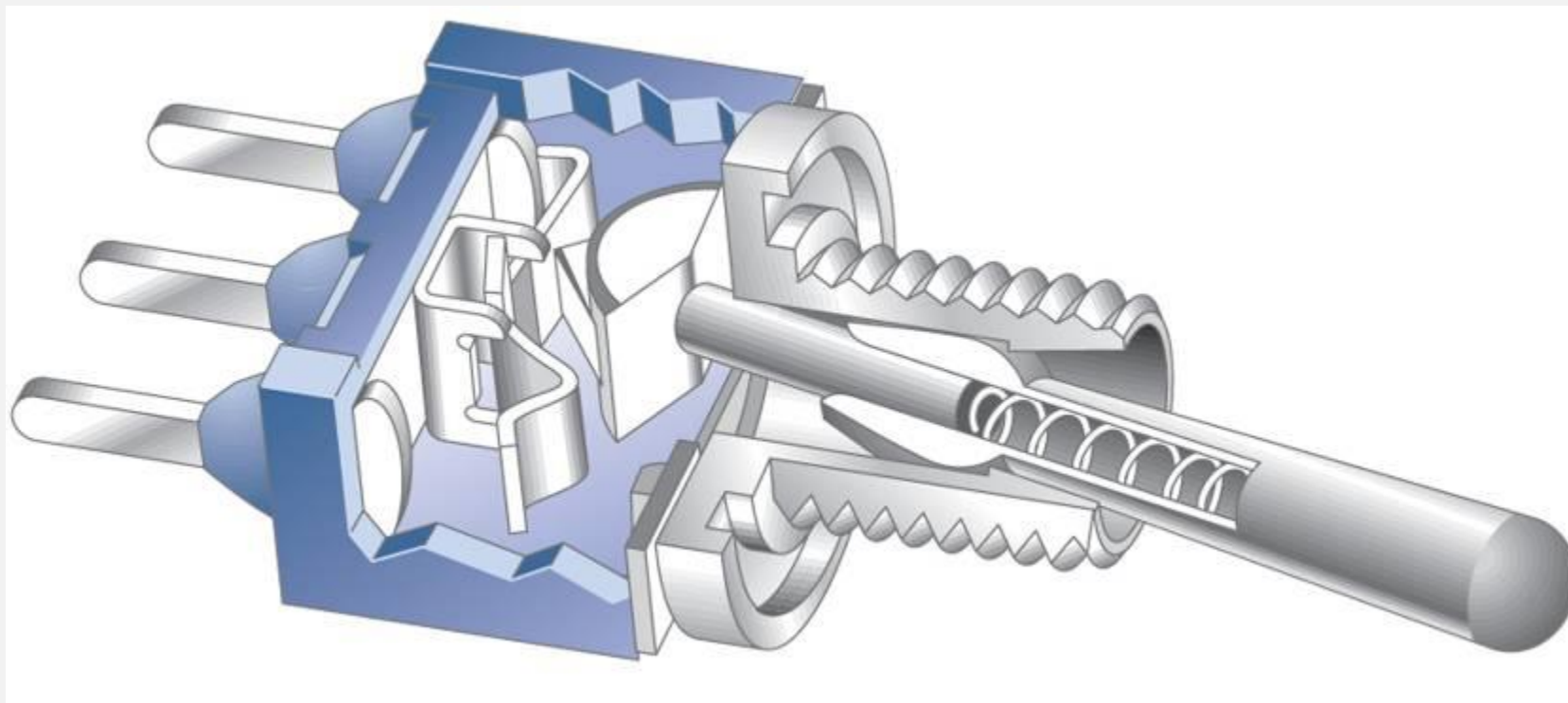


Διακόπτες (switches): Τύποι και Σύμβολα



- a) **Απλού πόλου - απλής επαφής (Single-Pole-Single-Throw, SPST):** επιτρέπει τον έλεγχο του ρεύματος σε ένα απλό κύκλωμα.
- b) **Απλού πόλου-διπλής επαφής (Single-Pole-Double-Throw, SPDT):** επιτρέπει τον έλεγχο του ρεύματος σε δύο διαφορετικά κυκλώματα.
- c) **Διπλού πόλου-απλής επαφής (Double-Pole-Single-Throw, DPST):** επιτρέπει ταυτόχρονο άνοιγμα ή κλείσιμο δύο ομάδων επαφών.
- d) **Διπλού πόλου- διπλής επαφής (Double-Pole-Double-Throw, DPDT):** εξασφαλίζει τη μεταγωγή μεταξύ δυο ομάδων επαφών.
- e) **Μπουτόν κανονικά ανοικτό (Normally Open Push Button, NOPB):** η σύνδεση μεταξύ των δύο επαφών γίνεται όταν το μπουτόν είναι πιεσμένο.
- f) **Μπουτόν κανονικά κλειστό (Normally Closed Push Button, NCPB):** η σύνδεση μεταξύ των δύο επαφών διακόπτεται όταν το μπουτόν είναι πιεσμένο.
- g) **Περιστροφικός διακόπτης (rotary).** Επιτρέπει τη σύνδεση μεταξύ μιας κεντρικής επαφής και μιας από μια από μια ομάδα περιφερειακών επαφών.

Άποψη της δομής ενός συνηθισμένου διακόπτη με ελατήριο (toggle switch).



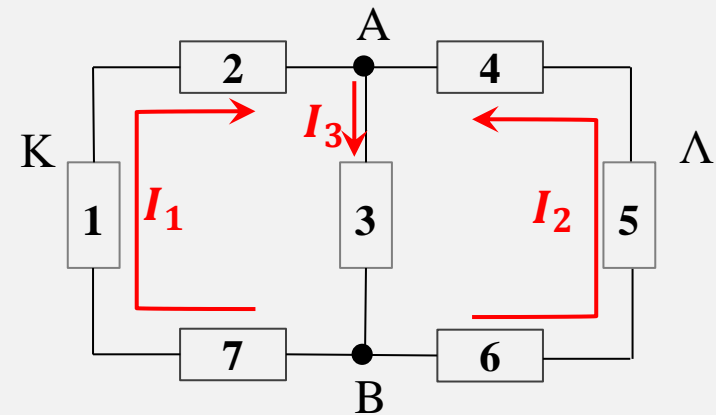
Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων

- **Τοπολογία** κυκλώματος: Ο τρόπος σύνδεσης των στοιχείων μεταξύ τους
- **Κλάδος (branch)**: τμήμα του κυκλώματος που διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα.
 - Ένας κλάδος περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα στοιχεία του κυκλώματος.

Παράδειγμα

Στο διπλανό κύκλωμα, αποτελούμενο από 7 στοιχεία (πηγές ή αντιστάσεις), υπάρχουν 3 κλάδοι:

- ο κλάδος **AKB** που περιλαμβάνει τα στοιχεία 1, 2 και 7 και διαρρέεται από το ρεύμα I_1 ,
- ο κλάδος **ALB** που περιλαμβάνει τα στοιχεία 4, 5 και 6 και διαρρέεται από το ρεύμα I_2 , και
- ο κλάδος **AB** που με το στοιχείο 3 και διαρρέεται από το ρεύμα I_3 .



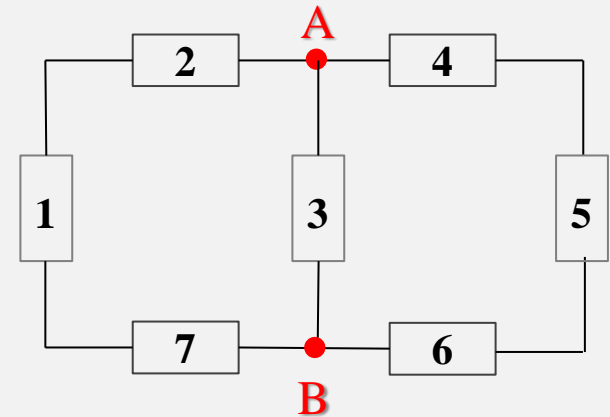
Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων (. . . συνέχεια)

Κόμβος (node): σημείο στο οποίο ενώνονται (συντρέχουν) τρεις ή περισσότεροι κλάδοι.

Παράδειγμα

Στο διπλανό κύκλωμα υπάρχουν 2 κόμβοι,

- ο κόμβος **A**
- και ο κόμβος **B**.



Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων (... συνέχεια)

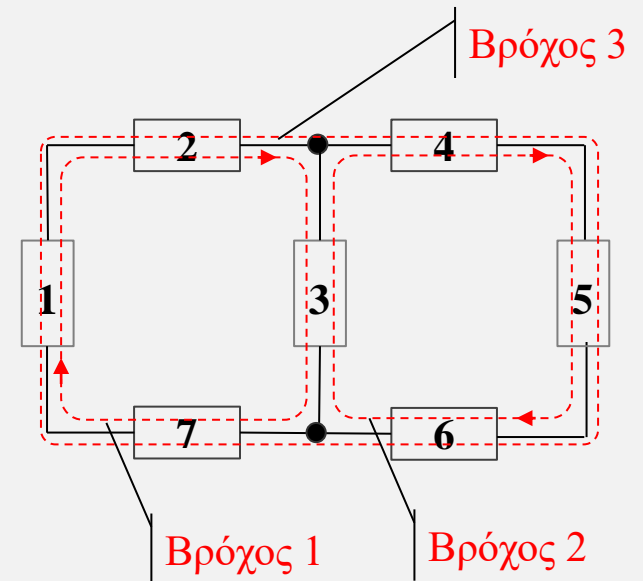
Βρόχος (mesh): κάθε κλειστή διαδρομή του κυκλώματος.

Ελάχιστος βρόχος: δεν περικλείει άλλους βρόχους.

Παράδειγμα

Το διπλανό κύκλωμα έχει 3 βρόχους,

- τον ελάχιστο βρόχο 1 που διατρέχει τα στοιχεία 1, 2, 3 και 7
- τον ελάχιστο βρόχο 2 που διατρέχει τα στοιχεία 3, 4, 5 και 6
- Και τον μη-ελάχιστο βρόχο 3 που διατρέχει τα στοιχεία 1, 2, 4, 5, 6 και 7

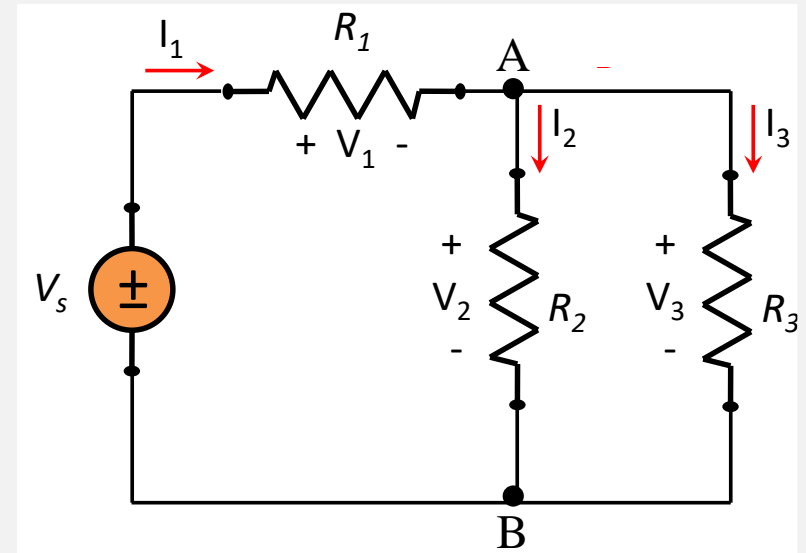


Τοπολογία ηλεκτρικών κυκλωμάτων (. . . συνέχεια)

Παράδειγμα

Το κύκλωμα της εικόνας δίπλα έχει:

- 2 κόμβους (A και B),
- 3 κλάδους (τον κλάδο που περιλαμβάνει την πηγή V_S και την αντίσταση R_1 , τον κλάδο με την αντίσταση R_2 και τον κλάδο της αντίστασης R_3)
- 3 βρόχους, δύο ελάχιστους και ένα μη ελάχιστο.
- Η πηγή V_S και η αντίσταση R_1 συνδέονται με τρόπο που να διαρρέονται πάντα από το ίδιο ρεύμα. Λέμε ότι είναι συνδεδεμένες **σε σειρά**.
- Οι αντιστάσεις R_2 και R_3 συνδέονται με τρόπο που να έχουν πάντα στα άκρα τους την ίδια τάση. Λέμε ότι συνδέονται **παράλληλα**.
- Η σύνδεση στοιχείων σε σειρά ή παράλληλα είναι δύο ειδικές συνδεσμολογίες.



Ο Νόμος των Ρευμάτων του Kirchhoff

(Kirchhoff's Current Law)

Σε κάθε **κόμβο** οποιουδήποτε κυκλώματος ισχύει ο **νόμος ρευμάτων του Kirchhoff**:

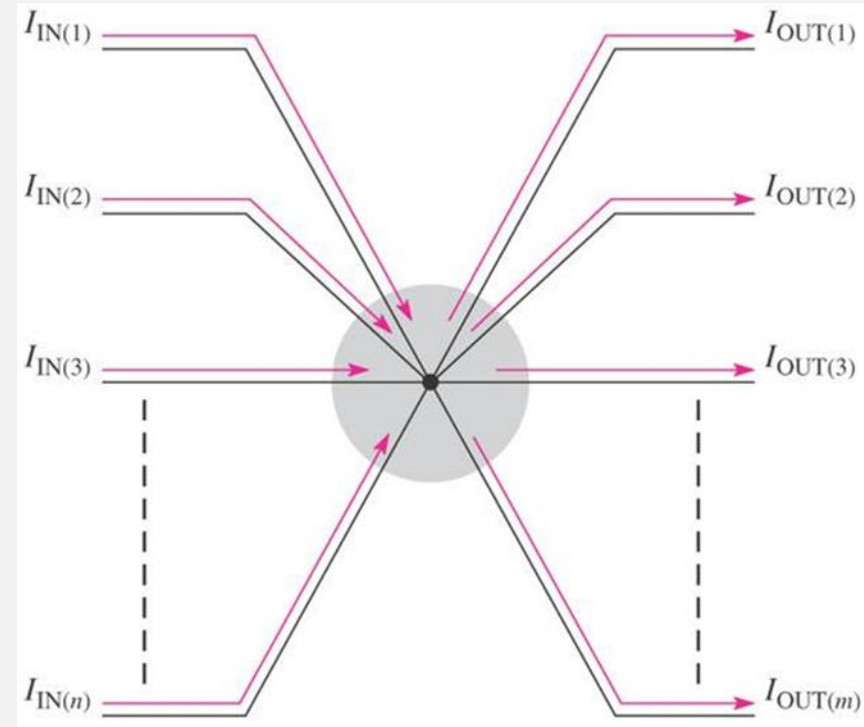
το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ρευμάτων στον κόμβο ισούται με το μηδέν,

$$I_{IN(1)} + I_{IN(2)} + \dots + I_{IN(n)} - I_{OUT(1)} - I_{OUT(2)} - \dots - I_{OUT(m)} = 0$$

ή, αλλιώς,

το άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται στον κόμβο είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχονται από τον κόμβο.

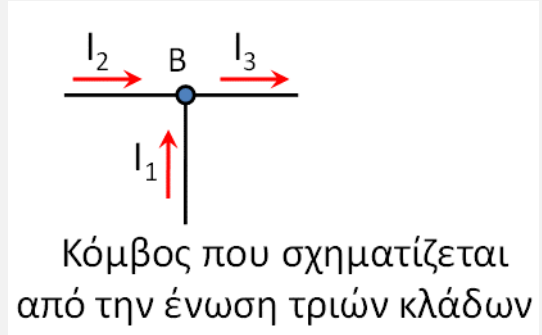
$$I_{IN(1)} + I_{IN(2)} + \dots + I_{IN(n)} = I_{OUT(1)} + I_{OUT(2)} + \dots + I_{OUT(m)}$$



Ο Νόμος των Ρευμάτων του Kirchhoff : Παραδείγματα

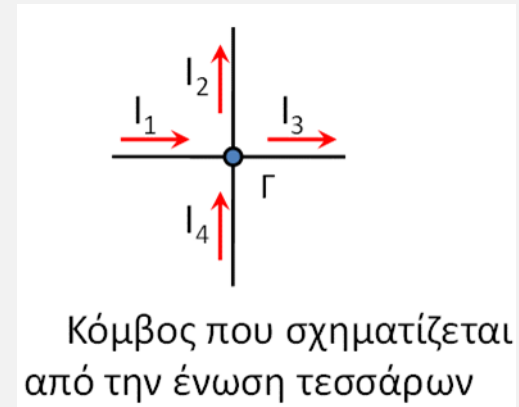
Στον κόμβο B του σχήματος και δεδομένης της φοράς με την οποία έχουν οριστεί τα ρεύματα έχουμε:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad \text{ή} \quad I_1 + I_2 = I_3$$



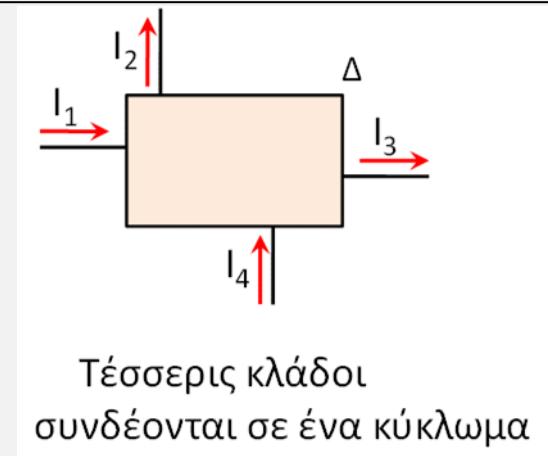
Στον κόμβο Γ του σχήματος δίπλα και δεδομένης της φοράς με την οποία έχουν οριστεί τα ρεύματα έχουμε:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0 \quad \text{ή} \quad I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$



Στον κόμβο που σχηματίζει το κύκλωμα Δ του σχήματος δίπλα, έχουμε:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0 \quad \text{ή} \quad I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$



Εικονογραφημένο παράδειγμα του νόμου των ρευμάτων του Kirchhoff

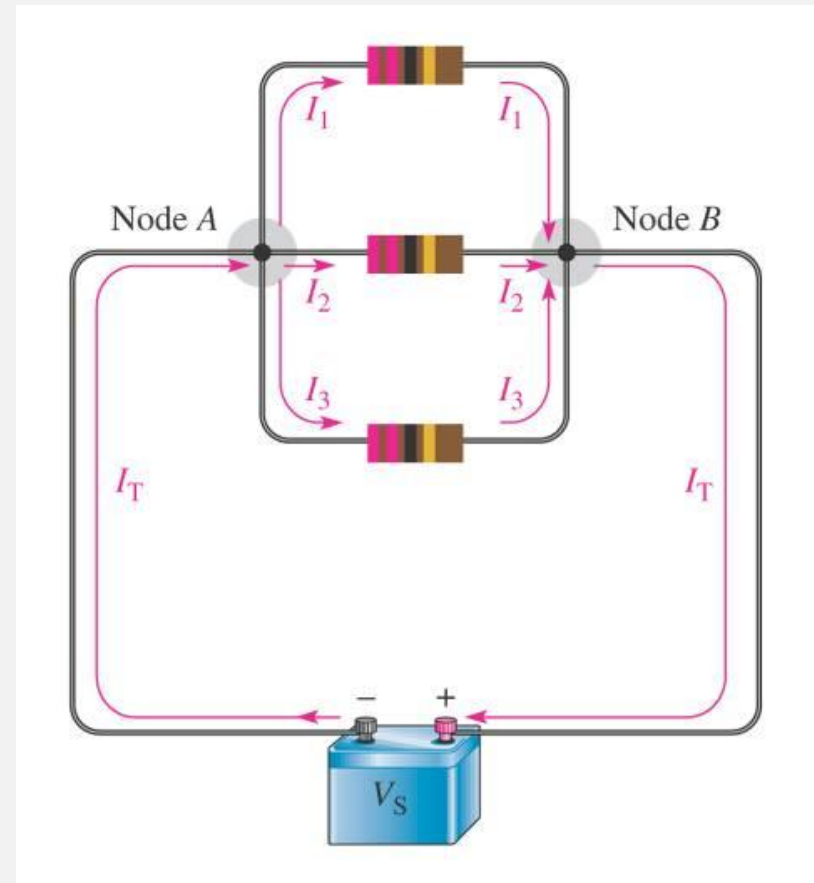
Στον κόμβο A: $I_T = I_1 + I_2 + I_3$

Στον κόμβο B: $I_1 + I_2 + I_3 = I_T$

Η δεύτερη εξίσωση είναι ίδια με την πρώτη, άρα, στο κύκλωμα δίπλα των 2 κόμβων, τα άγνωστα ρεύματα συνδέονται μόνο με 1 εξίσωση.

Γενικά, σε ένα κύκλωμα με N κόμβους μπορούμε να γράψουμε $N-1$ ανεξάρτητες* εξισώσεις εφαρμόζοντας τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff.

*Εννοούμε ότι η N -οστή εξίσωση είναι ίδια με (προκύπτει από) τις υπόλοιπες $N-1$.



Παράδειγμα

Υπολογίστε την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή ρεύματος, την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση του κυκλώματος και τα ρεύματα στις αντιστάσεις.

Λύση

Το κύκλωμα περιλαμβάνει 2 κόμβους, τους A και B (μπορεί να φανεί καλύτερα στην ισοδύναμη παράσταση από κάτω).

Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff, παίρνουμε 1 εξίσωση (π.χ., από τον κόμβο A):

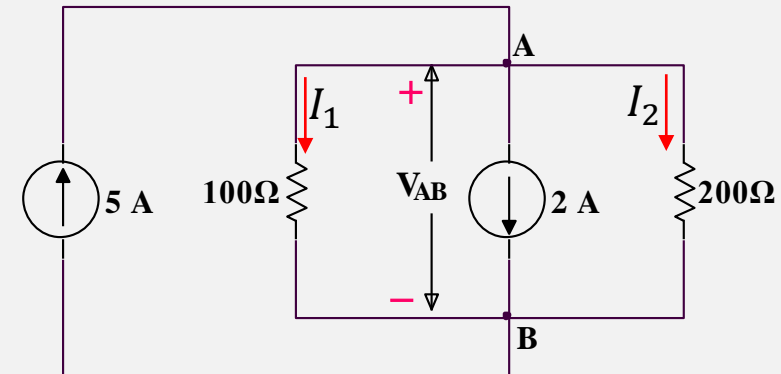
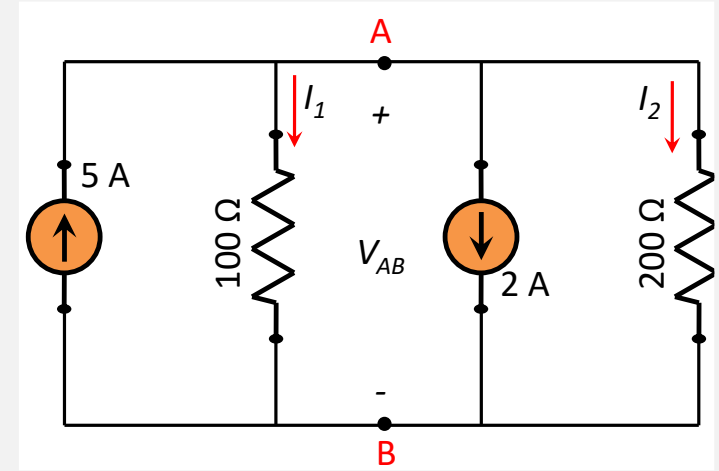
$$-5 + I_1 + 2 + I_2 = 0$$

Χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm, εκφράζουμε τα ρεύματα των αντιστάσεων I_1 και I_2 συναρτήσει της (άγνωστης) τάσης V_{AB} του κυκλώματος:

$$-5 + \frac{V_{AB}}{100} + 2 + \frac{V_{AB}}{200} = 0$$

Λύνοντας, υπολογίζουμε την άγνωστη τάση

$$-3 + \frac{3 \cdot V_{AB}}{200} = 0 \Rightarrow \frac{3 \cdot V_{AB}}{200} = 3 \Rightarrow \frac{V_{AB}}{200} = 1 \Rightarrow V_{AB} = 200 \text{ V} \quad (\text{συνεχίζεται} \dots)$$



Λύση (. . . συνέχεια)

Υπολογίζουμε τις ζητούμενες ισχύς των στοιχείων (πηγών-αντιστάσεων):

- Η πηγή ρεύματος των 5A παράγει ισχύ (γιατί;)

$$P_{5A} = V_{AB} \cdot (5A)$$

$$P_{5A} = (200 V)(5A) = 1000 W = 1 kW$$

- Η δεύτερη πηγή ρεύματος των 2A καταναλώνει ισχύ (γιατί;)

$$P_{2A} = V_{AB} \cdot (2A)$$

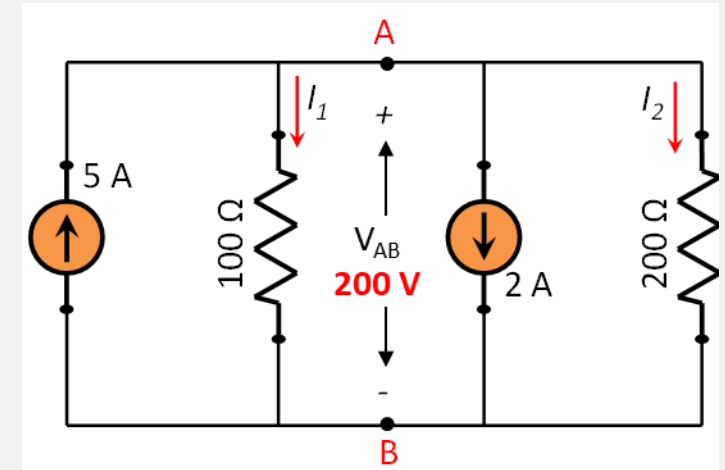
$$P_{2A} = (200 V)(2A) = 400 W$$

- Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_{100\Omega} = \frac{V_{AB}^2}{100} = \frac{200^2}{100} = 400 W$$

και

$$P_{200\Omega} = \frac{V_{AB}^2}{200} = \frac{200^2}{200} = 200 W$$



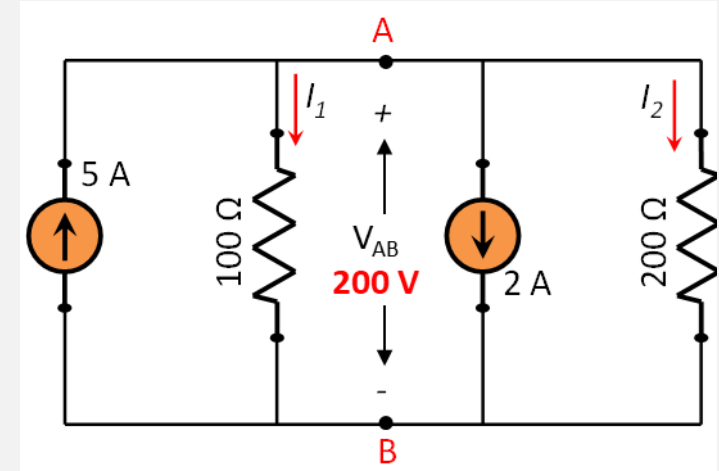
Λύση (... συνέχεια)

Τα ρεύματα που διαρρέουν τις δύο αντιστάσεις δίνονται από το νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{100} = \frac{200}{100} = 2 \text{ A}$$

και

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{200} = \frac{200}{200} = 1 \text{ A}$$



Έλεγξε τις λύσεις ανοίγοντας το αρχείο ('OPEN CIRCUIT')

LNCh2_Circuit03

στο MultisimLive group ECE-UOWM MK18

<https://www.multisim.com/groups/ece-uowm-mk18/>

Παράδειγμα

Υπολογίστε την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή ρεύματος και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση του κυκλώματος.

Λύση

Εφαρμόζοντας το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff παίρνουμε την εξίσωση (π.χ., από τον κόμβο A):

$$-5 + I_1 + 5 \cdot I_2 + I_2 = 0$$

$$I_1 + 6 \cdot I_2 = 5$$

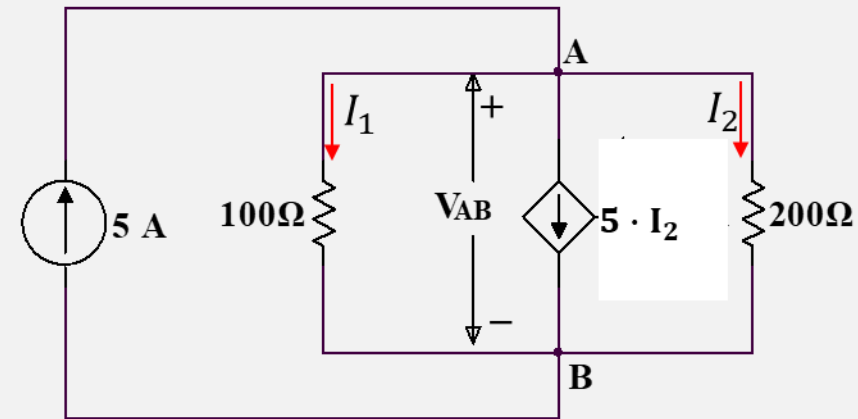
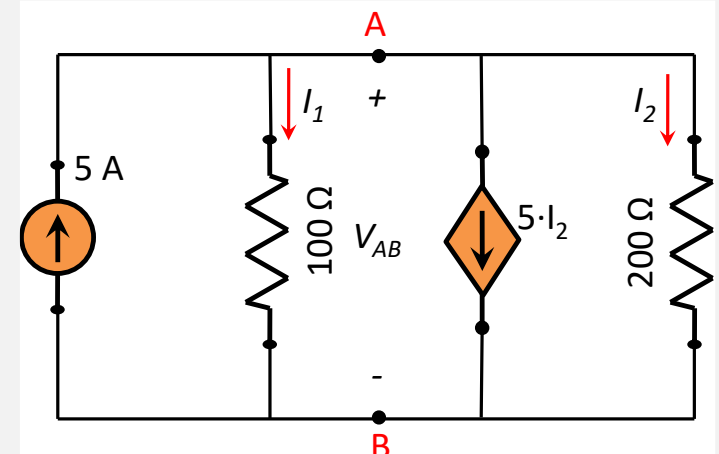
Από το νόμο του Ohm,

$$I_1 = V_{AB}/100 \quad \text{και} \quad I_2 = V_{AB}/200$$

οπότε

$$\frac{V_{AB}}{100} + 6 \frac{V_{AB}}{200} = 5$$

$$\Rightarrow V_{AB} = 125 \text{ V}$$



(συνεχίζεται...)

Λύση (. . . συνέχεια)

Από το νόμο του Ohm στην αντίσταση 200Ω , βρίσκουμε το ρεύμα I_2 , που ελέγχει την εξαρτημένη πηγή ρεύματος.

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{200 \Omega} = \frac{125 V}{200 \Omega} = 0.625 A$$

Οι ζητούμενες ισχύς των στοιχείων είναι:

- Η πηγή ρεύματος των $5A$ παράγει ισχύ

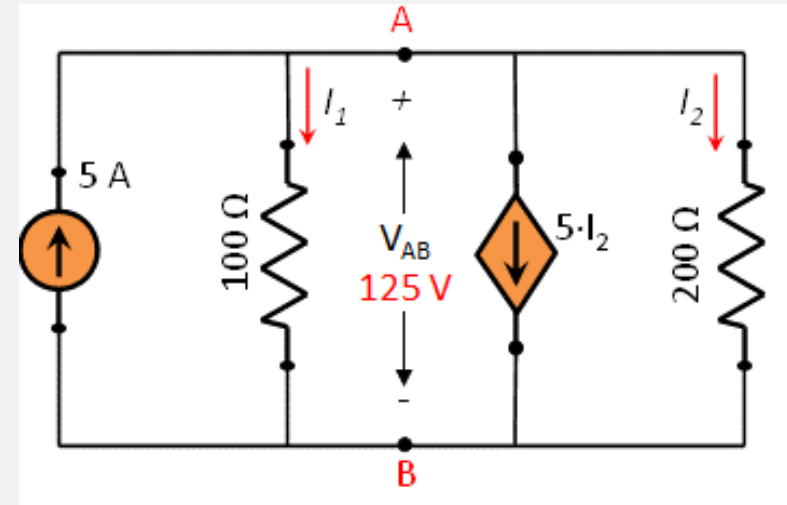
$$P_{5A} = V_{AB} \cdot (5A)$$

$$P_{5A} = (125 V)(5A) = 625 W$$

- Η εξαρτημένη πηγή ρεύματος καταναλώνει ισχύ

$$P_{5I_2} = V_{AB} \cdot 5I_2$$

$$P_{5I_2} = (125 V)(5 \cdot 0.625 A) \approx 391 W$$



(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

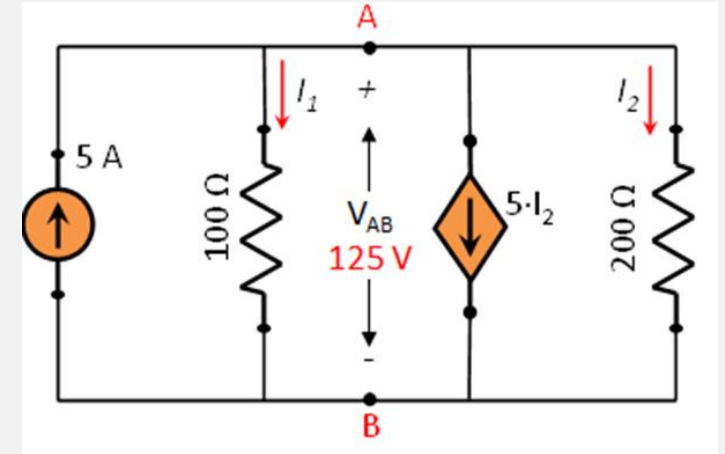
- Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_{100\Omega} = \frac{V_{AB}^2}{100}$$

$$P_{100\Omega} = \frac{125^2}{100} \approx 156 \text{ W}$$

και

$$P_{200\Omega} = \frac{125^2}{200} \approx 78 \text{ W}$$



Έλεγξε τις λύσεις ανοίγοντας το αρχείο ('*OPEN CIRCUIT*')

LNCh2_Circuit04

στο MultisimLive group ECE-UOWM MK18

<https://www.multisim.com/groups/ece-uowm-mk18/>

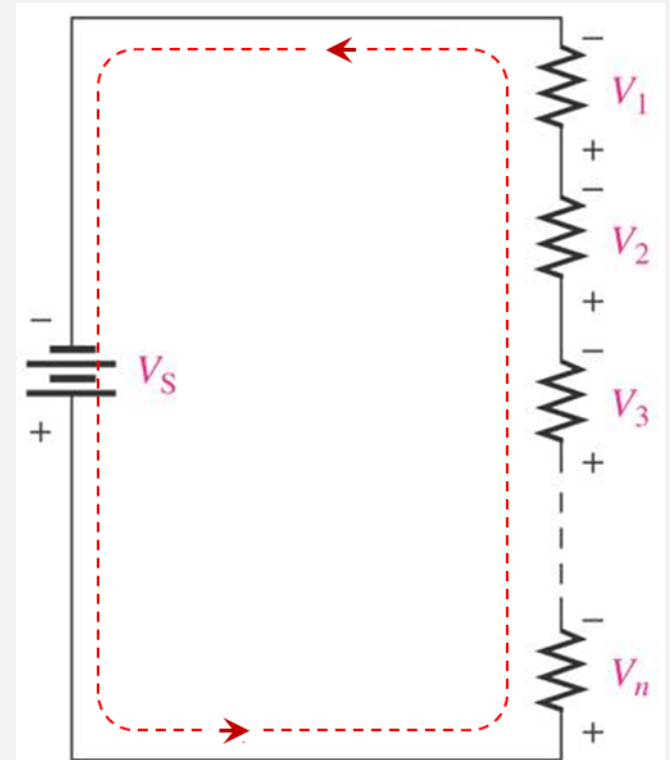
Ο Νόμος των Τάσεων του Kirchhoff

(Kirchhoff's Voltage Law)

Σε κάθε βρόχο (κλειστή διαδρομή) οποιουδήποτε κυκλώματος ισχύει ο **νόμος τάσεων του Kirchhoff**:

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των τάσεων κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής ισούται με το μηδέν

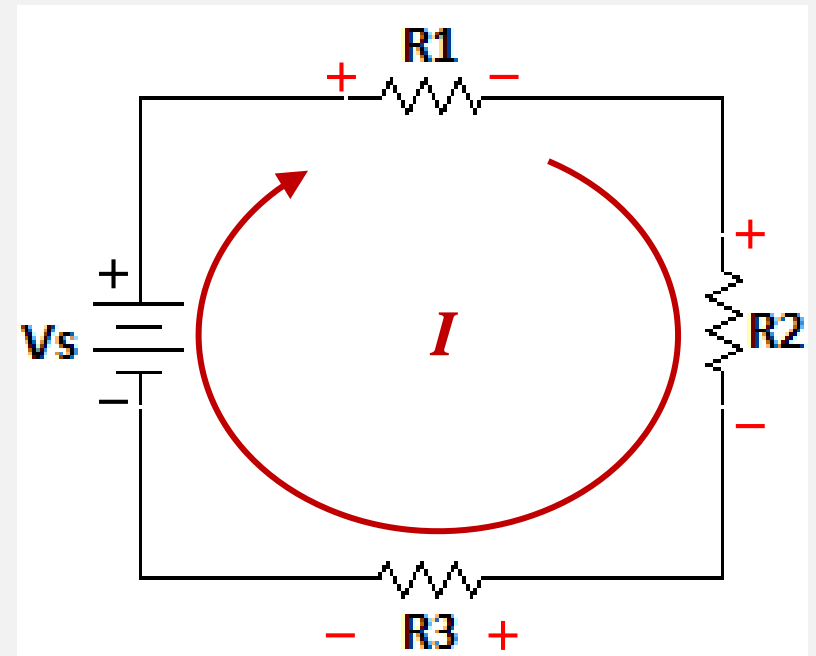
$$-V_S + V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = 0$$



Πως εφαρμόζουμε το νόμο των τάσεων του Kirchhoff: Τα βήματα

Βήμα 1^ο Σχεδιάζουμε το ρεύμα του βρόχου επιλέγοντας αυθαίρετα τη φορά.

Βήμα 2^ο Σημειώνουμε τις πτώσεις τάσης ($V = I \cdot R$) στις αντιστάσεις του βρόχου σύμφωνα με τη φορά του ρεύματος του βήματος 1. Η πολικότητα της πτώσης τάσης στην αντίσταση πέφτει στη φορά του ρεύματος



Βήμα 3^ο Γράφουμε το νόμο των τάσεων του Kirchhoff διατρέχοντας το βρόχο είτε δεξιόστροφα (CW) είτε αριστερόστροφα (CCW)

Παράδειγμα

$$(CW) \quad V_S - I \cdot R_1 - I \cdot R_2 - I \cdot R_3 = 0$$

Παράδειγμα

Υπολογίστε το ρεύμα I του κυκλώματος δίπλα.

Απάντηση

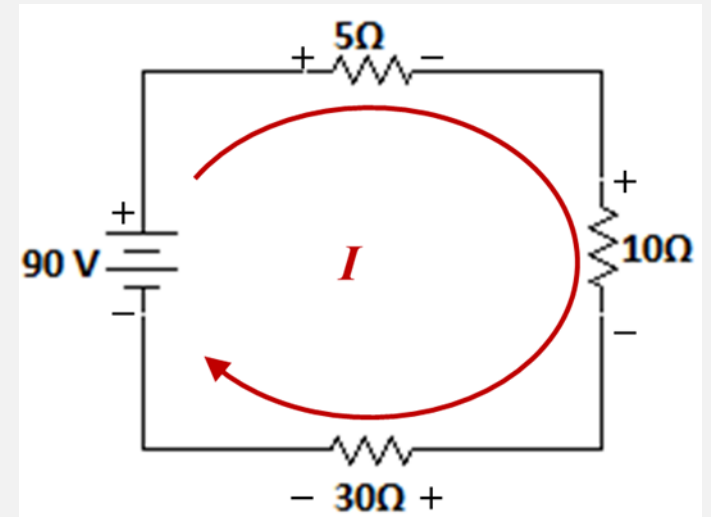
Διαγράφοντας το βρόχο, π.χ. CW, ο νόμος τάσεων Kirchhoff γράφεται

$$90 \text{ V} - I(5\Omega) - I(10\Omega) - I(30\Omega) = 0$$

Το ρεύμα υπολογίζεται λύνοντας αυτή την εξίσωση,

$$90 \text{ V} - I(45\Omega) = 0$$

$$I = \frac{90 \text{ V}}{45 \Omega} = 2 \text{ A}$$

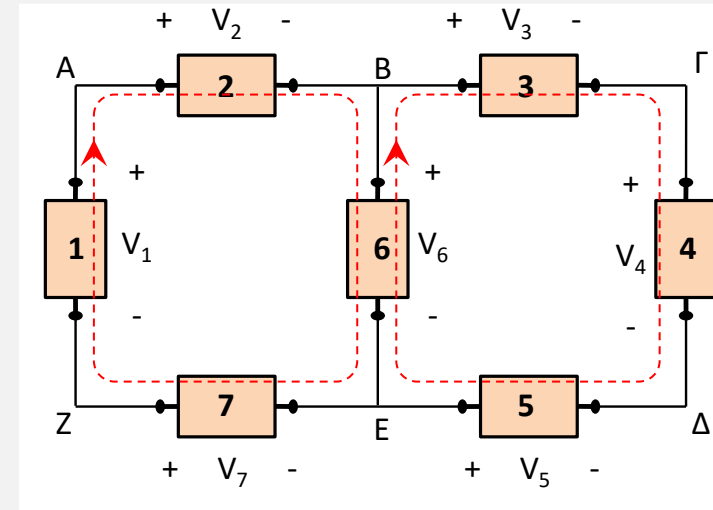


Παραδείγματα διατύπωσης του νόμου τάσεων Kirchhoff

1. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff για τον ελάχιστο βρόχο ABEZA του διπλανού σχήματος.

Απ.: Διατρέχοντας το βρόχο, π.χ. CW, ο νόμος γράφεται

$$V_1 - V_2 - V_6 + V_7 = 0$$



2. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff για τον ελάχιστο βρόχο BΓΔΕΒ του διπλανού σχήματος.

Απ.: Διατρέχοντας το βρόχο, π.χ. CW,

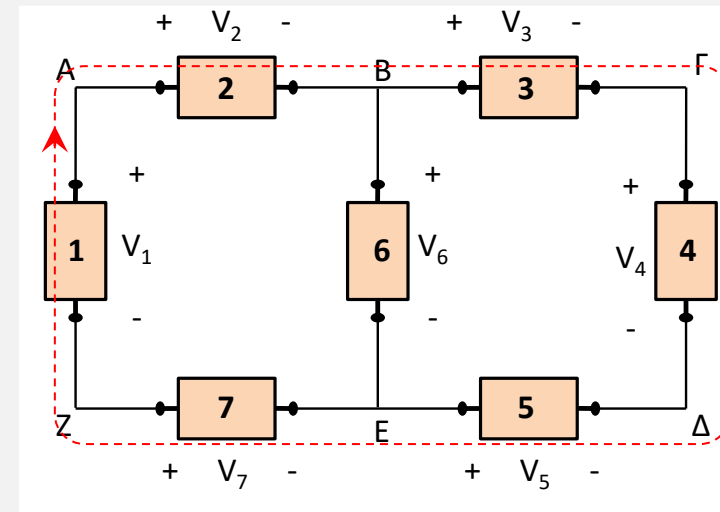
$$-V_3 - V_4 + V_5 + V_6 = 0$$

Παραδείγματα διατύπωσης του νόμου τάσεων Kirchhoff

3. Γράψτε το νόμο τάσεων του Kirchhoff για τον μη-ελάχιστο βρόχο ΑΒΓΔΕΖΑ.

Απ.: Διατρέχοντας το βρόχο, π.χ. CW, έχουμε:

$$V_1 - V_2 - V_3 - V_4 + V_5 + V_7 = 0$$



Σημείωση: Προσέξτε, η εξίσωση αυτή προκύπτει αν αθροίσουμε κατά μέρη τις εξισώσεις των δύο ελάχιστων βρόχων

Κανόνας: Γενικά, *σε ένα κύκλωμα μπορούμε να πάρουμε (από την εφαρμογή του νόμου τάσεων) τόσες ανεξάρτητες εξισώσεις όσοι είναι οι ελάχιστοι βρόχοι.*

Παράδειγμα

Υπολογίστε (α) την ένταση του ρεύματος και (β) την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή τάσης και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση του κυκλώματος.

Λύση

(α) Επιλέγουμε τη φορά του ρεύματος I αυθαίρετα

Σημειώνουμε την πολικότητα της πτώσης τάσης σε κάθε αντίσταση.

Γράφουμε το νόμο των τάσεων του Kirchhoff διατρέχοντας το βρόχο (έστω CW)

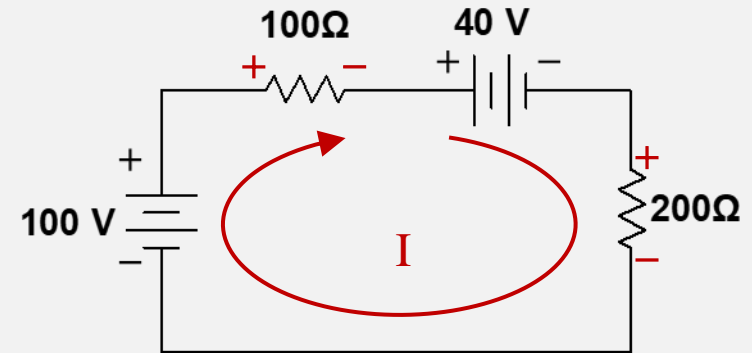
$$100V - (100\Omega) \cdot I - 40V - (200\Omega) \cdot I = 0$$

$$I = \frac{60}{300} = \mathbf{0.2 \text{ A}}$$

(β) Γνωρίζοντας το ρεύμα, οι ισχύς των στοιχείων υπολογίζεται εύκολα

- Η πηγή 100V παράγει ισχύ

$$P_{100V} = V \cdot I = (100 \text{ V})(0.2 \text{ A}) = 20 \text{ W}$$



Λύση (... συνέχεια)

- Η πηγή 40V καταναλώνει ισχύ

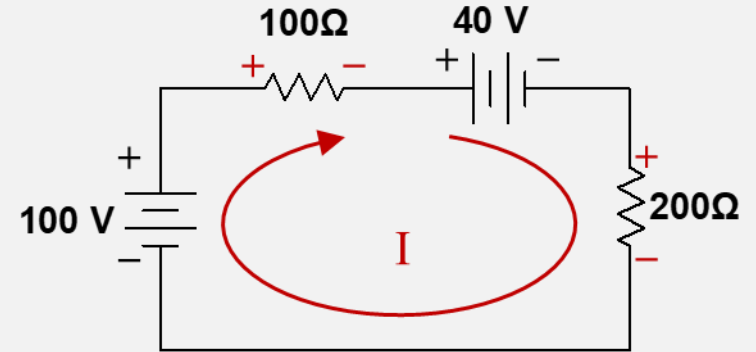
$$P_{40V} = (40 V)(0.2 A) = 8 W$$

- Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_{100\Omega} = I^2 \cdot R = (0.2)^2(100) = 4W$$

και

$$P_{200\Omega} = (0.2)^2 \cdot (200) = 8W$$



Σημείωση: Επιβεβαιώστε τα αποτελέσματά σας ελέγχοντας το “ενεργειακό ισοζύγιο” στο κύκλωμα: Η ισχύς που καταναλώνεται συνολικά στα στοιχεία του κυκλώματος ισούται με τη συνολική παραγόμενη ισχύ.

Έλεγε τις λύσεις ανοίγοντας το αρχείο

LNCh2_Circuit05

στο MultisimLive group ECE-UOWM MK18 <https://www.multisim.com/groups/ece-uowm-mk18/> 41

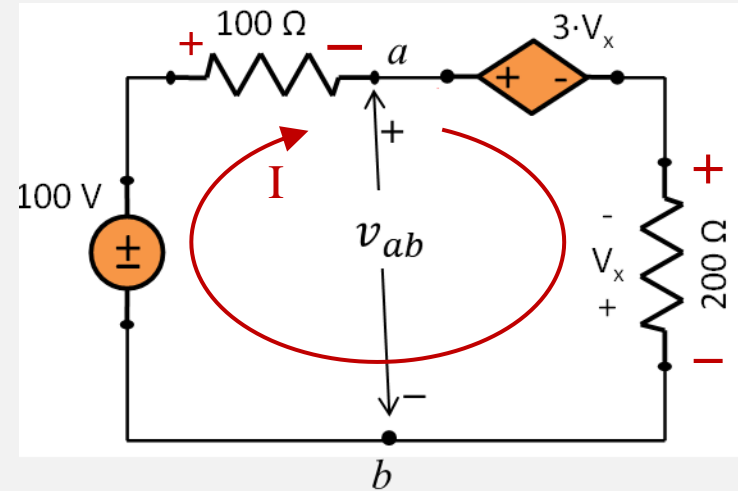
Παράδειγμα

(α) Υπολογίστε το ρεύμα του κυκλώματος.

Λύση

(α) Επιλέγουμε τη φορά του ρεύματος I αυθαίρετα

Σημειώνουμε την πολικότητα της πτώσης τάσης στην αντίσταση 100Ω .



Γράφοντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff (έστω CW), έχουμε την εξίσωση:

$$100V - I(100) - 3 \cdot V_x - I(200) = 0$$

$$100V - I(300) - 3 \cdot V_x = 0 \quad (1)$$

Όμως, από την πτώση τάσης στην 200Ω , έχουμε $V_x = -I \cdot 200$

Αντικαθιστώντας την τιμή της V_x από την (1), έχουμε

$$100V - I(300) + I(200) = 0 \Rightarrow I = -0.33 \text{ A}$$

(συνεχίζεται ...)

(β) Υπολογίστε την τάση v_{ab} .

Λύση

Για τον υπολογισμό της τάσης v_{ab} μπορούμε να εφαρμόσουμε πάλι το νόμο τάσεων του Kirchhoff σε μια διαδρομή που να περιέχει τη ζητούμενη τάση,

π.χ., στη διαδρομή $acdba$

(διατρέχοντας CW)

$$-3V_x + V_x + v_{ab} = 0$$

$$v_{ab} = 2V_x$$

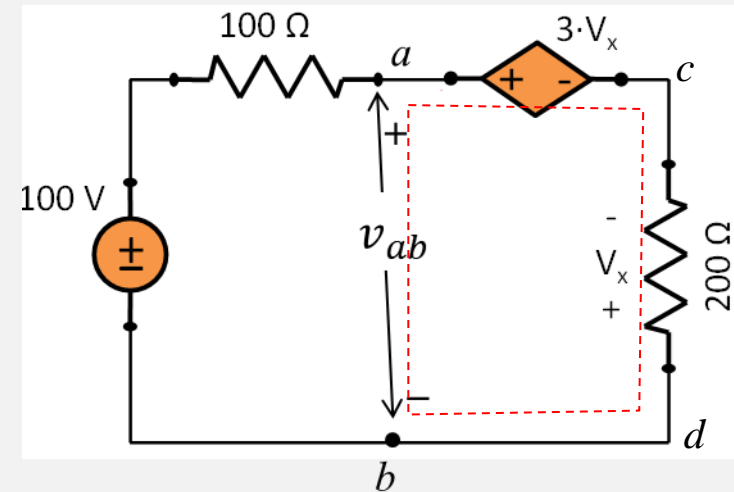
Όμως, επειδή $V_x = -I(200\Omega)$ και $I = -0.33\text{ A}$

δηλαδή, $V_x = -(-0.33\text{ A})(200\Omega) \cong 67\text{ V}$

έχουμε

$$v_{ab} \cong 2(67\text{ V})$$

$$v_{ab} \cong 134\text{ V}$$

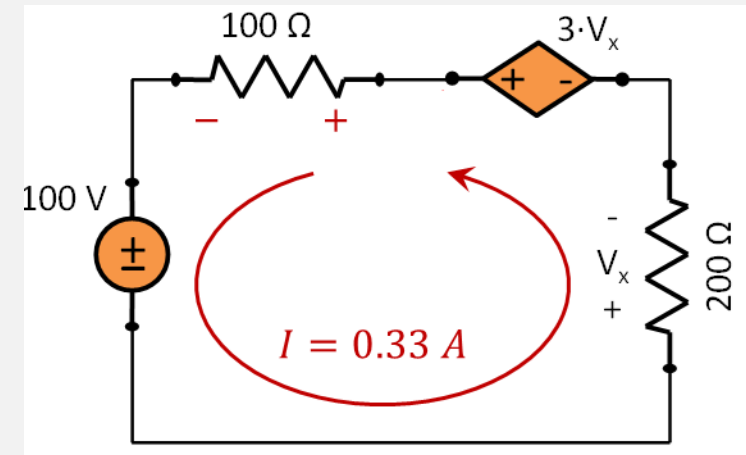
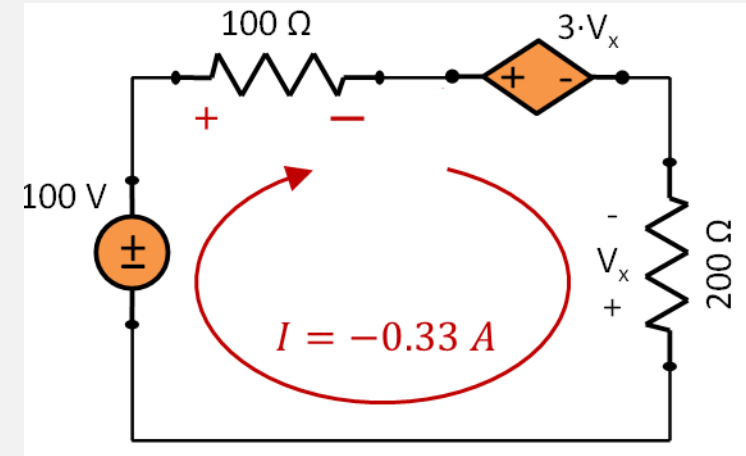


(συνεχίζεται ...)

Λύση (. . . συνέχεια)

Σημείωση: Το αρνητικό πρόσημο στο ρεύμα σημαίνει ότι η φορά του είναι αντίθετη από αυτή που αρχικά υποθέσαμε,

δηλαδή, η φορά του στο κύκλωμα ρεύματος είναι CCW, όπως δείχνει η κάτω εικόνα (προσέξτε την αλλαγή στην πολικότητα της πτώσης τάσης στην αντίσταση 100Ω).



(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

(γ) Υπολογίστε την ισχύ που παρέχει ή καταναλώνει κάθε πηγή τάσης και την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντίσταση

Λύση

Γνωρίζοντας το ρεύμα I και τις τάσεις, υπολογίζουμε την ισχύ κάθε στοιχείου του κυκλώματος.

- Η πηγή 100V καταναλώνει ισχύ (γιατί;)

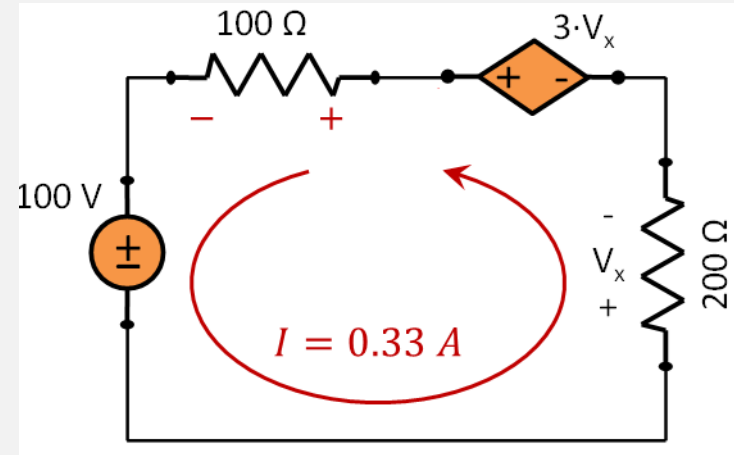
$$P_{100V} = V \cdot I = (100 \text{ V})(0.33 \text{ A}) = 33 \text{ W}$$

- Η εξαρτημένη πηγή παράγει ισχύ

$$P_{3 \cdot V_x} = (3 \cdot V_x) \cdot I$$

$$V_x = (0.33 \text{ A})(200 \Omega) \approx 66 \text{ V}$$

$$\text{Οπότε, } P_{3 \cdot V_x} = (3 \cdot 66 \text{ V})(0.33 \text{ A}) \approx 66 \text{ W}$$



(συνεχίζεται . . .)

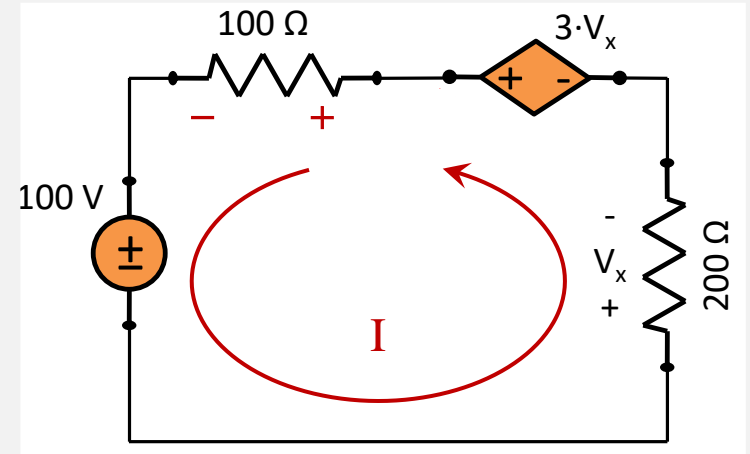
Λύση (. . . συνέχεια)

Η ισχύς που καταναλώνει κάθε αντίσταση είναι:

$$P_{100\Omega} = I^2 \cdot R = (0.33)^2(100) \approx 11\text{W}$$

και

$$P_{200\Omega} = (0.33)^2 \cdot (200) = 22\text{ W}$$



Έλεγξε τις λύσεις ανοίγοντας το αρχείο

LNCh2_Circuit06

στο MultisimLive group ECE-UOWM MK18 <https://www.multisim.com/groups/ece-uowm-mk18/>

Παράδειγμα

Υπολογίστε τις τάσεις και τα ρεύματα του κυκλώματος.

Λύση

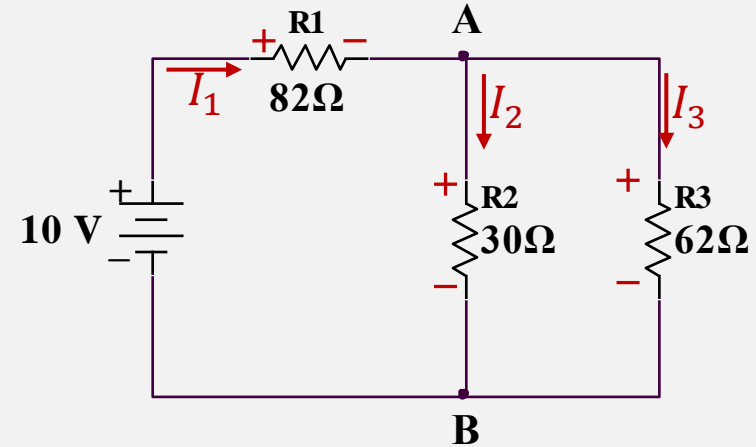
Το κύκλωμα περιλαμβάνει μία πηγή τάσης και 3 αντιστάσεις και αποτελείται από

- 2 κόμβους (A και B)
- 3 κλάδους (τον κλάδο που έχει την πηγή των 10 V και την αντίσταση R_1 , τον κλάδο της αντίστασης R_2 και τον κλάδο της αντίστασης R_3).
- 3 βρόχους (2 ελάχιστους και έναν μη ελάχιστο)

Θέτουμε τα ρεύματα I_1 , I_2 και I_3 των τριών κλάδων, επιλέγοντας τη φορά τους αυθαίρετα και σημειώνουμε την πολικότητα της πτώσης τάσης στην κάθε αντίσταση.

Από τους 2 κόμβους μπορούμε να γράψουμε 1 εξίσωση χρησιμοποιώντας τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff, π.χ., για τον κόμβο A

$$I_1 = I_2 + I_3$$



(συνεχίζεται...)

Λύση (. . . συνέχεια)

Από τους 2 ελάχιστους βρόχους μπορούμε να γράψουμε 2 εξισώσεις χρησιμοποιώντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff.

Για τον αριστερό βρόχο, διατρέχοντάς τον, π.χ., δεξιόστροφα, γράφουμε

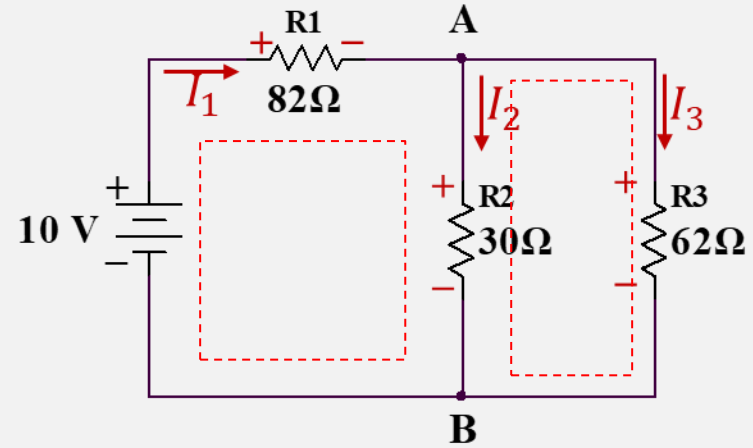
$$10 \text{ V} - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = 0$$

$$10 - 82 \cdot I_1 - 30 \cdot I_2 = 0$$

Για τον δεξιό βρόχο (διατρέχοντας δεξιόστροφα), γράφουμε

$$I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$30 \cdot I_2 - 62 \cdot I_3 = 0$$



$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$10 - 82 \cdot I_1 - 30 \cdot I_2 = 0$$

$$30 \cdot I_2 - 62 \cdot I_3 = 0$$

(συνεχίζεται . . .)

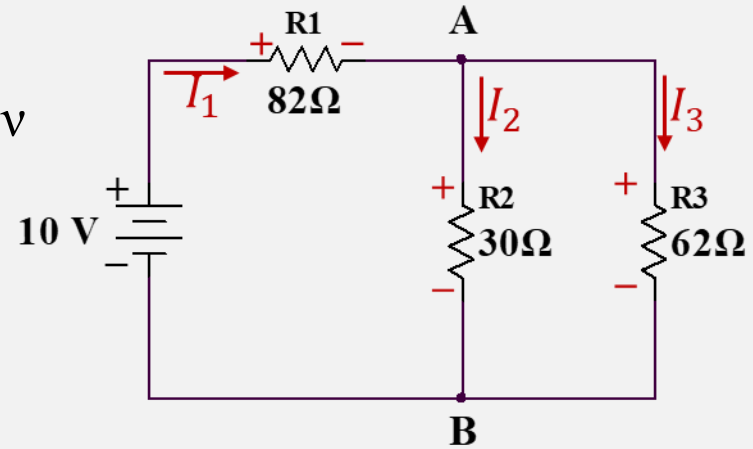
Λύση (. . . συνέχεια)

Έχουμε ένα απλό γραμμικό σύστημα εξισώσεων ρευμάτων

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

$$10 - 82 \cdot I_1 - 30 \cdot I_2 = 0 \quad (2)$$

$$30 \cdot I_2 - 62 \cdot I_3 = 0 \quad (3)$$



Λύνοντας το σύστημα, βρίσκουμε τις τιμές των τριών ρευμάτων

$$I_1 = 97.6 \text{ mA}$$

$$I_2 = 65.8 \text{ mA}$$

$$I_3 = 31.8 \text{ mA}$$

Οι πτώσεις τάσης στις αντιστάσεις υπολογίζονται από το νόμο του Ohm,

- για την R_1 : $V_{R_1} = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow V_{R_1} = (97.6 \text{ mA})(82 \Omega) \Rightarrow V_{R_1} = 8.0 \text{ V}$

- για την R_2 : $V_{R_2} = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V_{R_2} = (65.8 \text{ mA})(30 \Omega) \Rightarrow V_{R_2} \approx 2.0 \text{ V}$

- Τέλος, $V_{R_3} = V_{R_2} = 2.0 \text{ V}$ διότι οι αντιστάσεις R_2 και R_3 συνδέονται παράλληλα

Τέλος 2^{ου} κεφαλαίου