Ψηφιακή Σχεδίαση

Ενότητα 1: Εισαγωγή σε βασικές έννοιες δυαδικού συστήματος

Δρ. Ζιούζιος Δημήτρης
dziouzios@uowm.gr

Σκοπός της ενότητας

- Εισαγωγή στα δυαδικά και αριθμητικά συστήματα.
- Κατανόηση βασικών εννοιών του μαθήματος ψηφιακή σχεδίαση.

Εισαγωγή

- Ζούμε σε μια ψηφιακή **(digital)** εποχή.
- Τα ψηφιακά κυκλώματα είναι παντού.
- DIGIT (ψηφίο-αριθμός)**: από ‘DIGITUS’ της Λατινικής = δάχτυλο. «Οποιοσδήποτε από τους αραβικούς αριθμούς 0-9». « Ένα από τα στοιχεία που συνδυάζονται για να σχηματίσουν αριθμούς στο δεκαδικό σύστημα».**
- DIGITAL (ψηφιακό)**: σχετικά με / χρήση για τον υπολογισμό με αριθμητικές μεθόδους ή με διακριτές μονάδες».**

Γιατί χρησιμοποιούμε τη λέξη digital;

- Αρχικά οι υπολογιστές χρησιμοποιούνταν για αριθμητικούς υπολογισμούς.
- Χρησιμοποιούσαν *discrete elements of information*: **digits** (διακριτά στοιχεία πληροφορίας).
- Για αυτό δημιουργήθηκε ο όρος **‘**ψηφιακός υπολογιστής**’.**

Ψηφιακά Σήματα

- Τα ψηφιακά σήματα αναγνωρίζονται ως διαφορετικά επίπεδα τάσεων.
- Για την υλοποίηση και το χειρισμό ψηφιακών σημάτων χρησιμοποιούνται τα τρανζίστορ.
- Τα πιο διαδεδομένα ψηφιακά σήματα έχουν μόνο **2** τιμές **=>** δυαδικά.
- Όλα αναπαριστώνται με **0** και **1**.

Πως δημιουργούνται τα ψηφιακά σήματα;

- Είναι ήδη διακριτά στοιχεία (π.χ. Η μισθοδοσία).
- Κβαντίζονται/Δειγματοληπτούνται από μια συνεχή διαδικασία (π.χ. Ήχος).

Γιατί χρησιμοποιούμε ψηφιακά κυκλώματα;

- Οι ψηφιακές συσκευές είναι προγραμματιζόμενες, έτσι ώστε απλά αλλάζοντας το πρόγραμμα το ίδιο υλικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για διαφορετικές εφαρμογές.
- Βελτιώσεις στην ψηφιακή τεχνολογία ολοκληρωμένων κυκλωμάτων θεωρούνται η ακρίβεια και η αξιοπιστία
- Ψηφιακά συστήματα είναι οι διασυνδέσεις των ψηφιακών μονάδων.

Πως δημιουργούνται τα ψηφιακά κυκλώματα;

- Κάθε ψηφιακό κύκλωμα υλοποιεί μια λογική λειτουργία.
- Ο συνδυασμός ψηφιακών κυκλωμάτων σχηματίζει μια πιο πολύπλοκη λογική λειτουργία (της μονάδας).
- Με τον συνδυασμό ενοτήτων επιτυγχάνεται η λειτουργία των συσκευών.
- Θα μελετήσουμε διαφορετικούς τύπους των ψηφιακών κυκλωμάτων και θα μάθουμε να αναλύουμε τη λειτουργία τους και τον τρόπο σχεδιασμού ψηφιακών κυκλωμάτων που επιτυγχάνουν την επιθυμητή λογική λειτουργία.

Τι γνώσεις θα αποκομίσετε στο τέλος; (1)

- Κατανόηση:
  - Των Αριθμητικών συστημάτων.
  - Της άλγεβρας Boole.
  - Σχεδιασμό Συνδυαστικών κυκλωμάτων.
  - Σχεδιασμό Ακολουθιακών κυκλωμάτων.

Τι γνώσεις θα αποκομίσετε στο τέλος; (2)

Λογικός Σχεδιασμός και Σχεδιασμός Η/Υ

Βασικές έννοιες & εργαλεία που χρησιμοποιούνται για σχεδιασμό ψηφιακού υλικού (από ψηφιακά κυκλώματα)

Επιπρόσθετες έννοιες & εργαλεία που χρησιμοποιούνται για το σχεδιασμό Υπολογιστικών Συστημάτων

Σχεδιασμός Ψηφιακών Συστημάτων

Κυρίως όμως...

- Θα καταλάβετε ΠΩΣ λειτουργούν τα ψηφιακά κυκλώματα.
- Θα αποκτήσετε βασικές γνώσεις για πλήθος μαθημάτων.
- Θα καταλάβετε τι σημαίνει ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΟΧΗ.

Στην Μάθηση η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ είναι πιό σημαντική από τα ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

- Τεχνικές και δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων μπορείτε να αποκτήσετε μόνο μέσω της πρακτικής και μέσα από τη μελέτη των ολοένα και πιο δύσκολων προβλημάτων. Οι εργασίες περιλαμβάνουν όλες επίλυση προβλημάτων. Είναι πολύ σημαντικό να καταλαβαίνετε πώς θα λυθεί το πρόβλημα, και όχι απλώς να είστε ευχαριστημένοι με την λειτουργία ενός προγράμματος που παράγει τα ζητούμενα αποτελέσματα.
- Το ΠΩΣ - είναι πιο σημαντικό από το ΚΑΝΩ.
- Μετά την αποφοίτησή σας: Κανείς δεν θα σας ρωτήσει για τους βαθμούς σας! Ο καθένας θα ρωτήσει αν μπορείτε να λύσετε τα προβλήματα.

Αριθμητικά Συστήματα - Δεκαδικό

- ΄Βάση΄ 10 (το radix είναι 10)
- 10 ψηφία: 0 εώς 9
- $(251.3)_{10} = 2*10^2 + 5*10^1 + 1*10^0 + 3*10^{-1}$
- Σημείωση: '.' ονομάζεται η υποδιαστολή για το σύστημα radix (υποδιαστολή για τη βάση 10).

Αριθμητικά Συστήματα – Γενικά (1)

Γενικά ένας δεκαδικός αριθμός με n ψηφία αριστερά (πριν) από την υποδιαστολή, και m ψηφία στα δεξιά (μετά) γράφεται ως ακολούθως: $\mathbf{A_{n-1}\ A_{n-2} \ldots A_1\ A_0\ .\ A_{-1}\ A_{-2} \ldots A_{-m+1}\ A_{-m}}$

$\mathbf{A_i}$ λέγεται <u>συντελεστής</u> (coefficient) και παίρνει τιμές μεταξύ 0…9, ενώ το i δείχνει το <u>βάρος</u> (την τάξη) (=$\mathbf{10^i}$) του $\mathbf{A_i}$.

Αριθμητικά Συστήματα – Γενικά (2)

- ΄΄Βάση΄΄ r (radix r)
- r ψηφία

- $N_r = A_{n-1} * \underline{r}^{n-1} + A_{n-2} * r^{n-2} + \ldots + A_1 * r^1 + A_0 +$
  $A_{-1} * r^{-1} + A_{-2} * r^{-2} + \ldots + A_{-m} * r^{-m}$

Περισσότερο σημαντικό ψηφίο (Most Significant Bit-MSB)

Λιγότερο σημαντικό ψηφίο (Least Significant Bit-LSB)

Αριθμητικά Συστήματα - Παράδειγμα

- **Π.χ. r=6 $(312.4)_6 = 3*6^2 + 1*6^1 + 2*6^0 + 4*6^{-1} = (116.66)_{10}$**
- Μετατροπή από n-δικό (οποιοδήποτε σύστημα με radix n) σε δεκαδικό ακολουθεί παρόμοια διαδικασία.

Αριθμητικά Συστήματα…

- Τα πιο κοινά αριθμητικά συστήματα για Η/Υ:
  - Δυαδικό (r = 2) (Binary)
  - Οκταδικό (r = 8) (Octal)
  - Δεκαεξαδικό (r = 16) (Hexademical)

Δυαδικοί Αριθμοί – βάση 2

- Οι Η/Υ αναπαριστούν όλα τα δεδομένα σαν ‘συμβολοσειρές bits’, κάθε bit είναι 0 ή 1.
- ‘βάση’ 2, με ψηφία: 0 και 1

- Π.χ. $(101101.10)_2 = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2}$

(σε δεκαδικό) $= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 + ½ + 0 = (45.5)_{10}$

Δυνάμεις του 2

n	2^n	n	2^n	n	2^n
0	1	8	256	16	65,536
1	2	9	512	17	131,072
2	4	10	1,024	18	262,144
3	8	11	2,048	19	524,288
4	16	12	4,096	20	1,048,576
5	32	13	8,192	21	2,097,152
6	64	14	16,384	22	4,194,304
7	128	15	32,768	23	8,388,608

Δεκαεξαδικοί αριθμοί

- r = 16
- Ψηφία (σύμβαση) : 0.. 9, A, B, C, D, E, F
- A = 10, B = 11, …, F = 15
- π.χ.

$$(3FB)_{16} = 3*16^2 + 15*16^1 + 11*16^0$$

$$\text{(σε δεκαδικό)} = 768 + 240 + 11$$

$$= (1019)$$

Μετατροπή Δεκαδικού σε Δυαδικό

N είναι ένας δεκαδικός αριθμός.

a)Βρείτε το μεγαλύτερο αριθμό που είναι δύναμη του 2 και αφαιρείται από το N παράγει μια θετική διαφορά N_1 ($N = 2^x + N_1$).

b) Βάλτε 1 στο MSB.

c) Εκτελέστε αναδρομικά το a), ξεκινώντας από το N_1 και βρίσκοντας την διαφορά N_2 , βάζοντας 1 στα bit που αναλογούν στο x και 0 στα υπόλοιπα bit.

   Σταματήστε όταν η διαφορά είναι 0.

Μετατροπή Δεκαδικού σε Δυαδικό (παράδειγμα)

π.χ. $N=(717)_{10}$

$717 - 512 = 205 = N_1$	$512 = 2^9$	$(x = 9)$
$205 - 128 = 77 = N_2$	$128 = 2^7$	$(x = 7)$
$77 - 64 = 13 = N_3$	$64 = 2^6$	$(x = 6)$
$13 - 8 = 5 = N_4$	$8 = 2^3$	$(x = 3)$
$5 - 4 = 1 = N_5$	$4 = 2^2$	$(x = 2)$
$1 - 1 = 0 = N_6$	$1 = 2^0$	$(x = 0)$

$$(717)_{10} = 2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$

$$= (1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1)_2$$

Δυαδικό σε οκταδικό και δεκαεξαδικό

- Οκταδικό
  : $8 = 2^4$
- κάθε 3 bits μεταφράζονται σε 1 οκταδικό.

- Δεκαεξαδικό:
  $16 = 2^4$
- κάθε 4 bits μεταφράζονται σε 1 δεκαεξαδικό.

Δυαδικοί Αριθμοί

Δεκαδικό Σύστημα: Βάση το 10, ψηφία 10 και συντελεστές x δυνάμεις του 10.

$7392.25 = 7x10^3 + 3x10^2 + 9x10^1 + 2x10^0 + 2x10^{-1} + 5x10^{-2}$

$a_3a_2a_1a_0a_{-1}a_{-2}$ όπου $0 \leq a_i \leq 9$, …. + ax_i10^i + …

Δυαδικό Σύστημα: Βάση το 2, ψηφία 2 και συντελεστές x δυνάμεις του 2.

$1011.01 = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 2x2^0 + 2x2^{-1} + 5x2^{-2}$

$a_3a_2a_1a_0a_{-1}a_{-2}$ όπου $0 \leq a_i \leq 9$, …. + ax_i2^i + …

r-αδικό Σύστημα: Βάση το r, ψηφία r και συντελεστές x δυνάμεις του r.

$a_na_{n-1} \ldots a_2a_1a_0a_{-1}a_{-2} \ldots.a_{-rn} = a_nr^n + a_{n-1}r^{n-1} + \ldots + a_2r^2 + a_1r^1 + a_0r^0 + a_{-1}r^{-1}$
$a_{-2}r^{-2} \ldots. a_{rn}r^{-rn}$ όπου $0 \leq a_i \leq r - 1$

Αριθμοί σε διαφορετικές βάσεις

Δεκαδικό (βάση 10)	Δυαδικό (βάση 2)	Οκταδικό (βάση 8)	Δεκαεξαδικό (βάση 16)
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

$$\begin{array}{r} 101101 \\ +100111 \\ \hline 1010100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101101 \\ -\ 100111 \\ \hline 000110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times\ 101 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 1011 \\ \hline 110111 \end{array}$$

Μετατροπή αριθμού σε Βάση r σε Δεκαδικό Αριθμό

<u>r-αδικό σύστημα αρίθμησης</u>:

Πολλαπλασιάζουμε κάθε συντελεστή με την αντίστοιχη δύναμη του r και κάνουμε πρόσθεση.

$(630.4)_8 = 6 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 0 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = 384 + 24 + 0.5 = (408.5)_{10}$

<u>Δυαδικό σύστημα αρίθμησης:</u>

Βρίσκουμε το άθροισμα των δυνάμεων του 2 εκείνων των συντελεστών που έχουν τιμή 1.

$(1010.011)_2 = 2^3 + 2^1 + 2^{-2} + 2^{-3} = 8 + 2 + 0.25 + 0.125$
$= (10.375)_{10}$

Μετατροπή δεκαδικών αριθμών σε οποιαδήποτε βάση r (1)

• Ακέραιο Μέρος: Αναδρομικά, διαιρέστε το ακέραιο μέρος δια τη βάση, κρατώντας το υπόλοιπο μέχρι το ακέραιο μέρος να γίνει 0.

• π.χ. $(153)_{10} = (?)_8$, r = 8

153/ 8 = 19 + 1/8	υπόλοιπο = 1 LSB
19 / 8 = 2 + 3/8	υπόλοιπο = 3
2 / 8 = **0** + 2/8	υπόλοιπο = 2 MSB

τέλος

$(153)_{10} = (231)_8$

Μετατροπή δεκαδικών αριθμών σε οποιαδήποτε βάση r (2)

- Κλασματικό Μέρος: Αναδρομικά, πολλαπλασιάστε το κλασματικό μέρος επί τη βάση κρατώντας το ακέραιο μέρος μέχρι το κλασματικό μέρος να γίνει 0.
- π.χ. $(0.78125)_{10} = (\ ?\ )_{16}$, r = 16

0.78125 * 16 = 12.5 ακέραιος = 12 = C MSB

0.5 * 16 = 8.**0** ακέραιος = 8 = 8 LSB

τέλος

- $(0.78125)_{10} = (0.C8)_{16}$

Μετατροπή δεκαδικών αριθμών σε οποιαδήποτε βάση r (3)

Ακέραιο Μέρος

Διαδοχικές διαιρέσεις με r. Οι συντελεστές είναι τα υπόλοιπα.

$X = a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \ldots + a_2 r^2 + a_1 r^1 + a_0$

$X \bmod r = a_0$

$(X / r)_{\text{αποκοπή}} = a_n r^{n-1} + a_{n-1} r^{n-2} + \ldots + a_2 r^1 + a_1$

Παράδειγμα: Μετατροπή του 41 στο δυαδικό σύστημα.

41 : 2 = 20 + 1 / 2

20 : 2 = 10 + 0 / 2

10 : 2 = 5 + 0 / 2 $\rightarrow (41)_{10} = (101001)_2$

5 : 2 = 2 + 1 / 2

2 : 2 = 1 + 0 / 2

1 : 2 = 0 + 1 / 2

Μετατροπή δεκαδικών αριθμών σε οποιαδήποτε βάση r (4)

<u>Ακέραιο Μέρος</u>

$X = a_{-1} r^{-1} + a_{-2} r^{-2} + \ldots + a_{rn} r^{-rn}$

$X * r = a_{-1} + a_{-2} r^{-1} + \ldots + a_{rn} r^{-(rn-1)}$

$(X * r)_{\text{ακέραιο μέρος}} = a_{-1}$

$(X * r)_{\text{χωρίς ακέραιο μέρος}} = a_{-2} r^{-1} + \ldots + a_{rn} r^{-(rn-1)}$

Διαδοχικοί Πολλαπλασιασμοί με r. Οι συντελεστές είναι τα ακέραια μέρη.

Παράδειγμα: Μετατροπή του .6875 στο δυαδικό σύστημα.

.6875 x 2 = 1 .3750
.3750 x 2 = 0 .7500
.7500 x 2 = 1 .5000
.5000 x 2 = 1 .0000

$\rightarrow (.6875)_{10} = (.1011)_{2}$

Μετατροπή 8-/16-αδικού αριθμού σε Δυαδικό και αντίστροφα

Κάθε Οκταδικό/Δεκαεξαδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε ¾ δυαδικά ψηφία: Εύκολη Μετατροπή & Συμπίεση Δεδομένων.

<u>Παράδειγμα</u>: 8-αδικό σε δυαδικό και αντίστροφα.

010	110	001	101	011	111	100	000	110
2	6	1	5	3	7	4	0	6

<u>Παράδειγμα</u>: 16-αδικό σε δυαδικό και αντίστροφα.

0010	1100	0110	1011	1111	0000	0110
2	C	6	B	F	0	6

Μετατροπή βάσης αριθμού: Ανακεφαλαίωση

1) Μετατροπή από r-αδικό σε δεκαδικό:

Πολλαπλασιάζουμε τους συντελεστές με τις αντίστοιχες δυνάμεις της βάσης r και προσθέτουμε.

2) Μετατροπή από δεκαδικό σε r-αδικό:

Χωρίζουμε ακέραιο και κλασματικό μέρος.

Ακέραιος μέρος: Διαιρούμε συνέχεια με r και κρατάμε το υπόλοιπο.

3) Μετατροπή από 8-αδικό/16-αδικό σε δυαδικό:

Αντικαθιστούμε κάθε ψηφίο με τον αντίστοιχο 3-ψηφίο/4-ψηφίο δυαδικό αριθμό.

4) Μετατροπή από δυαδικό σε 8-αδικό/16-αδικό:

Ομαδοποιούμε τα δυαδικά ψηφία σε τριάδες/τετράδες και αντικαθιστούμε κάθε μια με το αντίστοιχο ψηφίο του 8-/16-αδικού.

Δυαδικές αριθμητικές πράξεις - Πρόσθεση

- Ακολουθεί τους ίδιους κανόνες με τη δεκαδική πρόσθεση, με την διαφορά ότι όταν το άθροισμα είναι 2 (και όχι 10) έχουμε κρατούμενο.
- Νέοι κανόνες κρατουμένου:
    - 0 + 0 = 0c0 (άθροισμα 0 με carry 0)
    - 0 + 1 = 1 + 0 = 1c0
    - 1 + 1 = 0c1
    - 1 + 1 + 1 = 1c1

Κρατούμενο	1 1 1 1 1 0
Προσθετέος Α	0 0 1 0 0 1
Προσθετέος Β	0 1 1 1 1 1
Αποτέλεσμα	**1 0 1 0 0 0**

Υπερχείλιση

- Εάν το μέγεθος της λέξης (word) είναι n bits και το αποτέλεσμα του αθροίσματος είναι (n+1) bits, έχουμε **υπερχείλιση** (overflow).
  - Το αποτέλεσμα δεν μπορεί να αναπαρασταθεί ορθά (πλήρως) με n bits.

- Υπερχείλιση δεν συμβαίνει ποτέ στην αφαίρεση. Γιατί;

Δυαδικές Αριθμητικές Πράξεις - Αφαίρεση

- Νέοι κανόνες δανεικού (borrow).
  - 0 - 0 = 1 - 1 = 0b0 (αποτέλεσμα 0 με δανεικό 0)
  - 1 - 0 = 1b0
  - 0 - 1 = 1b1
  - …

Δανεικό	1 1 0 0
Αφαιρετέος	1 1 0 1 1
Αφαιρέτης	0 1 1 0 1
Αποτέλεσμα	**0 1 1 1 0**

Συμπληρώματα

Τα συμπληρώματα απλοποιούν την πράξη της αφαίρεσης:

α) Συμπλήρωμα ως προς Βάση

β) Συμπλήρωμα ως προς Βάση-1

<u>Συμπλήρωμα ως προς Βάση r-1</u>

$$A' = (r^n - 1) - A$$

Δεκαδικό σύστημα: (για 3 ψηφία) Α’ = 9999 – Α

$\Rightarrow$Αφαίρεση κάθε ψηφίου του Α από το 9 (δεν υπάρχουν κρατούμενα)

Δυαδικό σύστημα: Α’ = 11…1 -Α

$\Rightarrow$Αντιστροφή κάθε ψηφίου

1011010011 ‘ = 0100101100

Συμπληρώματα (2)

Συμπλήρωμα ως προς βάση r

$$A_{\sigma r} = r^n - A \text{ για } A \neq 0 \text{ και } A_{\sigma r} = 0 \text{ για } A = 0$$

$$A_{\sigma r} = r^n - A - 1+1 = [(r^n -1) - A] + 1 = A' + 1$$

Εύρεση του συμπληρώματος ως προς r-1 και πρόσθεση του 1.

$$1011010011_{\sigma 2} = 0100101100 + 1 = 0100101101$$

Συμπλήρωμα ως προς 1

Το **συμπλήρωμα ως προς 1** ενός δυαδικού αριθμού ορίζεται ως η τιμή που παίρνουμε όταν **αντιστρέφουμε** όλα τα ψηφία (bits) του δυαδικού αριθμού (αλλάζοντας τα 0 σε 1 και το αντίστροφο - το 0 είναι το συμπλήρωμα του 1 και το αντίθετο). Ο αριθμός αυτός λειτουργεί ως ο αρνητικός αριθμός του αρχικού αριθμού σε πράξεις όπως η δυαδική πρόσθεση.

Το συμπλήρωμα ως προς 1 παρουσιάζει κάποια προβλήματα στην εφαρμογή του (όπως την ύπαρξη δύο αναπαραστάσεων του μηδέν - του θετικού και του αρνητικού μηδέν) και σπάνια χρησιμοποιείται στους υπολογιστές. Στους σύγχρονους υπολογιστές χρησιμοποιείται το **συμπλήρωμα ως προς 2**.

Συμπλήρωμα ως προς 2

Το **συμπλήρωμα ως προς 2** ενός δυαδικού αριθμού ορίζεται ως η τιμή που παίρνουμε όταν **αντιστρέφουμε** όλα τα ψηφία (bits) του δυαδικού αριθμού (αλλάζοντας τα 0 σε 1 και το αντίστροφο - το 0 είναι το συμπλήρωμα του 1 και το αντίθετο) και **στην συνέχεια προσθέτουμε το 1**.

Δηλαδή, για να υπολογίσουμε το συμπλήρωμα ως προς 2, υπολογίζουμε πρώτα το συμπλήρωμα ως προς 1 και στην συνέχεια προσθέτουμε το 1. Στα ψηφιακά κυκλώματα υπολογιστών χρησιμοποιείται το συμπλήρωμα ως προς 2 για την αναπαράσταση αρνητικών αριθμών.

Συμπληρώματα: Ανακεφαλαίωση

Συμπλήρωμα ως προς Βάση r-1:

Αφαιρούμε κάθε ψηφίο από το r-1.

Συμπλήρωμα ως προς Βάση r:

1) Βρίσκουμε το συμπλήρωμα ως προς r-1 και προσθέτουμε 1.

ή

2) Αφαιρούμε το πρώτο μη-μηδενικό λιγότερο σημαντικό ψηφίο από το r και όλα τα υπόλοιπα περισσότερο σημαντικά ψηφία από το r – 1.

Προσημασμένοι Δυαδικοί Αριθμοί

Το πρόσημο δηλώνεται με την τοποθέτηση ενός bit στην αριστερότερη θέση (0 = + , 1 = -).

Τρόπος απεικόνισης:

Προσημασμένο Μέτρο: Το αριστερότερο bit πρόσημο και το υπόλοιπο είναι το μέτρο (απόλυτη τιμή).

Προσημασμένο Συμπλήρωμα ως προς 1: Το αριστερότερο bit πρόσημο και όλος ο αριθμός (με πρόσημο) ως συμπλήρωμα ως προς 1.

Προσημασμένο Συμπλήρωμα ως προς 2: Το αριστερότερο bit πρόσημο και όλος ο αριθμός (με πρόσημο) ως συμπλήρωμα ως προς 2.

Το Προσημασμένο Μέτρο χρησιμοποιείται στην συνηθισμένη αριθμητική αλλά δεν είναι εύχρηστο για τον Η/Υ. Πιο εύκολη αναπαράσταση για τον Η/Υ είναι το Προσημασμένο Συμπλήρωμα ως προς 2.

Απεικόνιση με 8 ψηφία του -9

Προσημασμένο Μέτρο: 10001001

Προσημασμένο Συμπλ. ως προς 1: 11110110

Προσημασμένο Συμπλ. ως προς 2: 11110111

Αφαίρεση με συμπλήρωμα ως προς 2

Ο ευκολότερος τρόπος για να πραγματοποιήσουμε την αφαίρεση, είναι να δημιουργήσουμε το αντίθετο του αφαιρετέου και να το προσθέσουμε στο μειωτέο. Αυτό γίνεται προσδιορίζοντας το συμπλήρωμα ως προς δυο του αφαιρετέου και εκτελώντας στη συνέχεια την πρόσθεση.

(+5)	0101		0101
- (+2)	- 0010	→	+ 1110
(+3)			1 0011
			↑ αγνοείται

(-5)	1011		1011
- (+2)	- 0010	→	+ 1110
(-7)			1 1001
			↑ αγνοείται

(+5)	0101		0101
- (- 2)	- 1110	→	+ 0010
(+7)			0111

(-5)	1011		1011
- (-2)	- 1110	→	+ 0010
(-3)			1101

Αριθμητική Πρόσθεση / Αφαίρεση

Αριθμητική Πρόσθεση (απαιτεί σύγκριση προσήμων)

1. Αν τα πρόσημα είναι ίδια προσθέτουμε τα μέτρα με τελικό πρόσημο το κοινό.
2. Αν τα πρόσημα είναι διαφορετικά αφαιρούμε από τον μεγαλύτερο τον μικρότερο με τελικό πρόσημο αυτό του μεγαλύτερου.

Πρόσθεση Προσημασμένου Συμπληρώματος ως προς 2

Απλή πρόσθεση και το τελικό κρατούμενο αγνοείται. Αν το αποτέλεσμα είναι αρνητικό θα είναι σε συμπλήρωμα ως προς 2. Καμία μετατροπή ή σύγκριση δεν απαιτείται.

Αφαίρεση Προσημασμένου Συμπληρώματος ως προς 2

Προσθέτουμε στο μειωτέο το συμπλήρωμα ως προς 2 του αφαιρετέου. Τυχόν κρατούμενο αγνοείται. Πχ (-6) – (-13) = 11111010 – 11110011 = 11111010 + 00001101 = 00000111 = +7

Δυαδικές Αριθμητικές Πράξεις – Πολλαπλασιασμός

- Αλγόριθμος Ολίσθησης και πρόσθεσης (Shift-and-add), όπως για τη βάση 10.

Πολλ/στής	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**
Πολλ/στέος	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
(1)	0	0	0	0	0	0	0
(2)	0	0	1	1	0	1	0
(3)	0	1	1	0	1	0	0
Άθροισμα	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**

- Επαλήθευση: 13 * 6 = 78

Κώδικες

- Αναπαράσταση ενός συνόλου από στοιχεία (π.χ. Αριθμούς) αντιστοιχώντας ένα **κώδικα** (codeword) για κάθε στοιχείο του συνόλου.

- Ο κώδικας είναι μια συμβολοσειρά.

Δυαδικό κώδικας με n bits: μια ομάδα από n bits που κωδικοποιούν 2^n διακριτά στοιχεία.

π.χ. Ένα σύνολο από 4 διακριτούς αριθμούς μπορεί να αναπαρασταθεί με κώδικα 2-bit έτσι ώστε κάθε αριθμός του συνόλου να αντιστοιχεί ακριβώς σε ένα συνδυασμό στο σύνολο { 00, 01, 10, 11 }.

Δυαδικοί Κώδικες

•Είναι τρόποι αναπαράστασης πληροφοριών με χρήση δυαδικών ψηφίων (bits)

Δεκαδικό ψηφίο	(BCD) 8-4-2-1 Binary-Coded-Decimal	Excess-3	84-2-1	2421	(Binquinary) 5043210
0	0000	0011	0000	0000	0100001
1	0001	0100	0111	0001	0100010
2	0010	0101	0110	0010	0100100
3	0011	0110	0101	0011	0101000
4	0100	0111	0100	0100	0110000
5	0101	1000	1011	1011	1000001
6	0110	1001	1010	1100	1000010
7	0111	1010	1001	1101	1000100
8	1000	1011	1000	1110	1001000
9	1001	1100	1111	1111	1010000

Μετατροπή ενός αριθμού στο δυαδικό σύστημα ≠ δυαδική κωδικοποίηση

Δεκαδική με δυαδική κωδικοποίηση

- Για την κωδικοποίηση αριθμών με n δεκαδικά ψηφία, χρειαζόμαστε 4n bits στο BCD.

π.χ. $(365)_{10} = (0011\ 0110\ 0101)_{BCD}$

- Αυτό είναι διαφορετικό από την μετατροπή σε δυαδικό όπου $(365)_{10} = (101101101)_2$

- Ο κώδικας BCD χρειάζεται περισσότερα bits. Όμως, παρέχει μεγαλύτερη ευκολία στην ανάγνωση/ερμηνεία.

Πρόσθεση με BCD (1)

- Όταν 2 κώδικες BCD προστίθενται:

- Εάν το δυαδικό άθροισμα είναι **μικρότερο** από 1010_2 ($=10_{10}$), το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δίνει έγκυρο και ορθό κώδικα για BCD .
- Εάν το δυαδικό άθροισμα είναι **ίσο ή μεγαλύτερο** από 1010_2, τότε το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δίνει΄άκυρο ή/και λανθασμένο κώδικα για BCD.

Διορθώνεται με την πρόσθεση του 0110_2 ($=6_{10}$),στο αποτέλεσμα της πρόσθεσης, έτσι ώστε να παραχθεί το σωστό κρατούμενο στο αριστερό ψηφίο (διόρθωση κρατούμενου), όσος και ο αριθμός των δυαδικών συνδυασμών που δεν χρησιμοποιούνται για την παράσταση των BCD αριθμών (μέγιστο 15).

Πρόσθεση με BCD (2)

Παράδειγμα: 448+ 489 σε BCD

0100	0100	1000	(448 σε BCD)
0100	1000	1001	(489 σε BCD)
		10001	(> 9 , πρόσθεσε 6_{10} δλδ 0110_2)
		1 0111	(κρατούμενο 1 στο μεσαίο ψηφίο)
	1101		(> 9 , πρόσθεσε 6_{10} δλδ 0110_2)
1001	1 0011		(κρατούμενο 1 στο αριστερότερο ψηφίο)
1001	0011	0111	(κώδικας BCD για 937_{10})

Κώδικες Ανίχνευσης Σφαλμάτων

- Τα φυσικά μέσα μετάδοσης επηρεάζονται από θόρυβο και προκαλούν λάθη. Για αυτό χρησιμοποιούνται οι κώδικες ανίχνευσης σφαλμάτων (π.χ. Parity bits).

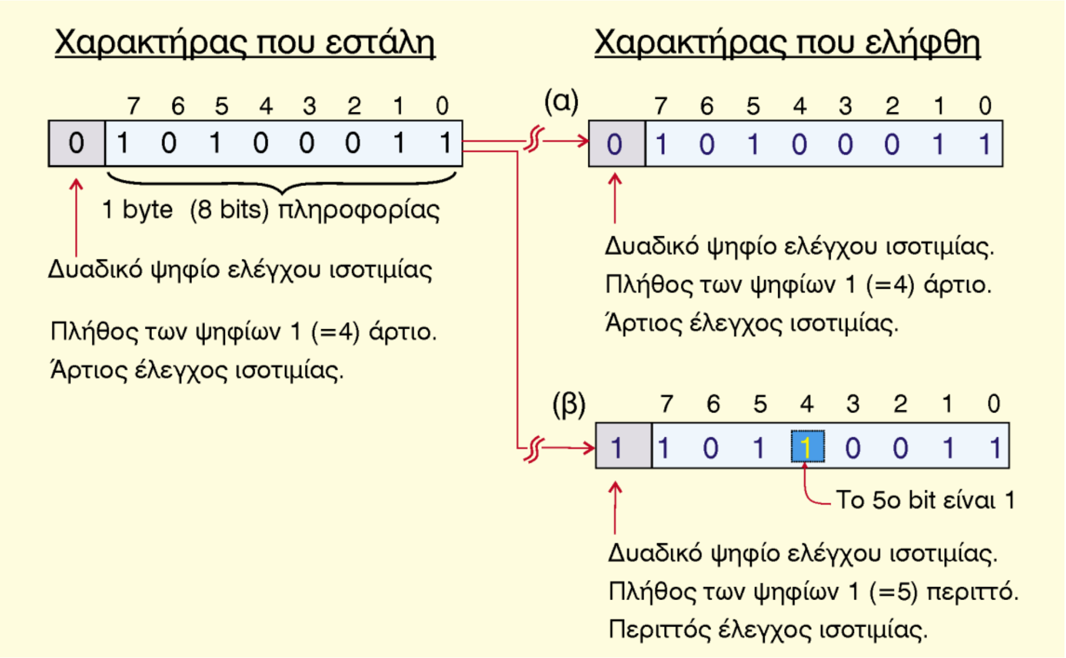
Περιττή Ισοτιμία		Άρτια Ισοτιμία	
Μήνυμα	P	Μήνυμα	P
0000	1	0000	0
0001	0	0001	1
0010	0	0010	1
0011	1	0011	0
0100	0	0100	1
0101	1	0101	0
0110	1	0110	0
0111	0	0111	1
1000	0	1000	1

Περιττή Ισοτιμία		Άρτια Ισοτιμία	
Μήνυμα	P	Μήνυμα	P
1001	1	1001	0
1010	1	1010	0
1011	0	1011	1
1100	1	1100	0
1101	0	1101	1
1110	0	1110	1
1111	1	1111	0

- Η μέθοδος ισοτιμίας ανιχνεύει περιττό αριθμό λαθών.

Κώδικες Ανίχνευσης Σφαλμάτων

Αν το άρτιο ψηφίο μιας ισοτιμίας της αποστολής είναι σύμφωνο με το άρτιο ψηφίο ισοτιμίας της λήψης τότε έχουμε μεταφορά χωρίς σφάλμα !



Ο έλεγχος ισοτιμίας είναι η παλαιότερη από τις τεχνικές ανίχνευσης σφαλμάτων.

Τα πλεονεκτήματα είναι η απλότητα του αλγορίθμου και η εύκολη υλοποίηση της. Έτσι, αντίθετα με τις επιδόσεις της που δεν θεωρούνται υψηλές, ειδικά όταν ο ρυθμός μετάδοσης είναι υψηλός, η μέθοδος εφαρμόζεται συχνά.

Κώδικας Gray

Κώδικας Gray	Ισοδύναμος δεκαδικός
0000	0
0001	1
0011	2
0010	3
0110	4
0111	5
0101	6
0100	7

Κώδικας Gray	Ισοδύναμος δεκαδικός
1100	8
1101	9
1111	10
1110	11
1010	12
1011	13
1001	14
1000	15

- Οι διαδοχικοί αριθμοί στον κώδικα gray μεταβάλλονται κατά ένα μόνο bit.
- Δεν είναι ζυγοσταθμισμένος
- Χρησιμοποιείται όταν κατά τη μετάδοση γίνεται σε γειτονικούς αριθμούς και θέλουμε να μειώσουμε την αβεβαιότητα κατά την εναλλαγή.
- <u>Στον κώδικα Gray, η απόσταση Hamming πρέπει να είναι 1 μεταξύ κάθε δύο συνεχόμενων κωδίκων.</u>

Αλφαριθμητικοί Κώδικες

Κώδικας ASCII

Περιλαμβάνει :

Τα 10 δεκαδικά ψηφία

Τα 26 γράμματα του Αλφάβητου (x2),

32 ειδικούς χαρακτήρες (&,*,+)

34 χαρακτήρες ελέγχου

Χαρακτήρες ελέγχου:

•Διαμορφωτές Μορφής Κειμένου (Backspace ,Tab)

•Διαμορφωτές Πληροφορίας (Διαχωριστής Αρχείων)

- Ελέγχου Επικοινωνίας (STX, ETX)
- Σύνολο 128 χαακτήρες

$b_1 b_2 b_3 b_4$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	‘	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	“	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	‘	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	,	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

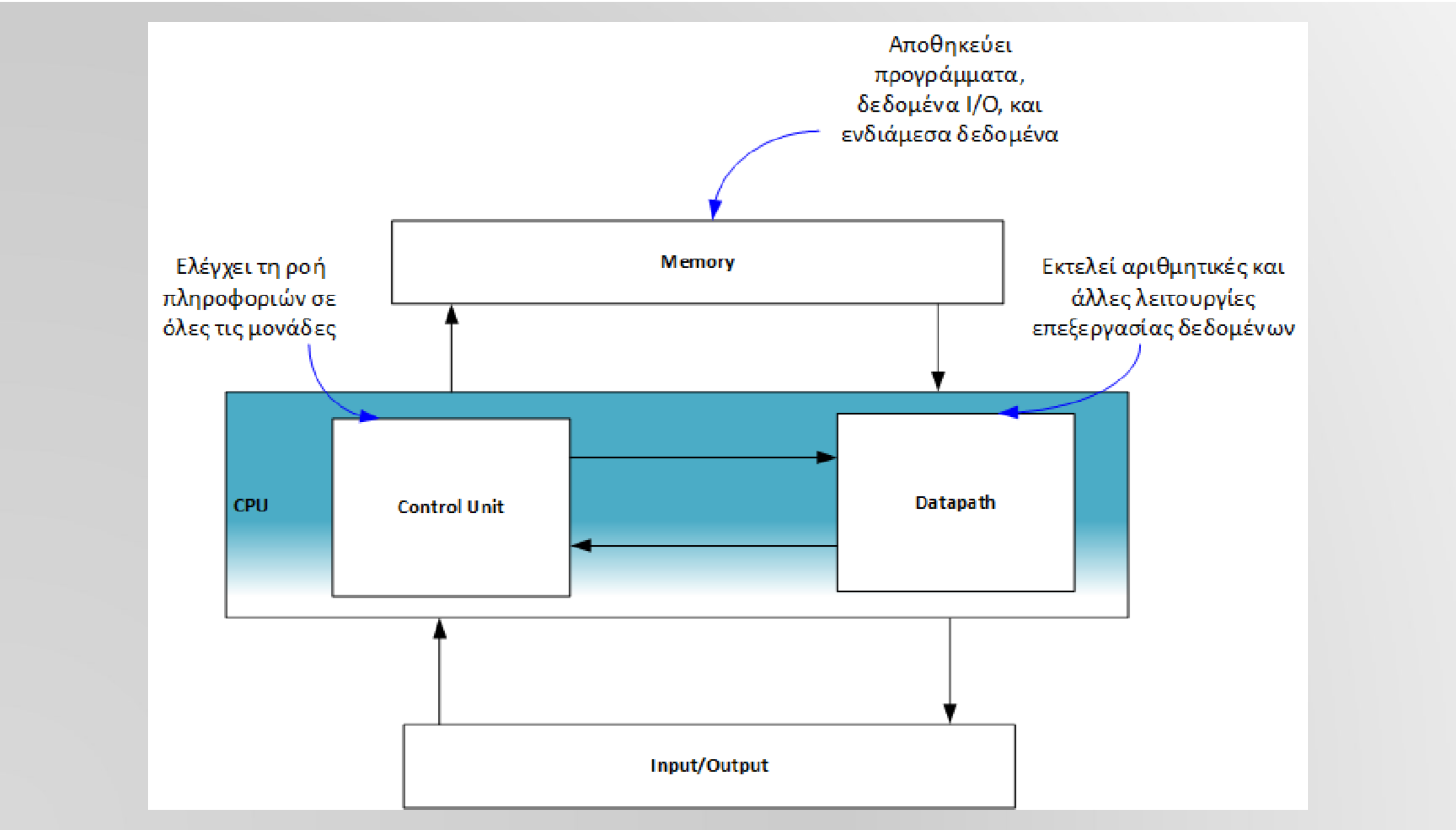
Κώδικας UNICODE

- Καθιερωμένο Πρότυπο (Establish Standard)

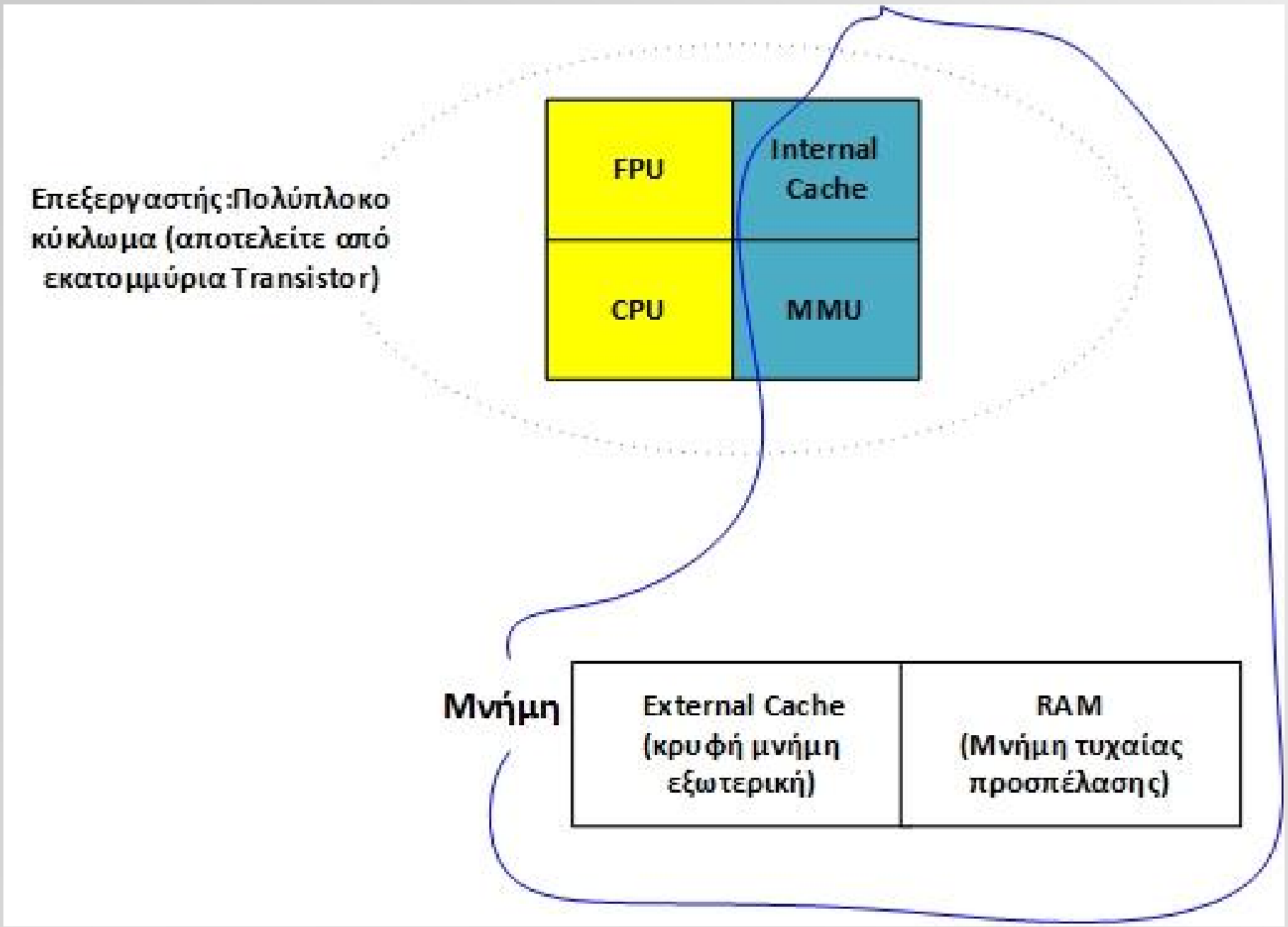
Αλφαριθμητικός κώδικας 16-bit για διεθνή σύνολα χαρακτήρων.

- Αφού έχει 16-bit , υποστηρίζει 65.536 διαφορετικούς κώδικες (2^{16})
- Αναπαρίσταται από 4 δεκαεξαδικά (hex) ψηφία.
- Οι ASCII χαρακτήρες αντιστοιχούν στις τιμές 0000_{16} έως $007F_{16}$ του Unicode.

Βασική Δομή Υπολογιστή



Μια πιο λεπτομερής όψη



Δυαδική αποθήκευση και καταχωρητές (1)

Τα διακριτά στοιχεία πληροφορίας αποθηκεύονται σε δυαδικά κύτταρα (binary cells).

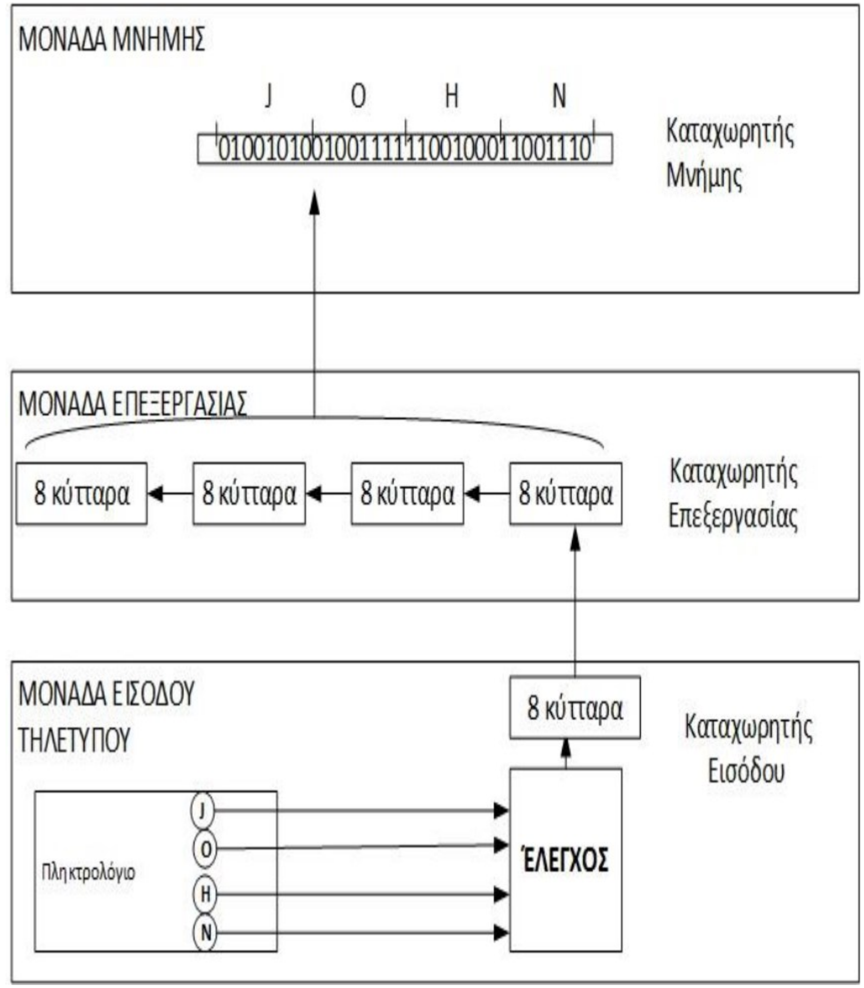
Καταχωρητής: είναι μία ομάδα από δυαδικά κύτταρα.

0 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0

Το περιεχόμενο του καταχωρητή μπορεί να ερμηνευτεί με αρκετούς διαφορετικούς τρόπους:

Ακέραιος: 9829,

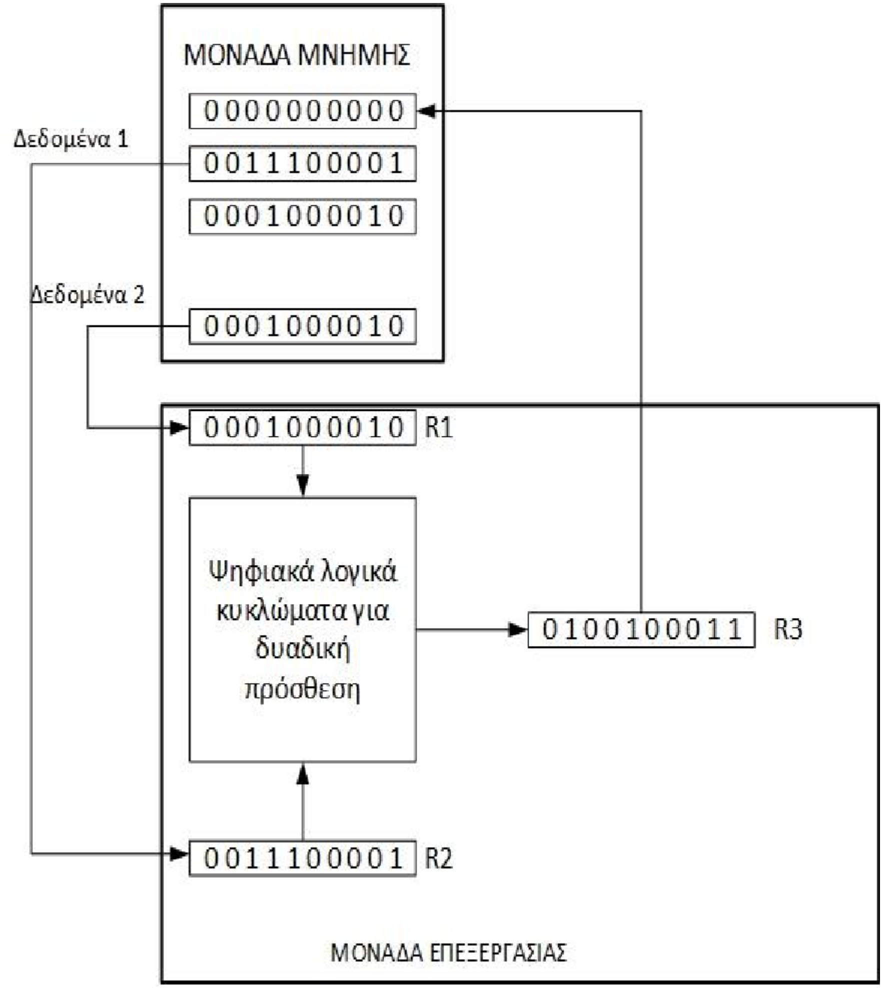
Αλφαριθμητικά: &e κλπ.



Δυαδική αποθήκευση και καταχωρητές (2)

Η επεξεργασία των δεδομένων απαιτεί εκτός από τα κυκλώματα επεξεργασίας, κυκλώματα αποθήκευσης των πληροφοριών.

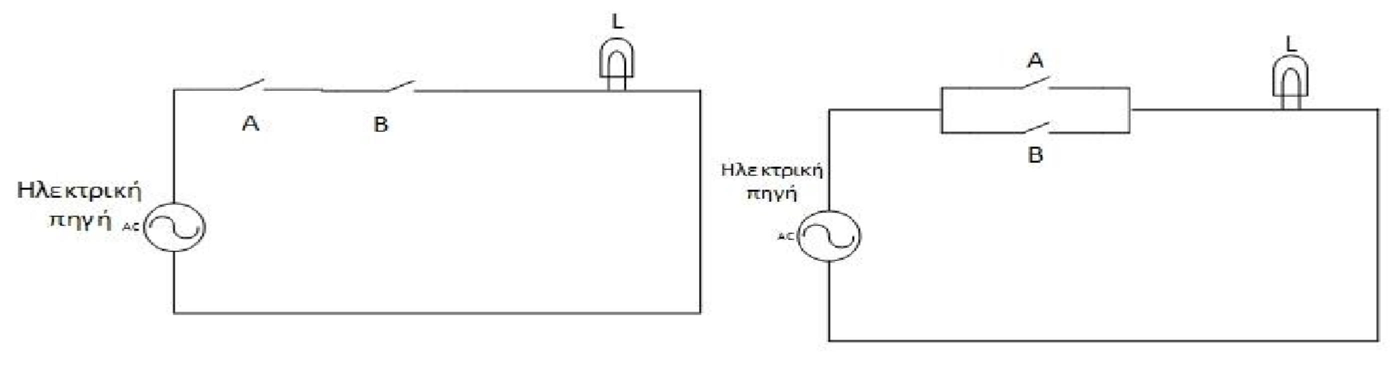
Η επεξεργασία γίνεται με ψηφιακά λογικά κυκλώματα, ενώ η συχνότερα χρησιμοποιούμενη δομή αποθήκευσης πληροφοριών είναι ο καταχωρητής.



Κυκλώματα διακοπτών και δυαδικά σήματα (1)

$L = A \cdot B$ για το κύκλωμα του Σχήματος (α)

$L = A + B$ για το κύκλωμα του Σχήματος (β)



(α) Διακόπτες στη σειρά - λογικό ΚΑΙ (AND)

(β) Διακόπτες εν παραλλήλω - λογικό Ή (OR)

Οι χειροκίνητοι διακόπτες παριστάνουν δυο δυαδικές μεταβλητές A και B.

Ο λαμπτήρας L παριστάνει μία τρίτη δυαδική μεταβλητή.

Τα δυο κυκλώματα εκφράζονται σε δυαδική λογική με τις πράξεις AND και OR.

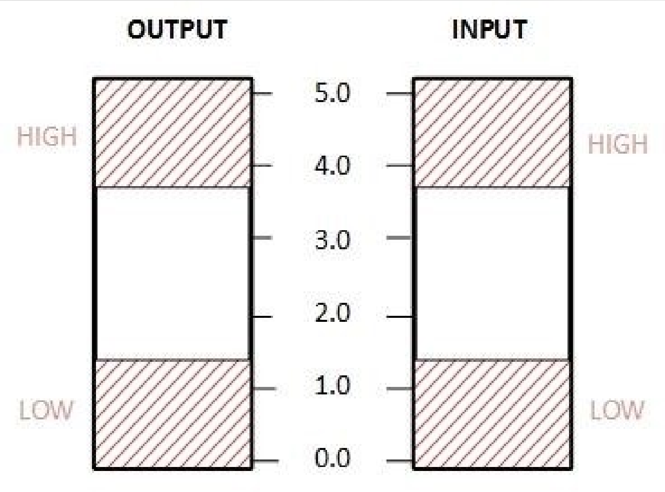
Εύρος Τάσης

Ένα ψηφιακό σήμα έχει δυαδική τιμή (HIGH, LOW) η οποία αναπαριστά ένα εύρος τιμών τάσης.

Εύρος Εξόδου:

HIGH: 4.0 .. 5.5 V

LOW: -0.5 .. 1.0 V



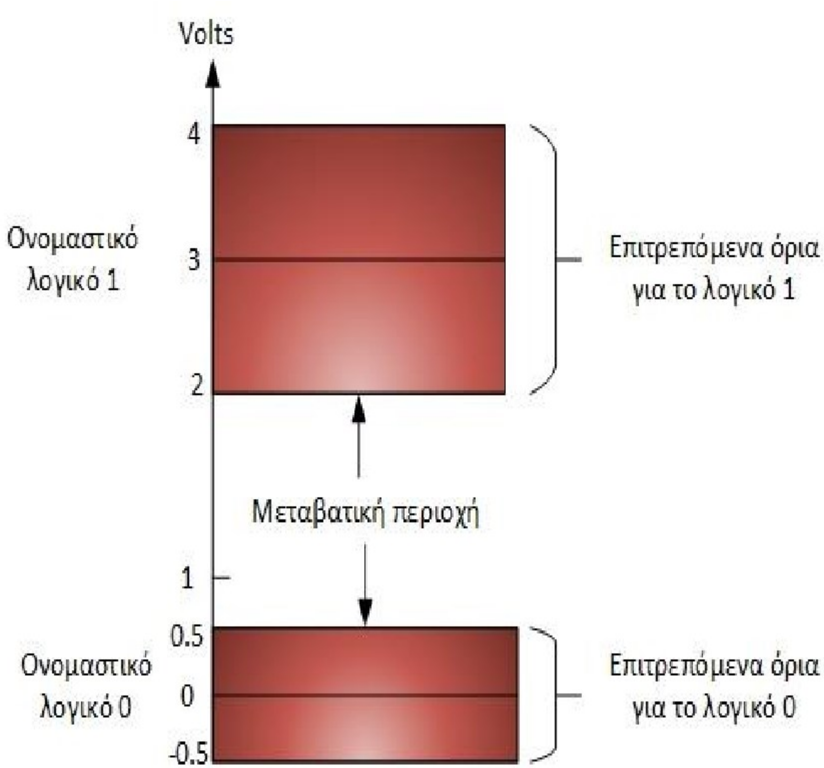
Εύρος Εισόδου

HIGH: 3.0 .. 5.5 V

LOW: -0.5 .. 2.0 V

Το εύρος των εισόδων είναι μεγαλύτερο έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη ο θόρυβος εισόδου.

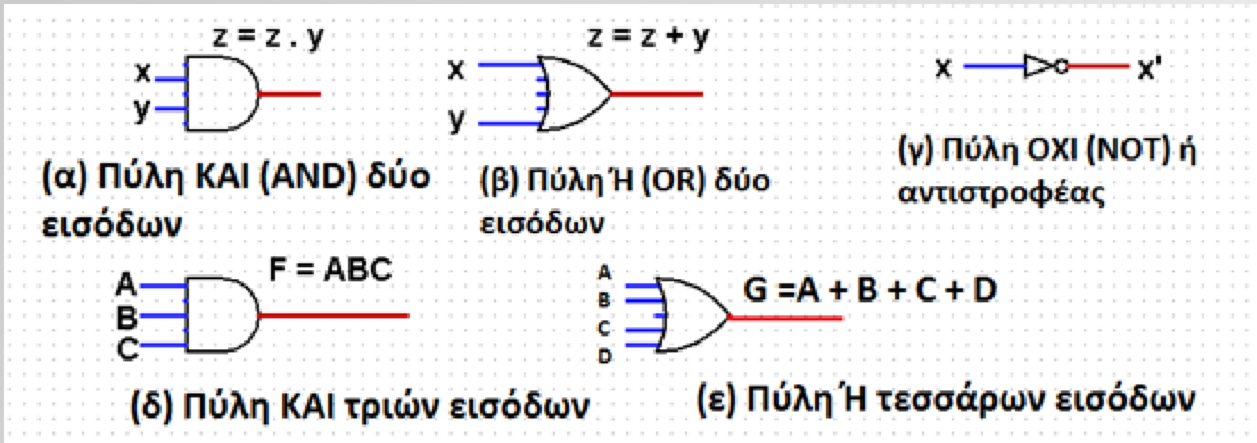
Κυκλώματα διακοπτών και δυαδικά σήματα(2)



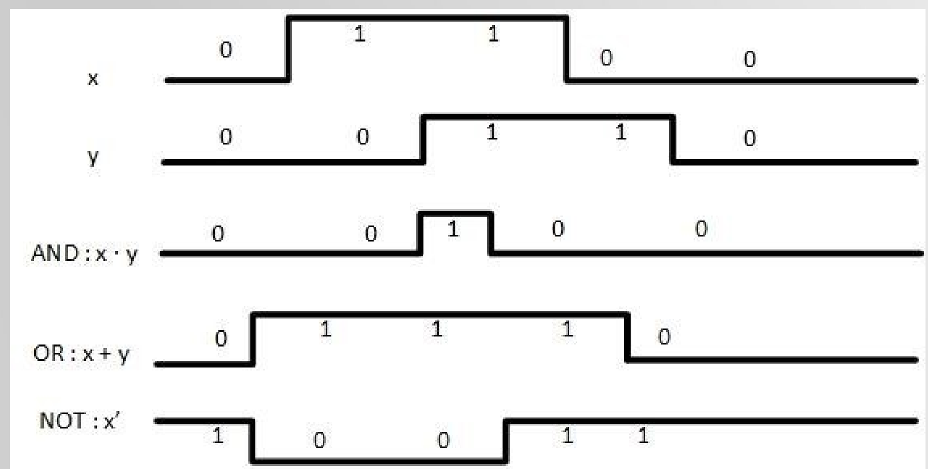
Τα κυκλώματα ανάλογα με τον τρόπο κατασκευής τους και τις συνθήκες λειτουργίας τους επηρεάζονται από θόρυβο καθώς η λειτουργία τους δεν είναι απόλυτα σταθερή.

Πραγματική εικόνα λογικών τάσεων και αντιμετώπισης από λογικά κυκλώματα.

Λογικές Πύλες



Διαγράμματα Λογικής συμπεριφοράς σημάτων στον άξονα του χρόνου.



Τέλος Ενότητας