Εμβάθυνση στη Θερμοδυναμική

Διδάσκων: Γιάννης Γκαραγκούνης

Χειμερινό εξάμηνο 2020-21

Ανακεφαλαίωση προηγούμενου μαθήματος

Σύστημα

Ταυτόσημα συστήματα

Ιδιότητες → Ανεξάρτητες / Αλληλένδετες

Καταστάσεις

Αλλαγή κατάστασης

Μονωμένο σύστημα

<u>Τα ταυτόσημα συστήματα έχουν:</u>

1. Ίδιους τύπος συστατικών στα ίδια εύρη τιμών
2. Ίδιους τύπους εσωτερικών δυνάμεων
3. Ίδιους τύπους εξωτερικών δυνάμεων
4. Ίδιες παραμέτρους με ίδιο εύρος τιμών
5. Ίδιους περιορισμούς

<u>Οι ταυτόσημες καταστάσεις έχουν:</u>

1. Ίδιες ποσότητες ίδιων συστατικών
2. Ίδιες τιμές παραμέτρων
3. Ίδιες τιμές ιδιοτήτων

Διεργασία Βάρους

Μη-μονωμένο σύστημα

Αν το μοναδικό αποτέλεσμα της αλλαγής κατάστασης του συστήματός μας στο περιβάλλον είναι η αλλαγή της στάθμης ενός βάρους: Διεργασία βάρους

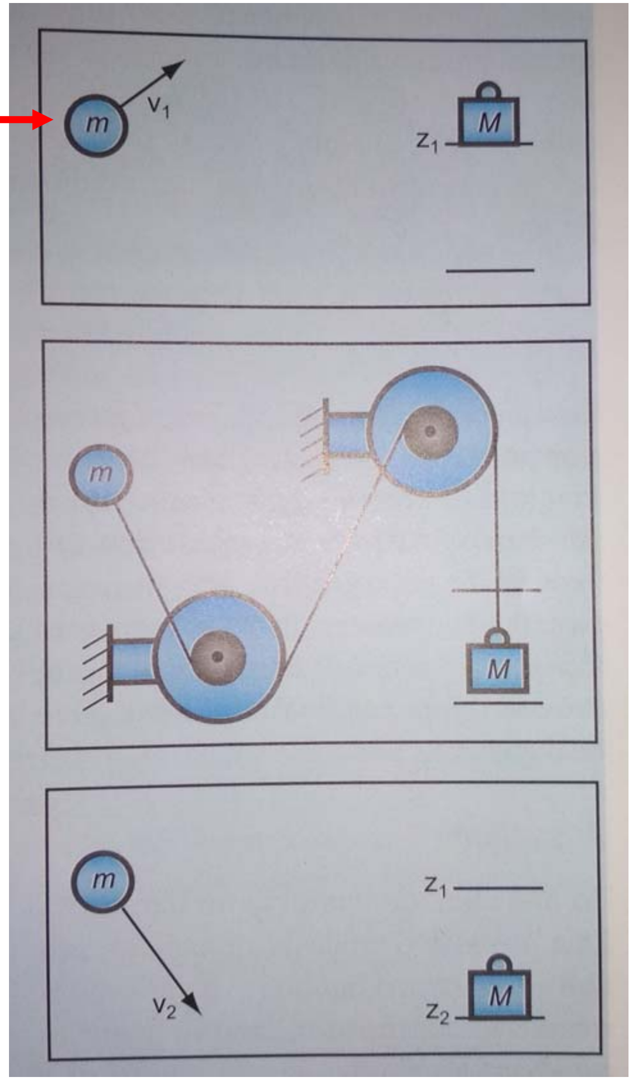
Διεργασία Βάρους (Παράδειγμα 3.1)

Σημειακή μάζα m με ταχύτητα $\mathbf{v}_1$ και βάρος M στη στάθμη z_1.

Συνδέονται με αβαρές σκοινί και τροχαλίες χωρίς τριβές. Θεωρούμε ότι η βαρυτική έλξη $Mg \approx |\mathbf{W}|$ (δύναμη σκοινιού στο M), οπότε η $K_M \approx$ σταθερή. Μία ίση δύναμη ασκείται από το σκοινί στο m αλλάζοντας την ταχύτητά του από $\mathbf{v}_1$ σε $\mathbf{v}_2$, Καθώς η στάθμη του M αλλάζει από $\mathbf{z}_1$ σε $\mathbf{z}_2$.

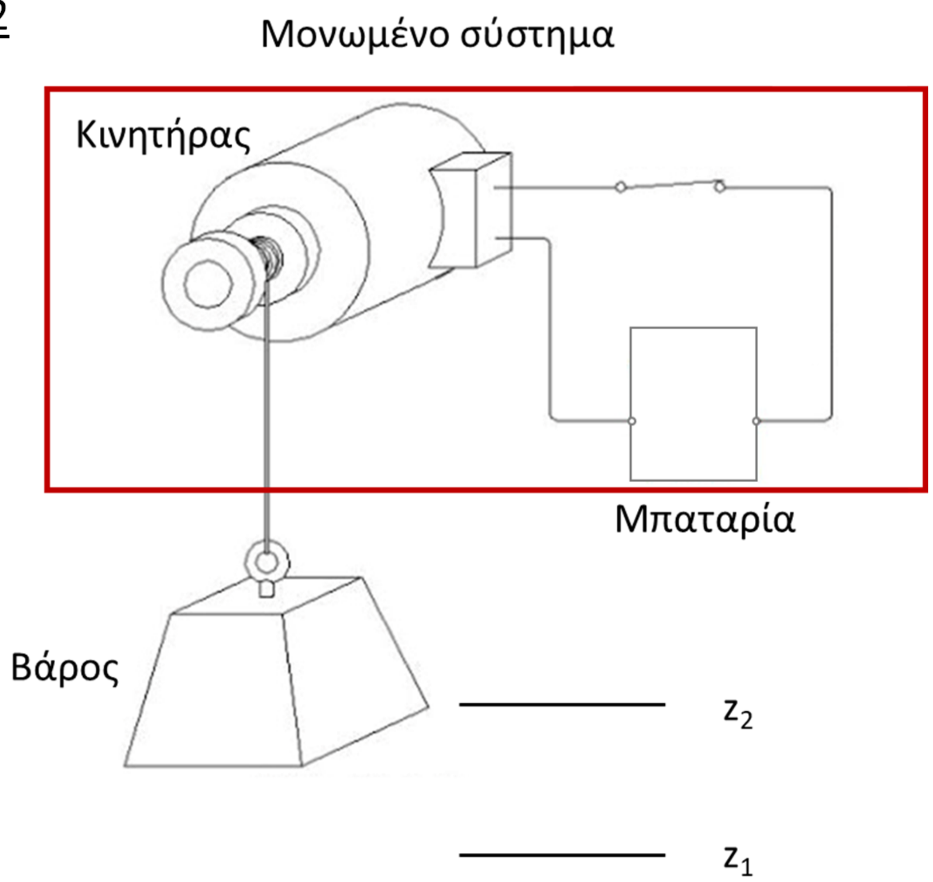
Το σκοινί αποσυνδέεται και από τα δύο σώματα και πλέον η σημειακή μάζα m με ταχύτητα $\mathbf{v}_2$ και το βάρος M στη στάθμη z_2.

Σύστημα



Διεργασία Βάρους

<u>Παράδειγμα 3.2</u>



$Mg(z_2 - z_1)$

1^o Θερμοδυναμικό Αξίωμα

Δύο οποιεσδήποτε καταστάσεις ενός συστήματος μπορούν να αποτελούν τις οριακές καταστάσεις μιας διεργασίας βάρους. Δηλαδή, την αλλαγή της στάθμης ενός βάρους M μέσα σε βαρυτικό πεδίο επιτάχυνσης g από z_1 σε z_2. Η τιμή της παράστασης $Mg(z_1 – z_2)$ θα εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο μετάβασης.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

Το 1^o θερμοδυναμικό αξίωμα δεν μας λέει ποια από τις καταστάσεις A_1 και A_2 του συστήματος είναι η αρχική και ποια η τελική.

Το «μπορούν να αποτελούν» υποδηλώνει ότι δεν γίνονται όλες οι αλλαγές κατάστασης με διεργασία βάρους (ανταλλαγή θερμότητας)

Παράδειγμα 3.3

Έστω οι καταστάσεις A_0, A_1 και A_2 ενός συστήματος και τρεις διεργασίες βάρους:

- Από A_0 σε A_1 με στάθμες του βάρους z_0 και z_1 αντίστοιχα.
- Από A_0 σε A_2 με αντίστοιχες στάθμες z_0 και z_2.
- Από A_1 σε A_2 με στάθμες βάρους z_1 και z_2'.

Να αποδείξετε ότι $z_2 = z_2'$.

Μελετάμε τη μετάβαση από A_0 σε A_2 με δύο τρόπους, πρώτα απευθείας και μετά μέσω της κατάστασης A_1.
Στην πρώτη περίπτωση προσδιορίζουμε την τιμή της παράστασης $Mg(z_0 - z_2)$.
Στη δεύτερη περίπτωση η συνολική αλλαγή της στάθμης θα είναι από z_0 σε z_2', οπότε θα έχουμε $Mg(z_0 - z_2')$.
Από το 1ο Θερμοδυναμικό Αξίωμα όμως, πρέπει:

$$Mg(z_0 - z_2) = Mg(z_0 - z_2')$$

(επειδή εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση.) Επομένως,

$$z_2' = z_2$$

Ενέργεια

Έστω η κατάσταση αναφοράς A_0 ενός συστήματος A και βάρος μάζας M, με στάθμη αναφοράς z_0, σε ομοιόμορφο πεδίο βαρύτητας επιτάχυνσης g. Για κάθε διεργασία βάρους $A_0 \rightarrow A_1$ (ή $A_1 \rightarrow A_0$) ορίζουμε:

$$E_1 = E_0 - Mg(z_1 - z_0) \tag{3.1}$$

όπου E_0 σταθερά της κατάστασης A_0 και z_1 η στάθμη του M που αντιστοιχεί στην κατάσταση A_1. Συχνά επιλέγουμε/ορίζουμε την $E_0 = 0$ και $z_0 = 0$.

Η ποσότητα $Mg(z_1 - z_0)$ και συνεπώς η E_1 δεν εξαρτάται από:

- τη συσκευή μέτρησης, δηλαδή τις δυνάμεις μεταξύ A και M
- άλλα συστήματα (το A αλληλεπιδρά μόνο με το M)
- την ιστορία του A, δηλαδή λεπτομέρειες της αλλαγής κατάστασης.

Συνεπώς η E είναι ιδιότητα.

Ενέργεια

Όπως για την κατάσταση A_1 ορίσαμε την Εξ. 3.1, μπορούν να γράψουμε για την A_2:

$$E_2 = E_0 - Mg(z_2 - z_0) \tag{3.2}$$

Και αφαιρώντας κατά μέλη την Εξ. 3.1:

$$\underbrace{E_2 - E_1}_{\substack{\text{μεταβολή} \\ \text{ενέργειας}}} = -\underbrace{Mg(z_2 - z_1)}_{\substack{\text{Έκφραση της} \\ \text{διεργασίας} \\ \text{βάρους } A_1 \rightarrow A_2}} \tag{3.3}$$

Επειδή η E είναι ιδιότητα οι E_1 και E_2 (και $E_2 - E_1$) είναι συγκεκριμένες για τις καταστάσεις A_1 και A_2 ανεξάρτητα με το αν η αλλαγή γίνεται με διεργασία βάρους.

Ενέργεια – Προσθετικότητα

Έστω τα συστήματα Α και Β και το Γ που αποτελείται από τα Α και Β. Αν για την ιδιότητα P με τιμές $P^A{}_1$, $P^B{}_1$ και $P^\Gamma{}_{11}$ ισχύει:

$$P^\Gamma{}_{11} = P^A{}_1 + P^B{}_1 \tag{3.4}$$

για όλα τα συστήματα και όλες τις καταστάσεις A_1 και B_1, τότε η ιδιότητα P είναι <u>προσθετική ιδιότητα</u> (π.χ. μήκος, όγκος, μάζα, ποσότητα)

Για την ενέργεια αντίστοιχα μπορούμε να έχουμε:

$$E^\Gamma{}_{11} = E^A{}_1 + E^B{}_1$$

Και κατ' επέκταση:

$$E^\Gamma{}_{12} = E^A{}_1 + E^B{}_2$$

$$E^\Gamma{}_{22} = E^A{}_2 + E^B{}_2$$

Επομένως:

$$E^\Gamma{}_{12} - E^\Gamma{}_{11} = E^B{}_2 - E^B{}_1 \qquad \text{και} \qquad E^\Gamma{}_{22} - E^\Gamma{}_{12} = E^A{}_2 - E^A{}_1$$

Και συνολικά

$$E^\Gamma{}_{22} - E^\Gamma{}_{11} = E^A{}_2 - E^A{}_1 + E^B{}_2 - E^B{}_1$$

Δηλαδή η προσθετικότητα ισχύει και για τις μεταβολές ενέργειας.

Ενέργεια – Διατήρηση

Όταν το ένα σύστημα A υπόκειται σε διεργασία βάρους $A_1 \rightarrow A_2$ η αλλαγή της στάθμης μπορεί να είναι θετική, αρνητική ή μηδενική. Η μηδενική αλλαγή στάθμης δεν συνεπάγεται αναγκαστικά ότι οι καταστάσεις A_1 και A_2 είναι ταυτόσημες (αυθόρμητη αλλαγή), αλλά επειδή $z_2 = z_1$ θα πρέπει (από την Εξ. 3.3) να ισχύει:

$$E_2 = E_1 \qquad (3.9)$$

Η σχέση αυτή ονομάζεται **<u>Αρχή διατήρησης της Ενέργειας</u>**.

Επίσης, δεν συνεπάγεται ότι το σύστημα είναι μονωμένο (Παραδ. 3.5). Μπορεί να υπάρχει ενδιάμεσα ένα προσωρινό αποτέλεσμα το οποίο εν τέλει αναιρείται (κυκλική διεργασία). Δηλαδή, δεν μας λέει ότι E = σταθερό καθ’ όλη τη διεργασία.

Παράδειγμα 3.6

Έστω το μονωμένο, σύνθετο σύστημα Γ αποτελούμενο από τα Α και Β. Για τις αλλαγές $A_1 \rightarrow A_2$ και $B_1 \rightarrow B_2$ να δείξετε ότι $E^A{}_2 - E^A{}_1 = -(E^B{}_2 - E^B{}_1)$.

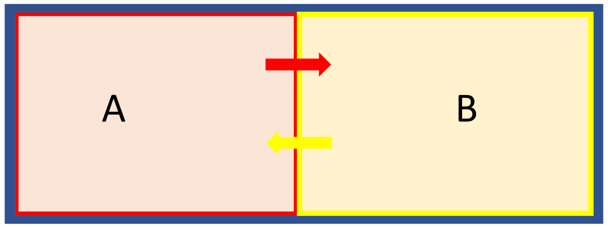
Αφού το σύστημα Γ είναι μονωμένο:

$$E^\Gamma{}_{22} - E^\Gamma{}_{11} = 0$$

Και επειδή:

$$E^\Gamma{}_{22} - E^\Gamma{}_{11} = E^A{}_2 - E^A{}_1 + E^B{}_2 - E^B{}_1 = 0$$

Προκύπτει ότι η μεταβολή της ενέργεια στο σύστημα Α είναι ίση και αντίθετη με αυτή στο Β, δηλαδή τα δύο συστήματα ανταλλάσσουν ενέργεια καθώς αλλάζουν κατάσταση.



Παράδειγμα 3.7

Να δείξετε ότι η ενέργεια E^w του βάρους Μ μεταβάλλεται με τη στάθμη z έτσι ώστε $E^w_2 - E^w_1 = Mg(z_2 - z_1)$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Έστω το σύνθετο σύστημα Γ αποτελούμενο από ένα σύστημα Α, που υπόκειται στη διεργασία βάρους $A_1 \rightarrow A_2$, και από το βάρος Μ.

Για τη διεργασία βάρους ισχύει Εξ. 3.3:

$$E^A_2 - E^A_1 = -Mg(z_2 - z_1)$$

Το σύστημα Γ είναι μονωμένο, αφού τα Α και Μ αλληλοεπιδρούνε μόνο μεταξύ τους. Οπότε, όπως δείξαμε στο προηγούμενο παράδειγμα:

$$E^w_2 - E^w_1 = -(E^A_2 - E^A_1) = Mg(z_2 - z_1)$$

Παράδειγμα 3.8

Για ευθύγραμμο ελατήριο με σταθερά k, να δείξετε ότι η ενέργεια του ελατηρίου, E^s, μεταβάλλεται συναρτήσει της επιμήκυνσης x σύμφωνα με την σχέση: $E^s_2 - E^s_1 = (x_2^2 - x_1^2)/2$.

Έστω βάρος M δεμένο στην άκρη του ελατηρίου. Στο σημείο ισορροπίας θα υπάρχει ισορροπία της βαρυτικής δύναμης με τη δύναμη του ελατηρίου, $Mg = kx$. Έστω διεργασία βάρους κατά την οποία η επιμήκυνση του ελατηρίου (και η στάθμη του M) μειώνεται κατά dx (<< x), οπότε $Mg \approx k(x - dx)$.

Από την Εξ. 3.3 μπορούμε να γράψουμε:

$$dE^s = -Mg(-dx)$$

και επειδή $Mg = kx$:

$$dE^s = kx\,dx$$

Ολοκληρώνοντας από 1 σε 2:

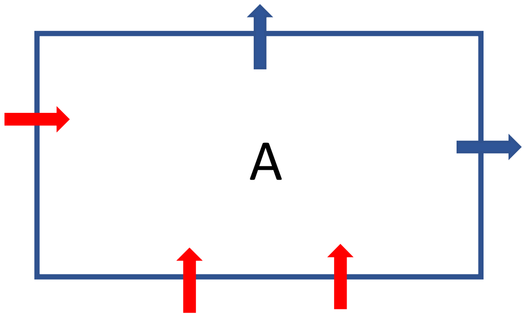
$$E^s_2 - E^s_1 = k(x_2^2 - x_1^2)/2$$

Ισοζύγιο Ενέργειας

Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας

Μεταφορά της Ενέργειας

Ισοζύγιο Ενέργειας



$$E^{A}_{2} - E^{A}_{1} = \left[\begin{array}{c}\text{Καθαρό ποσό } \textit{ενεγρειας} \\ \textit{που προσδόθηκε στο σύστημα} \\ \textit{από το περιβαλλον}\end{array}\right] = E^{A\leftarrow}$$

Η Σχετικότητα της Μάζας

Με βάση την ειδική σχετικότητα, για κάθε κατάσταση του συστήματος θα πρέπει:

$$(E^2 - |\mathbf{p}|^2 c^2)^{1/2} = mc^2 \tag{3.15}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{v}\frac{E}{c^2} \tag{3.16}$$

όπου m η μάζα του συστήματος σε κατάσταση ηρεμίας. Δηλαδή, αν αυξηθεί η **v** με σταθερή E, θα πρέπει να μειωθεί η m. Επίσης, για **p** = 0 η 3.15 γράφεται:

$$E_r = mc^2$$

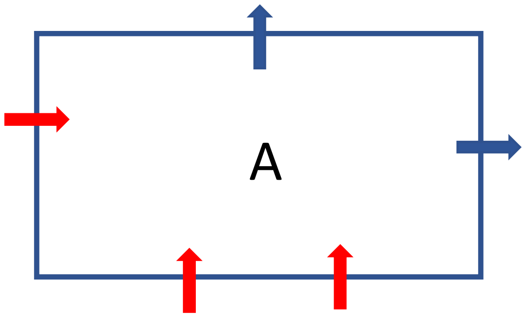
Αυτό σημαίνει ότι για δύο καταστάσεις με $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = 0$, αλλά $E_1 \neq E_2$, το σύστημα θα έχει διαφορετικές μάζες ηρεμίας. Επομένως, σε αντίθεση με την ενέργεια, η μάζα δεν είναι διατηρούμενη ούτε προσθετική.

Ισοζύγιο Μάζας

Συνήθως για την ταχύτητα έχουμε:

$$\mathbf{v} << c$$

με αποτέλεσμα οι αλλαγές της μάζας από την 3.15 είναι αμελητέες. Αυτό μας επιτρέπει να μιλάμε τόσο για τη διατήρηση της μάζας, όσο και για την προσθεκτικότητά της. Επιπλέον, μπορούμε να γράψουμε ισοζύγιο μάζας:



$$m^A{}_2 - m^A{}_1 = \begin{bmatrix} \text{Καθαρό ποσό } \textit{μαζας} \\ \textit{που προσδόθηκε στο σύστημα} \\ \textit{από το περιβαλλον} \end{bmatrix} = m^{A\leftarrow}$$

Προσοχή: Όταν έχουμε σχετικιστικά φαινόμενα δεν κάνουμε ισοζύγια μάζας!

Κυκλικές διεργασίες

Κυκλικές διεργασίες λέγονται αυτές στις οποίες η αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος είναι ταυτόσημες.

Ίδιες ποσότητες συστατικών
Ίδιες τιμές ιδιοτήτων
Ίδιες τιμές παραμέτρων

Δεν σημαίνει ότι δεν ανταλλάσσεται ενέργεια με το περιβάλλον! (Carnot, Diesel, Otto)

Αεικίνητο – Αεικίνητες μηχανές

Ένα σύστημα που υπόκειται συνεχώς σε κυκλική διεργασία χωρίς να ανταλλάσσει (καθαρή) ενέργεια με το περιβάλλον λέγεται <u>αεικίνητο</u>.

(327) Overbalanced wheel with corner-shaped weights – YouTube (worked)

(327) Can A Perpetual Motion Wheel Actually Work? – YouTube (didn't work)

Ένα σύστημα που υπόκειται σε κυκλική διεργασία και ισχυρίζεται ότι ανυψώνει το βάρος στην αντίστοιχη διεργασία βάρους λέγεται <u>αεικίνητη μηχανή</u>.

Για τη διεργασία βάρους ισχύει Εξ. 3.3:

$$E^A_2 - E^A_1 = -Mg(z_2 - z_1)$$

Για την αεικίνητη μηχανή υποτίθεται ότι:

$$E^A_2 - E^A_1 = 0 \qquad \text{και} \qquad Mg(z_2 - z_1) \neq 0$$