



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Αλγόριθμοι

Ενότητα 7: Ταξινόμηση με διαχωρισμό

Δήμος Τσούρος

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (1)

- Ταξινόμηση με διαχωρισμό (Quick sort)
- Ο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος ταξινόμησης με την εξής λειτουργία
 - διαμερίζει τον πίνακα σε δύο τμήματα και ταξινομεί τα τμήματα αυτά ανεξάρτητα
 - μετά ενώνει τα δύο ταξινομημένα τμήματα για να προκύψει ο τελικός ταξινομημένος πίνακας
 - Χρησιμοποιεί την τεχνική 'Διαίρει και βασίλευε'

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (2)

- Διαμέριση (partition)

- η διαμέριση γίνεται αναδιατάσσοντας τον πίνακα έτσι ώστε
 - για κάποιο i , το στοιχείο $a[i]$ βρίσκεται στην τελική του θέση μέσα στον πίνακα
 - κανένα από τα στοιχεία $a[0], \dots, a[i-1]$ δεν είναι μεγαλύτερο από το $a[i]$
 - κανένα από τα στοιχεία $a[i+1], \dots, a[r]$ δεν είναι μικρότερο από το $a[i]$

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (3)

- Διαμέριση (**partition**)

- το **στοιχείο διαμέρισης $a[r]$** επιλέγεται αυθαίρετα (π.χ. το τελευταίο στοιχείο του πίνακα)
- Σε μία μεταβλητή (π.χ. την μεταβλητή v) αποθηκεύεται η τιμή του στοιχείου διαμέρισης $a[r]$,
 - ενώ i και j είναι **ο αριστερός και δεξιός δείκτης σάρωσης**, αντίστοιχα
- Η επανάληψη διαμέρισης (**partition**) αυξάνει το i και μειώνει το j ,
 - διατηρεί αναλλοίωτη την ιδιότητα ότι **κανένα** στοιχείο στα αριστερά του i δεν είναι μεγαλύτερο από το v και **κανένα** στοιχείο στα δεξιά του j δεν είναι μικρότερο από το v

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (4)

- Διαμέριση (συνέχεια)
 - Η επανάληψη διαμέρισης σαρώνει τον πίνακα από το αριστερό του άκρο μέχρι να βρεθεί κάποιο στοιχείο μεγαλύτερο ή ίσο από το στοιχείο διαμέρισης
 - μετά σαρώνει τον πίνακα από το δεξιό του άκρο μέχρι να βρεθεί κάποιο στοιχείο μικρότερο ή ίσο από το στοιχείο διαμέρισης
 - τα δύο στοιχεία στα οποία θα σταματήσουν οι σαρώσεις είναι προφανώς εκτός θέσης στον τελικό διαμερισμένο πίνακα, οπότε τα αντιμεταθέτουμε

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (5)

- Διαμέριση (συνέχεια)
 - όταν συναντηθούν οι δείκτες, ολοκληρώνουμε τη διαμέριση αντιμετωπίζοντας το $a[i]$ με το $a[r]$, μια πράξη που έχει σαν συνέπεια να τοποθετηθεί το v στη θέση $a[i]$ χωρίς να υπάρχουν μικρότερα στοιχεία από αυτό στα δεξιά του και μεγαλύτερα στα αριστερά του

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ PARTITION

- Διαμέριση (συνέχεια)

Συνάρτηση Partition

1. Είσοδος: A, left, right
2. $\text{pivot} \leftarrow A[\text{right}]$
3. $i \leftarrow \text{left}$
4. $j \leftarrow \text{right}$
5. Όσο $i \neq j$ επανάλαβε
 1. Όσο $A[j] > \text{pivot}$ επανάλαβε
 1. $j \leftarrow j - 1$
 2. Όσο $A[i] < \text{pivot}$ επανάλαβε
 1. $i \leftarrow i + 1$
 3. Αν $i < j$ τότε
 1. Αντάλλαξε $A[i], A[j]$
6. Επιστροφή j
7. Τέλος_Συνάρτησης

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (6)

- Παράδειγμα διαμέρισης

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (7)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (8)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	15	20	19	16
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

Το στοιχείο 15 είναι πλέον στην τελική του θέση

Τι κάνουμε μετά;

QUICKSORT

- Βάζουμε ένα στοιχείο στη σωστή του θέση με την συνάρτηση partition.
 - Τι κάνουμε μετά;

Συνάρτηση Quicksort
Είσοδος: A, left, right

1. Αν $\text{left} < \text{right}$ τότε
 1. $p \leftarrow \text{Partition}(A, \text{left}, \text{right})$
 2. $A = \text{Quicksort}(A, \text{left}, p)$
 3. $A = \text{Quicksort}(A, p + 1, \text{right})$
2. Επιστροφή A
3. Τέλος_Συνάρτησης

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (9)

- Παράδειγμα ταξινόμησης με διαχωρισμό

Βήμα 1. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 0 - 9

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (10)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	16	14	10	8	20	19	15
---	----	---	----	----	----	---	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (13)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	16	20	19	15
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

2	12	5	8	14	10	15	20	19	16
---	----	---	---	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (13)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

Βήμα 2. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 0 - 5

2	12	5	8	14	10	15	20	19	16
2	12	5	8	14	10	15	20	19	16
2	12	5	8	14	10	15	20	19	16
2	8	5	12	14	10	15	20	19	16
2	8	5	12	14	10	15	20	19	16

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (13)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

Βήμα 2. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 0 - 5

2	8	5	12	14	10	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

2	8	5	10	14	12	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Βήμα 3. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 0 - 2

2	8	5	10	14	12	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

2	8	5	10	14	12	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (14)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

2	5	8	10	14	12	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Βήμα 4. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 0 - 0

2	5	8	10	14	12	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Βήμα 5. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 2 - 2

2	5	8	10	14	12	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (15)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

Βήμα 6. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 4 - 5

2	5	8	10	14	12	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

2	5	8	10	12	14	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Βήμα 7. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 5 - 5

2	5	8	10	12	14	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (16)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

Βήμα 8. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 6 - 9

2	5	8	10	12	14	15	20	19	16
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

2	5	8	10	12	14	15	16	19	20
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Βήμα 9. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 8 - 9

2	5	8	10	12	14	15	16	19	20
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

2	5	8	10	12	14	15	16	19	20
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (17)

- Παράδειγμα διαμέρισης (συνέχεια)

Βήμα 10. Κλήση quick sort για στοιχεία στις θέσεις 8 - 8

2	5	8	10	12	14	15	16	19	20
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (18)

- **Πλεονεκτήματα**
 - Εύκολη υλοποίηση
 - Χρησιμοποιείται από πολλές πραγματικές εφαρμογές

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ (19)

- **Μειονεκτήματα**
 - Πολυπλοκότητα: $O(n^2)$ - όταν δοθεί ως είσοδος ένας ταξινομημένος πίνακας

QUICKSORT ANIMATION

- <https://yongdanielliang.github.io/animation/web/QuickSortNew.html> (για την μέθοδο partition)
- <https://yongdanielliang.github.io/animation/web/QuickSortOverview.html> (για την quick sort)

Προσοχή! Στο παραπάνω animation το στοιχείο διαμέρισης είναι το πρώτο στον πίνακα (ενώ στις διαφάνειες είναι το τελευταίο)