

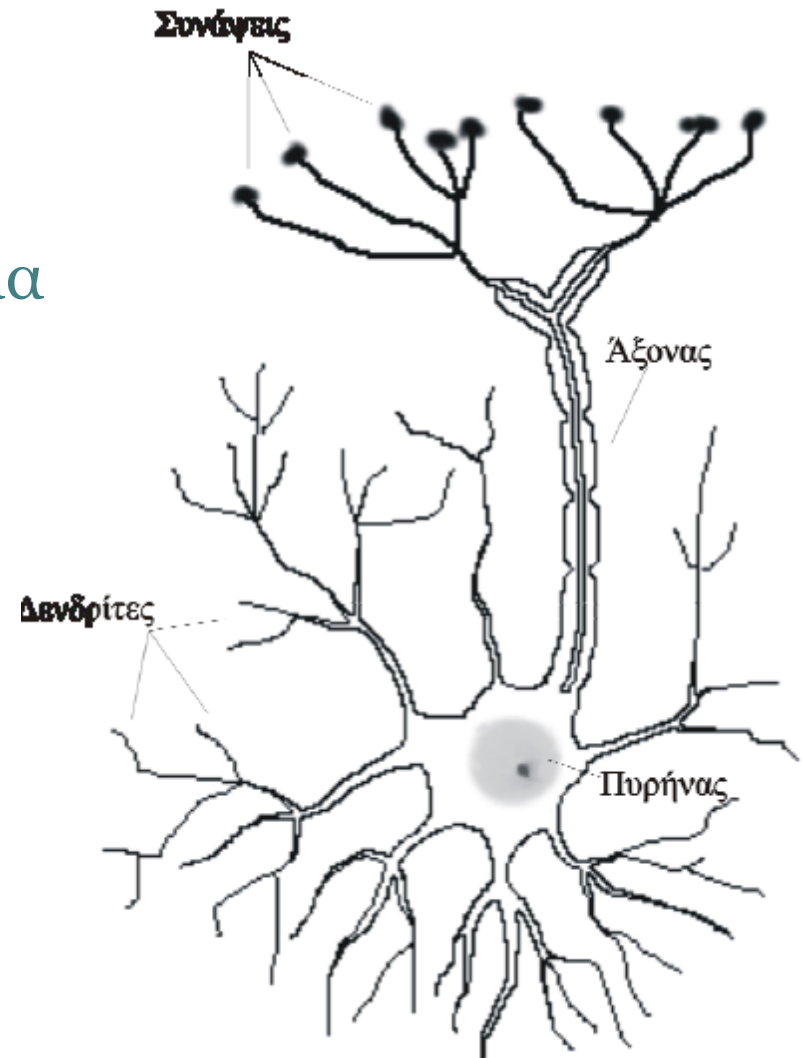
Τεχνητή Νοημοσύνη I

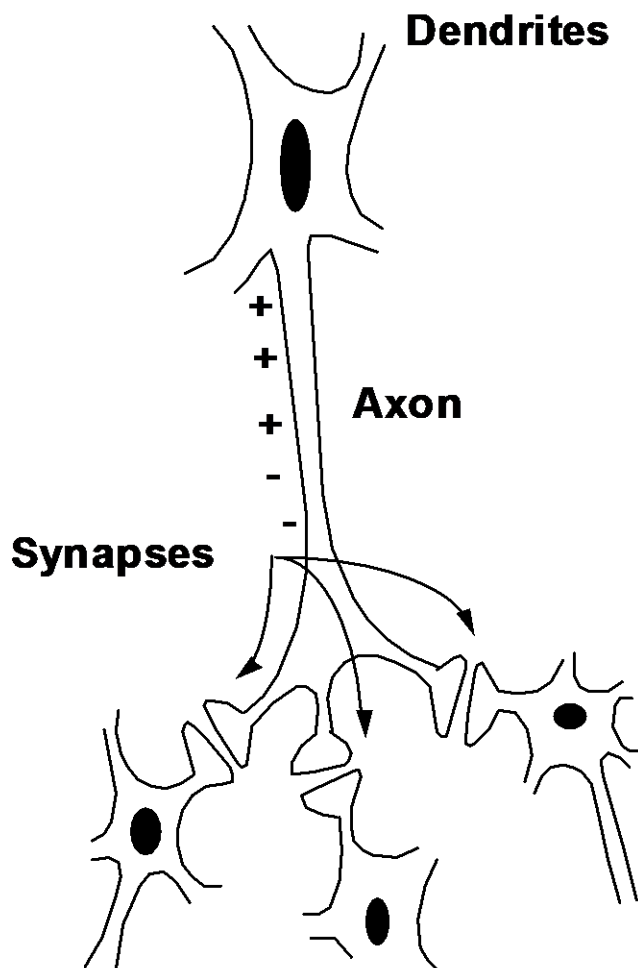
Νευρώνας Perceptron

Διδάσκων: **Τσούρος Δήμος**
Εκπαιδευτικό Υλικό: **Τσίπουρας Μάρκος**
Τζώρτζης Γρηγόρης
Τσούρος Δήμος

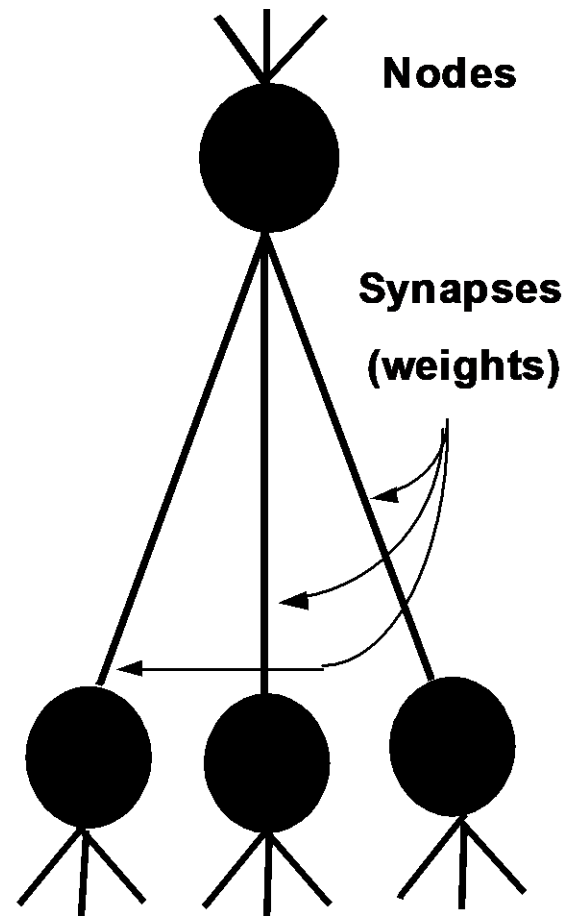
Αρχική Ιδέα

- Οι αρχές και λειτουργίες τους βασίζονται στο νευρικό σύστημα των ζώντων οργανισμών
- Έχουν ως στόχο να προσομοιώσουν τους νευρώνες του ανθρώπινου εγκεφάλου
 - Οι βιολογικοί νευρώνες έχουν ρυθμιζόμενες παραμέτρους
 - Μεγάλο πλήθος νευρώνων: 10^{11}
 - Κάθε νευρώνας έχει περίπου 1000 συνάψεις





Impulse



Βασικές Αρχές

- Η λειτουργία τους προσπαθεί να συνδυάσει τον τρόπο σκέψης του ανθρώπινου εγκεφάλου με τον αφηρημένο μαθηματικό τρόπο σκέψης
- Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (artificial neural networks) χρησιμοποιούνται για να λύσουν προβλήματα με ηλεκτρονικό υπολογιστή
- Κάθε νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό μονάδων, που λέγονται νευρώνες (neurons)
- Ο νευρώνας είναι η πιο μικρή ανεξάρτητη μονάδα του δικτύου

Ορισμός

- Αρχιτεκτονική δομή αποτελούμενη από ένα **πλήθος** διασυνδεδεμένων μονάδων.
- Κάθε μονάδα χαρακτηρίζεται από εισόδους και εξόδους και υλοποιεί τοπικά κάποιον απλό **υπολογισμό**
- Κάθε σύνδεση μεταξύ μονάδων χαρακτηρίζεται από μία τιμή **βάρους**. Οι τιμές των βαρών αποτελούν την **γνώση** που είναι αποθηκευμένη στο δίκτυο
- Η έξοδος κάθε μονάδας καθορίζεται από τις εισόδους της, τον τρόπο διασύνδεσης με τις άλλες μονάδες και τον τύπο της (με βάση το **βάρος**)

Ιστορικά Στοιχεία [1]

- 1943 – McCulloch & Pitts: πρώτο μοντέλο νευρωνικού δικτύου
 - προτείνει ότι οι νευρώνες είναι η βασική μονάδα
- 1947 – McCulloch & Pitts: εξελιγμένο πρότυπο για την αναγνώριση σχημάτων
 - Ο νευρώνας μπορεί να έχει δύο μόνον καταστάσεις
 - λειτουργία μνήμης: ύπαρξη κλειστών διαδρομών του σήματος μέσα στο δίκτυο

Ιστορικά Στοιχεία [2]

- 1949 – D. Hebb: κανόνας μάθησης του Hebb
 - κάθε φορά που το δίκτυο χρησιμοποιεί τις νευρωνικές του συνδέσεις, οι συνδέσεις αυτές ενισχύονται και το δίκτυο πλησιάζει περισσότερο στο να μάθει το πρότυπο το οποίο παρουσιάζεται
 - όταν ο νευρώνας i επανειλημμένα διεγείρει τον νευρώνα j , τότε συμβαίνει να αναπτύσσεται μια μεταβολική σύνδεση στον ένα ή και στους δύο νευρώνες, έτσι ώστε η απόδοση του φαινομένου (το i διεγείρει το j) να αυξάνεται
- '50 – J. von Neumann: παράδειγμα για υπολογιστικές μηχανές και πρώτα τεχνητά δίκτυα

Ιστορικά Στοιχεία [3]

- 1957 – F. Rosenblatt: μοντέλο perceptron
 - απλό μοντέλο δύο επιπέδων (είσοδος – έξοδος)
- 1959 – Widrow & Hoff: μοντέλα Adaline και Madaline,
 - τα πρώτα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν επιτυχώς για πρακτικά προβλήματα
(φίλτρα για εξάλειψη της ηχούς σε τηλεφωνικές γραμμές)
- 1969 – Minsky και Papert: βιβλίο «Perceptrons»
 - συνολική εκτίμηση της χρησιμότητας του perceptron

Ιστορικά Στοιχεία [4]

- 1982 – J. Hopfield: νευρωνικό δίκτυο ως αποθηκευτικός χώρος
- 1986 – McClelland & Rumelhart: βιβλίο «Parallel Distributed Processing»
 - νευρωνικό δίκτυο ως παράλληλος επεξεργαστής
 - εσωτερική δομή του δικτύου (κρυμμένα επίπεδα) νευρώνων, εκτός από την είσοδο και την έξοδο
 - εκπαίδευση με την μέθοδο της οπισθοδιάδοσης (back-propagation)

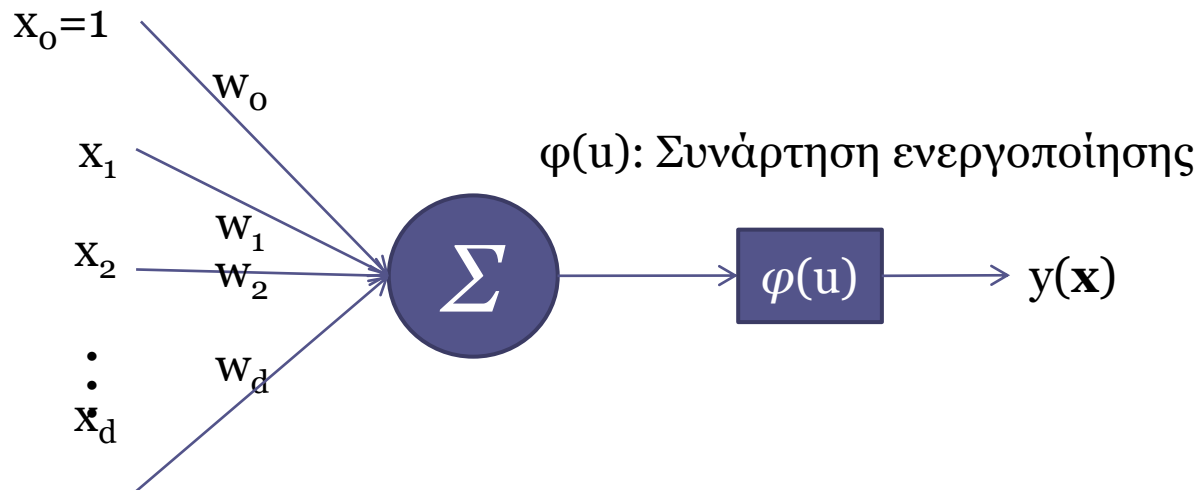
Νευρώνας Perceptron

- Ο νευρώνας perceptron είναι το απλούστερο ΤΝΔ
- Χρησιμοποιείται σε προβλήματα με 2 κατηγορίες
- Επιλύει μόνο γραμμικά διαχωρίσιμα προβλήματα

Τεχνητός Νευρώνας

- Ο νευρώνας δέχεται ως είσοδο ένα δεδομένο:
 - Το δεδομένο αναπαρίσταται με ένα διάνυσμα $\mathbf{x}=[x_1,...,x_d]$
 - Τα $x_1,...,x_d$ ονομάζονται χαρακτηριστικά
- Ο τεχνητός νευρώνας έχει τόσες εισόδους όση και η διάσταση των δεδομένων (d) + μία είσοδο
 - Η τιμή κάθε εισόδου είναι η τιμή του αντίστοιχου χαρακτηριστικού x_i
 - Η επιπλέον τιμή εισόδου είναι πάντα 1 ($x_0=1$)
 - Το $[x_0, x_1, ..., x_d]$ ονομάζεται επανυξημένο διάνυσμα εισόδου
- Σε κάθε είσοδο αντιστοιχεί μία παράμετρος w_i ($i=0,1,...,d$)
 - Τα w_i αποκαλούνται βάρη
 - το w_0 αποκαλείται και πόλωση
 - Τα βάρη αναπαρίστανται με ένα διάνυσμα $\mathbf{w}=[w_0, w_1, ..., w_d]$

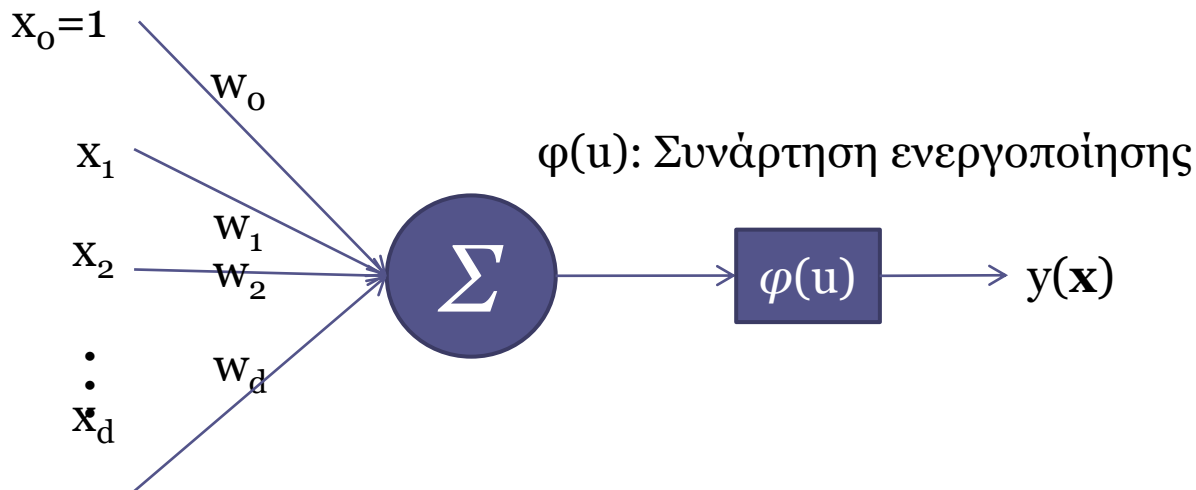
Αρχιτεκτονική



Αρχιτεκτονική

Βηματική συνάρτηση

$$\varphi(u) = \begin{cases} 1 & \text{αν } u > 0 \\ 0 & \text{αν } u \leq 0 \end{cases}$$



$$y = \varphi(u(\mathbf{x})) = \varphi\left(\sum_{i=0}^d w_i x_i\right) = \varphi(w_0 x_0 + w_1 x_1 + \dots + w_d x_d)$$

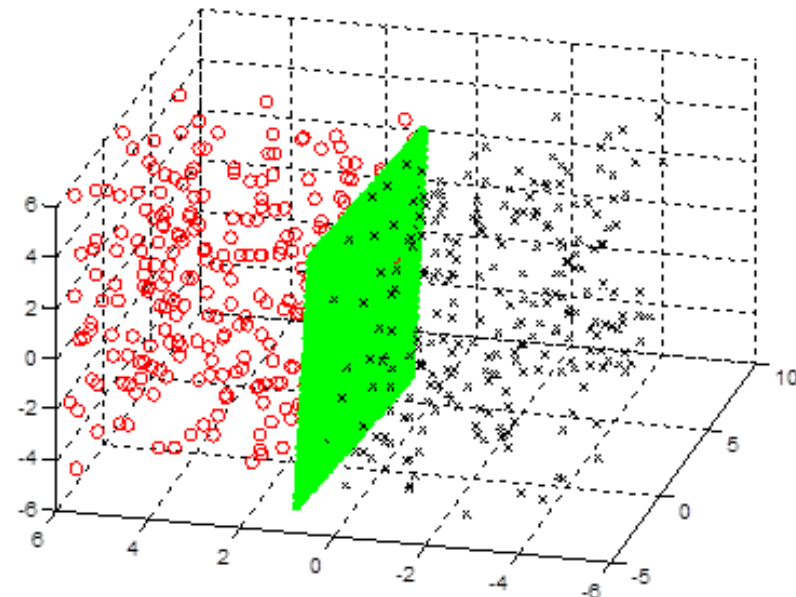
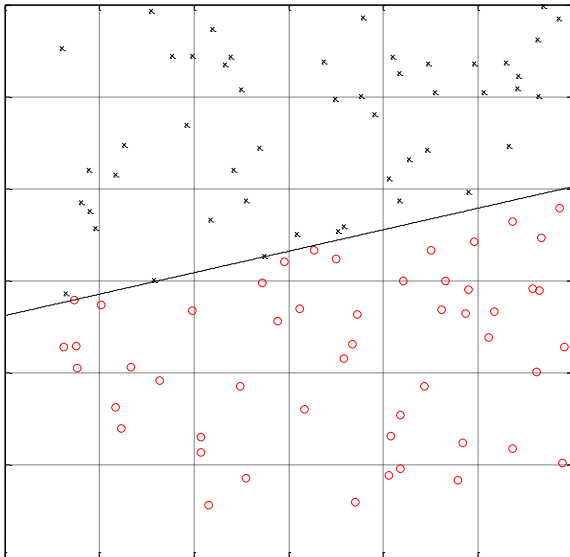
$$y = \begin{cases} 1, & w_0 x_0 + w_1 x_1 + \dots + w_d x_d > 0 \\ 0, & w_0 x_0 + w_1 x_1 + \dots + w_d x_d \leq 0 \end{cases}$$

Λειτουργία

1. Υπολογίζεται το Σ
 - (γραμμικός συνδυασμός της εισόδου με τα βάρη)
2. Υπολογίζεται η **Συνάρτηση $\square$ ενεργοποίησης**
 - (με βάση το Σ)

Γραμμικά Διαχωρίσιμο Πρόβλημα

- Υπάρχει υπερεπίπεδο που διαχωρίζει τα δεδομένα των δύο κατηγοριών
 - Στις δύο διαστάσεις το υπερεπίπεδο είναι η **ευθεία**
 - Εξίσωση υπερεπιπέδου στον $\mathbb{R}^d$: $g(\mathbf{x}) = w_0 + \sum_{i=1}^d w_i x_i = w_0 + w_1 x_1 + \dots + w_d x_d$



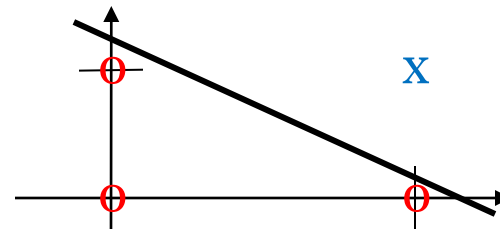
Γραμμικά Διαχωρίσιμα Προβλήματα

- Λογικό AND

x_1	x_2	AND
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Κατηγορία C_1

Κατηγορία C_2

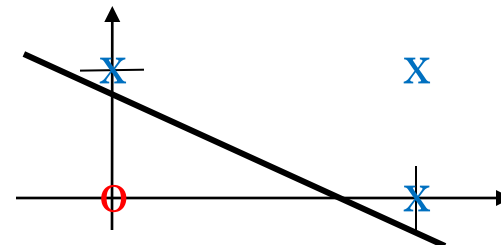


- Λογικό OR

x_1	x_2	OR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Κατηγορία C_1

Κατηγορία C_2



Ιδιότητες

- Η ταξινόμηση ενός δεδομένου $\mathbf{x}^i$ γίνεται ως εξής:
 - Είσοδος του $\mathbf{x}^i$ στο perceptron
 - Υπολογισμός του $y(\mathbf{x}^i)$
 - Αν $y(\mathbf{x}^i)=1$ ταξινόμηση στην κατηγορία 1
 - Αν $y(\mathbf{x}^i)=0$ ταξινόμηση στην κατηγορία 0
- Η εκπαίδευση έχει ως στόχο την εύρεση των τιμών των βαρών ώστε να διαχωρίζονται σωστά τα δεδομένα στις 2 κατηγορίες

Εκπαίδευση

- Θεωρούμε το σύνολο εκπαίδευσης $X = \{(\mathbf{x}^i, t(\mathbf{x}^i))\} \ i=1, \dots, N$
 - Τα $\mathbf{x}^i$ είναι τα δεδομένα εκπαιδεύσεις και $\mathbf{x}^i = [x_1^i, \dots, x_d^i]$ δηλαδή $\mathbf{x}^i \in \mathbb{R}^d$
 - Το $t(\mathbf{x}^i)$ είναι η κατηγορία του δεδομένου $\mathbf{x}^i$
- Με την εκπαίδευση επιθυμούμε να βρούμε τις κατάλληλες τιμές για τα βάρη ώστε το υπερεπίπεδο που αντιστοιχεί σε αυτά να διαχωρίζει ορθά όλα τα δεδομένα του συνόλου εκπαίδευσης, δηλαδή $y(\mathbf{x}^i) = t(\mathbf{x}^i) \ \forall \ \mathbf{x}^i \in X$

Αλγόριθμός Εκπαίδευσης [1]

- Επαυξημένο διάνυσμα δεδομένων
 - Στο διάνυσμα όλων των δεδομένων του συνόλου εκπαίδευσης προσθέτουμε και τη συνιστώσα $x_0 = 1$ που αντιστοιχεί στην είσοδο με τιμή 1 του perceptron
 - Το επαυξημένο διάνυσμα για το $\mathbf{x}^i$ είναι:
 $\mathbf{x}_e^i = [x_0^i = 1, x_1^i, \dots, x_d^i]$
 - Παρέχει ευκολία στη διατύπωση του αλγορίθμου εκπαίδευσης
- Βήμα 1-Αρχικοποίηση
 - Αρχικοποίησε τα βάρη του perceptron
 $\mathbf{w}^{(0)} = [w_0^{(0)}, w_1^{(0)}, \dots, w_d^{(0)}]$
 - Η αρχικοποίηση γίνεται συνήθως τυχαία π.χ. επιλέγοντας τιμές στο διάστημα $(-1, 1)$

Αλγόριθμός Εκπαίδευσης [2]

- Βήμα 2-Ενημέρωση βαρών

- Θέσε ως είσοδο τα πρότυπα $\mathbf{x}^i$ του συνόλου εκπαίδευσης (ένα την φορά)
- Για κάθε $\mathbf{x}^i$ υπολόγισε το $y(\mathbf{x}^i)$ και άλλαξε τα βάρη με βάση τον εξής κανόνα (ο κανόνας περιέχει πράξεις με διανύσματα!):

$$\mathbf{w}^{(t+1)} = \begin{cases} \mathbf{w}^{(t)} + n\mathbf{x}_e^i & \text{αν } y(\mathbf{x}^i) = 0 \text{ \& } t(\mathbf{x}^i) = 1 \\ \mathbf{w}^{(t)} - n\mathbf{x}_e^i & \text{αν } y(\mathbf{x}^i) = 1 \text{ \& } t(\mathbf{x}^i) = 0 \\ \mathbf{w}^{(t)} & \text{αν } y(\mathbf{x}^i) = t(\mathbf{x}^i) \end{cases}$$

Ορθή ταξινόμηση $\Rightarrow$
τα βάρη δεν αλλάζουν

- Στη συνέχεια προχώρησε στο επόμενο πρότυπο
- Όταν τα πρότυπα εξαντληθούν άρχισε από την αρχή
- Κάθε κυκλική επανάληψη όλων των προτύπων καλείται **εποχή**

Αλγόριθμός Εκπαίδευσης [3]

- Τερματισμός
 - Επανέλαβε το βήμα 2 εωσότου όλα τα πρότυπα ταξινομηθούν σωστά, δηλαδή $y(\mathbf{x}^i) = t(\mathbf{x}^i) \forall \mathbf{x}^i \in X$
 - Το παραπάνω είναι **ισοδύναμο** με το να μη γίνει αλλαγή στα βάρη σε μία εποχή
- Ρυθμός μάθησης η
 - Πρόκειται για σταθερά του αλγορίθμου εκπαίδευσης
 - Καθορίζει πόσο έντονα μεταβάλλονται τα βάρη σε κάθε ανανέωση
 - Ισχύει: $\eta > 0$ και $\eta \in (0,1]$

Αλγόριθμός Εκπαίδευσης [4]

$t=0$

-Αρχικοποίησε τα βάρη

do{

for $i=1$ to N

 {

 -Υπολόγισε το $y(\mathbf{x}^i)$ με χρήση των βαρών $\mathbf{w}^{(t)}$

 -Ανανέωσε τα βάρη

$t=t+1$

 }

}until $y(\mathbf{x}^i)=t(\mathbf{x}^i) \forall \mathbf{x}^i \in X$

$$\mathbf{w}^{(t+1)} = \begin{cases} \mathbf{w}^{(t)} + n\mathbf{x}_e^i & \text{αν } y(\mathbf{x}^i) = 0 \text{ \& } t(\mathbf{x}^i) = 1 \\ \mathbf{w}^{(t)} - n\mathbf{x}_e^i & \text{αν } y(\mathbf{x}^i) = 1 \text{ \& } t(\mathbf{x}^i) = 0 \\ \mathbf{w}^{(t)} & \text{αν } y(\mathbf{x}^i) = t(\mathbf{x}^i) \end{cases}$$

Αλγόριθμός Εκπαίδευσης [5]

- Ο αλγόριθμος τερματίζει μόνον όταν $y(\mathbf{x}^i) = t(\mathbf{x}^i) \forall \mathbf{x}^i \in X$
 - Τερματισμός μόνο για γραμμικά διαχωρίσιμα προβλήματα
 - Μη γραμμικά διαχωρίσιμο $\Rightarrow$ άπειρες επαναλήψεις
- Θεώρημα
 - Αν το πρόβλημα είναι γραμμικά διαχωρίσιμο αποδεικνύεται ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει
 - Άγνωστος ο αριθμός επαναλήψεων εωσότου συγκλίνει
- Η σύγκλιση επηρεάζεται από το ρυθμό μάθησης
 - η πολύ μεγάλο $\rightarrow$ πιθανή ταλάντωση γύρω από τη λύση
 - η πολύ μικρό $\rightarrow$ ο αλγόριθμος συγκλίνει αργά

Αλγόριθμός Εκπαίδευσης [6]

- Η τελική λύση (τελικές τιμές των βαρών) εξαρτάται από:
 - Τις αρχικές τιμές των βαρών
 - Τη σειρά παρουσίασης των δεδομένων στον αλγόριθμο
 - Την τιμή του ρυθμού μάθησης
- Ο αλγόριθμος βρίσκει ένα από τα άπειρα υπερεπίπεδα που διαχωρίζουν το σύνολο εκπαίδευσης (εφόσον είναι γραμμικά διαχωρίσιμο)

Παράδειγμα Εκπαίδευσης [1]

Δεδομένα:

$x = \{ [0.7, -0.5], [-0.5, -0.2], [0.8, 0.6], [-0.1, 0.3] \}$

$t = [0, 0, 1, 1]$

Αρχικά βάρη: $w = [0.3 \quad -0.2 \quad 0.3]$

Ρυθμός Μάθησης: $n = 1$

Επαυξημένα Διανύσματα:

$x = \{ [1, 0.7, -0.5], [1, -0.5, -0.2], [1, 0.8, 0.6], [1, -0.1, 0.3] \}$

Παράδειγμα Εκπαίδευσης [2]

Εποχή 1:

- $[1, 0.7, -0.5]: u(x) = \sum (x * w) = 1 * 0.3 + 0.7 * (-0.2) + (-0.5) * 0.3 = 0.01$
 $\Rightarrow y = 1 \quad (t = 0)$ **άρα μεταβάλλονται τα βάρη**

$$w = w - nx = [0.3 \quad -0.2 \quad 0.3] - 1 * [1, 0.7, -0.5] = [-0.70 \quad -0.90 \quad 0.8]$$

- $[1, -0.5, -0.2]: u(x) = 1 * (-0.7) + (-0.5) * (-0.9) + (-0.2) * 0.8 = -0.41$
 $\Rightarrow y = 0 \quad (t = 0)$ **άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη**

- $[1, 0.8, 0.6]: u(x) = 1 * (-0.7) + 0.8 * (-0.9) + 0.6 * 0.8 = -0.94$
 $\Rightarrow y = 0 \quad (t = 1)$ **άρα μεταβάλλονται τα βάρη**

$$w = w + nx = [-0.70 \quad -0.90 \quad 0.8] + 1 * [1, 0.8, 0.6] = [0.30 \quad -0.10 \quad 1.4]$$

- $[1, -0.1, 0.3]: u(x) = 1 * 0.3 + (-0.1) * (-0.1) + 0.3 * 1.4 = 0.73$
 $\Rightarrow y = 1 \quad (t = 1)$ **άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη!**

Παράδειγμα Εκπαίδευσης [3]

- Εποχή 2:

- $[1, 0.7, -0.5]$: $u(x) = 1*0.3 + 0.7*(-0.1) + (-0.5)*1.4 = -0.47$
 $\Rightarrow y = 0$ ($t = 0$) **άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη**

- $[1, -0.5, -0.2]$: $u(x) = 1*0.3 + (-0.5)*(-0.1) + (-0.2)*1.4 = 0.07$
 $\Rightarrow y = 1$ ($t = 0$) **άρα μεταβάλλονται τα βάρη**

$$w = w - nx = [0.30 \ 0.10 \ 1.4] - 1*[1, -0.5, -0.2] = [-0.7 \ 0.4 \ 1.6]$$

- $[1, 0.8, 0.6]$: $u(x) = 1*(-0.7) + 0.8*0.4 + 0.6*1.6 = 0.58$
 $\Rightarrow y = 1$ ($t = 1$) **άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη**

- $[1, -0.1, 0.3]$: $u(x) = 1*(-0.7) + (-0.1)*0.4 + 0.3*1.6 = -0.26$
 $\Rightarrow y = 0$ ($t = 1$) **άρα μεταβάλλονται τα βάρη**

$$w = w + nx = [-0.7 \ 0.4 \ 1.6] + 1*[1, -0.1, 0.3] = [0.3 \ 0.3 \ 1.9]$$

Παράδειγμα Εκπαίδευσης [4]

- Εποχή 3:
- $[1, 0.7, -0.5]$: $u(x) = 1*0.3 + 0.7*0.3 + (-0.5)*1.9 = -0.44$
 $\Rightarrow y = 0$ ($t = 0$) άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη
- $[1, -0.5, -0.2]$: $u(x) = 1*0.3 + (-0.5)*0.3 + (-0.2)*1.9 = -0.23$
 $\Rightarrow y = 0$ ($t = 0$) άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη
- $[1, 0.8, 0.6]$: $u(x) = 1*0.3 + 0.8*0.3 + 0.6*1.9 = 1.68$
 $\Rightarrow y = 1$ ($t = 1$) άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη
- $[1, -0.1, 0.3]$: $u(x) = 1*0.3 + (-0.1)*0.3 + 0.3*1.9 = 0.84$
 $\Rightarrow y = 1$ ($t = 1$) άρα δεν μεταβάλλονται τα βάρη

▫ Συνεπώς η εκπαίδευση τερματίζει

Παράδειγμα Εκπαίδευσης [5]

Άρα οι τελικές τιμές
είναι $[0.3 \ 0.3 \ 1.9]$

Συνεπώς για να βρούμε
το υπερέπι πεδο :

$$0.3 + 0.3x_1 + 1.9x_2 = 0 \Rightarrow$$

$$1.9x_2 = -0.3x_1 - 0.3 \Rightarrow$$

$$x_2 = -0.16x_1 - 0.16$$

