



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας  
Πολυτεχνική Σχολή  
Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων



# Τεχνική Μηχανική

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Μέρος Β-Αντοχή Υλικών

### Εφελκυσμός-Θλίψη-Διάτμηση

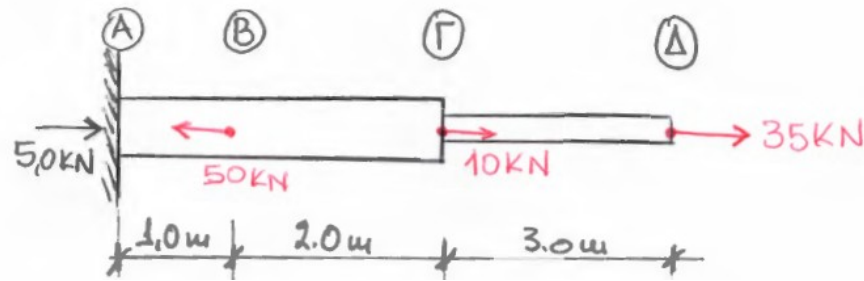
**Άνθιμος Σ. ΑΝΑΣΤΑΣΙΑΔΗΣ**  
Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Eurlng

# Άσκηση 1

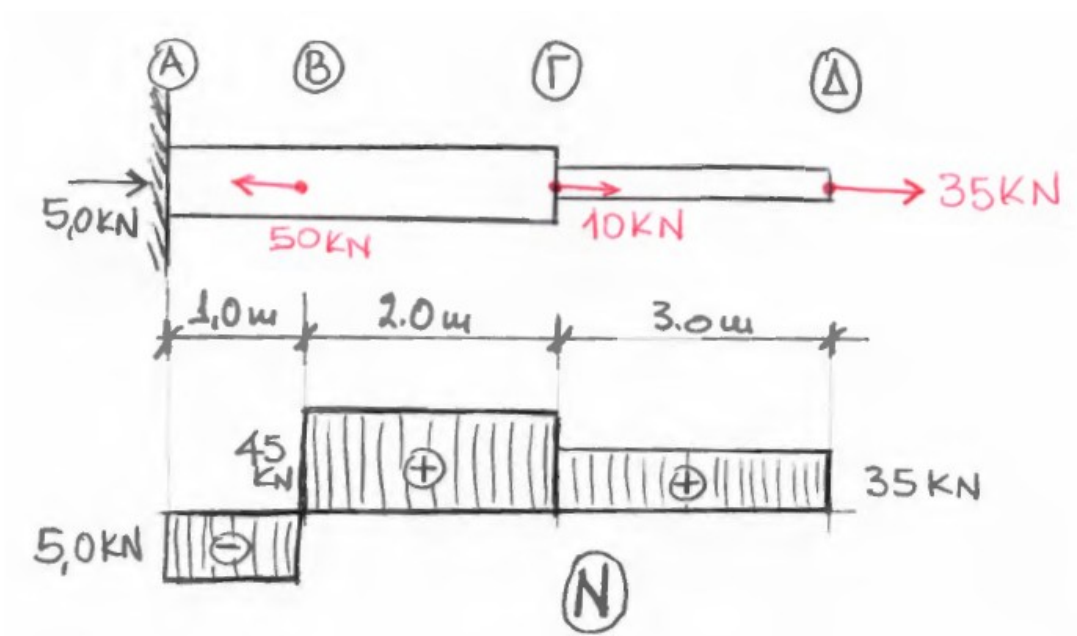
Για το μηχανικό σύστημα του σχήματος που αποτελείται από δύο ράβδους, θεωρείται ότι η οριακή τάση διαρροής του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένες ανέρχεται στα  $f_y = 23,50 \text{ KN/cm}^2$  και το μέτρο ελαστικότητας  $E = 210 \text{ GPa}$ , ενώ το τμήμα της ράβδου ΑΒΓ έχει εμβαδόν διατομή ίσο με  $32,00 \text{ mm}^2$

Ζητούνται:

- (α) Το διάγραμμα αξονικών δυνάμεων.
- (β) Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής της ράβδου ΓΔ.
- (γ) Να βρεθούν οι τάσεις στα τμήματα ΓΔ και ΒΓ.
- (δ) Η μέγιστη δύναμη που μπορεί να παραλάβει η ράβδος ΑΒΓ.
- (ε) Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση.



(α) Το διάγραμμα αξονικών δυνάμεων.



$$N_{\Gamma\Delta} = +35,0 \text{ kN}$$

$$N_{B\Gamma} = +35,0 \text{ kN} + 10,0 \text{ kN} = 45,0 \text{ kN}$$

$$N_{BA} = +45,0 \text{ kN} - 50 \text{ kN} = -5,0 \text{ kN}$$

(β) Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής της ράβδου ΓΔ.

$$\sigma = \frac{N}{A_{nec}} \leq f_y \Rightarrow A_{nec} = \frac{N}{f_y} = \frac{35}{23,50} = 1,489 \text{ cm}^2 [14,89 \text{ mm}^2]$$

ΔΙΑΤΟΜΗ ΤΜΗΜΑ ΓΔ : 14,89 mm<sup>2</sup>

ΔΙΑΤΟΜΗ ΤΜΗΜΑ ΑΓ : 32,00 cm<sup>2</sup> (ΔΕΔΟΜΕΝΑ)

(γ) Να βρεθούν οι τάσεις στα τμήματα ΓΔ και ΒΓ.

$$\text{ΤΑΣΗ ΤΜΗΜΑ ΓΔ : } \sigma_{\Gamma\Delta} = \frac{N_{\Gamma\Delta}}{A_{\Gamma\Delta}} = \frac{35}{1,489} = 23,50 \text{ KN}$$

$$\text{ΤΑΣΗ ΤΜΗΜΑ ΒΓ : } \sigma_{\text{ΒΓ}} = \frac{N_{\text{ΒΓ}}}{A_{\text{ΒΓ}}} = \frac{45,00}{3,20} = 14,06 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} < 23,50 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$$

Βαθμός εκμετάλλευσης διατομής:  $[14,06/23,50] * 100 = 59,83 \%$

(δ) Η μέγιστη δύναμη που μπορεί να παραλάβει η ράβδος ΑΒΓ.

$$N_{\max(B\Gamma)} = f_y A_{B\Gamma} = 23,50 \times 3,20 = 75,20 \text{ KN}$$

(ε) Η μέγιστη οριζόντια μετακίνηση.

$$\delta_{\Gamma\Delta} = \frac{N_{\Gamma\Delta} L_{\Gamma\Delta}}{E A_{\Gamma\Delta}} \quad ; \quad \delta_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma} L_{B\Gamma}}{E A_{B\Gamma}} \quad ; \quad \delta_{BA} = \frac{N_{BA} L_{BA}}{E A_{BA}}$$

$$\delta = \delta_{\Gamma\Delta} + \delta_{B\Gamma} + \delta_{BA}$$

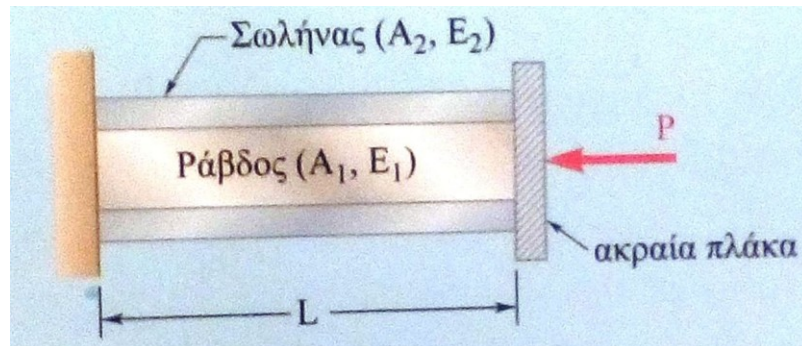
$$\delta = \frac{35 \times 300}{2,10 \times 10^4 \times 1,489} + \frac{45 \times 200}{2,10 \times 10^4 \times 3,20} - \frac{5 \times 100}{2,10 \times 10^4 \times 3,20} = 0,328 \text{ cm}$$

## Άσκηση 2

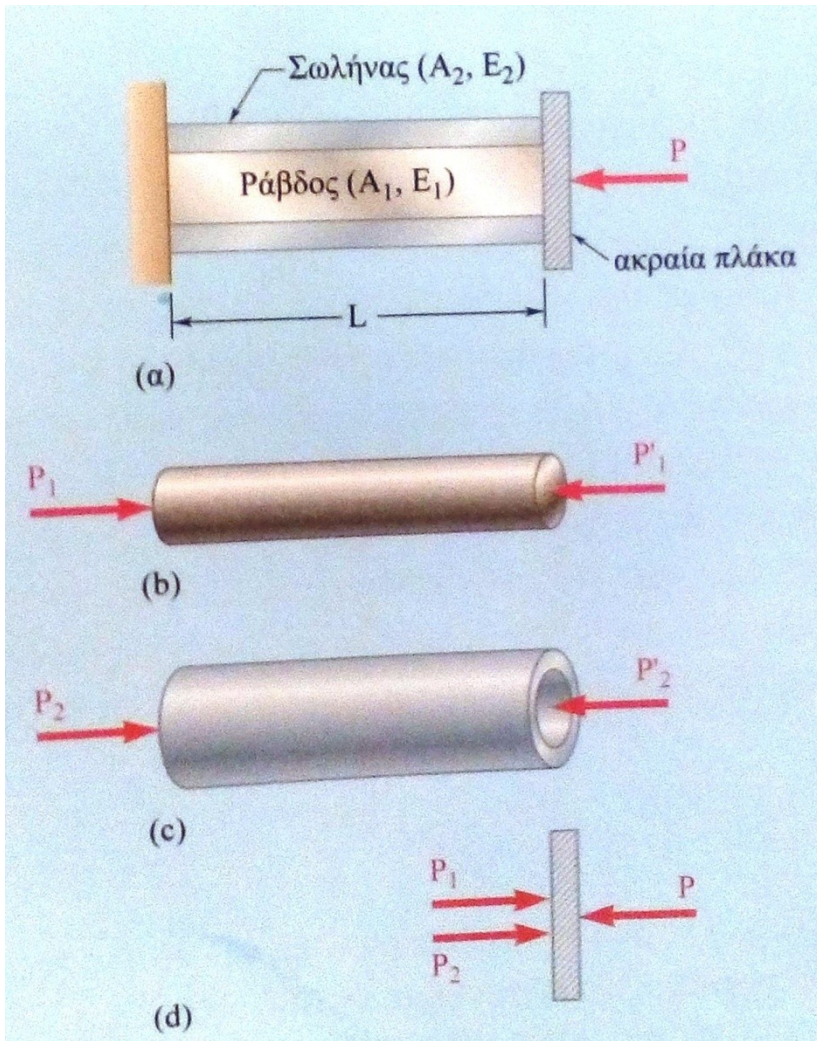
Το μηχανικό σύστημα του σχήματος που αποτελείται από δύο ράβδους, εσωτερικά από ορειχάλκινο σωλήνα διατομής εμβαδού  $50 \text{ mm}^2$  με μέτρο ελαστικότητας  $E = 105 \text{ GPa}$ , και εξωτερικό σωλήνα από δομικό χάλυβα εμβαδού  $60 \text{ mm}^2$  και μέτρου ελαστικότητας  $E = 210 \text{ GPa}$ . Στην ακραία άκαμπτη πλάκα ασκείται φορτίο  $50 \text{ kN}$ .

Ζητούνται:

Η παραμόρφωση της ράβδου, υπό την συνθήκη ότι οι δύο ράβδοι μετακινούνται ταυτόχρονα και οι μετακινήσεις είναι ίσες.



ΣΩΛΗΝΑΣ ΟΡΕΙΧΑΛΚΟΥ:  $A_1 = 50 \text{ mm}^2$ ;  $E_1 = 105 \text{ GPa}$   
ΣΩΛΗΝΑΣ ΧΑΛΥΒΑ:  $A_2 = 60 \text{ mm}^2$ ;  $E_2 = 210 \text{ GPa}$



$$P_1 + P_2 = P$$

$$\delta_1 = \frac{P_1 L}{A_1 E_1} \quad ; \quad \delta_2 = \frac{P_2 L}{A_2 E_2}$$

$$\delta_1 = \delta_2$$

$$\frac{P_1 L}{A_1 E_1} = \frac{P_2 L}{A_2 E_2}$$



$$P_1 = \frac{P(A_1 E_1)}{A_1 E_1 + A_2 E_2} = \frac{50 \times (5,0 \times 10500)}{5,0 \times 10500 + 6,0 \times 21000} = 14,70 \text{ kN}$$

$$P_2 = \frac{P(A_2 E_2)}{A_1 E_1 + A_2 E_2} = \frac{50 \times (6,0 \times 21000)}{5,0 \times 10500 + 6,0 \times 21000} = 35,30 \text{ kN}$$

$$\frac{A_1 E_1}{A_2 E_2} = \frac{5,0 \times 10500}{6,0 \times 21000} = 0,416$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{14,70}{35,30} = 0,416$$

Η ράβδος ορειχαλκού παραλαμβάνει το 41,60% της συνολικής δύναμης σε σχέση με την ράβδο από δομικό χάλυβα που παραλαμβάνει το υπόλοιπο 58,40%.

Η κατανομή της δύναμης γίνεται αναλογικά με τα μηχανικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής [δηλαδή ανάλογα με την αξονική δυσκαμψία  $EA$  κάθε εκάστου στοιχείου που διαμορφώνει το μηχανικό σύστημα].

[Αυτό ισχύει για το ελαστικό πεδίο συμπεριφοράς].



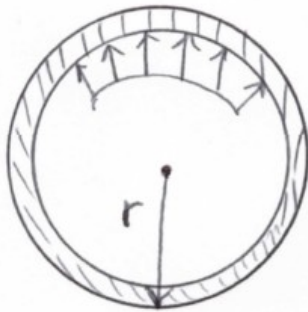
# Άσκηση 3

Σε λεπτότοιχο αγωγός ασκείται εσωτερική πίεση λειτουργίας 50 bar. Ο αγωγός είναι κατασκευασμένος από δομικό χάλυβα με όριο διαρροής 320 MPa, και είναι κλειστός στα άκρα του.

Ζητούνται:

(α) το πάχος του σωλήνα.

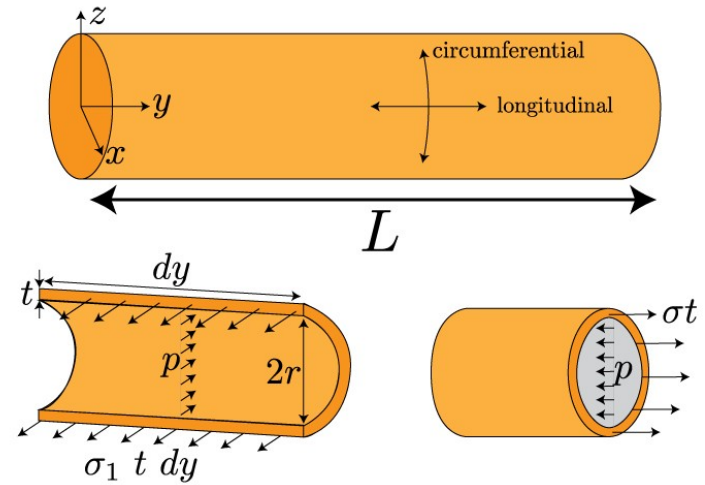
(β) το πάχος της πλάκας.



$$\text{Πίεση} : 50 \text{ bar} = 5,0 \text{ MPa} = 5 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 400 \text{ mm} \quad (r = 200 \text{ mm})$$

$$f_y = 320 \text{ MPa}$$



(α) το πάχος του σωλήνα.

Εφαπτομενική τάση

$$\sigma_u = \frac{Pr}{t} \leq f_y \Rightarrow t = \frac{Pr}{f_y} = \frac{5,0 \times 200}{320} = 3,12 \text{ mm} \quad L > 5,60 \text{ mm}$$

(β) το πάχος της πλάκας.

$$\sigma_a = \frac{Pr}{2t} \leq f_y \Rightarrow t = \frac{Pr}{2f_y} = \frac{5,0 \times 200}{2 \times 320} = 1,56 \text{ mm} \quad L > 4 \text{ mm}$$

Πάχος σωλήνα διαθέσιμο στο εμπόριο, [βλ. σχετικό πίνακα]

Outside Diameter		Wall Thickness																	
Inches		0.157	0.177	0.197	0.22	0.248	0.279	0.315	0.346	0.393	0.433	0.5	0.559	0.626	0.688	0.751	0.787	0.875	0.984
mm		4	4.5	5	5.6	6.3	7.1	8	8.8	10	11	12.7	14.2	15.9	17.5	19.1	20	22.2	25
8 5/8	219.1	0	0	0															
10 3/4	273.1		0	0															
12 3/4	323.9		0	0															
14	355.6		0	0															
16	406.4																		
18	457.2																		
20	508																		
22	558.8																		**
24	609.6																		** **
26	660																		** **

Απόσπασμα πίνακα διαθέσιμων διατομών εμπορίου.



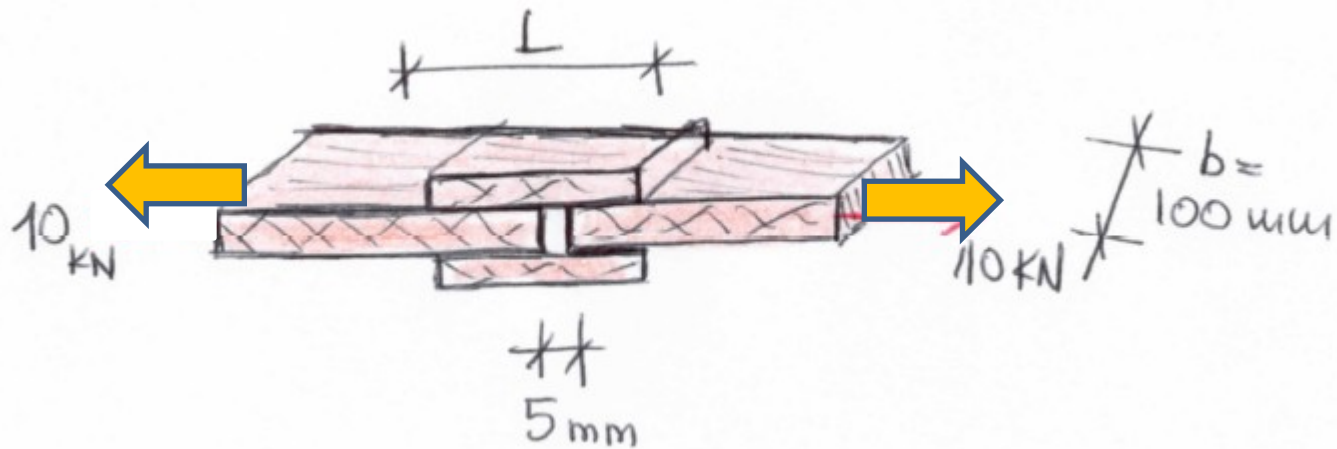
<https://www.cpw.gr/en/about-us/overview/>

# Άσκηση 4

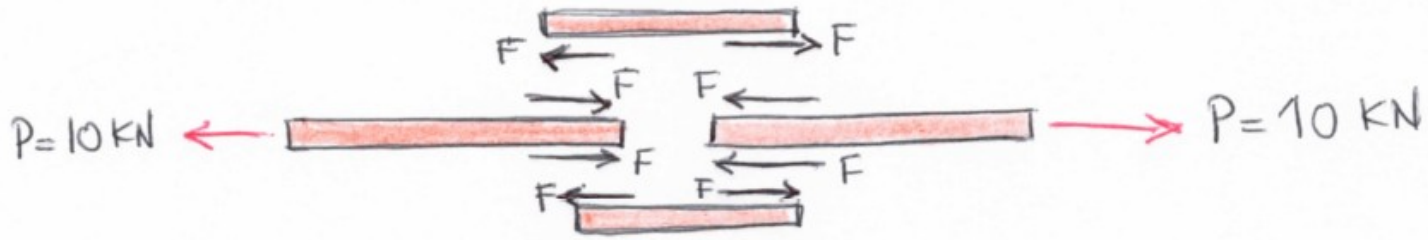
Μεταλλικές πλάκες επικολλούνται μεταξύ με εποξειδική κόλλα. Στις πλάκες ασκείται φορτίο της τάξης των 10kN.

Ζητείται:

Το μήκος παράθεσης.

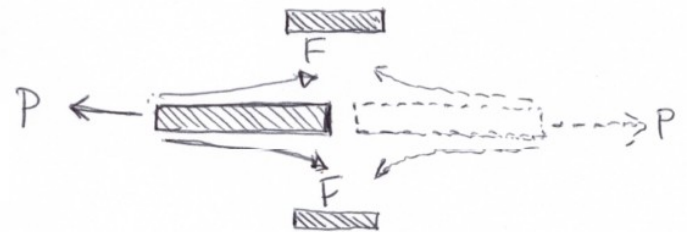


Επιτρεπόμενη τάση επικόλλησης:  $\tau = 1,0 \text{ MPa}$

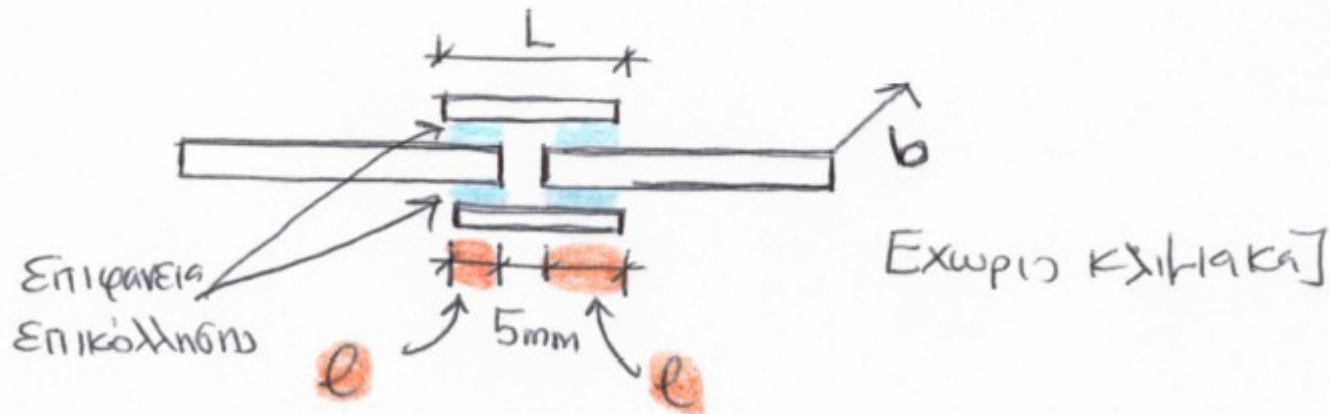


Η συνολική δύναμη διαμοιράζεται στις δύο επιφάνειες του ελάσματος

$$F = \frac{1}{2} P = 5,0 \text{ kN}$$



$b = 100 \text{ mm}$  ;  $l = \text{μήκος παράθεσης}$



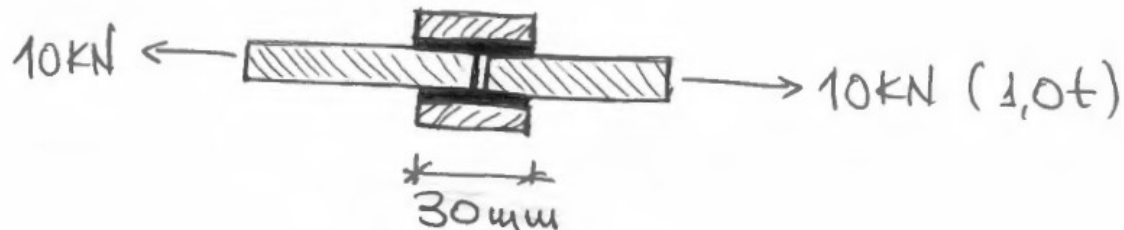
Επιτρεπόμενη τάση επικόλλησης:  $\tau = 1,0 \text{ MPa}$

Εμβαδόν επιφάνειας επικόλλησης:  $A = \ell b$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{4(\ell \times b)} \Rightarrow \ell = \frac{F}{4 \times \tau \times b} = \frac{5,0 \times 1000}{4 \times 1,0 \times 100} = 12,50 \text{ mm}$$

↑  
Επιφάνειες  
επικόλλησης

$$L = \ell + 5 \text{ mm} + \ell = 12,50 + 5 + 12,50 = 30 \text{ mm}$$



# Σημείωμα Αναφοράς σε έργα Τρίτων

## Βιβλιογραφία

1. Beer F., Johnston E.R., Mazurek D.: Τεχνική Μηχανική-Στατική. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 11<sup>η</sup> 2019, [κωδ. Εύδοξος 59421317].
2. Gere J., Goodno B.: Αντοχή Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 9<sup>η</sup> 2021, [κωδ. Εύδοξος 86055253].
3. Nash W.: Στατική και Μηχανική των Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 1<sup>η</sup> 2002, [κωδ. Εύδοξος 18549012].
4. Π.Α. Βουθούνης: Τεχνική Μηχανική. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 10<sup>η</sup> 2019, [ISBN 978-618-83280-4-4].
5. F.P. Beer, E.R. Johnston Jr., J.T. Wolf, D.F. Mazuerk: Μηχανική των Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 2012-2019. [ISBN: 978-960-418-381-4]. Ελληνική μετάφραση.
6. Π.Α. Βουθούνης: Στατική-Μηχανική του απαραμόρφωτου στερεού. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 6<sup>η</sup> 2017, [ISBN 978-618-83280-1-3].
7. Π.Α. Βουθούνης: Αντοχή των Υλικών-Μηχανική του παραμορφώσιμου στερεού. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 4<sup>η</sup> 2019, [ISBN 978-618-83280-3-7].
8. Μ. Ματσιοκούδη-Ηλιοπούλου: Τεχνική Μηχανική: Αρχές Στατικής και Εισαγωγή στην Θεωρία των Παραμορφώσιμων Σωμάτων. Εκδόσεις Ζυγός. Έκδοση 1991/2016. [ISBN13: 97896080652533], [κωδ. Εύδοξος 1753].
9. Γ. Γκρός. Μηχανική. Τόμος Α. Ευγενείδιο Ίδρυμα, 1976.



# Σημείωμα αναφοράς

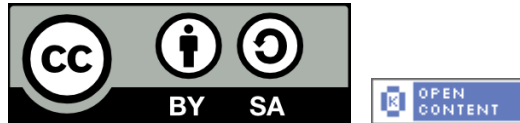
Copyright Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

Άνθιμος Σ. Αναστασιάδης. «Τεχνική Μηχανική». Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας. Πολυτεχνική Σχολή. Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων. Έκδοση 1<sup>η</sup>, Κοζάνη, 2021.

Διαθέσιμο από την διαδικτυακή διεύθυνση:

# Σημείωμα αδειοδότησης

Το παρόν εκαπιδευτικό υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [<https://creativecommons.org/>] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



## Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να περιλαμβάνει τα παρακάτω:

- ❖ Σημείωμα Αναφοράς
- ❖ Σημείωμα Αδειοδότησης
- ❖ Δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- ❖ Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει), μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

# Τέλος Ενότητας

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Εφελκυσμός-Θλίψη-Διάτμηση

