



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων



Τεχνική Μηχανική

Μέρος Β - Αντοχή Υλικών

Εισαγωγικά στοιχεία αντοχής υλικών

Άνθιμος Σ. ΑΝΑΣΤΑΣΙΑΔΗΣ
Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, EurIng

1. Γενικά

Κάθε κατασκευή υλοποιείται από κάποιο ή κάποια δομικά υλικά [π.χ. χάλυβα, ξύλο, οπλισμένο σκυρόδεμα, σύνθετα υλικά, κ.λ.π.] που με την σειρά τους διαμορφώνουν δομικά στοιχεία, τα οποία κατάλληλα συνδεδεμένα μεταξύ τους μορφοποιούν ένα δομικό φορέα.

Κάθε κατασκευή βρίσκεται υπό την επίδραση περιβαλλοντικών [π.χ. φορτία χρήσης, χιόνι, αέρας], λειτουργικών [π.χ. φορτία γερανών, μηχανών, κ.α.], και τυχηματικών φορτίσεων [σεισμός, έκρηξη, κ.α.]. Ως εκ τούτου εντός των δομικών στοιχείων αναπτύσσονται εντατικές καταστάσεις οι οποίες καταπονούν τα δομικά στοιχεία. Με την σειρά τους οι μηχανικές καταπονήσεις θα πρέπει να παραληφθούν με ασφάλεια και οικονομία υλικού έτσι ώστε να εξυπηρετούν τους λόγους και τις ανάγκες για τις οποίες υλοποιούνται.

Συνεπώς, για την διασφάλιση των ανωτέρω θα πρέπει να διαθέτουν κατάλληλα στατικά γεωμετρικά [π.χ. εμβαδόν, ροπή αδράνειας, κ.α.] και μηχανικά χαρακτηριστικά [μέτρο ελαστικότητας, όριο θραύσης, κ.α.]·

Επομένως η Αντοχή Υλικών **αναζητά:**

(α) Τις διαστάσεις του φορέα έτσι ώστε αυτός να παραλαμβάνει με ασφάλεια την οποιαδήποτε φορτιστική κατάσταση, **[σχεδιασμός, διαστασιολόγηση]**.

(β) Για δεδομένες διαστάσεις και εξωτερικά επιβαλλόμενες φορτίσεις, το μέγιστο φορτίο και τις μέγιστες παραμορφώσεις που αυτός μπορεί να αναλάβει **[ανασχεδιασμός]**.

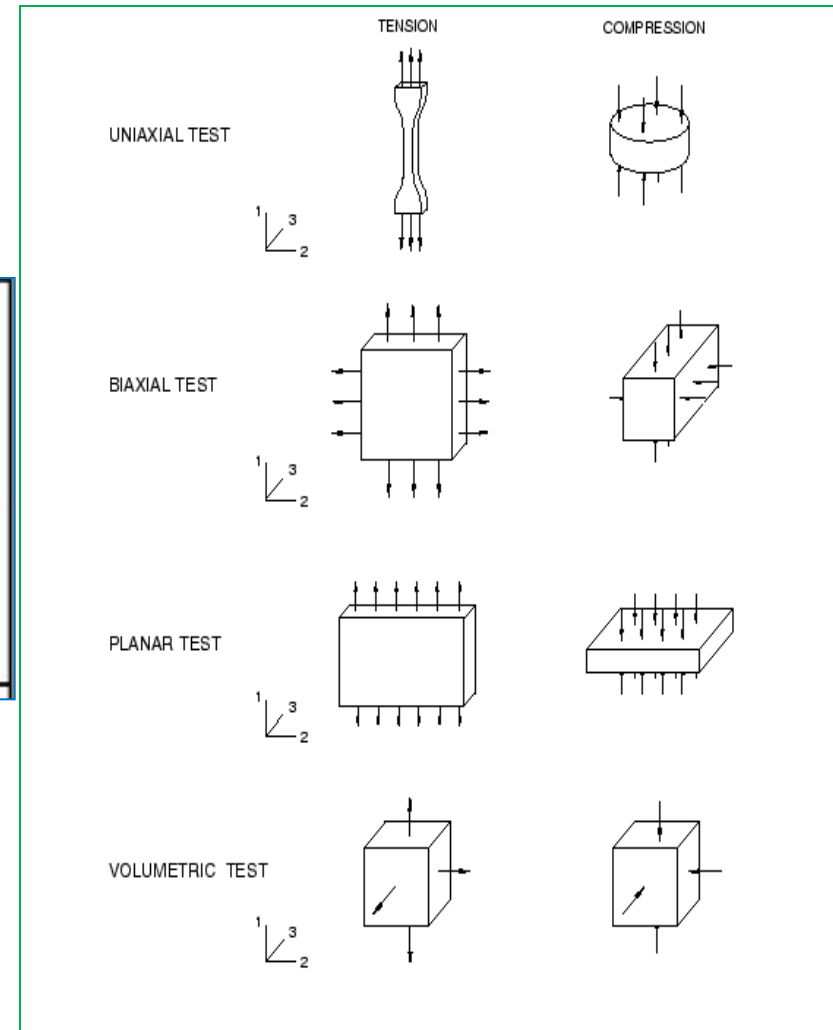
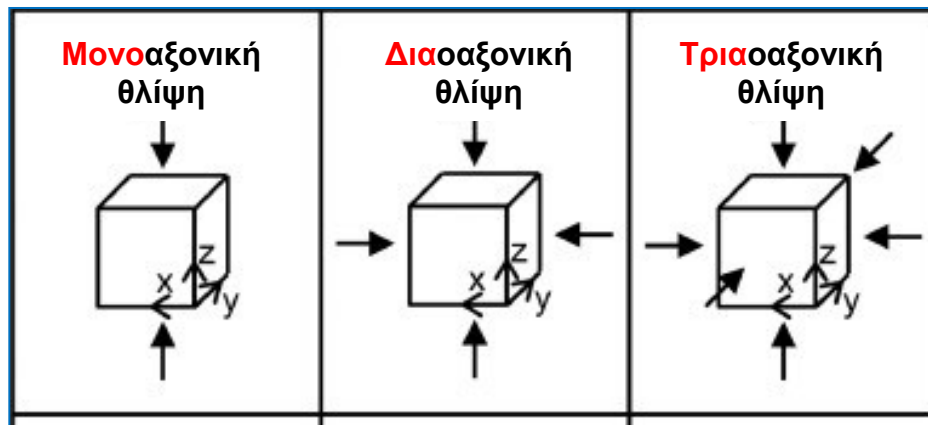
(γ) Για δεδομένες διαστάσεις και συγκεκριμένο πλαίσιο φόρτισης, κατά πόσο ο φορέας είναι ασφαλής **[έλεγχος μηχανικής επάρκειας]**.

Φορέας [μηχανικό σύστημα], ονομάζεται κάθε κατασκευή που μπορεί να αναλάβει εξωτερικές φορτίσεις, να αναπτύξει εσωτερικές δυνάμεις, να παραλάβει τις αντιδράσεις και εν τέλει να βρεθεί σε ισορροπία.

Εντατική κατάσταση, ονομάζεται η μηχανική κατάσταση στην οποία βρίσκεται ο φορέας αναπτύσσοντας εσωτερικές δυνάμεις [φορτία διατομής] $[N, Q, M]$, ως αντίδραση στις εξωτερικές φόρτισεις. Διακρινούμε:

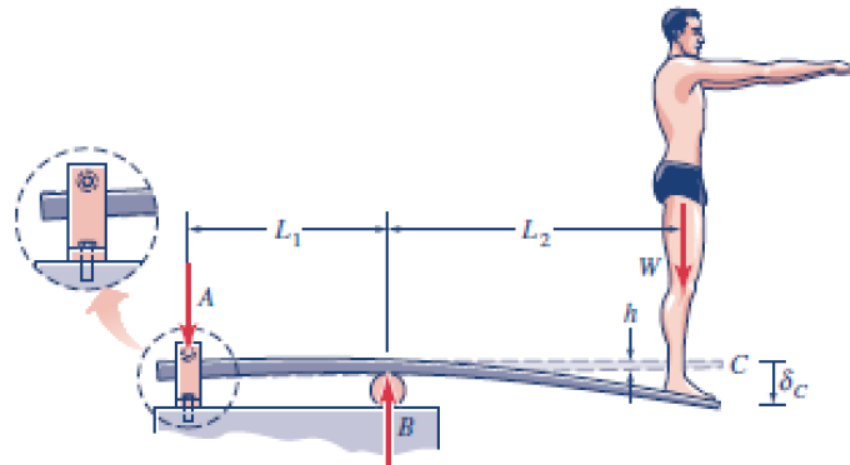
- Μονοαξονικές εντ. καταστάσεις, [ως προς ένα άξονα X ή Y].
- Διαξονικές εντ. Καταστάσεις, [ως προς τους δύο άξονες X και Y].
- Τριαξονικές εντ. Καταστάσεις, [και τους 3 άξονες X, Y, Z].

Καταπόνηση, ονομάζεται το αποτέλεσμα της εντατικής κατάστασης [π.χ. θλίψη, διάτμηση, κάμψη, στρέψη, σύνθετες καταπονήσεις].



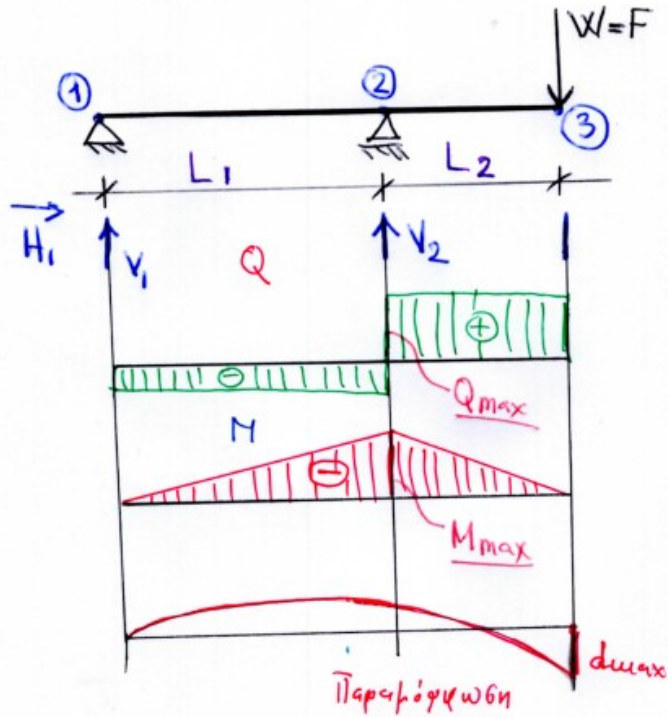
<https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEFSARefMap/simagsa-c-matdefinehyper.htm>

Παράδειγμα

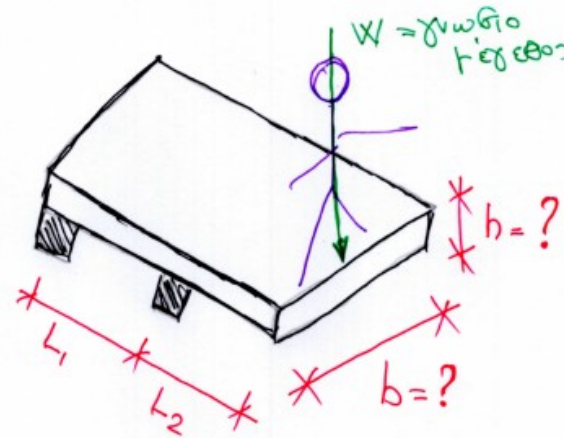


1. Ποιο βάρος W θα προκαλέσει τη θραύση του βατήρα, και σε ποιο σημείο θα συμβεί;
2. Για μια δεδομένη γεωμετρία του βατήρα και θέση της κύλισης B, ποια είναι η σχέση μεταξύ της μετατόπισης δ_c στο σημείο C και του βάρους W του ανθρώπου;
3. Είναι προτιμότερο ένα μεταβαλλόμενο πάχος του βατήρα h μεταξύ των σημείων A και C;
4. Είναι προτιμότερος ένας βατήρας από fiberglass ή από αλουμίνιο;

ΣΤΑΤΙΚΗ



ΑΝΤΟΧΗ ΥΛΙΚΩΝ



Π.Χ
ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ
ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Η'
ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΦΙΣΤΑΜΕΝΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ
ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗΝ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ
ΑΠΟ M_{max} ; Q_{max}

Παραδοχές Αντοχής Υλικών

- (i) Ο φορέας είναι συμπαγής, κάθε στοιχειώδης τμήμα του υλικού έχει τις ίδιες ιδιότητες σε όλο τον φορέα.
- (ii) Ο φορέας λειτουργεί εντός του ελαστικού πεδίου μηχανικής συμπεριφοράς [οι παραμορφώσεις μεταβάλλονται γραμμικά ανάλογα με τις δυνάμεις].

Χαρακτηριστικά Υλικών

Ομογενές, ονομάζεται το υλικό το οποίο σε κάθε σημείο του έχει τις ίδιες ιδιότητες.

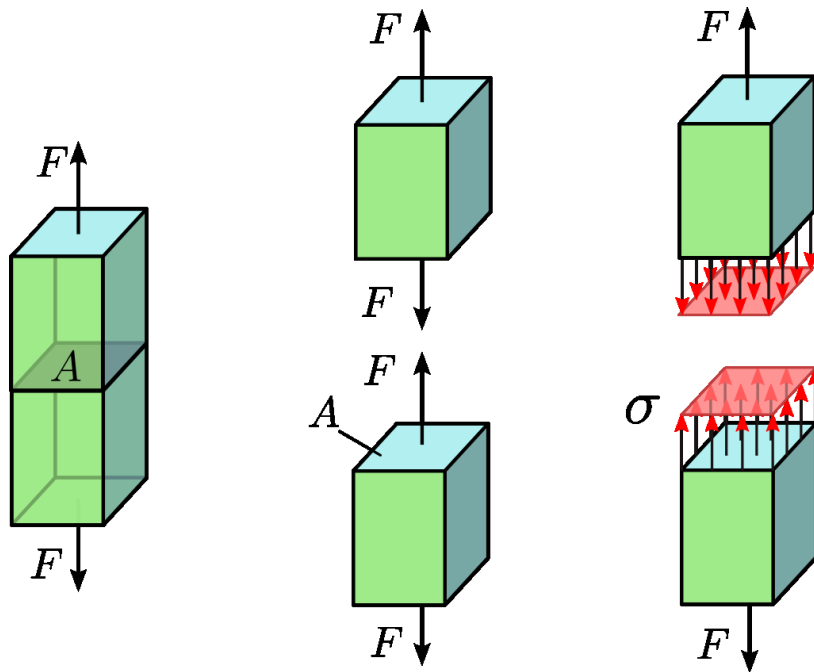
Ισότροπο, ονομάζεται το υλικό το οποίο σε όλες του τις διευθύνσεις έχει τις ίδιες ιδιότητες.

Ανισότροπο, ονομάζεται το υλικό το οποίο σε κάθε διεύθυνση έχει διαφορετικές ιδιότητες.

2. Έννοια της τάσης

Γενικός ορισμός τάσης.

Το φορτίο διατομής που καταπονεί την διατομή, π.χ. F , προς την αντίστοιχη επιφάνεια, π.χ. A . Η τάση μεταβάλλεται ανάλογα με το φορτίο διατομής για σταθερή επιφάνεια διατομής.



Η τάση μετριέται σε μονάδες δύναμης προς την αντίστοιχη επιφάνεια, π.χ.

N/m^2 , N/cm^2 , N/mm^2

KN/m^2 , KN/cm^2 , KN/mm^2

$1 Pa = 1N/m^2$

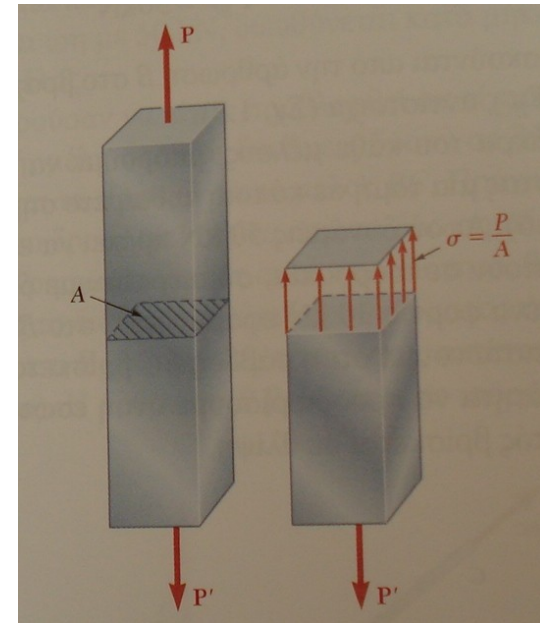
$1KPa = 1KN/m^2$

$1MPa = 1N/mm^2$

Ανάλογα με την διεύθυνση που ασκείται η δύναμη διακρίνουμε:

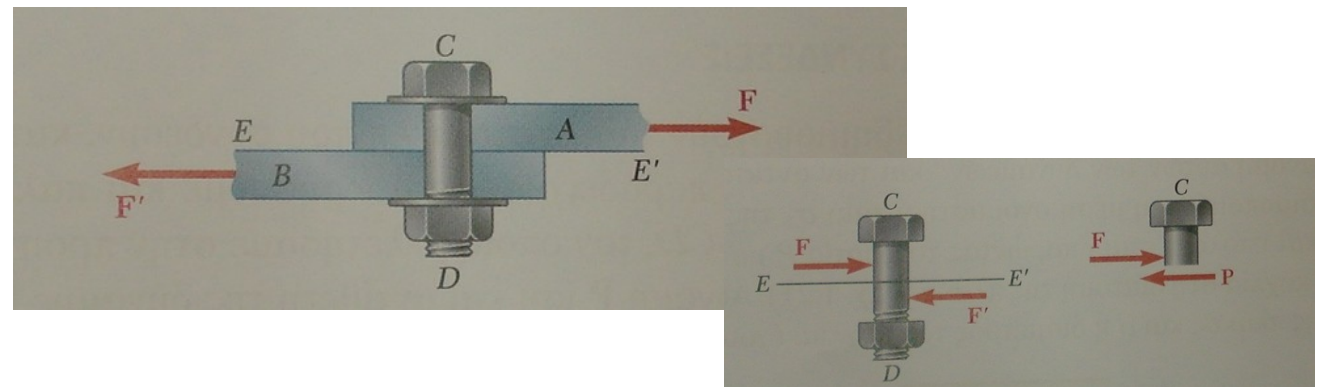
Ορθή τάση

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

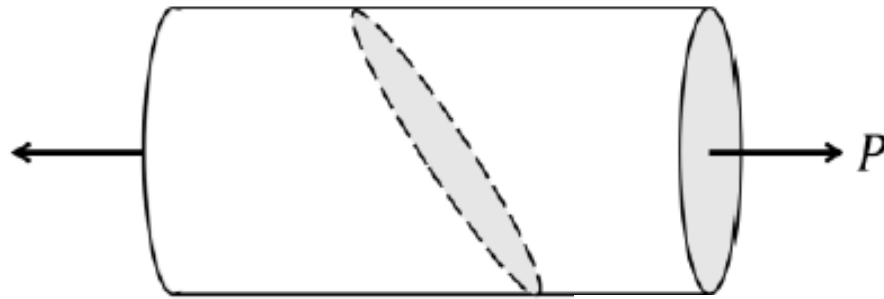


Διατμητική τάση

$$\tau = \frac{F}{A}$$



Ανάλογα με την επιφάνεια που ασκείται η δύναμη

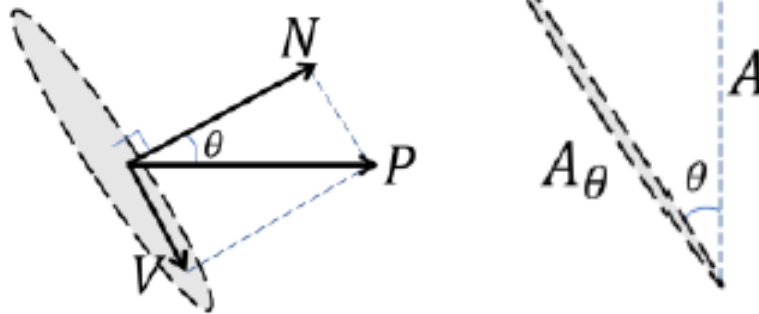


Ανάλυση δυνάμεων

$$N = P \cos \theta$$

$$V = P \sin \theta$$

$$A_{\theta} = \frac{A}{\cos \theta}$$



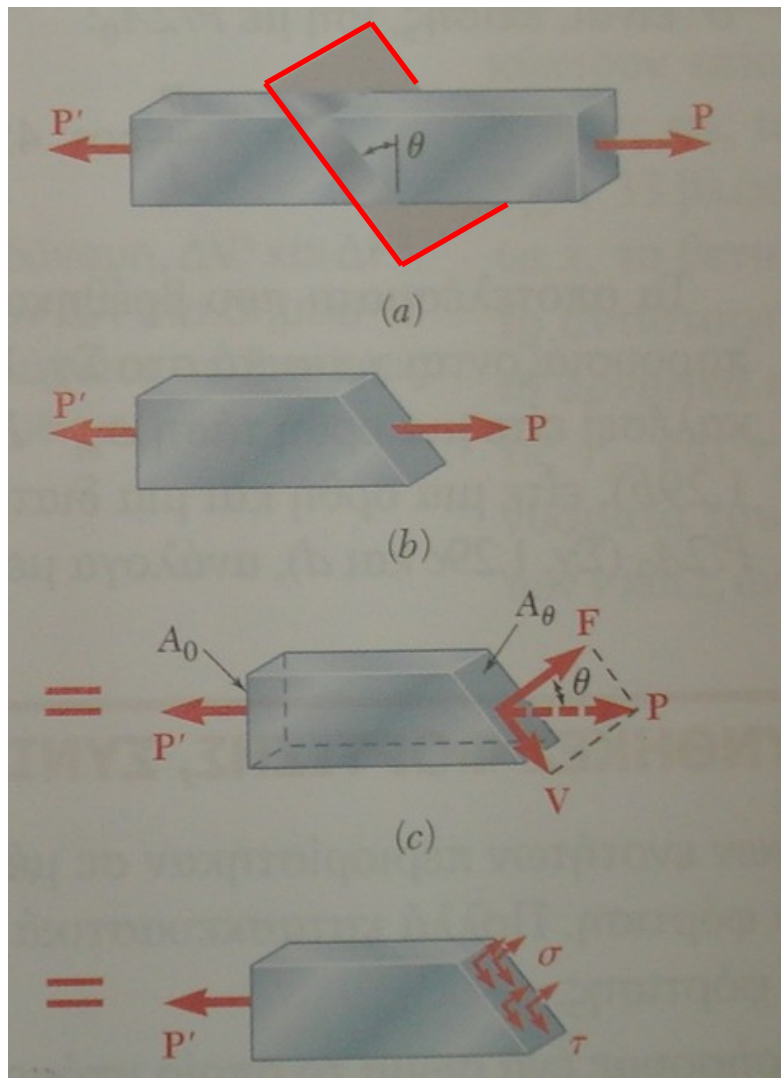
Ορθή, σ , και διατμητική, τ , τάση

$$\sigma = \frac{N}{A_{\theta}} = \frac{P \cos^2 \theta}{A}$$

$$\tau = \frac{V}{A_{\theta}} = \frac{P \sin \theta \cos \theta}{A}$$

Adapted from Hibbeler, R.C. (2014). *Mechanics of Materials* (9th Edition). Boston, MA: Prentice Hall.

Ανάλογα με την επιφάνεια που ασκείται η δύναμη



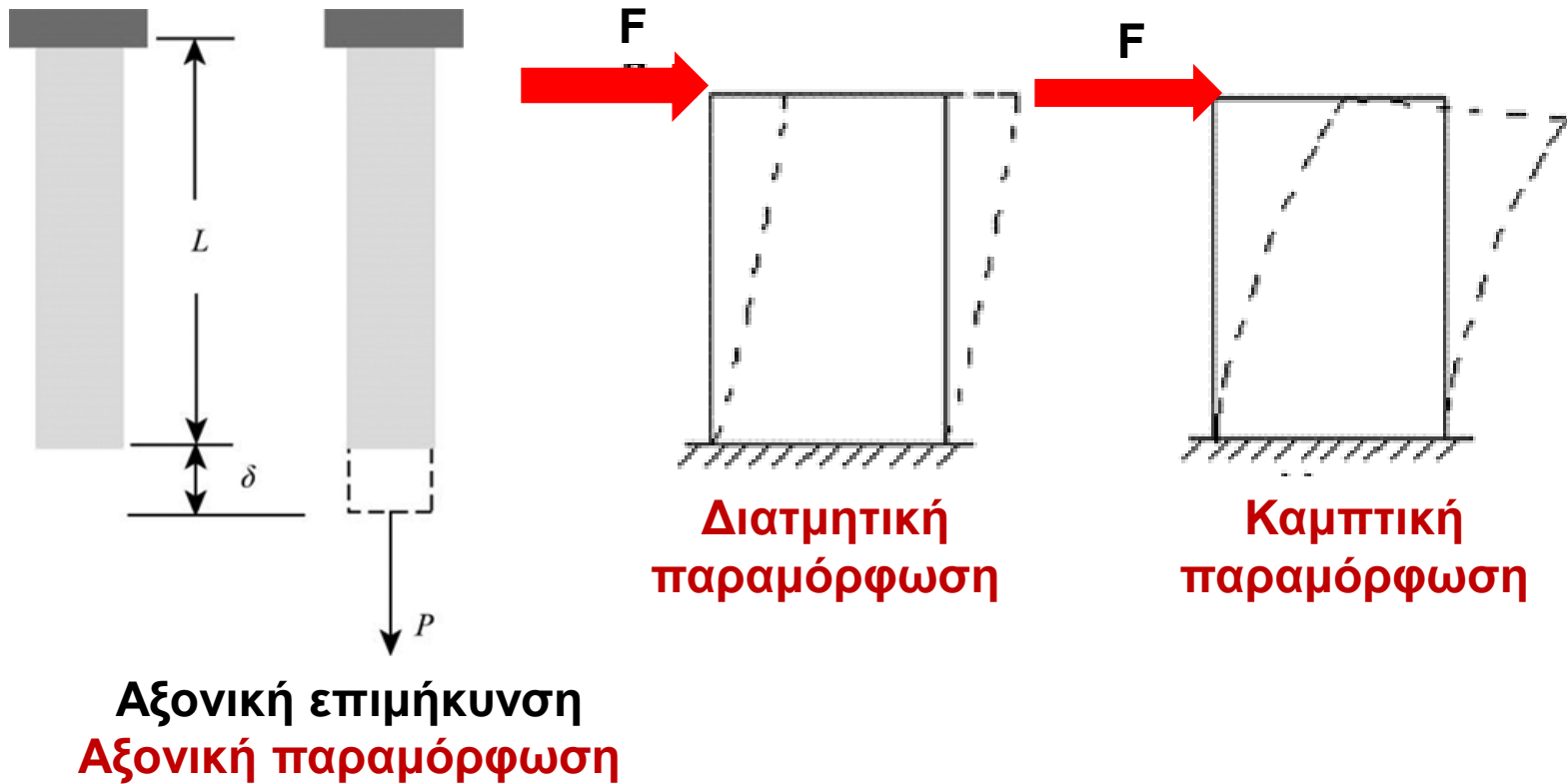
$$\sigma = \frac{F}{A_{\theta}} \quad \tau = \frac{V}{A_{\theta}}$$

$$\sigma = \frac{P \cos \theta}{A_0 / \cos \theta} \quad \tau = \frac{P \sin \theta}{A_0 / \cos \theta}$$

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta \quad \tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta$$

3. Έννοια της παραμόρφωσης

Όταν σε ένα φορέα ασκείται μια δύναμη αυτός μεταβάλλει την γεωμετρία του [π.χ αλλάζει το μήκος, καμπυλώνεται, στρέφεται κ.α.].



<https://www.chegg.com/homework-help/definitions/axial-deformation-8>

Οι παραμορφώσεις διακρίνονται:

Ελαστικές παραμορφώσεις: Η παραμόρφωση είναι προσωρινή. Το δομικό στοιχείο δεν αλλάζει γεωμετρία και μετά το πέρας άσκησης της επιβαλλόμενης φόρτισης διατηρεί την αρχική του μορφή.

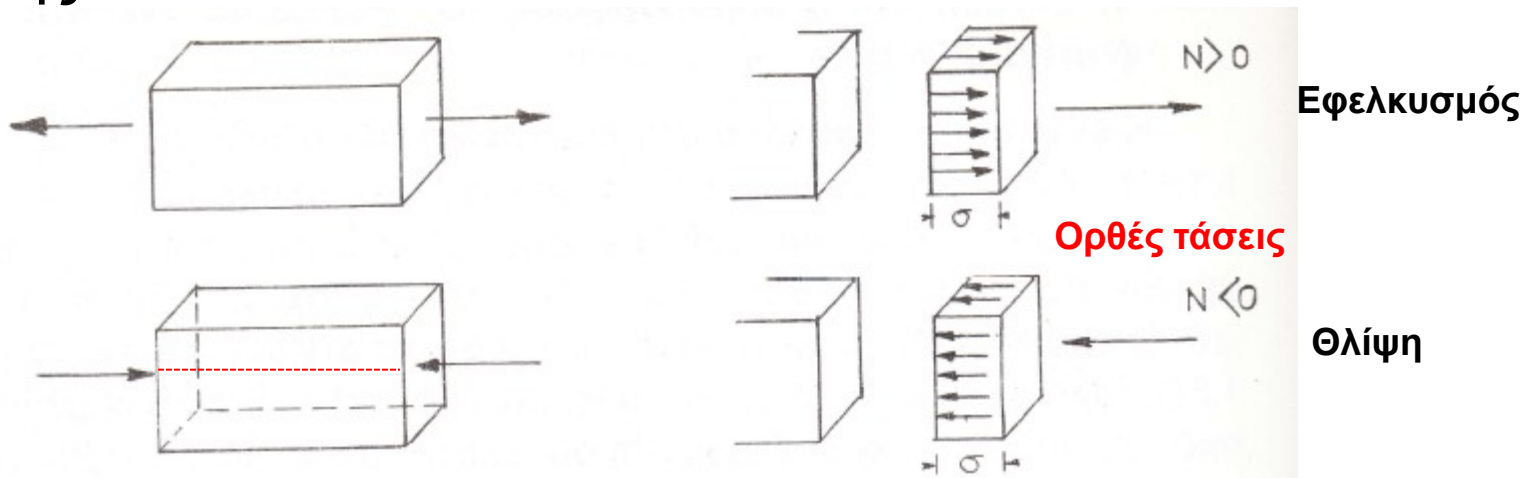
Πλαστικές παραμορφώσεις: Η παραμόρφωση είναι μόνιμη. Το δομικό στοιχείο αλλάζει γεωμετρία μετά το πέρας άσκησης της επιβαλλόμενης φόρτισης αναπτύσσοντας μια νέα μορφή με μειωμένα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά.

Οι παραμορφώσεις εξαρτώνται: από **(i)** το υλικό του φορέα, **(ii)** τις γεωμετρικές διαστάσεις, **(iii)** την μορφή της διατομής, **(iv)** τον τύπο της στήριξης, **(v)** την μεταβολή της θερμοκρασίας, **(vi)** την διεύθυνση του φορτίου ως προς τον προσανατολισμό της διατομής.

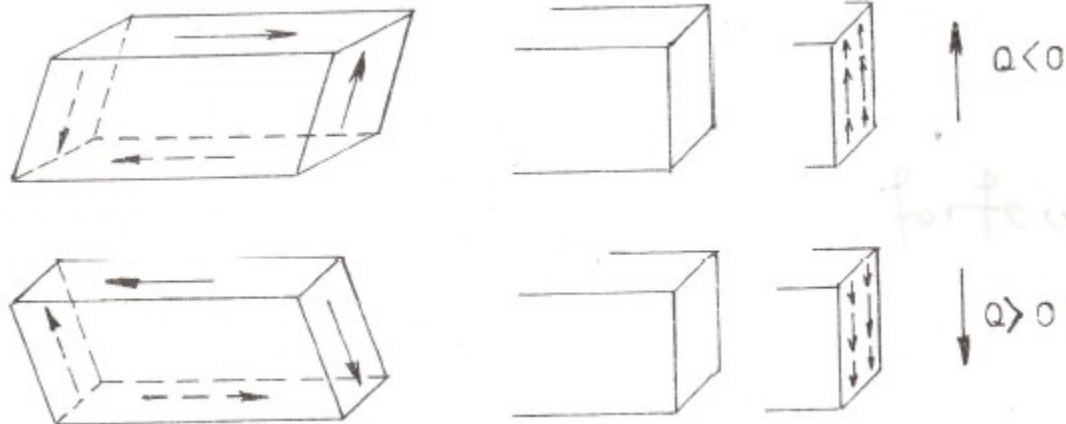
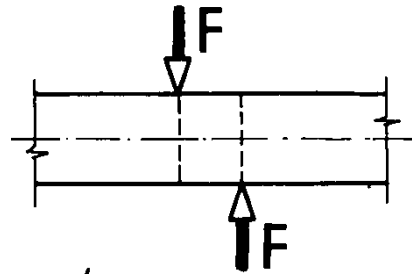
4. Απλές και σύνθετες καταπονήσεις

Εφελκυσμός: Δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις δρούν στον άξονα του δομικού στοιχείου προκαλώντας διαμήκη επιμήκυνση του στοιχείου και εγκάρσια βράχυνση [μείωση] της διατομής.

Θλίψη: Δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις δρούν στον άξονα του δομικού στοιχείου προκαλώντας διαμήκη βράχυνση του στοιχείου και εγκάρσια διόγκωση της διατομής.

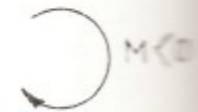
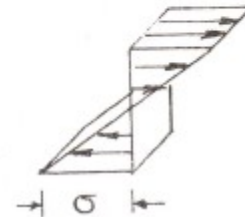
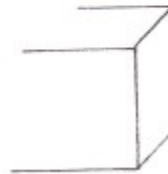
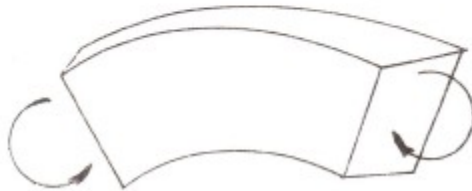
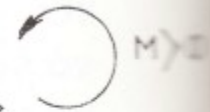
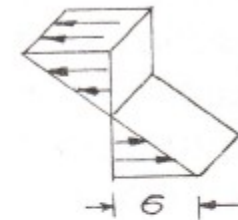
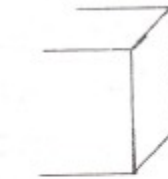
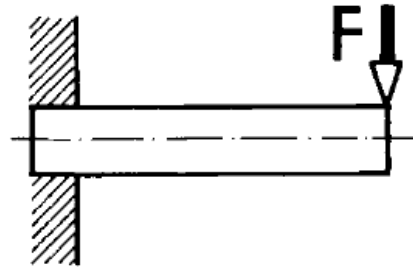


Διάτμηση: Δύο ίσες και παράλληλες δυνάμεις, ενεργούν, με αντίθετη φορά, όπου η μία ολισθαίνει ως προς την άλλη, προκαλώντας ολίσθηση της διατομής.



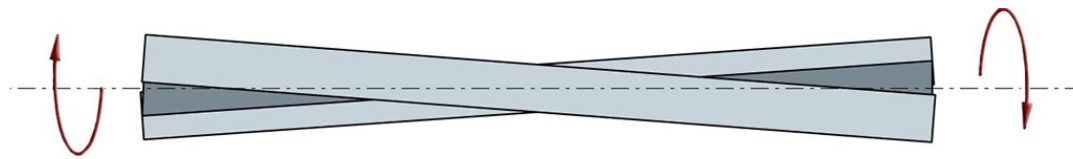
Αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις, τ .

Κάμψη: Οι δυνάμεις ασκούνται κάθετα στον οριζόντιο άξονα του δομικού στοιχείου και προκαλούν καμπύλωση του στοιχείου.

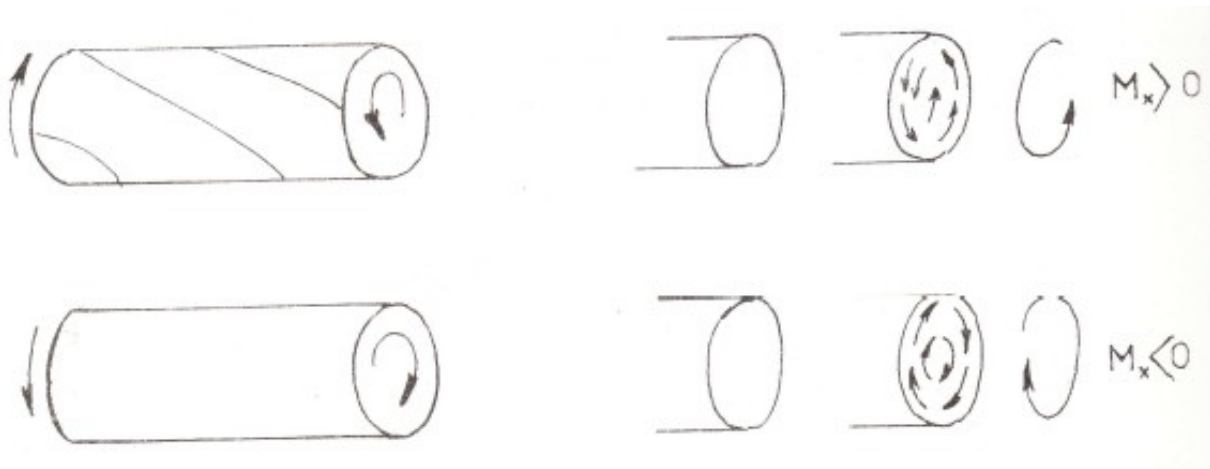


Αναπτύσσονται ορθές τάσεις, σ .

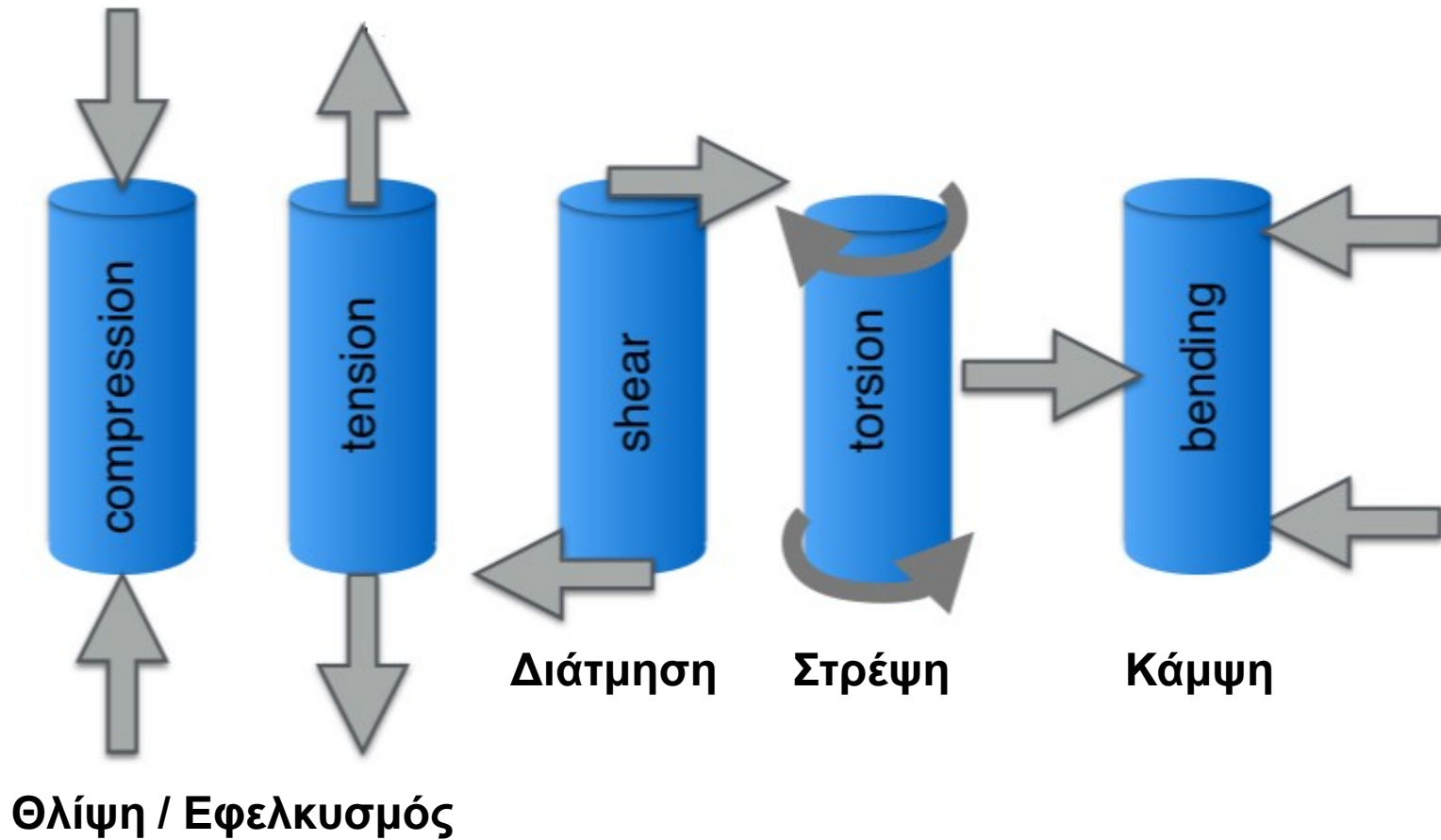
Στρέψη: Οι δυνάμεις-ροπές ενεργούν στο επίπεδο των διατομών και προκαλούν συστροφή του δομικού στοιχείου και ως εκ τούτου δύο διαδοχικές διατομές περιστρέφονται ή μια σε σε προς την άλλη. Πρωτίστως αναπτύσσονται διατμητικές και δευτερεύοντος ορθές τάσεις.



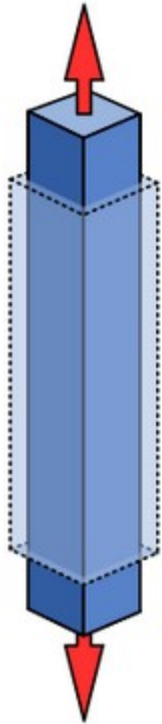
Design of steel beams in torsion – SCI Publication P385



Απλές καταπονήσεις



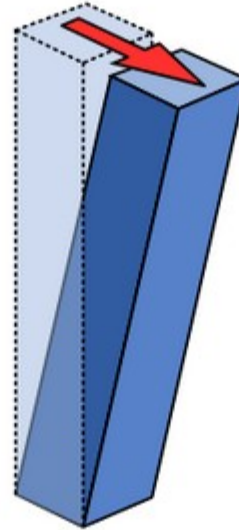
<https://mechanicalworld.in/different-types-of-loads/>



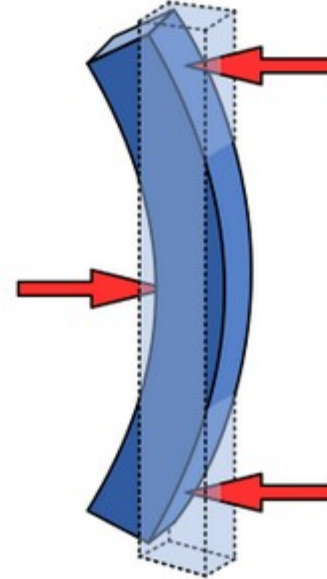
tension



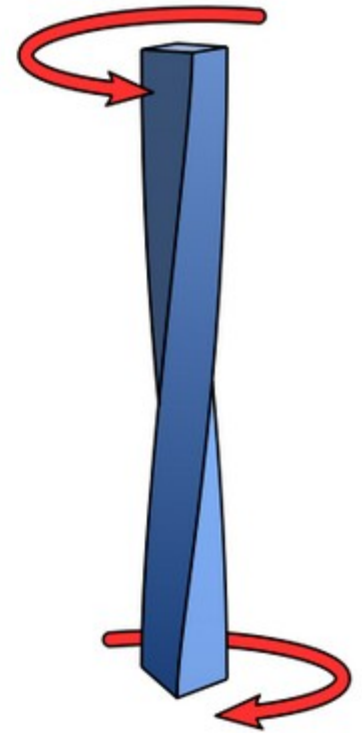
com-
pression



shear



bending

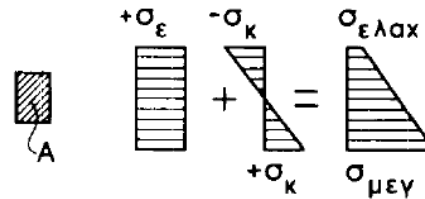
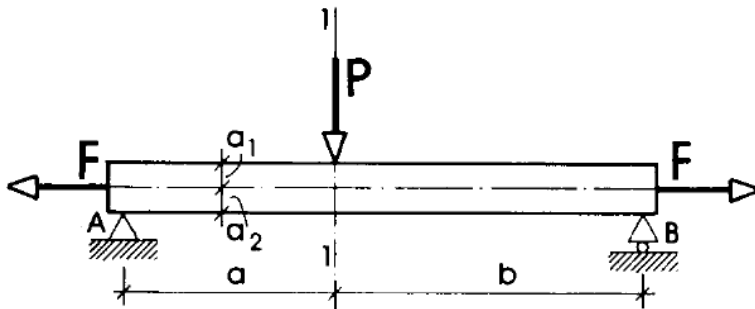


torsion

[https://en.wikipedia.org/wiki/Stress_\(mechanics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Stress_(mechanics))

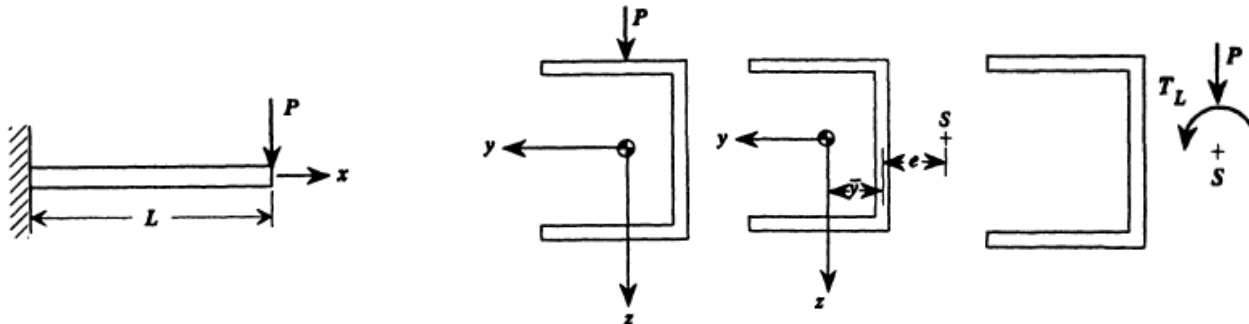
Σύνθετες καταπονήσεις

Συνδυασμός καταπονήσεων. Π.χ. Κάμψη και διάτμηση, κάμψη-διάτμηση-αξονικός εφελκυσμός ή θλίψη, κάμψη στρέψη και αξονικός εφελκυσμός, κάμψη και αξονική θλίψη, κ.α.



Κάμψη και εφελκυσμός

Γ. Γκρός. Αντοχή Υλικών. Εκδ. Ίδρυμα Ευγενίδου. Αθήνα 2002

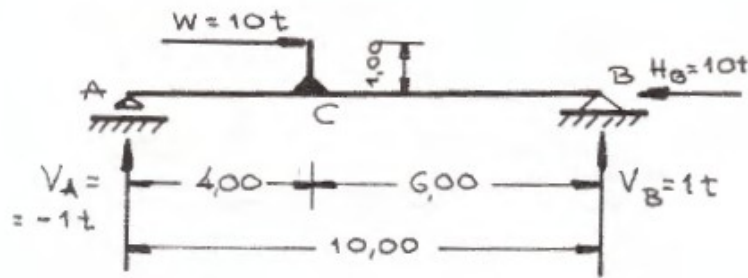


Στρέψη και διάτμηση

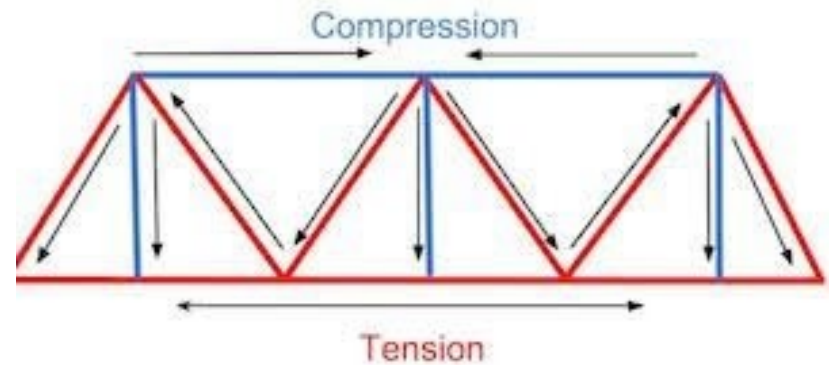
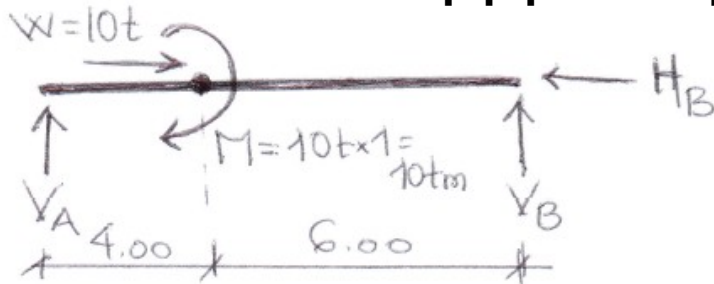
W. Pilkey. Formulas, stress, strain and structural matrices. Ed. J. Wiley & Sons, 2005

Εισαγωγή-Αντοχή Υλικών // 2023-2024

Ο τρόπος καταπόνησης είναι διαφορετικός ανάλογα με την τοποθέτηση των εξωτερικών φορτίων, το σύστημα και το σχήμα του μηχανικού φορέα.



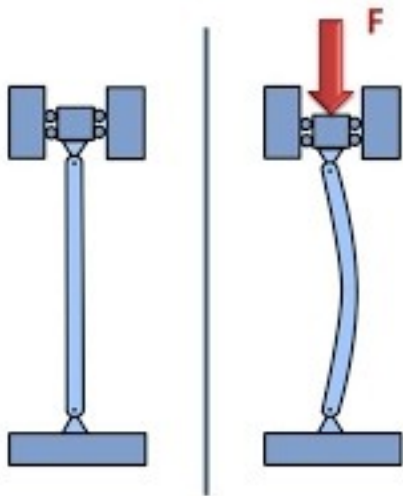
Κάμψη και θλίψη



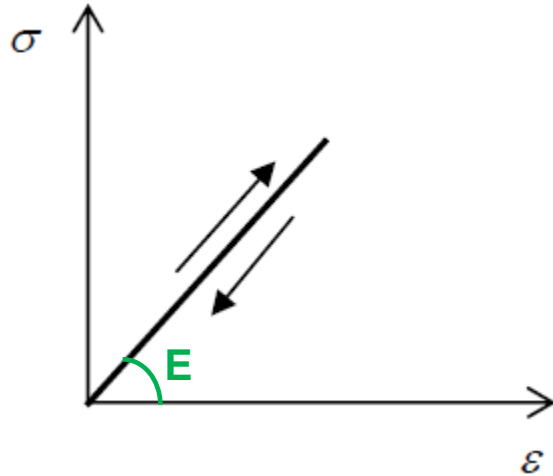
Εφελκυσμός και θλίψη

Ειδική περίπτωση καταπόνησης–μορφή αστοχίας

Λυγισμός: Όταν τα δομικά στοιχεία που υφίστανται θλίψη έχουν μεγάλο μήκος συγκριτικά με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους εκτρέπονται από την ευθυγραμμία και ο άξονας τους καμπυλώνεται.



5. Νόμος ελαστικότητας του Hooke



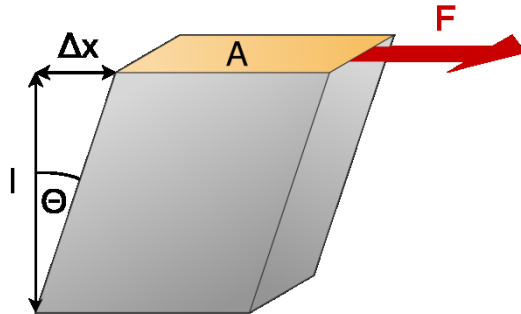
Ορθές τάσεις

$$\sigma = \varepsilon * E$$

σ : Ορθή Τάση, [Normal stress].

ε : Ανοιγμένη αξονική παραμόρφωση, [axial strain].

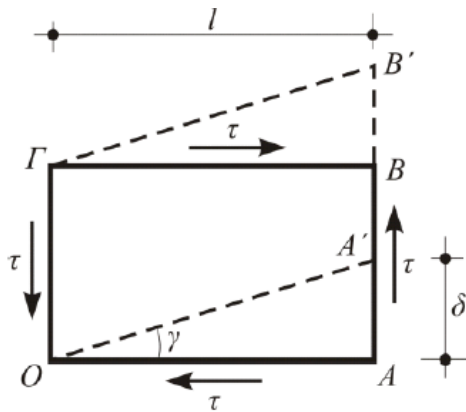
E : Μέτρο ελαστικότητας, [Young modulus, ή modulus of elasticity].



Διατμητικές τάσεις

$$\tau = \gamma * G$$

https://en.wikipedia.org/wiki/Shear_modulus



Διατμητική παραμόρφωση

$$\gamma = \tau / G$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

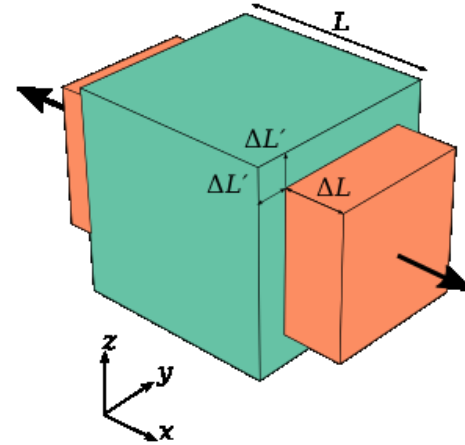
τ : Διατμητική Τάση, [shear stress].

γ : Ανοιγμένη διατμητική παραμόρφωση [τροπή], [shear strain].

G : Μέτρο διάτμησης, [Shear modulus].

Λόγος Poisson

$$\nu = -\frac{d\varepsilon_{\text{trans}}}{d\varepsilon_{\text{axial}}} = -\frac{d\varepsilon_y}{d\varepsilon_x} = -\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_x}$$

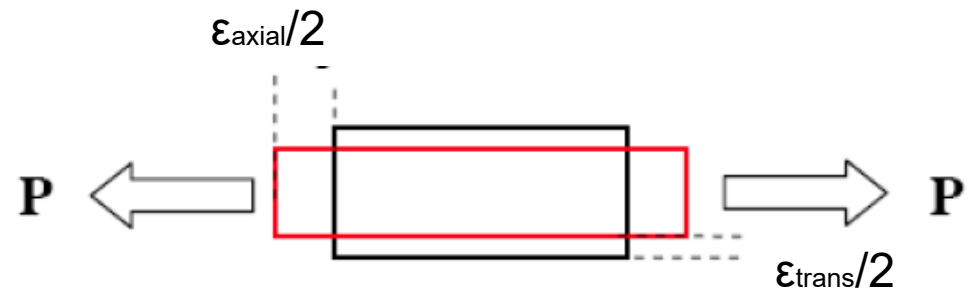


ν : Λόγος Poisson.

ε_x : Διαμήκης παραμόρφωση.

ε_y : Εγκάρσια παραμόρφωση, y.

ε_z : Εγκάρσια παραμόρφωση, z.



Εκφράζει την δυνατότητα διόγκωσης ή συστολής ενός υλικού, ως προς την διεύθυνση άσκησης του φορτίου.

Ο λόγος Poisson είναι αδιάστατο μέγεθος

Material	Poisson's ratio
isotropic upper limit	0.5
Rubber	0.48-~0.5
Lead	0.44
Copper	0.37
Aluminum	0.35
Copper	0.34
Polystyrene	0.34
Brass	0.33
Ice	0.33
Polystyrene foam	0.3
Stainless Steel	0.30
Steel	0.29
Beryllium	0.08
Re-entrant foam	-0.7
isotropic lower limit	-1

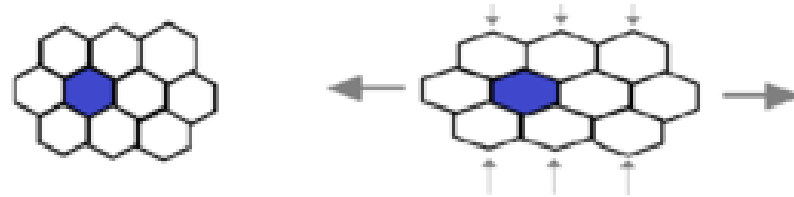
Οι τιμές του λόγου Poisson μεταβάλλονται μεταξύ 0,0 και 0,50 για τα συνήθη υλικά, [0,50 για γραμμικά ισότροπα ελαστικά υλικά απόλυτα ασυμπίεστα]

Οι τιμές του λόγου Poisson δύναται να λαμβάνουν και αρνητική τιμή, μέγιστη -1, στην περίπτωση όπου όταν εφελκούνται "παχαίνουν-φουσκόνουν" ενώ όταν θλίβονται "λεπταίνουν".

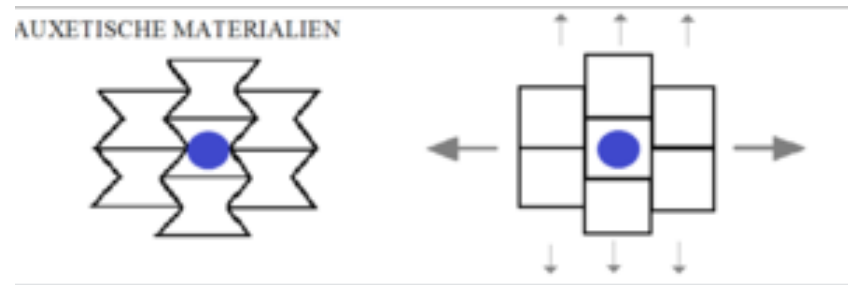
<http://silver.neep.wisc.edu/~lakes/PoissonIntro.html>



Τυπικό υλικό



Αυξητικό υλικό



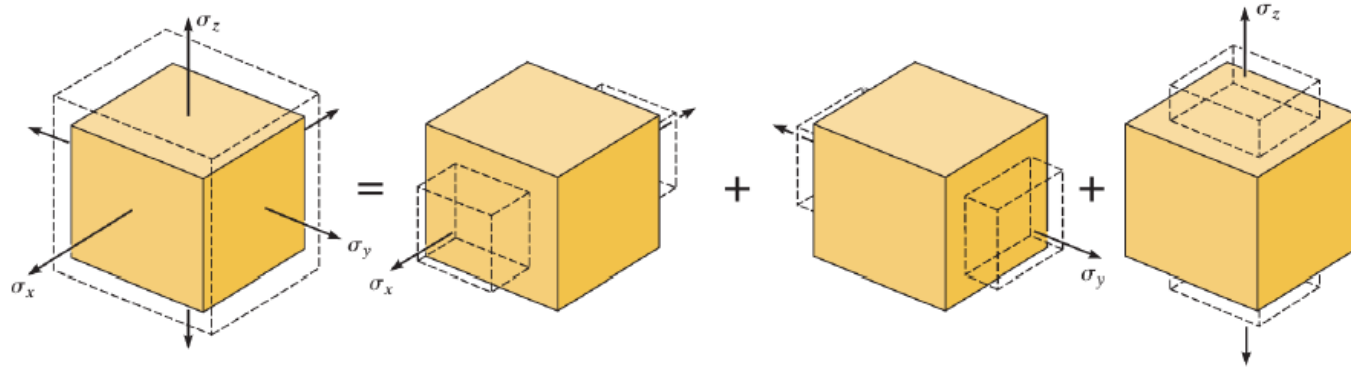
Αθλητικό παπούτσι με σχέδιο αυξητικής δομής, το οποίο επιτρέπει την επιμήκυνση της σόλας, αυξάνοντας την ευελιξία.

Αφρός αυξητικής πολυουρεθάνης Γραφένιο

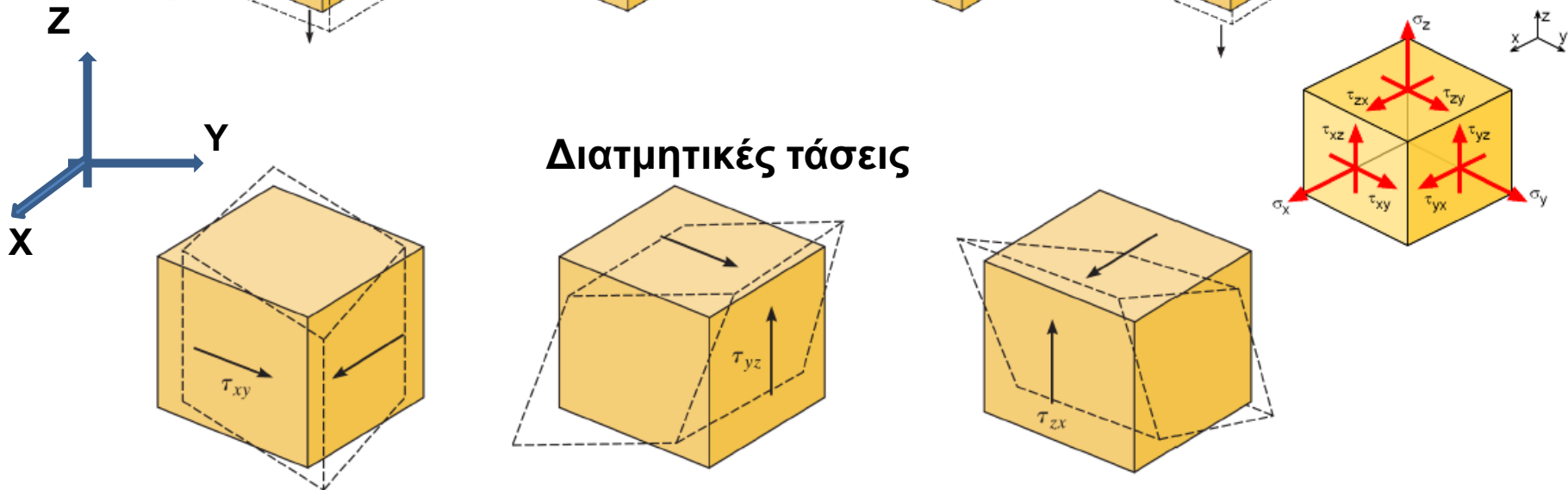
https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%85%CE%BE%CE%B7%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC_%CF%85%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CE%AC

Γενίκευση του νόμου του Hooke

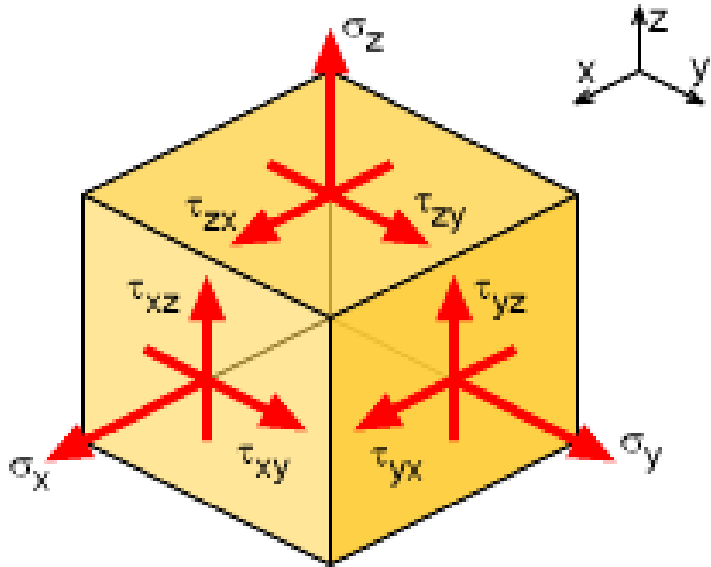
Ορθές τάσεις



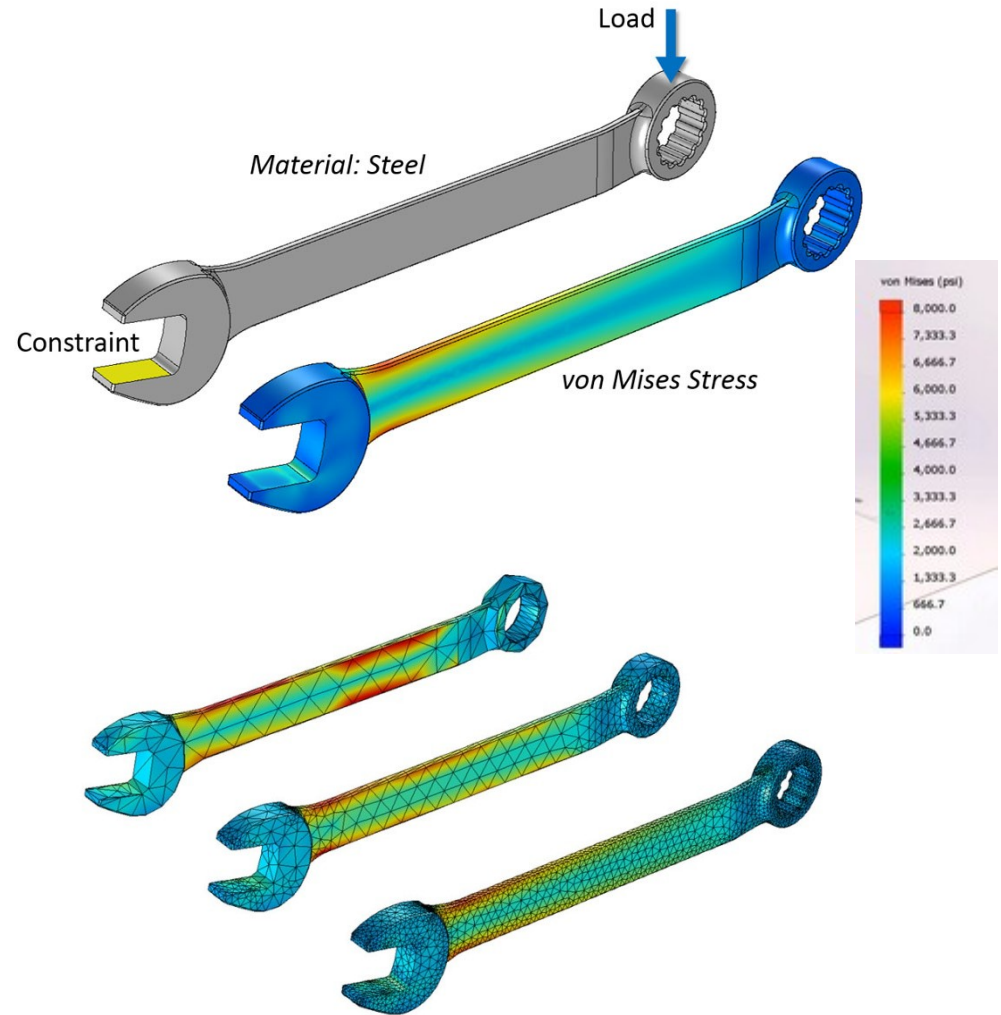
Διατμητικές τάσεις



Τάσεις στις 3 διαστάσεις X,Y,Z



Θεωρείται ένας απειροελάχιστος κύβος πραγματικού υλικού επί του οποίου δρουν 3 ορθές και 6 διατμητικές τάσεις.



<https://www.comsol.com/multiphysics/mesh-refinement>

Ο νόμος του Hooke στον χώρο X,Y,Z

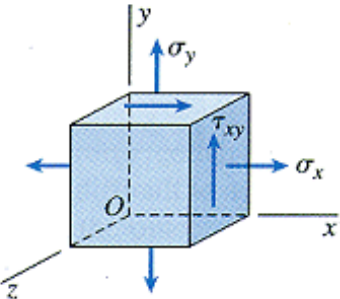
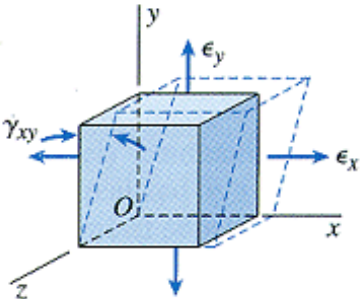
Ανηγμένες παραμορφώσεις

Τάσεις

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xz} \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1+\nu}{E} \sigma_{yz}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_{xx} + \nu(\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})] \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_{yy} + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})] \\ \sigma_{zz} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_{zz} + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})] \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{xy} \\ \sigma_{xz} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{xz} \\ \sigma_{yz} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{yz}\end{aligned}$$

Ο νόμος του Hooke στο επίπεδο X,Y

	Plane stress	Plane strain
		
Stresses	$\sigma_z = 0$ $\tau_{xz} = 0$ $\tau_{yz} = 0$ $\sigma_x, \sigma_y,$ and τ_{xy} may have nonzero values	$\tau_{xz} = 0$ $\tau_{yz} = 0$ $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z,$ and τ_{xy} may have nonzero values
Strains	$\gamma_{xz} = 0$ $\gamma_{yz} = 0$ $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z,$ and γ_{xy} may have nonzero values	$\epsilon_z = 0$ $\gamma_{xz} = 0$ $\gamma_{yz} = 0$ $\epsilon_x, \epsilon_y,$ and γ_{xy} may have nonzero values

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y]$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x]$$

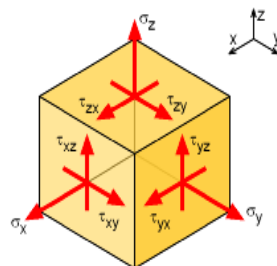
$$\sigma_x = \frac{E}{(1-\nu^2)} [\epsilon_x + \nu \epsilon_y]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1-\nu^2)} [\epsilon_y + \nu \epsilon_x]$$

http://classes.mst.edu/civeng110/concepts/13/strain/plane_stress_vs_strain.gif

Ο νόμος του Hooke [συνολικά]

1D	$\sigma = E \varepsilon$ $\tau = G \gamma$
2D	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y]$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x]$
3D	$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)]$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)]$ $\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)]$



1D	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ $\gamma = \frac{\tau}{G}$
2D	$\sigma_x = \frac{E}{(1-\nu^2)} [\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y]$ $\sigma_y = \frac{E}{(1-\nu^2)} [\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x]$
3D	$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu) \varepsilon_x + \nu (\varepsilon_y + \varepsilon_z)]$ $\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu) \varepsilon_y + \nu (\varepsilon_x + \varepsilon_z)]$ $\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu) \varepsilon_z + \nu (\varepsilon_x + \varepsilon_y)]$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}; \quad \tau_{yz} = G \gamma_{yz}; \quad \tau_{xz} = G \gamma_{xz}$$

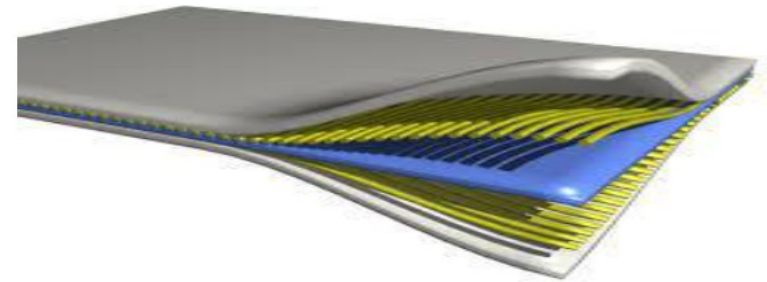
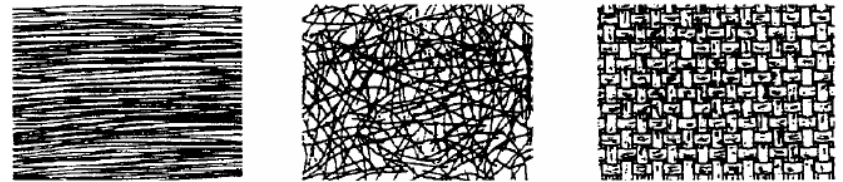
https://www.ecourses.ou.edu/cgi-bin/ebook.cgi?doc=&topic=me&chap_sec=01.4&page=theory

https://www.ecourses.ou.edu/cgi-bin/ebook.cgi?doc=&topic=me&chap_sec=&page=&appendix=me_eqs

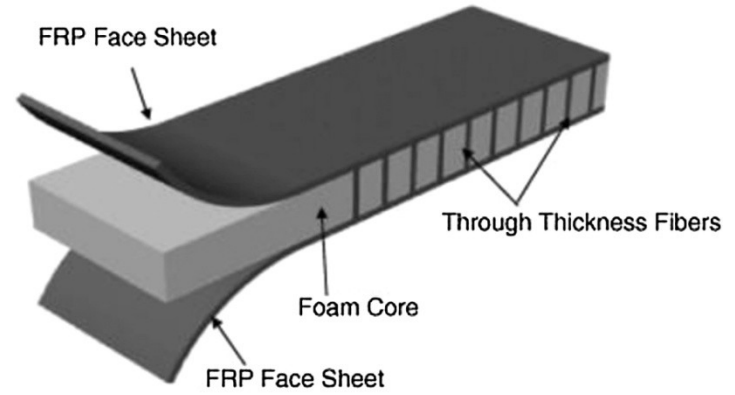
6. Νομός του Hooke για σύνθετα υλικά

Σύνθετα ονομάζονται τα υλικά, τα οποία αποτελούνται από δύο ή και περισσότερα διακριτά συστατικά μέρη που έχουν μια συγκεκριμένη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ τους.

Το ένα από τα συστατικά μέρη αποτελεί το συστατικό ενίσχυσης, παρέχοντας βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες, και το δεύτερο συστατικό ονομάζεται μήτρα, με την βοήθεια του διασφαλίζεται η εκμετάλλευση των ιδιοτήτων του συστατικού ενίσχυσης



Σ. Δρίτσος. Τα σύνθετα υλικά στις κατασκευές. Παρουσίαση

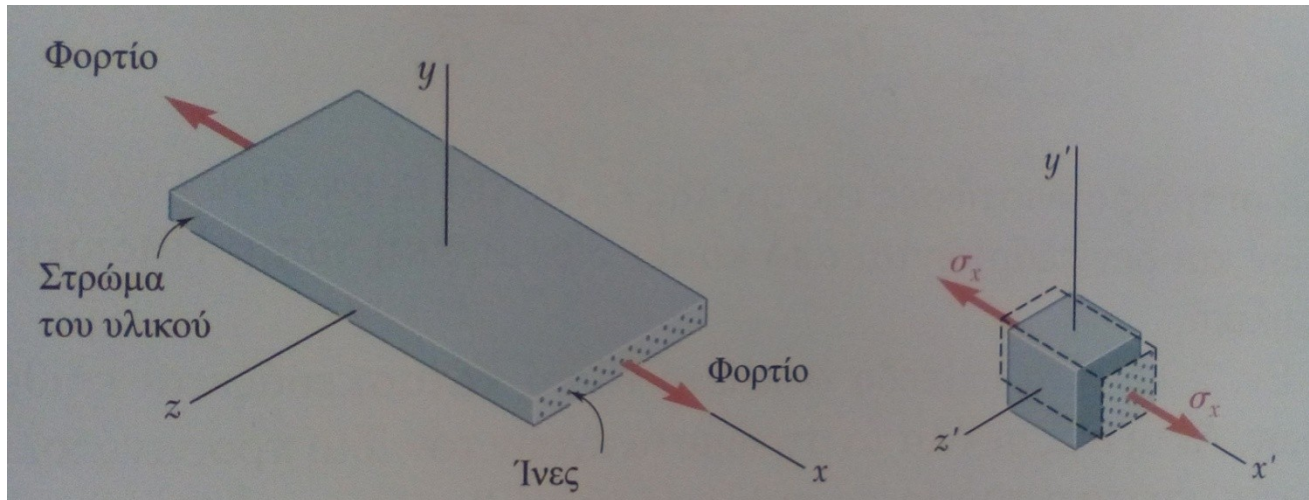


[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000729](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000729)

J. F. Davalos, Y. Chen, and I. Ray, "Effect of FRP bar degradation on interface bond with high strength concrete," *Cement and Concrete Composites*, vol. 30, pp. 722-730, 2008



Στα σύνθετα υλικά η σχέση τάσης-παραμόρφωσης για ένα στρώμα εξαρτάται από την διεύθυνση που εφαρμόζεται το φορτίο. Απαιτούνται τρία διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας $[x,y,z]$ για να περιγραφεί η σχέση τάσης-παραμόρφωσης ως προς την δ/νση του φορτίου.



Ανισότροπο σύνθετο υλικό με ίνες υπό μονοαξονικό εφελκυσμό

$$\nu_{xy} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \quad \text{και} \quad \nu_{xz} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

Ο πρώτος δείκτης αναφέρεται στην δ/νση του φορτίου και ο δεύτερος στην δ/νση της συστολής.

Πολυαξονική καταπόνηση

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{yx}\sigma_y}{E_y} - \frac{\nu_{zx}\sigma_z}{E_z} \\ \epsilon_y &= -\frac{\nu_{xy}\sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{E_y} - \frac{\nu_{zy}\sigma_z}{E_z} \\ \epsilon_z &= -\frac{\nu_{xz}\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{yz}\sigma_y}{E_y} + \frac{\sigma_z}{E_z}\end{aligned}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}} \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G_{zx}}$$

F.P. Beer, E.R. Johnston Jr., J.T. Wolf, D.F. Mazuerk: Μηχανική των Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 2012-2019.

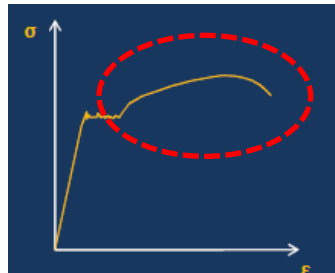
7. Αστοχία υλικών

Τα υλικά ανάλογα με τον τρόπο που αστοχούν χαρακτηρίζονται ως:

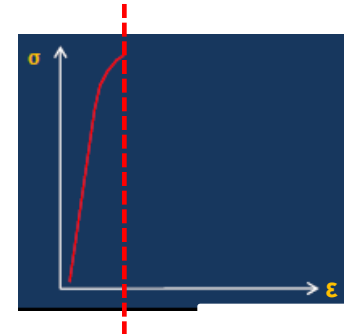
Ώλκιμα, διαθέτουν μεγάλη ικανότητα παραμόρφωσης. Θεωρείται, συντηρητικά, ότι η αστοχία επέρχεται κατά την διαρροή του υλικού.

Ψαθυρά, δεν διαθέτουν ικανότητα παραμόρφωσης. Θεωρείται, ότι η αστοχία επέρχεται κατά την θραύση του υλικού.

Ώλκιμα

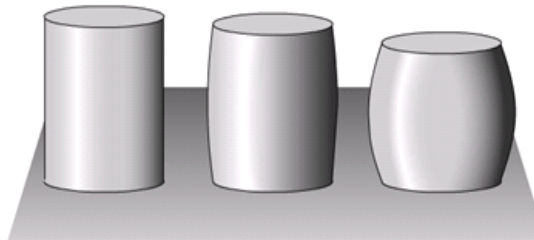


Ψαθυρά



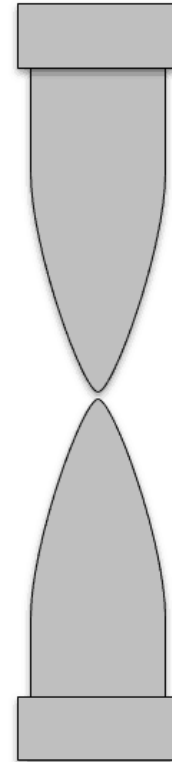


Brittle Failure



Ductile Failure

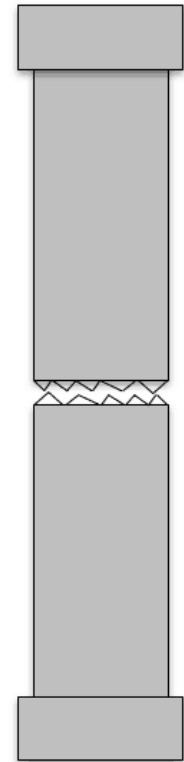
Highly Ductile Fracture



Ductile Fracture



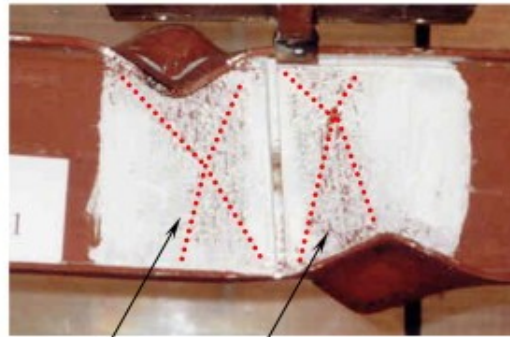
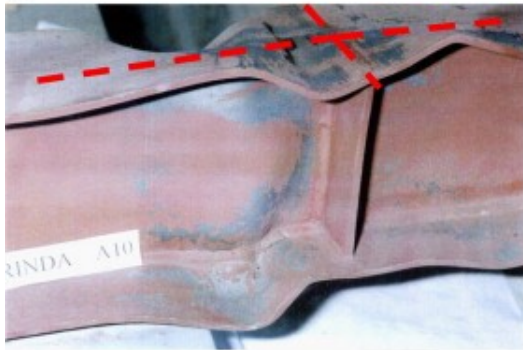
Brittle Fracture



<https://www.nuclear-power.net/nuclear-engineering/materials-science/material-properties/toughness/fracture-of-material-fracture-mechanics/>

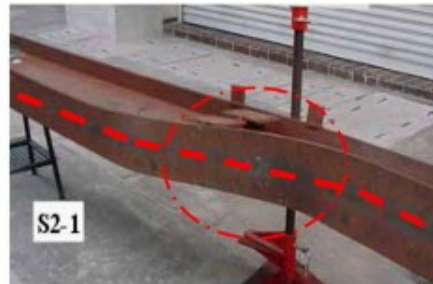
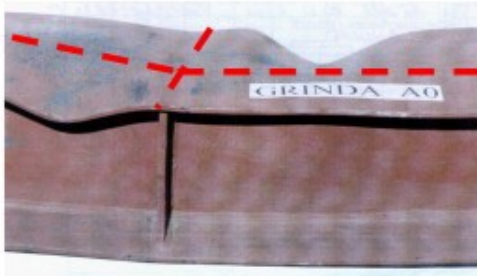
http://www.spaceflight.esa.int/impress/text/education/Mechanical%20Properties/Question_Mechanical_Properties_08.html

a



Yielding lines *Plastic zones*

b



Σημεία εμφάνισης διαρροής του
χάλυβα σε μεταλλικές δοκούς
διατομής I

Ψαθυρή θραύση

<https://theconstructor.org/structural-engg/ductility-for-earthquake-resistant-design-buildings-structures/14158/>

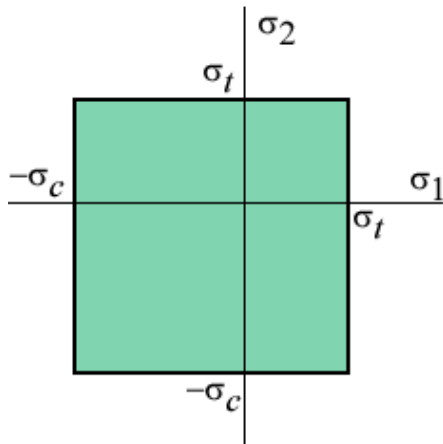
Θεωρίες αστοχίας

Γενικά ένα υλικό αστοχεί όταν εμφανιστεί ένας κατάλληλος συνδυασμός ορθής και διατμητικής τάσης.

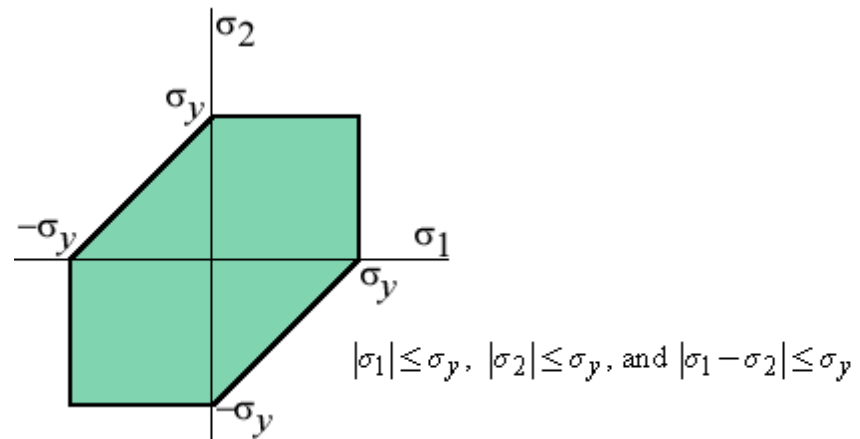
(α) Μέγιστη ορθή τάση [μέγιστο μονοαξονικό εφελκυσμό ή θλίψη] [ψαθυρά υλικά].

(β) Μέγιστη διατμητική τάση [Tresca].
[αστοχία από ολίσθηση, όλκιμα υλικά]

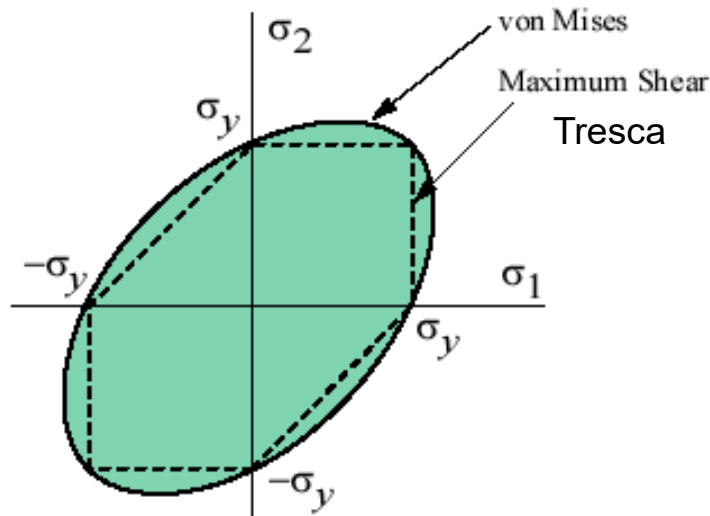
(γ) Μέγιστη στροφική ενέργεια ή ισοδύναμη τάση [Von Mises]
[όλκιμα υλικά και δυναμικές καταπονήσεις].



Μέγιστη ορθή τάση



Μέγιστη διατμητική τάση



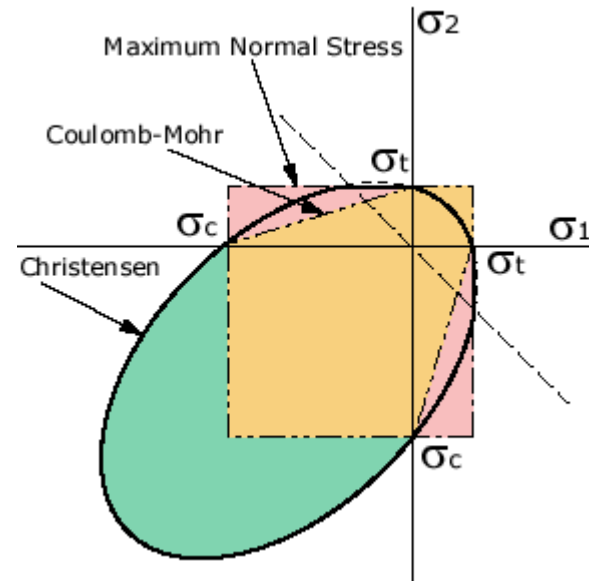
Για όλκιμα υλικά
Κριτήριο Von Mises / μέγιστης στροφικής ενέργειας.

Κριτήριο Tresca / μέγιστης διατμητικής τάσης.

Κριτήριο Von Mises

$$\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \sigma_y^2$$

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 \leq \sigma_y^2$$



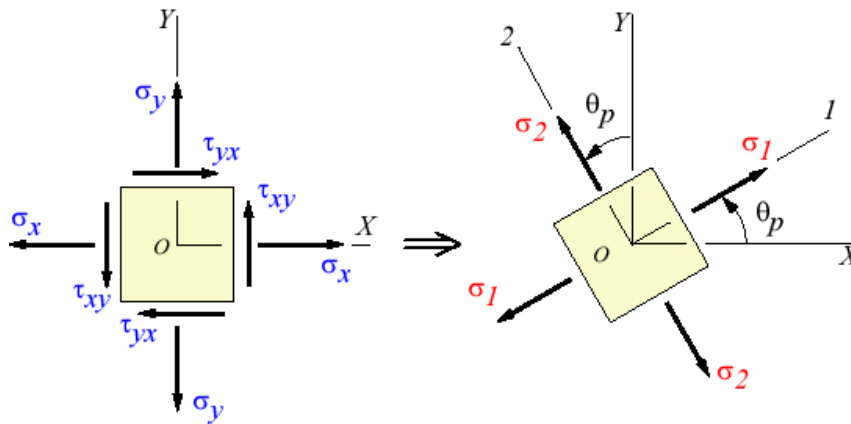
Για ψαθυρά υλικά κριτήριο Mohr-Coulomb.

https://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/failure_criteria/failure_criteria.cfm

https://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/failure_criteria/failure_criteria_crossover.cfm

https://en.wikipedia.org/wiki/Von_Mises_yield_criterion

Προσδιορισμός κύριων τάσεων σ_1, σ_2



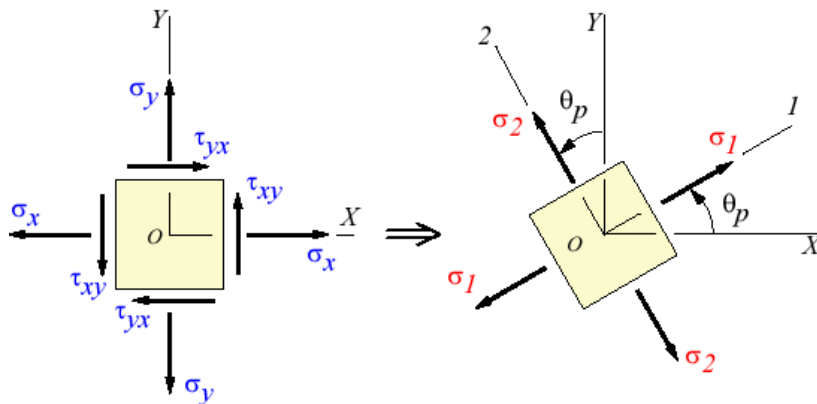
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Τασικό πεδίο στο επίπεδο

Κύριες τάσεις

Προσδιορισμός κύριων διατμητικών τάσεων



$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

Τασικό πεδίο στο επίπεδο

Κύριες τάσεις

Μέθοδοι υπολογισμού της αστοχίας δομικών φορέων, εντός του πεδίου κανονισμών σχεδιασμού μηχανικών συστημάτων

(I) Μέθοδος επιτρεπόμενων τάσεων.

$$\sigma \leq \sigma_{\text{επ.}}$$

$$\tau \leq \tau_{\text{επ.}}$$

$$\sigma_{\text{επ.}} = \sigma_{\text{ορ.}} / \nu$$

ν : συντελεστής ασφάλειας [σε επίπεδο διαρροής ή θραύσης].

Ο συντελεστής ασφάλειας **εξαρτάται (α)** από την σπουδαιότητα και το είδος της κατασκευής, **(β)** το δομικό υλικό, **(γ)** την ποιότητα κατασκευής, **(δ)** τον τύπο και το μέγεθος των φορτίων που εκτιμάται ότι θα παραλάβει κατά την διάρκεια του κύκλου ζωής της [π.χ. στατικά, δυναμικά, σεισμικά], **(ε)** τις συνθήκες λειτουργίας της κατασκευής [πολύ υψηλές ή χαμηλές θερμοκρασίας].

Ενδεικτικά:

συντελεστής ασφάλειας για χάλυβα 1,50....3,0

συντελεστής ασφάλειας για λιθοδομές 8,0....20,0

(ii) Μέθοδος οριακών καταστάσεων.

$$\gamma_f * S_k = S_d \leq R_d = R_k / \gamma_m$$

Καταπόνηση
(Στατική)
 M_{sd}, Q_{sd}, N_{sd}

\leq

Αντοχή
(Αντοχή Υλικών)
 M_{rd}, Q_{rd}, N_{rd}

S_d: Δράση σχεδιασμού.

S_k: Χαρακτηριστική δράση σχεδιασμού.

γ_f: Συντελεστής ασφάλειας δράσεων.

R_d: Αντίσταση σχεδιασμού.

R_k: Χαρακτηριστική αντίσταση σχεδιασμού.

γ_m: Συντελεστής ασφάλειας υλικού.

Οι **τάσεις, σ , ή τα εντατικά μεγέθη, M, Q, N** , που αναπτύσσονται από τις καταπονήσεις εντός του μηχανικού συστήματος ή του μηχανικού φορέα **θα πρέπει πάντα να είναι μικρότερες από κάποιο όριο** έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η αντοχή του φορέα, ενώ περαιτέρω οι **παραμορφώσεις** που προκαλούνται, ομοίως, **δεν θα πρέπει να ξεπερνούν κάποιο όριο** έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ορθή λειτουργία του φορέα.

Τα **όρια** αντοχής και λειτουργικότητας παρέχονται από κανονισμούς ή σε εξειδικευμένες περιπτώσεις από πειράματα εταιρειών παραγωγής των αντίστοιχων υλικών.

Σημείωμα Αναφοράς σε έργα Τρίτων

Βιβλιογραφία

1. Beer F., Johnston E.R., Mazurek D.: Τεχνική Μηχανική-Στατική. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 11^η 2019, [κωδ. Εύδοξος 59421317].
2. Gere J., Goodno B.: Αντοχή Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 9^η 2021, [κωδ. Εύδοξος 86055253].
3. Nash W.: Στατική και Μηχανική των Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 1^η 2002, [κωδ. Εύδοξος 18549012].
4. Π.Α. Βουθούνης: Τεχνική Μηχανική. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 10^η 2019, [ISBN 978-618-83280-4-4].
5. F.P. Beer, E.R. Johnston Jr., J.T. Wolf, D.F. Mazuerk: Μηχανική των Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 2012-2019. [ISBN: 978-960-418-381-4]. Ελληνική μετάφραση.
6. Π.Α. Βουθούνης: Στατική-Μηχανική του απαραμόρφωτου στερεού. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 6^η 2017, [ISBN 978-618-83280-1-3].
7. Π.Α. Βουθούνης: Αντοχή των Υλικών-Μηχανική του παραμορφώσιμου στερεού. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 4^η 2019, [ISBN 978-618-83280-3-7].
8. Μ. Ματσιοκούδη-Ηλιοπούλου: Τεχνική Μηχανική: Αρχές Στατικής και Εισαγωγή στην Θεωρία των Παραμορφώσιμων Σωμάτων. Εκδόσεις Ζυγός. Έκδοση 1991/2016. [ISBN13: 97896080652533], [κωδ. Εύδοξος 1753].
9. Γ. Γκρός. Μηχανική. Τόμος Α. Ευγενείδιο Ίδρυμα, 1976.

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

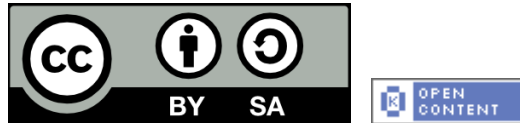
Άνθιμος Σ. Αναστασιάδης. «Τεχνική Μηχανική: Στατική και Αντοχή Υλικών». Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας. Πολυτεχνική Σχολή. Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων. Έκδοση 1^η, Κοζάνη, 2020.

Διαθέσιμο από την διαδικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.uowm.gr/courses/MRE250/>

Σημείωμα αδειοδότησης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [<https://creativecommons.org/>] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να περιλαμβάνει τα παρακάτω:

- ❖ Σημείωμα Αναφοράς
- ❖ Σημείωμα Αδειοδότησης
- ❖ Δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- ❖ Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει), μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Τέλος Ενότητας

Εισαγωγικά στοιχεία αντοχής υλικών

