



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων



Τεχνική Μηχανική

Μέρος Α-Στατική

Βασικά στοιχεία στατικής

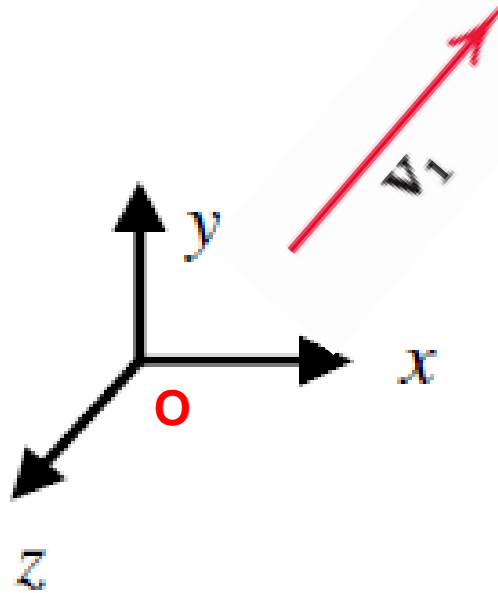
Άνθιμος Σ. ΑΝΑΣΤΑΣΙΑΔΗΣ

Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, EurIng

1. Εισαγωγή-Βασικές έννοιες

Χώρος

Η έννοια του χώρου σχετίζεται με την θέση ενός σημείου O . Η θέση αυτή ορίζεται από τις συντεταγμένες (x,y,z) ως προς ένα σημείο αναφοράς.



Χρόνος

Για να προσδιοριστεί ένα γεγονός δεν αρκεί μόνο η χωρική τοποθέτηση αλλά και η χρονική, $[t]$. Βασική υπόθεση ότι όλα συμβαίνουν σε μια συγκεκριμένη θέση την συγκεκριμένη χρονική στιγμή [**χωροχρονική τοποθέτηση**].

Μάζα

Μάζα, $[m]$ είναι η ποσότητα της ύλης που περιέχεται σε ένα σώμα. Συνδέεται με δύο έννοιες, την **αδράνεια** της μεταφορικής κίνησης και τη **βαρύτητα**.



$$F = ma$$

Αδράνεια

Αντίσταση που προβάλλει ένα σώμα στην μεταφορική και περιστροφική κίνηση.

Ένα σώμα με μικρή μάζα μεταβάλλει εύκολα την κίνησή του, ενώ ένα σώμα με μεγάλη μάζα μεταβάλλει την κίνησή του δυσκολότερα.

Δύναμη

Αναπαριστά την δράση ενός σώματος πάνω σε ένα άλλο. Ασκείτε με άμεση επαφή [έλξη, ώθηση] ή εξ αποστάσεως [μαγνητικές δυνάμεις, δυνάμεις βαρύτητας]. Η δύναμη [F] χαρακτηρίζεται από το **σημείο εφαρμογής**, το **μέγεθος** και την **κατεύθυνση** και παριστάνεται με ένα **διάνυσμα**.

Η δύναμη είναι η αιτία που μπορεί να παραμορφώσει ένα σώμα ή να του αλλάξει την κινητική του κατάσταση.



Η **μάζα** εκφράζει την ποσότητα της ύλης, ενώ το **βάρος** είναι η ελκτική δύναμη που σπρώχνει το αντικείμενο προς τα κάτω (προς τη γη).

$$F = m * a$$

Συσχέτιση Μάζας-Δύναμης [Βάρους]

- Σώματα με μεγαλύτερη μάζα αποκτούν μεγαλύτερη δύναμη.
- Η μάζα είναι σταθερή σε όλο το γνωστό σύμπαν.
- Η δύναμη μεταβάλλεται από “τόπο σε τόπο”.

Μέση τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας 9,8 m/s²

Στον Ισημερινό 9,78 m/s² στους πόλους 9,832 m/s²

Θεμελιώδεις αρχές στην Μηχανική

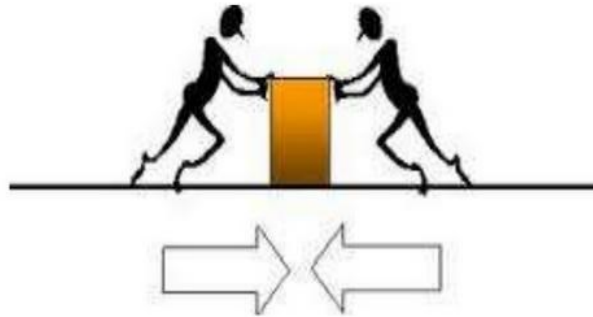
A. Η αρχή της αδράνειας

Κάθε υλικό σημείο παραμένει σε κατάσταση ηρεμίας ή ευθύγραμμης ισοταχούς κίνησης, εκτός εάν αναγκασθεί να αλλάξει κινηματική κατάσταση κάτω από την επίδραση της δύναμης.

Η ιδιότητα που έχει η ύλη να αντιστέκεται στην μεταβολή της κινητικής κατάστασης ονομάζεται αδράνεια.

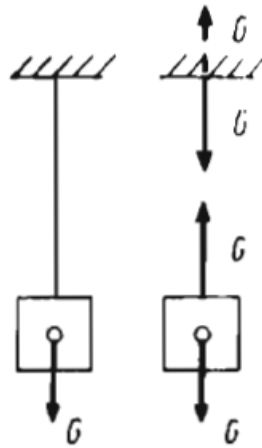


Β. Η αρχή της επαλληλίας [της ανεξαρτησίας του αποτελέσματος των δυνάμεων].



Γ. Η αρχή της δράσης και αντίδρασης.

Σε κάθε **δράση**
αντιστοιχεί πάντοτε
μια **αντίδραση** ίσου
μεγέθους και
αντίθετης φοράς

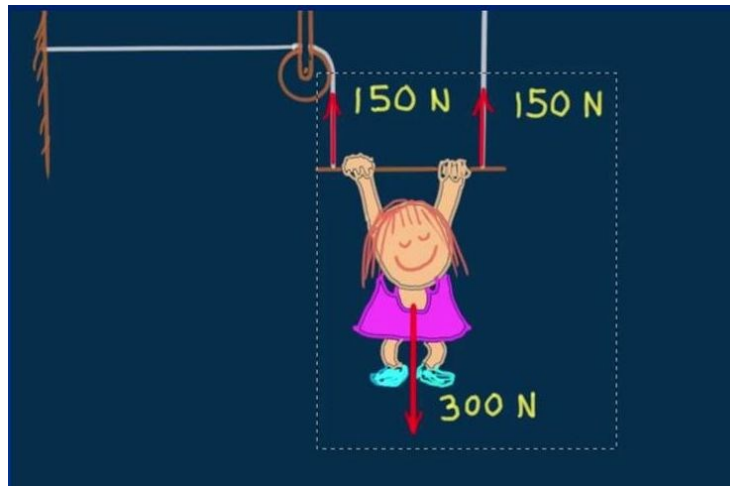


Δράση = Αντίδραση

Ορισμός Στατικής

Η στατική εξετάζει τα σώματα που βρίσκονται σε ισορροπία.

Ένα σώμα βρίσκεται σε ισορροπία όταν όλες οι δυνάμεις που ενεργούν σε αυτό εξουδετερώνουν η μία την άλλη. Η συνολική δράση των δυνάμεων είναι μηδέν και το σώμα-φορέας ισορροπεί.



Απλοποιητική παραδοχή

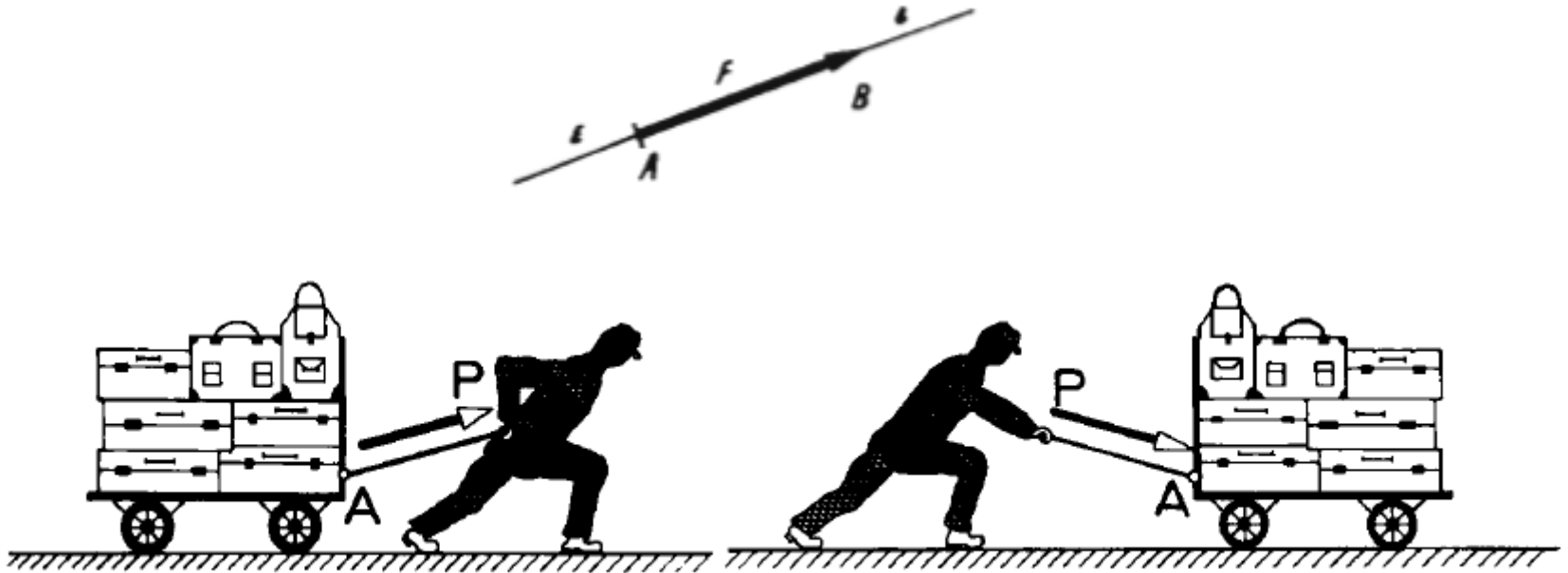
Στην στατική για απλοποίηση γίνεται η παραδοχή ότι τα σώματα [φορείς-κατασκευές] **θεωρούνται απολύτως στερεά [άκαμπτα]**. Συνεπώς υπό την επίδραση δυνάμεων **δεν παραμορφώνονται**. [Αυτό βέβαια δεν ισχύει στην πραγματικότητα].

Με αυτή την υπόθεση-παραδοχή δεν χρειάζεται να λάβουμε υπόψη τις ιδιότητες του υλικού από τον οποίο είναι κατασκευασμένος ο φορέας.

Στην πραγματικότητα κάθε σώμα-φορέας-κατασκευή, υπό την επίδραση δυνάμεων παραμορφώνεται [επιμηκύνεται, κάμπτεται, κ.α]. Ο υπολογισμός των παραμορφώσεων διενεργείται στο πεδίο της Αντοχής Υλικών.

2. Ορισμός Δύναμης

Δύναμη, F , [*Force*], είναι το αίτιο που προκαλεί μεταβολή στην κινητική κατάσταση ενός σώματος ή την παραμόρφωση του.



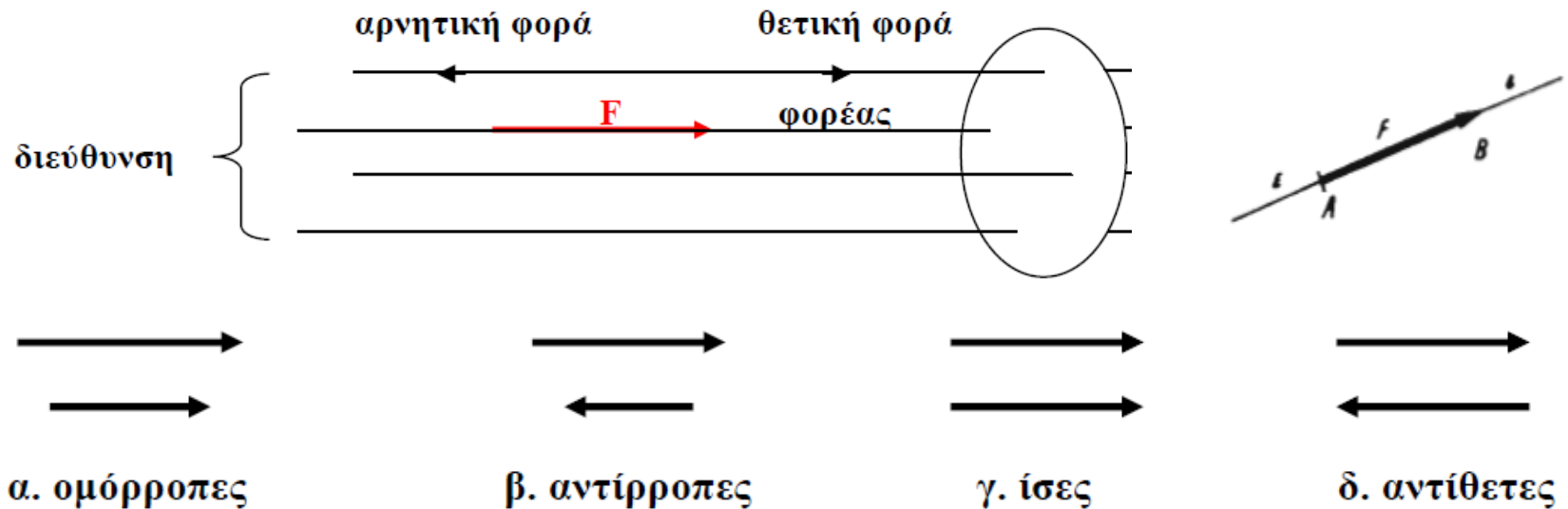
Διανυσματικό μέγεθος

Μέτρο: Το μέγεθος της δύναμης.

Φορέας: Η ευθεία στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα της δύναμης.

Διεύθυνση: Το σύνολο των παράλληλων ευθειών προς τον φορέα.

Φορά: Για κάθε δ/νση ορίζεται μια φορά [+ / -].



Μονάδα μέτρησης της δύναμης στο Διεθνές σύστημα, SI: $1 \text{ N} = 1 \text{ Kg} * 1 \text{ m/s}^2$

Υποπολλαπλάσια / Πολλαπλάσια

$$1 \text{ daN} = 10 \text{ N}$$

$$1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$$

$$1 \text{ MN} = 1000000 \text{ N}$$

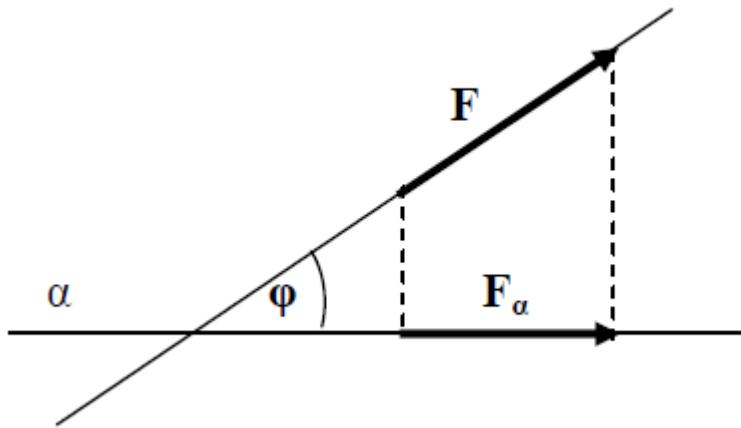
$$10 \text{ kN} = 1,0 \text{ ton} = 1000 \text{ Kgr}$$

$$1 \text{ daN} = 1 \text{ Kgr}$$

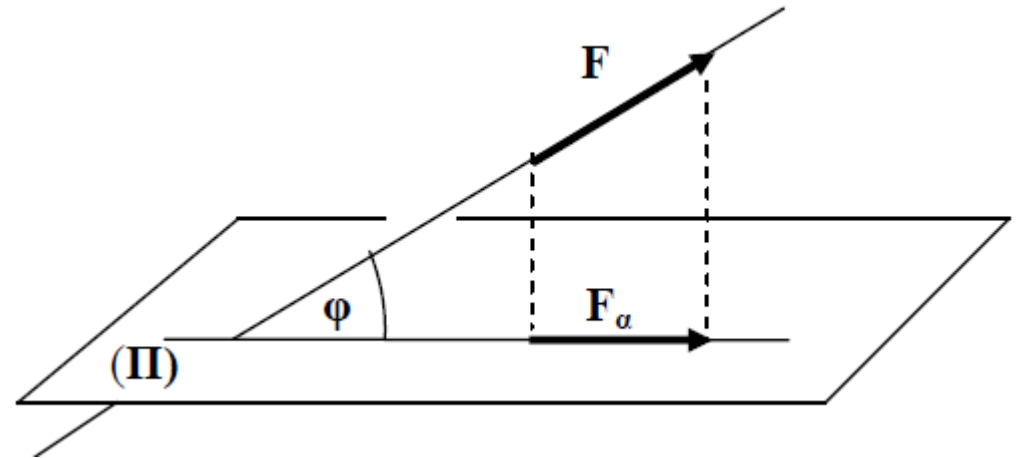
$$10 \text{ N} = 1 \text{ Kgr}$$

yotta	Y	10^{24}	1 000 000 000 000 000 000 000 000
zetta	Z	10^{21}	1 000 000 000 000 000 000 000
exa	E	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000
peta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000
giga	G	10^9	1 000 000 000
mega	M	10^6	1 000 000
kilo	k	10^3	1 000
hecto	h	10^2	100
deca	da	10^1	10
-	-	10^0	1
deci	d	10^{-1}	0,1
centi	c	10^{-2}	0,01
mili	m	10^{-3}	0,001
micro	μ	10^{-6}	0,000 001
nano	n	10^{-9}	0,000 000 001
pico	p	10^{-12}	0,000 000 000 001
femto	f	10^{-15}	0,000 000 000 000 001
atto	a	10^{-18}	0,000 000 000 000 000 001
zepto	z	10^{-21}	0,000 000 000 000 000 000 001
yokto	y	10^{-24}	0,000 000 000 000 000 000 000 001

Προβολή δύναμης σε μια ευθεία ή επίπεδο



Προβολή δύναμης σε ευθεία



Προβολή δύναμης σε επίπεδο

$$F_a = F * \cos\varphi$$

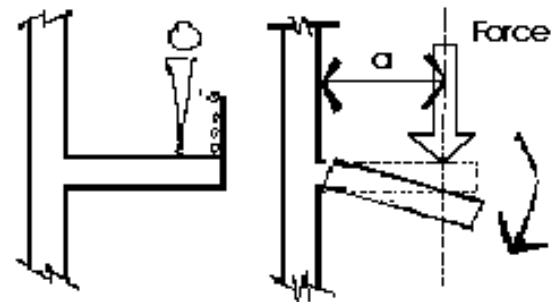
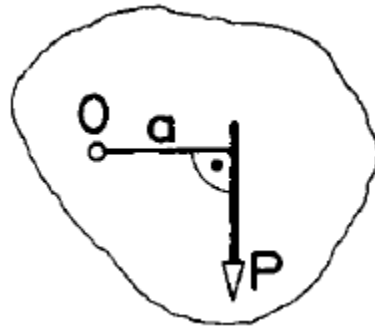
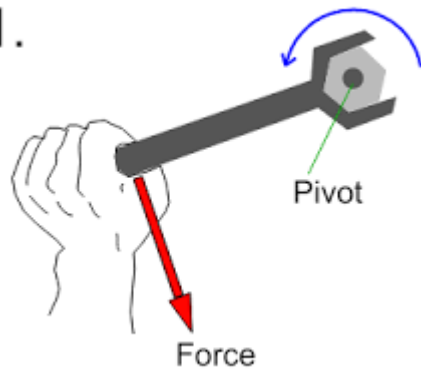
$$F_n = F * \cos\varphi$$

3. Ορισμός Ροπής

Η ροπή ισούται με την ασκούμενη **δύναμη, P**, επί τον **μοχλοβραχίονα** [δηλαδή την απόσταση, **a**, που είναι το μήκος της κάθετης που ενώνει το σημείο 0 με το σημείο εφαρμογής της δύναμης].

$$M = P * a$$

1.

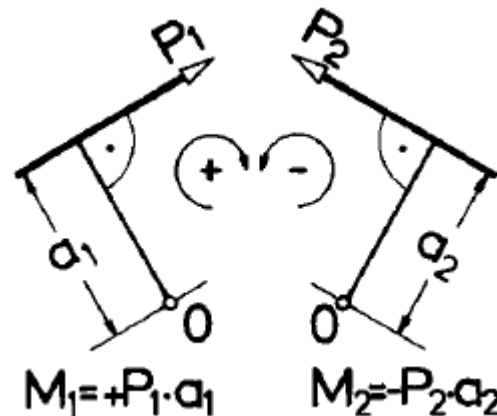


Μονάδα μέτρησης της ροπής

$$M = F \cdot a$$

Έστω $F = 1\text{N}$, $a = 1\text{m} \rightarrow 1\text{ Nm}$

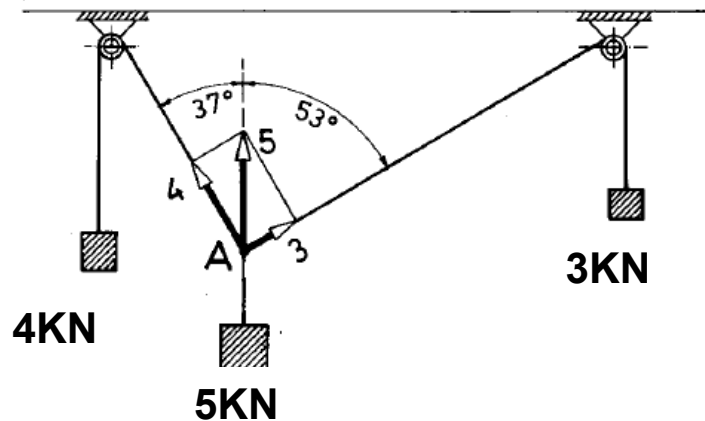
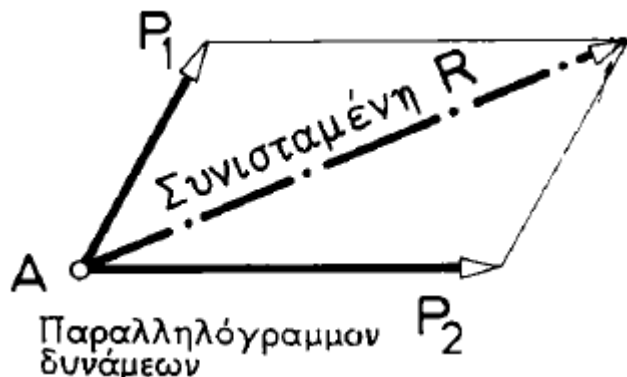
Εξαρτάται από την μονάδα μέτρησης της δύναμης και του μοχλοβραχίονα [π.χ Έστω $F = 1\text{KN}$, $a = 1\text{cm} \rightarrow 1\text{ KNcm}$].



Φορά ροπής: + / -

4. Συνιστώσες και συνισταμένη δύναμης / ροπής

Συνισταμένη δυνάμεων

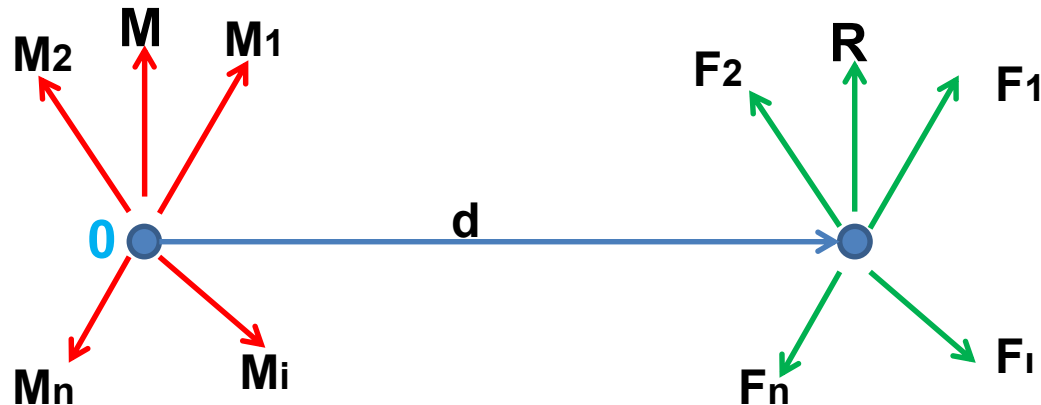


P1, P2: Συνιστώσες με κοινό σημείο αναφοράς.

R, Συνισταμένη των δυνάμεων: Η δύναμη η οποία επιφέρει τα ίδια κινηματικά αποτελέσματα με τις συνιστώσες [ισχύει στην στατική].

[όταν μελετάμε την αντοχή ή τις παραμορφώσεις ενός σώματος, δεν μπορούμε να αντικαταστήσουμε με την συνισταμένη διότι το σώμα συμπεριφέρεται διαφορετικά στις δυνάμεις από ότι στην συνισταμένη].

Συνισταμένη ροπών



Η ροπή της συνισταμένης των δυνάμεων, $F_1, F_2 \dots F_n$, που περνάνε από το ίδιο σημείο, ως προς το σημείο 0, ισούται με το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο 0, [θεώρημα Varignon].

$$F_1 * d + F_2 * d + \dots + F_n * d = M_1 + M_2 + \dots + M_n$$

$$R = \sum F_i, M = \sum m_i$$

$$R * d = M$$

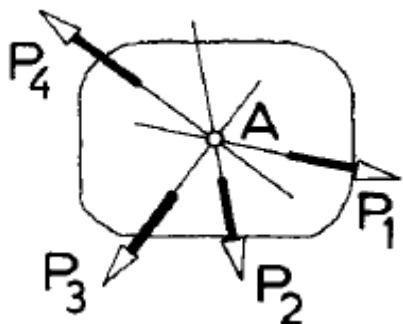
5. Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων [στο επίπεδο]

Σύνθεση δυνάμεων: Ονομάζεται η διαδικασία εύρεσης της συνιστάμενης των συνιστωσών.

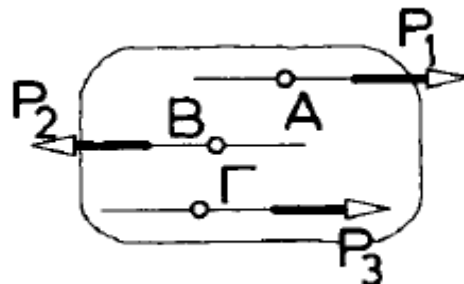
Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες: Ονομάζεται η διαδικασία εύρεσης κάποιων δυνάμεων που έχουν συνισταμένη την δύναμη αυτή.

Τα προβλήματα της σύνθεσης και της ανάλυσης επιλύονται είτε γραφικά [με βάση τον διανυσματικό λογισμό] είτε αναλυτικά [με αλγεβρική άθροιση των προβολών των δυνάμεων σε ένα καρτεσιάνο σύστημα συντεταγμένων x,y .]

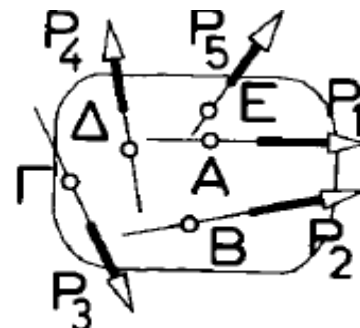
Συστήματα δυνάμεων



Συντρέχουσες δυνάμεις



Παράλληλες δυνάμεις



Τυχαίες δυνάμεις

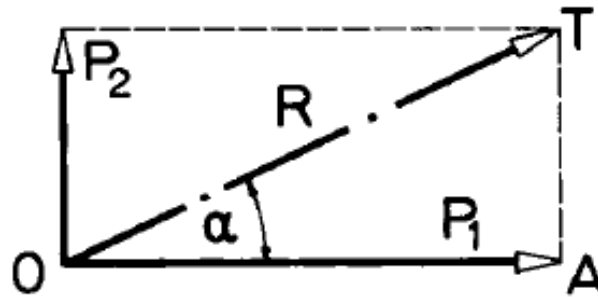
Γενικές και ειδικές περιπτώσεις σύνθεσης και ανάλυσης δυνάμεων που εξετάζονται με την αναλυτική μέθοδο

- α) Δύο συντρέχουσες και συνεπίπεδες δυνάμεις.
- β) Πολλαπλές συντρέχουσες συνεπίπεδες δυνάμεις.
- γ) Παράλληλες συνεπίπεδες δυνάμεις.
- δ) Ζεύγος δυνάμεων.
- ε) Παράλληλη μεταφορά δύναμης.
- στ) Τυχαίες συνεπίπεδες δυνάμεις.

α) Δύο συντρέχουσες και συνεπίπεδες δυνάμεις.

(i) Οι δυνάμεις σχηματίζουν ορθή γωνία με κοινό σημείο εφαρμογής

Σύνθεση



$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$$

$$\text{και } \sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{P_1}{R}, \quad \eta\mu\alpha = \frac{P_2}{R}.$$

Ανάλυση

$$P_1 = R \sigma\upsilon\nu\alpha \quad \text{και} \quad P_2 = R \eta\mu\alpha.$$

(ii) Οι δυνάμεις δεν σχηματίζουν ορθή γωνία, με κοινό σημείο εφαρμογής

Ανάλυση

$$P_{1x} = P_1 \sigma\upsilon\nu\alpha_1,$$

$$P_{1y} = P_1 \eta\mu\alpha_1$$

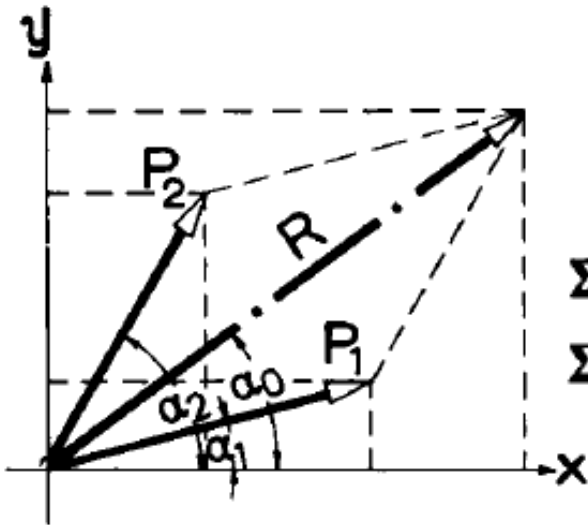
$$P_{2x} = P_2 \sigma\upsilon\nu\alpha_2,$$

$$P_{2y} = P_2 \eta\mu\alpha_2.$$

Σύνθεση

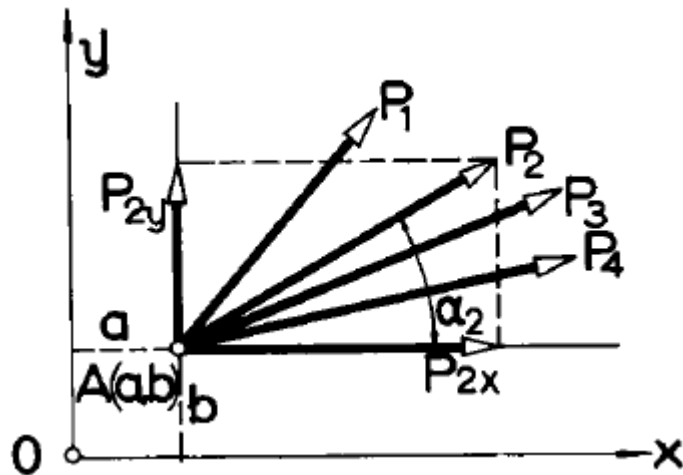
$$\Sigma x = R_x = P_{1x} + P_{2x} = P_1 \sigma\upsilon\nu\alpha_1 + P_2 \sigma\upsilon\nu\alpha_2 \text{ και}$$

$$\Sigma y = R_y = P_{1y} + P_{2y} = P_1 \eta\mu\alpha_1 + P_2 \eta\mu\alpha_2 .$$



Άρα η τελική συνισταμένη $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ και $\sigma\upsilon\nu\alpha_0 = \frac{R_x}{R}$ και $\eta\mu\alpha_0 = \frac{R_y}{R}$.

β) Πολλαπλές συντρέχουσες συνεπίπεδες δυνάμεις.



Ανάλυση

(X)

$$P_{1x} = P_1 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_1$$

$$P_{2x} = P_2 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_2$$

$$P_{3x} = P_3 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_3$$

$$P_{4x} = P_4 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_4$$

(Y)

$$P_{1y} = P_1 \eta\mu\alpha_1$$

$$P_{2y} = P_2 \eta\mu\alpha_2$$

$$P_{3y} = P_3 \eta\mu\alpha_3$$

$$P_{4y} = P_4 \eta\mu\alpha_4$$

Σύνθεση

$$\Sigma x = R_x = \Sigma P \sigma\upsilon\upsilon \alpha = P_1 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_1 + P_2 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_2 + P_3 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_3 + P_4 \sigma\upsilon\upsilon \alpha_4.$$

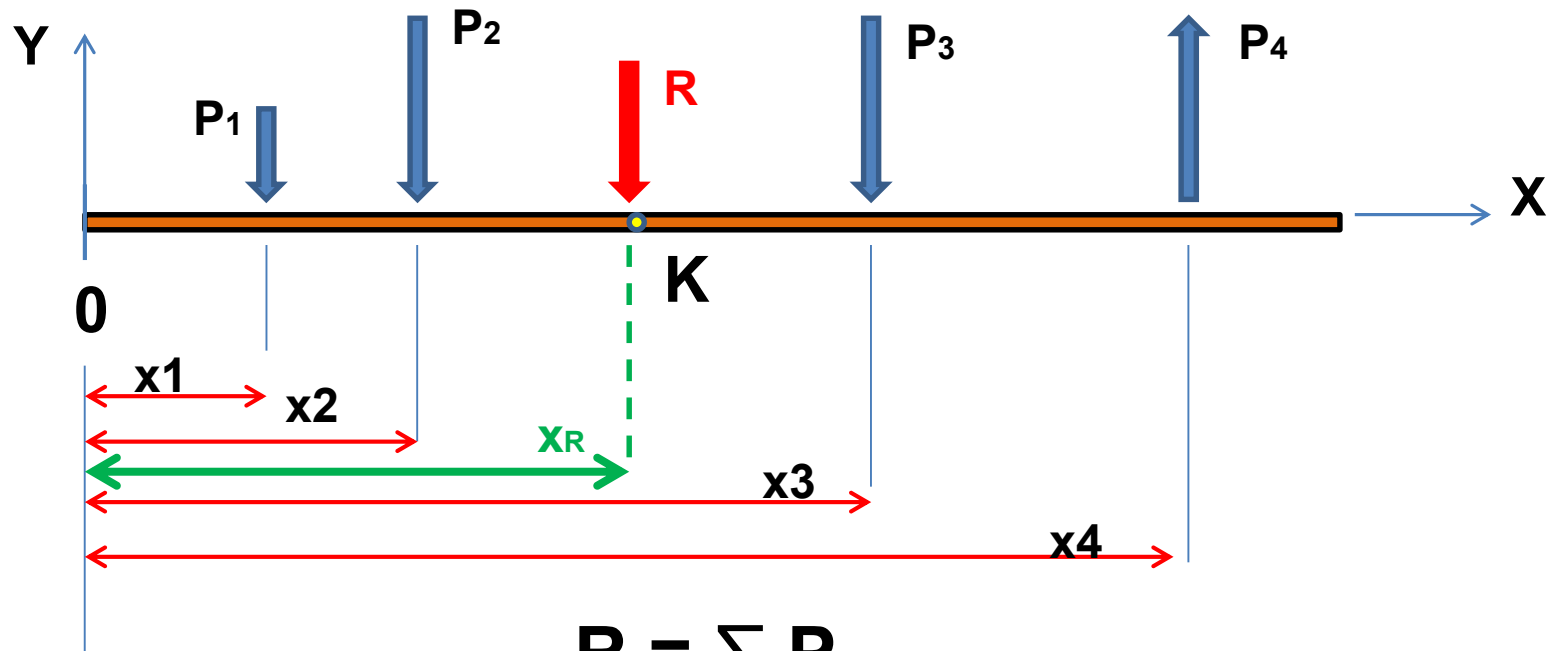
Κατά τὸν ἄξονα y ἀντιστοίχως:

$$\Sigma y = R_y = \Sigma P \eta\mu\alpha = P_1 \eta\mu\alpha_1 + P_2 \eta\mu\alpha_2 + P_3 \eta\mu\alpha_3 + P_4 \eta\mu\alpha_4.$$

Τελικό μέγεθος συνισταμένης: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

Φορά: $\eta\mu\alpha_0 = \frac{R_y}{R}, \sigma\upsilon\upsilon\alpha_0 = \frac{R_x}{R}$

γ) Παράλληλες συνεπίπεδες δυνάμεις.



$$R = \sum P_i$$

$$M_R = P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 - P_4 x_4$$

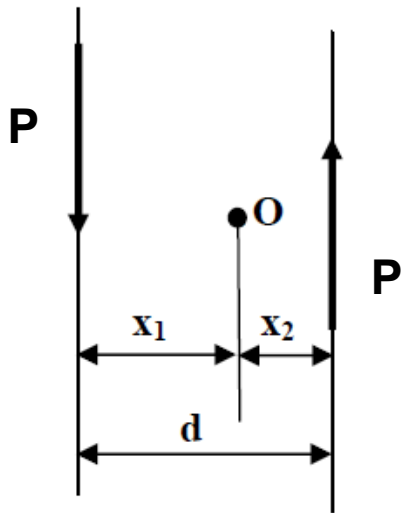
$$x_R = M_R / R$$

R: Συνιστάμενη των δυνάμεων [αλγεβρικό άθροισμα].

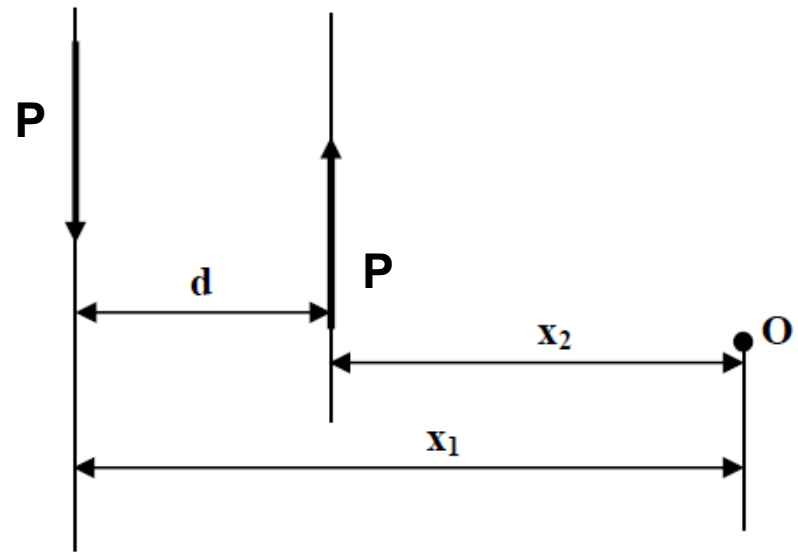
x_R : Θέση συνισταμένης.

δ) Ζεύγος δυνάμεων.

Ζεύγος δυνάμεων ονομάζεται ένα σύστημα δύο αντίθετων δυνάμεων με διαφορετικούς φορείς.

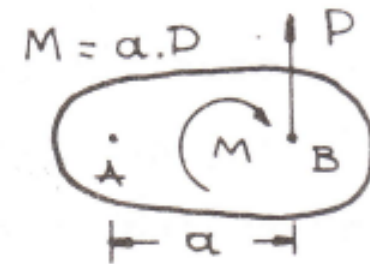
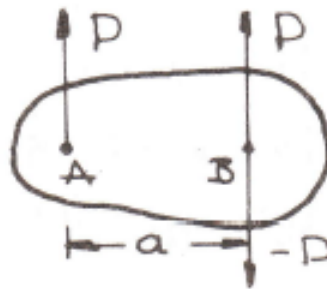
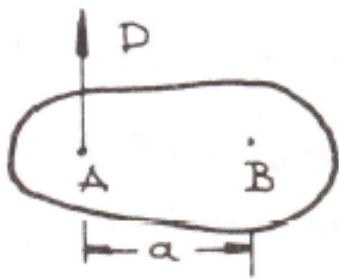


$$\begin{aligned}\Sigma M &= P * x_1 + P * x_2 = \\ P * (x_1 + x_2) &= P * d\end{aligned}$$



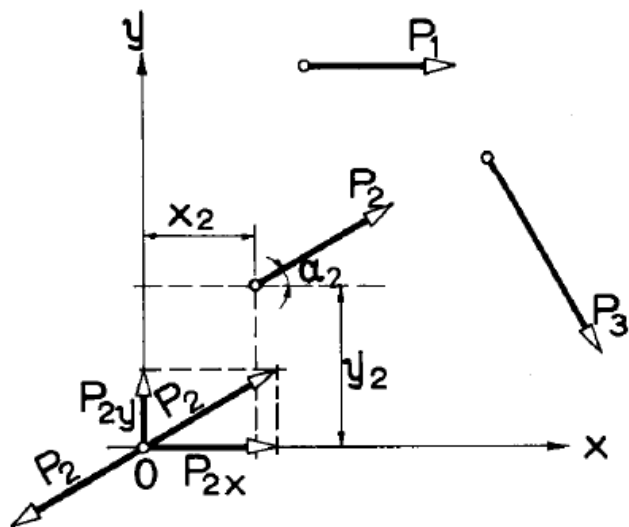
$$\begin{aligned}\Sigma M &= P * x_1 - P * x_2 = \\ P * (x_1 - x_2) &= P * d\end{aligned}$$

ε) Παράλληλη μεταφορά δύναμης.



Η δύναμη από τον φορέα α μεταφέρεται στον φορέα α' με **μια δύναμη** ίση με την P και **μια ροπή** $M = P \cdot \alpha$

στ) Τυχαίες συνεπίπεδες δυνάμεις.



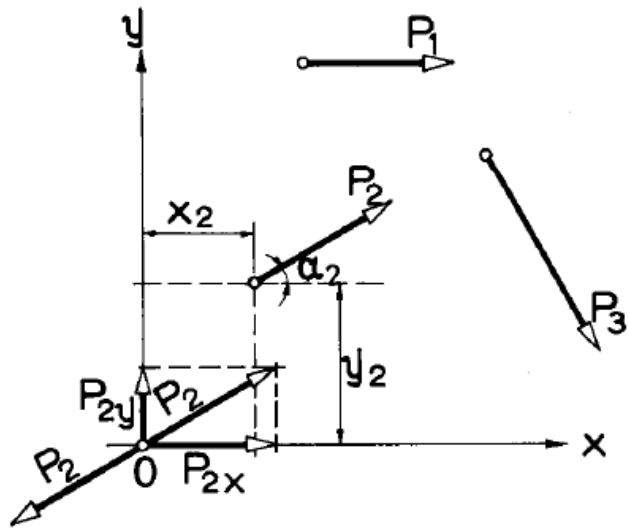
Για να προσδιοριστεί η συνισταμένη μεταθέτουμε κάθε δύναμη στην αρχή ενός τυχαίου συστήματος συντεταγμένων [π.χ. την P_2 στο 0]. Δημιουργείται ένα σύστημα δυνάμεων P_1, P_2, P_3 με κοινό σημείο αναφοράς, 0, και ένα σύστημα ζευγών δυνάμεων με ροπή M_1, M_2, M_3 . Π.χ. για την M_2

$$M_2 = P_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_2 \cdot y_2 - P_2 \cdot \eta\mu\alpha_2 \cdot x_2$$

Σύνθεση

$$\Sigma x = R_x = \Sigma P \sigma\upsilon\nu\alpha = P_1 \sigma\upsilon\nu\alpha_1 + P_2 \sigma\upsilon\nu\alpha_2 + P_3 \sigma\upsilon\nu\alpha_3 + \dots + P_n \sigma\upsilon\nu\alpha_n$$

$$\Sigma y = R_y = \Sigma P \eta\mu\alpha = P_1 \eta\mu\alpha_1 + P_2 \eta\mu\alpha_2 + P_3 \eta\mu\alpha_3 + \dots + P_n \eta\mu\alpha_n$$



$$\text{Μέγεθος: } R = \sqrt{(\Sigma x)^2 + (\Sigma y)^2}$$

$$\text{Φοράν: } \eta\mu\alpha_0 = \frac{\Sigma y}{R}, \sigma\upsilon\nu\alpha_0 = \frac{\Sigma x}{R}, \epsilon\varphi\alpha_0 = \frac{\Sigma y}{\Sigma x}$$

Η ροπή της δύναμης P_2 ως προς την αρχή των συντεταγμένων

$$M_2 = P_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_2 \cdot y_2 - P_2 \cdot \eta\mu\alpha_2 \cdot x_2 = P_{2x} \cdot y_2 - P_{2y} \cdot x_2$$

$$M_1 = P_{1x} \cdot y_1 - P_{1y} \cdot x_1$$

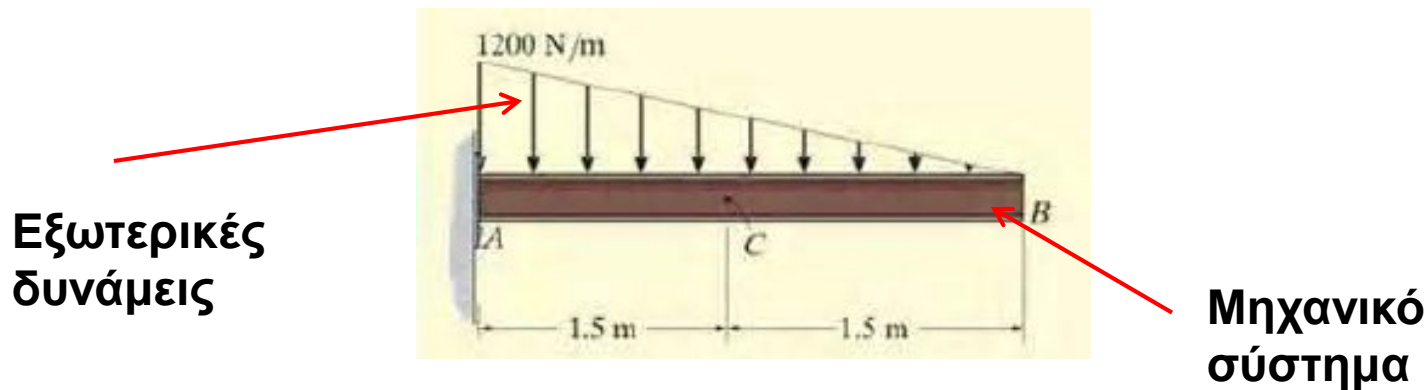
Η συνισταμένη των ροπών:

$$\Sigma M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_v$$

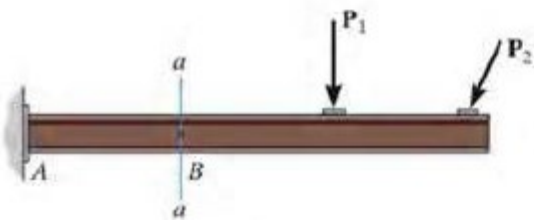
6. Ισορροπία δυνάμεων

Μηχανικό σύστημα: Το σύνολο των υλικών που συνθέτουν το σώμα [φορέα-κατασκευή].

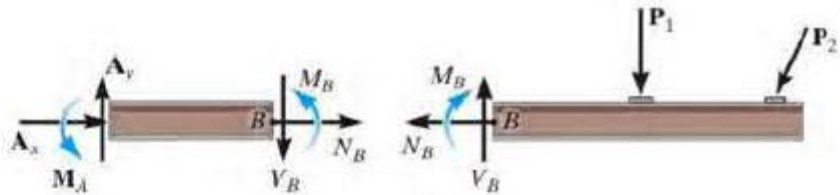
Εξωτερικές δυνάμεις: Οι δυνάμεις που ασκούν τα σώματα έξω από το σύστημα στα σώματα που συνθέτουν το μηχανικό σύστημα [π.χ. πίεση ανέμου, φορτίο χιονίου, ώθηση γαιών, φορτία μηχανών, κ.α.].



Εσωτερικές δυνάμεις: Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος, [τάσεις, αξονικές, καμπτικές δυνάμεις, κ.α.].

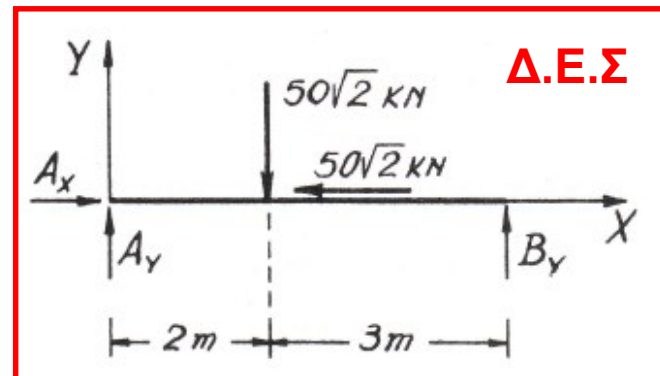
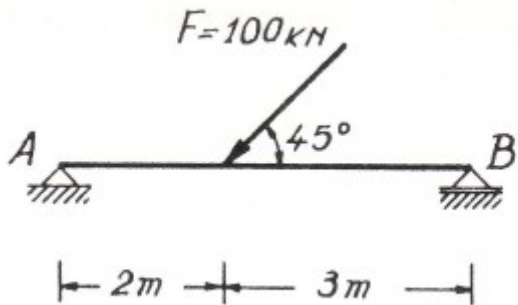


Μηχανικό σύστημα



Εσωτερικές δυνάμεις

Διάγραμμα ελεύθερου σώματος, Δ.Ε.Σ: Η προσομείωση [απεικόνιση] του μηχανικού συστήματος με τις εξωτερικές και εσωτερικές δυνάμεις που δρουν σε αυτό.



Αρχή αδράνειας

Όταν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων ως προς οποιονδήποτε άξονα είναι μηδέν, το σώμα ισορροπεί. [παραμένει ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα].



Συνθήκη-Εξισώσεις Ισορροπίας στο επίπεδο [X,Y]

$$\Sigma F_{xi} = 0$$

$$\Sigma F_{yi} = 0$$

$$\Sigma M_{xi} = 0$$

$$\Sigma M_{yi} = 0$$

Συνθήκη-Εξισώσεις Ισορροπίας στο χώρο [X,Y,Z]

$$\Sigma F_{xi} = 0$$

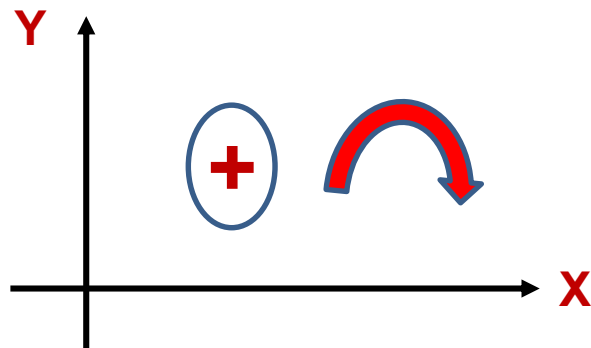
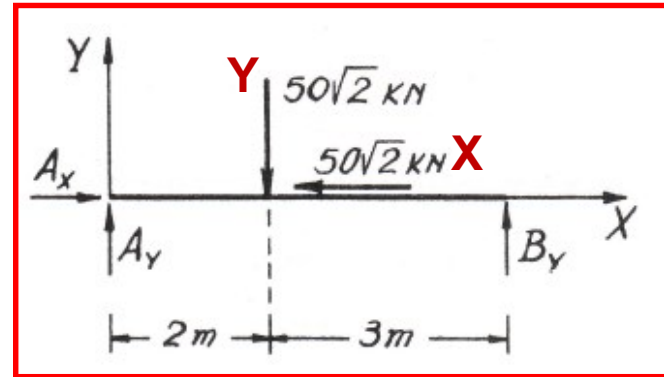
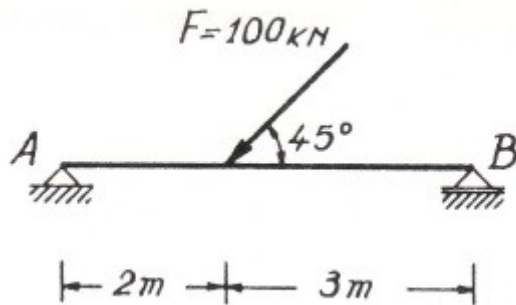
$$\Sigma F_{yi} = 0$$

$$\Sigma F_{zi} = 0$$

$$\Sigma M_{xi} = 0$$

$$\Sigma M_{yi} = 0$$

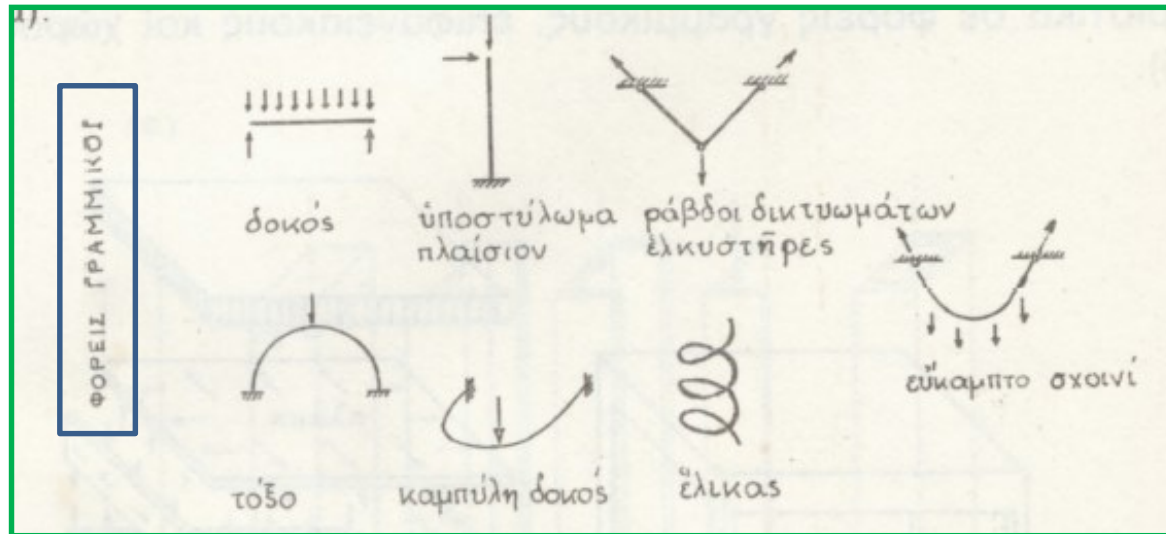
$$\Sigma M_{zi} = 0$$



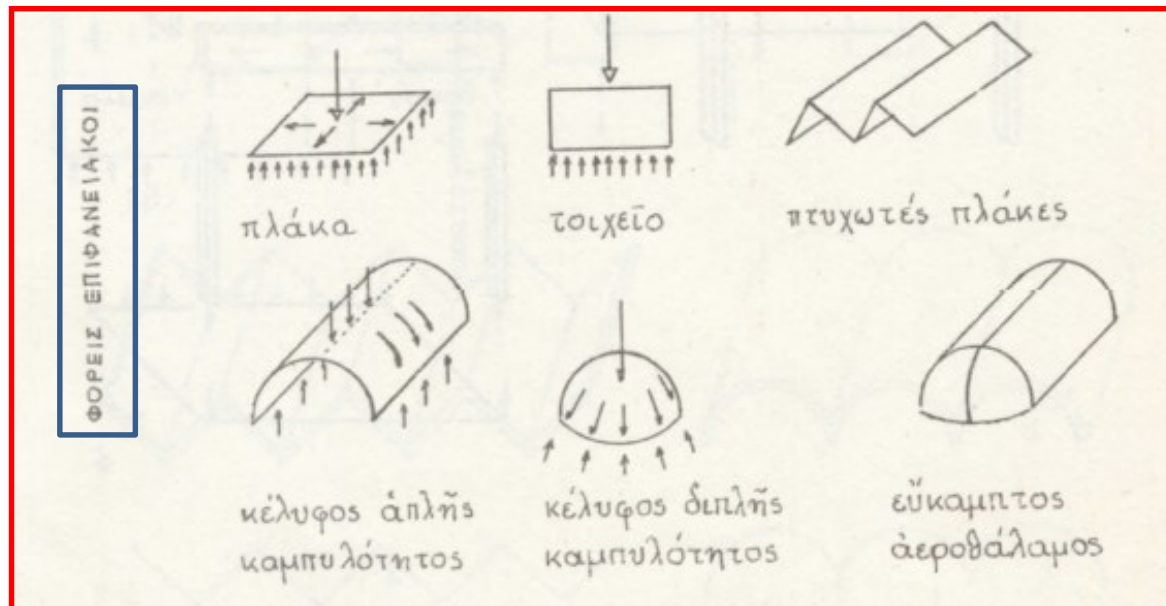
***Η φορά μπορεί να είναι θετική και αντίστροφα από το σχήμα που δίνεται. Μπορεί να ορίζεται από τον χρήστη, να σημαίνεται και να τηρείται καθόλη την διάρκεια των υπολογισμών.

Ο ορισμός της φοράς είναι συμβατικός

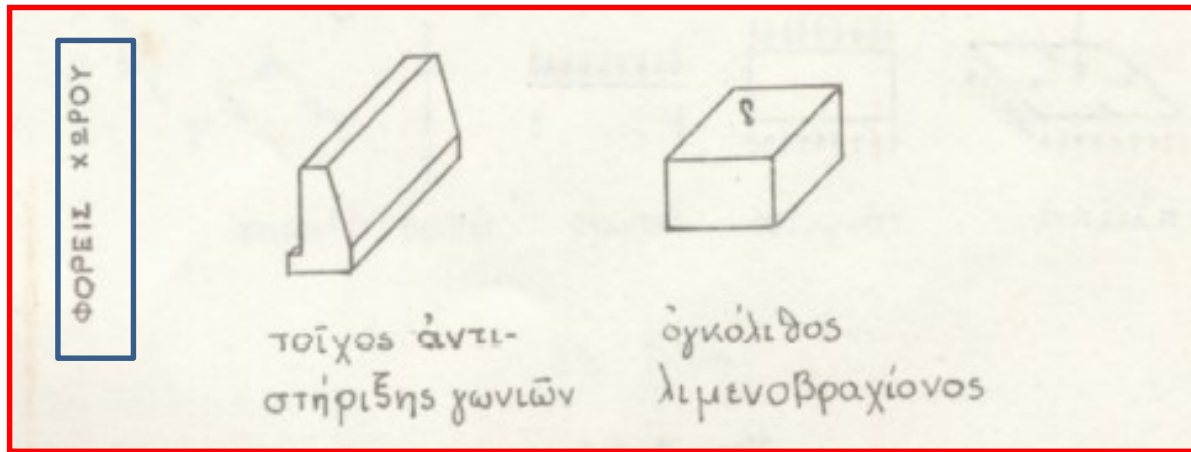
7. Τυπολογία φορέων



Γραμμικοί φορείς
Έχουν μεγάλο μήκος αναφορικά με το πλάτος και ύψος

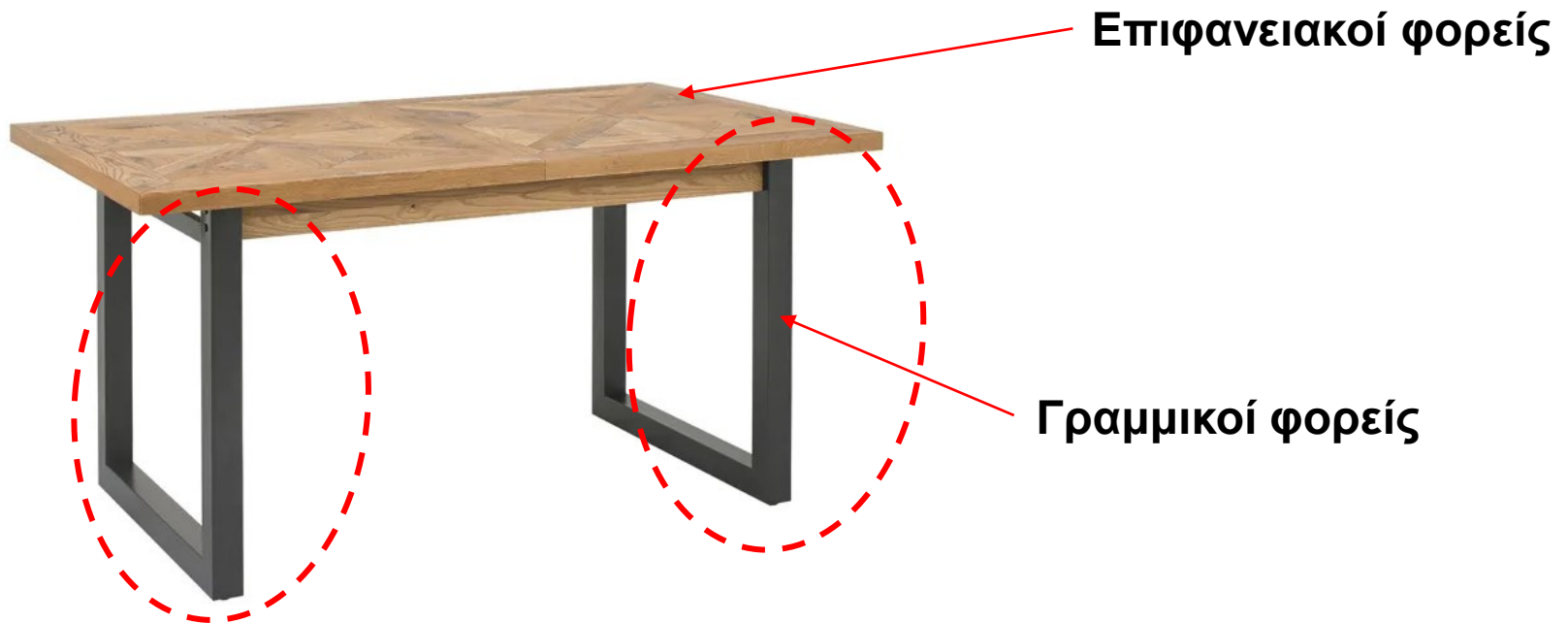


Επιφανειακοί φορείς
Έχουν το πάχος πολύ μικρό σε σχέση με τις υπόλοιπες διαστάσεις



Πηγή σχημάτων: Γ. Σωτηρόπουλος. Δομική Στατική. Εκδ. Ζήτη, 1979

Φορείς χώρου
Έχουν μεγάλες και τις τρεις διαστάσεις, αναπτύσσονται στον χώρο





Γραμμικοί φορείς

<https://holmesglen.edu.au/About-Us/News/Study-a-furniture-design-course;-express-your-style-explore-sustainability/>

Δικτυώματα-Δικτυωτές κατασκευές Αρθρωτή σύνδεση γραμμικών στοιχείων



<https://design-milk.com/context-furniture-truss-a-frame-collection/>

<https://www.3dfurniture.net/truss-side-table-by-harkavy-furniture.html>

Γραμμικοί φορείς



Δοκοί, υποστυλώματα



Επιφανειακοί φορείς: Πτυχωτές πλάκες



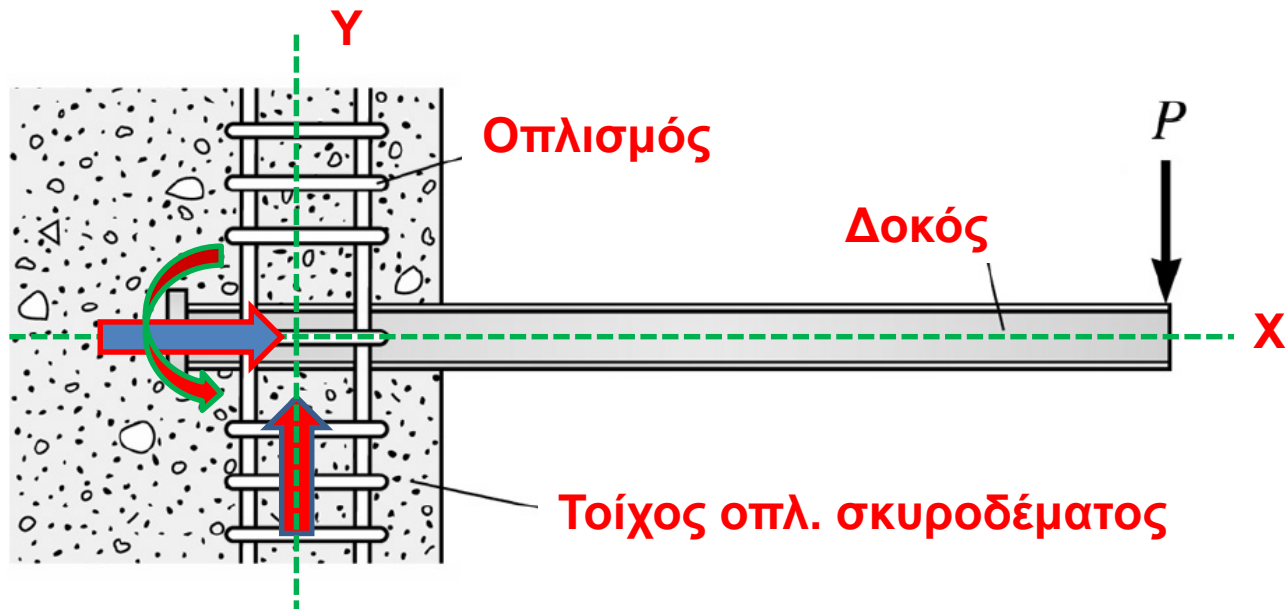
Φορείς στον χώρο

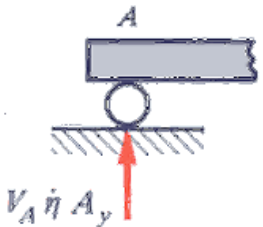
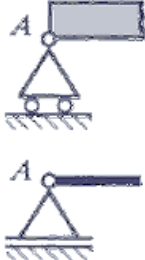
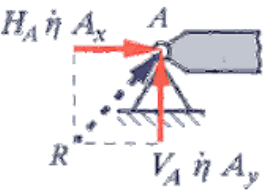
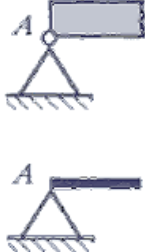
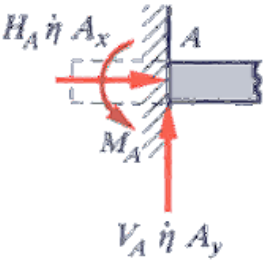
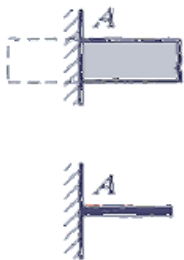
8. Στηρίξεις

Η δυνατότητα κίνησης ενός φορέα εξαρτάται από τις συνθήκες στήριξης.

Οι στηρίξεις κατατάσσονται ανάλογα με το είδος της κίνησης που απαγορεύουν.

Στο επίπεδο χρειάζονται 3 παράμετροι για να περιγραφεί μια μετακίνηση [μετακίνηση κατά X , και Y , και η γωνία περιστροφής] [6 στον χώρο, 3 μετακινήσεις και 3 στροφές κατά X, Y, Z].



Είδος στήριξης	Συμβολισμοί	Βαθμοί ελευθερίας		Αντιδράσεις στήριξης		
		μετα-κίνηση	στροφή	δυνάμεις	ροπή	Σύνολο
 <p>V_A ή A_y</p> <p>Κύλιση</p>		1	1	1	0	1
 <p>H_A ή A_x</p> <p>V_A ή A_y</p> <p>Άρθρωση</p>		0	1	2	0	2
 <p>H_A ή A_x</p> <p>V_A ή A_y</p> <p>M_A</p> <p>Πάκτωση</p>		0	0	2	1	3

Αριθμός αγνώστων που εισάγονται στις εξισώσεις ισορροπίας

Κύλιση-απλή στήριξη:

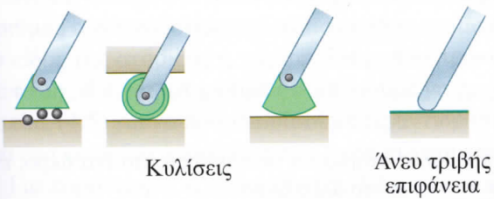
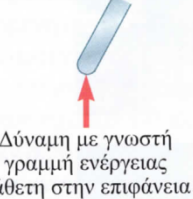
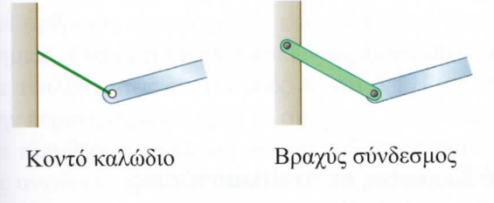
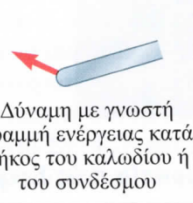
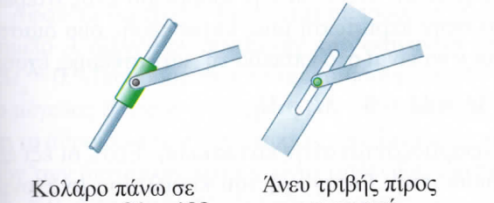


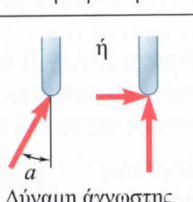
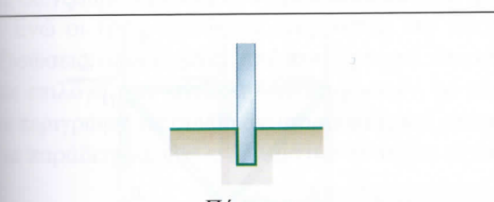
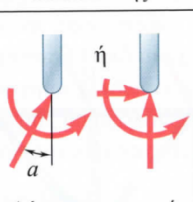
- Επιτρέπει την μετακίνηση [στον οριζόντιο άξονα].
- Επιτρέπει την στροφή.
- Εισάγει **1 άγνωστο** στις εξισώσεις ισορροπίας.

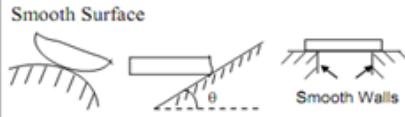
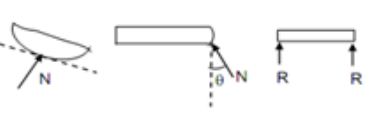

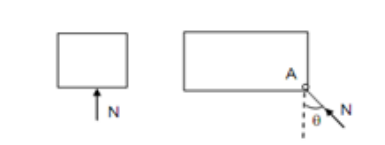
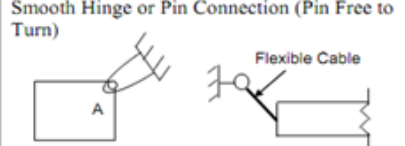
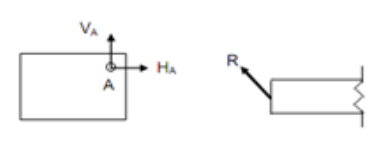
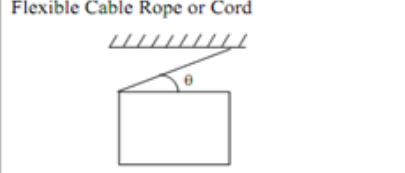
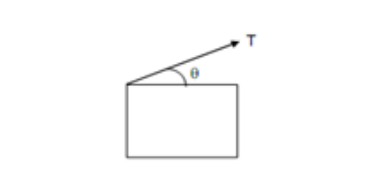
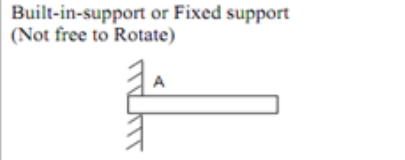
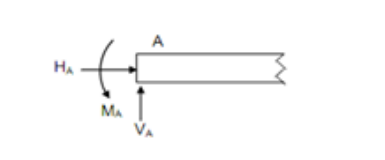
Άρθρωση:

- Δεν επιτρέπει την μετακίνηση [και στους δύο άξονες].
- Επιτρέπει την στροφή.
- Εισάγει **2 άγνωστους** στις εξισώσεις ισορροπίας.

Πάκτωση:

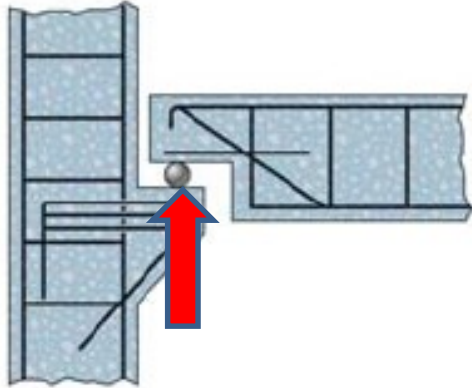
- Δεν επιτρέπει την μετακίνηση [και στους δύο άξονες].
- Δεν επιτρέπει την στροφή.
- Εισάγει **3 άγνωστους** στις εξισώσεις ισορροπίας.

Στήριξη ή Σύνδεση	Αντίδραση	Αριθμός Αγνώστων
 <p>Κυλίσεις Άνευ τριβής επιφάνεια</p>	 <p>Δύναμη με γνωστή γραμμή ενέργειας κάθετη στην επιφάνεια</p>	1
 <p>Κοντό καλώδιο Βραχύς σύνδεσμος</p>	 <p>Δύναμη με γνωστή γραμμή ενέργειας κατά μήκος του καλωδίου ή του συνδέσμου</p>	1
 <p>Κολάρο πάνω σε μια άνευ τριβής ράβδο Άνευ τριβής πύλος σε εγκοπή</p>	 <p>Δύναμη με γνωστή γραμμή ενέργειας κάθετη στη ράβδο ή την εγκοπή</p>	1
 <p>Άρθρωση Επιφάνεια με τριβή</p>	 <p>ή</p> <p>Δύναμη άγνωστης κατεύθυνσης</p>	2
 <p>Πάκτωση</p>	 <p>ή</p> <p>Δύναμη και ροπή</p>	3

Types of Support/Contact	Reaction or Force on the Body to be Isolated
<p>Smooth Surface</p>  <p>Smooth Walls</p>	
<p>Roller</p> 	
<p>Smooth Hinge or Pin Connection (Pin Free to Turn)</p>  <p>Flexible Cable</p>	
<p>Flexible Cable Rope or Cord</p> 	
<p>Built-in-support or Fixed support (Not free to Rotate)</p> 	

<http://www.expertsmind.com/topic/equilibrium-free-body-diagram/types-of-constraints-and-reactions-916457.aspx>

Υλοποίηση στηρίξεων



Κύλιση



Άρθρωση

Υλοποίηση στηρίξεων



Πάκτωση



Πάκτωση



Άρθρωση

9. Είδη φορέων

Ανάλογα με την στήριξη και την γεωμετρία του φορέα διακρίνουμε:

Ισοστατικούς ή στατικά ορισμένους φορείς:

Οι άγνωστες αντιδράσεις είναι όσες και οι εξισώσεις ισορροπίας.

Υπερστατικούς ή αόριστους φορείς:

Οι άγνωστες αντιδράσεις είναι περισσότερες από ότι οι εξισώσεις ισορροπίας. Τις υπόλοιπες εξισώσεις, πέραν τις ισορροπίας της προσδιορίζουμε από τις παραμορφώσεις.

Υποστατικούς φορείς ή μηχανισμούς:

Οι άγνωστες αντιδράσεις είναι λιγότερες από ότι οι εξισώσεις ισορροπίας.

Προσδιορισμός στατικής αοριστίας


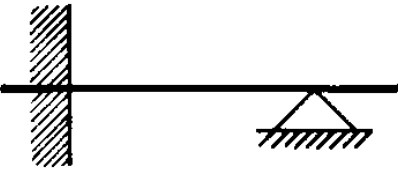

A = Αριθμός εξισώσεων ισορροπίας δοκών

A = 3 – ισοστατικός φορέας δοκού

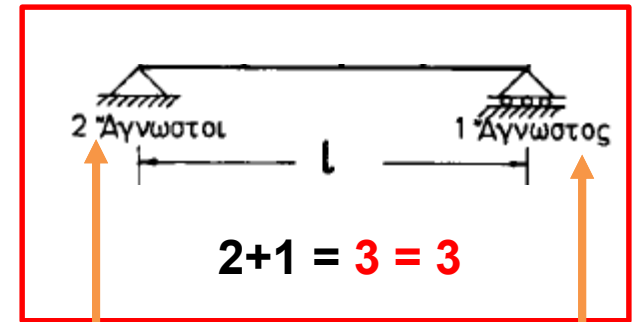
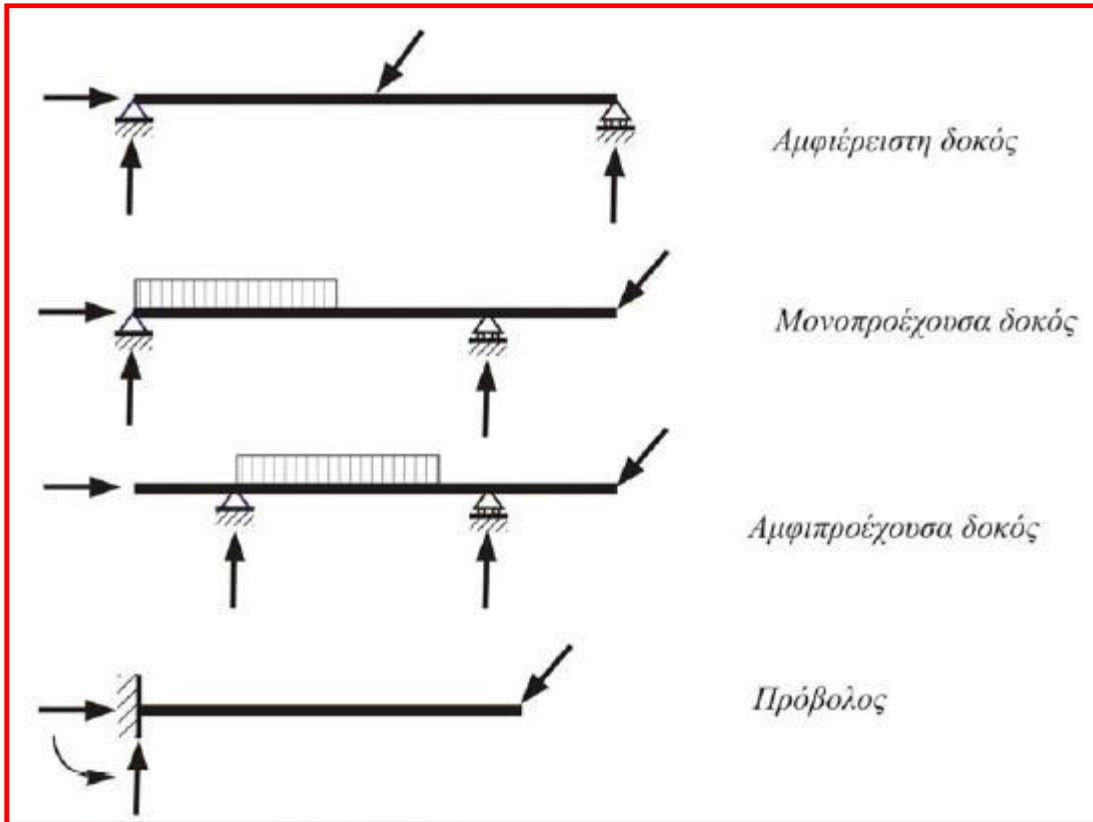
A > 3 – υπερστατικός φορέας δοκού

A < 3 – ασταθής δοκός – μηχανισμός

Παραδείγματα

					
3 Άγνωστοι		1 Άγνωστ.		3 Άγνωστ.	
2 δυνάμεις κατά X, Y και μια ροπή.		1 δυνάμη κατά X.		2 δυνάμεις κατά X, Y και μια ροπή.	
3+1 = 4 > 3		3+2 = 5 > 3		3+3 = 6 > 3	

Ισοστατικοί επίπεδοι γραμμικοί φορείς

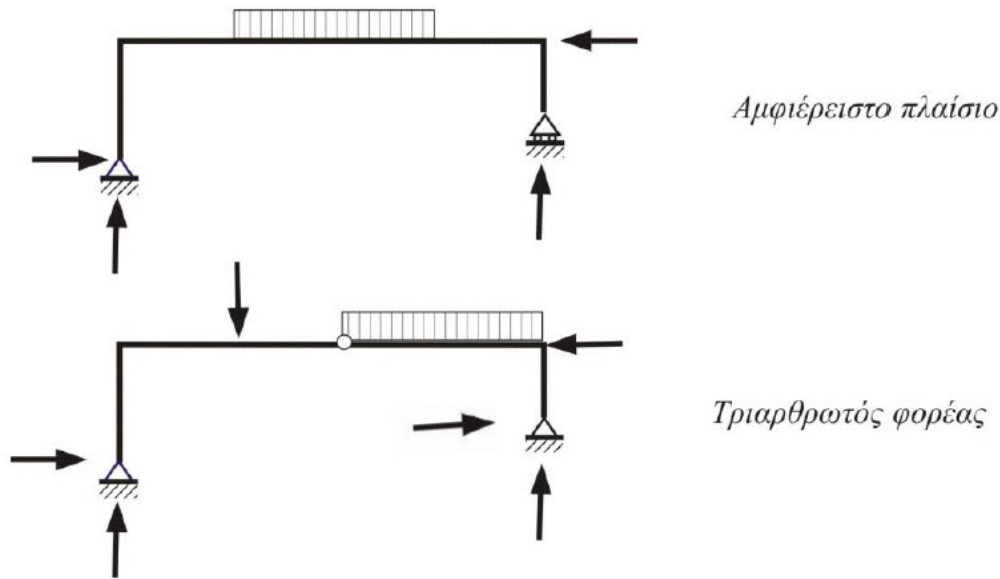


Άρθρωση

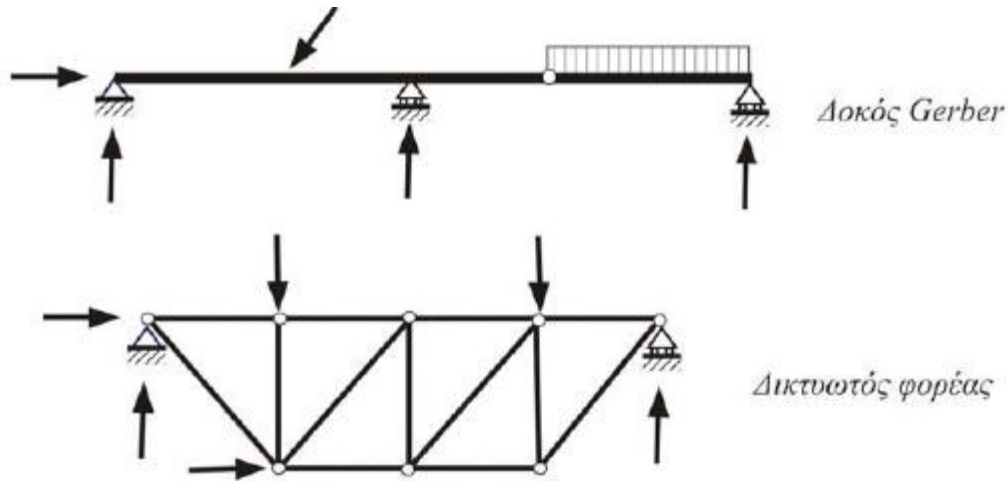
Κύλιση

Ενδεικτικά παραδείγματα ισοστατικών φορέων

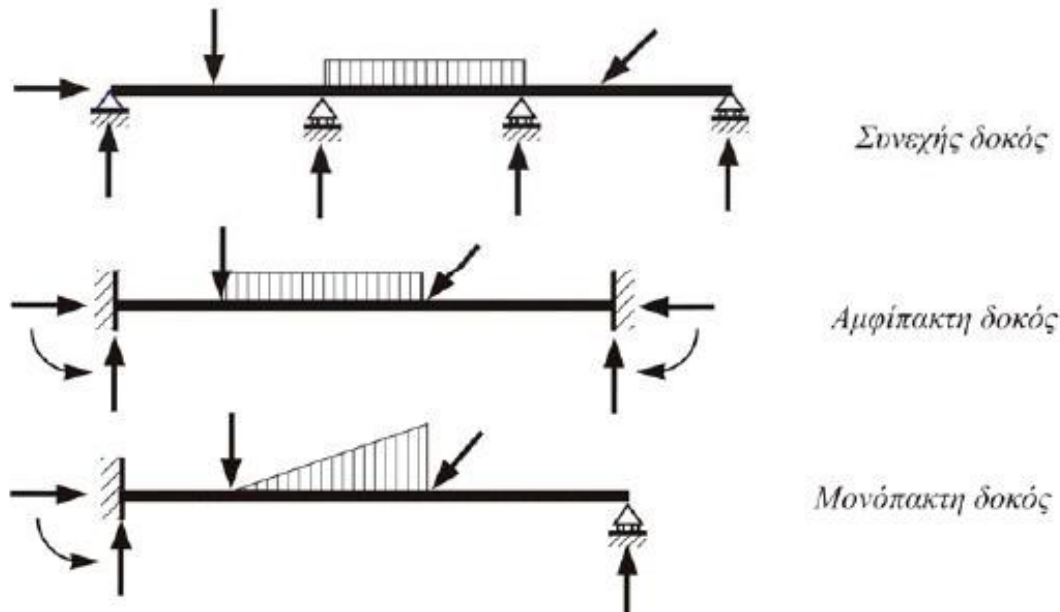
Ισοστατικοί επίπεδοι πλαισιακοί φορείς



Ισοστατικοί επίπεδοι φορείς

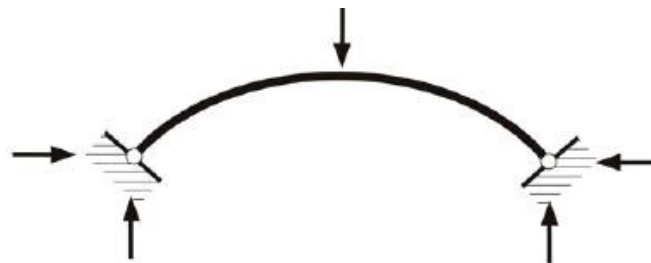


Υπερστατικοί επίπεδοι γραμμικοί φορείς

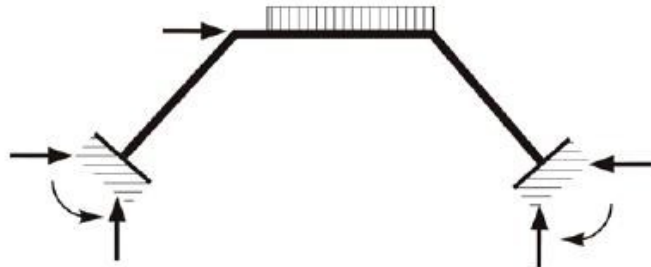


Ενδεικτικά παραδείγματα φορέων

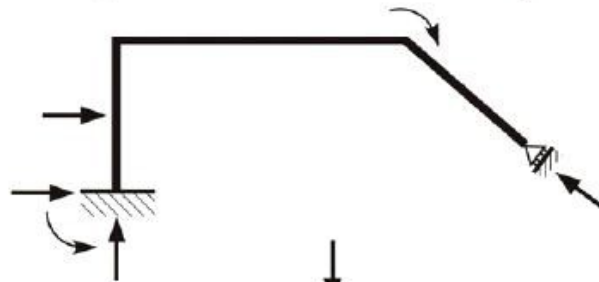
Υπερστατικοί επίπεδοι γραμμικοί φορείς



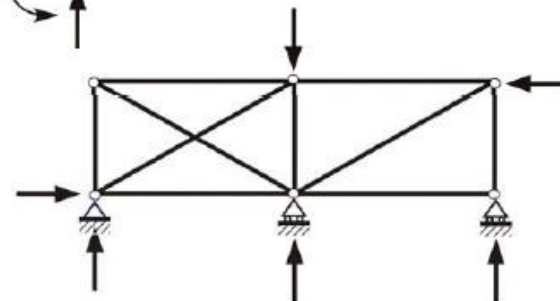
Διαρθρωτό τόξο



Αμφίπακτο πλαίσιο



Μονόπακτο πλαίσιο



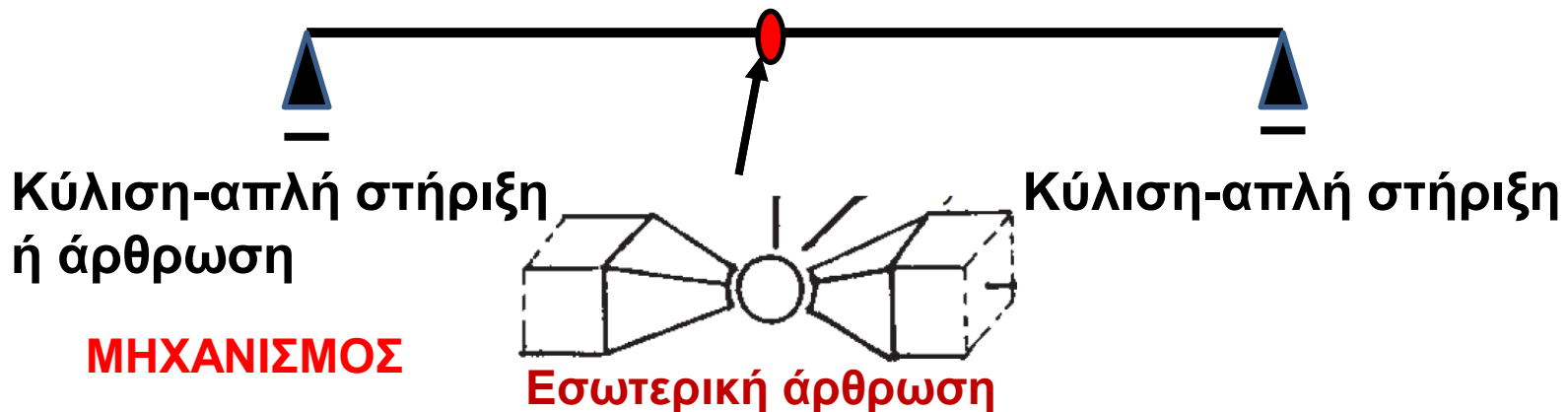
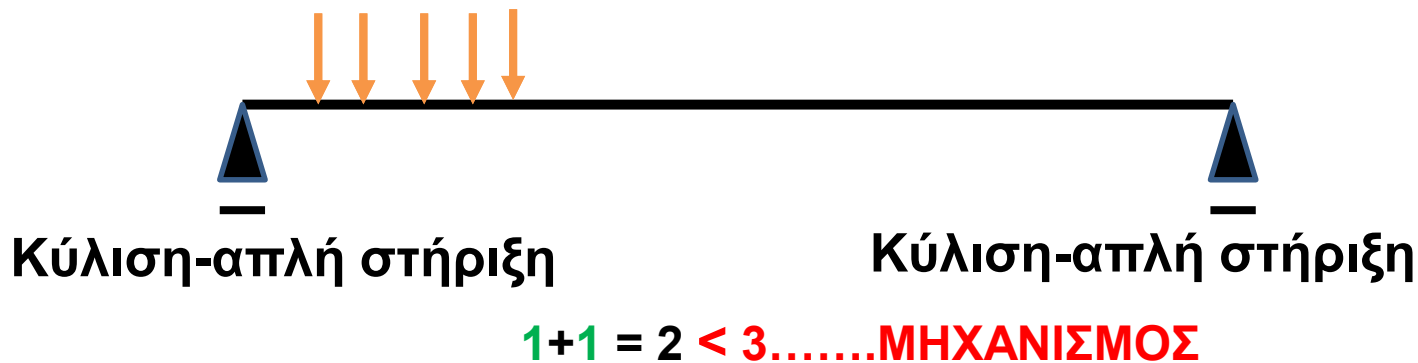
Δικτυωτός φορέας

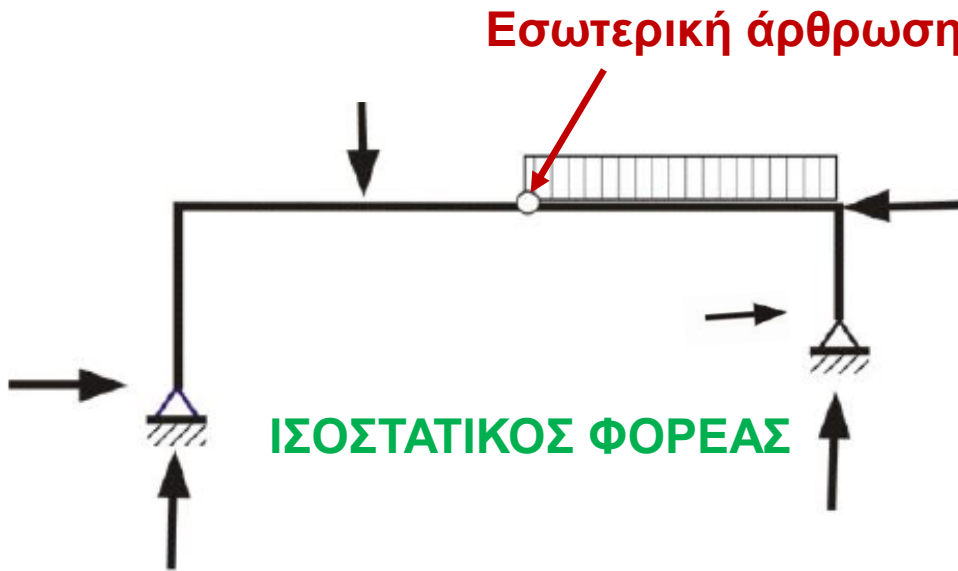
Ενδεικτικά παραδείγματα φορέων

Υποστατικοί φορείς ή μηχανισμοί:

A = Αριθμός εξισώσεων ισορροπίας δοκών

A < 3 – ασταθής δοκός – μηχανισμός





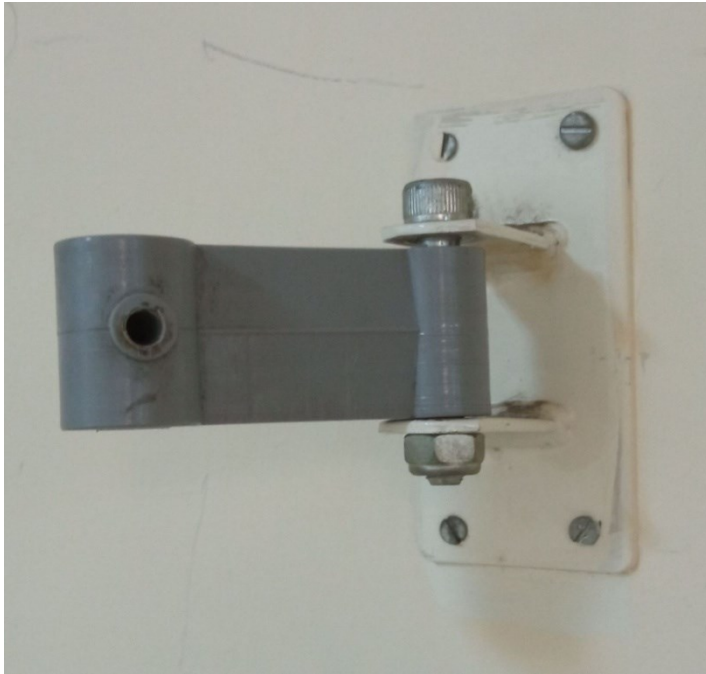
4 αντιδράσεις
 3 εξισώσεις (ΣX , ΣY , ΣM)
προστίθεται και μια
 συνθήκη ισοροπίας ροπών



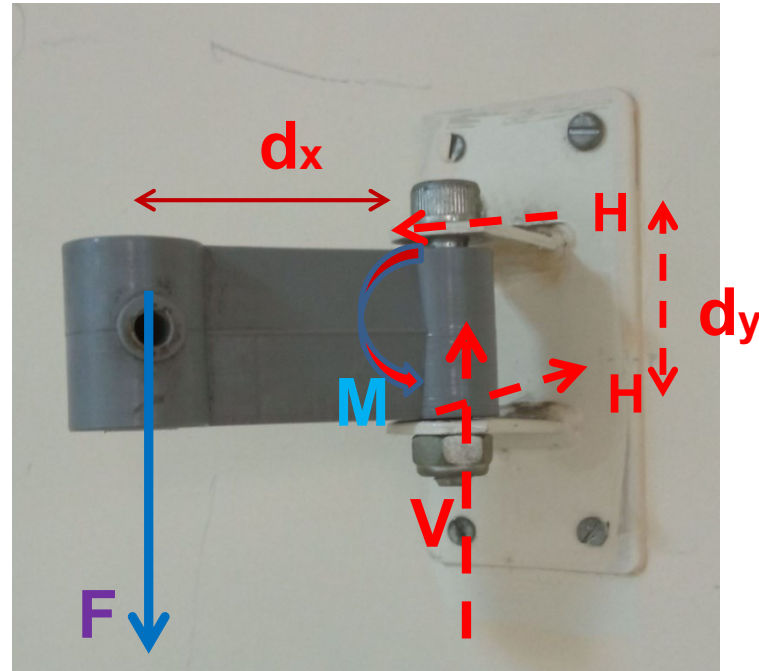
**Οι αρθρώσεις
 ΔΕΝ πρέπει να
 βρίσκονται
 στην ίδια
 ευθεία**

Αμφιέρειστη δοκός με εσωτερική άρθρωση = Μηχανισμός

Παράδειγμα



Στήριξη: άρθρωση

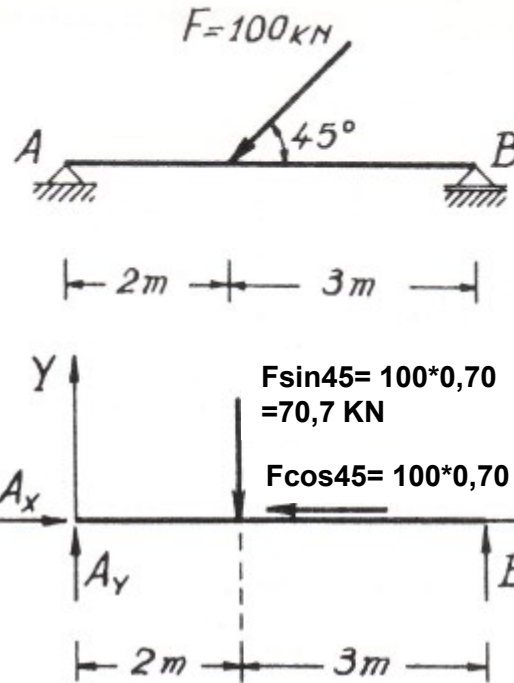


Αναγωγή της δύναμης F στην στήριξη $M = F * d_x$

Αναγωγή της ροπής M στην στήριξη $M = H * d_y$

Κατακόρυφη αντίδραση, V // Οριζόντια αντίδραση, H

Παράδειγμα



$$F \sin 45^\circ = 100 \cdot 0,70 = 70,7 \text{ kN}$$

$$F = 100 \text{ kN}$$

$$F \cos 45^\circ = 100 \cdot 0,70 = 70,7 \text{ kN}$$

$$\cos 45^\circ = 0,707$$
$$\sin 45^\circ = 0,707$$

Μηχανικό σύστημα & Εξωτερικές δυνάμεις

Διάγραμμα ελεύθερου σώματος, Δ.Ε.Σ.

Ροπή: Θετική η φορά αντίστροφα από τους δείκτες του ωρολογίου

Ισορροπία – Εύρεση αντιδράσεων

$$\sum M_A = 0 : - 70,70 (2) + B_y (5) = 0 \rightarrow B_y = 28,284 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 : A_x - 70,70 = 0 \rightarrow A_x = 70,711 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - 70,70 + 28,284 = 0 \rightarrow A_y = 42,426 \text{ kN}$$

Σημείωμα Αναφοράς σε έργα Τρίτων

Βιβλιογραφία

1. Beer F., Johnston E.R., Mazurek D.: Τεχνική Μηχανική-Στατική. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 11^η 2019, [κωδ. Εύδοξος 59421317].
2. Gere J., Goodno B.: Αντοχή Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 9^η 2021, [κωδ. Εύδοξος 86055253].
3. Nash W.: Στατική και Μηχανική των Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 1^η 2002, [κωδ. Εύδοξος 18549012].
4. Π.Α. Βουθούνης: Τεχνική Μηχανική. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 10^η 2019, [ISBN 978-618-83280-4-4].
5. F.P. Beer, E.R. Johnston Jr., J.T. Wolf, D.F. Mazuerk: Μηχανική των Υλικών. Εκδόσεις Τζιόλα. Έκδ. 2012-2019. [ISBN: 978-960-418-381-4]. Ελληνική μετάφραση.
6. Π.Α. Βουθούνης: Στατική-Μηχανική του απαραμόρφωτου στερεού. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 6^η 2017, [ISBN 978-618-83280-1-3].
7. Π.Α. Βουθούνης: Αντοχή των Υλικών-Μηχανική του παραμορφώσιμου στερεού. Εκδόσεις Α. Βουθούνη. Έκδ. 4^η 2019, [ISBN 978-618-83280-3-7].
8. Μ. Ματσιοκούδη-Ηλιοπούλου: Τεχνική Μηχανική: Αρχές Στατικής και Εισαγωγή στην Θεωρία των Παραμορφώσιμων Σωμάτων. Εκδόσεις Ζυγός. Έκδοση 1991/2016. [ISBN13: 97896080652533], [κωδ. Εύδοξος 1753].
9. Γ. Γκρός. Μηχανική. Τόμος Α. Ευγενείδιο Ίδρυμα, 1976.

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

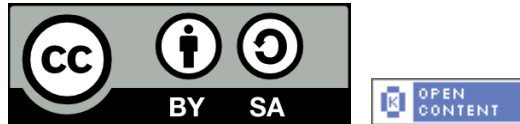
Άνθιμος Σ. Αναστασιάδης. «Τεχνική Μηχανική: Στατική και Αντοχή Υλικών». Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας. Πολυτεχνική Σχολή. Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων. Έκδοση 1^η, Κοζάνη, 2020.

Διαθέσιμο από την διαδικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.uowm.gr/courses/MRE250/>

Σημείωμα αδειοδότησης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [<https://creativecommons.org/>] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να περιλαμβάνει τα παρακάτω:

- ❖ Σημείωμα Αναφοράς
- ❖ Σημείωμα Αδειοδότησης
- ❖ Δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- ❖ Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει), μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Τέλος Ενότητας

Βασικά στοιχεία στατικής

