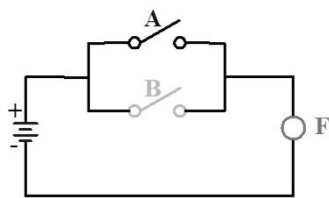


# Λογικές Πύλες

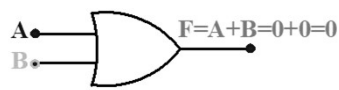
Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

1

## Πύλη OR (H)



(α)



(β)

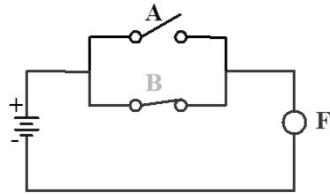
A	B	F
0	0	0

(γ)

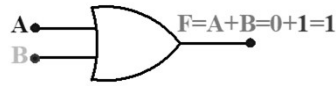
Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

2

## Πύλη OR (H)



(α)



(β)

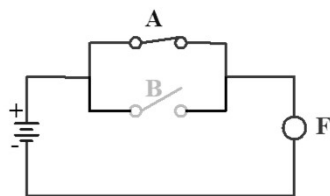
A	B	F
0	0	0
0	1	1

(γ)

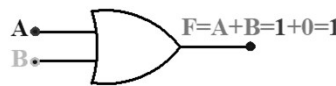
Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

3

## Πύλη OR (H)



(α)



(β)

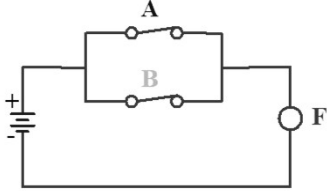
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1

(γ)

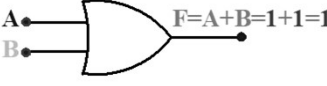
Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

4

### Πύλη OR (H)



(α)



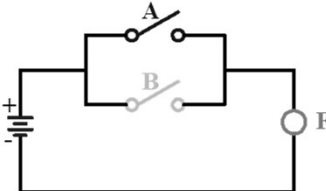
(β)

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1


(γ)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

### Πύλη OR (H)



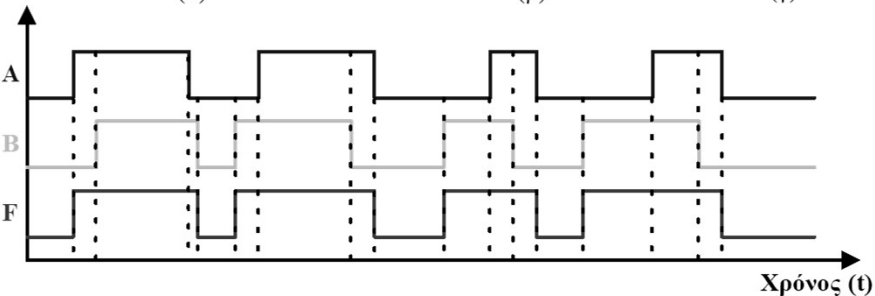
(α)



(β)

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

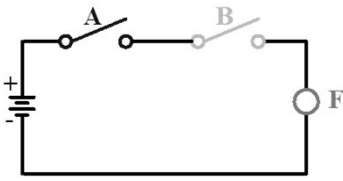
(γ)




Χρόνος (t)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

### Πύλη AND (ΚΑΙ)



(α)



(β)

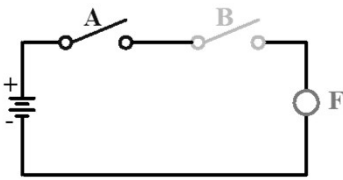
A	B	F

(γ)


Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

7

### Πύλη AND (ΚΑΙ)



(α)



(β)

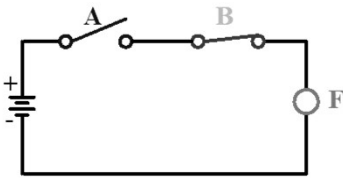
A	B	F
0	0	0

(γ)


Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

8

### Πύλη AND (ΚΑΙ)



(α)



(β)

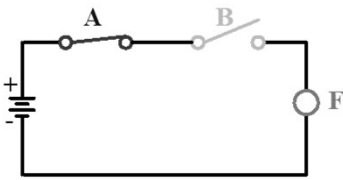
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(γ)


Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

9

### Πύλη AND (ΚΑΙ)



(α)



(β)

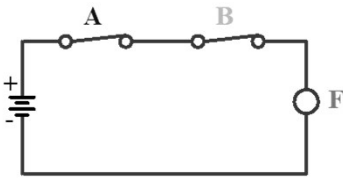
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(γ)


Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

10

## Πύλη AND (ΚΑΙ)



(α)



(β)

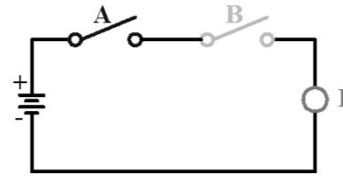
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(γ)


Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

11

## Πύλη AND (ΚΑΙ)



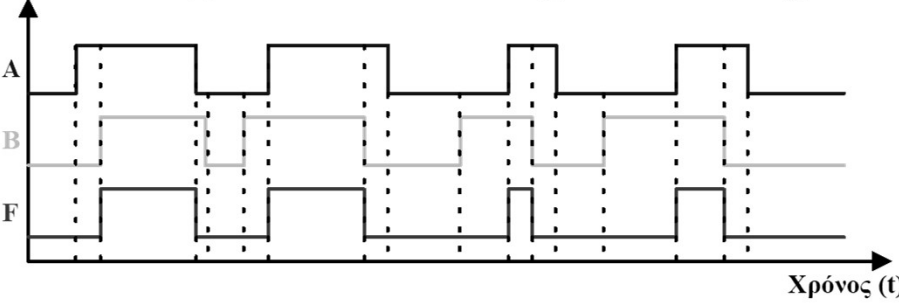
(α)



(β)

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(γ)

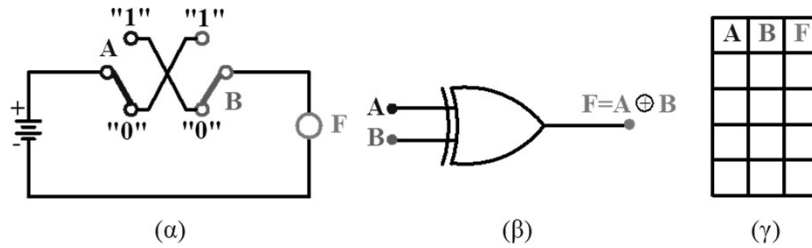


Χρόνος (t)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

12

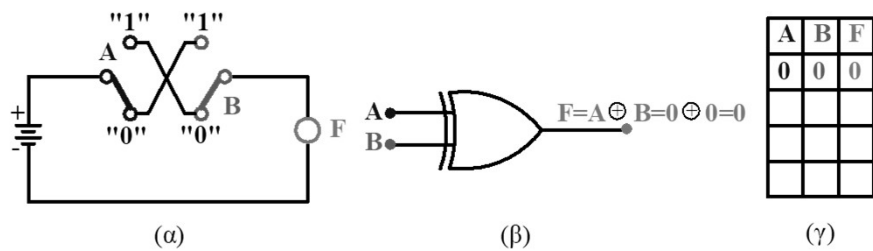
## Πύλη EXclusiveOR (αποκλειστικού Ή)



Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

13

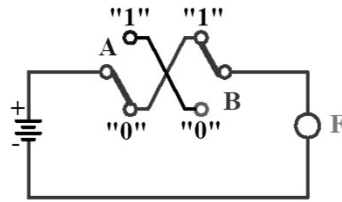
## Πύλη EXclusiveOR (αποκλειστικού Ή)



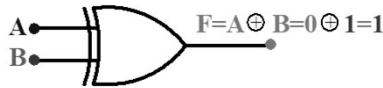
Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

14

## Πύλη EXclusiveOR (αποκλειστικού Ή)



(α)



(β)

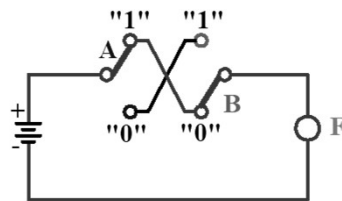
A	B	F
0	0	0
0	1	1

(γ)

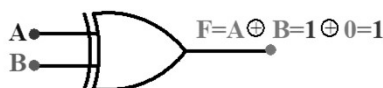
Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

15

## Πύλη EXclusiveOR (αποκλειστικού Ή)



(α)



(β)

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1

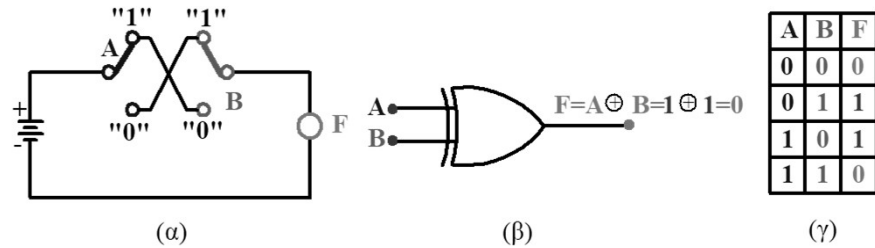
(γ)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

16



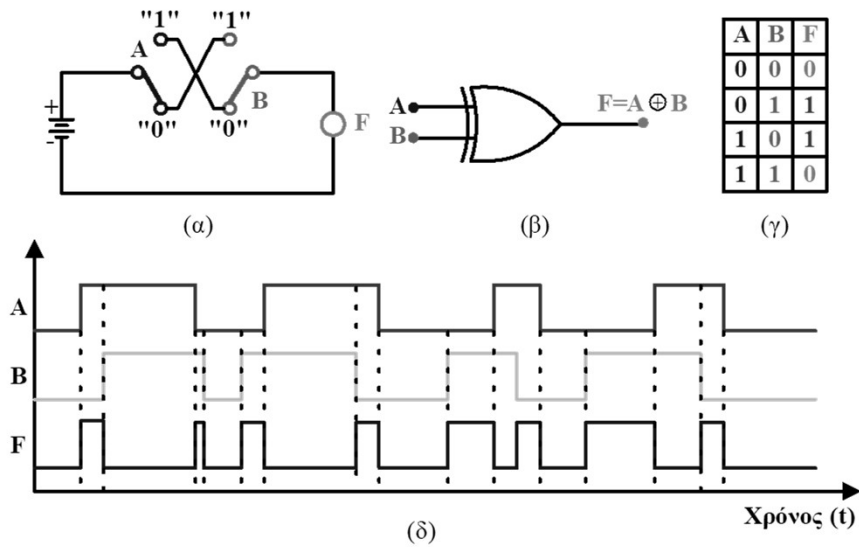
## Πύλη EXclusiveOR (αποκλειστικού Ή)



Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

17

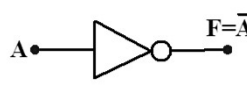
## Πύλη EXclusiveOR (αποκλειστικού Ή)



Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

18

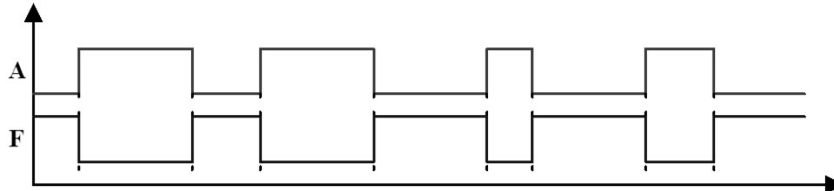
## Πύλη NOT (ΌΧΙ)



(α)

A	F
0	1
1	0

(β)

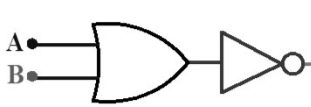


(γ)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

19

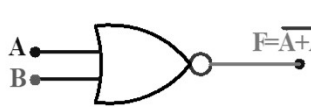
## Πύλη NotOR (NOR)



(α)

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(β)



(β)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

20

## Πύλη Not AND (NAND)



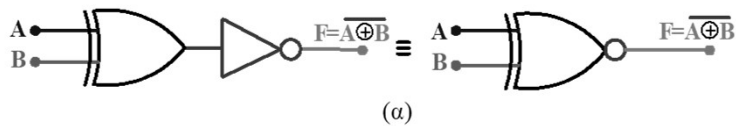
A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(β)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

21

## Πύλη EXclusive Not OR (EXNOR)

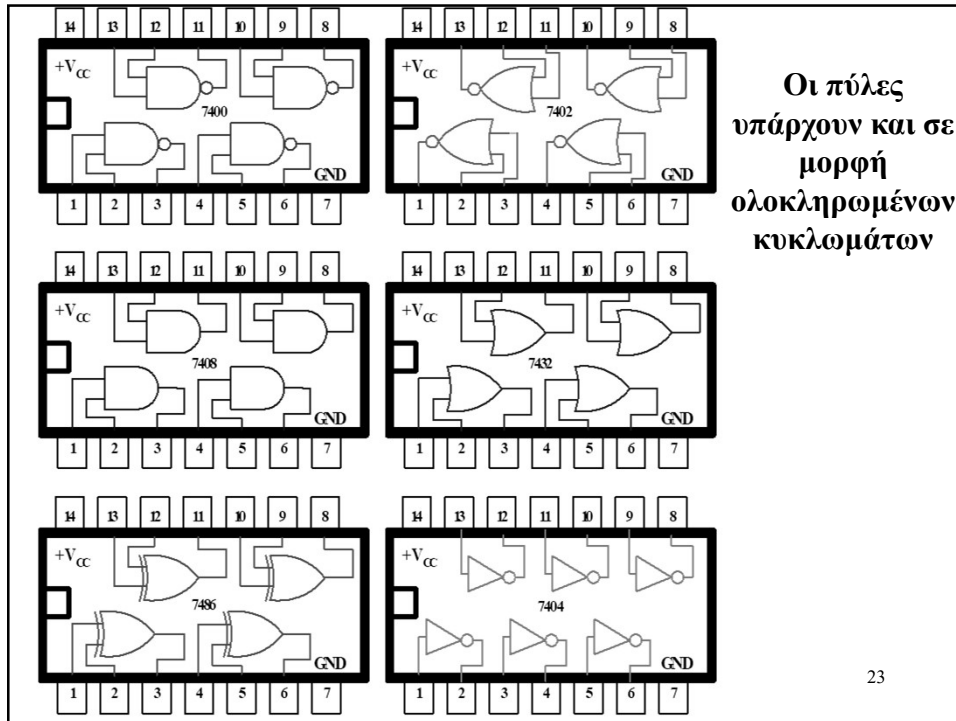


A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(α)

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

22



# Ιδιότητες και Θεωρήματα της Άλγεβρας Boole

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

24

## Ιδιότητες των πυλών AND, OR, NOT

**Ιδιότητες της πράξης OR:**

$$A + 1 = 1$$

$$A + 0 = A$$

$$A + A = A$$

$$A + \bar{A} = 1$$

**Ιδιότητες της πράξης AND:**

$$A \cdot 1 = A$$

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

**Ιδιότητες της πράξης NOT:**

$$\overline{\overline{A}} = A$$

25

## Θεωρήματα της Άλγεβρας Boole

### Θεώρημα του De Morgan:

$$\overline{(A + B + C + D + E + \dots)} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} \cdot \dots$$

$$\overline{(A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot \dots)} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \bar{E} + \dots$$

### Θεώρημα της απορρόφησης:

1.  $A + (A \cdot B) = A$

#### Απόδειξη:

$$A + (A \cdot B) = A \cdot (1 + B) = A \cdot 1 = A$$

2.  $A \cdot (A + B) = A$

#### Απόδειξη:

$$A \cdot (A + B) = (A \cdot A + A \cdot B) = A + A \cdot B = A$$

26

## Θεωρήματα της Άλγεβρας Boole

**Θεώρημα της προσεταιριστικότητας ή του συσχετισμού:**

1.  $A + (B + C) = (A + B) + C$
2.  $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

**Θεώρημα της αντιμετάθεσης:**

1.  $A + B = B + A$
2.  $A \cdot B = B \cdot A$

## Θεωρήματα της Άλγεβρας Boole

**Θεώρημα του επιμερισμού:**

1.  $A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$

**Απόδειξη:**

$$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot \bar{A} + AB = 0 + A \cdot B = A \cdot B$$

2.  $A + (\bar{A} \cdot B) = A + B$

**Απόδειξη:**

$$A + (\bar{A} \cdot B) = (A + \bar{A}) \cdot (A + B) = 1 \cdot (A + B) = A + B$$

## Σχέσεις που ισχύουν στην Άλγεβρα Boole

$$\begin{aligned}
 1. & (A+B) \cdot (A+\overline{B}) \\
 &= A \cdot A + A \cdot \overline{B} + A \cdot B + B \cdot \overline{B} \\
 &= A + A \cdot \overline{B} + A \cdot B \\
 &= A \cdot (1 + \overline{B} + B) = A \cdot 1 = A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. & A + \overline{A} \cdot B \\
 &= A \cdot (1+B) + \overline{A} \cdot B \\
 &= A + A \cdot B + \overline{A} \cdot B \\
 &= A + (A + \overline{A}) \cdot B \\
 &= A + 1 \cdot B = A + B
 \end{aligned}$$

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

29

## Σχέσεις που ισχύουν στην Άλγεβρα Boole

$$\begin{aligned}
 3. & A \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C \\
 &= A \cdot C \cdot (1+B) + \overline{A} \cdot B \cdot C \\
 &= A \cdot C + A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C \\
 &= A \cdot C + (A + \overline{A}) \cdot B \cdot C \\
 &= A \cdot C + B \cdot C \\
 &= (A + B) \cdot C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. & A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C \\
 &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C \cdot (A + \overline{A}) \\
 &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C + A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C \\
 &= A \cdot B \cdot (1+C) + \overline{A} \cdot C \cdot (1+B) \\
 &= A \cdot B \cdot 1 + \overline{A} \cdot C \cdot 1 \\
 &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C
 \end{aligned}$$

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων  
Δ. Πογαρίδη

30

## Σχέσεις που ισχύουν στην Άλγεβρα Boole

$$5. (A+B) \cdot (A+C)$$

$$= A \cdot A + A \cdot C + B \cdot A + B \cdot C$$

$$= A + A \cdot C + A \cdot B + B \cdot C$$

$$= A \cdot (1 + C + B) + B \cdot C$$

$$= A \cdot 1 + B \cdot C$$

$$= A + B \cdot C$$

$$6. \overline{\overline{A \cdot \overline{B}} + \overline{\overline{A} \cdot B}}$$

$$= \overline{\overline{(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B)}}$$

$$= \overline{\overline{((A \cdot \overline{B}) \cdot \overline{\overline{A \cdot B}})}}$$

$$= \overline{\overline{((\overline{A} + B) \cdot (A + \overline{B}))}}$$

$$= \overline{\overline{(A \cdot \overline{A} + \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B + B \cdot \overline{B})}}$$

$$= \overline{\overline{(A \cdot \overline{B} + A \cdot B)}} = \overline{\overline{(A \cdot \overline{B})}} \cdot \overline{\overline{(A \cdot B)}} = (A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B})$$