

Ηλεκτρονικά Ισχύος και Μέθοδοι Οδήγησης Κινητήρων

Βασικές έννοιες - υπολογισμοί

UNIVERSITY OF
WESTERN MACEDONIA



Γεώργιος Χ. Χριστοφορίδης, M.Sc., PhD
Καθηγητής
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
& Μηχανικών Υπολογιστών

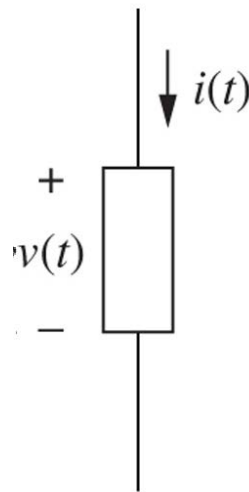
Ισχύς και Ενέργεια

Η στιγμιαία ισχύς για κάθε συσκευή ή κύκλωμα:

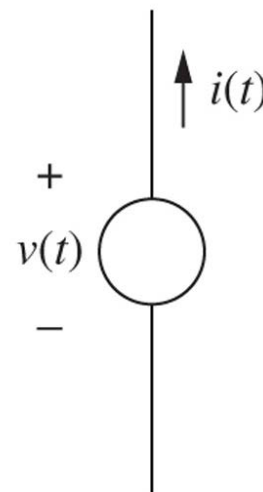
$$p(t) = v(t) * i(t)$$

ΓΕΝΙΚΑ:

- Αν η ισχύς είναι θετική $\rightarrow$ η συσκευή απορροφά ενέργεια ή η πηγή παρέχει ενέργεια.
- Αν η ισχύς είναι αρνητική $\rightarrow$ η συσκευή παρέχει ενέργεια.



Παθητική συσκευή
απορροφά ισχύ



Πηγή παρέχει ισχύ

Ισχύς και Ενέργεια

Ενέργεια (ή έργο): Το σύνολο της ισχύος που παρέχεται ή καταναλώνεται σε ένα δεδομένο χρονικό διάστημα.

Υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα της στιγμιαίας ισχύος:

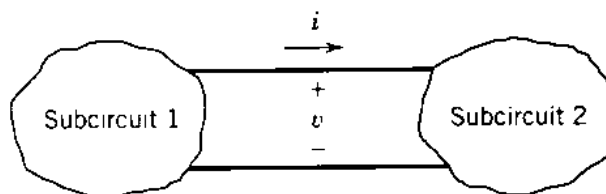
$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$$

Σε περίπτωση που η τάση και το ρεύμα μεταβάλλονται περιοδικά, το ίδιο θα συμβαίνει και με την στιγμιαία ισχύ $p(t)$.



Ισχύς

Έστω το κύκλωμα όπου στιγμιαία ισχύς ρέει από το δεξιό κύκλωμα στο αριστερό:

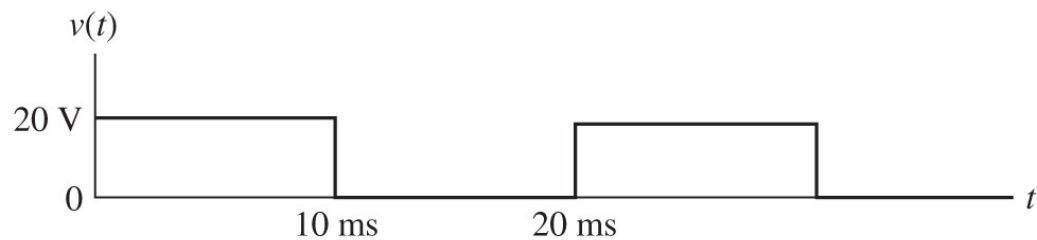


Μέση Ισχύς ***P*** είναι ο «μέσος όρος» της στιγμιαίας ισχύς σε μία ή περισσότερες περιόδους. Πολλές φορές καλείται *πραγματική ή ενεργός ισχύς*

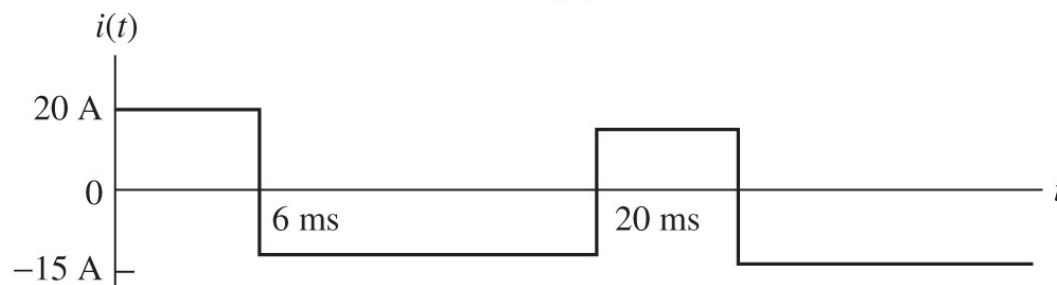
$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) i(t) dt$$

$$P = \frac{E}{T}$$

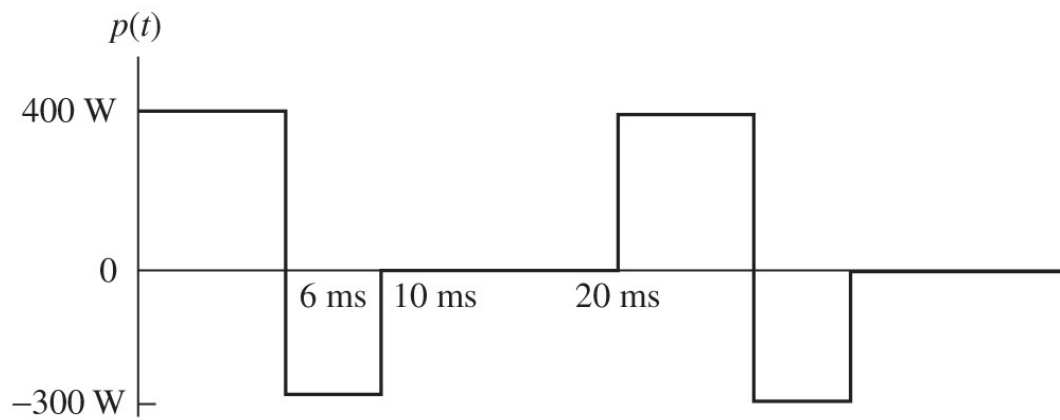
Παράδειγμα:



(a)



(b)



(c)



Πηνία

- Παθητικά στοιχεία, σημαντικά στα ηλεκτρονικά ισχύος
- Για περιοδική διέγερση $i(t+T) = i(t)$
 $v(t+T) = v(t)$ η ενέργεια που αποθηκεύεται σε ένα πηνίο είναι: $w(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$
- Για στάσιμη κατάσταση, η μέση απορροφόμενη ισχύς σε πηνίο είναι **μηδέν**, όχι όμως και η στιγμιαία ισχύς

- Σχέση τάσης-ρεύματος σε πηνίο:

$$i(t_0 + T) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L(t) dt + i(t_0)$$

- Εύκολα προκύπτει για τη μέση τάση (και περιοδικά ρεύματα):

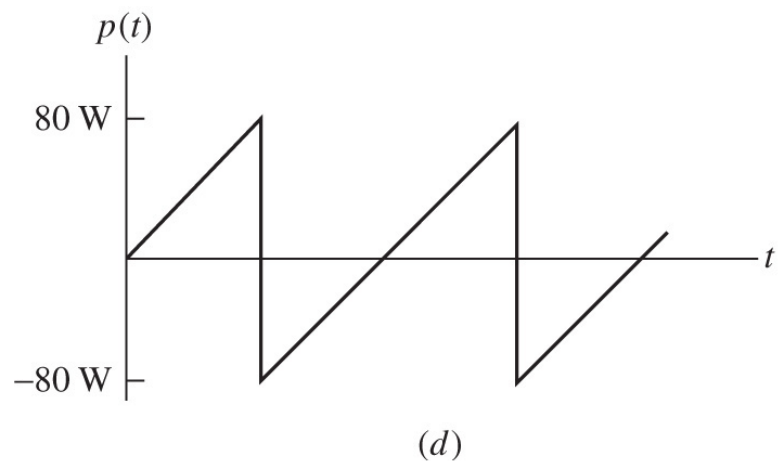
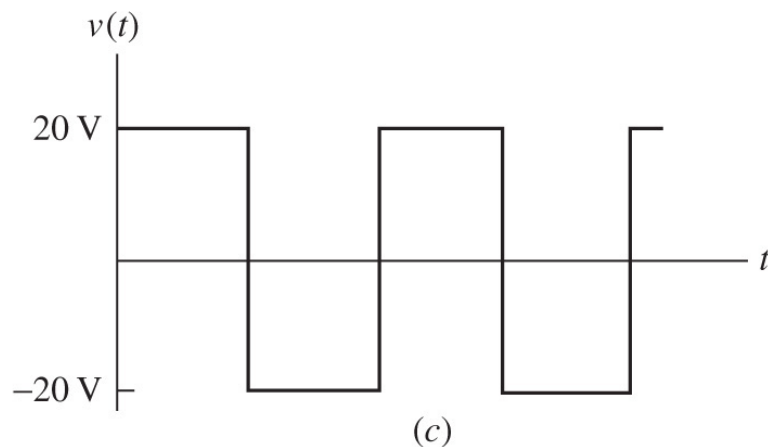
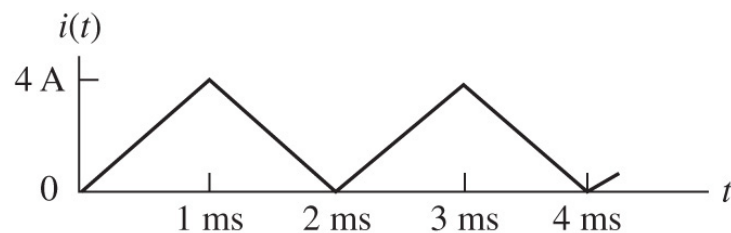
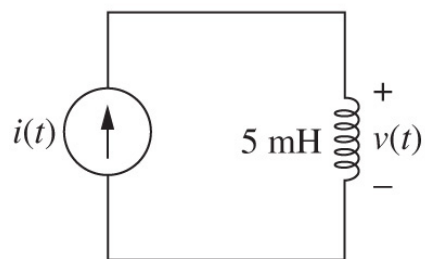
$$\text{avg}[v_L(t)] = V_L = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L(t) dt = 0$$





Το ρεύμα σε ένα πηνίο
5mH είναι περιοδικό με
τριγωνική κυματομορφή.
Βρείτε την τάση, στιγμιαία
και μέση ισχύ στο πηνίο

$$V_L = L \frac{di(t)}{dt}$$



Πυκνωτές

- Για περιοδική διέγερση $i(t+T) = i(t)$ $v(t+T) = v(t)$ η ενέργεια που αποθηκεύεται σε ένα πυκνωτή είναι: $w(t) = \frac{1}{2} C v^2(t)$
- Για στάσιμη κατάσταση, η μέση απορροφόμενη ισχύς σε πυκνωτή είναι **μηδέν**, όχι όμως και η στιγμιαία ισχύς

- Σχέση τάσης-ρεύματος σε πυκνωτή:

$$v(t_0 + T) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T} i_C(t) dt + v(t_0)$$

- Με αναδιάταξη (τάσεις στην αρχή και τέλος της περιόδου ίσες):

$$v(t_0 + T) - v(t_0) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T} i_C(t) dt = 0$$

- Συνεπώς το μέσο ρεύμα πυκνωτή είναι μηδέν

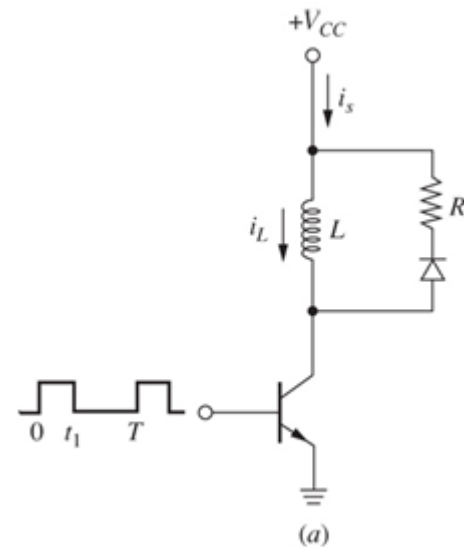
$$\text{avg}[i_C(t)] = I_C = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i_C(t) dt = 0$$



Ανάκτηση αποθηκευμένης ενέργειας

- Σε πολλές εφαρμογές πηνία/πυκνωτές πρέπει να φορτιστούν/εκφορτιστούν
- Η απόδοση αυξάνεται αν η αποθηκευμένη ενέργεια δεν καταναλώνεται στις αντιστάσεις του κυκλώματος αλλά μεταφέρεται στο φορτίο ή στην πηγή
- Μεταφορά αποθηκευμένης ισχύος πηνίου στην αντίσταση **R**
- Χωρίς τη διαδρομή αυτή, το ρεύμα στο πηνίο θα μειωνόταν πολύ γρήγορα,
- Άρα θα εμφανιζόταν μεγάλη τάση στα άκρα του πηνίου και διακόπτη → ο διακόπτης θα καταστρεφόταν

$$V_L = L \frac{di(t)}{dt}$$



Ανάκτηση αποθηκευμένης ενέργειας

- Διακόπτης ON:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(\lambda) d\lambda + i_L(0) = \frac{1}{L} \int_0^t V_{CC} d\lambda + 0 = \frac{V_{CC}t}{L}$$

- Διακόπτης OFF:

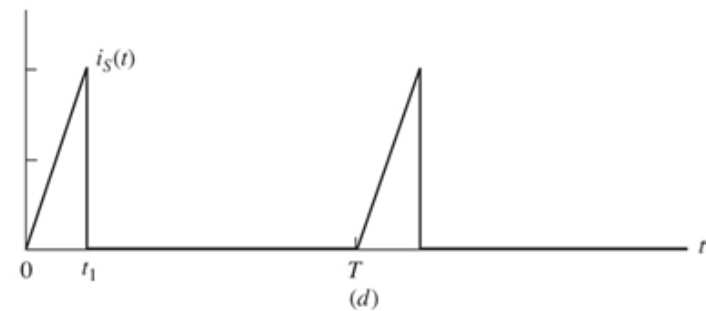
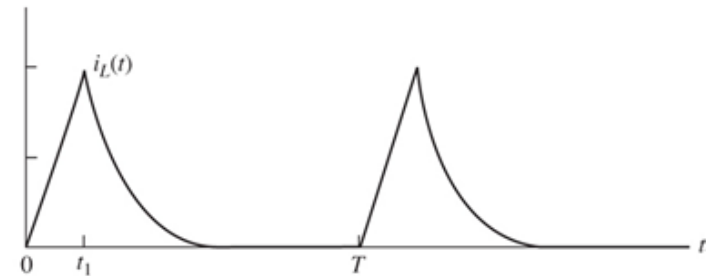
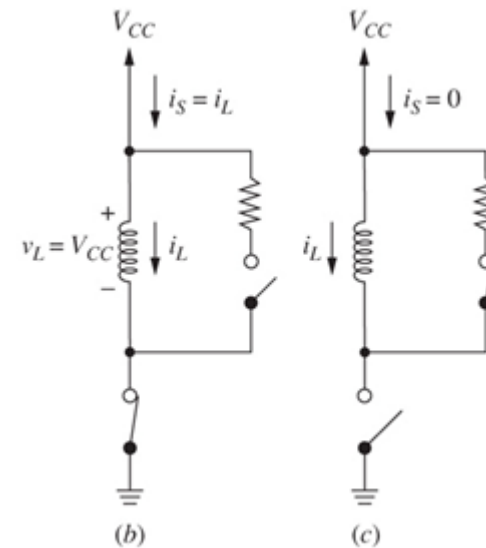
- Διαφορική: $V_L = V_{CC} = V_R \Rightarrow L \frac{di_L}{dt} - R \cdot i_L = 0$

- Ρεύμα πηνίου: $i_L(t) = i_L(t_1)e^{-(t-t_1)/\tau}$

- Αρχική συνθήκη: $i_L(t_1) = \frac{V_{CC}t_1}{L}$

- Τελικά: $i_L(t) = \left(\frac{V_{CC}t_1}{L} \right) e^{-(t-t_1)/\tau} \quad t_1 < t < T$
 $\tau = L/R$

- Ενώ το ρεύμα εισόδου είναι μηδέν



Ανάκτηση αποθηκευμένης ενέργειας

- Μέση ισχύς από τη dc πηγή:

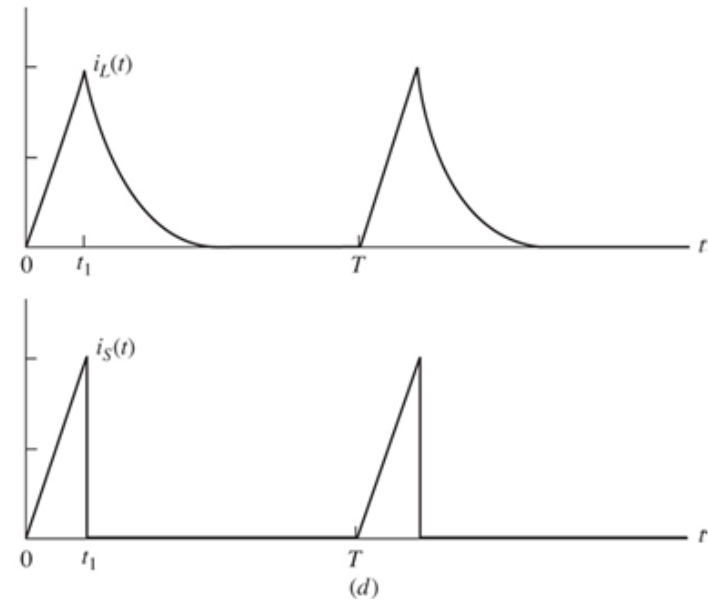
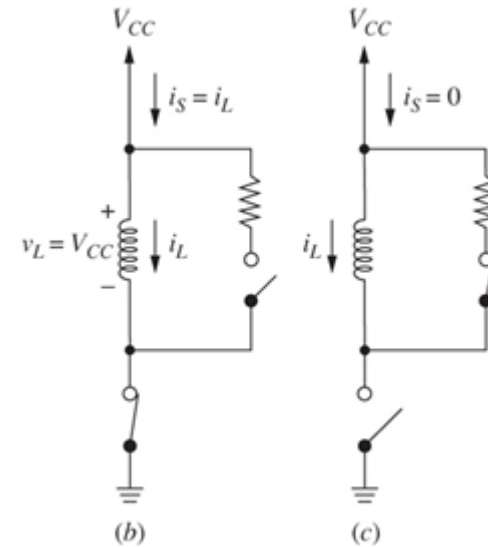
$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) i(t) dt$$

- $P_S = V_{CC} \left[\frac{1}{T} \int_0^T i_S(t) dt \right]$ ή αλλιώς:

$$P_S = V_{CC} \left[\frac{1}{T} \int_0^{t_1} \frac{V_{CC} t}{L} dt + \frac{1}{T} \int_{t_1}^T 0 dt \right] = \frac{(V_{CC} t_1)^2}{2LT}$$

- Προφανώς η ισχύς αυτή καταναλώνεται στην αντίσταση → **απώλειες**

$$P_R = P_S = \frac{(V_{CC} t_1)^2}{2LT}$$



Ανάκτηση αποθηκευμένης ενέργειας

- Μέση ισχύς από τη dc πηγή:

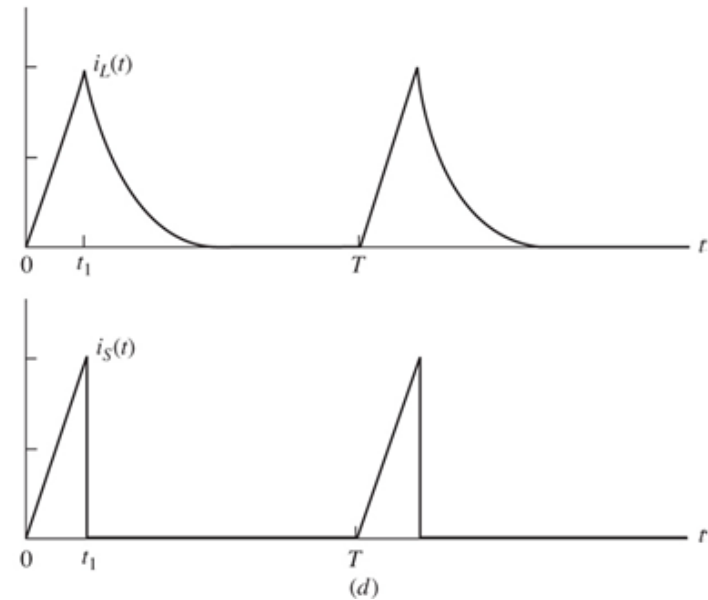
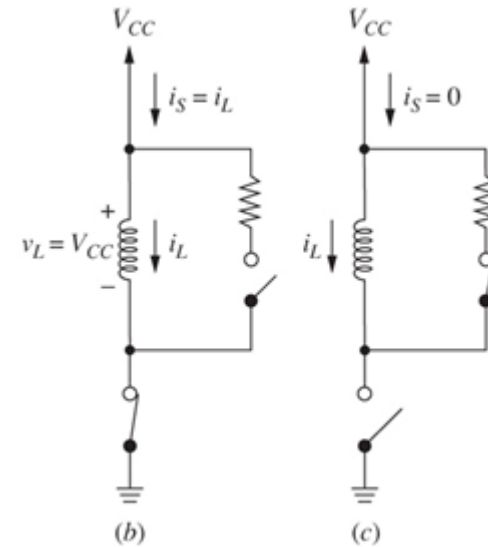
$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) i(t) dt$$

- $P_S = V_{CC} \left[\frac{1}{T} \int_0^T i_S(t) dt \right]$ ή αλλιώς:

$$P_S = V_{CC} \left[\frac{1}{T} \int_0^{t_1} \frac{V_{CC} t}{L} dt + \frac{1}{T} \int_{t_1}^T 0 dt \right] = \frac{(V_{CC} t_1)^2}{2LT}$$

- Προφανώς η ισχύς αυτή καταναλώνεται στην αντίσταση → **απώλειες**

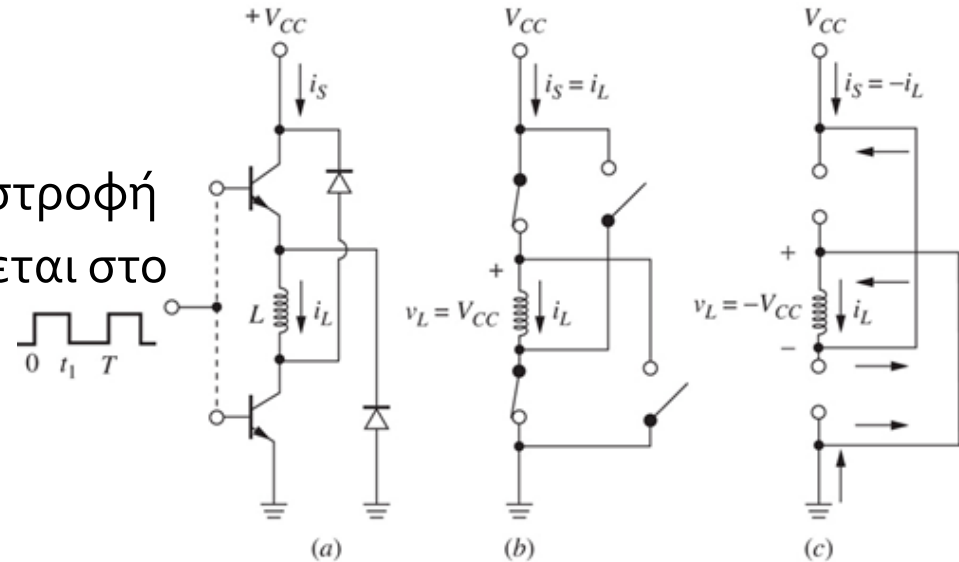
$$P_R = P_S = \frac{(V_{CC} t_1)^2}{2LT}$$



Ανάκτηση αποθηκευμένης ενέργειας

- Δύο διακόπτες λειτουργούν ταυτόχρονα
- Οι δίοδοι επιτρέπουν την επιστροφή της ενέργειας που αποθηκεύεται στο πηνίο πίσω στην πηγή

Τρανζίστορς ON: $0 < t < t_1$



- Η τάση πηνίου ίση με της πηγής $v_L = V_{CC}$

- Το ρεύμα πηνίου $\rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(\lambda) d\lambda + i_L(0) = \frac{1}{L} \int_0^t V_{CC} d\lambda + 0 = \frac{V_{CC}t}{L}$

- Ρεύμα εισόδου ίδιο με πηνίου $i_S(t) = i_L(t)$

- Δηλαδή, όπως και πριν, γραμμική αύξηση ρεύματος πηνίου



Ανάκτηση αποθηκευμένης ενέργειας

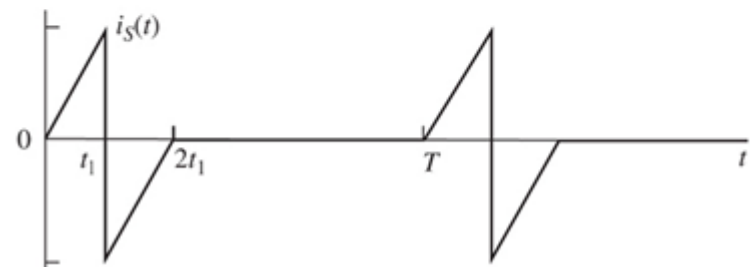
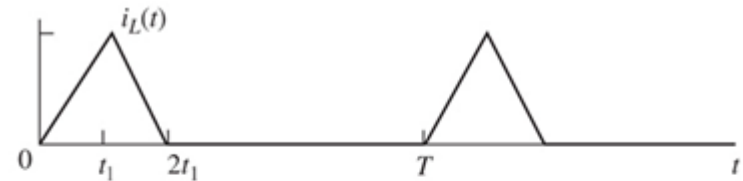
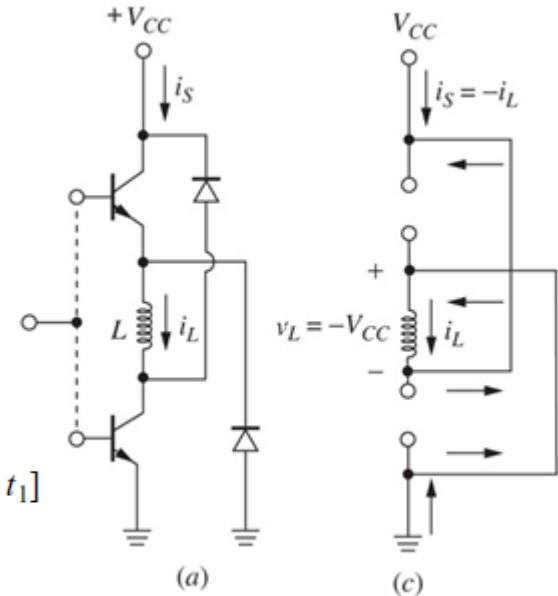
Τρανζίστορς OFF: $t_1 < t < T$

- Οι δίοδοι πολώνονται ορθά
- Η τάση πηνίου αντίθετη της πηγής
- Το ρεύμα πηνίου

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_1}^t v_L(\lambda) d\lambda + i_L(t_1) = \frac{1}{L} \int_{t_1}^t (-V_{CC}) d\lambda + \frac{V_{CC}t_1}{L} = \left(\frac{V_{CC}}{L}\right)[(t_1 - t) + t_1]$$

$$i_L(t) = \left(\frac{V_{CC}}{L}\right)(2t_1 - t)$$

- Το ρεύμα πηνίου μειώνεται και μηδενίζεται για $t=2t_1$ όταν και οι δίοδοι σταματούν να άγουν
- Το ρεύμα εισόδου: $i_S(t) = -i_L(t)$ που σημαίνει ότι η πηγή απορροφά ισχύ όταν το ρεύμα εισόδου < 0
- Μηδενικές απώλειες



Ενεργός τιμή

- Βασίζεται στη μέση ισχύ που παρέχεται από μία περιοδική τάση/ρεύμα σε μία αντίσταση.
- Αν εφαρμόσω μια καθαρή dc τάση σε αντίσταση, η μέση ισχύς:

$$P = \frac{V_{dc}^2}{R}$$

- Αν έχω μια περιοδική τάση, η ενεργός τάση ορίζεται ως εκείνη η dc τάση που θα έχει το ίδιο αποτέλεσμα με την καθαρή dc στο να παρέχει την ίδια μέση ισχύ στην αντίσταση:

$$P = \frac{V_{eff}^2}{R}$$

- Αν το κύκλωμα 2 είναι ωμικό, τότε (ν. Ohm, $v=R*i$):

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v^2(t)}{R} dt = \frac{1}{R} \left[\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt \right] = \frac{V_{eff}^2}{R}$$

Άρα: $V_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt$

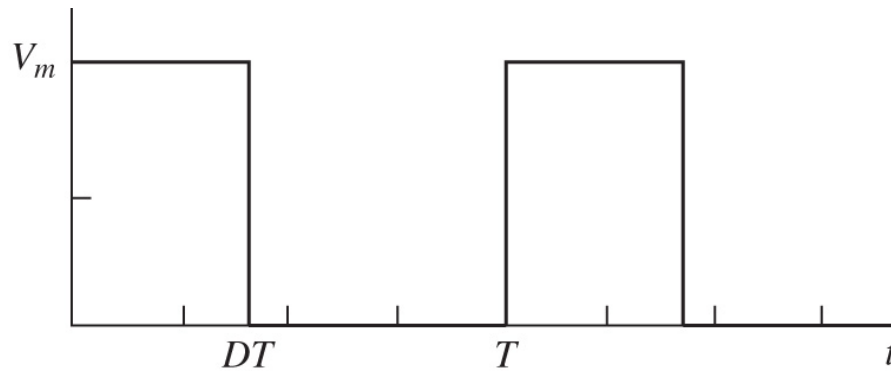
και $\rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{eff} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} \\ I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \end{array} \right.$$



Ενεργός τιμή - παλμοσειρά

- Έστω παλμοσειρά τάσης (διακοπτική λειτουργία)



$$v(t) = \begin{cases} V_m & 0 < t < DT \\ 0 & DT < t < T \end{cases}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{DT} V_m^2 dt + \int_{DT}^T 0^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} (V_m^2 DT)} = V_m \sqrt{D}$$



Κυκλώματα με καθαρά ημιτονοειδείς κυματομορφές

$$v = V_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t - \phi)$$

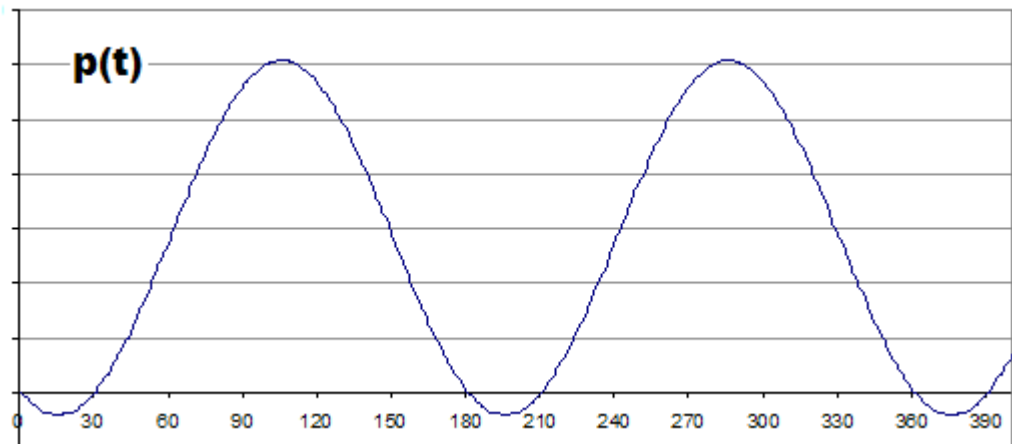
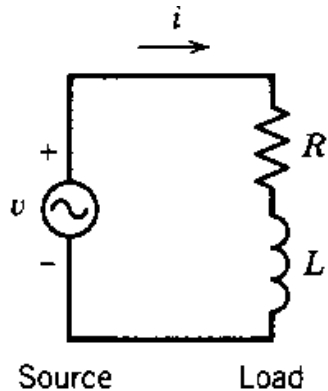
$$\mathbf{Z} = R + j\omega L = Z e^{j\phi}$$



$$p(t) = \frac{I_m V_m}{2} [\cos(-\phi) - \cos(2\omega t + \phi)]$$



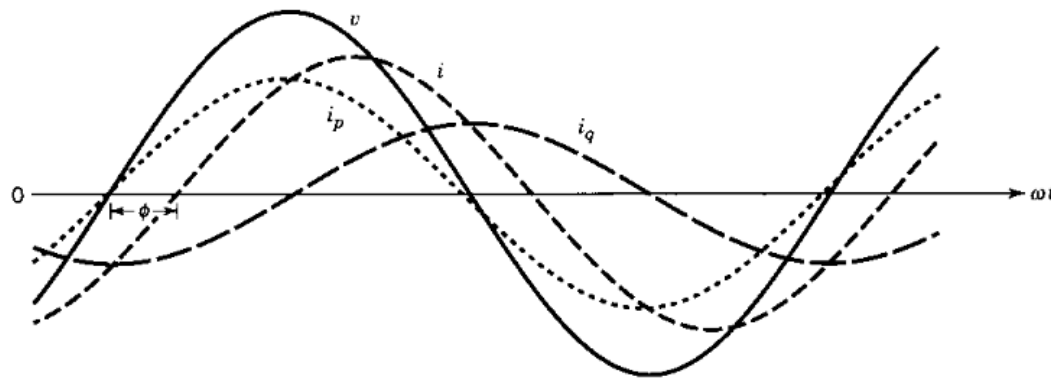
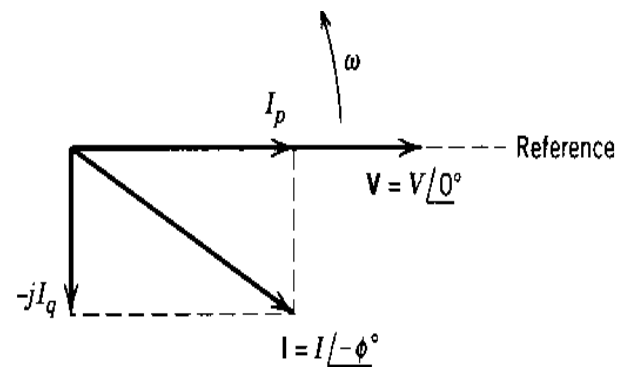
$$P_{av} = \frac{V_m I_m}{2} \int_0^T \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \phi) = \frac{V_m I_m}{2} \cos \phi = V_{rms} I_{rms} \cos \phi$$

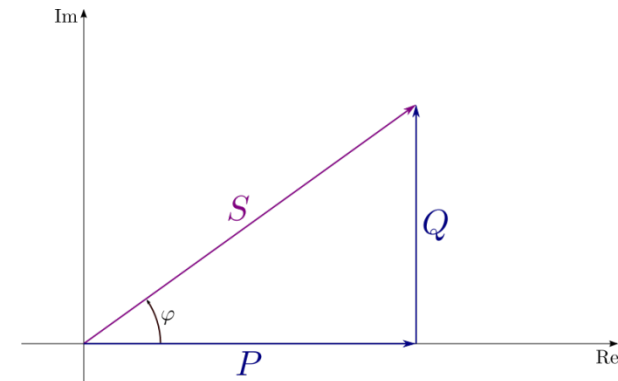


Κυκλώματα με καθαρά ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Αναλύω σε συνιστώσες το ρεύμα (επαγωγικό φορτίο $\rightarrow$ το ρεύμα έπεται της τάσης)
- Μόνο ο όρος I_p είναι υπεύθυνος για τη μεταφορά ισχύος
- Ο όρος I_q σχετίζεται με την άεργο ισχύ
- Σε διανυσματική μορφή:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{V e^{j0}}{Z e^{j\phi}} = \frac{V}{Z} e^{-j\phi} = I e^{-j\phi}$$





Κυκλώματα με καθαρά ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Συντελεστής ισχύος:

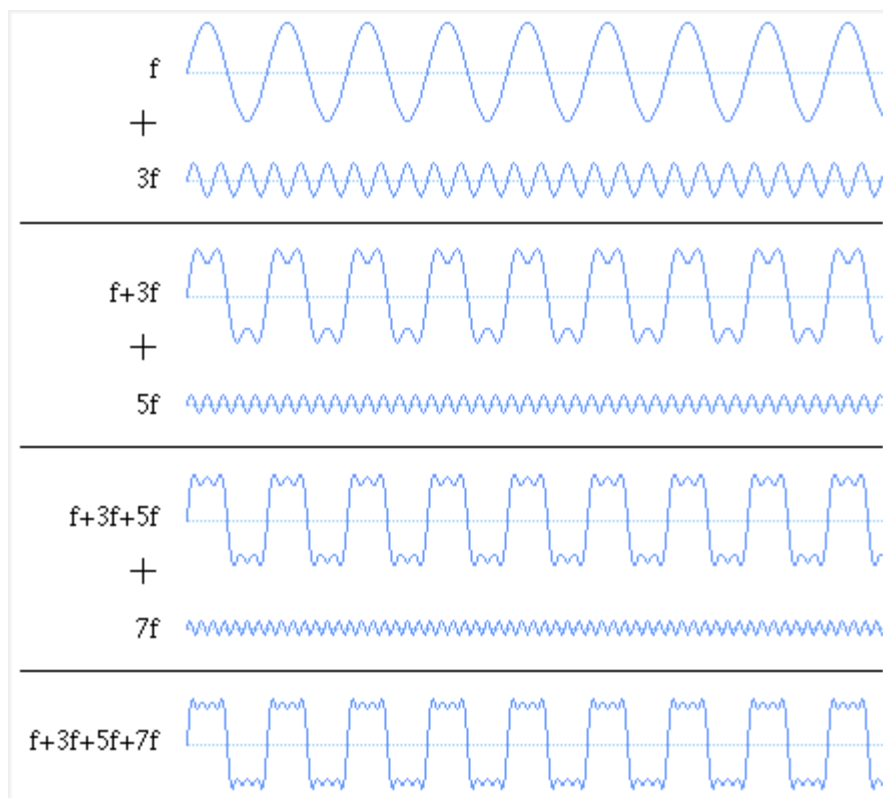
$$pF = \frac{\text{Πραγματική ισχύς}}{\text{Φαινόμενη ισχύς}} = \frac{P}{S} = \frac{I_{rms} V_{rms} \cos \phi}{I_{rms} V_{rms}} = \cos \phi$$

- Είναι ένα μέτρο του πόσο αποδοτικά μεταφέρεται η ισχύς από την πηγή στον καταναλωτή
- Ιδανικά, θέλουμε μοναδιαίο Σ.Ι.
- Ο Σ.Ι. είναι γενικά ίσος με το $\cos \phi$, μόνο σε περίπτωση που η τάση και το ρεύμα είναι καθαρά ημιτονοειδείς κυματομορφές



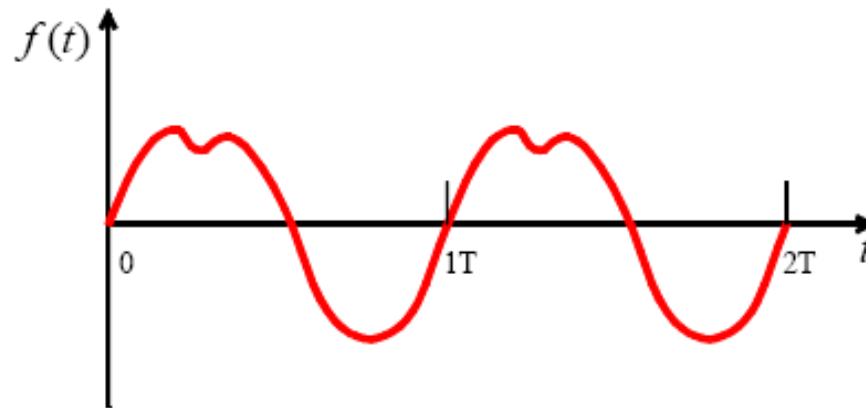
Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

- «Κατασκευάζοντας» μια τετραγωνική κυματομορφή



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Κάθε περιοδική συνάρτηση μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα άθροισμα ημιτονοειδών συναρτήσεων, διαφορετικού πλάτους και συχνότητας από τη βασική (δλδ. τής αρχικής συνάρτησης) → Σειρές Fourier



$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Μαθηματική διατύπωση:

$$f(t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

Όπου:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(n\omega t) d(\omega t) \quad n = 0, \dots, \infty$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin(n\omega t) d(\omega t) \quad n = 1, \dots, \infty$$

Και ο dc όρος, ή μέση τιμή (αφού $\omega = 2\pi/T$) :

$$F_0 = \frac{1}{2} a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) d(\omega t) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Εναλλακτική μορφή:

$$f(t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \theta_n)$$

Όπου:

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \theta_n = \tan^{-1} \left(\frac{-b_n}{a_n} \right)$$

ή σε μορφή ημιτόνων :

$$f(t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\omega t + \theta_n)$$

Όπου:

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \theta_n = \tan^{-1} \left(\frac{a_n}{b_n} \right)$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Σε εκθετική μορφή:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{jn(\omega t)}$$

όπου: $A_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$

$$A_0 = \frac{1}{2}a_0$$

ενώ ισχύουν:

$$\cos \theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}), \quad \sin \theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta})$$

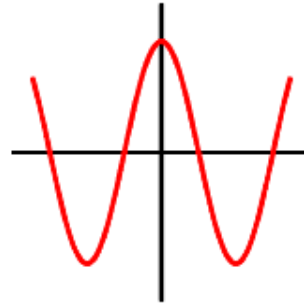
$$\acute{\alpha}\rho\alpha : e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

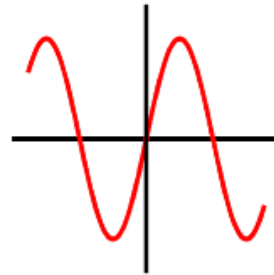
Συμμετρίες:

Άρτια $f(t)=f(-t)$:



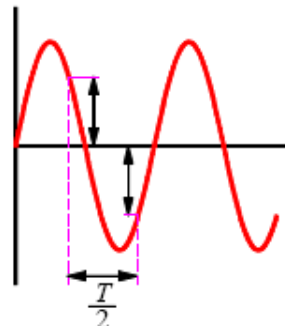
$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) \cos(n\omega t) d(\omega t), \quad b_n = 0$$

Περιττή $f(-t) = -f(t)$:



$$a_n = 0, \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) \sin(n\omega t) d(\omega t)$$

Μισού κύματος
 $f(t) = -f(t+0,5T)$:



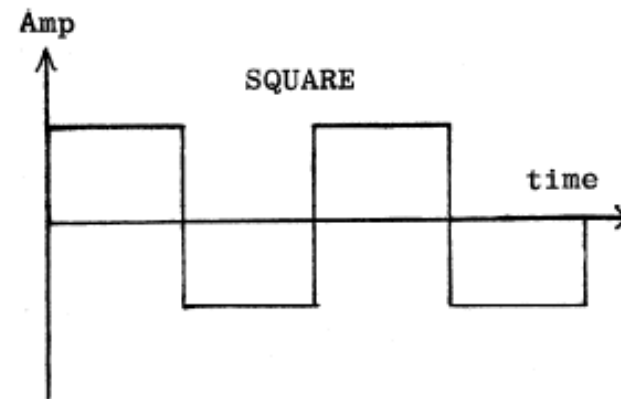
$$a_n = 0, \quad b_n = 0 \quad \text{για άρτιο } n$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) \cos(n\omega t) d(\omega t), \quad \text{για περιττό } n$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) \sin(n\omega t) d(\omega t), \quad \text{για περιττό } n$$

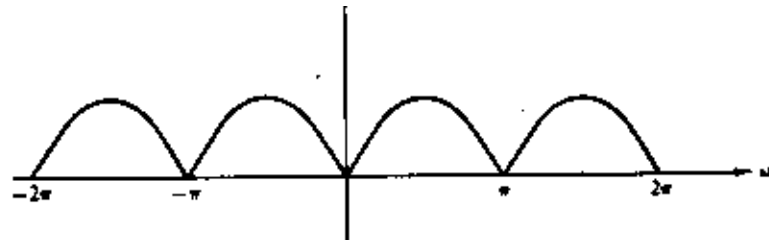
Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Παράδειγμα 1: συντελεστές Fourier τετραγωνικής κυματομορφής



- Στον πίνακα!!

- Παράδειγμα 2: Ανόρθωση δύο παλμών



- Στον πίνακα!!

Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Αρμονικές ρεύματος γραμμής

- Έστω ότι το ρεύμα γραμμής i_s και η τάση v_s είναι περιοδικές αλλά μη-ημιτονοειδείς με περίοδο T και μηδενική μέση τιμή, τότε τα $i_s(t)$ και $v_s(t)$ είναι:

$$i_s(t) = I_{DC} + I_{s1} \sin(n\omega t + \theta_{1i}) + \sum_{n=2}^{\infty} I_{sn} \sin(n\omega t + \theta_{ni})$$

$$v_s(t) = V_{DC} + V_{s1} \sin(n\omega t + \theta_{1v}) + \sum_{n=2}^{\infty} V_{sn} \sin(n\omega t + \theta_{nv})$$

Όπου I_{s1} and V_{s1} είναι οι μέγιστες τιμές των θεμελιωδών αρμονικών του ρεύματος και της τάσης αντίστοιχα



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Οι rms τιμές των $i_s(t)$ και $v_s(t)$ προκύπτουν από τις γνωστές σχέσεις:

$$I_{s,rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt$$

$$= I_{DC}^2 + I_{s1,rms}^2 + I_{s2,rms}^2 + \dots + I_{sn,rms}^2$$

$$n=1, 2, \dots \infty$$

$$V_{s,rms}^2 = V_{DC}^2 + V_{s1,rms}^2 + V_{s2,rms}^2 + \dots + V_{sn,rms}^2 \quad n=1, 2, \dots \infty$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Η στιγμιαία ισχύς είναι:

$$p(t) = i_s(t)v_s(t)$$

Η μέση ή ενεργός ισχύς προκύπτει από τη μέση τιμή της $p(t)$ (ολοκληρώματα γινομένων συναρτήσεων με διαφορετική συχνότητα είναι μηδέν):

$$\begin{aligned} P_{ave} &= \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t) dt = I_{DC} V_{DC} + I_{s1,rms} V_{s1,rms} \cos(\theta_{v1} - \theta_{i1}) + I_{s2,rms} V_{s2,rms} \cos(\theta_{v2} - \theta_{i2}) + \dots \\ &= I_{DC} V_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} I_{sn,rms} V_{sn,rms} \cos \theta_n \end{aligned}$$

$$\text{όπου } \theta_n = \theta_{vn} - \theta_{in} \quad (n = 1, 2, \dots, \infty)$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Η παραμόρφωση του $i_s(t)$ ορίζεται ως,

$$i_{s,dist.} = i_s(t) - i_{s1}(t) = \sum_{n=2}^{\infty} i_{sn}(t) \quad v_{s,dist.} = v_s(t) - v_{s1}(t) = \sum_{n=2}^{\infty} v_{sn}(t)$$

Μέτρο της παραμόρφωσης είναι ο Συντελεστής Ολικής Παραμόρφωσης Αρμονικών Total Harmonic Distortion (THD):

Για το ρεύμα:

$$THD_i = \frac{I_{dist,rms}}{I_{s1,rms}} = \sqrt{\left(\frac{I_{s2,rms}}{I_{s1,rms}}\right)^2 + \left(\frac{I_{s3,rms}}{I_{s1,rms}}\right)^2 + \dots}$$

Για την τάση:

$$THD_v = \frac{V_{dist,rms}}{V_{s1,rms}} = \sqrt{\left(\frac{V_{s2,rms}}{V_{s1,rms}}\right)^2 + \left(\frac{V_{s3,rms}}{V_{s1,rms}}\right)^2 + \dots}$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Συνήθως ο συντελεστής THD γράφεται όπως παρακάτω:

$$THD_i = \sqrt{\left(\frac{I_{s,rms}}{I_{s1,rms}}\right)^2 - 1}$$

$$THD_v = \sqrt{\left(\frac{V_{s,rms}}{V_{s1,rms}}\right)^2 - 1}$$

Επίσης, δίνεται σε ποσοστό %.



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Με μηδενική μέση τιμή, ο Σ.Ι. γράφεται:

$$pF = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} I_{sn,rms} V_{sn,rms} \cos \theta_n}{I_{s,rms} V_{s,rms}} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} I_{sn,rms} V_{sn,rms} \cos \theta_n}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{ns,rms}^2 \sum_{n=1}^{\infty} V_{ns,rms}^2}}$$

- Έστω ότι μια ημιτονοειδής τάση τροφοδοτεί ένα μη-γραμμικό φορτίο.
- Δηλαδή, η τάση τροφοδοσίας και το ρεύμα του φορτίου είναι:

$$v_s(t) = V_s \sin \omega t$$

$$i(t) = I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n \omega t + \theta_n)$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Η ενεργός-μέση ισχύς που καταναλώνει το φορτίο είναι:

$$\begin{aligned} P_o &= V_{DC} I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{V_{n,\max} I_{n,\max}}{2} \right) \cos(-\theta_n) \\ &= (0)(I_0) + \left(\frac{V_1 I_1}{2} \right) \cos(-\theta_1) + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{(0) I_{n,\max}}{2} \right) \cos(-\theta_n) \\ &= \left(\frac{V_1 I_1}{2} \right) \cos(-\theta_1) = V_{1,\text{rms}} I_{1,\text{rms}} \cos(\theta_1) \end{aligned}$$

- Δηλαδή, μόνο η θεμελιώδης αρμονική μεταφέρει ενεργό ισχύ!



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Οπότε ο Σ.Ι. για την περίπτωση ημιτονοειδούς τάσης και μη-γραμμικού φορτίου είναι:

$$pF = \frac{I_{s1,rms} V_{s,rms} \cos \theta_1}{I_{s,rms} V_{s,rms}} = \frac{I_{s1,rms}}{I_{s,rms}} \cos \theta_1$$

Ο λόγος $I_{s1,rms} / I_{s,rms}$ οφείλεται στην παραμόρφωση του ρεύματος γραμμής και ονομάζεται *συντελεστής παραμόρφωσης (distortion factor) DF*

$$DF = \frac{I_{s1,rms}}{I_{s,rms}}$$



Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

Το $\cos \theta_l$ οφείλεται στη γωνία μετατόπισης μεταξύ της τάσης και της θεμελιώδους αρμονικής του ρεύματος και ονομάζεται *συντελεστής ισχύος μετατόπισης (displacement power factor) DPF*.

Ο Σ.Ι. γράφεται: $pf = DF * DPF$

Ενώ το THD_i

$$THD_i = \sqrt{\frac{1}{DF^2} - 1}$$


Μη-ημιτονοειδείς κυματομορφές

- Η άεργος ισχύς στην περίπτωση αυτή προκύπτει παρόμοια με την ενεργό και έχει μόνο στοιχεία της θεμελιώδους αρμονικής

$$Q = V_{1,rms} I_{1,rms} \sin(\theta_1)$$

- Η φαινόμενη ισχύς πρέπει να περιλαμβάνει έναν όρο που να εκφράζει το ρεύμα σε συχνότητες διαφορετικές της καθαρά ημιτονοειδούς τάσης
- Χρησιμοποιείται ο όρος *φαινόμενη ισχύς παραμόρφωσης* (*distortion volt-amps – D*)

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$$

$$D = V_{1,rms} \sqrt{\sum_{n \neq 1}^{\infty} I_{n,rms}^2}$$

