

Παράδειγμα 1

$J_{ολ} = 0,058 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$T_L \approx \phi$

$B = \phi$

πόση η απαιτούμενη ροπή T_m
ώστε $\eta = 1800 \text{ rpm}$ σε 5 sec

ΛΥΣΗ

Η δυναμική εξίσωση συστήματος κινητήρα-φορτίου είναι:

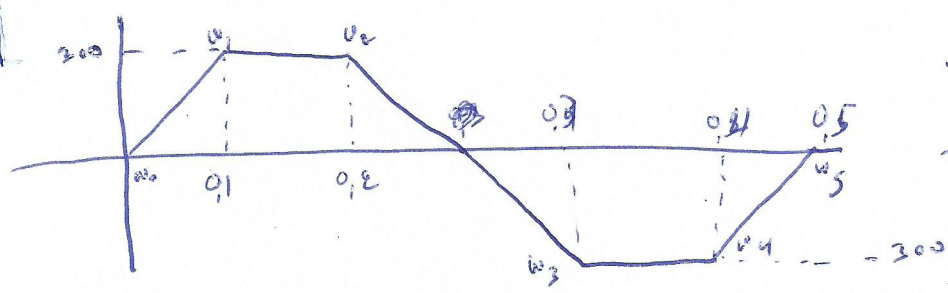
$$T_m = J \frac{d\omega_m}{dt} + T_L + B \cdot \omega_m$$

Δεδομένη $\omega_m = \frac{2\pi}{60} \cdot n = \frac{2\pi}{60} \cdot 1800 = 188,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ από $t=0$ σε 5 sec

ενώ $T_L = 0$ και $J = 0,058 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

άρα $T_m = J \frac{d\omega_m}{dt}$ ή $T_m = J \frac{\Delta \omega_m}{\Delta t} = 0,058 \frac{188,5}{5} = 2,186 \text{ N} \cdot \text{m}$

Παράδειγμα 2

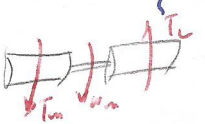


$B = \phi$

$T_L = 5 \text{ N} \cdot \text{m}$

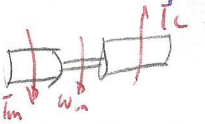
$J = 0,058 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

→ Μεταξύ $0 \div 0,1$ έχουμε γραμμ. αύξηση ταχύτητας. Ισχύει:



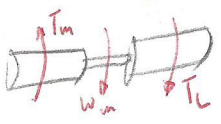
$$T_m = J \frac{d\omega_m}{dt} + T_L = 0,058 \frac{300}{0,1} + 5 = 179 \text{ N} \cdot \text{m}$$

→ Μεταξύ $0,1 \div 0,2$ σταθερή ταχύτητα, άρα $\frac{d\omega}{dt} = \phi$

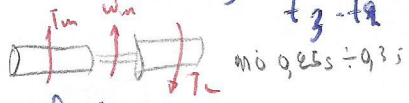


οπότε: $T_m = T_L = 5 \text{ N} \cdot \text{m}$

→ $0,2 \div 0,3$ επιβράδυνση:



$$0,2 \div 0,3 \quad T_m = J \frac{\omega_3 - \omega_2}{t_3 - t_2} + T_L = 0,058 \frac{-300 - 300}{0,3 - 0,2} + 5 = -343 \text{ N} \cdot \text{m}$$



άρα η ροπή του κινητήρα αντιστρέφεται!

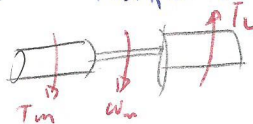
→ $0,3 \div 0,4$ σταθερή:



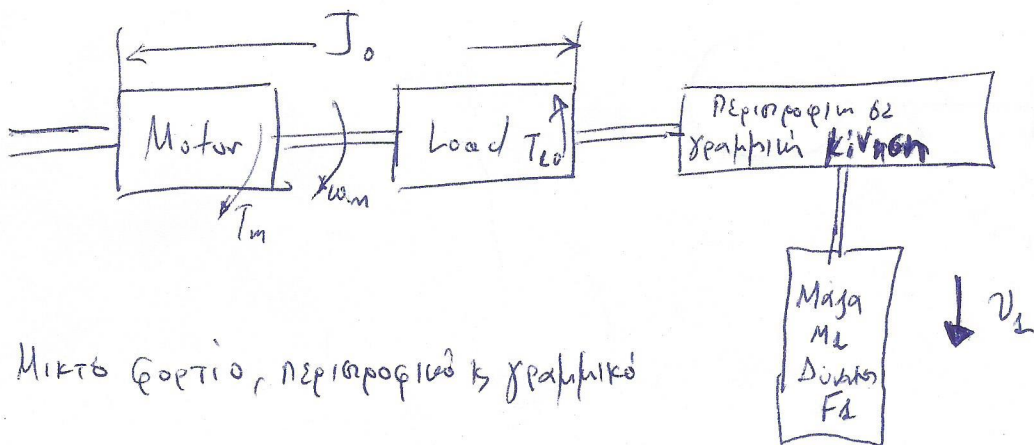
→ $T_m = T_L = 5 \text{ N} \cdot \text{m}$

αλλά αντίθετης φοράς κίνησης
οπότε πρέπει να υπολογιστεί (-5)

→ $0,4 \div 0,5$ επιταχυνση



$$T_m = J \frac{\omega_5 - \omega_4}{t_5 - t_4} + T_L = 0,058 \frac{0 - (-300)}{0,1} + T_L = 179 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Μικτό φορτίο, περιστροφικό & γραμμικό

Αν θεωρήσω αμελητέες ανώτερες μεταδόσεις, τότε η (κινητική) ενέργεια της ισοδύναμης ροής αδράκεια του συστήματος θα είναι ίση με την κινητική ενέργεια των διαφόρων κινούμενων μέρων. Έτσι:

$$\frac{1}{2} J_{\text{eq}} \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_0 \omega_m^2 + \frac{1}{2} M_L v_L^2 \Rightarrow$$

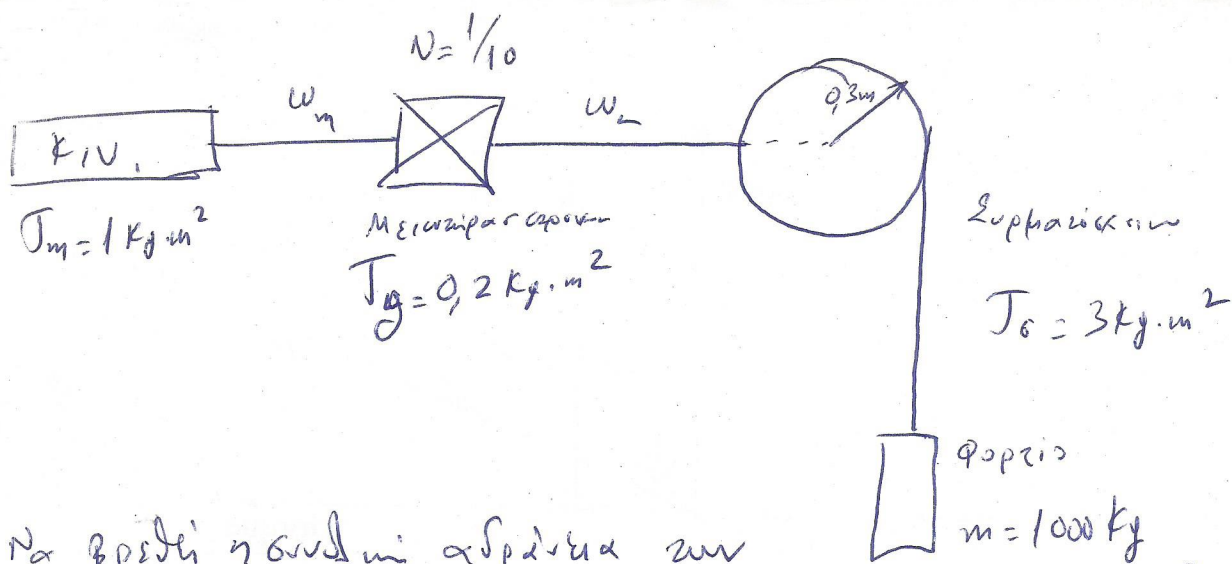
$$J_{\text{eq}} = J_0 + M_L \left(\frac{v_L}{\omega_m} \right)^2 \quad \text{αλλά} \quad \begin{matrix} \nearrow \text{περιφ. ταχ} \\ v = \omega \cdot r \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \underline{J_{\text{eq}} = J_0 + M_L r^2}$$

Ομοίως, η ισχύς του κινητήρα & το φορτίο θα είναι ίδια και συνεπώς αν η απόδοση της μετάδοσης είναι η_L τότε:

$$T_m \omega_m = T_L \omega_m + \frac{F_L \cdot v_L}{\eta_L} \Rightarrow$$

$$T_m = T_L + \frac{F_L}{\eta_L} \left(\frac{v_L}{\omega_m} \right)$$



Να βρεθεί η συνολική αδράνεια των κινούμενων μέρων του μηχανισμού

Θεωρώ πως φορτίο συρματίνης η ποινή αδράνεια ως άρρωστο άξονα περιστροφής του τροχαλίου θα είναι:

$$J_L = m R^2 = 1000 \cdot 0,3^2 = 90 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{η σχέση μειωμένων κινήσεων} \Rightarrow N = \frac{\omega_\lambda}{\omega_m} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Άρα οι 1000 kg αδράνεια:

$$J_{eq} = J_m + J_g + N^2 (J_\sigma + J_L) = 1 + 0,2 + 0,1^2 (90 + 3) = 2,13 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Για τη ποινή φορτίου:

$$T_L' = N \cdot T_L = N \cdot B_L \cdot R' = N \cdot m_L \cdot g \cdot R = 0,1 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,3 = 294,3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

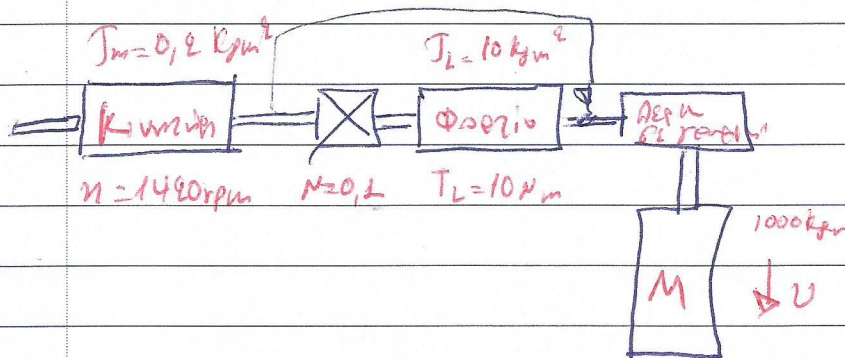
$$(T_{eq} = \alpha T_L)$$

Κινητήρας οδηγεί 2 φορτία. Το ένα έχει περιστροφική κίνηση και συνδέεται με τον κινητήρα μέσω ενός γρανιολιού με $N=0,1$ και βαθμό απόδοσης 90% . Το φορτίο έχει ροπή αδράνειας $10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ και ροπή φορτίου $10 \text{ N}\cdot\text{m}$. Το άλλο φορτίο έχει γραμμική κίνηση και είναι ένα βάρος 1000 kg που ανυψώνεται ταχύτητα $1,5 \text{ m/s}$.

Η σύνδεση των 2^{ων} φορτίων με τον κινητήρα έχει $\eta=85\%$.

Η ροπή αδράνειας του κινητήρα είναι $0,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ με σταθερή ταχύτητα 1420 rpm .
Βρείτε την ισοδύναμη αδράνεια συν ηλυστῆ του κινητήρα με την ισχύ του.

Λύση



Η ροπή αδράνειας του περιστροφικού φορτίου συν ηλυστῆ κίνηση δίνεται:

$$J_L' = N^2 \cdot J_L$$

Ενώ ισχύει ότι η ισοδύναμη αδράνεια συν ηλυστῆ κίνηση:

$$\frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} N^2 J_L \omega_m^2 + \frac{1}{2} M \cdot v_1^2 \Rightarrow$$

$$J_{eq} = J_m + N^2 J_L + M \left(\frac{v_1}{\omega_m} \right)^2$$

$$\text{όπου } \omega_m = n \cdot \frac{2\pi}{60} = 148,7 \text{ rad/sec}$$

$$J_m = 0,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_L = 10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, N = 0,1, M = 1000 \text{ kg}, v_1 = 1,5 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow J_{eq} = 0,2 + (0,1)^2 \cdot 10 + 1000 \left(\frac{1,5}{148,7} \right)^2 = 0,4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Η ισχύς του κινητήρα μετράμε στην ισχύ των φορτίων + ανώτερες:

$$T_m \omega_m = \frac{T_L \omega_m \cdot N}{\eta_2} + \frac{F_2 \cdot v_1}{\eta_2 \omega_m} \Rightarrow T_m = \frac{10 \cdot 0,1}{0,9} + \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 1,5}{0,85 \cdot 148,7} = 117,53 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$P_m = T_m \cdot \omega_m = 117,53 \times 148,7 = 17,48 \text{ kW}$$

1) Ένας επαγωγικός κινητήρας με ονομαστικά στοιχεία 400 V, 50 Hz, εξαπολικός, έχει ισοδύναμη επαγωγική αντίδραση 6Ω , αντίσταση στάτη $0,3\Omega$ και ανηγμένη στο στάτη αντίσταση δρομέα $0,3\Omega$. Ο κινητήρας οδηγεί ένα φορτίο σταθερής ροπής 50 Nm. Υπολογίστε:

α) Την ταχύτητα σε συνθήκες στάσιμης λειτουργίας όπου ο κινητήρας οδηγεί το φορτίο, καθώς και τη μέγιστη ροπή που μπορεί να δώσει.

β) Ο κινητήρας οδηγείται από κινητήριο σύστημα με έλεγχο σταθερού λόγου τάσης/συχνότητας (V/f). Εάν η συχνότητα μειωθεί στα 30Hz, υπολογίστε την νέα τιμή της ταχύτητας του κινητήρα και την νέα μέγιστη ροπή.

γ) Με ποιο τρόπο μπορούμε να επιτύχουμε τον έλεγχο V/f;

α) Επειδή λειτουργεί στα ονομαστικά, ισχύει η απλοποιημένη σχέση για τη ροπή κινητήρα

$$T_d \approx \frac{3 \cdot V_{LL}^2 \cdot s}{\omega_s R_e'} \quad , \quad \text{όπου} : \quad n_s = 120 \frac{f_s}{P} = 120 \frac{50}{6} = 1000 \text{ rpm}$$

$$\text{και} : \quad \omega_s = \frac{2\pi}{60} \cdot 1000 = 104,72 \text{ rad/s}$$

$$\text{άρα} \quad T_d \approx \frac{3 \cdot V_{LL}^2 \cdot s}{\omega_s R_e'} \Rightarrow s = \frac{T_d \cdot \omega_s \cdot R_e'}{V_{LL}^2} = \frac{50 \cdot 104,72 \cdot 0,3}{400^2} = 0,0098 \approx 0,98\%$$

$$\text{άρα} \quad n = n_s (1-s) = 1000 (1-0,0098) = 990,2 \text{ rpm}$$

$$\text{ενώ} \quad T_{max} = \frac{\frac{V_{LL}^2}{2}}{2 \omega_s [R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{e1}^2}]} = \frac{(400)^2}{2 \cdot 104,72 [0,3 + \sqrt{0,3^2 + 6^2}]} = 121,1 \text{ N.m}$$

β) Εάν $f = 30 \text{ Hz}$ τότε ο λόγος $\frac{V}{f} = \frac{400}{50} = 8$ και $\frac{V'}{f'} = 8 \Rightarrow V' = 8 \cdot 30 = 240 \text{ V}$

$$\text{έτσι} \quad n'_s = 120 \frac{30}{6} = 600 \text{ rpm}$$

$$\text{και} \quad \omega'_s = \frac{f'}{50} \omega_s = \frac{30}{50} 104,72 = 62,832 \text{ rad/s}$$

$$\text{οπότε} : \quad s' = \frac{T_d \cdot \omega'_s \cdot R_e'}{V_{LL}^2} = \frac{50 \cdot 62,832 \cdot 0,3}{240^2} = 0,0963 \approx 9,63\% \quad \Rightarrow$$

$$\text{Ενώ } n' = n_s' (1 - s') = 600 / (1 - 0,0463) = 590,9 \text{ rpm}$$

$$\text{εξίσωση: } T'_{\max} = \frac{240^2}{2 \cdot 62,832 \left[0,3 + \sqrt{0,3^2 + \left(\frac{30}{50} \cdot 6 \right)^2} \right]} = 117,15 \text{ N m}$$

Δεδομένη η συνθήκη για αντιστάσεις R_1

γ) Δεδομένη

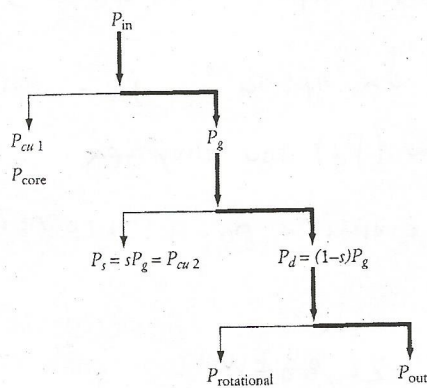
αυτή η συνθήκη αντιστάσεων

$$T_{\max} = \frac{V_{\text{cu}}^2}{2 \omega_s X_{\text{eq}}} \text{ ως και στην επαγωγή}$$

AC Drives

Εξάσκηση

- Ένας τριφασικός επαγωγικός κινητήρας δακτυλιοφόρου δρομέα έχει ονομαστική ισχύ 30hp, ονομαστική τάση 400V, 50Hz σε σύνδεση αστέρα, και αντίσταση στάτη $R_1=0,5\Omega$ και αντίσταση δρομέα ανηγμένη στο στάτη $R_2'=0,4\Omega$. Οι απώλειες τριβών/αερισμού (περιστροφικές) είναι 500W και οι απώλειες πυρήνα 600W. Υποθέστε ότι οποιαδήποτε αλλαγή της ταχύτητας του κινητήρα δεν επηρεάζει τις περιστροφικές απώλειες. Ο κινητήρας οδηγεί ένα φορτίο σταθερής ροπής.
 - Σε πλήρες φορτίο (ονομαστική ροπή) υπολογίστε την ταχύτητα του κινητήρα.
 - Υπολογίστε την απαιτούμενη πρόσθετη αντίσταση που πρέπει να συνδεθεί στο κύκλωμα του δρομέα έτσι ώστε η ταχύτητα να μειωθεί κατά 20%.
 - Υπολογίστε το βαθμό απόδοσης του κινητήρα πριν και μετά τη σύνδεση της αντίστασης.
 - Αν το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας είναι 0.2€/kWh, υπολογίστε το ετήσιο κόστος λειτουργίας του κινητήρα με την αντίσταση, εάν αυτός λειτουργεί 100 ώρες την εβδομάδα.



$$P_{in} = 3V I_1 \cos\theta_1$$

$$P_{cu1} = 3 I_1^2 R_1$$

$$P_{iron} \approx 3 \frac{V^2}{R_m}$$

$$P_g = 3 (I_2')^2 \frac{R_2'}{s} = T_d \omega_s$$

$$P_{cu2} = 3 (I_2')^2 R_2' = s P_g$$

$$P_d = 3 (I_2')^2 \frac{R_2'}{s} (1-s) = P_g (1-s) = T_d \omega$$

$$P_{rotational}$$

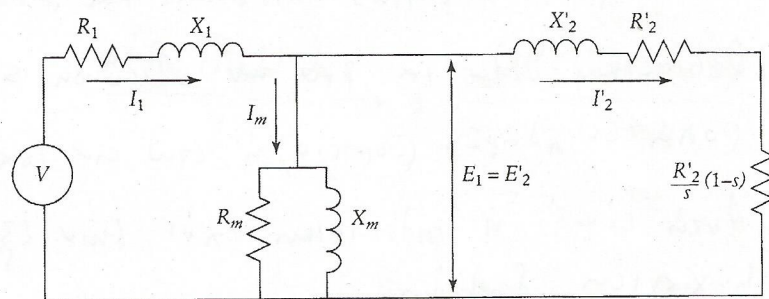
$$P_{out} = T \omega$$

Η αναπτυσσόμενη ροπή στον κινητήρα είναι

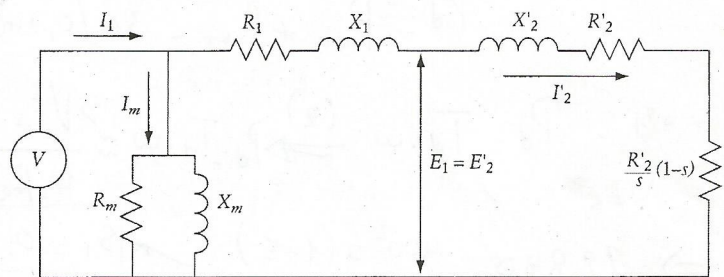
$$T_d = \frac{P_d}{\omega} = \frac{3}{\omega} (I_2')^2 \frac{R_2'}{s} (1-s) = \frac{3 V^2 R_2' (1-s)}{s \omega \left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{eq}^2 \right]}$$

$$\Rightarrow T_d = \frac{3 V^2 R_2'}{s \omega_s \left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{eq}^2 \right]} \quad (1)$$

όπου V: η φασική τάση



Θεωρούμε ότι $I_m \ll I_1$ (μεγάλη X_m, R_m) $\Rightarrow I_1 \approx I_2'$

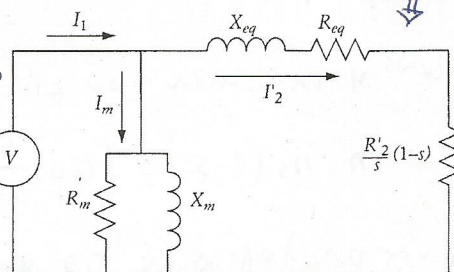


(a)

Πρόσθεσω αντίσταση/απώλεια σε σειρά

Από το (b) προκύπτει

$$\text{ότι } I_2' = \frac{V}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{eq}^2}}$$



(b)

$$\omega = \omega_s (1-s)$$

Στην περιοχή μεγάλων ολίσθησεων (Εκκίνηση) ισχύει

$$\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 \ll X_{eq}^2$$

Έτσι, η παραπάνω σχέση για την ροπή γίνεται:

$$T_d \approx \frac{3 V^2 R_e'}{s \cdot \omega_s \cdot X_{eq}^2} \quad \text{ενώ η ροπή εκκίνησης υπολογίζεται για } s=1$$

$$\hookrightarrow T_{st} \approx \frac{3 V^2 R_e'}{\omega_s X_{eq}^2}$$

Από την άλλη μεριά, για λειτουργία κοντά στις ονομαστικές βροφές (περιοχή μικρής ολίσθησης) ισχύει $\Rightarrow R_1 \ll \frac{R_e'}{s} \ll X_{eq}$ και συνεπώς η (1) γίνεται:

$$T_d \approx \frac{3 V^2 s}{\omega_s R_e'} \quad \text{[2]} \quad (\text{προσέγγιση μικρής ολίσθησης})$$

(α) Θέλουμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα του κινητήρα σε πλήρες φορτίο. Αρα είμαστε στην περιοχή χαμηλής ολίσθησης και μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την [2].

Δυσιαστικά θέλω να βρω την ολίσθηση s , οπότε θα πρέπει να βρω πρώτα την ροπή σε πλήρες φορτίο, ή έστω την ισχύ εξόδου (P_d) του κινητήρα.

Αυτή είναι η ηλεκτρική ισχύς στην έξοδο του κινητήρα που μετατρέπεται σε μηχανική, δηλαδή:

$$P_d = P_{out} + P_{rot} = 30(0,746) + 0,5 = 22,88 \text{ kW} \quad \begin{matrix} \text{(μηχανική ισχύς)} \\ \text{(στην έξοδο του κινητήρα)} \end{matrix}$$

$$\text{Ισχύει: } P_d = T_d \cdot \omega \xrightarrow{(2)} P_d = T_d \cdot \omega \approx \frac{3 V^2 s}{\omega_s R_e'} \cdot \omega = \frac{V_n^2 s(1-s)}{R_e'} \quad (\omega = \omega_s(1-s))$$

$$\Rightarrow 22880 = \frac{400^2 s(1-s)}{0,4} \quad \begin{matrix} \nearrow S_1 = 0,0609 \\ \searrow S_2 = 0,939 \end{matrix}$$

η S_2 απορρίπτεται γιατί είμαστε στην περιοχή χαμηλής ολίσθησης

Επομένως, η ταχύτητα του κινητήρα σε πλήρες φορτίο είναι:

$$n = n_s(1-s) = \left(120 \frac{50}{6}\right)(1-0,0609) = 939,1 \text{ rpm}$$

Για να υπολογίσουμε το βαθμό απόδοσης χωρίς αντιτάσεις, πρέπει πρώτα να βρούμε το ρεύμα του βρόχου.

$$\text{Ισχύει: } P_d = 3 I_e'^2 \frac{R_e'}{s} (1-s) \Rightarrow I_e' = \frac{P_d \cdot s}{3 R_e' (1-s)} \Rightarrow I_e' = \sqrt{\frac{22880 \cdot 0,0609}{3 \cdot \frac{0,4}{0,4} (1-0,0609)}} = 35,1 \text{ A}$$

$$\text{Οι απώλειες χαλκού είναι: } P_{cu} = P_{cu1} + P_{cu2} \approx 3 I_e'^2 (R_1 + R_e') = 3326 \text{ W}$$

Συνεπώς, η ισχύς εξόδου στον κινητήρα είναι:

$$P_{in} = P_d + P_{cu1} + P_{rot} = 22880 + 3326 + 600 = 26,8 \text{ kW}$$

οπότε ο βαθμός απόδοσης $\Rightarrow \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{30 \cdot 0,746}{26,8} = 0,825 = 82,5\%$

(β) Με την προσθήκη αντίστασης μειώνεται η ταχύτητα κατά 20%, συνεπώς:

$$n_{v20} = 0,8 \cdot 939,1 = 751,28 \text{ rpm} \quad \underline{\underline{\text{km}}} \quad s_{v20} = \frac{n_s - n_{v20}}{n_s} = \frac{1000 - 751,28}{1000} = 0,2487$$

Προφανώς ισχύει: $P_{dv20} = T_{dv20} \cdot \omega_{v20}$

αλλά αφού η ροπή ελαττώνεται είναι σταθερή $\Rightarrow T_{dv20} = T_d = \frac{P_d}{\omega}$

άρα $P_{dv20} = \frac{P_d}{\omega} \cdot \omega_{v20} = 22880 \cdot \frac{751,28}{939,1} = 18,3 \text{ kW}$

Χρησιμοποιώντας τότε προσέγγιση Αικμής αλυσίδας, η νέα ροπή είναι:

$$T_{dv20} = \frac{3V^2 \cdot s_{v20}}{\omega_s (R_e' + R_{add})} \quad \text{και η παλιή } T_d = T_{dv20} = \frac{3V^2 s}{\omega_s R_e'}$$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\frac{T_d}{T_{dv20}} = 1 = \frac{s(R_e' + R_{add})}{s_{v20} \cdot R_e'} \Rightarrow 1 = \frac{0,0609(0,4 + R_{add})}{0,2487 \cdot 0,4} \Rightarrow$

$$R_{add} = 1,23 \Omega$$

Το νέο ρεύμα προκύπτει όπως πριν

$$P_{dv20} = 3 I_{e_{v20}}'^2 \frac{R_e' + R_{add}}{s_{v20}} (1 - s_{v20}) \Rightarrow 18300 = 3 \cdot I_{e_{v20}}'^2 \cdot \frac{0,4 + 1,23}{0,2487} (1 - 0,2487) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{e_{v20}}' = 35,19 \text{ A}$$

Οι νέες απώλειες χαλκού: $P_{cav20} = 3 I_{e_{v20}}'^2 (R_1 + R_2 + R_{add}) = 7913 \text{ W}$

οπότε $P_{in} = 18300 + 7913 + 600 = 26813 \text{ W}$

και η απόδοση $\eta_{v20} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{v20} - P_{cu}}{P_{in}} = \frac{178}{26813} = 0,6638 \approx 66,38\%$

Οι απώλειες λόγω της πρόσδεσης αντίστασης είναι:

$$P_{add} = 3 I_{e_{v20}}'^2 R_{add} = 4,57 \text{ kW}$$

Για συνολικά $t = 100 \text{ (hr)} = 5200 \text{ h}$ ζωής, το κόστος ενέργειας είναι:

$$C = P_{add} \times t \times 0,2 \text{ €/kWh} = 4752,8 \text{ €}$$

2. Για τον κινητήρα της πρώτης άσκησης, υποθέστε ότι η ροπή φορτίου είναι σταθερή και ίση με 120 Nm. Αγνοήστε τις περιστροφικές απώλειες και υπολογίστε την ταχύτητα σε πλήρη τάση. Επαναλάβετε τον υπολογισμό αν η τάση μειωθεί κατά 20%.

Αρχικά υπολογίζουμε την ταχύτητα στο δοσμένο φορτίο με προσέγγιση μετρώμε ολισθησης.

$$T_d \approx \frac{V^2 \cdot s}{\omega_s R_e'} \Rightarrow 120 = \frac{400^2 \cdot s}{2\pi \frac{1000}{60} \cdot 0,4} \Rightarrow s = 0,031$$

Άρα η ταχύτητα σε ονομαστική τάση είναι: $n = n_s(1-s) = 1000(1-0,031) = 969 \text{ rpm}$

Όταν η τάση μειωθεί $\rightarrow 320V$, η νέα ταχύτητα θα ελεγχθεί από την νέα ροπή

$$T_{d_{\text{νέα}}} = \frac{V_{\text{νέα}}^2 \cdot s_v}{\omega_s \cdot R_e'}$$

που είναι ίση με την αρχική όπως $T_d = 120 \text{ Nm}$

$$\text{άρα } \frac{T_{d_{\text{νέα}}}}{T_d} = 1 = \frac{V_{\text{νέα}}^2}{V^2} \cdot \frac{s_{\text{νέα}}}{s} \Rightarrow s_{\text{νέα}} = s \frac{V^2}{V_{\text{νέα}}^2} = 0,0484$$

και έτσι $n_{\text{νέα}} = 1000(1-0,0484) = 951,6 \text{ rpm}$

Αντικαθιστώντας μειώνει τάσης κατά 20% οδηγεί σε μείωση ταχύτητας μόλις 2%.

Αν τώρα 20 φορτία ήταν της μορφής $T_L = k \cdot \omega$ και $T_L = 120 \text{ Nm}$ στα ονομαστικά στοιχεία ($V = 400V$) τότε η συν. ταχύτητα για ονομαστική τάση θα είναι

$$\omega = \omega_s(1-s) = 2\pi \frac{1000}{60} (1-0,031) = 101,47 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

όπότε $k = \frac{T_L}{\omega} = \frac{120}{101,47} = 1,182$

Έτσι $\frac{T_{d_v}}{T_d} = \frac{1,182 \cdot \omega_v}{120} = \frac{V_v^2}{V^2} \cdot \frac{s_v}{s} \Rightarrow \frac{1,182 \cdot \omega_s(1-s_v)}{120} = \frac{320^2}{400^2} \cdot \frac{s_v}{0,031} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 1,031(1-s_v) = 9,04 s_v \Rightarrow$$

$$s_v = 0,0475$$

ή $n_v = 1000(1-0,0475) = 952,5 \text{ rpm}$

3. Ένας διπολικός επαγωγικός κινητήρας 400V, 50Hz σε αστέρα, έχει επαγωγική αντίδραση 4Ω και αντίσταση στάτη $0,2\Omega$. Η αντίσταση δρομέα ανηγμένη στο στάτη είναι $0,3\Omega$. Ο κινητήρας οδηγεί ένα φορτίο σταθερής ροπής $T_L = 40\text{Nm}$ με ταχύτητα 2900rpm . Θεωρείστε ότι η ροπή αυτή συμπεριλαμβάνει και τις συνιστώσες της περιστροφής (τριβές-αερισμού).

α) Υπολογίστε τη μέγιστη συχνότητα της τάσης τροφοδοσίας που δε θα έχει ως αποτέλεσμα το σταμάτημα του κινητήρα.

β) Υπολογίστε το ρεύμα του κινητήρα στα 50Hz και στη μέγιστη συχνότητα.

γ) Υπολογίστε την ισχύ που μεταφέρεται στο φορτίο στα 50Hz και στη μέγιστη συχνότητα

α) Η εξίσωση που δίνει την αναπτυσσόμενη ροπή T_d του κινητήρα (συμπεριλαμβανομένης της περιστροφικής) είναι:

$$T_d = \frac{3 V^2 R_e'}{s \omega_s [(R_1 + R_2/s)^2 + X_{e1}^2]}$$

Για να βρω τη μέγιστη ροπή, υπολογίζω την παράγωγο του $T_d(s)$ ως προς την ολίσθηση και θέτω ίση με μηδέν $T_d'(s) = 0$. Προκύπτει:

$$s_{max} = \frac{R_e'}{\sqrt{R_1^2 + X_{e1}^2}} \quad \text{και} \quad T_{max} = \frac{V^2}{2 \omega_s (R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{e1}^2})} \quad (1)$$

Από τις τιμές βλέπω ότι $R_1^2 \ll X_{e1}^2$ και έτσι η (1) γίνεται:

$$T_{max} \approx \frac{V^2}{2 \omega_s X_{e1}} \quad (2)$$

Η μέγιστη συχνότητα θα πρέπει να οδηγεί κατ'ελάχιστον σε μία μέγιστη ροπή ίση με τη ροπή φορτίου 40Nm .

Η X_{e1} είναι: $X_{e1} = 2\pi f L \Rightarrow$ αντίστροφο της συχνότητας

δηλαδή αν $X_{e1} = 4\Omega$ στα 50Hz, σε οποιαδήποτε άλλη συχν. θα είναι $X_{e1}' = \frac{f'}{50} X_{e1}$

Το ίδιο και για την $\omega_s = \frac{2\pi}{60} n_s = \frac{2\pi}{60} 120 \frac{f}{P} \Rightarrow$ αντίστροφο της συχνότητας
 οπότε $\omega_s' = \frac{f'}{50} \omega_s$

όπου $\omega_s = \frac{2\pi}{60} 120 \frac{50}{2} = 314,16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Συνεπώς, θέτοντας τη (2) ίση με 60Nm παίρνω:

$$T_{max} = T_L = 40 = \frac{V^2}{2 \left(\frac{f'}{50} \omega_s \right) \left(\frac{f'}{50} X_{e1} \right)} \Rightarrow 40 = \frac{400^2}{2 \left(\frac{f'}{50} 314,16 \right) \left(\frac{f'}{50} 4 \right)} \Rightarrow f' \approx 63 \text{Hz}$$

η συχνότητα δεν πρέπει να ξεπεράσει τα 63Hz

β) Το ρεύμα κινητήρα υπολογίζεται από τη σχέση

$$I_2' = \frac{V_\phi}{\sqrt{(R_1 + \frac{R_2'}{s})^2 + X_{eq}^2}}$$

όπου η ολίσθηση είναι: $s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{3000 - 2900}{3000} = 0,0333$

και έτσι το ρεύμα κινητήρα στα 50 Hz θα είναι:

$$I_2' = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,2 + \frac{0,3}{0,0333})^2 + 4^2}} \approx 23 \text{ A}$$

Στη νέα συχνότητα (63 Hz) θα έχουμε την ολίσθηση που δίνεται από τη σχέση:

$$s_{max} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{eq}^2}} \quad \text{ωστόσο η } X_{eq} \text{ αλλάζει με την αλλαγή της συχνότητας και δίνεται } X_{eq}' = \frac{63}{50} \cdot 4 = 5,04 \Omega$$

Έτσι: $s_{max} = \frac{0,3}{\sqrt{0,2^2 + 5,04^2}} = 0,059$

και η νέα ταχύτητα $n' = 120 \frac{f'(1-s)}{p} = 120 \frac{63}{2} (1 - 0,059) \approx 3557 \text{ rpm}$

Το ρεύμα στη νέα συχνότητα γίνεται:

$$I_2' = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,2 + \frac{0,3}{0,059})^2 + 5,04^2}} = 31,62 \text{ A}$$

περίπου 60% αύξηση στο ρεύμα

γ) Η αναπτυσσόμενη ισχύς στα 50 Hz είναι:

$$P_d = T_d \cdot \omega = T_L \cdot \omega = 40 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 2900 = 12,15 \text{ kW}$$

ενώ στα 63 Hz:

$$P_d' = T_d \cdot \omega' = 40 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 3557 \approx 14,9 \text{ kW}$$

αύξηση κατά 22,5% περίπου
θα πρέπει το drive να μπορεί να
αντισταθεί τα αυξημένα επίπεδα ισχύος

4. Για τον κινητήρα της άσκησης 3, υπολογίστε την ταχύτητα του κινητήρα και το ρεύμα εκκίνησης αν η συχνότητα μειωθεί στα 40Hz.

Η νέα συγχρονική ταχύτητα στα 40Hz είναι:

$$n_s = 120 \frac{40}{2} = 2400 \text{ rpm}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{60} n_s = 251,33 \text{ rad/s}$$

Για τον υπολογισμό της ολίσθησης, παίρνουμε την προσέγγιση μικρής ολίσθησης:

$$T_d \approx \frac{V^2 \cdot s}{\omega_s \cdot R'_e} = T_L \Rightarrow 40 \approx \frac{400^2 \cdot s}{251,33 \cdot 0,3} \Rightarrow s = 0,0188$$

$$\text{Οπότε η ταχύτητα στα 40Hz} \rightarrow n = n_s (1-s) = 2400(1-0,0188) \approx 2355 \text{ rpm}$$

Το ρεύμα εκκίνησης ^(s=1) δίνεται από:

$$I'_{est} = \frac{V_g}{\sqrt{(R_1 + R'_e)^2 + X_{e1}^2}} \quad \text{αυ στα 50Hz είναι: } I'_{est} = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,3+0,3)^2 + 4^2}} = 57,3 \text{ A}$$

Στα 40Hz αλλάζει η $X_{e1} = \frac{40}{50} \cdot X_{e1}$

$$I'_{est} = \frac{400/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,3+0,2)^2 + \left(\frac{40}{50} \cdot 4\right)^2}} = 71,3 \text{ A}$$

24% αύξηση του ρεύματος εκκίνησης

5. Επαναλάβετε την άσκηση 4 κρατώντας σταθερό λόγο V/f

ο λόγος V/f είναι $V/f = \frac{400}{50} = 8$

Όταν μειωθεί η συχν. στα 40Hz η τάση προφθορίας θα πρέπει να γίνει:

$$V' = 40 \cdot 8 = 320\text{V}$$

Ενώ η σύγχρονη ταχύτητα δεν αλλάζει, θα αλλάξει η ολισθήση γιατί εξαρτάται από την τάση:

$$T_s \approx \frac{V^2}{\omega_s R_e} \Rightarrow 40 = \frac{320^2 \cdot s}{251,33 \cdot 0,3} \Rightarrow s = 0,029$$

μεγαλύτερη από πριν

Η νέα ταχύτητα είναι: $n = 2400 (1 - 0,029) = 2330,4 \text{ rpm}$

μειωμένη

Στα 40Hz , 320V 20 υψο ρεύμα εκκίνησης:

$$I_{e_{st}}' = \frac{320/\sqrt{3}}{\sqrt{(0,2+0,3)^2 + \left(\frac{40}{50} \cdot 4\right)^2}} = 57,04 \text{ A}$$

αλλάζει σημαντικά με την