

Παράδειγμα 1
8.6 Hart

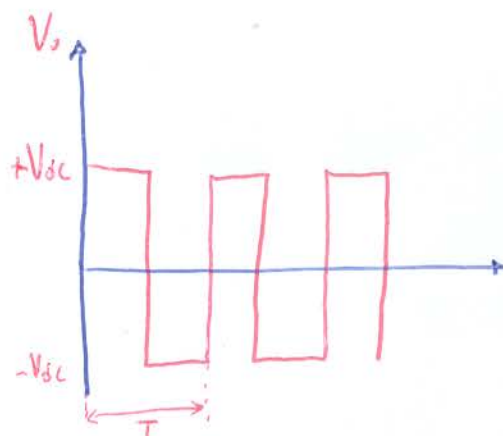
4γωνικός invertor προποσμένη φορτία $R=25\Omega, L=25mH$. Η συχνότητα του AC εξόδου είναι $100Hz$. α) $V_{dc}=?$ ώστε $I_{1,rms}=2A$
β) $THDi=?$

100%

α) Οι αρμονικές της τάσης εξόδου για τον 4γωνικό κυκλωτό που είναι:

$$V_n = \frac{4V_{dc}}{n\pi} \quad \text{για τον } 1^{\circ} \quad V_1 = \frac{4V_{dc}}{\pi} \quad \text{οπότε} \Rightarrow$$

$$V_{dc} = \frac{\pi \cdot V_1}{4} \quad (1)$$



Θέτω $I_{1,rms}=2A$ ενώ $Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} = \sqrt{25^2 + (n \cdot 2\pi \cdot 100 \cdot 0,025)^2} = \sqrt{625 + n^2 246,4}$

δηλαδή $Z_1 = 29,52\Omega$

Άρα δε πρέπει: $V_1 = \overset{\text{ημέτος αρμονικός}}{I_1 \cdot Z_1} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 29,52 \approx 83,51V$

και συνεπώς από την (1) $\rightarrow V_{dc} = \frac{\pi \cdot 83,51}{4} \approx 65,59V$

β) Συναρτήσεις για τις υπόλοιπες αρμονικές:

$$V_3 = \frac{4V_{dc}}{3\pi} \approx 27,84V$$

$$Z_3 = 53,34\Omega$$

$$I_3 = 0,522A$$

$$V_5 = 16,7V$$

$$Z_5 = 82,31\Omega$$

$$I_5 = 0,202A$$

$$V_7 = \frac{4V_{dc}}{7\pi} \approx 11,93V$$

$$Z_7 = 112,1\Omega$$

$$I_7 = 0,106A$$

Αγνοώντας τις ανώτερες αρμονικές ($> 7^{th}$) το εύρος ρεύμα εξόδου προκύπτει:

$$I_{o,rms} = \sqrt{I_{1,rms}^2 + I_{3,rms}^2 + I_{5,rms}^2 + I_{7,rms}^2 + \dots} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{0,522}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,202}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,106}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2,04A$$

$$\text{και } THDi = \frac{\sqrt{I_{o,rms}^2 - I_{1,rms}^2}}{I_{1,rms}} = \frac{\sqrt{2,04^2 - 2^2}}{2} = 0,2 \text{ ή } 20\%$$

Για το THD_v της τάσης εξόδου, η $V_{o,rms} = V_{dc} = 65,59V$ (4γωνική κυματομορφή) :

$$THD_v = \frac{\sqrt{V_{o,rms}^2 - V_{1,rms}^2}}{V_{1,rms}} = \frac{\sqrt{65,59^2 - \left(\frac{83,51}{\sqrt{2}}\right)^2}}{83,51/\sqrt{2}} = 0,4834 \text{ ή } 48,34\%$$

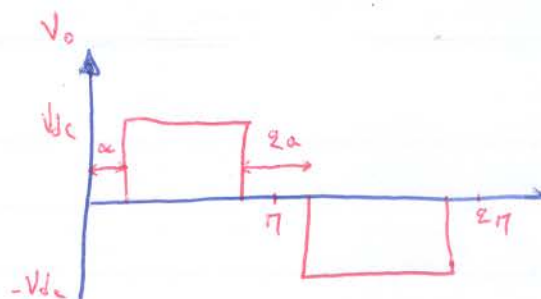
* Η παραμόρφωση αρμονικών ρεύματος είναι μικρότερη λόγω του γιγαντισμού από το πηκίο στο φορτίο

Παράδειγμα 2 8.8 Hart

Inverter 1φ διαβ. πυκνωτή τάσης εξόδου από πηγή $V_{dc} = 125V$ σε φορτίο $R=10\Omega$, $L=20mH$ με συχνότητα $50Hz$.

- α) Ποια η γωνία α ώστε η θεμελιώδης αρμονική της τάσης $V_{o,1} = 90V$
 β) $THDi = ?$ $THDv = ?$

Λύση



Από σχέση 8.20, οι αρμονικές της πυκνωτικής τάσης εξαρτώνται από τη γωνία α , δηλαδή τα πλάτη είναι:

$$|A_n| = \frac{4V_{dc}}{n\pi} |\cos(n\alpha)|$$

για την 1η αρμονική (θεμελιώδη) $\rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left[\frac{\pi \cdot V_1}{4V_{dc}} \right] = \cos^{-1} \left[\frac{\pi \cdot 90}{4 \cdot 125} \right] = 55,57^\circ$
 δέλω $V_1 = 90V$ ονομαστικό πλάτος

Η συνθετική αντίσταση φορτίου (μίζρο) $Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} = \sqrt{100 + 39,48n^2}$

Έτσι:	$V_3 = \frac{4V_{dc}}{3\pi} \cos(3\alpha) = 51,63V$	$Z_3 = 11,81\Omega$	$I_3 = \frac{90}{11,81} = 7,62A$
	$V_5 = \frac{4V_{dc}}{5\pi} \cos 5\alpha = 4,347V$	$Z_5 = 21,33\Omega$	$I_5 = 2,42A$
	$V_7 = 19,89V$ (μικρότερη)	$Z_7 = 32,97\Omega$	$I_7 = 0,13A$
	$V_9 = 13,57V$	$Z_9 = 45,1\Omega$	$I_9 = 0,44A$
		$Z_{11} = 57,43\Omega$	$I_{11} = 0,23A$

Συνεπώς η ενεργός τιμή του $I_{o,rms}$:

$$I_{o,rms} = \sqrt{I_{1,rms}^2 + I_{3,rms}^2 + I_{5,rms}^2 + I_{7,rms}^2 + I_{9,rms}^2} = \sqrt{\left(\frac{7,62}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2,42}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,13}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,44}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,23}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\text{Άρα } THDi = \frac{\sqrt{I_{o,rms}^2 - I_{1,rms}^2}}{I_{1,rms}} = \frac{\sqrt{5,665^2 - \left(\frac{7,62}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\frac{7,62}{\sqrt{2}}} = 32,46\% \text{ ή } 32,46\%$$

Για το $THDv$ δέλω του $V_{o,rms}$. Από σχέση 8.18 Hart έχω:

$$V_{o,rms} = V_{dc} \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{\pi}} = 125 \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 55,57}{180}} = 77,31V$$

$$\text{Ονομαστικό: } THDv = \frac{\sqrt{V_{o,rms}^2 - V_{1,rms}^2}}{V_{1,rms}} = \frac{\sqrt{77,31^2 - \left(\frac{90}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\frac{90}{\sqrt{2}}} = 68,98\% \text{ ή } 68,98\%$$

Παράδειγμα 3 8.19 Hart

Μια ηχηρή $V_{dc} = 250V$ τροφοδοτεί inverter με διακριτική PWM και φορτίο $R = 20\Omega$, $L = 50mH$, με θεμελιώδη συχν. $60Hz$.

α) Ποιος πρέπει να είναι ο συντελεστής διαμόρφωσης πλάτους για να δίνει θεμελ. αρμον. τάσης $V_{1,rms} = 160V$?

β) Αν ο συντ. διαμόρφωσης συχνότητας $m_f = 31$, ποιο το THD?

Λύση

Ο λόγος που θέλω να πετύχω (θεμελ. αρμ./είσοδος) είναι:

$$\frac{V_1}{V_{dc}} = \frac{160\sqrt{2}}{250} \approx 0,9 \quad \text{δηλαδή ο συντ. διαμ. πλάτους θα είναι ίσος με αυτό το λόγο} \Rightarrow m_a = 0,9$$

→ Αν ήθελα παραπάνω πλάτος ($V_1 > V_{dc}$) τότε δε θα έχου η συγκεκριμένη γραμμική σχέση → υπερδιαμόρφωση

$$M_f m_f = 31 = \frac{f_c}{f_{ref}} \quad \text{οι αρμονικές εμφανίζονται σε συχνότητες:}$$

$$f_h = (j m_f \pm k) f_1 \quad \text{όπου για } j=0 \Rightarrow \text{αρμονικές για } \text{άρτιο } k \text{ (και το } f_1 \text{)} \\ j: \text{άρτιο} \Rightarrow \text{αρμονικές για περιττό } k$$

δηλαδή η πρώτη ημερική γωνία ($m_f = 31$) έχει τις αρμονικές:

$$f_h = 31, 29, 33$$

Η δεύτερη ημερική γωνία ($m_f = 31$, $j=2$) έχει τις αρμονικές: $f_h = 61, 59, 63, 65$

Από πίνακα 8.3 (ή άλλους αντίστοιχους) έχουμε για $m_a = 0,9$:

$$V_{31} = 0,71 \cdot V_{dc} = 177,5V$$

$$V_{29} = V_{33} = 0,27 \cdot V_{dc} = 67,5V$$

$$\begin{cases} Z_{29} = \sqrt{20^2 + (29 \cdot 20 \cdot 60 \cdot 50 \cdot 10^{-3})^2} = 547\Omega \\ Z_{31} = 584,68\Omega \\ Z_{33} = 622,35\Omega \\ Z_1 = 27,48\Omega \end{cases}$$

$$\text{Οπότε: } I_{29} = \frac{V_{29}}{Z_{29}} = 0,123A$$

$$I_{31} = \frac{V_{31}}{Z_{31}} = 0,303A$$

$$I_{33} = 0,108A$$

$$\text{Ενώ } I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{160\sqrt{2}}{27,48} = 8,233A$$

$$\text{άρα } THD_i = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_{n,rms}^2}}{I_{1,rms}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{0,123}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,303}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,108}{\sqrt{2}}\right)^2}}{8,233/\sqrt{2}} = 0,0418 \approx 4,18\%$$

⊗ Η προσεγγιστική PSIM βγάζει $THD_i = 4,43\%$

η διαφορά οφείλεται στις ανώτερες αρμονικές

$$\begin{aligned} (2m_f \pm k) \quad & V_{59} = 44,15V \quad V_{65} = 44,23V \\ & V_{61} = 63,9V \quad \dots \\ & V_{63} = 63,76V \end{aligned}$$

8.99 Σχεδιάστε έναν inverter που δίνει μια έξοδο PWM στα άκρα ενός RL φορτίου με $R=30\Omega$ και $L=25mH$. Η θεμελιώδης συχνότητα της τάσης εξόδου ~~πρέπει~~ να είναι $100V_{rms}$ στα $60Hz$ με η συνολική THD του ρεύματος φορτίου μικρότερη από 10% . Καθορίστε την dc τάση εισόδου, το συν. διαμορφ. πλάτους m_a με τη διακοπτική συχνότητα.

Λύση

Το πλάτος της θεμελιώδους αρμονικής της V_o θα είναι:

$$V_{o1} = V_{o,rms} \cdot \sqrt{2} = 100\sqrt{2} = 141V$$

Έστω συν. διαμ. πλάτους $m_a = 0,9$ τότε η dc τάση εισόδου πρέπει να είναι:

$$V_{dc} = \frac{V_{o1}}{m_a} = \frac{141}{0,9} = 157V$$

Συνεπώς, το πλάτος της 1ης αρμονικής του ρεύματος φορτίου θα είναι:

$$I_{o1} = \frac{V_{o1}}{Z_1} = \frac{V_{o1}}{\sqrt{30^2 + (2\pi \cdot 60 \cdot 25 \cdot 10^{-3})^2}} = 4,48A$$

Γνωρίζω ότι το THD είναι: $THD_i = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_{n,rms}^2}}{I_{1,rms}} < 0,1$

Οι αρμονικές στην έξοδο PWM βρέσκονται γύρω της διακοπτικής συχνότητας με εξομάλυνση από τη συχν. του carrier (φίλτρο αέρα). Αυτή θα είναι με η κυρίαρχη από όλες τις ανώτερες αρμονικές. Δηλ

$$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,rms})^2} \approx I_{mf,rms} = \frac{I_{mf}}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{αυτή είναι η κυρίαρχη αρμονική στη συχνότητα του φέροντος σήματος}$$

Πρέπει $\Rightarrow I_{mf} < THD_i \times I_1 = 0,1 \cdot 4,48 = 0,448A$

Βρούμεν αντίσταση σε αυτή τη συχνότητα:

$Z_{mf} = \frac{V_{mf}}{I_{mf}}$ ενώ από τον πίνακα 8.3 φαίνεται ότι για $n=mf$ και $m_a=0,9$ ο λόγος $\frac{V_{mf}}{V_{dc}} = 0,71 \Rightarrow V_{mf} = 0,71 \cdot V_{dc}$

Η ελάχιστη Z_{mf} στη συχνότητα carrier θα είναι:

$Z_{mf} = \frac{0,71 \cdot 157}{0,448} = 249\Omega$ αν είναι μεγαλύτερη βεβαιώνεται ότι θα έχουμε μικρότερο THD

Η συνδ. αντίστασης σε συχν. carrier θα είναι πολύ μεγαλύτερη των
αντίστοιχων φορτίων Φ , οπότε:

$$Z_{mf} \approx \omega L = m_f \cdot \omega_0 \cdot L \quad \omega_0 \text{ η συχνότητα της ταλαντωσης}$$

$\left(m_f = \frac{f_{\text{carrier}}}{f_{\text{reference}}} \right)$

Θα πρέπει λοιπόν: $Z_{mf} = m_f \omega_0 L > 249 \Omega \Rightarrow$

$$m_f > \frac{249}{(2\pi \cdot 60) \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 26,4$$

Συνεπώς επιλέγω ένα μικρό αριθμό, στα σύνορα πάνω στο $m_f = 28$

Η συχνότητα φέρους σήματος θα είναι τότε $f_{\text{carrier}} = m_f \cdot f_{\text{ref}} = 28 \cdot 60 =$
 $= 1740 \text{ Hz}$