

Παράδειγμα 1 Ένας μετωποθέας με δύο κύκλους με διόδο ελασθέρια που έχει $R=12\Omega$ & $L=60\mu H$. Η ηχητική είναι $120V$ σε $60Hz$.
 α) Από τις σειρές Fourier του απορριφένου η/μίζονου στο φορτίο, βρείτε τη dc συνιστώσα του ρεύματος
 β) Βρείτε τα πλάτη των 4 πρώτων ημ-ημδυνικών αρμονικών

Οι σειρές Fourier είναι

$$V_o(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2} \sin(\omega t) - \sum_{n=2,4,6} \frac{2V_m}{(n^2-1)\pi} \cos(n\omega t)$$

δηλαδή ο dc όρος είναι $V_{o,av} = \frac{V_m}{\pi} = \frac{\sqrt{2} \cdot 120}{\pi} = 54,02 V$

Έτσι η dc συνιστώσα του ρεύματος $I_{o,av} = \frac{V_{o,av}}{R} = 4,5 A$

Τα πλάτη των αρμονικών τάσης είναι: Ενώ η σύνθετη αντίστασης διαφέρει συνεχώς.

$$V_1 = \frac{V_m}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 120}{2} = 84,85 V$$

$$Z_n = R + jn\omega L = 12 + jn \cdot 60 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 60 = 12 + jn \cdot 22,62$$

$$V_2 = \frac{2V_m}{(2^2-1)\pi} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 120}{3\pi} = 36,01 V$$

$$Z_1 = 12 + j22,62 \Rightarrow |Z_1| = 25,61 \Omega$$

$$V_4 = \frac{2V_m}{(4^2-1)\pi} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 120}{15\pi} = 7,2 V$$

$$Z_2 = 12 + j45,24 \Rightarrow |Z_2| = 46,8 \Omega$$

$$V_6 = \frac{2V_m}{(6^2-1)\pi} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 120}{35\pi} = 3,09 V$$

$$Z_4 = 12 + j90,48 \Rightarrow |Z_4| = 91,27 \Omega$$

$$Z_6 = 12 + j135,72 \Rightarrow |Z_6| = 136,25 \Omega$$

Συνεπώς τα πλάτη αρμονικών ρεύματος προκύπτουν:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{84,85}{25,61} = 3,31 A$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} = 0,77 A$$

$$I_4 = \frac{V_4}{Z_4} = 0,079 A$$

$$I_6 = \frac{V_6}{Z_6} = 0,022 A$$

Η συνολική rms τιμή του ρεύματος:

$$I_{o,rms} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_{n,rms}^2} = \sqrt{I_0^2 + I_{1,rms}^2 + I_{2,rms}^2 + I_{4,rms}^2 + \dots}$$

$$= \sqrt{4,5^2 + \left(\frac{3,31}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,77}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,079}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,022}{\sqrt{2}}\right)^2} = 5,1 A$$

Η ενεργός ισχύς στο φορτίο: $P_o = I_{o,rms}^2 \cdot R = 5,1^2 \cdot 12 = 312,12 W$

Ενώ ο συντελεστής ισχύος: $PF = \frac{P_o}{S} = \frac{P_o}{V_{s,rms} \cdot I_{s,rms}} \Rightarrow PF = \frac{312,12}{120 \cdot 3,61} = 0,72 \text{ ή } 72\%$

όπου το $I_{s,rms}$ αντιστοιχεί στο ρεύμα εισόδου που ρέει για ωριμό χρόνο $\Rightarrow I_{s,rms} = \frac{I_{o,rms}}{\sqrt{2}} = 3,61 A$

Για την ακρίβεια, αυτό ισχύει όταν το ρεύμα είναι πλήρως εξομαλυνμένο (καθαρό dc). Εφόσον αυτό δεν ισχύει, θα πρέπει να λυθεί το κατάλληλο ολοκλήρωμα (αριθμητικά)

4.43 Hart | 480 V ^{nominal} rms, 60 Hz, RL φορτίο με $R=20\ \Omega$, 6 παλμών

a) Ποια η γωνία έναυσσης για $I_{o,av}=20\text{ A}$

b) $L=?$ έτσι ώστε $I_{o,6} \leq 2\% I_{o,av}$

Λύση

Η μέση τάση εξόδου πρέπει να είναι: $V_{o,av} = I_{o,av} \cdot R = 20 \cdot 20 = 400\text{ V}$

Η μέση τάση εξόδου από ανάρθρωση 6-παλμών:

$$V_{o,av} = \frac{3\sqrt{3}V_m}{\pi} \cos \alpha \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left[\frac{\pi \cdot V_{o,av}}{3\sqrt{3}V_m} \right] = \cos^{-1} \left[\frac{\pi \cdot 400}{3\sqrt{3} \frac{480\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \right] \approx 52^\circ$$

Μέγιστη τιμή
φασικής τάσης $\Rightarrow V_m = \frac{480}{\sqrt{3}} \sqrt{2}\text{ V}$

Οι συντελεστές Fourier ^{τάσης} για συνεχόμενο πείγμα:

$$a_6 = \frac{3\sqrt{3}V_m}{\pi} \left[\frac{\cos(6n+1)\alpha}{6n+1} - \frac{\cos(6n-1)\alpha}{6n-1} \right] = \frac{3 \cdot 480\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \pi} \left[\frac{\cos(7 \cdot 52^\circ)}{7} - \frac{\cos(5 \cdot 52^\circ)}{5} \right] = 114,89$$

$$b_6 = \frac{3\sqrt{3}V_m}{\pi} \left[\frac{\sin(6n+1)\alpha}{6n+1} - \frac{\sin(6n-1)\alpha}{6n-1} \right] = 134,13$$

οπότε, το πλάτος της 6ης αρμονικής της τάσης εξόδου θα είναι:

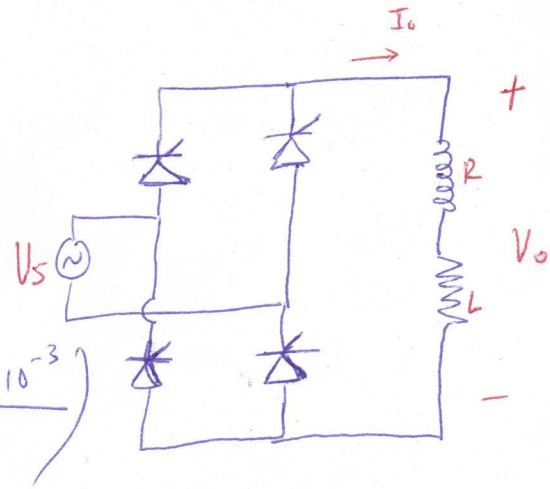
$$V_{o,6} = \sqrt{a_6^2 + b_6^2} = 176,6\text{ V}$$

Ευνενώρ και η 6η αρμονική (δεσμετώντας) του πείγματος εξόδου θα είναι:

$$\left. \begin{aligned} I_{o,6} &= \frac{V_{o,6}}{|Z_6|} \quad \text{όπου } |Z_6| = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} \\ \text{Οπότε, } |Z_6| &= \frac{V_{o,6}}{I_{o,6}} = \frac{176,6}{0,02 \cdot 20} = 441,52\ \Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow L = 0,1949\text{ H}$$

4.29 Hart ^{ελεγχόμενη} I_q πηγής ανόρθωσης, $120V, 60Hz$, φορτίο $L=100mH, R=5\Omega$
 Θέλουμε $I_{o,av}=10A$.

175H



Από 4.29 ~~είναι~~ Hart, για να έχουμε συνεχόμενο ρεύμα πρέπει η γωνία έναυσης να είναι:

$$\alpha \leq \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\pi \cdot 60 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{5}\right) = 82,4^\circ$$

Στην περίπτωση που έχω συνεχόμενο ρεύμα στο φορτίο, η μέση τάση εξόδου είναι:

$$(4.30) \quad V_{o,av} = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{V_{o,av} \cdot \pi}{2V_m}\right) \quad (1)$$

Όπως για να έχουμε μέσο ρεύμα $10A$ στο φορτίο, πρέπει:

$$V_{o,av} = I_{o,av} \cdot R = 10 \cdot 5 = 50V$$

Αντικαθιστώ στην (1) και παίρνω:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{50 \cdot \pi}{2 \cdot 120 \cdot \sqrt{2}}\right) = 62,5^\circ$$

Επειδή $\alpha \leq 82,4^\circ$ έχω οντως συνεχόμενο ρεύμα

Το ρεύμα του φορτίου θα έχει μια κυμάτωση η οποία θα μικραίνει όσο μεγαλώνει το πηνίο. Η κυμάτωση θα οφείτεται στις ανώτερες αρμονικές

$$\text{Όπου } I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{V_n}{|R + jn\omega L|} \quad \text{και } V_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$a_n = \frac{2V_m}{\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\alpha}{n+1} - \frac{\cos(n-1)\alpha}{n-1} \right]$$

$$b_n = \frac{2V_m}{\pi} \left[\frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\alpha}{n-1} \right] \quad n=2,4,6$$

$$a_2 = \frac{2 \cdot 120\sqrt{2}}{\pi} \left[\frac{\cos((2+1) \cdot 62,5)}{3} - \frac{\cos((2-1) \cdot 62,5)}{2-1} \right] = 85,5$$

$$b_2 = \dots = 100,53 \Rightarrow V_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \approx 132V$$

$$\Delta I_o = 2 \cdot 1,75 = 3,5A$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z_e} \approx 1,754$$

$$\text{Ενώ: } Z_e = R + j \cdot 2 \cdot 2\pi \cdot 60 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 5 + j75,39$$

$$\text{και } |Z_e| \approx 75,6\Omega$$