

Παράδειγμα 1

Θέλουμε να τροφοδοτήσουμε μία λήκη ισχύος 100 W, 230V μέσω ενός ρυθμιστή εντάλ. τάσης με μεταβαλλόμενη ισχύ 25-75W από μία πηγή τάς. 230V/50Hz. Ποια η ρυθμίστη της γωνίας έντασης?

Λύση

Η ενέργεια ισχύς που καταναλώνεται στο φορτίο: $P_o = \frac{V_{o,rms}^2}{R}$

$$\text{όπου } V_{o,rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{a}{\pi} + \frac{\sin 2a}{2\pi}}$$

Θεωρώντας την αντίσταση της λήκης σταθερή, από τα ονομαστικά στοιχεία:

$$R = \frac{V_{ov}^2}{P_o} = \frac{230^2}{100} = 529 \Omega$$

Για να έχω ισχύ φορτίου $P_o = 75W$ πρέπει:

$$V_{o,rms} = \sqrt{P_o \cdot R} = \sqrt{75 \cdot 529} \approx 200 V$$

$$\text{Οπότε: } \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{a}{\pi} + \frac{\sin(2a)}{2\pi}} = 200 \Rightarrow \frac{230\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{a}{\pi} + \frac{\sin 2a}{2\pi}} = 200 \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow \boxed{0,243 - \frac{a}{\pi} + \frac{\sin(2a)}{2\pi} = 0} \quad \text{απαιτείται αριθμητική μέθοδος}$$

Έστω αρχική τιμή $\alpha_0 = 40^\circ$, τότε $f(\alpha_0) = 0,177515$

0,6981 rad

$$f'(\alpha_0) = -0,26304$$

$$\text{Ευνερως: } \alpha_1 = 0,6981 - \frac{0,1775}{(-0,26303)} = 1,373 \text{ ή } 78,667^\circ$$

$$\bullet \text{ 1}^\circ \text{ βήμα: } \alpha_1 = 1,373, f(\alpha_1) = -0,13271$$

$$f'(\alpha_1) = -0,61204$$

$$\alpha_2 = 1,15616 \text{ ή } 66,24^\circ$$

$$\text{2}^\circ \text{ βήμα: } \alpha_2 = 1,1561, f(\alpha_2) = -0,00765$$

$$f'(\alpha_2) = -0,5333$$

$$\alpha_3 = 1,141816 \text{ ή } 65,42^\circ$$

$$\text{3}^\circ \text{ βήμα: } \alpha_3 = 1,141816, f(\alpha_3) = -4,9 \cdot 10^{-5}$$

$$f'(\alpha_3) = -0,52648$$

$$\alpha_4 = 1,141723 \text{ ή } \boxed{65,41^\circ} \text{ δέκτι}$$

Μέθοδος Newton

Εάν $f(x) = 0$ μη γραμμική με παράγωγο $f'(x)$, τότε έστω ότι x_0 είναι μία ρίζα.

Μια καλύτερη προσέγγιση είναι η:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Συνεχίζω μέχρι να πετύχω την ακρίβεια που θέλω

Ο συντελεστής ισχύος γιὰ $\alpha = 65,41^\circ$ είναι:

$$PF = \sqrt{1 - \frac{a}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} = \sqrt{1 - \frac{1,141723}{\pi} + \frac{\sin(2 \cdot 65,41)}{2\pi}} = 0,87 \text{ ή } 87\%$$

B) Τώρα πρέπει: $V_{0,rms} = \sqrt{25 \cdot 529} \approx 115 \text{ V}$
 προκύπτει ... $\alpha = 113,8^\circ$

Οι συντελεστές Fourier είναι: $a_1 = \frac{V_m}{\pi} (\cos 2\alpha - 1)$, $b_1 = \frac{V_m}{\pi} \left(\pi - \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right)$

και: $a_n = \frac{V_m}{\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\alpha - 1}{n+1} - \frac{\cos(n-1)\alpha - 1}{n-1} \right]$

όπου: $C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$

$b_n = \frac{V_m}{\pi} \left[\frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\alpha}{n-1} \right]$

Η ολική παραμόρφωση αρμονικών είναι (πρώτος):

$THD_i = \sqrt{\frac{I_{rms}^2}{I_{1,rms}^2} - 1}$ όπου $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{200}{529} = 0,378 \text{ A}$

Για την rms τιμή της πρώτης αρμονικής ^{τάσης} πρέπει να υπολογίσω τα a_1, b_1 :

$a_1 = \frac{230\sqrt{2}}{\pi} [\cos(2 \cdot 65,41) - 1] = -85,609$

$V_1 \approx 260,7 \text{ V}$

$b_1 = \frac{230\sqrt{2}}{\pi} \left[\pi - 1,141723 + \frac{\sin(2 \cdot 65,41)}{2} \right] = 246,235$

Έτσι, η συνάρτηση τιμή $I_{1,rms}$ της 1ης αρμονικής θα είναι:

$I_{1,rms} = \frac{V_1}{\sqrt{2} \cdot R} = \frac{260,7}{\sqrt{2} \cdot 529} = 0,3484 \text{ A}$

και τελικά: $THD_i = \sqrt{\frac{0,378^2}{0,3484^2} - 1} = 0,4202 \text{ ή } 42,04\%$