Κεφάλαιο 5

Ενέργεια συστήματος

Εισαγωγή στην ενέργεια

Οι νόμοι του Νεύτωνα και οι αντίστοιχες αρχές μας επιτρέπουν να λύνουμε μια ποικιλία προβλημάτων.

Ωστόσο, μερικά προβλήματα, που θεωρητικά μπορούν να λυθούν με τους νόμους του Νεύτωνα, στην πράξη λύνονται πολύ δύσκολα.

- Μπορούν όμως να λυθούν ευκολότερα με άλλες τεχνικές.

Η έννοια της ενέργειας είναι πολύ σημαντική στη μηχανική, αλλά και στην επιστήμη γενικότερα.

Κάθε φυσική διεργασία στο σύμπαν περιλαμβάνει ενέργεια και κάποια μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας.

Η ενέργεια είναι μια έννοια που δεν ορίζεται εύκολα.

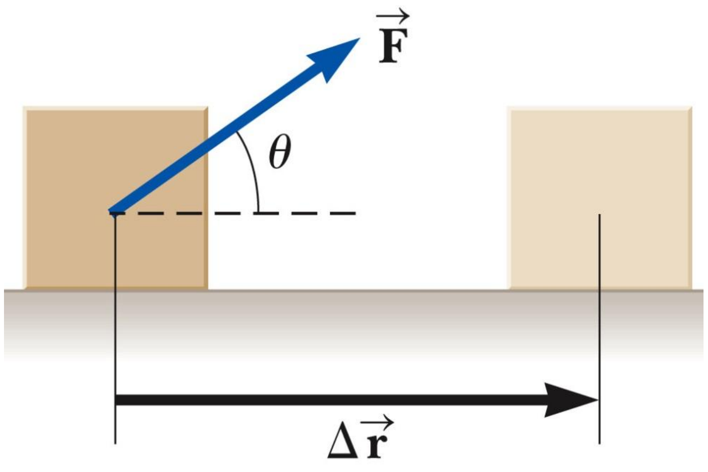
Έργο δύναμης

Το **έργο W** το οποίο παράγει μια σταθερή δύναμη $\vec{\mathbf{F}}$ σε ένα σώμα είναι το γινόμενο του μέτρου της δύναμης, επί τη μετατόπιση του σώματος που προκαλεί αυτή η δύναμη επί το συνημίτονο της μεταξύ τους γωνίας.

$$W = F\,\Delta r\cos\theta$$

- Η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα <u>δεν</u> παράγει έργο αν το σώμα <u>δεν</u> <u>μετατοπιστεί</u>.

- Το έργο που παράγει μια δύναμη που ασκείται σε ένα κινούμενο σώμα <u>είναι μηδενικό</u>, όταν η δύναμη που εφαρμόζεται είναι <u>κάθετη</u> προς τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της.

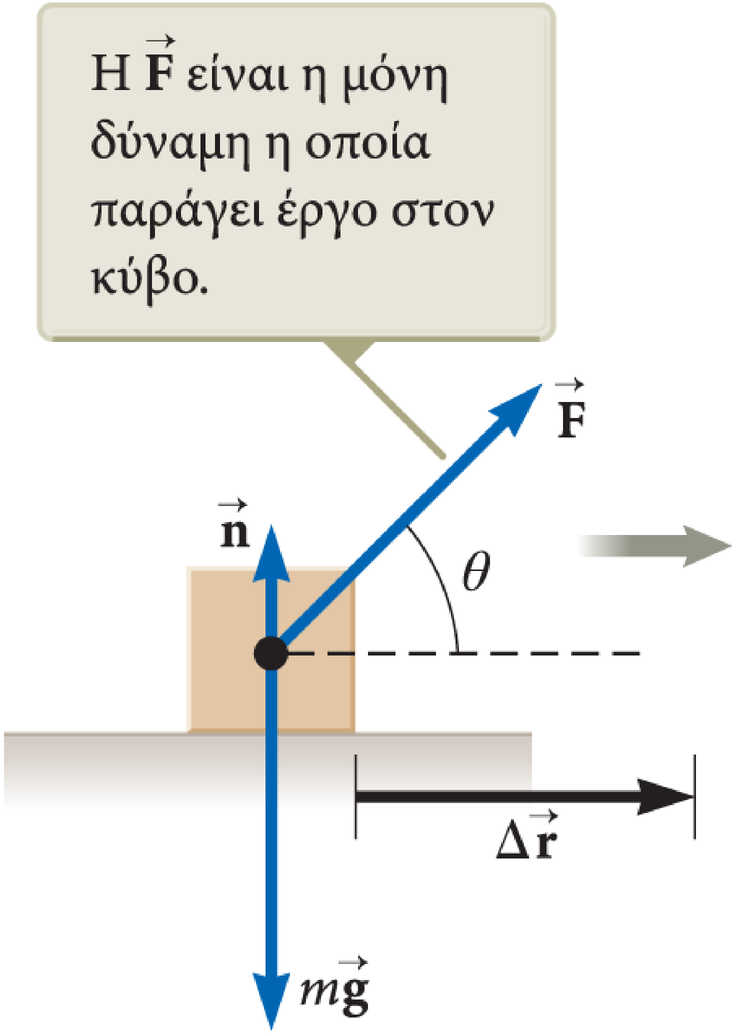


Παράδειγμα έργου

Η κάθετη δύναμη και η βαρυτική δύναμη δεν παράγουν έργο στο σώμα.

- $\cos\theta = \cos 90° = 0$

Η δύναμη $\vec{\mathbf{F}}$ είναι η μοναδική δύναμη που παράγει έργο στο σώμα.



CENGAGE Learning

Περισσότερα για το έργο

Το πρόσημο του έργου εξαρτάται από την κατεύθυνση της δύναμης σε σχέση με τη μετατόπιση.

- Το έργο είναι θετικό όταν η προβολή της $\vec{\mathbf{F}}$ στο $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ έχει ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση.
- Το έργο είναι αρνητικό όταν η προβολή έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της μετατόπισης.

Το έργο είναι βαθμωτό μέγεθος.

Η μονάδα μέτρησης του έργου είναι το joule (J).

- 1 joule = 1 newton · 1 meter = kg · m^2 / s^2
- J = N · m

CENGAGE Learning™

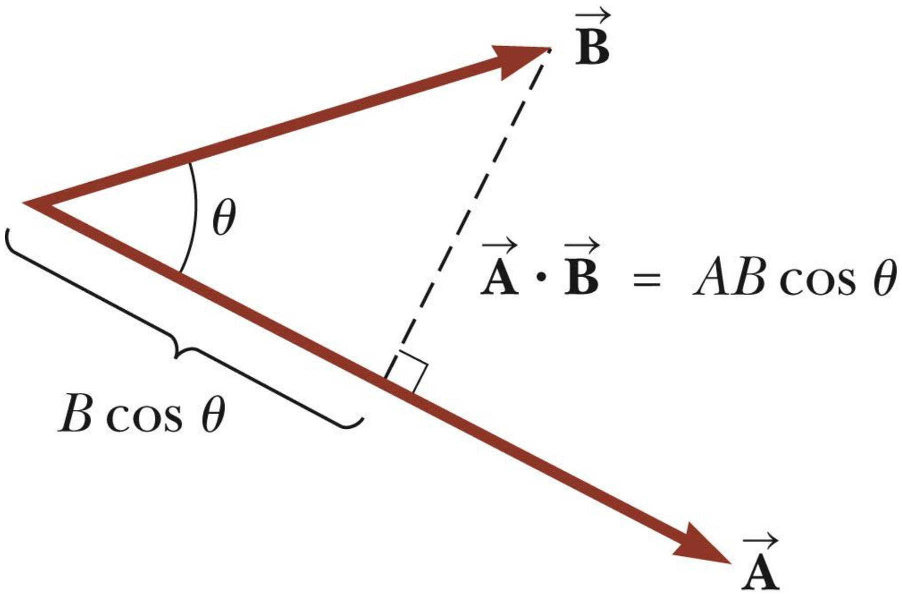
Εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων

Γράφουμε το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων ως $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$.

- Αποκαλείται συχνά και βαθμωτό γινόμενο.

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos\theta$$

- Το θ είναι η γωνία μεταξύ των *A* και *B.*



Αν αντικαταστήσουμε στην εξίσωση του έργου, παίρνουμε

$$W = F\Delta r\cos\theta = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}}$$

Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης

Για να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $W = F\Delta r\ \cos\theta$ η δύναμη F πρέπει να είναι <u>σταθερή</u>

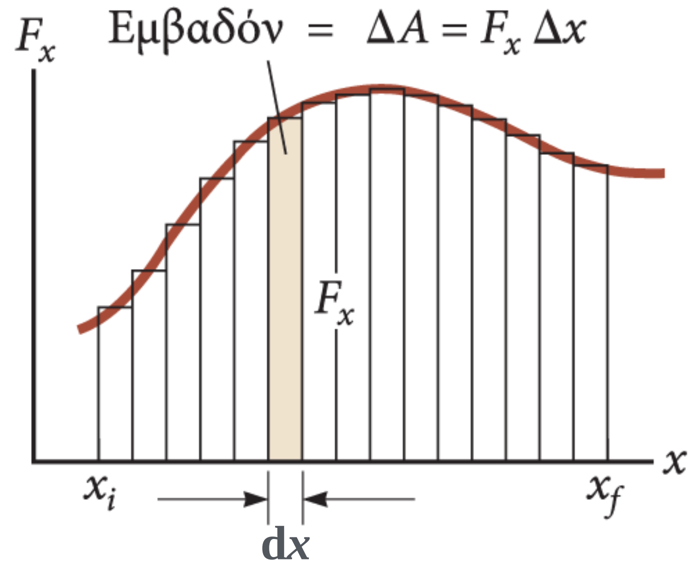
Αν η δύναμη F είναι <u>μεταβαλλόμενη</u>, χωρίζουμε τη μετατόπιση του σώματος (από x_i ως x_f) σε μικρά διαστήματα dx.

Σε κάθε μικρό διάστημα dx, η δύναμη F μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, άρα το έργο της είναι $dW = Fdx$.

Για όλο το διάστημα από x_i ως x_f το συνολικό έργο W της δύναμης είναι το άθροισμα (ολοκλήρωμα)

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F\,\Delta x$$

Το συνολικό έργο που παράγεται κατά τη μετατόπιση από το x_i στο x_f είναι κατά προσέγγιση ίσο με το άθροισμα των εμβαδών όλων των ορθογωνίων.

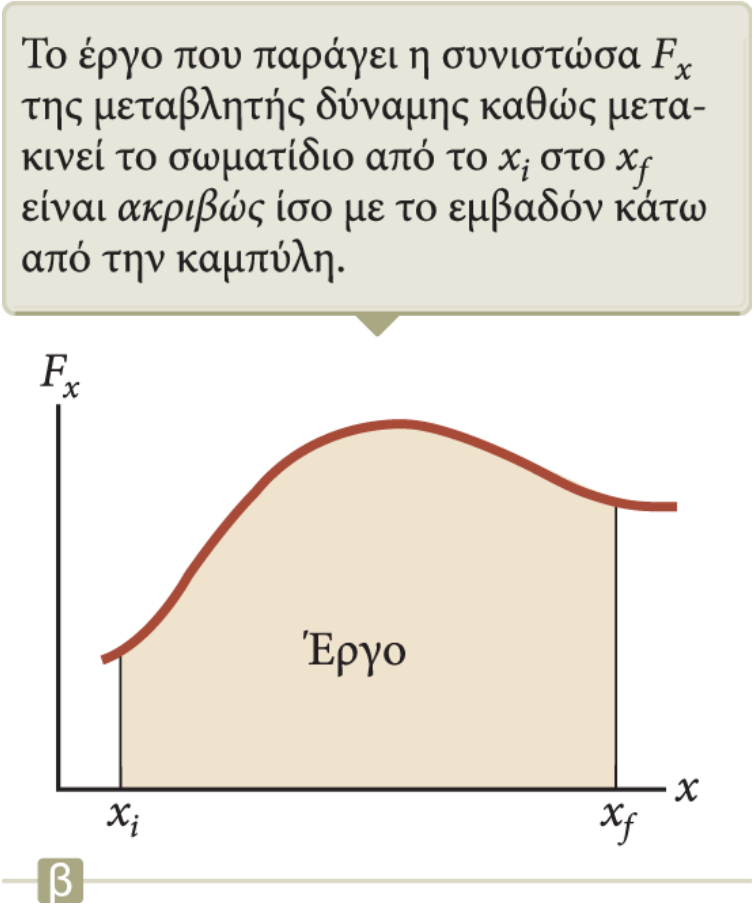


Ενότητα Μ7.4

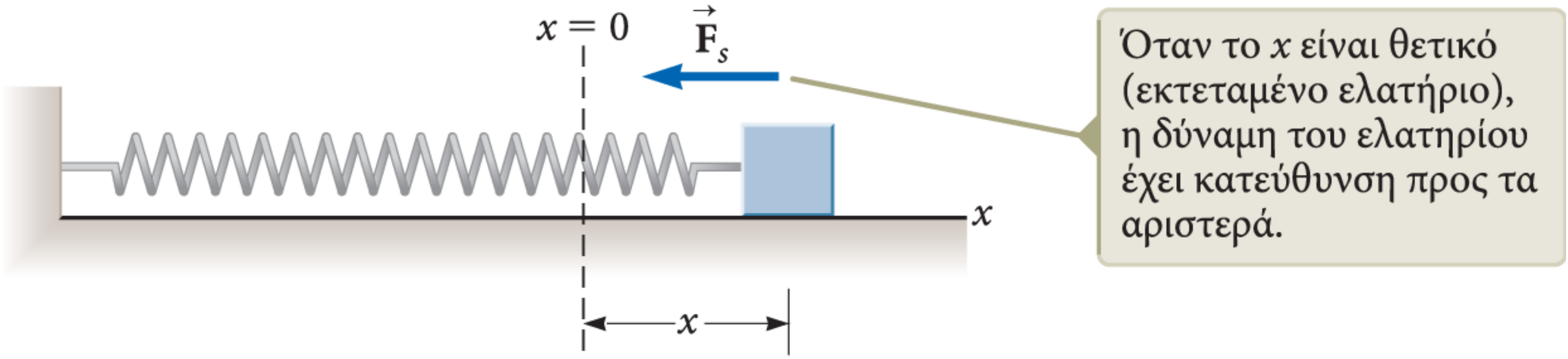
CENGAGE Learning

Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης (*συνέχεια*)

Το έργο που παράγεται είναι ίσο με το εμβαδόν της περιοχής κάτω από την καμπύλη, από το x_i μέχρι το x_f.



Δύναμη ελατηρίου (νόμος του Hooke)



Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο είναι

$$F_s = -kx$$

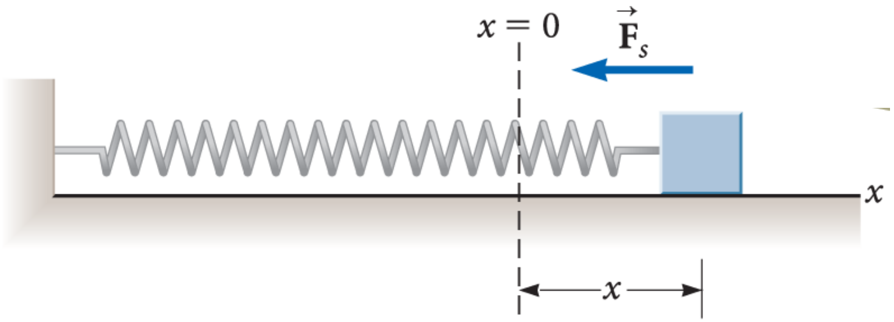
- Το x είναι η θέση του κύβου σε σχέση με τη θέση ισορροπίας ($x = 0$).
- Το k ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου.
- Το k μετράει τη *σκληρότητα* του ελατηρίου.

Ο νόμος αυτός είναι γνωστός ως νόμος του Hooke.

Νόμος του Hooke (*συνέχεια*)

Η διανυσματική μορφή του νόμου του Hooke είναι

$$\vec{\mathbf{F}}_s = -k\,\vec{\mathbf{x}}$$



Όταν το *x* είναι θετικό (το ελατήριο έχει εκταθεί), η F_s είναι αρνητική.

Όταν το *x* είναι ίσο με 0 (στη θέση ισορροπίας), η F_s είναι ίση με 0.

Όταν το *x* είναι αρνητικό (το ελατήριο έχει συμπιεστεί), η F_s είναι θετική.

Έργο που παράγεται από ελατήριο

Ας υποθέσουμε ότι ο κύβος υφίσταται τυχαία μετατόπιση από το $x = x_i$ στο $x = x_f$.

Το έργο που παράγει η δύναμη του ελατηρίου για να μετατοπίσει τον κύβο είναι

$$W = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = -k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx = -k\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_i}^{x_f} = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

- Αν η κίνηση τελειώνει στο σημείο από το οποίο άρχισε, τότε $W = 0$.

Κινητική ενέργεια

Μια πιθανή επίπτωση της παραγωγής έργου σε ένα σώμα είναι η μεταβολή της ταχύτητάς του.

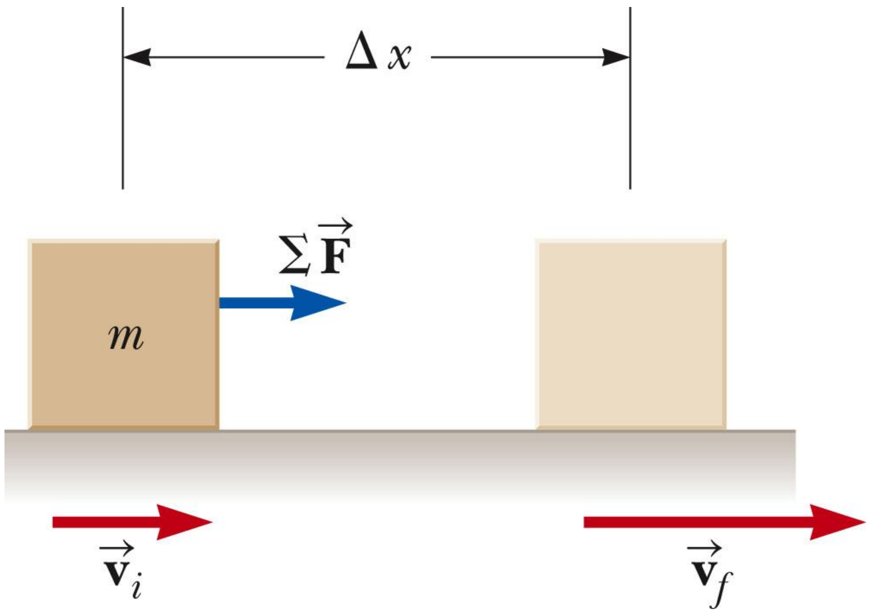
Ορίζουμε σαν **κινητική ενέργεια** ενός σώματος την ενέργεια που σχετίζεται με την κίνησή του.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

- Το K είναι η κινητική ενέργεια.
- Το m είναι η μάζα του σώματος.
- Το v είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος.

Θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας

Σύμφωνα με το **θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας**, το συνολικό έργο που παράγει η (συνισταμένη) δύναμη σε ένα σώμα (ή σύστημα σωμάτων) ισούται με τη μεταβολή της κινητικής του ενέργειας.



Συνολικό έργο; $W = \sum F \Delta x$

Μεταβολή της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

Επομένως: $W = \Delta K = K_f - K_i$ **(Θεώρημα Έργου - Κινητικής Ενέργειας)**

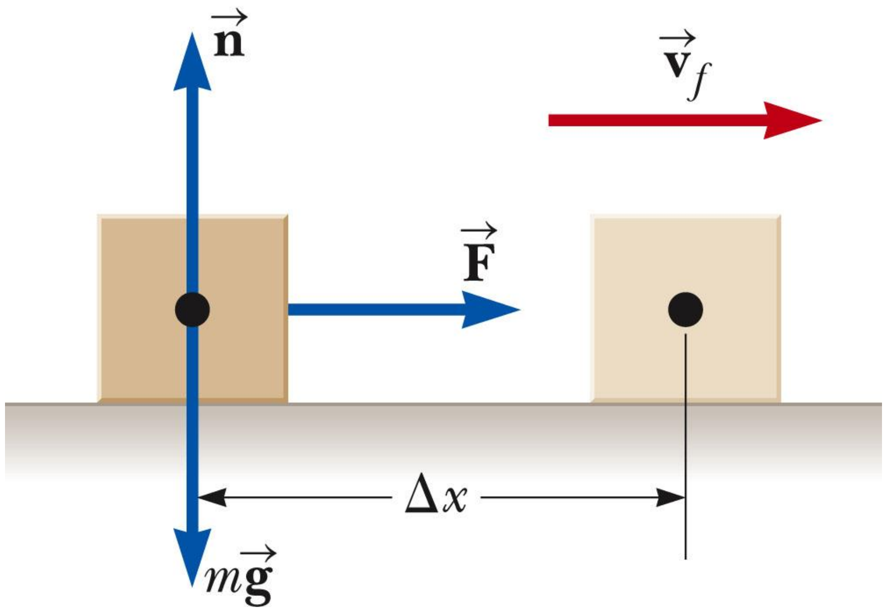
Το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας αναφέρεται στο μέτρο της ταχύτητας (speed) του συστήματος και όχι στην ταχύτητά του (velocity).

Θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας – Παράδειγμα

Το σύστημα είναι ο κύβος, στον οποίο ασκούνται τρεις εξωτερικές δυνάμεις.

Η κάθετη δύναμη και η βαρυτική δύναμη <u>δεν</u> παράγουν έργο επειδή έχουν κατεύθυνση κάθετη προς την κατεύθυνση της μετατόπισης.

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0$$



Μπορείτε να ελέγξετε την απάντηση χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της κινηματικής (πως;).

Δυναμική ενέργεια

Η Κινητική Ενέργεια είναι η ενέργεια που έχει ένα σώμα λόγω της κίνησής του (ταχύτητάς του).

Όταν ένα σώμα (ή σύστημα σωμάτων) αλληλεπιδρά με άλλα σώματα και ασκούνται δυνάμεις πάνω του, λέμε ότι έχει **δυναμική ενέργεια**. Η δυναμική ενέργεια είναι ενέργεια της θέσης ή της κατάστασης του σώματος (όχι της κίνησής του)

- Η δυναμική ενέργεια σχετίζεται μόνο με ορισμένους τύπους δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται μεταξύ των σωμάτων.

Βαρυτική δυναμική ενέργεια

Το σύστημα είναι το βιβλίο.

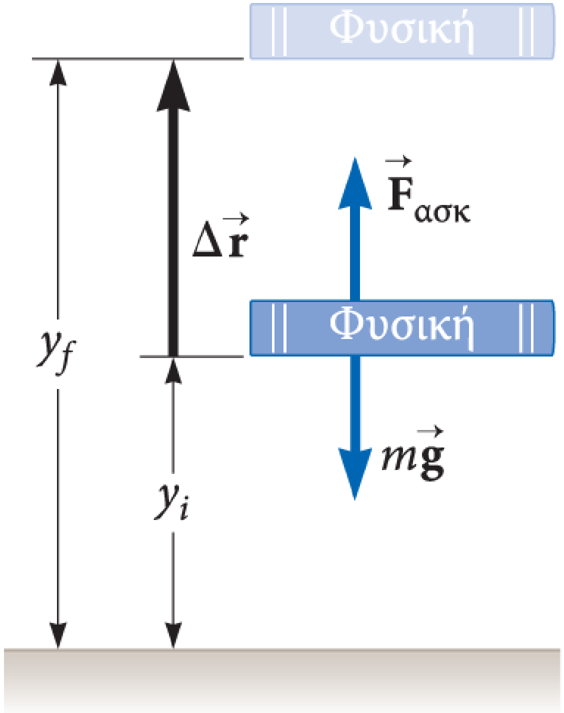
Παράγουμε έργο στο βιβλίο ανυψώνοντας κατακόρυφα

$$\Delta r = y_f - y_i$$

Το έργο που παράγεται στο σύστημα

$W = F_{ασκ}\, \Delta r = mg\, \Delta r = mg\, y_f - mgy_i$

εκδηλώνεται ως αύξηση της ενέργειας του συστήματος.



Ο μηχανισμός αποθήκευσης ενέργειας ονομάζεται **βαρυτική δυναμική ενέργεια** και είναι η ενέργεια που έχει ένα σώμα σε μια δεδομένη θέση πάνω από την επιφάνεια της Γης.

$$\boxed{U_g = mgy}$$

Βαρυτική δυναμική ενέργεια (*συνέχεια*)

Οι μονάδες μέτρησής της ενέργειας (Κινητική ή Δυναμικής) είναι τα joule (J).

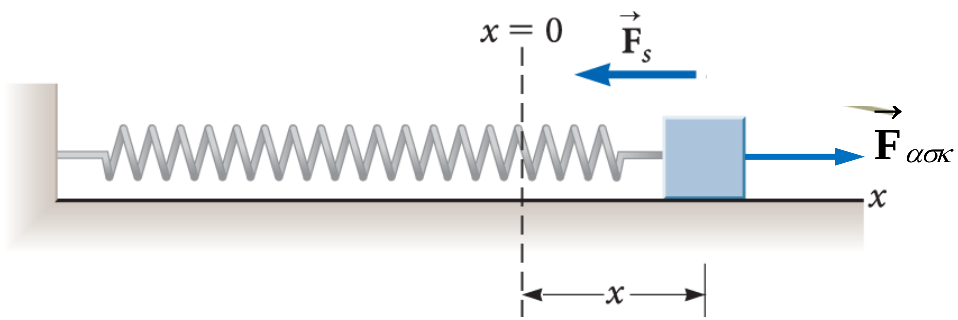
Η βαρυτική δυναμική ενέργεια, όπως κάθε ενέργεια, είναι βαθμωτό μέγεθος.

Η δυναμική ενέργεια σχετίζεται πάντα με μια δύναμη (εδώ, είναι η δύναμη της βαρύτητας)

Ελαστική δυναμική ενέργεια

Η **ελαστική δυναμική ενέργεια** σχετίζεται με τα ελατήρια.

Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο (σε έναν κύβο, για παράδειγμα) είναι $F_s = -kx$.



Το έργο που παράγεται από μια εξωτερική ασκούμενη δύναμη $F_{ασκ}$ σε ένα σύστημα ελατηρίου-κύβου για να το τεντώσει από τη θέση x_i ως τη θέση x_f είναι

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_{ασκ}\,dx = \int_{x_i}^{x_f} kx\,dx = k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_i}^{x_f} = \frac{1}{2}k x_f^2 - \frac{1}{2}k x_i^2$$

Ελαστική δυναμική ενέργεια (*συνέχεια*)

Το έργο είναι ίσο με τη διαφορά μεταξύ της αρχικής και της τελικής τιμής της ποσότητας ½ kx^2 που σχετίζεται με την κατάσταση (την παραμόρφωση) του ελατηρίου.

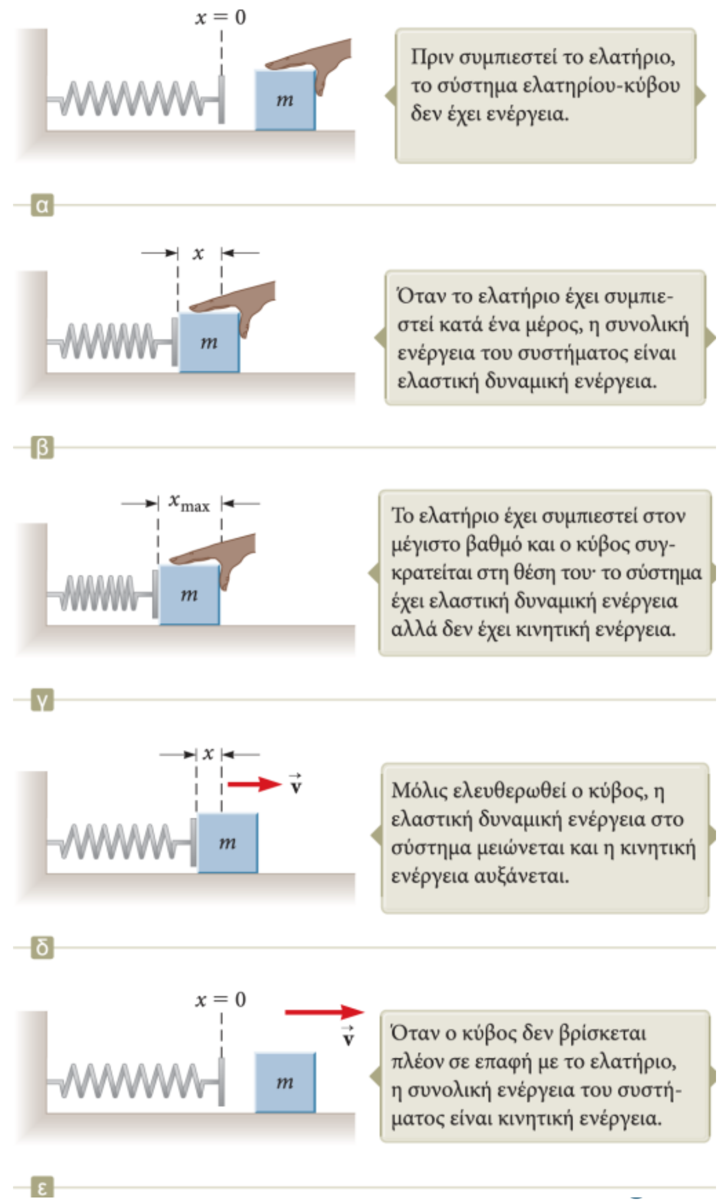
Η σχέση αυτή δίνει την **ελαστική δυναμική ενέργεια**:

$$U_s = \frac{1}{2} k x^2$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ελαστική δυναμική ενέργεια είναι η αποθηκευμένη ενέργεια στο παραμορφωμένο ελατήριο.

Η αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια μπορεί να μετατραπεί σε κινητική ενέργεια.

Παρατηρήστε τι συμβαίνει όταν το ελατήριο συμπιέζεται κατά διάφορες αποστάσεις.



Συντηρητικές δυνάμεις

Μπορούμε να συσχετίσουμε το έργο που παράγουν ορισμένα είδη δυνάμεων σε ένα σωματίδιο με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σωματιδίου.

Γενικά: $$\boxed{W = -\Delta U = U_i - U_f}$$

Το είδος αυτό των δυνάμων ονομάζονται **συντηρητικές** δυνάμεις.

Παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων:

- Βαρύτητα
- Δύναμη ελατηρίου

Το έργο που παράγει μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο, το οποίο κινείται μεταξύ δύο οποιωνδήποτε σημείων, είναι ανεξάρτητο από την τροχιά που ακολουθεί το σωματίδιο.

Το έργο που παράγει μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο, το οποίο ακολουθεί οποιαδήποτε κλειστή τροχιά, είναι μηδενικό.

Συντηρητικές δυνάμεις (*συνέχεια*)

Προσέξτε το αρνητικό πρόσημο στη σχέση $W_{.} = -\Delta U = U_i - U_f$

- Το έργο που παράγει μια συντηρητική δύναμη (όπως η δύναμη του ελατηρίου $F_s = -kx$ ή η δύναμη βαρύτητας mg σε ένα σώμα) μειώνει τη δυναμική ενέργεια του συστήματος
- Το θετικό έργο που παράγει στο σύστημα ένας εξωτερικός παράγοντας (π.χ., μια δύναμη που τεντώνει το ελατήριο ή μια δύναμη που ανεβάζει ένα σώμα σε κάποιο ύψος πάνω από το έδαφος) αυξάνει τη δυναμική ενέργεια του συστήματος.

Μη συντηρητικές δυνάμεις

Οι **μη συντηρητικές** δυνάμεις δεν ικανοποιούν τις ιδιότητες των συντηρητικών δυνάμεων.

Οι μη συντηρητικές δυνάμεις που δρουν μέσα σε ένα σύστημα προκαλούν *μεταβολή* στη μηχανική ενέργεια του συστήματος.

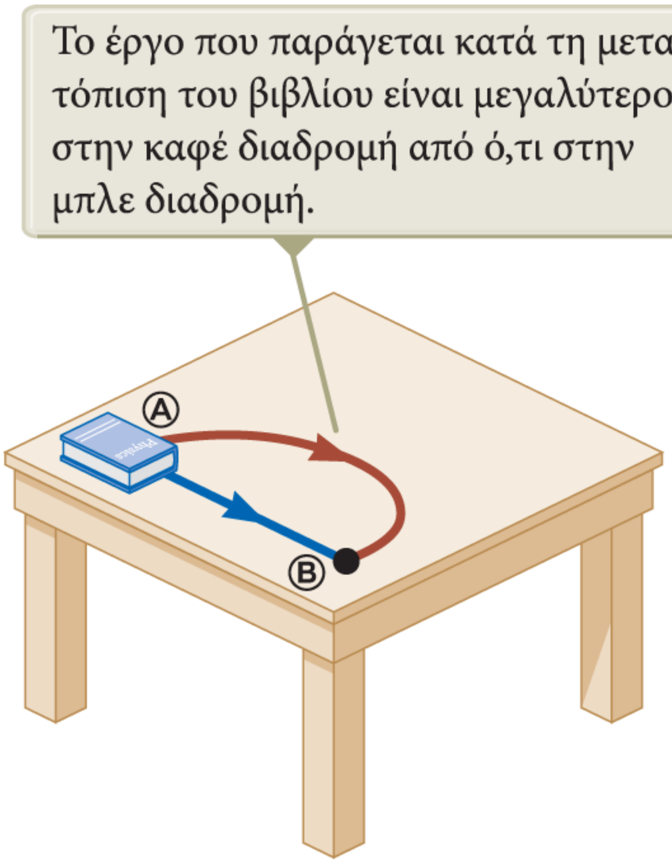
Μηχανική ενέργεια: $$E_{\mu\eta\chi} = K + U$$

- Το *K* περιλαμβάνει την κινητική ενέργεια όλων των κινούμενων στοιχείων του συστήματος.
- Το U περιλαμβάνει όλους τους τύπους δυναμικής ενέργειας του συστήματος.

Παράδειγμα μη συντηρητικής δύναμης: Η τριβή

Αν σύρουμε ένα βιβλίο από τη θέση A στη θέση B, παράγουμε περισσότερο έργο για να αντισταθμίσουμε την τριβή στην καφέ τροχιά από ό,τι στην μπλε τροχιά.

Επειδή το έργο που παράγεται στο βιβλίο εξαρτάται από τη διαδρομή, **η τριβή είναι μια μη συντηρητική δύναμη**.



Διατήρηση της ενέργειας

Σε ένα σώμα (ή σύστημα σωμάτων), στο οποίο δεν δρουν μη συντηρητικές δυνάμεις, η ολική μηχανική του ενέργεια δεν μεταβάλλεται, $\Delta E_{\mu\eta\chi.} = 0$.

Αυτή είναι η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας.

Απαλείφοντας και αναδιατάσσοντας τις μεταβολές ενέργειας, η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας μπορεί να διατυπωθεί απλά σαν:.

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

- Μην ξεχνάτε ότι αυτό ισχύει μόνο για συστήματα στα οποία δρουν συντηρητικές δυνάμεις.

Αν στο σύστημα δρουν μη συντηρητικές δυνάμεις (π.χ., τριβή), κάποια ποσότητα μηχανικής ενέργειας μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια (θερμότητα). Τότε

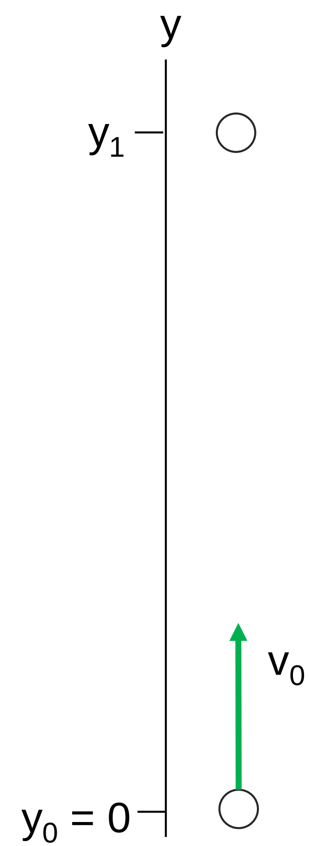
$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = W_T$$

- όπου, W_T είναι το έργο της τριβής (πάντα αρνητικό. Γιατί;)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 10.1 Εκτοξεύοντας ένα βότσαλο

Ένα παιδί χρησιμοποιεί μια σφεντόντα για να εκτοξεύσει ένα βότσαλο μάζας $m = 20$ g από μια θέση y_0 προς τα πάνω με ταχύτητα $v_0 = 25$ m/s. Πόσο ψηλά θα φτάσει το βότσαλο;

ΛΥΣΗ



Στην εικόνα δίπλα, απεικονίζεται μια αναπαράσταση της αρχικής και τελικής θέσης του βότσαλου.

Επειδή οι δυνάμεις στο βότσαλο είναι συντηρητικές

- μόνο η δύναμη της βαρύτητας
- αγνοούμε την αντίσταση του αέρα (τριβή)

ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$K_1 + U_1 = K_0 + U_0$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mg y_1 = \frac{1}{2} m v_0^2 + mg y_0$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 + g y_1 = \frac{1}{2} v_0^2 + g y_0 \quad \Rightarrow \quad 0 + g y_1 = \frac{1}{2} v_0^2 + 0$$

$$y_1 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(25\,\mathrm{m/s})^2}{2(9.8\,\mathrm{m/s}^2)} = \frac{225\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^{2}19}{19.6\,\mathrm{m/s}^{2}19} = 32\,\mathrm{m}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 10.2 Η ταχύτητα μιας μπάλας που πέφτει ελεύθερα

Η μπάλα που απεικονίζεται στο σχήμα δίπλα, αφήνεται από την ηρεμία να πέσει από ύψος h. Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητάς της σε ένα τυχαίο ύψος y και ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος (y = 0)

ΛΥΣΗ

Οι δυνάμεις στη μπάλα είναι συντηρητικές

- μόνο η δύναμη της βαρύτητας
- αγνοούμε την αντίσταση του αέρα (τριβή)

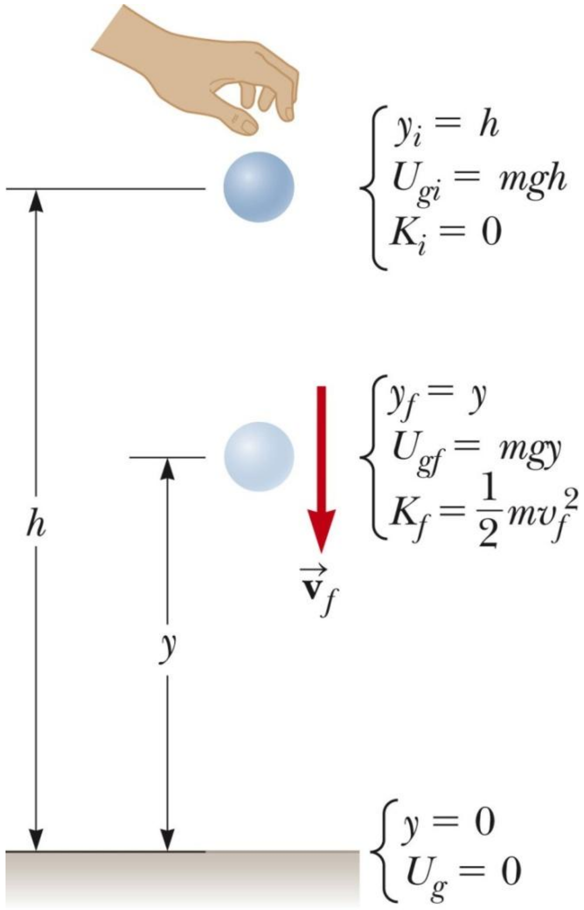
ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy$$

$$gh = \frac{1}{2}v_f^2 + gy$$

$$gh - gy = \frac{1}{2}v_f^2$$



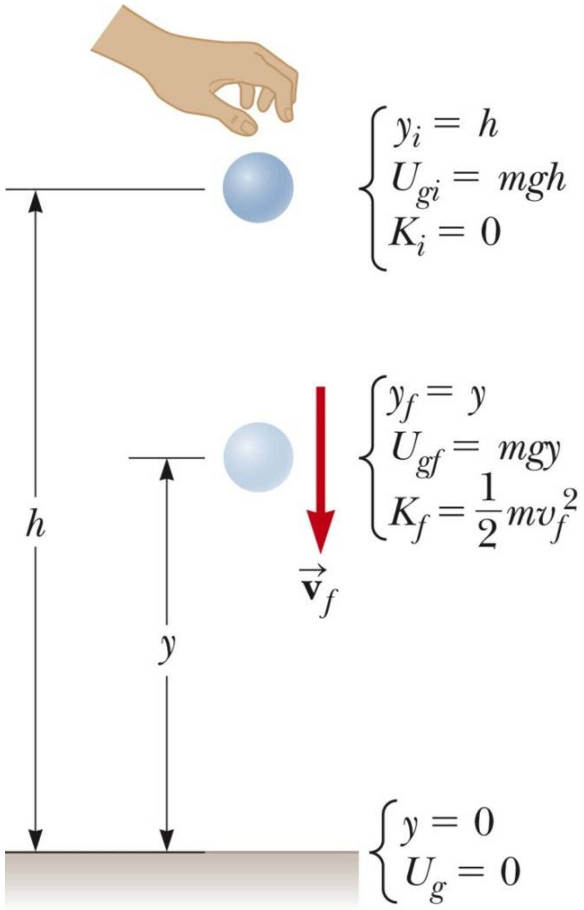
ΛΥΣΗ (*συνέχεια*)

$$gh - gy = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$g(h - y) = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$2g(h - y) = v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{2g(h - y)}$$



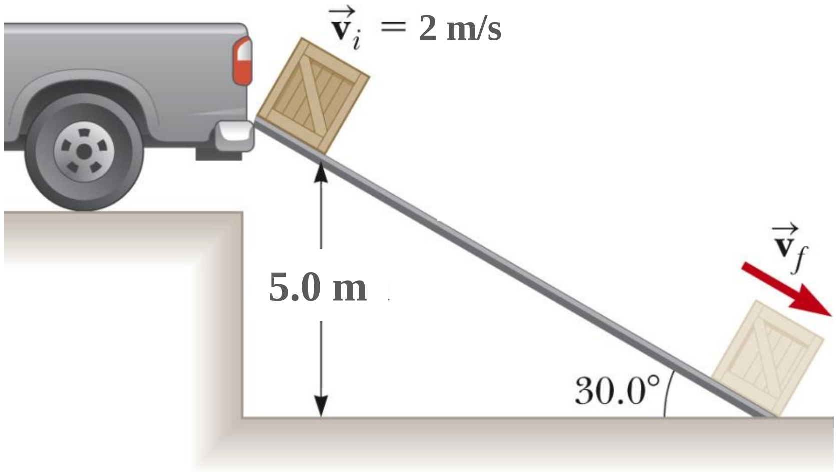
Ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος (y = 0), το μέτρο της ταχύτητας της μπάλας είναι

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 10.3 Η ταχύτητα ενός κιβωτίου που ολισθαίνει σε ράμπα

Ένα κιβώτιο σπρώχνεται με δύναμη από την καρότσα ενός αυτοκινήτου με αρχική ταχήτητα v_i = 2 m/s να ολισθήσει σε μια λεία ράμπα ύψους 5.0 m. Ποιά είναι η ταχύτητα v_f του κιβωτίου στη βάση της ράμπας;

ΛΥΣΗ



Εφόσον η ράμπα είναι λεία, δηλαδή δεν υπάρχουν τριβές στο κιβώτιο, μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

$$\frac{1}{2}v_i^2 + gy_i = \frac{1}{2}v_f^2 + gy_f$$

$$\frac{1}{2}(2\,m/s)^2 + (9.8\,m/s^2)(5.0\,m) = \frac{1}{2}v_f^2 + 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}4\,m^2/s^2 + 49\,m^2/s^2 = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$\Rightarrow \quad 51\,m^2/s^2 = \frac{1}{2}v_f^2 \quad \Rightarrow \quad 102\,m^2/s^2 = v_f^2 \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{102\,m^2/s^2} \approx 10\,m/s$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 10.6 Ένας σώμα που εκτοξεύεται με ελατήριο

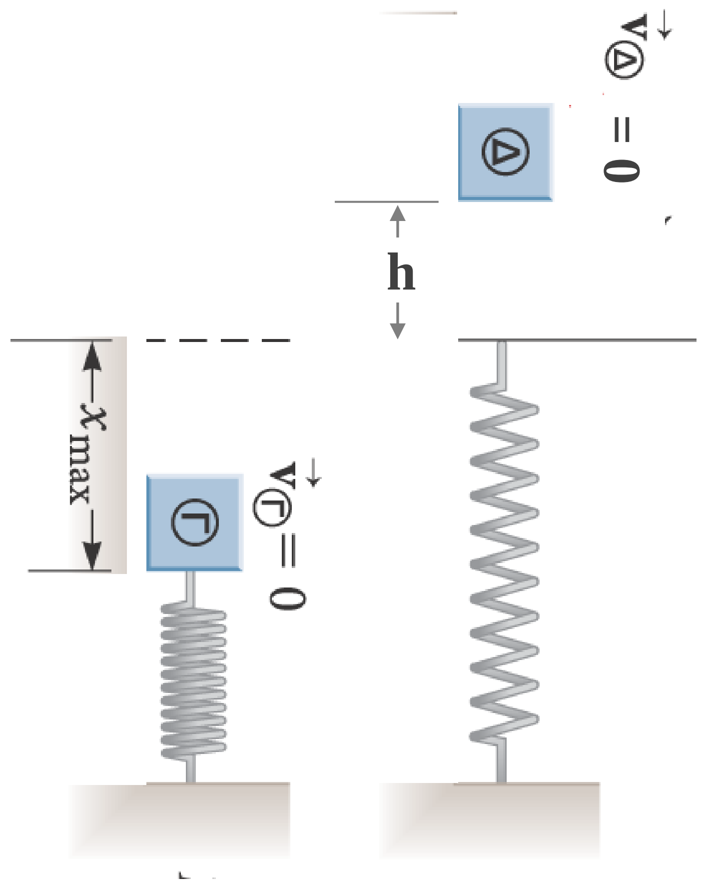
Τοποθετούμε ένα φορτίο μάζας m = 2.0 kg στην κορυφή ενός πολύ ισχυρού ελατηρίου μήκους 2.0 m το οποίο έχει σταθερά $k = 5.0 \times 10^4$ N/m. Στη συνέχεια συμπιέζουμε το ελατήριο προς τα κάτω κατά $x_{max} = 1.20$ m (θέση Γ). Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο θα φτάσει το φορτίο όταν αφήσουμε το ελατήριο ελεύθερο.

ΛΥΣΗ

Αν κατά την κίνηση του φορτίου αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα (τριβή), οι μόνες δυνάμεις που δέχεται είναι η δύναμη της βαρύτητας και η δύναμη από το ελατήριο.

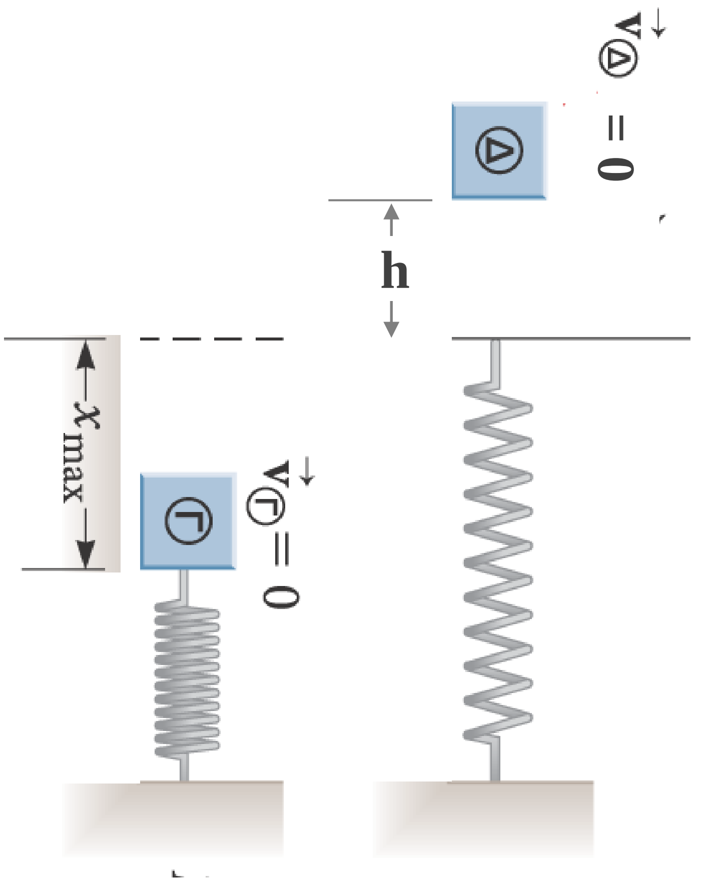
Στη θέση Γ που το σώμα είναι ακίνητο και το ελατήριο έχει τη μέγιστη συμπίεσή του x_{max}, όλη η μηχανική ενέργεια του συστήματος είναι δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

$$E^{\Gamma}_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2} k\, x^2_{max}$$



ΛΥΣΗ (*συνέχεια*)

Στη θέση Δ, όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το φορτίο είναι στιγμιαία ακίνητο στο ψηλότερο σημείο, όλη η μηχανική ενέργεια του συστήματος είναι βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος



$$E^{Δ}_{μηχ} = mg(h + x_{max})$$

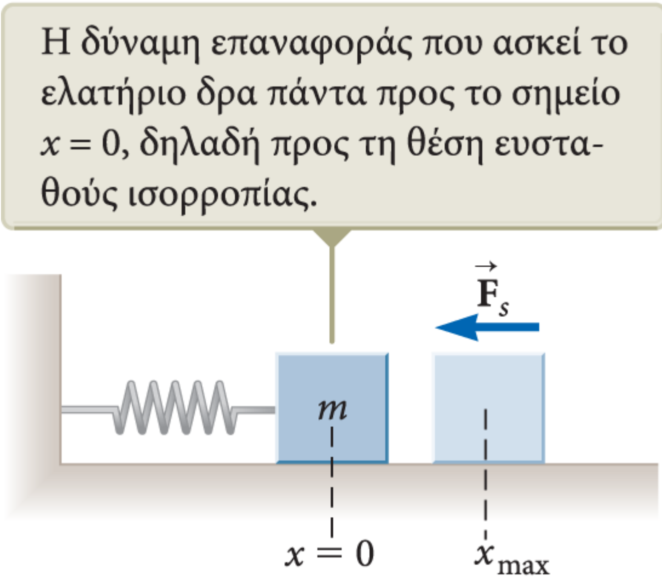
Εφόσον, καθ'όλη την κίνηση του συστήματος φορτίο-ελατήριο, οι δυνάμεις είναι διατηρητικές μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας

$$E^{Γ}_{μηχ} = E^{Δ}_{μηχ} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}k x^2_{max} = mg(h + x_{max})$$

$$\frac{1}{2}(5.0\times10^4\ \text{N/m})(1.20\,\text{m})^2 = (2.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(h + 1.20\,\text{m})$$

$$\Rightarrow \quad 81000\ \text{Nm}) = (19.6\ \text{N})(h + 1.20\ \text{m}) \quad \Rightarrow \quad (h + 1.20\,\text{m}) = \frac{81000\text{Nm}}{19.6\text{N}} \quad \Rightarrow \quad h = 4130\ \text{m}$$

Διαγράμματα ενέργειας και ισορροπία



Μπορούμε να κατανοήσουμε την κίνηση ενός συστήματος από το γράφημα ενέργειας-θέσης.

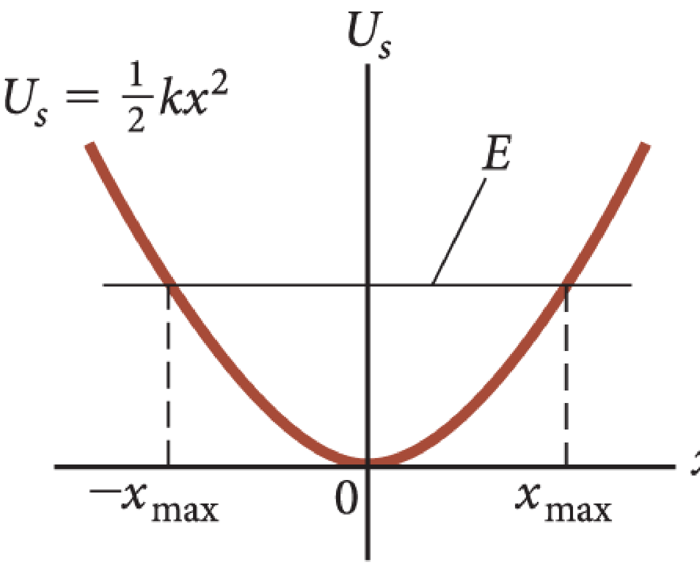
Στο σύστημα κύβου-ελατηρίου, ο κύβος ταλαντώνεται μεταξύ των ακραίων σημείων $x = \pm x_{max}$ στα αποία αλλάζει κατεύθυνση.

Ο κύβος θα επιταχύνει πάντα για να επιστρέψει στη θέση ισορροπίας $x = 0$.

Διαγράμματα ενέργειας και ευσταθής ισορροπία

Η θέση x = 0 είναι θέση ευσταθούς ισορροπίας.

- Οποιαδήποτε μετατόπιση μακριά από τη συγκεκριμένη θέση προκαλεί μια δύναμη με κατεύθυνση προς τη θέση x = 0.



Οι διατάξεις ευσταθούς ισορροπίας αντιστοιχούν στις θέσεις εκείνες για τις οποίες η δυναμική ενέργεια U έχει ελάχιστη τιμή.

Τα ακραία σημεία $x = x_{max}$ και $x = -x_{max}$ είναι τα σημεία αλλαγής κατεύθυνσης.

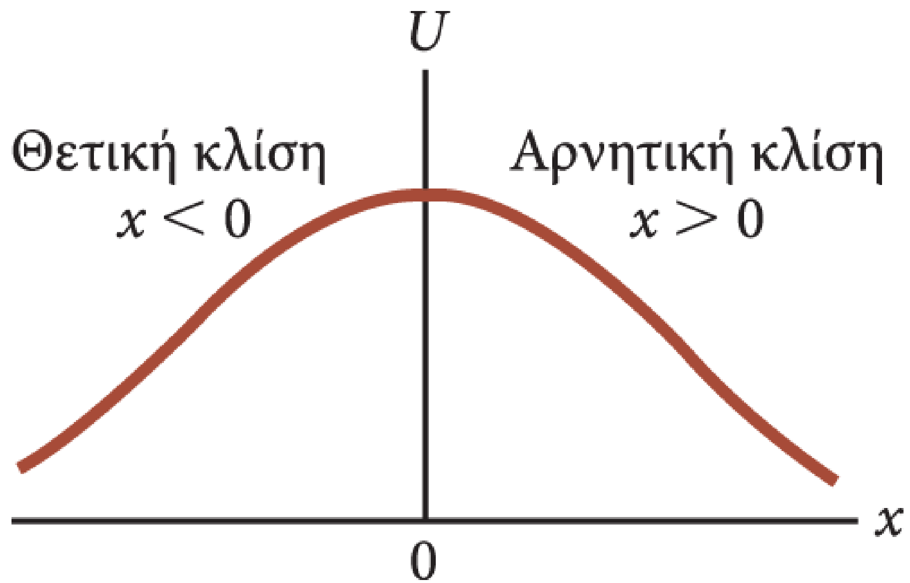
Διαγράμματα ενέργειας και ασταθής ισορροπία

Στη θέση x = 0, η δύναμη F_x = 0, άρα το σωματίδιο βρίσκεται σε ισορροπία.

Για οποιαδήποτε άλλη τιμή του x, το σωματίδιο απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας.

Αυτό είναι ένα παράδειγμα ασταθούς ισορροπίας.

Οι διατάξεις ασταθούς ισορροπίας αντιστοιχούν σε εκείνες τις θέσεις για τις οποίες η δυναμική ενέργεια U έχει μέγιστη τιμή.



Ουδέτερη ισορροπία

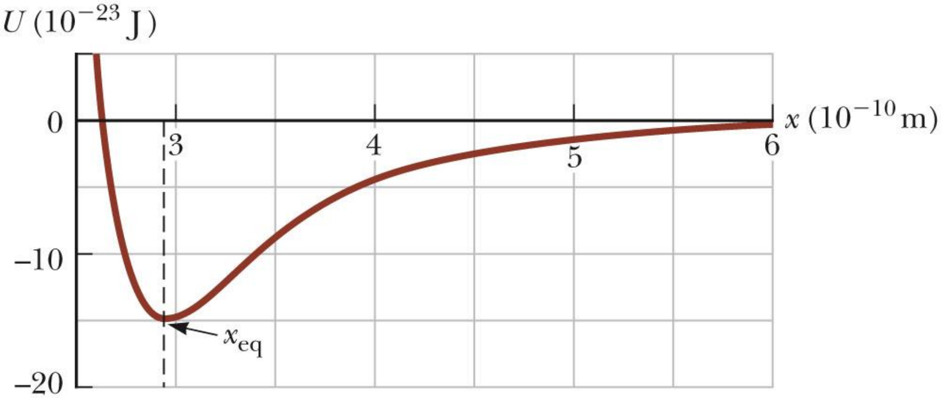
Όταν η δυναμική ενέργεια *U* είναι σταθερή σε κάποια περιοχή, προκύπτει μια διάταξη που ονομάζεται **ουδέτερη ισορροπία**.

Οι μικρές μετατοπίσεις ενός σώματος από κάποια θέση στην περιοχή αυτή δεν παράγουν καθόλου δυνάμεις.

Δυναμική ενέργεια στα μόρια

Η δυναμική ενέργεια που σχετίζεται με τη δύναμη μεταξύ δύο ουδέτερων ατόμων σε ένα μόριο μπορεί να μοντελοποιηθεί από τη συνάρτηση δυναμικής ενέργειας των Lennard-Jones.

$$U(x) = 4 \in \left[\left(\frac{\sigma}{x} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x} \right)^{6} \right]$$



Βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης (υπολογίζοντας την παράγωγο και εξισώνοντάς την με 0) για να βρείτε την απόσταση ευσταθούς ισορροπίας.

Στο γράφημα της συνάρτησης των Lennard-Jones φαίνεται η πιο πιθανή απόσταση μεταξύ των ατόμων στο μόριο (ελάχιστη ενέργεια).

ΤΕΛΟΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ