Κεφάλαιο 1

Κίνηση σε μία διάσταση

Κινηματική

Περιγράφει την κίνηση, αγνοώντας τις αλληλεπιδράσεις με εξωτερικούς παράγοντες που ενδέχεται να προκαλούν ή να μεταβάλλουν την κίνηση.

Προς το παρόν, θα μελετήσουμε την κίνηση σε μία διάσταση.

- Ευθύγραμμη κίνηση

Η κίνηση ενός σώματος είναι η συνεχής αλλαγή της θέσης του.

Είδη κίνησης

1. **Μεταφορική**
   - Παράδειγμα: Ένα αυτοκίνητο που κινείται στον δρόμο.
2. **Περιστροφική**
   - Παράδειγμα: Η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της.
3. **Ταλάντωση**
   - Παράδειγμα: Η παλινδρομική κίνηση ενός εκκρεμούς.

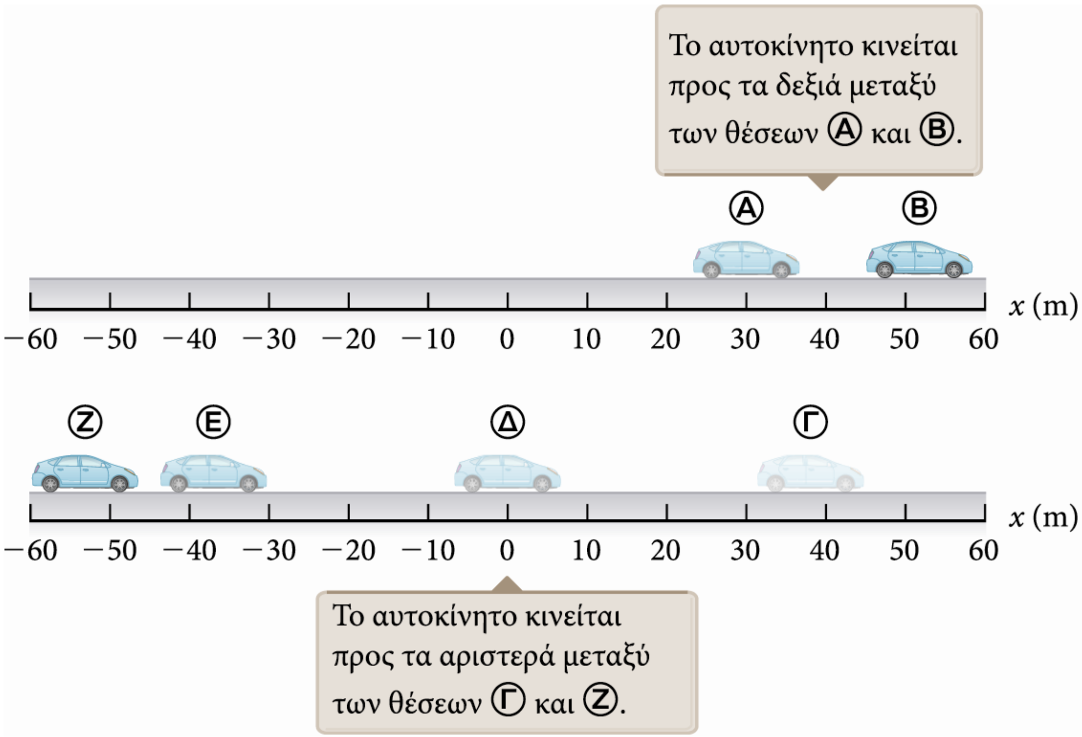
ενδιαφέρει μόνο η μεταφορική κίνηση (όχι η περιστροφική), οπότε ένα κινούμενο σώμα το θεωρούμε ως σωματίδιο.

Π.χ., την κίνηση ενός αυτοκινήτου θα την αναπαριστούμε με ένα κινούμενο σωματίδιο με μάζα ίση με

Μας τη μάζα του αυτοκινήτου

Θέση

Η **θέση** ενός σώματος είναι το σημείο που βρίσκεται σε σχέση με κάποιο επιλεγμένο σημείο αναφοράς.



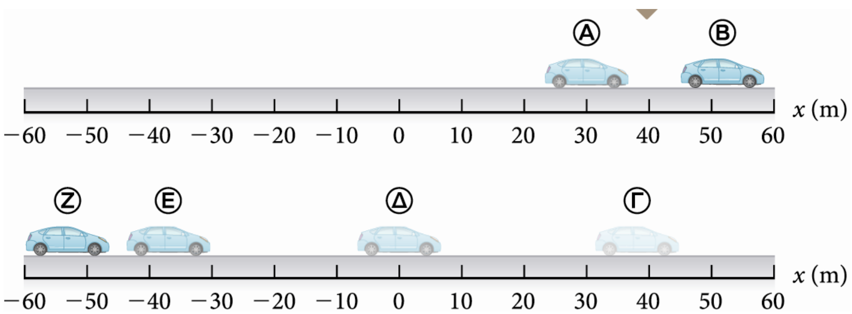
Η θέση του αυτοκινήτου σε διάφορες χρονικές στιγμές

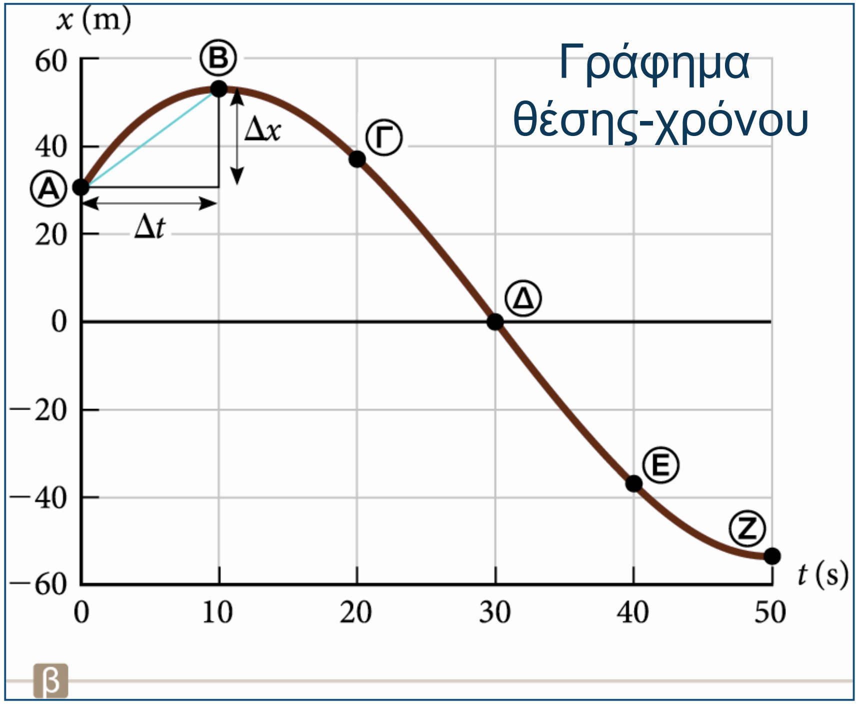
Θέση	***t*** **(s)**	***x*** **(m)**
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Γ	20	38
Δ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓩ	50	−53

- Η θέση είναι <u>διανυσματικό μέγεθος</u>.

Γράφημα θέσης-χρόνου

Η κίνηση του σωματιδίου (αυτοκινήτου) φαίνεται στο **γράφημα θέσης-χρόνου**.





Μετατόπιση

Όταν ένα σωματίδιο κινείται κατά μήκος του άξονα x από μια αρχική θέση x_i σε μια τελική θέση x_f, η μετατόπισή του, που συμβολίζεται με Δx, είναι

$$\Delta x = x_f - x_i$$

- Η μετατόπιση σαν διαφορά διανυσματικών μεγεθών (θέσεων x) είναι <u>διανυσματικό μέγεθος</u>
- Οι μονάδες μέτρησης στο SI είναι τα μέτρα (m).
- Η μετατόπιση Δx μπορεί να είναι θετική ή αρνητική.

Μέση ταχύτητα

Η **μέση ταχύτητα** ενός σωματιδίου κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος ισούται με το πηλίκο της μετατόπισης Δx προς το χρονικό διάστημα Δt κατά το οποίο συμβαίνει η μετατόπιση

$$\boxed{v_{\mathbf{avg}} \text{ ή } v_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}}$$

- Η μέση ταχύτητα σαν πηλίκο διανυσματικού μεγέθους (Δx) προς βαθμωτό (Δt) είναι διανυσματικό μέγεθος
- Οι μονάδες μέτρησης της μέσης ταχύτητας στο σύστημα SI είναι τα m/s

Στιγμιαία ταχύτητα

Η **στιγμιαία ταχύτητα** (ή, απλώς, **ταχύτητα**) ενός σωματιδίου είναι η ταχύτητα που έχει το σωματίδιο κάθε χρονική στιγμή.

Η στιγμιαία ταχύτητα ορίζεται σαν το όριο του λόγου $\Delta x / \Delta t$ καθώς το Δt τείνει στο μηδέν. Εξ'ορισμού το όριο αυτό ισούται με την παράγωγο του x ως προς το t.

$$\boxed{v_x \equiv \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

- Η στιγμιαία ταχύτητα είναι <u>διανυσματικό μέγεθος</u>
- Μπορεί να είναι θετική, αρνητική, ή μηδενική.

Στιγμιαία ταχύτητα και μέση ταχύτητα – Γράφημα

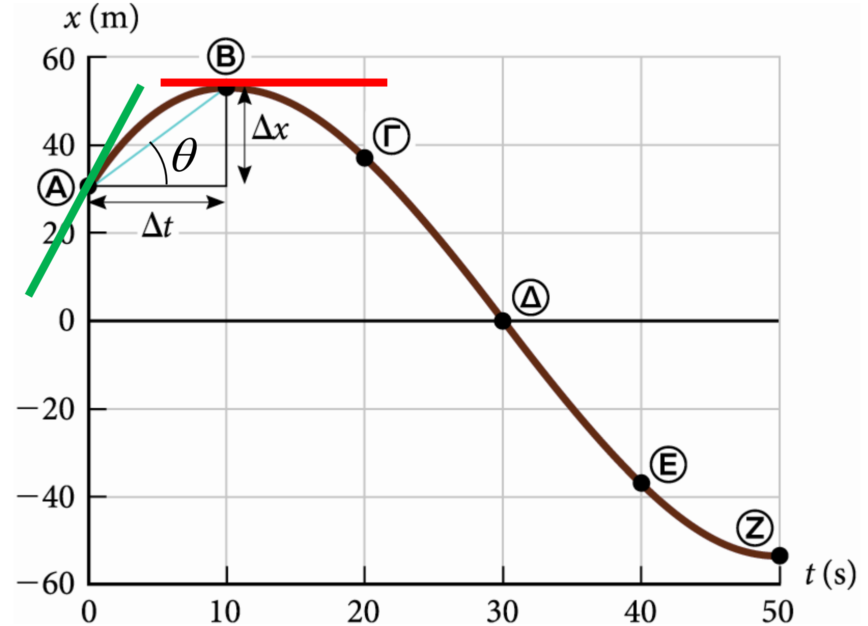
Η μέση ταχύτητα δίνεται από την **κλίση** της γαλάζιας ευθείας AB που ενώνει αρχική με τελική θέση στη γραφική παράσταση θέσης – χρόνου ($x-t$)

$$v_{\mathbf{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

Η στιγμιαία ταχύτητα ισούται με την κλίση της εφαπτομένης σε ένα σημείο

Παράδειγμα:

- Η κλίση της πράσινης ευθείας δίνει την ταχύτητα του σώματος όταν περνάει από το σημείο A
- Η κλίση της κόκκινης ευθείας δίνει την ταχύτητα του σώματος όταν περνάει από το σημείο B



Ομαλή κίνηση

Αν ένα σωματίδιο κινείται **ευθύγραμμα** με **σταθερό μέτρο ταχύτητας** η κίνησή του λέγεται **ομαλή**

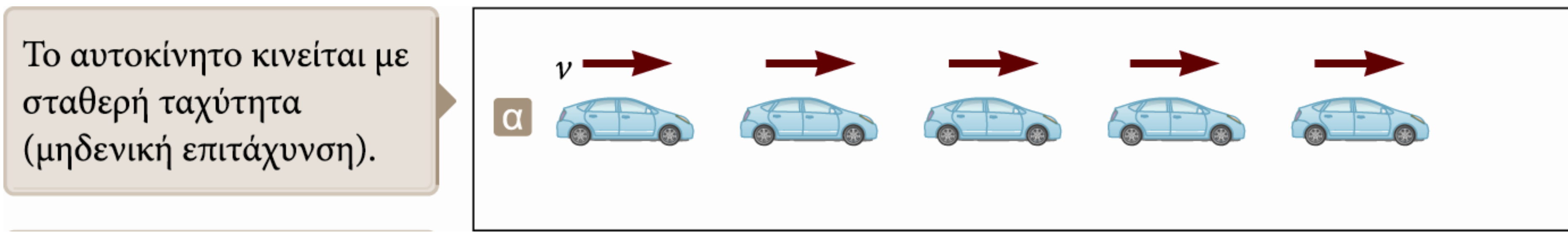
Στην ομαλή κίνηση, η (στιγμιαία) ταχύτητά v του σωματιδίου ισούται με τη μέση ταχύτητα v_{avg} και, επομένως, δίνεται από τη σχέση

$$v = v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ενώ η θέση του δίνεται από τη σχέση

$$x_f = x_i + v\,\Delta t$$

Σταθερή ταχύτητα: Διάγραμμα κίνησης



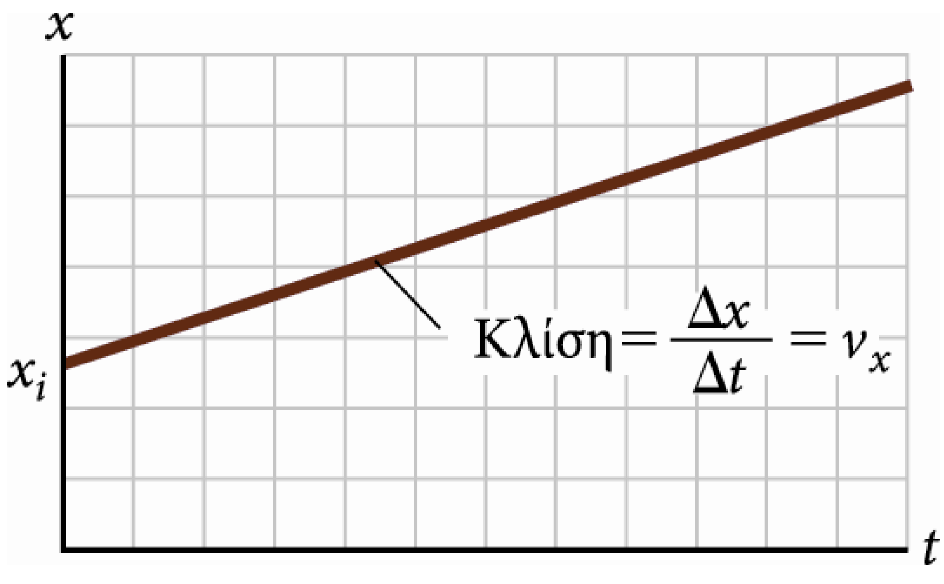
- Οι εικόνες του αυτοκινήτου ισαπέχουν.
- Το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα (φαίνεται από το γεγονός ότι τα κόκκινα βέλη έχουν σταθερό μήκος). Η κίνηση είναι <u>ομαλή</u>
- Η επιτάχυνση είναι μηδενική.

Ομαλή κίνηση – Γράφημα

Το γράφημα θέσης - χρόνου (x – t) στην ομαλή κίνηση είναι μια ευθεία γραμμή (γιατί;)

Η **κλίση** του γραφήματος είναι ίση με την τιμή της σταθερής ταχύτητας. Απότομες κλίσεις αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες ταχύτητες.

Η τομή με τον άξονα x (η τεταγμένη) είναι η αρχική θέση x_i.

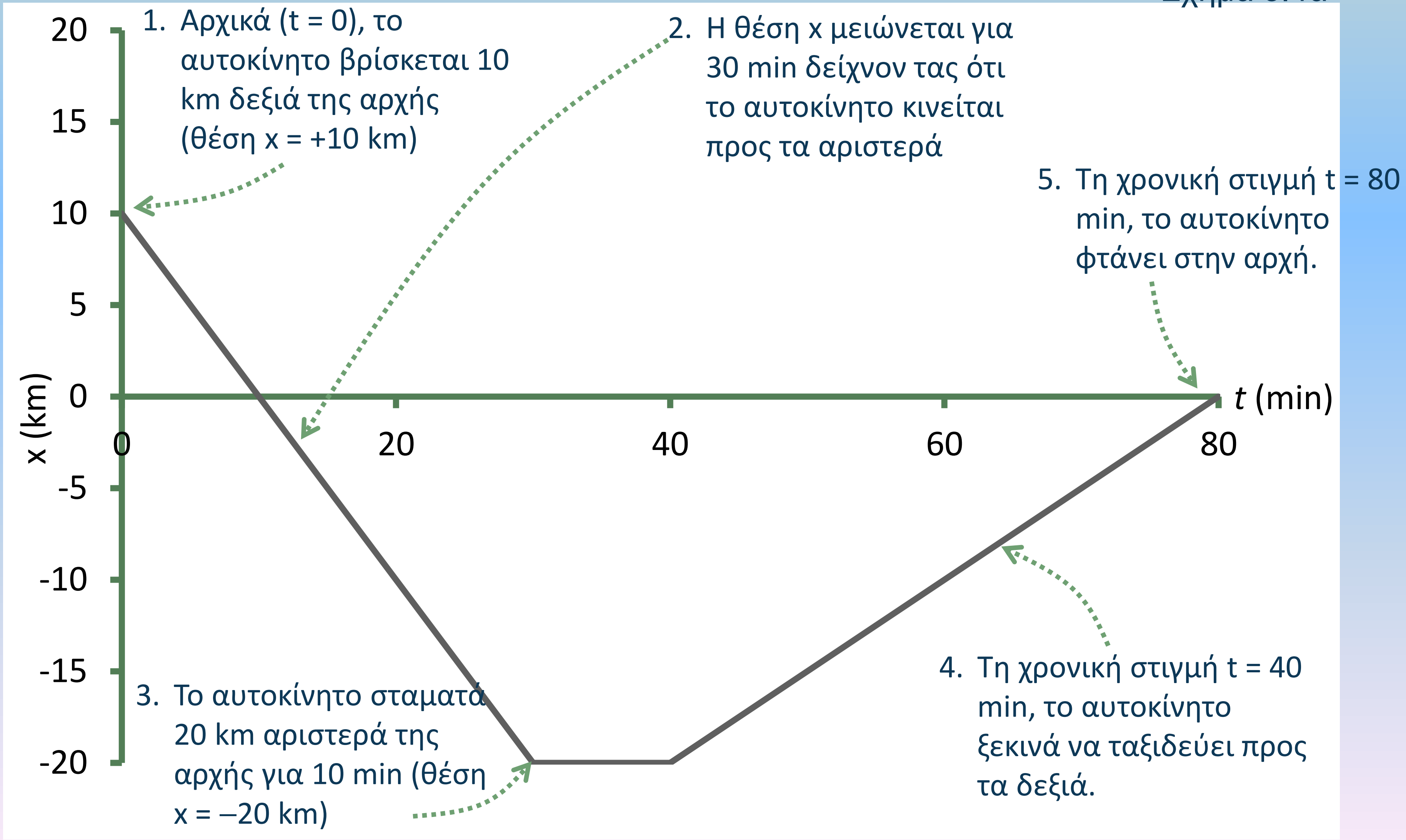


CENGAGE Learning

Πρόβλημα **3.1** Επεξηγώντας ένα γράφημα θέσης

Το γράφημα στο Σχήμα 3.4α απεικονίζει την κίνηση ενός αυτοκινήτου κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου. Περιγράψτε την κίνηση του αυτοκινήτου.

Σχήμα 3.4α



Μέση επιτάχυνση

Η μέση επιτάχυνση ενός σωματιδίου ορίζεται ως ο λόγος της μεταβολής της ταχύτητάς του Δv_x προς το χρονικό διάστημα Δt κατά το οποίο συμβαίνει η μετατόπιση:

$$\boxed{\alpha_{\text{avg}} \text{ ή } \alpha_{\text{μέση}} \equiv \frac{\Delta \text{v}}{\Delta t}}$$

- Σαν πηλίκο ενός διανυσματικού μεγέθους (Δv) προς ένα βαθμωτό μέγεθος (Δt), η επιτάχυνση είναι <u>διανυσματικό μέγεθος</u>
- Οι μονάδες μέτρησης της στο SI είναι τα m/s².
- Σε μία διάσταση, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε θετικά και αρνητικά πρόσημα για να δείξουμε την κατεύθυνσή της.

Στιγμιαία επιτάχυνση

Η **στιγμιαία επιτάχυνση** ισούται με το όριο του λόγου $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ (δηλαδή, της μέσης επιτάχυνσης) καθώς το Δt τείνει στο 0.

Εξ ορισμού, αυτό το όριο ισούται με την παράγωγο της v_x ως προς t, δηλαδή, με το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

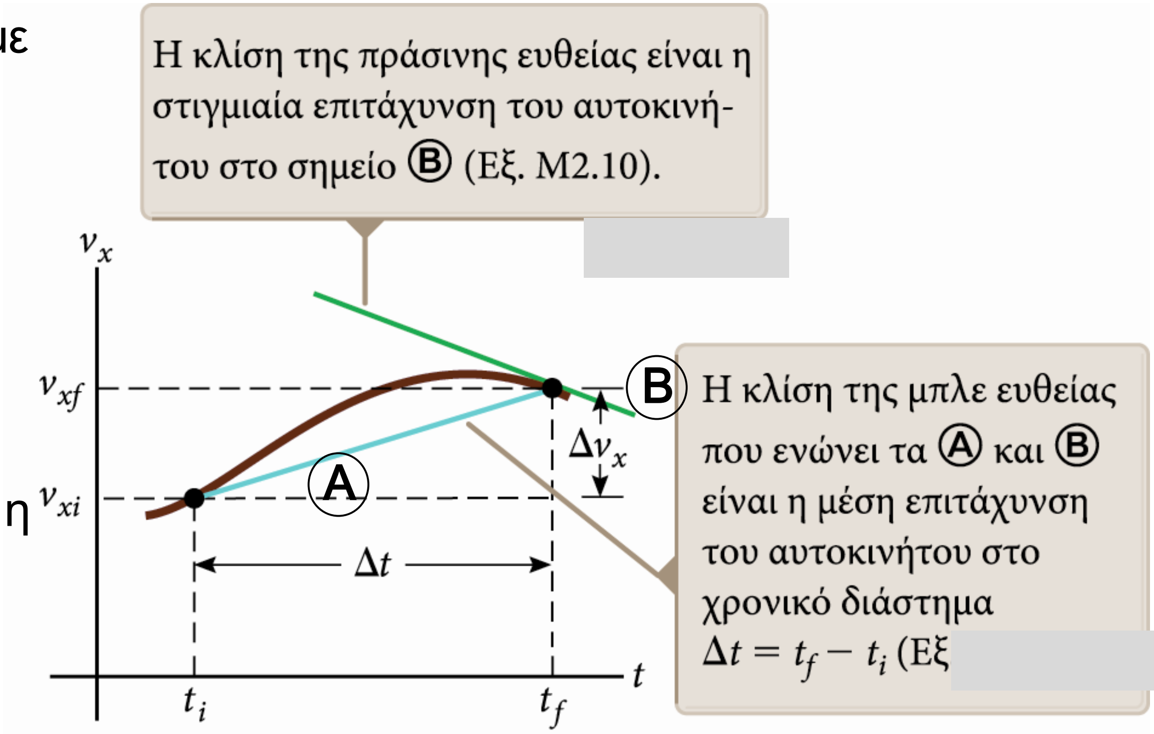
- Με τον όρο επιτάχυνση θα εννοούμε στιγμιαία επιτάχυνση.
- Όταν αναφερόμαστε στη μέση επιτάχυνση, θα χρησιμοποιούμε πάντοτε το επίθετο μέση (α_{avg}).

Στιγμιαία επιτάχυνση και μέση επιτάχυνση – Γράφημα

Η στιγμιαία επιτάχυνση ισούται με την **κλίση** του γραφήματος ταχύτητας - χρόνου ($v_x - t$).

Παράδειγμα:

- Η κλίση της πράσινης ευθείας είναι η στιγμιαία επιτάχυνση.
- Η κλίση της μπλε ευθείας είναι η μέση επιτάχυνση.



Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

Η κίνηση με σταθερή επιτάχυνση ονομάζεται **ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**.

Στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, η (στιγμιαία) επιτάχυνση α του σωματιδίου ισούται με τη μέση επιτάχυνσή του α_{avg} και, επομένως, δίνεται από τη σχέση

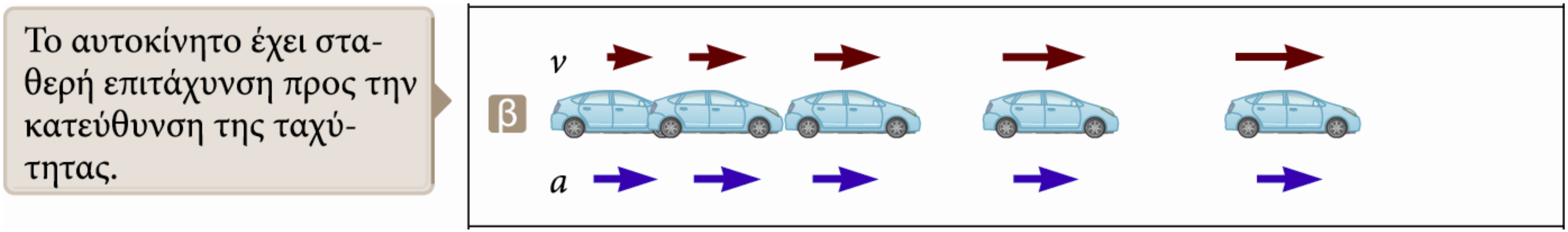
$$\alpha = \alpha_{avg} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Κατεύθυνση επιτάχυνσης και ταχύτητας: επιταχυνόμενη και επιβραδυνόμενη κίνηση

Όταν η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος έχουν την **ίδια κατεύθυνση**, το σώμα **επιταχύνει**.

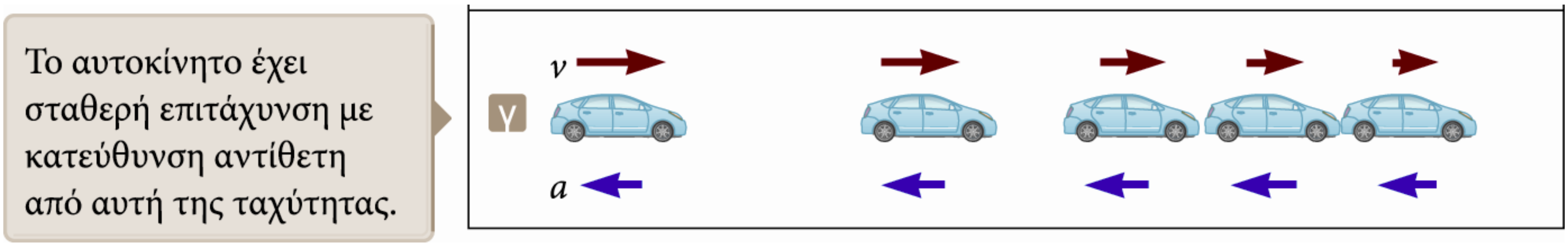
Όταν η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος έχουν **αντίθετη** κατεύθυνση, το σώμα **επιβραδύνει**.

Διάγραμμα κίνησης: Επιτάχυνση και ταχύτητα



- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση.
- Η επιτάχυνση είναι σταθερή (τα μοβ βέλη έχουν σταθερό μήκος).
- Η ταχύτητα αυξάνεται (το μήκος των κόκκινων βελών αυξάνεται). Αυτό υποδηλώνει ότι το αυτοκίνητο κάνει επιταχυνόμενη κίνηση.

Διάγραμμα κίνησης: Επιτάχυνση και ταχύτητα (*συνέχεια*)

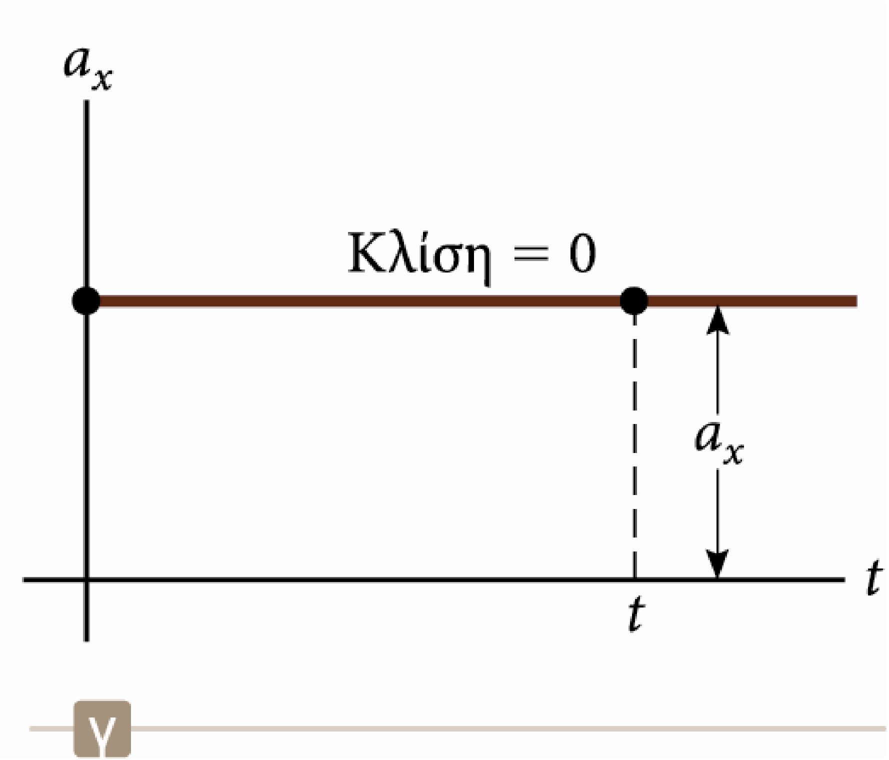


- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν αντίθετη κατεύθυνση.
- Η επιτάχυνση είναι σταθερή (τα μοβ βέλη έχουν σταθερό μήκος).
- Η ταχύτητα μειώνεται (το μήκος των κόκκινων βελών μειώνεται). Αυτό υποδηλώνει ότι το αυτοκίνητο κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση.

CENGAGE Learning

Γραφήματα της κίνησης με σταθερή επιτάχυνση : Καμπύλη επιτάχυνσης-χρόνου

Η μηδενική κλίση δείχνει ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή.



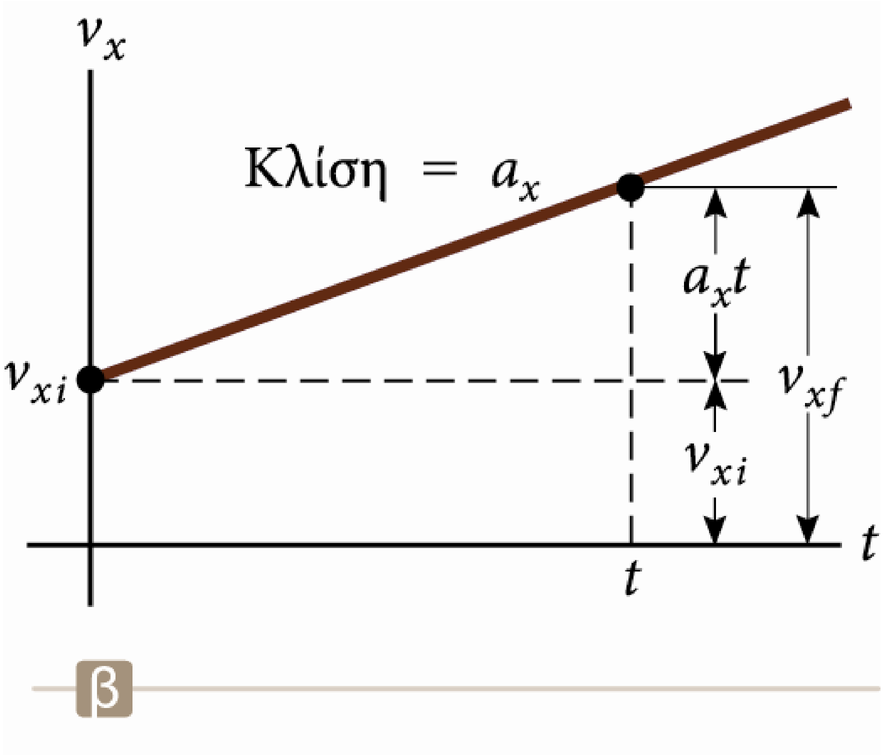
CENGAGE Learning™

Γραφήματα της κίνησης με σταθερή επιτάχυνση: Καμπύλη ταχύτητας-χρόνου

Το γράφημα ταχύτητας - χρόνου (v_x – t) στην κίνηση με σταθερή επιτάχυνση είναι μια ευθεία γραμμή (γιατί;)

Η **κλίση** του γραφήματος v_x – t είναι ίση με την τιμή της σταθερής επιτάχυνσης α_x. Απότομες κλίσεις αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες επιταχύνσεις.

Το σημείο v_{xi} που τέμνει τον άξονα v_x (τεταγμένη) είναι η αρχική ταχύτυητα.

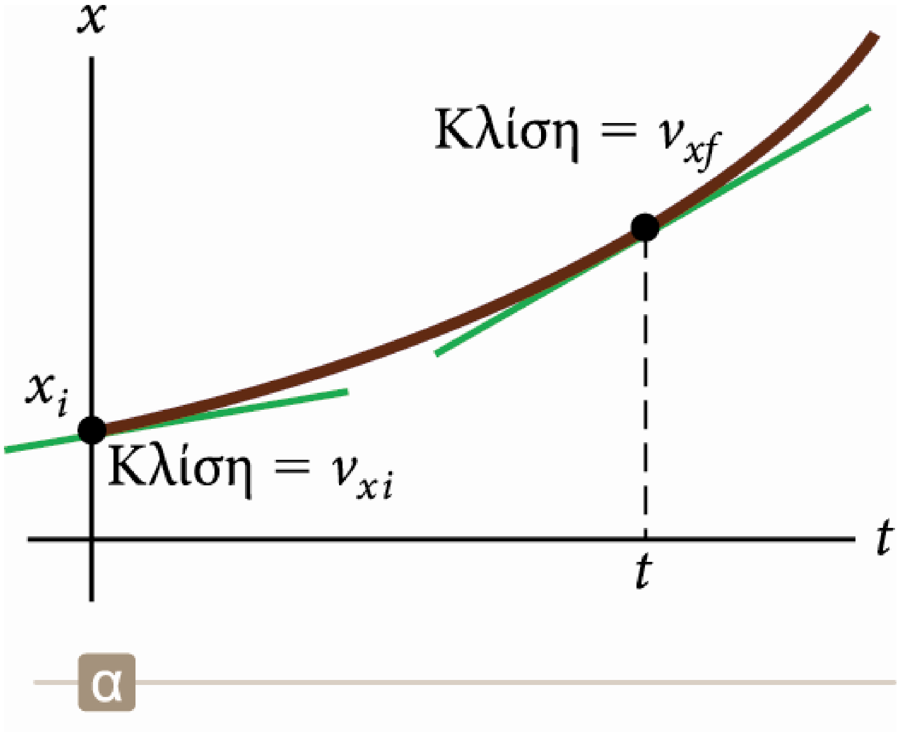


Γραφήματα της κίνησης με σταθερή επιτάχυνση : Καμπύλη μετατόπισης-χρόνου

Η κλίση της καμπύλης ισούται με την ταχύτητα.

Η καμπύλη γραμμή δείχνει ότι η ταχύτητα μεταβάλλεται.

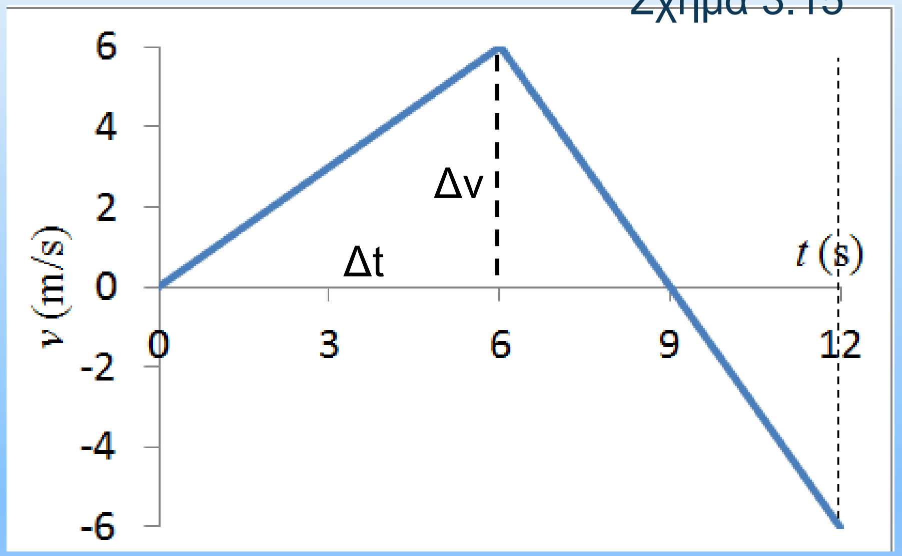
- Άρα, υπάρχει επιτάχυνση.



Πρόβλημα **3.3** Τρέχοντας στο γήπεδο

Ένας μπασκεμπολίστας ξεκινά από την αριστερή άκρη του γηπέδου και κινείται με την ταχύτητα που φαίνεται στο Σχήμα 3.15. Σχεδιάστε το γράφημα επιτάχυνσης – χρόνου.

Σχήμα 3.15



ΛΥΣΗ

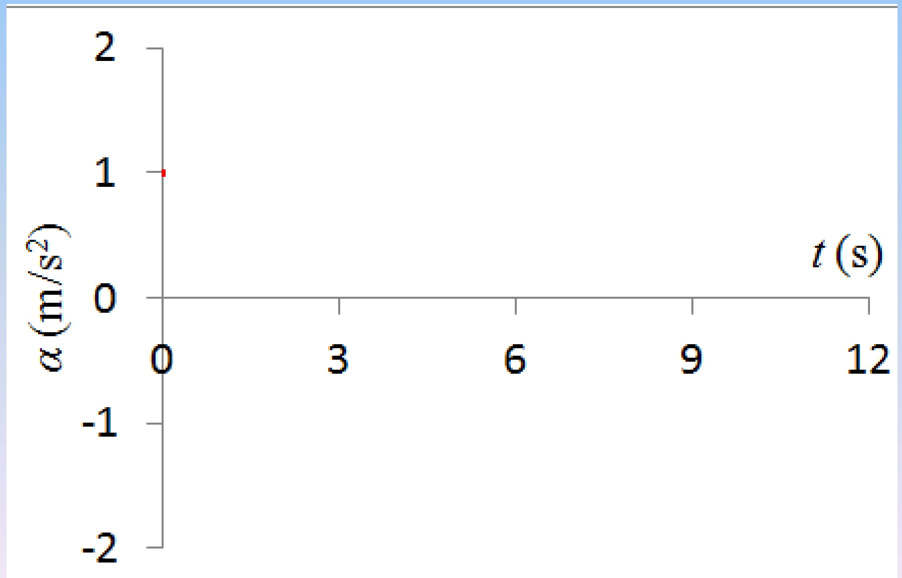
Η επιτάχυνση είναι η κλίση του γραφήματος v-t.

Για τα πρώτα 6 s, η κλίση έχει σταθερή τιμή

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6\ \mathrm{m/s}}{6.0\ \mathrm{s}} = 1.0\ \mathrm{m/s}^2$$

Κατά τη διάρκεια των επόμενων 6 s, δηλαδή από t = 6 s ως t = 12 s, η κλίση έχει σταθερή τιμή

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-12\ \mathrm{m/s}}{6.0\ \mathrm{s}} = -2.0\ \mathrm{m/s}^2$$



Εξισώσεις της κινηματικής

- Με τις εξισώσεις της κινηματικής μπορούν να επιλυθούν όλα τα προβλήματα τα οποία περιλαμβάνουν ένα σωματίδιο που κινείται με σταθερή επιτάχυνση σε μία διάσταση.
- Ίσως χρειαστεί να χρησιμοποιήσετε δύο από τις εξισώσεις για να λύσετε ένα πρόβλημα.
- Πολλές φορές θα ανακαλύψετε ότι μπορείτε να βρείτε τη λύση ενός προβλήματος με περισσότερους από έναν τρόπους.

Εξισώσεις της κινηματικής (1)

Για <u>σταθερή</u> επιτάχυνση α

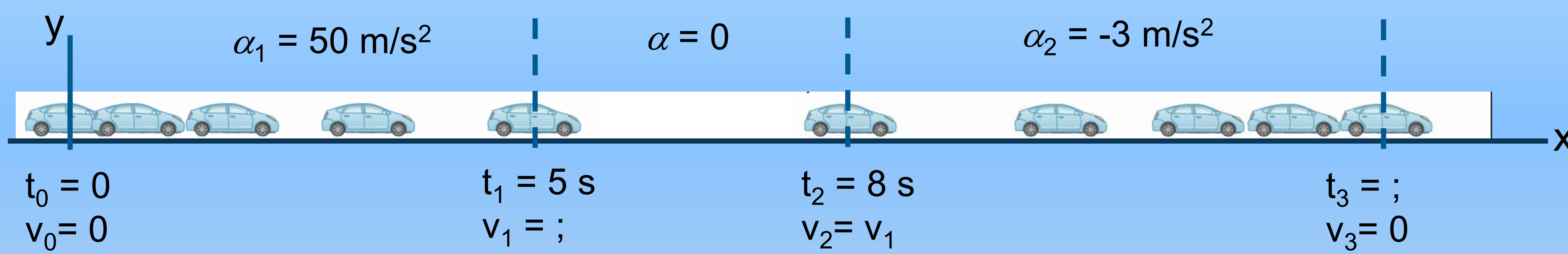
$$v_f = v_i + \alpha \Delta t$$

- Η σχέση μάς επιτρέπει να προσδιορίζουμε την ταχύτητα ενός σώματος σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t αν γνωρίζουμε την αρχική ταχύτητα (v_i) και την επιτάχυνσή του.
- Δεν δίνει πληροφορίες για τη μετατόπιση.

Πρόβλημα **3.4** Ένα πυραυλοκίνητο όχημα κινείται για 5.0 s με επιτάχυνση 50 m/s^2 και στη συνέχεια κινείται χωρίς επιτάχυνση για χρονικό διάστημα 3.0 s. Μετά ξεδιπλώνει ένα αλεξίπτωτο για φρενάρισμα και μειώνει την ταχύτητά του με επιτάχυνση (επιβράδυνση) – 3.0 m/s^2 μέχρι να σταματήσει.

(α) Ποιά είναι η μέγιστη ταχύτητα που αναπτύσσει το όχημα;

ΛΥΣΗ



Η μέγιστη ταχύτητα του οχήματος συμβολίζεται στην εικονογραφημένη απεικόνιση με v_1 και αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή t_1 = 5.0 s όταν το όχημα ολοκληρώνει το πρώτο μέρος της κίνησής του με επιτάχυνση α_1 = 50 m/s^2.

Έχουμε: $v_1 = v_0 + \alpha_1 \Delta t = v_0 + \alpha_1 (t_1 - t_0)$

$$v_1 = 0 + (50\ \text{m/s}^2)(5.0\ \text{s}) = 250\ \text{m/s} \quad (\text{ή } 900\ \text{km/h !!! })$$

Εξισώσεις της κινηματικής (2)

Για <u>σταθερή</u> επιτάχυνση α,

$$x_f = x_i + v_i \, \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \, \Delta t^2$$

- Η εξίσωση δίνει την τελική θέση συναρτήσει της αρχικής ταχύτητας και της επιτάχυνσης.
- Δεν δίνει πληροφορίες για την τελική ταχύτητα.

Εξισώσεις της κινηματικής (3)

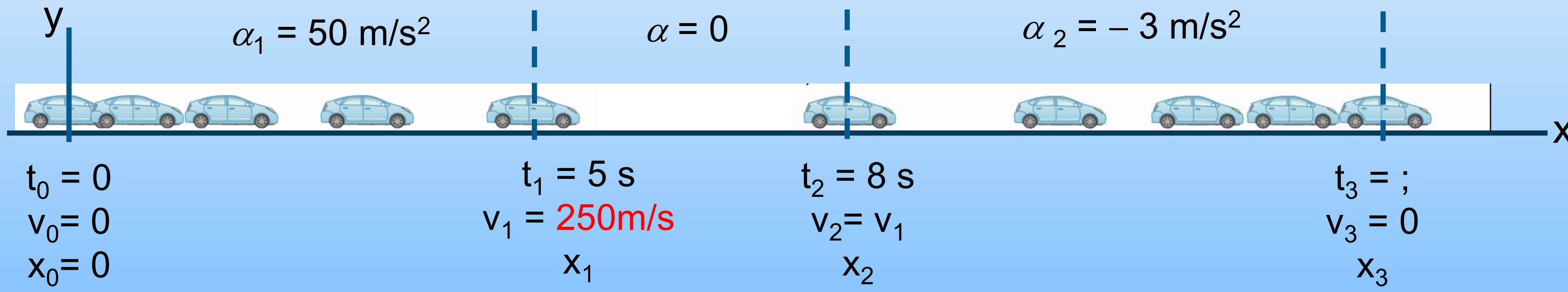
Για <u>σταθερή</u> επιτάχυνση α,

$$v_f^{\,2} = v_i^{\,2} + 2\alpha\,\Delta x$$

- Η εξίσωση δίνει την τελική ταχύτητα συναρτήσει της επιτάχυνσης α και της μετατόπισης Δx.
- Δεν δίνει πληροφορίες για τον χρόνο.

Πρόβλημα **3.4** (*συνέχεια*)

(β) Ποιά είναι η συνολική απόσταση που διάνυσε το όχημα;



ΛΥΣΗ

Η θέση x_1 του οχήματος τη χρονική στιγμή t_1 = 5.0 s όταν το όχημα ολοκληρώνει το πρώτο μέρος της κίνησής του με επιτάχυνση α_1 = 50 m/s², δίνεται από τη σχέση

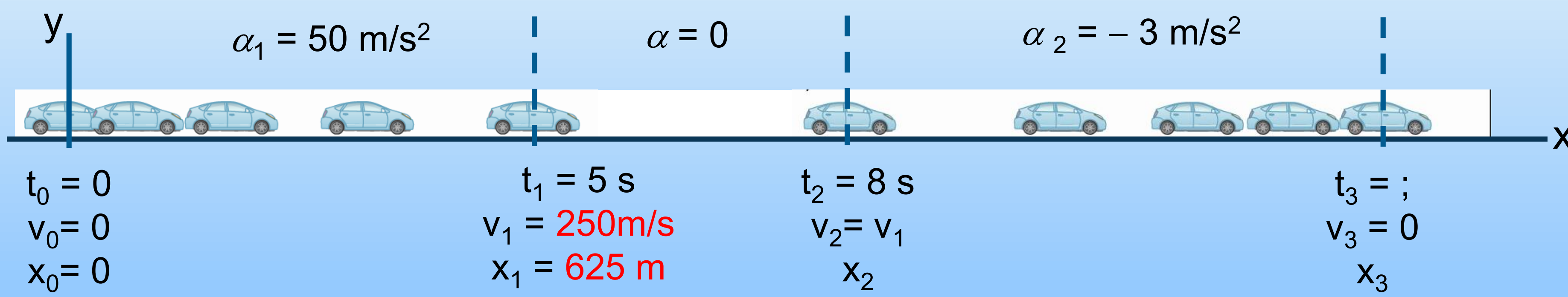
$$x_1 = x_0 + v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_1\,\Delta t^2$$

$$x_1 = x_0 + v_0\left(t_1 - t_0\right) + \frac{1}{2}\alpha_1\left(t_1 - t_0\right)^2$$

$$x_1 = 0 + 0\left(5\,\text{s} - 0\right) + \frac{1}{2}\left(50\,\text{m/s}^2\right)\left(5\,\text{s} - 0\right)^2$$

$$x_1 = 625\ \text{m}$$

ΛΥΣΗ (*συνέχεια*)



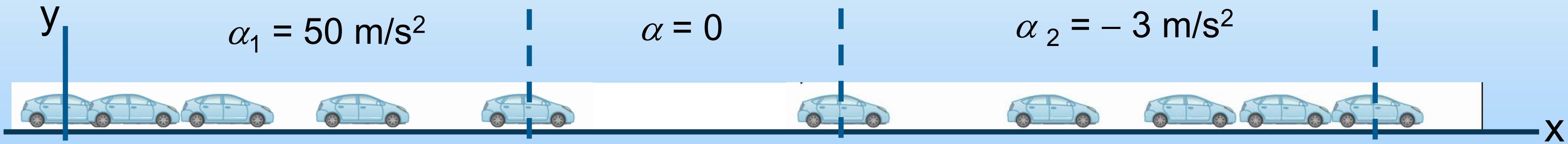
Στα επόμενα 3.0 s, το όχημα κινείται ομαλά ($\alpha = 0$) με την ταχύτητα v_1 που έχει αποκτήσει στη θέση x_1 . Οπότε, στο διάστημα των 3.0 s, το όχημα θα φτάσει στη θέση x_2 που δίνεται από τη σχέση

$$x_2 = x_1 + v_1 \Delta t = = x_1 + v_1(t_2 - t_1)$$

$$x_2 = (625\ \text{m}) + (250\ \text{m/s})(3\ \text{s})$$

$$x_2 = 1375\ \text{m}$$

ΛΥΣΗ (*συνέχεια*)

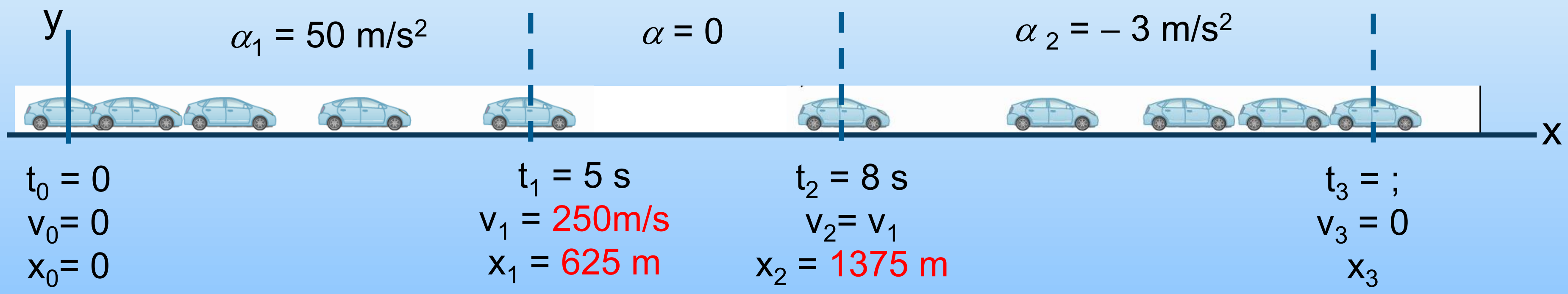


Η τρίτη φάση της κίνησης, το φρενάρισμα, είναι λίγο διαφορετική γιατί δεν ξέρουμε πόσο διαρκεί. Γνωρίζουμε όμως ότι έχει επιτάχυνση $\alpha_2 = -3$ m/s^2 και ολοκληρώνεται με τελική ταχύτητα $v_3 = 0$.

Οπότε,χρησιμοποιούμε τη σχέση $v_f^2 = v_i^2 + 2\alpha\Delta x$

που γράφεται $v_3^2 = v_2^2 + 2\alpha_2(x_3 - x_2)$

ΛΥΣΗ (*συνέχεια*)



Έχουμε:

$$v_3{}^2 = v_2{}^2 + 2\alpha_2 (x_3 - x_2)$$

$$0^2 = (250\,\mathrm{m/s})^2 + 2(-3\,\mathrm{m/s}^2)(x_3 - 1375\,\mathrm{m})$$

$$0 = 62590\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 - 6\,\mathrm{m/s}^2 (x_3 - 1375\,\mathrm{m})$$

$$6\,\mathrm{m/s}^2 (x_3 - 1375\,\mathrm{m}) = 62500\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

$$x_3 - 1375\,\mathrm{m} = \frac{62500\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2}{6\,\mathrm{m/s}^2}$$

$$x_3 \approx 11800\,\mathrm{m}$$

Εξισώσεις της κινηματικής (4)

Για <u>σταθερή</u> επιτάχυνση α,

$$v_{avg} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

δηλαδή, μπορούμε να εκφράσουμε τη μέση ταχύτητα σαν την αριθμητική μέση τιμή της αρχικής και της τελικής ταχύτητας.

Σωματίδιο με σταθερή επιτάχυνση – Οι Εξισώσεις της κινηματικής

Εξίσωση	**Πληροφορίες που παρέχει η εξίσωση**
$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου
$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	Θέση συναρτήσει της ταχύτητας και του χρόνου
$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Θέση συναρτήσει του χρόνου
$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	Ταχύτητα συναρτήσει της θέσης

Ελεύθερη πτώση σωμάτων

Ένα **σώμα σε ελεύθερη πτώση** είναι κάθε σώμα το οποίο κινείται ελεύθερα μόνο υπό την επίδραση της βαρύτητας (αγνοούμε την αντίσταση του αέρα).

Ένα σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση έχει μια επιτάχυνση με κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω με μέτρο **g = 9.80 m/s^2** και ονομάζεαι **επιτάχυνση της βαρύτητας**.

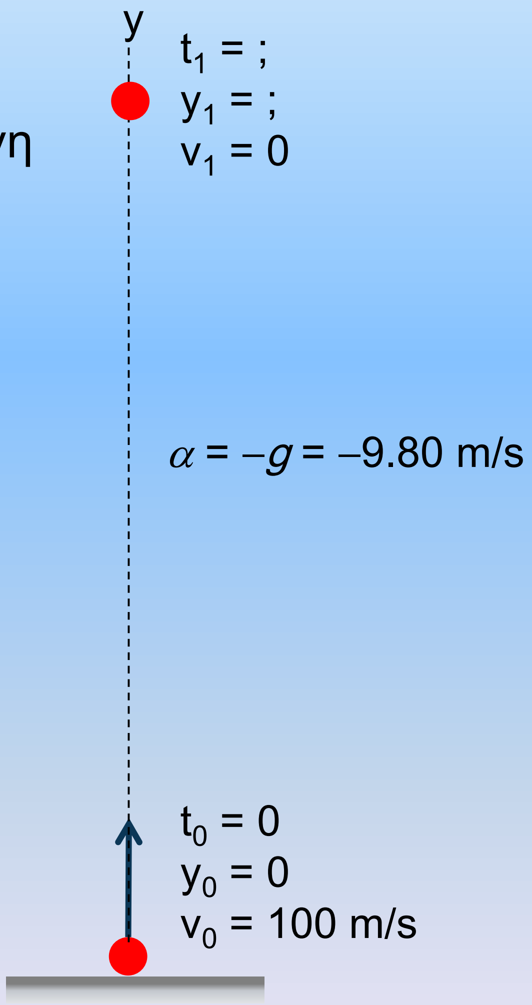
- Η τιμή του g μειώνεται όσο αυξάνεται το ύψος.
- Η τιμή του g μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος.
- Στην επιφάνεια της Γης, η μέση τιμή του είναι 9.80 m/s^2.
- Θα χρησιμοποιούμε το πλάγιο σύμβολο g για την επιτάχυνση της βαρύτητας. Μην το μπερδεύετε με το απλό σύμβολο g για τα γραμμάρια.

Ελεύθερη πτώση σωμάτων (*συνέχεια*)

- Η κίνηση κατά την ελεύθερη πτώση ισοδυναμεί με **σταθερά επιταχυνόμενη κίνηση** σε μία διάσταση (την κατακόρυφη ή άξονα y).
- Η θετική κατεύθυνση είναι κατακόρυφα προς τα πάνω.
- Θα χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις της κινηματικής, με $\boldsymbol{a = -g = -9.80\ \mathrm{m/s^2}}$

Πρόβλημα **3.5** Μια κατακόρυφη κανονιοβολή

Ένα βλήμα βάλλεται με κανόνι κατακόρυφα προς τα πάνω με μια αρχική ταχύτητα 100 m/s. Σε τι ύψος φτάνει;



ΛΥΣΗ

Στην κατακόρυφη βολή, το σώμα κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $g = -9.80$ m/s^2 (επιβράδυνση).

Στην κίνηση του βλήματος, γνωρίζουμε την αρχική του ταχύτητα, v_0, και την τελική ταχύτητα, $v_1 = 0$ και ζητάμε το ύψος που φτάνει, δηλαδή, τη θέση του y_1 στο ανώτερο σημείο.

$$v_f^{\,2} = v_i^{\,2} + 2\alpha\,\Delta y = v_i^{\,2} + 2\alpha\left(y_1 - y_0\right)$$

$$0^2 = \left(100\,\mathrm{m/s}\right)^2 + 2\left(-9.80\,\mathrm{m/s}^2\right)\left(y_1 - 0\right)$$

$$0^2 = 10000\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 - 19.6\,\mathrm{m/s}^2\,y_1$$

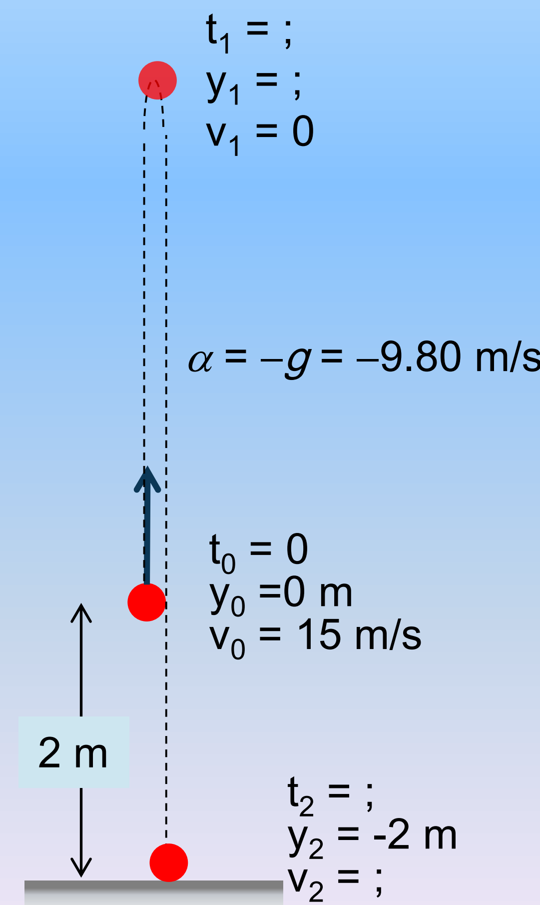
$$19.6\,\mathrm{m/s}^2\,y_1 = 10000\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

$$y_1 = \frac{10000\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2}{19.6\,\mathrm{m/s}^2} = 510\,\mathrm{m}$$

Πρόβλημα **11** Μια μαθήτρια κάθεται στο έδαφος και πετά μια μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω. Η μπάλα φεύγει από τα χέρια της με ταχύτητα 15 m/s όταν τα χέρια της είναι 2.0 m πάνω από το έδαφος. Πόση ώρα βρίσκεται η μπάλα στον αέρα πριν χτυπήσει στο έδαφος;

ΛΥΣΗ

Στην κίνηση της μπάλας, γνωρίζουμε την αρχική της θέση, y_0 και την αρχική της ταχύτητα, v_0, την τελική της θέση, y_2 = -2 m, και ζητάμε το χρόνο.



Έχουμε από τη σχέση $y_f = y_i + v_i\,\Delta t + \frac{1}{2}\alpha\,\Delta t^2$

ή $y_f = y_i + v_i\left(t_2 - t_1\right) + \frac{1}{2}\alpha\left(t_2 - t_1\right)^2$

αντικαθιστώντας τις τιμές, έχουμε:

$$-2\,\text{m} = 0 + \left(15\,\text{m/s}\right)\left(t_2 - 0\right) + \frac{1}{2}\left(-9.80\,\text{m/s}^2\right)\left(t_2 - 0\right)^2$$

$$-2\,\text{m} = 15\,t_2 - 4.9\,t_2{}^2$$

Μεταφέροντας όλους του όρους στο α’ μέλος,

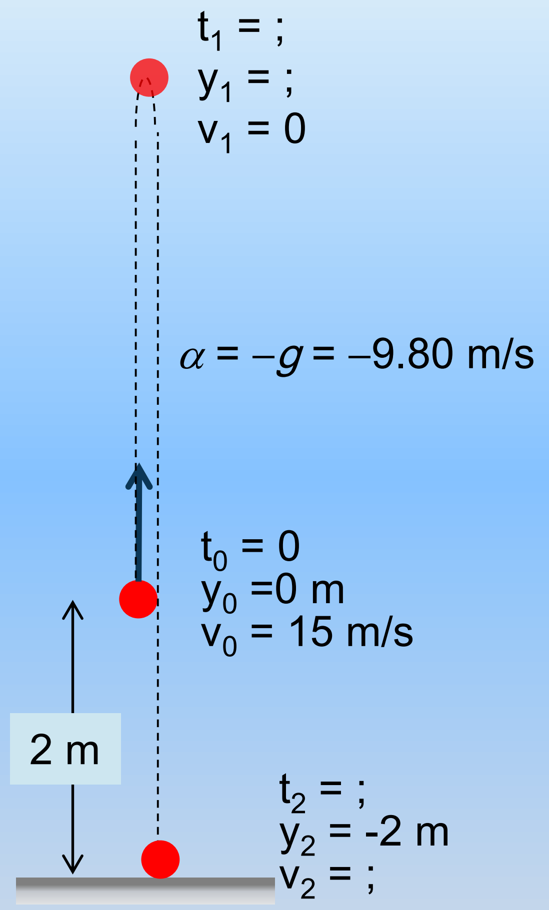
καταλήγουμε στην εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού

ΛΥΣΗ (*συνέχεια*)

$$4.9\,t_2^{\,2} - 15\,t_2 - 2\,\mathrm{m} = 0$$

Η λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης (βλ., Παράρτημα Α’, σελ. 617) είναι

$$t_2 = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4(4.9)(-2)}}{2(4.9)} \quad \Rightarrow \quad t_2 = 3.2\,\mathrm{s}$$



Τέλος του κεφαλαίου