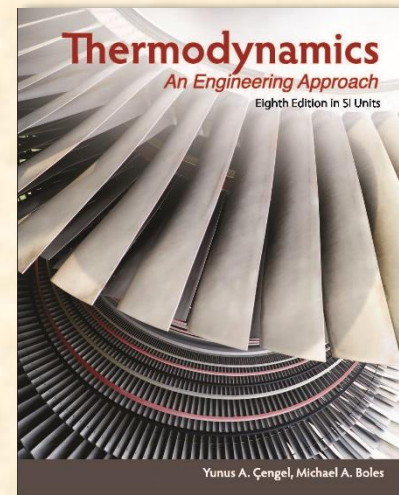


Θερμοδυναμική για Μηχανικούς  
8<sup>η</sup> έκδοση  
Yunus A. Çengel, Michael A. Boles  
Εκδόσεις Τζιόλα, 2015



**Κεφάλαιο 13**  
**Αέρια Μείγματα**

Επιμέλεια διαφάνειας  
**Mehmet Kanoglu**

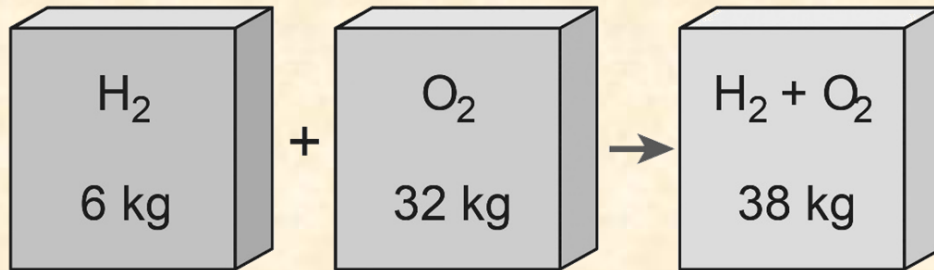
Επιμέλεια ελληνικής έκδοσης  
**Δημήτρης Τερτίπης**

# Στόχοι

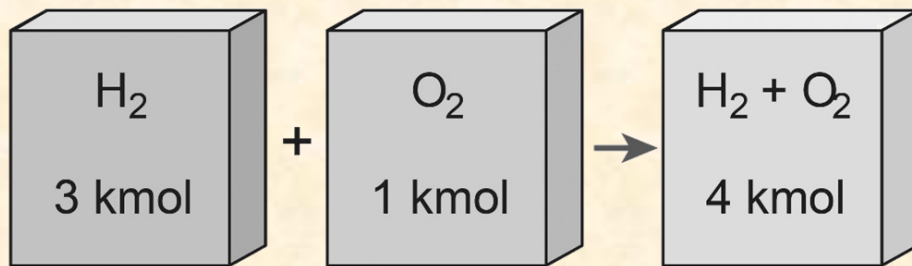
- Ανάπτυξη κανόνων για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων των μειγμάτων που αποτελούνται από μη αντιδρώντα αέρια με γνώση της σύστασής τους και των ιδιοτήτων των συστατικών τους.
- Ορισμός των ποσοτήτων που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της σύστασης ενός μείγματος, π.χ. κλάσμα μάζας, γραμμομοριακό κλάσμα και κλάσμα όγκου.
- Εφαρμογή των κανόνων για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων των μειγμάτων ιδανικών αερίων και των μειγμάτων πραγματικών αερίων.
- Πρόβλεψη της συμπεριφοράς  $P$ - $v$ - $T$  των αερίων μειγμάτων, βάσει του νόμου μερικών πιέσεων του Dalton και το νόμο των μερικών όγκων του Amagat.

# Σύσταση αερίων μειγμάτων: κλάσματα μάζας & γραμμομοριακά κλάσματα

Για τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων ενός μείγματος, θα πρέπει να γνωρίζουμε τη *σύσταση* του μείγματος, καθώς επίσης και τις ιδιότητες κάθε συστατικού. Υπάρχουν δύο τρόποι για την ποσοτικοποίηση της σύστασης ενός μείγματος:



Η μάζα ενός μείγματος είναι ίση με το άθροισμα των μαζών των συστατικών του.



Το πλήθος των moles ενός μη αντιδρώντος μείγματος είναι ίσο με το άθροισμα του πλήθους των moles των συστατικών του.

**Γραμμομοριακή ανάλυση:**  
καθορισμός του πλήθους των moles κάθε συστατικού

**Βαρυμετρική ανάλυση:**  
καθορισμός της μάζας κάθε συστατικού

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \quad N_m = \sum_{i=1}^k N_i$$

$$mf_i = \frac{m_i}{m_m} \quad \text{Κλάσμα μάζας}$$

$$y_i = \frac{N_i}{N_m} \quad \text{Γραμμομοριακό κλάσμα}$$

Μέση μοριακή μάζα:

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{\sum m_i}{N_m} = \frac{\sum N_i M_i}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i M_i$$

$$m = NM$$

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{m_m}{\sum m_i / M_i} = \frac{1}{\sum m_i / (m_m M_i)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \frac{mf_i}{M_i}}$$

Σταθερά αερίου:

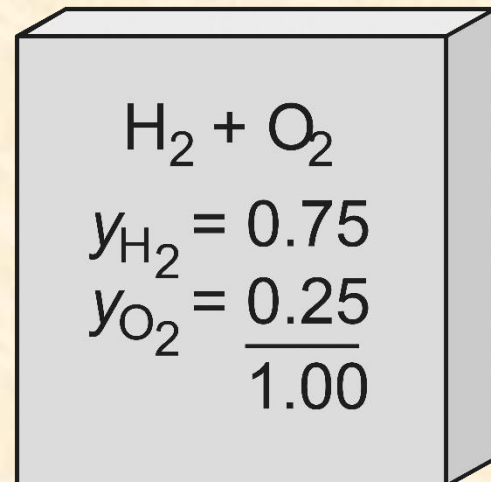
$$R_m = \frac{R_u}{M_m}$$

Σχέση γραμμομοριακών κλασμάτων και κλασμάτων μάζας:

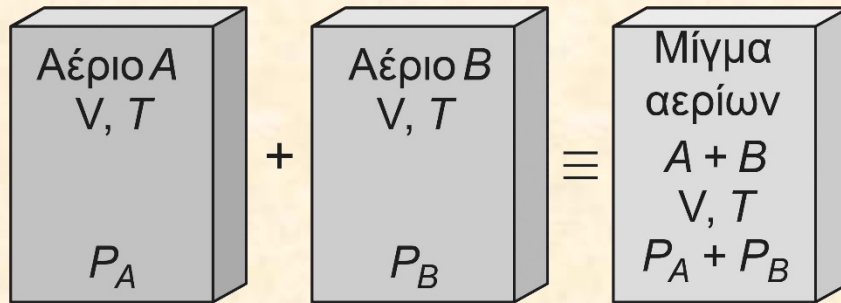
$$mf_i = \frac{m_i}{m_m} = \frac{N_i M_i}{N_m M_m} = y_i \frac{M_i}{M_m}$$

Το άθροισμα των κλασμάτων μάζας & των γραμμομοριακών κλασμάτων είναι ίσο με 1.

$$\sum_{i=1}^k mf_i = 1 \quad \text{και} \quad \sum_{i=1}^k y_i = 1$$



# Συμπεριφορά $P$ - $v$ - $T$ των αερίων μειγμάτων: ιδανικά & πραγματικά αέρια

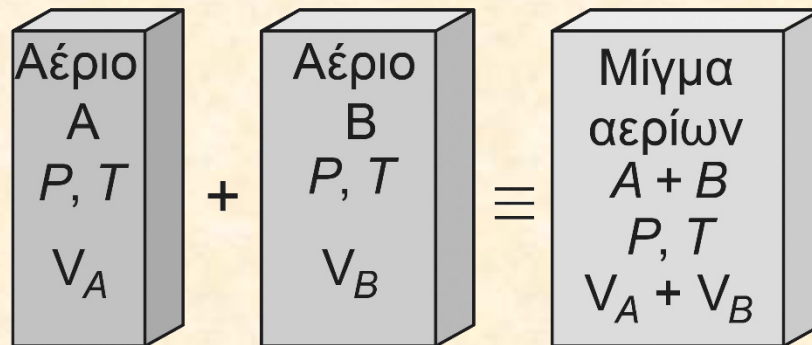


Εφαρμογή του νόμου μερικών πιέσεων του Dalton για μείγμα δύο ιδανικών αερίων.

Η πρόβλεψη της συμπεριφοράς  $P$ - $v$ - $T$  των αερίων μειγμάτων βασίζεται σε δύο Νόμους:

**Νόμος μερικών πιέσεων του Dalton:**

Η πίεση ενός αερίου μείγματος είναι ίση με το άθροισμα των πιέσεων που θα ασκούσε κάθε αέριο μόνο του, αν υπήρχε μόνο του στον όγκο και στη θερμοκρασία του μείγματος.



Εφαρμογή του νόμου μερικών όγκων του Amagat για μείγμα δύο ιδανικών αερίων.

**Νόμος μερικών όγκων του Amagat:** Ο όγκος ενός αερίου μείγματος είναι ίσο με το άθροισμα των όγκων που θα καταλάμβανε κάθε συστατικό, αν υπήρχε μόνο του στη θερμοκρασία και στην πίεση του μείγματος.

Νόμος του Dalton:

$$P_m = \sum_{i=1}^k P_i(T_m, V_m)$$

Νόμος του Amagat:

$$V_m = \sum_{i=1}^k V_i(T_m, P_m)$$

Ισχύουν ακριβώς σε μείγματα ιδανικών αερίων και προσεγγιστικά σε μείγματα πραγματικών αερίων

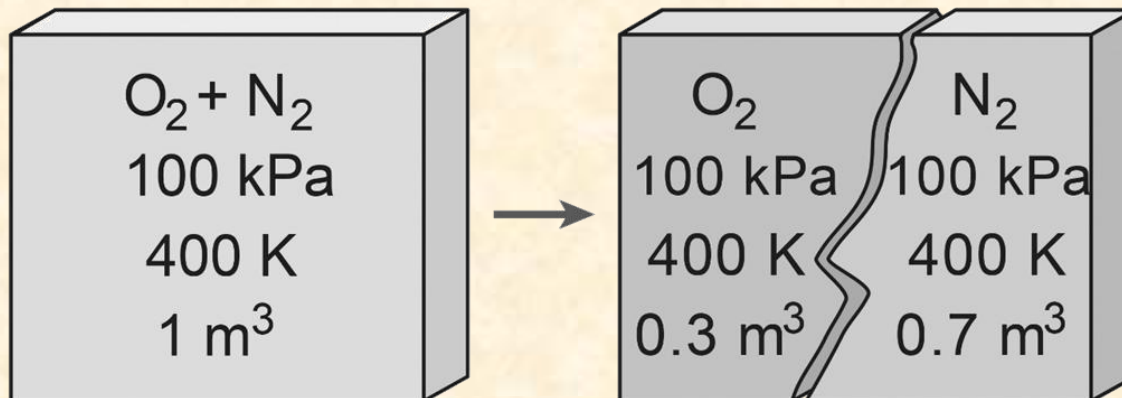
$P_i$  πίεση συστατικού

$V_i$  όγκους συστατικού

$P_i/P_m$  κλάσμα πίεσης

$V_i/V_m$  κλάσμα όγκου

Για ιδανικά αέρια οι νόμοι των, Dalton και Amagat είναι ταυτόσημοι και δίνουν ίδια αποτελέσματα.



Ο όγκος που θα καταλάμβανε ένα αέριο συστατικό του μείγματος αν βρισκόταν μόνο του στην πίεση και τη θερμοκρασία του μείγματος ονομάζεται όγκος συστατικού (στα ιδανικά αέρια, αυτός ο όγκος ισούνται με το μερικό όγκο)

## Μείγματα ιδανικών αερίων

$$\frac{P_i(T_m, V_m)}{P_m} = \frac{N_i R_u T_m / V_m}{N_m R_u T_m / V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i$$

$$\frac{V_i(T_m, P_m)}{V_m} = \frac{N_i R_u T_m / P_m}{N_m R_u T_m / P_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i$$



$$\frac{P_i}{P_m} = \frac{V_i}{V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i$$

Αυτή η εξίσωση ισχύει μόνο για μείγματα ιδανικών αερίων, καθώς εξήχθη θεωρώντας συμπεριφορά ιδανικού αερίου για το όλο μείγμα και για κάθε συστατικό του.

Η ποσότητα  $y_i P_m$  καλείται **μερική πίεση** (κι είναι ίση με την *πίεση συστατικού* στην περίπτωση ιδανικών αερίων) κι η ποσότητα  $y_i V_m$  καλείται **μερικός όγκος** (κι είναι ίσος με τον *όγκο συστατικού* στην περίπτωση ιδανικών αερίων).

Σημειώστε ότι σε ένα μείγμα ιδανικών αερίων, το γραμμομοριακό κλάσμα, το κλάσμα πίεσης και το κλάσμα όγκου κάθε συστατικού ταυτίζονται.

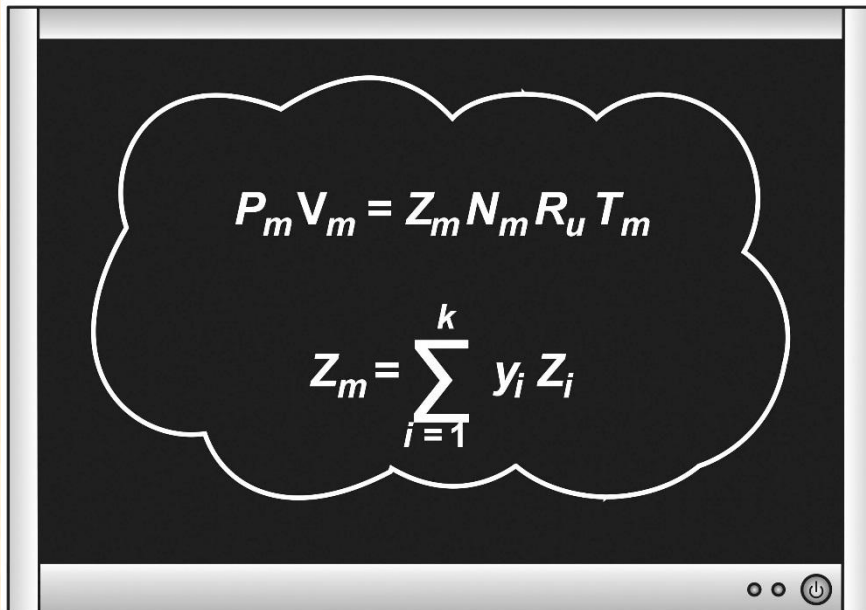
Η σύσταση ενός μείγματος ιδανικών αερίων (π.χ. των καυσαερίων που εξέρχονται από έναν θάλαμο καύσης) συνήθως υπολογίζεται με ογκομετρική ανάλυση (**ανάλυση Orsat**).

# Μείγματα πραγματικών αερίων

## Παράγοντας συμπιεστότητας

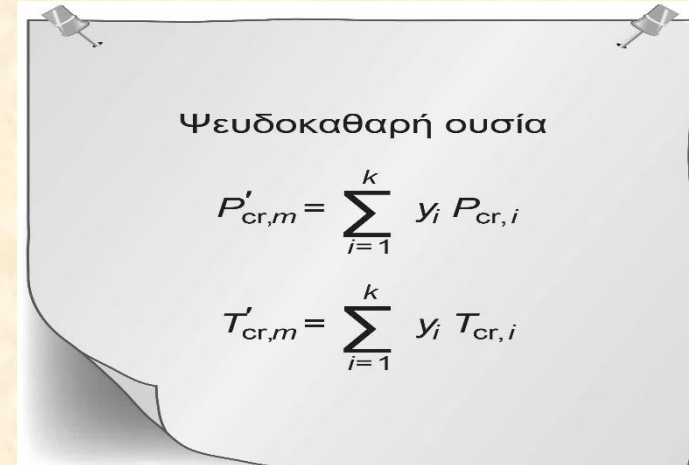
$$PV = ZNR_uT \quad Z_m = \sum_{i=1}^k y_i Z_i$$

Ο  $Z_i$  υπολογίζεται είτε υπό  $T_m$  και  $V_m$  (Νόμος του Dalton) είτε υπό  $T_m$  και  $P_m$  (Νόμος του Amagat) για κάθε ξεχωριστό αέριο. Η χρήση του Νόμου του Dalton δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα


$$P_m V_m = Z_m N_m R_u T_m$$
$$Z_m = \sum_{i=1}^k y_i Z_i$$

Ένας τρόπος πρόβλεψης της συμπεριφοράς P-v-T ενός μείγματος πραγματικών αερίων αφορά στη χρήση του παράγοντα συμπιεστότητας

## Κανόνας του Kay



Ψευδοκαθαρή ουσία

$$P'_{cr,m} = \sum_{i=1}^k y_i P_{cr,i}$$
$$T'_{cr,m} = \sum_{i=1}^k y_i T_{cr,i}$$

Ένας άλλος τρόπος πρόβλεψης της συμπεριφοράς P-v-T ενός μείγματος πραγματικών αερίων είναι να το θεωρήσουμε ως μια ψευδοκαθαρή ουσία με κρίσιμες ιδιότητες  $P'_{cr,m}$  και  $T'_{cr,m}$ .

Ο  $Z_m$  υπολογίζεται βάσει αυτών των ψευδοκρίσιμων ιδιοτήτων.

Το αποτέλεσμα του κανόνα του Kay προσφέρει ακρίβεια της τάξης του 10% σε ένα μεγάλο εύρος πιέσεων και θερμοκρασιών.



# Ιδιότητες των αερίων μειγμάτων: Ιδανικά & Πραγματικά αέρια

## Εκτατικές ιδιότητες ενός αερίου μείγματος

$$U_m = \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{u}_i \quad (\text{kJ})$$

$$H_m = \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i \quad (\text{kJ})$$

$$S_m = \sum_{i=1}^k S_i = \sum_{i=1}^k m_i s_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{s}_i \quad (\text{kJ/K})$$

## Μεταβολή των ιδιοτήτων ενός αερίου μείγματος

$$\Delta U_m = \sum_{i=1}^k \Delta U_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta u_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{u}_i \quad (\text{kJ})$$

$$\Delta H_m = \sum_{i=1}^k \Delta H_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta h_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{h}_i \quad (\text{kJ})$$

$$\Delta S_m = \sum_{i=1}^k \Delta S_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta s_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{s}_i \quad (\text{kJ/K})$$

	2 kmol A
	6 kmol B
	$U_A = 1000 \text{ kJ}$
	$U_B = 1800 \text{ kJ}$
	↓
	$U_m = 2800 \text{ kJ}$

Οι εκτατικές ιδιότητες ενός μείγματος υπολογίζονται απλώς προσθέτοντας τις ιδιότητες των συστατικών.

## Ειδικές εκτατικές ιδιότητες ενός αερίου μείγματος

$$u_m = \sum_{i=1}^k m f_i u_i \quad (\text{kJ/kg})$$

$$\bar{u}_m = \sum_{i=1}^k y_i \bar{u}_i \quad (\text{kJ/kmol})$$

$$h_m = \sum_{i=1}^k m f_i h_i \quad (\text{kJ/kg})$$

$$\bar{h}_m = \sum_{i=1}^k y_i \bar{h}_i \quad (\text{kJ/kmol})$$

$$s_m = \sum_{i=1}^k m f_i s_i \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

$$\bar{s}_m = \sum_{i=1}^k y_i \bar{s}_i \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

$$c_{v,m} = \sum_{i=1}^k m f_i c_{v,i} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

$$\bar{c}_{v,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{v,i} \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

$$c_{p,m} = \sum_{i=1}^k m f_i c_{p,i} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

$$\bar{c}_{p,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{p,i} \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

Οι σχέσεις είναι ακριβείς για μείγματα ιδανικών αερίων και προσεγγιστική για μείγματα πραγματικών αερίων.

○	
○	
	2 kmol A
	3 kmol B
	$\bar{u}_A = 500 \text{ kJ/kmol}$
	$\bar{u}_B = 600 \text{ kJ/kmol}$
	↓
	$\bar{u}_m = 560 \text{ kJ/kmol}$
○	

Οι εντατικές ιδιότητες ενός μείγματος υπολογίζονται ως σταθμισμένος μέσος των επιμέρους ιδιοτήτων.

# Μείγματα ιδανικών αερίων

**Νόμος των Gibbs – Dalton:** με προσέγγιση ιδανικών αερίων, οι ιδιότητες ενός αερίου δεν επηρεάζονται από την παρουσία άλλων αερίων και κάθε αέριο συστατικό συμπεριφέρεται σαν να ήταν μόνο του υπό τη θερμοκρασία και τον όγκο του μείγματος.

Επίσης, τα  $h$ ,  $u$ ,  $c_v$  και  $c_p$  ενός ιδανικού αερίου εξαρτώνται μόνο από τη θερμοκρασία κι είναι ανεξάρτητα από την πίεση ή τον όγκο ενός μείγματος ιδανικών αερίων.

Μερική πίεση του  
i-οστού συστατικού  
στην κατάσταση  
2

$$\Delta s_i^o = s_{i,2}^o - s_{i,1}^o - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

Μερική πίεση του  
i-οστού συστατικού  
στην κατάσταση  
1

Για την εκτίμηση της μεταβολής της εντροπίας ενός μείγματος ιδανικών αερίων, χρησιμοποιούνται οι μερικές πιέσεις (κι όχι η πίεση του μείγματος)

$$\Delta s_i = s_{i,2}^o - s_{i,1}^o - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong c_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

$$\Delta \bar{s}_i = \bar{s}_{i,2}^o - \bar{s}_{i,1}^o - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong \bar{c}_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

$$P_{i,2} = y_{i,2} P_{m,2} \quad P_{i,1} = y_{i,1} P_{m,1}$$

# Μείγματα πραγματικών αερίων

Σχέση  $Tds$  για μείγμα αερίων

$$dh_m = T_m ds_m + v_m dP_m$$

$$d\left(\sum mf_i h_i\right) = T_m d\left(\sum mf_i s_i\right) + \left(\sum mf_i v_i\right) dP_m$$

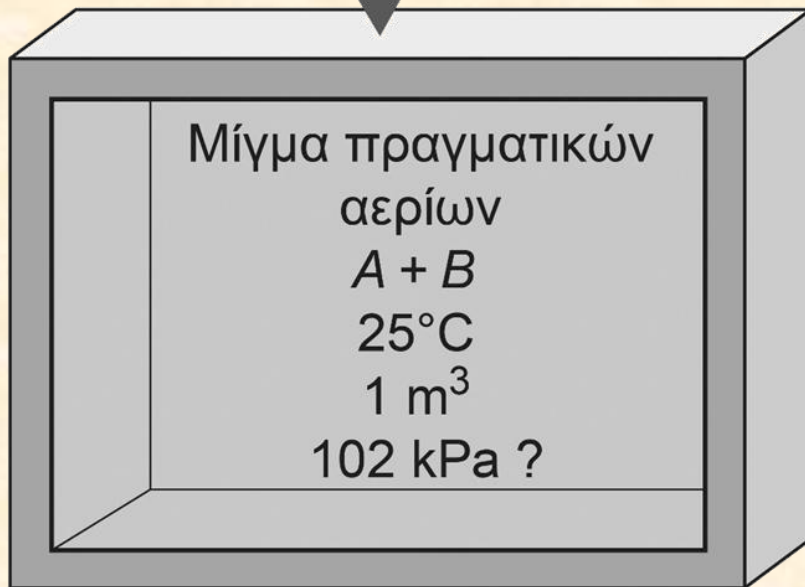
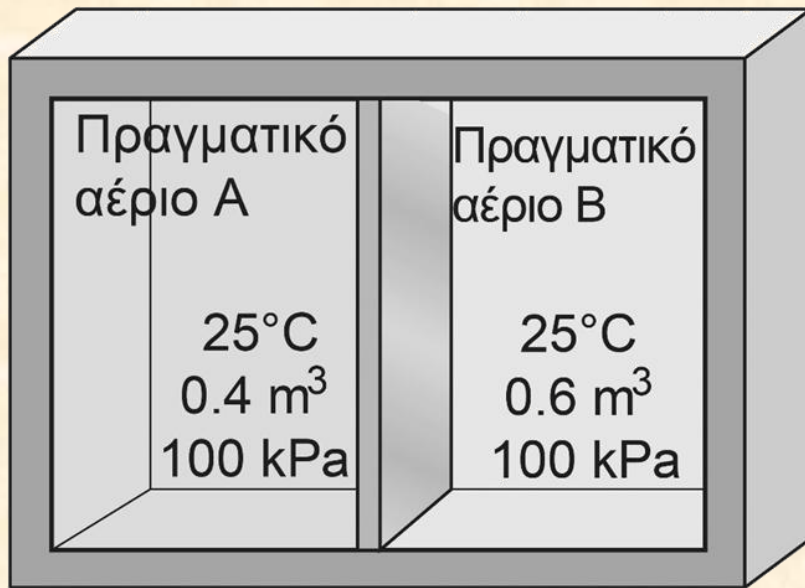
$$\sum mf_i (dh_i - T_m ds_i - v_i dP_m) = 0$$

$$dh_i = T_m ds_i + v_i dP_m$$

Αυτή η εξίσωση προϋποθέτει ότι οι σχέσεις γενικευμένων ιδιοτήτων κι οι χάρτες για τα πραγματικά αέρια, που καταστρώθηκαν στο Κεφάλαιο 12 μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν και για συστατικά μειγμάτων πραγματικών αερίων, όμως τα  $T_R$  και  $P_R$  κάθε συστατικού θα πρέπει να επανυπολογιστούν βάσει των  $T_m$  και  $P_m$ .

Αν τα  $V_m$  και  $T_m$  είναι καθορισμένα αντί των  $P_m$  και  $T_m$ , τότε η  $P_m$  υπολογίζεται βάσει του νόμου του Dalton.

Μια άλλη προσέγγιση είναι να θεωρήσουμε το μείγμα ως μια ψευδοκαθαρή ουσία που έχει ψευδοκρίσιμες ιδιότητες, που υπολογίζονται βάσει των κρίσιμων ιδιοτήτων των συστατικών αερίων χρήσει του κανόνα του Kay.



Η πρόβλεψη της συμπεριφοράς των μειγμάτων μη ιδανικών αερίων είναι δύσκολη, λόγω αλληλεπίδρασης μεταξύ των μορίων των διαφορετικών αερίων.

# Περίληψη

- Σύσταση αερίων μειγμάτων: κλάσματα μάζας και γραμμομοριακά κλάσματα
- Συμπεριφορά  $P$ - $v$ - $T$  αερίων μειγμάτων
  - ✓ Μείγματα ιδανικών αερίων
  - ✓ Μείγματα πραγματικών αερίων
- Ιδιότητες των αερίων μειγμάτων
  - ✓ Μείγματα ιδανικών αερίων
  - ✓ Μείγματα πραγματικών αερίων