



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

Ειδικά Κεφάλαια Παραγωγής Ενέργειας

Ενότητα 7^η : Υδροηλεκτρική Ενέργεια

Αναπλ. Καθηγητής: Γεώργιος Μαρνέλλος

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο **«Ανοικτά Ψηφιακά Μαθήματα του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας»** έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Περιεχόμενα

1.	Υδροηλεκτρική ενέργεια.....	4
1.1	Ενέργεια, ισχύς και ύψος υδατόπτωσης.....	4
1.2	Ισοζύγιο ενέργειας ασυμπίεστου ρευστού – εξίσωση Bernoulli.....	6
1.3	Συνιστώσες της ταχύτητας του ρευστού – τρίγωνα ταχυτήτων	7
1.4	Υδροστρόβιλοι	10
1.4.1	Υδροστρόβιλοι Δράσης	10
1.4.2	Υδροστρόβιλοι Αντίδρασης	11
1.5	Υδροστρόβιλοι Δράσης (Pelton).....	11
1.5.1	Παράδειγμα ΥΣ PELTON	15
1.6	Υδροστρόβιλοι Αντίδρασης FRANCIS.....	16
1.6.1	Παράδειγμα ΥΣ FRANCIS 1	17
1.6.2	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΣ FRANCIS 2	20
2.	Άσκηση.....	21

1. Υδροηλεκτρική ενέργεια

Η ενέργεια των υδατοπτώσεων αποτελεί κατά μία έννοια μορφή της ηλιακής ενέργειας, η οποία είναι υπεύθυνη για την εξάτμιση του νερού και τη μεταφορά του αρχικά στην ατμόσφαιρα και στη συνέχεια στις επιφανειακές ροές υδάτων. Ο κύκλος αυτός του νερού στην επιφάνεια της γης ονομάζεται υδρολογικός κύκλος.

Η Υδροηλεκτρική Ενέργεια (ΥΗΕ) παράγεται σε Υδροηλεκτρικούς Σταθμούς (ΥΗΣ), οι οποίοι με βάση το ολικό ύψος πτώσης του νερού, οι διακρίνονται σε μικρού ύψους (20 – 30 m), μέσου ύψους (30 – 200 m) και μεγάλου ύψους (> 200 m). Με βάση τη χωρητικότητα του ταμιευτήρα διακρίνονται σε αυτά με ταμιευτήρα, σε αυτά με μικρό ταμιευτήρα και σε αυτά χωρίς ταμιευτήρα. Με βάση τη σκοπιμότητά τους, διακρίνονται σε αυτούς της απλής σκοπιμότητας (μόνο για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας) και σε αυτούς με πολλαπλές σκοπιμότητες (κυρίως για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας αλλά και την ύδρευση αστικών κέντρων, την άρδευση γεωργικών εκτάσεων, την αντιπλημμυρική προστασία ή ακόμα και για την ανάπτυξη ιχθυοκαλλιεργειών, τουριστικών εγκαταστάσεων και τον έλεγχο της ρύπανσης ποταμών). Με βάση το χρόνο λειτουργίας σε αυτούς συνεχούς (ή σχεδόν συνεχούς λειτουργίας) και σε αυτούς που παράγουν ενέργεια για την κάλυψη αναγκών αιχμής και λειτουργούν για μικρά χρονικά διαστήματα. Τέλος, σε σχέση με την εγκατεστημένη ισχύ, οι ΥΗΣ διακρίνονται σε αυτούς υψηλής ισχύος (>10 MW με μέγιστη εγκατεστημένη υδροηλεκτρική ισχύ σήμερα τα 2700 MW στην Ουγκάντα), σε αυτούς μέσης ισχύος (2 – 10 MW) και στα μικρά υδροηλεκτρικά (0,1 – 2 MW). Το βασικό τους πλεονέκτημα, έναντι άλλων εγκαταστάσεων παραγωγής ενέργειας, είναι η δυνατότητα άμεσης απόδοσης και διακοπής της παρεχόμενης ηλεκτρικής ενέργειας, γεγονός που βοηθά γενικά τα συστήματα διανομής ενέργειας να παρακολουθούν τις μεταβολές της ζήτησης. Λόγω της μεγάλης διαφοράς τιμολόγησης της ηλεκτρικής kWh αιχμής και της ηλεκτρικής kWh βάσης κατασκευάζονται και ΥΗΣ με δυνατότητα άντλησης του νερού πίσω στον ταμιευτήρα, τις ώρες χαμηλής ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας (συνήθως τη νύχτα) με σκοπό να χρησιμοποιήσουν το νερό αυτό για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας τις ώρες υψηλής ζήτησης. Άλλα πλεονεκτήματα των ΥΗΣ είναι η μεγάλη διάρκεια ζωής τους (< 50 έτη) που εξομαλύνει και καθιστά συμφέρον σχεδόν οποιοδήποτε κόστος κατασκευής τους καθώς και το πολύ μικρό κόστος λειτουργίας και συντήρησης. Ενδεικτικά απαιτείται προσωπικό 30 ατόμων για ΥΗΣ 300 MW.

1.1 Ενέργεια, ισχύς και ύψος υδατόπτωσης

Σε έναν τυπικό ΥΗΣ η διαθέσιμη ενέργεια της υδατόπτωσης, ανά μονάδα μάζας νερού είναι:

$$1. e = g * H \quad [m/s^2 * m = kg * m/s^2 * m/kg = Nt * m/kg = joule/kg]$$

όπου $H = Z_a - Z_k$ η διαφορά ύψους μεταξύ των ελεύθερων επιφανειών του έναντι ταμιευτήρα (του ταμιευτήρα πριν από τον στρόβιλο) και του ταμιευτήρα (του ταμιευτήρα μετά τον στρόβιλο, ο οποίος βρίσκεται στο ίδιο ύψος με τον στρόβιλο) – Z_a και Z_k είναι τα απόλυτα ύψη των ταμιευτήρων αυτών από την επιφάνεια της

θάλασσας. Για ολική παροχή, μεταξύ του έναντι και του καταντά ταμιευτήρα, ίση με Q , η διαθέσιμη (ή η υδραυλική) ισχύς είναι:

$$2. N_H = \rho * Q * g * H [\text{kg/m}^3 * \text{m}^3/\text{s} * \text{joule/kg} = \text{joule/s} = \text{watt}]$$

όπου ρ η πυκνότητα του νερού (1000 kg/m^3) και g η επιτάχυνση της βαρύτητας ($9,81 \text{ m/s}^2$). Η μηχανική (ή η αξονική) ισχύς N_u που αναπτύσσεται στο δρομέα του στροβίλου είναι μικρότερη από τη διαθέσιμη υδραυλική ισχύ, λόγω:

1. Των υδραυλικών απωλειών εξαιτίας των τριβών κατά την κάθοδο του νερού μέσα από το σωλήνα απορροής από τον έναντι ταμιευτήρα στον σρόβιλο. Οι απώλειες αυτές υπολογίζονται από την Εξίσωση του Darcy:

$$3. hf = fD * L/D * C^2/2g \quad [m/m * m^2/s^2 / m/s^2 = m]$$

Όπου fD ο συντελεστής τριβής του νερού στο σωλήνα απορροής, ο οποίος εξαρτάται από το υλικό και τη διαμόρφωση του σωλήνα απορροής (γωνίες, συνδέσεις κ.α.), L και D το μήκος και η διάμετρος του σωλήνα απορροής και C η ταχύτητα του νερού στο σωλήνα απορροής, η οποία εξαρτάται από την παροχή ($Q = C * A$, όπου A το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα απορροής). Στις υδραυλικές απώλειες περιλαμβάνονται και οι απώλειες λόγω κρούσης του νερού στα πτερύγια του στροβίλου, οι οποίες εκφράζονται μέσω της κατάλληλης αύξησης του συντελεστή fD .

2. Των απωλειών λόγω της διαφεύγουσας κινητικής ενέργειας. Το νερό στην έξοδο του στροβίλου δεν μπορεί να έχει μηδενική ταχύτητα και εξαιτίας της ταχύτητας του αυτής διαθέτει κινητική ενέργεια κατά την έξοδο του από τη διάταξη. Η κινητική ενέργεια αυτή είναι μέρος της αρχικής δυναμικής ενέργειας θέσης που διέθετε το νερό στον άνω ταμιευτήρα και για το λόγο αυτό συνυπολογίζεται στις απώλειες. Αν C_a είναι η ταχύτητα του νερού μετά τον σρόβιλο, οι απώλειες αυτές είναι:

$$4. h_{fa} = C_a^2/2g \quad [m^2/s^2 / m/s^2 = m]$$

και για το λόγο ότι είναι συνήθως πολύ μικρές, ο υπολογισμός τους συχνά παραλείπεται.

Οι παραπάνω απώλειες εκφράζονται σε m . Τα m αυτά έχουν την έννοια της τριπλάσιας ελάττωσης του αρχικού ύψους της υδατόπτωσης. Έτσι, με βάση τις παραπάνω απώλειες ορίζεται το ωφέλιμο ύψος υδατόπτωσης:

$$5. H_u = H - hf - h_{fa} [m]$$

το οποίο είναι μικρότερο από το διαθέσιμο ύψος υδατόπτωσης. Βέβαια αν είναι γνωστές οι παραπάνω απώλειες σε m , τότε με απλό πολλαπλασιασμό των απωλειών αυτών με την επιτάχυνση της βαρύτητας g , οι απώλειες εκφράζονται σε ενέργεια ανά μονάδα μάζας του νερού και με επιπλέον πολλαπλασιασμό με την πυκνότητα του νερού και την παροχή της υδατόπτωσης, μετατρέπονται σε απώλειες ισχύος.

Έτσι η ωφέλιμη αξονική ισχύς N_u που αναπτύσσεται στον δρομέα είναι:

$$6. Nu = \rho * Q * g * Hu \quad [\text{Watt}]$$

Από την ισχύ αυτή ένα μέρος χάνεται σε τριβές στα μηχανικά μέρη του στροβίλου, ένα μέρος στη γεννήτρια ρεύματος και ένα μέρος στον μετασχηματιστή του ρεύματος. Αν ηστρ, ηγεν και ημετ είναι οι αποδόσεις του στροβίλου, της γεννήτριας και του μετασχηματιστή αντίστοιχα, τότε η Υπολειπόμενη ηλεκτρική ισχύς από τον ΥΗΣ είναι:

$$7. Ne = \eta_{στρ} * \eta_{γεν} * \eta_{μετ} * Nu \quad [\text{watt}]$$

και οι τιμές των παραπάνω αποδόσεων κυμαίνονται από 0,7 – 0,95 για την πρώτη, 0,96 – 0,97 για τη δεύτερη και 0,98 – 0,99 για την τρίτη.

1.2 Ισοζύγιο ενέργειας ασυμπίεστου ρευστού – εξίσωση Bernouli

Όταν ένα ρευστό βρίσκεται σε κίνηση μεταφέρει ενέργεια. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά την κίνηση του ρευστού από τη θέση 1 στη θέση 2 ενός αγωγού, εκφρασμένη σε μονάδες ενέργειας ανά μονάδα μάζας του ρευστού που διέρχεται από τις δύο θέσεις¹, εκφράζεται από την Εξίσωση του Bernouli:

$$8. u_1 + C_1^2/2 + P_1/\rho_1 + g * Z_1 - u_2 - C_2^2/2 - P_2/\rho_2 - g * Z_2 = w_2 + q_2 - w_1 - q_1 \quad [\text{J/kg}]$$

όπου:

u: η ειδική εσωτερική ενέργεια του ρευστού που είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας του [joule/kg].

C: η ταχύτητα του ρευστού που εξαρτάται από την ογκομετρική παροχή του ρευστού και τη διατομή του αγωγού και $C^2/2$ η ειδική κινητική του ενέργεια [$\text{m}^2/\text{s}^2 = \text{kg} * \text{m}/\text{s}^2 * \text{m}/\text{kg} = \text{Nt} * \text{m}/\text{kg} = \text{joule}/\text{kg}$].

P: η πίεση του ρευστού, που εξαρτάται από το ύψος της υδροστατικής στήλης πάνω από τη συγκεκριμένη θέση που βρίσκεται το ρευστό, ρ η πυκνότητα του ρευστού και P/ρ ο όρος της ειδικής δυναμικής ενέργειας πίεσης του ρευστού [$\text{Nt}/\text{m}^2 / \text{kg}/\text{m}^3 = \text{Nt} * \text{m}/\text{kg} = \text{joule}/\text{kg}$].

Z: το ύψος στο οποίο βρίσκεται η μονάδα μάζας του ρευστού και $g * Z$ ο όρος της ειδικής δυναμικής ενέργειας θέσης του ρευστού [$\text{m} * \text{m}/\text{s}^2 = \text{kg} * \text{m}/\text{s}^2 * \text{m}/\text{kg} = \text{Nt} * \text{m}/\text{kg} = \text{joule}/\text{kg}$].

W: το έργο ανά μονάδα μάζας που αποδίδεται στο ρευστό (+) ή αποδίδεται από το ρευστό (-) και q η θερμότητα ανά μονάδα μάζας που αποδίδεται στο ρευστό (+) ή αποδίδεται από αυτό (-).

¹ Η αρχή διατήρησης της μάζας επιβάλλει οι ίδιες μονάδες μάζας του ρευστού να διέρχονται από τις θέσεις 1 και 2.

Για ασυμπίεστο ρευστό σταθερής θερμοκρασίας οι όροι της εσωτερικής ενέργειας εξισώνονται μεταξύ τους και απαλείφονται, οι όροι μεταφοράς θερμότητας προς ή από το ρευστό (q_1 και q_2) μηδενίζονται και η πυκνότητα παραμένει σταθερή μεταξύ των θέσεων 1 και 2 ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$). Οπότε η Εξίσωση Bernoulli παίρνει τη μορφή:

$$9. C_1^2/2 + P_1/\rho_1 + g * Z_1 - C_2^2/2 - P_2/\rho_2 - g * Z_2 = w_2 - w_1 \quad [J/kg]$$

Κατά τη ροή σε αγωγό (όταν δηλαδή μεταξύ των θέσεων 1 και 2 δεν παρεμβάλλεται διάταξη απόληψης ή απόδοσης έργου από ή προς το ρευστό – αντλία ή υδροστρόβιλος) οι όροι του έργου επίσης μηδενίζονται και η Εξίσωση Bernoulli παίρνει τη μορφή:

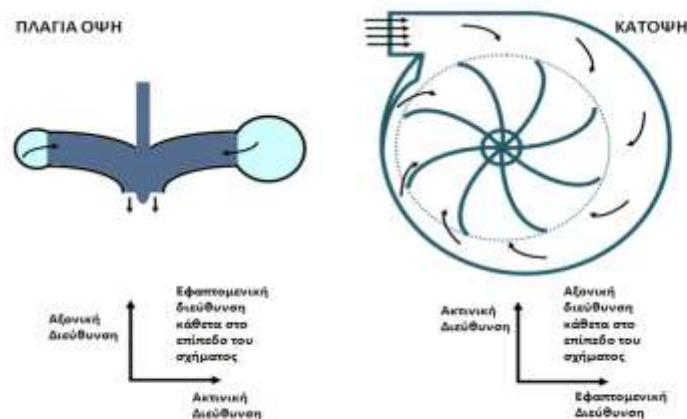
$$10. C_1^2/2 + P_1/\rho_1 + g * Z_1 = C_2^2/2 + P_2/\rho_2 + g * Z_2 \quad [J/kg]$$

1.3 Συνιστώσες της ταχύτητας του ρευστού – τρίγωνα ταχυτήτων

Η ταχύτητα C του ρευστού μέσα σε έναν στρόβιλο αναλύεται σε τρεις συνιστώσες:

- την εφαπτομενική (ή περιφερειακή) C_u ,
- την ακτινική C_r και,
- την αξονική C_n .

Οι τρεις αυτές συνιστώσες για μία τυπική στροβιλομηχανή (που προσομοιάζει με τον Υδροστρόβιλο Francis, ο οποίος θα αναλυθεί στη συνέχεια) φαίνονται στο Σχήμα 1. **Εδώ θα πρέπει να τονισθεί ότι μόνο η εφαπτομενική συστατώσα της ταχύτητας του νερού μεταφέρει ενέργεια στα πτερύγια του στρόβιλου (και ροπή στον άξονα τους) και μόνο η αξονική συνιστώσα μεταφέρει μάζα εντός και εκτός του στρόβιλου.**



Σχήμα 1. Συνιστώσες της ταχύτητας του νερού σε μία τυπική στροβιλομηχανή (Υδροστρόβιλος Francis)



Σχήμα 2. Υδροστρόβιλοι Francis.

Αντίστοιχα, τα πτερύγια του στροβίλου (και ο δρομέας) περιστρέφονται με ταχύτητα U , η οποία επίσης μπορεί να αναλυθεί στην:

- εφαπτομενική συνιστώσα U_t ή απλά U
- την ακτινική συνιστώσα $U_r = 0$ και
- την αξονική συνιστώσα $U_n = 0$

Η σχετική ταχύτητα του ρευστού ως προς τα πτερύγια συμβολίζεται με W και επίσης αναλύεται σε τρεις συνιστώσες:

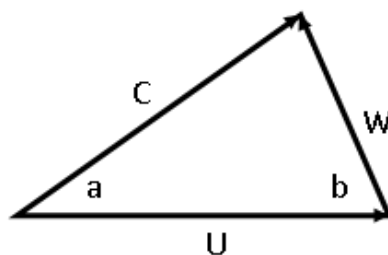
11. την εφαπτομενική: $W_u = C_u - U$

- την ακτινική $W_r = C_r$ και
- την αξονική $W_n = C_n$

Σε κάθε περίπτωση ισχύει η διανυσματική εξίσωση:

12. $C = U + W$

η οποία περιγράφεται από το τρίγωνο ταχυτήτων:



Σχήμα 3. Τυπικό τρίγωνο ταχυτήτων στροβίλου

Η ταχύτητα U των πτερυγίων έχει μόνο εφαπτομενική συνιστώσα και ορίζει την εφαπτομενική διεύθυνση. Έτσι η προβολή της ταχύτητας του νερού C και της σχετικής ταχύτητας W στη διεύθυνση της U ορίζει τις εφαπτομενικές τους συνιστώσες: $C_u = C * \cos\alpha$ και $W_u = W * \cos\beta$ [m/s]

και η Εξίσωση 11 γίνεται:

$$13. W * \cos\beta = C * \cos\alpha - U \quad [m/s]$$

Η ροπή M_u (ενέργεια με μονάδες joule) που αποδίδεται από το νερό στο στρόβιλο περιγράφεται από το **Θεώρημα της Συστροφής**:

$$14. M_u = \rho * C_{u1} * C_{n1} * r_1 * E_1 - \rho * C_{u2} * C_{n2} * r_2 * E_2$$

$$[kg/m^3 * m/s * m/s * m * m^2 = kg * m/s^2 * m = Nt * m = joule]$$

όπου C_u και C_n η εφαπτομενική και η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας του νερού στην είσοδο (θέση 1) και στην έξοδο (θέση 2) του στρόβιλου, ρ η πυκνότητα του νερού, r η ακτινική απόσταση της εισόδου και της εξόδου από τον άξονα περιστροφής και E το εμβαδόν της εισόδου και της εξόδου αντίστοιχα. Από το ισοζύγιο μάζας (**εξίσωση συνέχειας**) η ροή μάζας μέσα και έξω από το στρόβιλο είναι:

$$15. \rho * Q = \rho * E_1 * C_{n1} = \rho * E_2 * C_{n2} \quad [kg/s]$$

αφού μόνο η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας του νερού συνεισφέρει στη μεταφορά μάζας. Έτσι, το θεώρημα της συστρώσης παίρνει τη μορφή:

$$16. M_u = \rho * Q * (r_1 * C_{u1} - r_2 * C_{u2}) \quad [J]$$

και η ισχύς που μεταφέρεται από το νερό στο δρομέα (δηλαδή η ωφέλιμη αξονική ισχύς της Παρ. 2) είναι:

$$17. N_u = M_u * \omega = \rho * Q * (\omega * r_1 * C_{u1} - \omega * r_2 * C_{u2}) \Leftrightarrow$$

$$N_u = \rho * Q * (U_1 * C_{u1} - U_2 * C_{u2})$$

$$[joule * 1/s = watt]$$

όπου ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα και U η γραμμική εφαπτομενική συνιστώσα της ταχύτητας των πτερυγίων στις θέσεις 1 και 2. Ως προς το ωφέλιμο ύψος της υδατόπτωσης ($H_m = H - H_f - H_{fa}$ – βλ. Παράγραφο 2), η ωφέλιμη αξονική ισχύς είναι:

$$N_u = \rho * Q * g * H_u \quad [Watt]$$

και συνδυάζοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει η **Εξίσωση του Euler**:

$$18. H_u = (U_1 * C_{u1} - U_2 * C_{u2})/g \Leftrightarrow H_u = (U_1 * C_1 * \cos\alpha_1 - U_2 * C_2 * \cos\alpha_2)/g$$

$$[m]$$

ή

$$19. \mu = g \cdot H_u = (U_1 \cdot C_1 \cdot \cos \alpha_1 - U_2 \cdot C_2 \cdot \cos \alpha_2) \text{ [J/kg]}$$

η οποία συνδέει το ωφέλιμο ύψος υδατόπτωσης με τις ταχύτητες νερού και πτερυγίων στο στρόβιλο καθώς και με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των πτερυγίων (οι γωνίες α καθορίζονται από τις κλίσεις των πτερυγίων στη είσοδο και την έξοδο).

1.4 Υδροστρόβιλοι

Οι υδροστρόβιλοι (ΥΣ) είναι διατάξεις που μετατρέπουν την ενέργεια ροής του νερού σε μηχανική ενέργεια και συγκεκριμένα σε ροπή, η οποία ασκείται από το νερό στην άτρακτο του δρομέα. Οι ΥΣ διακρίνονται σε δράσης (impulse) και αντίδρασης (reaction).

Ως βαθμός αντίδρασης ενός ΥΣ ορίζεται ο λόγος της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του νερού στον στρόβιλο προς τη συνολική μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του νερού μεταξύ του ταμιευτήρα και της δεξαμενής απορροής. Η δυναμική ενέργεια του νερού εκφράζεται από τη στατική του πίεση και τον όρο P/ρ σε κάθε θέση της διαδρομής του από τον ταμιευτήρα στην δεξαμενή απορροής, από τη στιγμή που η ταχύτητα του σε όλο το μήκος της διαδρομής αυτής είναι σταθερή.

1.4.1 Υδροστρόβιλοι Δράσης

Ο σωλήνας που μεταφέρει το νερό στον στρόβιλο καταλήγει σε ακροφύσιο ή δέσμη ακροφυσίων, που μετατρέπουν τη δυναμική ενέργεια του νερού (ή την ενέργεια πίεσης του νερού πριν από το ακροφύσιο) σε κινητική ενέργεια (ταχύτητα). Το νερό μετά το ακροφύσιο προσπίπτει με υψηλή κινητική ενέργεια στα σκαφίδια, που είναι τοποθετημένα στην περίμετρο του δρομέα και τον περιστρέφει. Με τον τρόπο αυτό η αρχική δυναμική ενέργεια θέσης του νερού στον ταμιευτήρα μετατρέπεται εξολοκλήρου σε δυναμική ενέργεια πίεσης πριν από τα ακροφύσια και σε κινητική ενέργεια μετά από αυτά. Μέσα στο στρόβιλο, η κινητική ενέργεια του νερού μετατρέπεται σε ροπή κατά την πρόσκρουση του νερού στα σκαφίδια, στα οποία μεταφέρονται δυνάμεις ώσης λόγω της αλλαγής διεύθυνσης της ταχύτητας του ρευστού, πριν και μετά την πρόσκρουση του στα σκαφίδια. Η ροή εισέρχεται και εξέρχεται του στρόβιλου σε ατμοσφαιρική πίεση με αποτέλεσμα η μεταβολή της στατικής πίεσης μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του στρόβιλου να είναι μηδέν. Έτσι και ο βαθμός αντίδρασης στους ΥΣ δράσεως είναι επίσης μηδέν. Οι πίδακες νερού (jet) από τα ακροφύσια ενδέχεται να προσβάλουν το σύνολο ή απλά ένα κλάσμα των συνολικών σκαφιδίων του δρομέα και στη δεύτερη περίπτωση ονομάζονται υδροστρόβιλοι δράσης μερικής προσβολής και αποτελούν την πλειοψηφία των ΥΣ δράσης. Ο κυρίαρχος τύπος ΥΣ δράσης είναι ο ΥΣ Pelton.



1.4.2 Υδροστροβίλοι Αντίδρασης

Ο ΥΣ αποτελεί την απόληξη του αγωγού απορροής και είναι διαρκώς πλημμυρισμένος από νερό. Δηλαδή μεταξύ του αγωγού απορροής και των πτερυγίων του δρομέα δεν παρεμβάλλεται ακροφύσιο που να μετατρέπει τη δυναμική ενέργεια πίεσης σε κινητική. Η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας πίεσης του νερού σε ροπή του δρομέα συμβαίνει μέσω δύο φαινομένων:

- a. της πτώσης της στατικής πίεσης του νερού μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του στροβίλου και,
- b. την αλλαγή διεύθυνσης της ταχύτητας του νερού μεταξύ των πτερυγίων του δρομέα.

Έτσι, ένα μέρος της ροπής που αναπτύσσεται στο δρομέα προέρχεται από την αντίδραση των πτερυγίων στη μεταβολή της πίεσης και ένα μέρος της ροπής αυτής οφείλεται στις δυνάμεις ώσης του νερού, λόγω της αλλαγής κατεύθυνσης του διανύσματος της ταχύτητας του νερού.

Σε κάθε χρονική στιγμή, στους ΥΣ αντίδρασης, όλα τα πτερύγια είναι πλημμυρισμένα με νερό και οι ΥΣ είναι πάντοτε ΥΣ ολικής προσβολής. Οι κυρίαρχοι τύποι ΥΣ αντίδρασης είναι:

- a. οι ΥΣ Francis για μέσο και μεγάλο ύψος υδατόπτωσης (50 – 500 m) και είναι ακτινικής ή μικτής ροής και
- b. οι ΥΣ Kaplan για μικρό ύψος υδατόπτωσης και είναι αξονικής ροής

Στους ΥΣ αντίδρασης συχνά ισχύει η **παραδοχή της μηδενικής συστροφής στην έξοδο**, σύμφωνα με την οποία η ταχύτητα του νερού στην έξοδο έχει μηδενική εφαπτομενική συνιστώσα.

1.5 Υδροστροβίλοι Δράσης (Pelton)

Χρησιμοποιούνται για μεγάλα ύψη υδατόπτωσης (> 500 m), όπου το νερό φέρει μεγάλα ποσά ενέργειας ανά μονάδα μάζας και για μικρές παροχές νερού, γιατί η χρήση στροβίλων αντίδρασης στις περιπτώσεις αυτές συνεπάγεται μεγάλες

απώλειες λόγω της υψηλής ταχύτητα εκροής από τον στρόβιλο. Επίσης οι υψηλές ταχύτητες του νερού δημιουργεί μεγάλες απώλειες τριβής, στα πτερύγια των ΥΣ αντίδρασης, όχι όμως και στα σκαφίδια των ΥΣ Pelton, στα οποία το νερό εισέρχεται κάθετα. Επιπρόσθετα οι υψηλές τιμές πίεσης που θα δημιουργούνταν στην είσοδο των ΥΣ αντίδρασης δημιουργούν θέματα αντοχής των πτερυγίων τους.

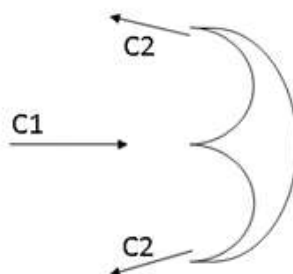


Σχήμα 4. Υδροστρόβιλοι Pelton

Οι ΥΣ Pelton χρησιμοποιούνται σε όλο το εύρος ισχύος από λίγα kw έως εκατοντάδες MW. Η είσοδος τους αποτελείται από ένα ή περισσότερα ακροφύσια, που μετατρέπουν τη αρχική δυναμική ενέργεια του νερού σε κινητική, με ταχύτητα:

$$20. C = Ca * (2 * g * H)^{1/2}$$

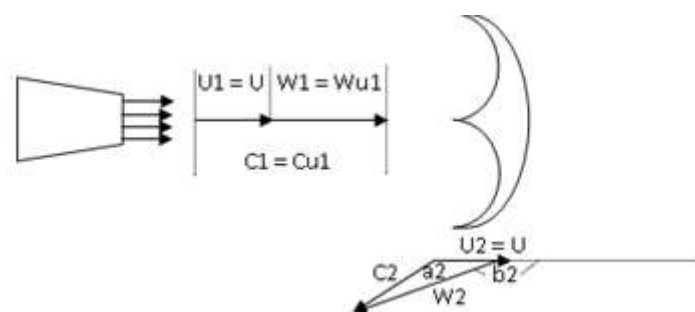
όπου Ca ο συντελεστής ταχύτητας του ακροφυσίου (για καλά σχεδιασμένα ακροφύσια $Ca \approx 1$). Η διατομή των ακροφυσίων μεταβάλλεται με την αξονική μετακίνηση βελόνας στο εσωτερικό τους, η οποία ελέγχει και την παροχή στην είσοδο του στρόβιλου. Η βελόνα μετακινείται με υδραυλικό σύστημα και η όλη διάταξη του ακροφυσίου είναι στιβαρή κατασκευή για να αντέχει τις υψηλές πιέσεις. Η δέσμη νερού από το ακροφύσιο προσπίπτει στα σκαφίδια της πτερωτής του στρόβιλου και αλλάζει διεύθυνση μέσα στη διπλή κοιλότητα των σκαφιδίων. Η δέσμη νερού εξέρχεται από τα σκαφίδια με σχεδόν μηδενική εφαπτομενική συνιστώσα ταχύτητας C_u .



Σχήμα 5. Όψη σκαφιδίων από πάνω.

Ο δρομέας αποτελείται από δίσκο περιμετρικά του οποίου τοποθετούνται συνήθως 20 – 22 σκαφίδια, σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους και η διάμετρος του δρομέα είναι 12 – 18 φορές μεγαλύτερη της διαμέτρου της δέσμης νερού από τα ακροφύσια. Η διαμόρφωση των σκαφιδίων εκτρέπει τη δέσμη νερού κατά $165 - 170^\circ$.

Αν την εξέτρεπε κατά 180° η απόδοση του στροβίλου θα ήταν μέγιστη, όμως η εξερχόμενη δέσμη θα προσέπιπτε στο πίσω μέρος του σκαφιδίου που ακολουθεί.



Σχήμα 6. Τρίγωνα ταχυτήτων στον ΥΣ Pelton.

Το τρίγωνο ταχυτήτων στην είσοδο του ΥΣ Pelton εκφυλίζεται σε ευθεία γραμμή με $C1 = Cu1$ και $W1 = Wu1$. Επίσης εξαιτίας της μικρής ακτινικής διάστασης των σκαφιδίων σε σχέση με την ακτίνα του δρομέα, $U1 = U2 = U$. Για το τρίγωνο ταχυτήτων στην έξοδο του νερού από το σκαφίδιο, η διεύθυνση U ορίζεται από τη διεύθυνση κίνησης του σκαφιδίου, ενώ η διεύθυνση της σχετικής ταχύτητας W από την κλίση της κοιλότητας του σκαφιδίου στο εξωτερικό του άκρο. Από το θεώρημα συστροφής στον ΥΣ Pelton, ισχύει:

$$M_u = \rho * Q * (r1 * Cu1 - r2 * Cu2) \quad 16.$$

Αλλά $r1 = r2 = r$ (όπου r η ακτίνα του δρομέα, περιλαμβανομένων των σκαφιδίων), οπότε:

$$20. M = \rho * Q * r * (Cu1 - Cu2) = \rho * Q * r * (C1 - C2 * \cos a2)$$

$$[kg/m^3 * m^3/s * m * m/s = kg * m/s^2 * m = Nt * m = joule]$$

Αλλά $Cu1 = U1 + Wu1$, $Cu2 = U2 + Wu2$ και $U1 = U2 = U$, οπότε $Cu1 - Cu2 = Wu1 - Wu2$, και:

$$21. M = \rho * Q * r * (Wu1 - Wu2) = \rho * Q * r * (W1 - W2 * \cos b2)$$

Για το λόγο ότι η ταχύτητα U είναι σταθερή μεταξύ εισόδου και εξόδου, ενώ και από το ισοζύγιο μάζας του νερού στο σκαφίδιο, το μέτρο της σχετικής ταχύτητας παραμένει σχεδόν σταθερό μεταξύ εισόδου και εξόδου, δηλαδή $W1 = W2$. Με αποτέλεσμα η τελευταία σχέση να γίνεται:

$$22. M = \rho * Q * r * W1 * (1 - \cos b2) = \rho * Q * r * (C1 - U) * (1 - \cos b2)$$

Στις παραπάνω σχέσεις θα πρέπει να προσεχθεί ότι το συνημίτονο μίας γωνίας λαμβάνει αρνητικές τιμές όταν η γωνία αυτή είναι μεγαλύτερη από 90° . Ειδικά στους ΥΣ Pelton η γωνία $b2$ μεταξύ της διεύθυνσης κίνησης των πτερυγίων U και της

σχετικής ταχύτητας W_2 του νερού στην έξοδο από το σκαφίδιο, ονομάζεται **γωνία εκτροπής**.

Εξ ορισμού η ροπή που μεταβιβάζεται από το νερό στα σκαφίδια είναι ίση με τη δύναμη που ασκείται από το νερό στα πτερύγια επί την ακτίνα του δρομέα, δηλαδή $M = F \cdot r$, ενώ η αναπτυσσόμενη ισχύς το γινόμενο της ροπής επί τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα: $N = M \cdot \omega$ [joule * 1/s = watt]. Οπότε:

$$23. N = M \cdot \omega = \rho \cdot Q \cdot (C_1 - U) \cdot (1 - \cos b^2) \cdot r \cdot \omega$$

Αλλά $r \cdot \omega = U$ και η τελευταία σχέση γίνεται:

$$24. N = \rho \cdot Q \cdot U \cdot (C_1 - U) \cdot (1 - \cos b^2)$$

$$[\text{kg/m}^3 \cdot \text{m}^3/\text{s} \cdot \text{m/s} \cdot \text{m/s} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{m/s} = \text{Nt} \cdot \text{m/s} = \text{joule/s} = \text{watt}]$$

Στην παραπάνω σχέση, η ισχύς μηδενίζεται ($N = 0$) όταν η εφαπτομενική ταχύτητα περιστροφής των σκαφιδίων γίνει ίση με την ταχύτητα εξόδου του νερού από το ακροφύσιο ($U = C_1$) ή όταν η εφαπτομενική ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων μηδενιστεί ($U = 0$). Αντίστοιχα, η παραγόμενη ισχύς παρουσιάζει μέγιστο (μεγιστοποιείται) όταν η παράγωγος της ως προς την ταχύτητα περιστροφής των σκαφιδίων μηδενιστεί:

$$25. dN/dU = 0 \Leftrightarrow \rho \cdot Q \cdot (1 - \cos b^2) \cdot (C_1 \cdot dU/dU - dU^2/dU) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \rho \cdot Q \cdot (1 - \cos b^2) \cdot (C_1 - 2 \cdot U) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C_1 - 2 \cdot U = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow U = C_1/2$$

δηλαδή όταν η εφαπτομενική ταχύτητα περιστροφής των σκαφιδίων είναι ίση με τη μισό της τιμής της ταχύτητας εξόδου του νερού από τα ακροφύσια. Η μέγιστη αυτή ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση:

$$26. N_{\max} = \rho \cdot Q \cdot C_1/2 \cdot C_1/2 \cdot (1 - \cos b^2) = \rho \cdot Q \cdot (1 - \cos b^2) \cdot C_1^2 / 4$$

Και η μέγιστη απόδοση του ΥΣ Pelton από τη σχέση:

$$27. n_{\max} = [\rho \cdot Q \cdot (1 - \cos b^2) \cdot C_1^2] / [4 \cdot \rho \cdot Q \cdot g \cdot H]$$

όπου H η υψομετρική διαφορά του ταμιευτήρα από τον ΥΣ. Όμως:

$$C_1 = C_v \cdot (2 \cdot g \cdot H)^{1/2} \quad \text{ή} \quad C_1 = (2 \cdot g \cdot H)^{1/2} \quad \text{όταν } C_v = 1$$

και η μέγιστη απόδοση του ΥΣ Pelton γίνεται:

$$28. n_{\max} = [\rho \cdot Q \cdot (1 - \cos b^2) \cdot C_1^2] / [4 \cdot \rho \cdot Q \cdot g \cdot H] =$$

$$= [(1 - \cos b^2) \cdot 2 \cdot g \cdot H] / [4 \cdot g \cdot H] =$$

$$= (1 - \cos b^2) / 2$$

και μεγιστοποιείται όταν $b^2 = 180^\circ$.

1.5.1 Παράδειγμα ΥΣ PELTON

ΥΣ δράσης βρίσκεται σε ύψος 615 m από την ελεύθερη επιφάνεια του ταμιευτήρα και ο αγωγός προσαγωγής έχει μήκος 2460 m, διάμετρο 0,5 m και συντελεστή τριβής 0,02. Ο συντελεστής ταχύτητας του ακροφυσίου είναι 0,94 και η διάμετρος της δέσμης νερού 180 mm. Αν η γραμμική ταχύτητα των σκαφιδίων είναι 45 m/s και η γωνία εκτροπής του νερού 165°, να υπολογιστεί η ισχύς του υδροστροβίλου.

ΛΥΣΗ

Αρχικά θα πρέπει να υπολογιστεί η παροχή Q του νερού και αυτό γίνεται με τη διαδοχική εφαρμογή του ισοζυγίου ενέργειας (εξίσωση Bernoulli) μεταξύ:

- της ελεύθερης επιφάνειας του ταμιευτήρα (θέση A) και της εισόδου του ακροφυσίου (θέση B), και
- της εισόδου του ακροφυσίου (θέση B) και της εξόδου του ακροφυσίου (θέση Γ).

καθώς και του ισοζυγίου μάζας (εξίσωση συνέχειας) μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του ακροφυσίου (θέσεις B και Γ).

Bernoulli μεταξύ των θέσεων A και B:

$$P_A/\rho g + V_A^2/2g + Z_A = P_B/\rho g + V_B^2/2g + Z_B + hf_{AB}$$

Θεωρώντας σχετικές πιέσεις για τις θέσεις A και B (σχετική πίεση = απόλυτη πίεση – ατμοσφαιρική πίεση), τότε η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια του ταμιευτήρα (θέση A) είναι μηδέν. Επίσης η ταχύτητα του νερού στην ελεύθερη επιφάνεια του ταμιευτήρα είναι επίσης μηδέν, ενώ αν το ύψος στην είσοδο των ακροφυσίων (θέση B) θεωρηθεί μηδέν τότε το ύψος της θέσης A είναι 615 m. Οπότε το ισοζύγιο ενέργειας μεταξύ των θέσεων A και B γίνεται:

$$P_B/\rho g + V_B^2/2g = 615 - hf_{AB}$$

όπου hf_{AB} οι απώλειες λόγω της ροής του νερού μέσα από το σωλήνα απορροής, εκφρασμένες σε όρους της συγκεκριμένης μορφής της εξίσωσης Bernoulli (δηλαδή σε m). Οι απώλειες αυτές υπολογίζονται από την Εξίσωση του Darcy:

$$hf_{AB} = f_D * L/D * V_B^2/2g = 0,02 * 2460/0,5 * V_B^2/(2 * 9,81) = 5 * V_B^2$$

και η εξίσωση Bernoulli μεταξύ των θέσεων A και B καταλήγει στη μορφή:

$$P_B/\rho g + V_B^2/2g = 615 - 5 * V_B^2 \quad (1)$$

Bernoulli μεταξύ των θέσεων B και Γ (εδώ ο όρος των απωλειών είναι αμελητέος εξαιτίας του μικρού μήκους του ακροφυσίου και του γεγονότος ότι αυτές περιλαμβάνονται στον συντελεστή ταχύτητας του ακροφυσίου):

$$PB/\rho g + VB^2/2g + ZB = P\Gamma/\rho g + V\Gamma^2/2g + ZB$$

(για λόγους εύκολου χειρισμού των εξισώσεων, το ισοζύγιο ενέργειας λύνεται ως προς την ιδανική ταχύτητα στην έξοδο του ακροφυσίου $V\Gamma$ και στη συνέχεια θα ληφθεί υπόψη ο συντελεστής ταχύτητας του ακροφυσίου) Στην τελευταία εξίσωση οι όροι υψομετρικής διαφοράς είναι ίσοι μεταξύ τους και απαλοοίφονται, ενώ θεωρώντας σχετικές πιέσεις η ατμοσφαιρική πίεση στη θέση Γ επίσης μηδενίζεται:

$$PB/\rho g + VB^2/2g = V\Gamma^2/2g \Leftrightarrow V\Gamma = [2 * g * (PB/\rho g + VB^2/2g)]^{1/2}$$

και βάση της εξίσωσης 1:

$$V\Gamma = [2 * g * (615 - 5 * VB^2)]^{1/2}$$

Στο σημείο αυτό λαμβάνεται υπόψη ο συντελεστής ταχύτητας του ακροφυσίου:

$$V\Gamma = 0,93 * [2 * g * (615 - 5 * VB^2)]^{1/2} \quad (2)$$

Στην τελευταία εξίσωση οι μόνοι άγνωστοι είναι οι ταχύτητες στην είσοδο και στην έξοδο του ακροφυσίου, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους μέσω του ισοζυγίου μάζας στην είσοδο και την έξοδο του ακροφυσίου (AB και $A\Gamma$ οι διατομές της δέσμης νερού στις θέσεις B και Γ):

$$Q = VB * AB = V\Gamma * A\Gamma \Leftrightarrow VB * (\pi * 0,5^2)/4 = V\Gamma * (\pi * 0,18^2)/4 \Leftrightarrow VB = 0,13 * V\Gamma$$

και αντικαθιστώντας στη σχέση (2):

$$V\Gamma = 0,93 * [2 * 9,81 * 615 - 2 * 9,81 * 5 * 0,13^2 * V\Gamma^2]^{1/2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2,46 * V\Gamma^2 = 10618 \Leftrightarrow V\Gamma = 65,7 \text{ m/s}$$

$$\text{Οπότε: } Q = V\Gamma * A\Gamma = 65,7 * \pi * 0,18^2 / 4 = 1,675 \text{ m}^3/\text{s}$$

Για τον υπολογισμό της μεταφερόμενης ισχύος (από το νερό στα σκαφίδια) και με βάση το θεώρημα συστροφής και την ανάλυση των τριγώνων των ταχυτήτων, σε αυτά:

$$N = \rho * Q * U * (C1 - U) * (1 - \cos\beta) = 1000 * 1,675 * 45 * (65,7 - 45) * (1 - \cos 165) \\ = 1.560.263 * (1 - (-0,97)) = 3,07 \text{ MW.}$$

1.6 Υδροστρόβιλοι Αντίδρασης FRANCIS

Οι υδροστρόβιλοι Francis είναι οι πλέον διαδεδομένοι για μεσαία ύψη υδατόπτωσης (50 – 500 m) και τυπικές εγκαταστάσεις τους καθώς και ο βασικός σχεδιασμός τους φαίνεται στα Σχήματα 1 και 2. Ο σωλήνας απορροής από τον ταμιευτήρα καταλήγει σε σπειροειδές κέλυφος, που περιβάλλει τον στρόβιλο. Η

διατομή του σπειροειδούς κελύφους ελαττώνεται σταδιακά, κατά την περίμετρο του στροβίλου (κατά την περιφερειακή ή εφαπτομενική διεύθυνση), προκειμένου να διατηρείται σταθερή η ταχύτητα της τροφοδοσίας του νερού στα πτερύγια του στροβίλου (η παροχή του νερού στην περίμετρο ελαττώνεται σταδιακά καθώς μέρος της κατευθύνεται προς το εσωτερικό του στροβίλου, τροφοδοτώντας τα διαδοχικά τμήματα της πτερωτής). Περιμετρικά της πτερωτής τοποθετείται στεφάνη με “οδηγητικά πτερύγια” μεταβλητής κλίσης, για καλύτερη κατανομή και ρύθμιση της παροχής και της ταχύτητας του νερού στα διαδοχικά πτερύγια του στροβίλου – βλ. Σχήμα 2.

Ο υπολογισμός της παραγόμενης ισχύος και της απόδοσης του ΥΣ Francis στηρίζεται στη διανυσματική ανάλυση των ταχυτήτων του νερού και των πτερυγίων, ενώ συχνά χρησιμοποιείται και η παραδοχή της **μηδενικής συστροφής στην έξοδο** του νερού από το στρόβιλο. Σύμφωνα με την παραδοχή αυτή, η ταχύτητα του νερού στην έξοδο από το στρόβιλο έχει μηδενική εφαπτομενική συνιστώσα, $Cu2 = 0$, οπότε η αναπτυσσόμενη ροπή, σύμφωνα με το θεώρημα συστροφή γίνεται:

$$29. M_u = \rho * Q * (r_1 * C_{u1} - r_2 * C_{u2}) = \rho * Q * r_1 * C_{u1}$$

και η ισχύς που μεταφέρεται από το νερό στο δρομέα (δηλαδή η ωφέλιμη αξονική ισχύς):

$$30. N_u = \rho * Q * U_1 * C_{u1}$$

Σύμφωνα με την παραδοχή της μηδενικής συστροφής και αφού $C_{u2} = 0 \Leftrightarrow C_2 * \cos\alpha_2 = 0 \Leftrightarrow \cos\alpha_2 = 0 \Leftrightarrow \alpha_2 = 90^\circ$, γεγονός που σημαίνει ότι η C_2 θα πρέπει να είναι κάθετη στη διεύθυνση U .

1.6.1 Παράδειγμα ΥΣ FRANCIS 1

Η εσωτερική και η εξωτερική ακτίνα των πτερυγίων ΥΣ Francis είναι 45 και 60 cm, αντίστοιχα. Η ταχύτητα εισόδου του νερού είναι 35 m/s και τα οδηγητικά πτερύγια ορίζουν τη γωνία της στις 35° ως προς την εφαπτομενική διεύθυνση. Η ακτινική ταχύτητα εξόδου του νερού 7 m/s. Αν οι γωνίες του πτερυγίου ως προς την εφαπτομενική διεύθυνση είναι 55° στην είσοδο και 30° στην έξοδο, να υπολογιστούν α) η παραγόμενη ισχύς για παροχή $1,2 \text{ m}^3/\text{s}$, β) η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής τους δρομέα και γ) η απόδοση του υδροστρόβιλου.

ΛΥΣΗ

Τα παραπάνω δεδομένα μεταφράζονται ως εξής:

$$C_1 = 35 \text{ m/s}$$

$$C_{r2} = 7 \text{ m/s}$$

$$Q = 1,2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\alpha_1 = 35^\circ$$

$$b_1 = 55^\circ$$

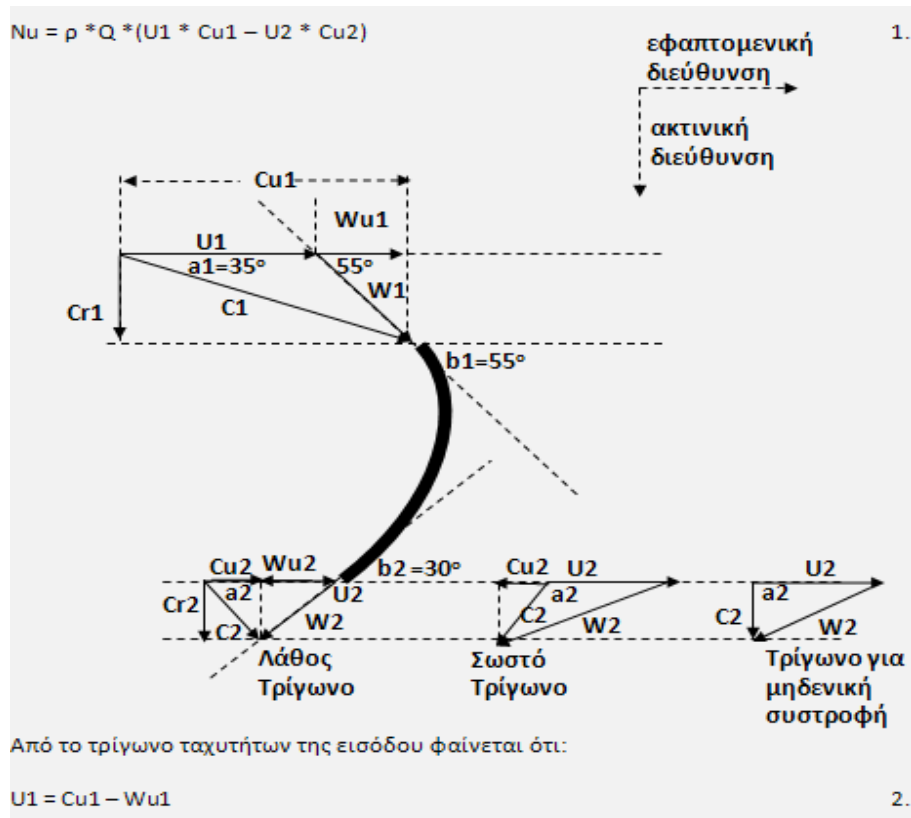
$$b_2 = 30^\circ$$

$$r_1 = 0,6 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,45 \text{ m}$$

(όσον αφορά στις γωνιές b αυτές ορίζονται από την κλίση του πτερυγίου στην είσοδο και την έξοδο).

α) Η παραγόμενη ισχύς υπολογίζεται από το θεώρημα της συστροφής:



και $Cu1 = C1 * \cos a1 = 35 * \cos 35 = 35 * 0,819 = 28,7 \text{ m/s}$

επίσης:

3. $Cr1/Wu1 = \tan b1 \Leftrightarrow Wu1 = Cr1/\tan 55$

$Cr1 = C1 * \sin a1 = 35 * \sin 35 = 35 * 0,574 = 20,1 \text{ m/s}$

Οπότε από την 3: $Wu1 = 20,1/1,43 = 14,1 \text{ m/s}$

και από τη 2: $U1 = 28,7 - 14,1 = 14,6 \text{ m/s}$

Αφού είναι γνωστή η $U1$ και η $r1$, μπορεί να υπολογιστεί η ω :

$\omega = U1/r1 = 14,6/0,6 = 24,3 \text{ s}^{-1}$

και η $U2$: $U2 = \omega * r2 = 24,3 * 0,45 = 11,0 \text{ m/s}$

Από το τρίγωνο ταχυτήτων της εξόδου:

4. $Cu2 = U2 - Wu2$

αλλά: $Cr2/Wu2 = \tan b2 \Leftrightarrow Wu2 = 7/\tan 30 = 7/0,58 = 12,1 \text{ m/s}$

και από την 4: $Cu2 = 11 - 12,1 = -1,1 \text{ m/s}$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η $Cu2$ έχει φορά αντίθετη της U και το τρίγωνο της εξόδου δεν έχει σχεδιαστεί σωστά. Ο σωστός σχεδιασμός φαίνεται δεξιά στο σχήμα της άσκησης. Σύμφωνα με το σωστό σχεδιασμό: $Cu2 = U2 - Wu2 = 11 - 12,1 = -1,1 \text{ m/s}$ και το αποτέλεσμα δεν αλλάζει ανεξάρτητα από το αν ο σχεδιασμός του τριγώνου έχει γίνει με τον έναν ή τον άλλο τρόπο.

Οπότε από την 1:

$$Nu = 1000 * 1,2 * (14,6 * 28,7 - 11,0 * (-1,1)) = 517,3 \text{ kW}$$

β) Η γωνιακή ταχύτητα έχει ήδη υπολογιστεί ίση με $24,3 \text{ s}^{-1}$.

γ) Η ισχύς του νερού κατά την είσοδο του στο στρόβιλο είναι:

$$N = \rho * Q * C1^2/2 = 1000 * 1,2 * 35^2 / 2 = 735,0 \text{ kW}$$

και η απόδοση του στροβίλου: $\eta_{στρ} = 517,3/735,0 = 0,70$ ή 70% .

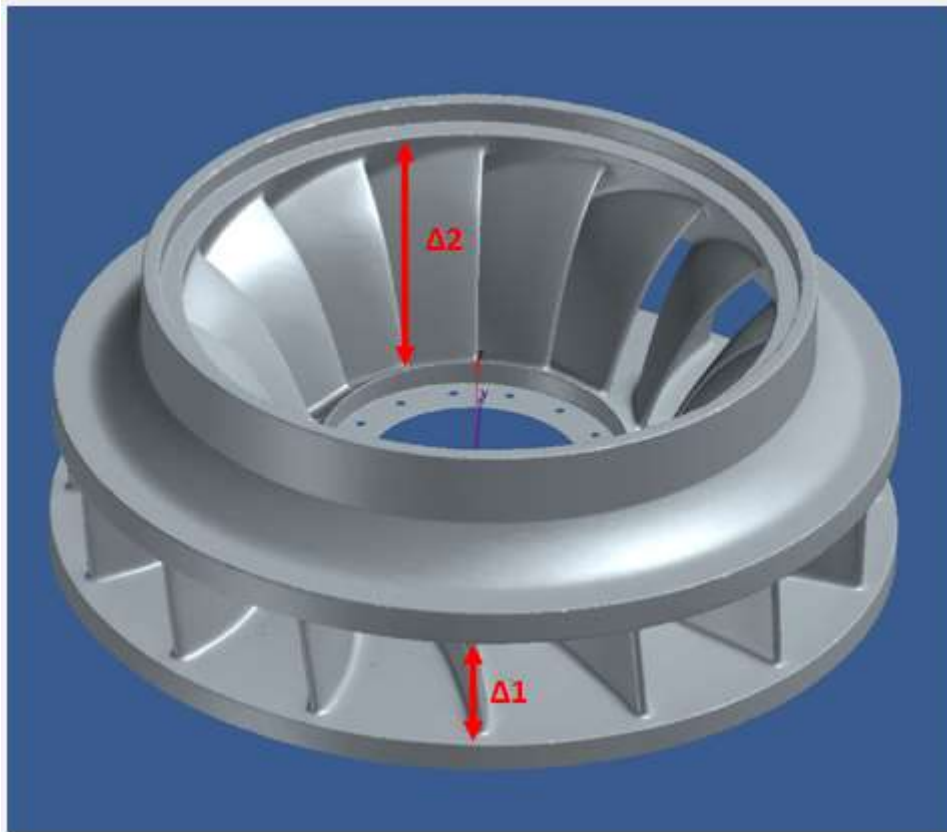
Παρατήρηση

Στον ΥΣ Francis η μεταφορά μάζας από τη θέση 1 στη θέση 2 (από την είσοδο στην έξοδο από τα πτερύγια και όχι στην είσοδο και την έξοδο του στροβίλου) γίνεται αποκλειστικά από την ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας του νερού Cr . Έτσι η μεταφορά μάζας στην είσοδο των πτερυγίων είναι $Cr1 * A1$, όπου $A1$ το εμβαδόν της εξωτερικής περιμέτρου των πτερυγίων $A1 = 2 * \pi * r1 * \Delta1$, όπου $\Delta1$ το πλάτος του πτερυγίου (η διάσταση του πτερυγίου η παράλληλη στην αξονική διεύθυνση, δηλαδή η κάθετη στο επίπεδο του σχήματος του Παραδείγματος). Αντίστοιχα, η παροχή στην έξοδο είναι $Cr2 * 2 * \pi * r2 * \Delta2$. Οπότε:

$$Q = Cr1 * 2 * \pi * r1 * \Delta1 = Cr2 * 2 * \pi * r2 * \Delta2 \Leftrightarrow (r1 * Cr1)/(r2 * Cr2) = \Delta2 / \Delta1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0,6 * 20,1)/(0,45 * 7) = 3,83 = \Delta2/\Delta1 \Leftrightarrow \Delta2 = 3,83 * \Delta1$$

Δηλαδή το πλάτος των πτερυγίων στη θέση 2 είναι 3,83 φορές το πλάτος των πτερυγίων στη θέση 1.



Σχήμα: Τα πλάτη των πτερυγίων γίνονται περισσότερο κατανοητά από το παραπάνω σχήμα.

1.6.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΣ FRANCIS 2

Στο προηγούμενο παράδειγμα να θεωρηθεί η παραδοχή της μηδενικής συστροφής στην έξοδο και να απαντηθούν τα ίδια ερωτήματα.

α) Η παραγόμενη ισχύς υπολογίζεται από το θεώρημα της συστροφής:

$$N_u = \rho \cdot Q \cdot (U_1 \cdot C_{u1} - U_2 \cdot C_{u2})$$

το οποίο αφού $C_{u2} = 0$ ο δεύτερος όρος της παρένθεσης μηδενίζεται:

$$1. \quad N_u = \rho \cdot Q \cdot U_1 \cdot C_{u1}$$

Από το τρίγωνο ταχυτήτων της εισόδου φαίνεται ότι:

$$2. \quad U_1 = C_{u1} - W_{u1}$$

και

$$C_{u1} = C_1 \cdot \cos\alpha_1 = 35 \cdot \cos 35 = 35 \cdot 0,819 = 28,7 \text{ m/s}$$

επίσης:

$$3. \quad C_{r1}/W_{u1} = \tan\beta_1 \Leftrightarrow W_{u1} = C_{r1}/\tan 55$$

$$C_{r1} = C_1 \cdot \sin\alpha_1 = 35 \cdot \sin 35 = 35 \cdot 0,574 = 20,1 \text{ m/s}$$

$$\text{Οπότε από την 3: } W_{u1} = 20,1/1,43 = 14,1 \text{ m/s}$$

$$\text{και από τη 2: } U_1 = 28,7 - 14,1 = 14,6 \text{ m/s}$$

$$\text{Οπότε από την 1: } N_u = 1000 \cdot 1,2 \cdot 14,6 \cdot 28,7 = 502,8 \text{ kW}$$

β) Αφού είναι γνωστή η U_1 και η r_1 , μπορεί να υπολογιστεί η ω :
 $\omega = U_1/r_1 = 14,6/0,6 = 24,3 \text{ s}^{-1}$

γ) Η ισχύς του νερού κατά την είσοδο του στο στρόβιλο είναι:
 $N = \rho * Q * C_1^2/2 = 1000 * 1,2 * 35^2 / 2 = 735,0 \text{ kW}$
και η απόδοση του στροβίλου: $\eta_{στρ} = 502,8/735,0 = 0,68$ ή 68 %.

Παρατήρηση

Δεδομένης της Cr_1 και του λόγου των πλάτους των πτερυγίων στις θέσεις 1 και 2, το μέτρο της Cr_2 , αν θεωρηθεί ότι ισχύει η παραδοχή της μηδενικής συστροφής στην έξοδο, θα είναι επίσης:

$$Q = Cr_1 * 2 * \pi * r_1 * \Delta_1 = Cr_2 * 2 * \pi * r_2 * \Delta_2 \Leftrightarrow (r_1 * Cr_1)/(r_2 * Cr_2) = \Delta_2 / \Delta_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Cr_2 = (0,6 * 20,1) / (3,83 * 0,45) = 7 \text{ m/s}$$

Δηλαδή το μέτρο της Cr_2 δεν επηρεάζεται από την παραδοχή της μηδενικής συστροφής ($Cu_2 = 0$), μόνο που αυτή τη φορά $Cr_2 = C_2$ και η C_2 είναι κάθετη στη διεύθυνση U , αφού $Cu_2 = 0$.

Από τις παρατηρήσεις των παραπάνω παραδειγμάτων συνάγεται ότι, για σταθερή ταχύτητα C_1 , η γωνία a_1 εισόδου στο νερό στο στρόβιλο (η οποία ρυθμίζεται από τα ρυθμιστικά πτερύγια – τα κίτρινα πτερύγια στο Σχήμα 2, κάτω αριστερά) καθορίζει το μέτρο της Cr_1 και κατ' επέκταση την παροχή μέσω του στροβίλου. Έτσι αν η γωνία a_1 γίνει 0° μεγιστοποιείται η Cu_1 ($Cu_1 = C_1 * \cos 0 = C_1$), μηδενίζεται όμως η Cr_1 ($Cr_1 = C_1 * \sin 0 = 0$) με αποτέλεσμα να μηδενίζεται η παροχή ($Q = Cr_1 * 2 * \pi * r_1 * \Delta_1$) και κατά συνέπεια και η παραγόμενη ισχύς ($Nu = \rho * Q * (U_1 * Cu_1 - U_2 * Cu_2)$). Επίσης, αν η γωνία a_1 γίνει 90° μεγιστοποιείται μεν η Cr_1 και η παροχή, μηδενίζεται όμως η εφαπτομενική συνιστώσα της ταχύτητας του νερού ($Cu_1 = C_1 * \cos 90 = 0$) με αποτέλεσμα να μηδενίζεται ο όρος $Cu_1 * U_1$ και να ελαχιστοποιείται η ισχύς. Για κάθε συνδυασμό γωνιών του πτερυγίου στην είσοδο και την έξοδο (b_1 και b_2) υπάρχει μία τιμή της a_1 που μεγιστοποιεί την ισχύ.

2. Άσκηση

Σε ΥΣ Francis με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

$$r_1 = A \text{ m} \qquad b_1 = \Gamma^\circ \qquad \Delta_1 = E \text{ m}$$

$$r_2 = B \text{ m} \qquad b_2 = \Delta^\circ \qquad \Delta_2 = Z \text{ m}$$

εισέρχεται νερό με ταχύτητα 40 m/s. Να υπολογιστεί η γωνία a_1 εισόδου του νερού στο στρόβιλο (η οποία ρυθμίζεται από τα ρυθμιστικά πτερύγια) για την οποία

μεγιστοποιείται η παραγόμενη ισχύς. (Οι βέλτιστες γωνίες βρίσκονται στην περιοχή 25 – 35°).

				A	B	Γ	Δ	Ε	Z
1η	Παπανικολάου	Κοκκίνης	Χατζόπουλος	0,4	0,2	50	20	0,15	0,55
2η	Παζούρου	Βελάλη	Έλληνα	0,45	0,22	51	21	0,15	0,6
3η	Κρασιώτης	Λεργιός	Δημητράκης	0,5	0,24	52	22	0,2	0,65
4η	Παλής	Γκαδανόπουλος	Ασιμής	0,55	0,26	53	23	0,2	0,7
5η	Στάμος	Αγιασμένος	Κόκκινος	0,6	0,28	54	24	0,2	0,75
6η	Λυμπέρης	Παρασκευάς		0,65	0,3	55	25	0,25	0,8
7η	Βογιατζή	Χλιβίνου	Οικονόμου	0,7	0,32	56	26	0,25	0,85
8η	Καρδάκη	Πλέσια		0,75	0,34	57	27	0,25	0,9
9η	Παναγόπουλος	Σαχινίδης		0,8	0,36	58	28	0,25	0,95
10η	Καδεμίδου	Σαμακόβλη		0,85	0,38	59	29	0,3	1
11η	Κιατίπης	Σιταράς	Kabongo	0,9	0,4	60	30	0,3	1,05
12η	Δημότα	Καζαντζίδης		0,95	0,42	59	29	0,3	1,1
13η	Χατζόγλου	Τσικαμπάκας	Νικάκης	1	0,44	58	28	0,3	1,15
14η	Χρόνη	Αθανασίου		1,05	0,46	57	27	0,3	1,2
15η	Ιωαννάκη	Σιμοπούλου	Αθανασίου	1,1	0,48	56	26	0,3	1,25
16η	Συμεωνίδης	Μπούσης	Κοσμαδάκη	1,15	0,5	55	25	0,35	1,3
17η	Ευσταθοπούλου	Ματζώρου		1,2	0,52	54	24	0,35	1,35
18η	Τσαλικίδου	Χαραλάμπους		1,25	0,54	53	23	0,35	1,4
19η	Μηλιώτη	Αναστασίου		1,3	0,56	52	22	0,35	1,45
20η	Πογαρίδου	Ζέρβα		1,35	0,58	51	21	0,35	1,5
21η	Κεβρεκίδης	Γαλανόπουλος	Μελισσάρης	1,4	0,6	50	20	0,35	1,55
22η	Πέτας	Ζήσκος		1,45	0,62	51	21	0,35	1,6
23η	Κουφούδης	Μίχας	Μεγρέμης	1,5	0,64	52	22	0,4	1,65
24η	Καραβασίλη	Βαγγέλη		1,55	0,66	53	23	0,4	1,7

		A	B	Γ	Δ	E	Z
25η	Σαρρίδου	1,6	0,68	54	24	0,4	1,75
26η	Καραγιάννης	1,65	0,7	55	25	0,4	1,8

ΦΥΛΛΟ ΛΥΣΗΣ

a1	ο
Cr1	m/s
Q	m ³ /s
Cu1	m/s
Wu1	m/s
U1	m/s
ω	1/s
U2	m/s
Cr2	m/s
Wu2	m/s
Cu2	m/s
Nu	MW