

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

29/01/26 - Εξεταζόμενο μάθημα: “Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις” (ΜΥ 33)

ΘΕΜΑ 1 [1/10]

Θέτοντας $y = e^x u$ και χρησιμοποιώντας τη μέθοδο χωρισμού των μεταβλητών, βρείτε τη λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$y' = e^{-x}y^2 + y + e^x, \quad y(0) = 1.$$

ΘΕΜΑ 2 [1/10]

Να λύσετε τη γραμμική εξίσωση

$$xy' + 2y = 9x\sqrt{1+x^3}.$$

ΘΕΜΑ 3 [1/10]

Να λύσετε τη εξίσωση

$$2xy + y^2 + (x^2 + 2xy)y' = 0.$$

ΘΕΜΑ 4 [2/10]

(A) Να βρείτε λύση για την εξίσωση τύπου Bernoulli

$$y' + 2xy = 2xy^3 \quad (*).$$

(B) Να βρεθούν οι 2 πρώτοι όροι της προσεγγιστικής ακολουθίας του Picard για το Π.Α.Τ.: (*), $y(0) = \sqrt{2}/2$.

ΘΕΜΑ 5 [2/10]

Εξετάστε το πλήθος των λύσεων τις εξίσωσης $(x^2 - 2x)y' = 2(x - 1)y$ σε μια περιοχή της αρχικής συνθήκης, όταν αυτή είναι η:

(i) $y(0) = 1$,

(ii) $y(1) = 2026$,

(iii) $y(2) = 0$.

ΘΕΜΑ 6 [1,5/10]

Να λύσετε τη εξίσωση

$$y'' + y = \sin x.$$

ΘΕΜΑ 7 [0,5/10]

Να βρείτε λύση για την εξίσωση

$$2y^2y'' = -1.$$

ΘΕΜΑ 8 [2/10]

Να βρείτε τις ιδιοτιμές και τις ιδιοσυναρτήσεις του προβλήματος συνοριακών τιμών

$$y'' + 2y' + y + \lambda y = 0, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ