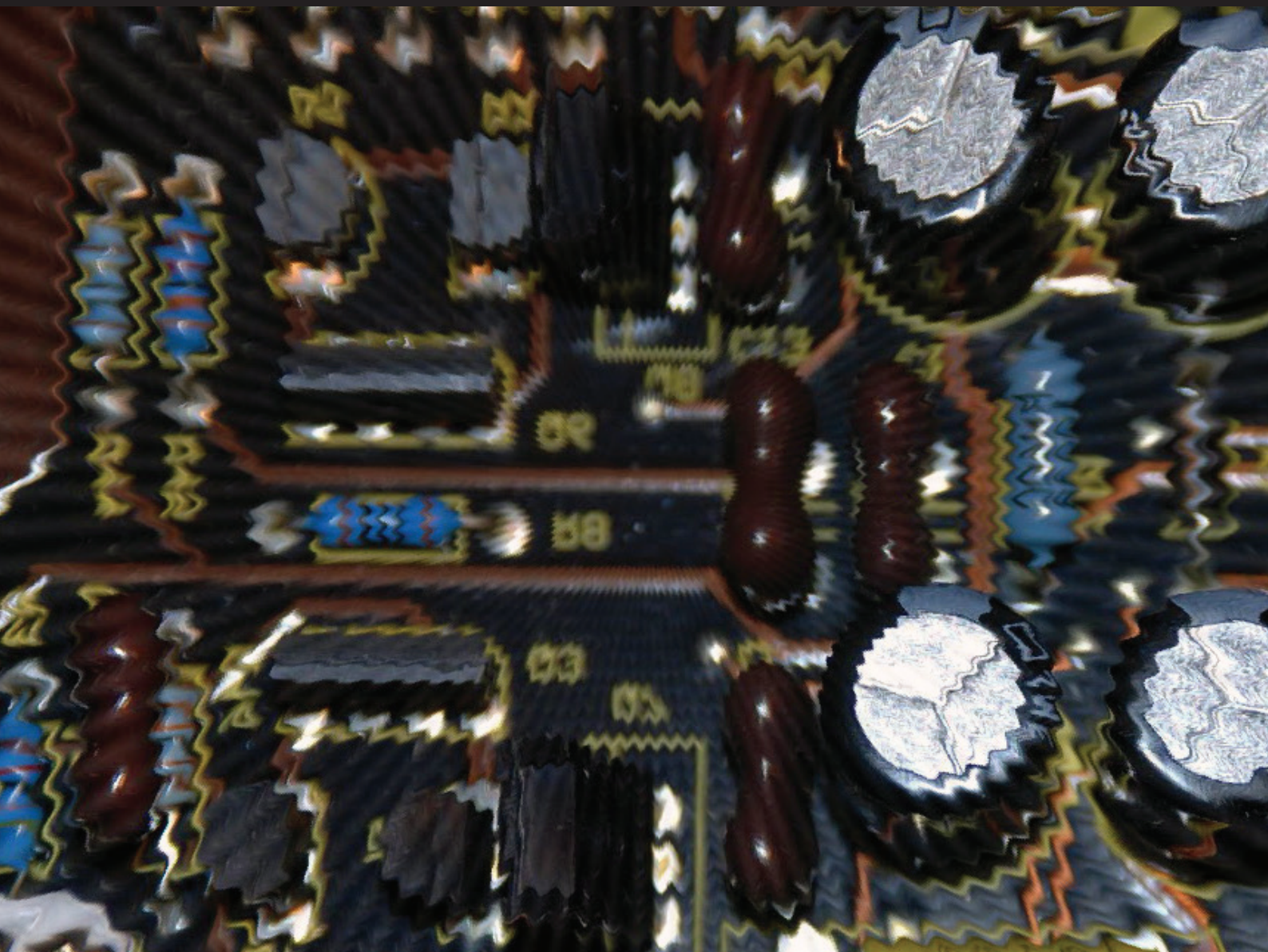


Εισαγωγικά Θέματα Ηλεκτρονικής

Γιώργος Σπ. Τόμπρας
Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών



Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά
Συγγράμματα και Βοηθήματα
www.kallipos.gr

HEALLINK
Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ανάπτυξη στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΣΠΑ
2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΓΙΩΡΓΟΣ ΣΠ. ΤΟΜΠΡΑΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΙ ΕΝΙΣΧΥΤΕΣ ΤΑΣΗΣ

ΑΘΗΝΑ 2015



**Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά
Συγγράμματα και Βοηθήματα**
www.kallipos.gr

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΙ ΕΝΙΣΧΥΤΕΣ ΤΑΣΗΣ

ΓΙΩΡΓΟΣ ΣΠ. ΤΟΜΠΡΑΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

ΣΥΝΔΕΣΜΟΣ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΩΝ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΩΝ

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, 15780 Ζωγράφου

www.kallipos.gr

ISBN: 978-960-603-174-8

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η Ηλεκτρονική, ως κλάδος της Φυσικής, αποτελεί σε γενικές γραμμές το μέρος εκείνο του Ηλεκτρισμού που ασχολείται κατά κύριο λόγο με τις εφαρμογές που προκύπτουν από τη μελέτη και την ερμηνεία φαινομένων που σχετίζονται με την οργανωμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων στα διάφορα υλικά μέσα και το κενό. Ξεκινώντας από τις βασικές αρχές και νόμους του κλασικού Ηλεκτρισμού, το αντικείμενο της Ηλεκτρονικής προσδιορίστηκε αρχικώς με τον όρο «Ηλεκτροτεχνία», υποδηλώνοντας έναν προσανατολισμό περισσότερο προς το επίπεδο των τεχνικών εφαρμογών και λιγότερο προς την θεωρητική μελέτη και ανάλυση. Σήμερα, η προσέγγιση αυτή έχει πλήρως αναθεωρηθεί εξαιτίας της ραγδαίας εξέλιξης και ανάπτυξης της ηλεκτρονικής τεχνολογίας και των εφαρμογών της. Επιπλέον, η επινόηση του διπολικού τρανζίστορ επαφής το 1947 από τους John Bardeen, Walter Brattain και William Shockley και η παράλληλη διατύπωση το 1948 της Θεωρίας της Πληροφορίας από τον Claude Shannon (1916-2001) και των αρχών της Κυβερνητικής από τον Norbert Wiener (1894-1964), επανέφερε την Ηλεκτρονική στο θεωρητικό της υπόβαθρο, αυτό της Φυσικής, με σαφή όμως διαθεματικά επιστημονικά χαρακτηριστικά. Έτσι, η κλασική Ηλεκτρονική Φυσική (με την έννοια της ηλεκτρονικής θεωρίας του κλασικού Ηλεκτρισμού και Μαγνητισμού) και η Ηλεκτρονική των διατάξεων και των κυκλωμάτων συνδέονται πλέον με την Θεωρία της Πληροφορίας, των Συστημάτων και του Ελέγχου και επιτρέπουν με τον τρόπο αυτό τη μελέτη της λειτουργίας κάθε είδους ηλεκτρικού και ηλεκτρονικού κυκλώματος σε πολλά και διαφορετικά επίπεδα ανάλυσης.

Ωστόσο, η προσέγγιση του αντικειμένου της Σύγχρονης Ηλεκτρονικής με όρους «φυσικής των πραγμάτων», δηλ. με τους όρους της φυσικής που περιγράφει τη λειτουργία κυκλωμάτων και διατάξεων, απαιτεί ένα συστηματικό τρόπο εισαγωγής των σχετικών ορισμών και εννοιών για την ουσιαστική κατανόηση των φυσικών αυτών αρχών λειτουργίας. Κι αυτό διότι με την πάροδο των χρόνων η βαθμιαία υποτίμηση της ακρίβειας στη χρήση των ορισμών και η άσκοπη χρήση φαινομενικά συμπληρωματικών εννοιών, χωρίς αυτές να είναι λάθος, οδηγούν συχνά σε σημαντικές παρανοήσεις.

Στο βιβλίο αυτό, η εισαγωγή των βασικών νόμων της κλασικής Ηλεκτρονικής Φυσικής που περιγράφουν την ενοποίηση ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων γίνεται στο επίπεδο των φυσικών αρχών λειτουργίας των κυκλωμάτων κυρίως χαμηλών συχνοτήτων, δηλ. με τη θεώρησή τους ως κλειστών φυσικών συστημάτων όπου δεν παρατηρούνται φαινόμενα απωλειών ενέργειας τέτοιων που να απαιτούν την εφαρμογή όρων μεταφοράς μεγίστης ισχύος. Σ' αυτό το πλαίσιο, η έμφαση δίνεται στα γενικά χαρακτηριστικά ανάλυσης της λειτουργίας των κυκλωμάτων με όρους τάσης και έντασης ρεύματος και υπό το πρίσμα της επεξεργασίας των αντίστοιχων σημάτων, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο των συχνοτήτων. Με τον τρόπο αυτό φαίνεται αμέσως η φυσική σημασία της ροής του ηλεκτρικού ρεύματος στα ηλεκτρικά κυκλώματα και του ελέγχου της στα ηλεκτρονικά κυκλώματα, στη συνέχεια δε, γίνεται μεθοδολογικά κατανοητή η χρήση των ισοδύναμων προτύπων για τις αντίστοιχες μορφές λειτουργίας. Τέλος, ακριβώς ως παράδειγμα πρακτικής εφαρμογής των γενικών αρχών λειτουργίας που έχουν παρουσιαστεί, εισάγονται οι Τελεστικοί Ενισχυτές Τάσης ως αυτοτελή δομικά στοιχεία ηλεκτρονικών κυκλωμάτων και αναλύεται η μορφή και η λειτουργία απλών γραμμικών και μη γραμμικών κυκλωμάτων τους με χρήση τελεστικών ενισχυτών.

Σεπτέμβριος 2015

Γιώργος Τόμπρας

1. Εισαγωγικές έννοιες και ορισμοί

1.1. Από το Ηλεκτρικό Πεδίο στα Ηλεκτρικά Κυκλώματα και Στοιχεία

Η διατύπωση της Ηλεκτρομαγνητικής Θεωρίας από τον J.C. Maxwell στα τέλη του 19^{ου} αιώνα επέτρεψε την ερμηνεία των ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων με όρους πεδίων¹ που οφείλονται στην ύπαρξη ή και κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Έτσι, οι βασικές φυσικές οντότητες που χρειάζονται για την κατ' αρχήν περιγραφή τέτοιων φαινομένων είναι η ενέργεια και το ηλεκτρικό φορτίο.

Στο πλαίσιο αυτό, οι αρχές διατήρησης της ενέργειας και του ηλεκτρικού φορτίου σ' ένα κλειστό σύστημα οδηγούν στον προσδιορισμό της έννοιας του ηλεκτρικού κυκλώματος, η λειτουργία του οποίου αναφέρεται στη μεταφορά και κατανομή (ηλεκτρικής) ενέργειας ή, αλλιώς, στην οργανωμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων λόγω της προσφερόμενης σ' αυτά ενέργειας, από ένα «σημείο τροφοδοσίας», την **πηγή**, στην **είσοδο** του κυκλώματος, προς ένα «σημείο απόδοσης», το **φορτίο**², στην **έξοδο** του κυκλώματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1. Τυπική διάταξη συνδεδεμένου ηλεκτρικού κυκλώματος με πηγή στην είσοδο και φορτίο στην έξοδο.

Επομένως, ως **ηλεκτρικό κύκλωμα** ορίζεται κάθε κλειστό σύστημα φυσικών στοιχείων που βρίσκονται σε ηλεκτρική σύνδεση μεταξύ τους, δηλ. αποτελούν μέρος της διαδρομής που ακολουθούν ηλεκτρικά φορτία κατά μια ορισμένη κίνησή τους³, και στα οποία στοιχεία μπορεί να συμβαίνουν ηλεκτρικά ή και μαγνητικά φαινόμενα.

Τα φυσικά αυτά στοιχεία, που μπορούν να καταναλώνουν ή να αποθηκεύουν ή και να προσφέρουν ηλεκτρική ενέργεια, ονομάζονται ηλεκτρικά στοιχεία, ενώ η περιγραφή των σχετικών φαινομένων σ' αυτά γίνεται με συγκεκριμένες προσεγγίσεις και περιορισμούς ως προς τη γενικότερη θεωρία πεδίων.

Έτσι, στα ηλεκτρικά κυκλώματα η ανάλυση της ηλεκτρικής συμπεριφοράς των στοιχείων του γίνεται με όρους τάσης και έντασης ρεύματος, ενώ μεγέθη όπως φορτία, ένταση πεδίου, ενέργεια ή ισχύς μπορούν να υπολογισθούν, αν χρειάζεται, στη συνέχεια.

Η μελέτη των ηλεκτρικών κυκλωμάτων άρχισε με την ανακάλυψη του ηλεκτροχημικού στοιχείου και οδήγησε πολύ σύντομα στη διατύπωση του νόμου του Ohm για τα ηλεκτρικά ρεύματα στα διάφορα υλικά σώματα και στη συνέχεια, το 1847, στους κανόνες του Kirchhoff για τη μεταφορά και κατανομή της ηλεκτρικής ενέργειας σ' αυτά. Συνέπεια των νόμων αυτών είναι το συμπέρασμα ότι η λειτουργία ενός κυκλώματος εξαρτάται από δύο μόνον παράγοντες:

- το είδος των ηλεκτρικών στοιχείων που το αποτελούν, και
- τη θέση και τον τρόπο σύνδεσής τους, δηλ. την τοπολογία του κυκλώματος.

Το συμπέρασμα αυτό - που, προφανώς, ισχύει για κάθε φυσικό «κύκλωμα» - σε συνδυασμό με τον μικρό αριθμό των βασικών ηλεκτρικών στοιχείων έχει την έννοια ότι οι διαφορές λειτουργίας που εμφανίζονται μεταξύ κυκλωμάτων με ίδια στοιχεία οφείλονται σε τοπολογικές διαφορές τους.

1.2 Βασικά ηλεκτρικά μεγέθη και μονάδες

1.2.1 Ηλεκτρικό Φορτίο

Το **ηλεκτρικό φορτίο** είναι το βασικό φυσικό μέγεθος με το οποίο ερμηνεύονται όλα τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα και, μεταξύ αυτών, τα φαινόμενα μεταφοράς και κατανομής της ηλεκτρικής ενέργειας στα ηλεκτρικά κυκλώματα. Το ηλεκτρικό φορτίο, λόγω συμμετρίας, απαντάται σε δύο μορφές, τη θετική και την αρνητική, είναι κβαντισμένο και η

1 Η έννοια του πεδίου στη Φυσική αποτελεί έναν τρόπο (ή μια συνθήκη) για τη μελέτη και την περιγραφή σε δύο ή τρεις διαστάσεις των αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στους φορείς του αντίστοιχου μετρήσιμου μεγέθους. Δηλαδή, ο χώρος αλληλεπιδράσεων ηλεκτρικών φορτίων είναι χώρος ηλεκτρικού πεδίου.

2 Μετάφραση του αγγλικού όρου «load», ο οποίος στα ηλεκτρικά κυκλώματα χρησιμοποιείται διεθνώς για να υποδείξει τον τελικό αποδέκτη της μεταφερόμενης ή κατανεμόμενης ηλεκτρικής ενέργειας.

3 Προφανώς αυτή η οργανωμένη και προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων αποτελεί τον ορισμό του ηλεκτρικού ρεύματος.

συνολική ποσότητα του q ένα κλειστό σύστημα διατηρείται αναλλοίωτη.

Η φυσική υπόσταση και κατανόηση του ηλεκτρικού φορτίου είναι στενά συνδεδεμένη με την εικόνα των ηλεκτρικών ουδέτερων ατόμων των στοιχείων, όπου ο θετικά φορτισμένος πυρήνας περιβάλλεται από ένα νέφος αρνητικά φορτισμένων ηλεκτρονίων με συνολικό φορτίο ίσο και αντίθετο προς το φορτίο του πυρήνα. Επομένως, η εμφάνιση θετικού φορτίου q ένα υλικό σώμα είναι αποτέλεσμα έλλειψης ηλεκτρονίων, ενώ η εμφάνιση αρνητικού φορτίου υποδηλώνει περίσσεια ηλεκτρονίων. Ωστόσο, οι ισχυρές ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των ετερόνυμων φορτίων, σε αντίθεση προς τις ισχυρές απωστικές δυνάμεις μεταξύ των ομόνυμων, εξηγούν το γεγονός ότι θετικά και αρνητικά φορτία υπάρχουν μαζί και σε ίσες ποσότητες, οπότε και τα περισσότερα υλικά σώματα στη φύση είναι ηλεκτρικώς ουδέτερα.

Το ηλεκτρικό φορτίο συμβολίζεται με Q ή q και η μονάδα μέτρησής του στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI) είναι το *coulomb* (C), ενώ ως στοιχειώδης μονάδα του θεωρείται το φορτίο του ηλεκτρονίου το οποίο είναι ίσο με 1.602×10^{-19} C. Έτσι, φορτίο 1 C είναι ίσο προς το συνολικό φορτίο 6.24×10^{18} ηλεκτρονίων.

Ο χώρος γύρω από ένα ηλεκτρικό φορτίο Q χαρακτηρίζεται ως **ηλεκτρικό πεδίο**, εκδήλωση του οποίου είναι η εμφάνιση (ελκτικής ή απωστικής) ηλεκτρικής δύναμης \mathbf{F} σε κάθε άλλο φορτίο q που θα βρεθεί σε κάποιο σημείο του και σε απόσταση \mathbf{r} από το Q . Η δύναμη αυτή δίνεται από το νόμο του Coulomb:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \tag{1.1}$$

Το διάνυσμα \mathbf{E} ονομάζεται **ένταση** του ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται στο φορτίο Q και ορίζεται ως:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{\mathbf{r}} \tag{1.2}$$

όπου με $\hat{\mathbf{r}}$ συμβολίζεται το μοναδιαίο διάνυσμα της απόστασης r των φορτίων με κατεύθυνση από το Q προς το q . Η σταθερά ϵ είναι η διηλεκτρική σταθερά του μέσου με αδιάστατη τιμή στο SI και ϵ^0 η διηλεκτρική σταθερά του κενού με τιμή ίση προς 8.85×10^{-12} C²·N⁻¹·m⁻².

1.2.2 Διαφορά δυναμικού ή τάση

Τα φορτία ενός σώματος μπορούν να μετακινηθούν από ένα σημείο σε άλλο υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου. Το εκτελούμενο έργο για μια τέτοια μετακίνηση και την υπερνίκηση των ελκτικών ή απωστικών δυνάμεων μεταξύ των φορτίων αντιστοιχεί στη μεταβολή της δυναμικής ενέργειάς τους λόγω της αλλαγής της θέσης τους και είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθούν. Ακριβώς γι αυτό οι δυνάμεις αυτές χαρακτηρίζονται ως *κεντρικές δυνάμεις*.

Πράγματι, θεωρώντας τη μετακίνηση ενός θετικού φορτίου q μέσα σ' ένα ηλεκτρικό πεδίο έντασης \mathbf{E} από ένα σημείο A σ' ένα σημείο B, το παραγόμενο έργο W θα δίνεται από τη σχέση:

$$W = \Delta w_{\text{δυν}} = w_B - w_A = - \int_{r_A}^{r_B} q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \tag{1.3}$$

όπου το φυσικό μέγεθος «ενέργεια ανά μονάδα φορτίου» ή αλλιώς «έργο ανά μονάδα φορτίου» ονομάζεται **διαφορά δυναμικού** και συμβολίζεται με V ή v , δηλ.:

$$v = \frac{dw}{dq} \tag{1.4}$$

Έτσι, η σχέση μεταξύ διαφοράς δυναμικού και έντασης πεδίου είναι:

$$v_{BA} = v_B - v_A = \frac{W_{BA}}{q} = - \int_{r_A}^{r_B} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \tag{1.5}$$

που γράφεται και ως:

$$\frac{dv}{dr} = -E \cos\theta \tag{1.6}$$

σχέση⁴ απ' την οποία προκύπτει ότι:

⁴ Σε τρισδιάστατο σύστημα αξόνων η σχέση (1.6) γράφεται και ως $E = -\text{grad}v = -\nabla v$.

- κατά τη διεύθυνση του πεδίου, η μεταβολή του δυναμικού είναι μέγιστη, ενώ, καθέτως προς το πεδίο, το δυναμικό παραμένει σταθερό (μηδενική μεταβολή) και
- το διάνυσμα της μεταβολής δυναμικού έχει αντίθετη φορά απ' αυτήν του διανύσματος της έντασης του πεδίου και έχει κατεύθυνση προς τις αυξανόμενες τιμές δυναμικού.

Η μονάδα μέτρησης της διαφοράς δυναμικού στο SI είναι το *volt* (V), όπου από τη σχέση (1.4) είναι $1\text{volt}=1\text{joule}/1\text{coulomb}$ δηλ. $V=(J/C)$. Επίσης, η ένταση ηλεκτρικού πεδίου μετριέται είτε σε *newton/coulomb* (N/C) είτε σε *volt/meter* (V/m). Ωστόσο, επειδή το γινόμενο $q\mathbf{v}^{BA}$ δίνει το παραγόμενο έργο κατά τη μετακίνηση θετικού φορτίου q μεταξύ δύο σημείων A και B με διαφορά δυναμικού v^{BA} , πολλές φορές ως μονάδα έργου χρησιμοποιείται το ηλεκτρονικό *Volt* (eV) που αντιστοιχεί στη μεταβολή της ενέργειας για τη μετακίνηση ενός φορτίου ίσου και αντίθετου προς αυτό του ηλεκτρονίου μεταξύ σημείων με διαφορά δυναμικού 1 volt, είναι δε $1\text{eV}=1.602\times 10^{-19}\text{J}$.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η διαφορά δυναμικού, ως φυσικό μέγεθος, ορίζεται πάντοτε μεταξύ δύο σημείων και εμφανίζεται ως αποτέλεσμα μετακίνησης της μονάδας θετικού φορτίου. Έτσι, ο προσδιορισμός του δυναμικού σ' ένα σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου στηρίζεται στην υπόθεση ότι το δυναμικό σ' ένα άλλο σημείο που βρίσκεται σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση από το φορτίο που δημιουργεί το πεδίο αυτό, είναι μηδέν, δηλ. $V^\infty=0$.

Στα ηλεκτρικά κυκλώματα, αντί του όρου «διαφορά δυναμικού» χρησιμοποιείται περισσότερο ο όρος **τάση**, όπως δε συμβαίνει και με το δυναμικό ενός σημείου, η τάση σ' ένα σημείο ενός κυκλώματος προσδιορίζεται ως προς την τάση ενός άλλου σημείου του, που εξ αρχής θεωρείται ότι έχει μηδενική τάση και ονομάζεται γείωση του κυκλώματος⁵. Για παράδειγμα, η τάση v^{12} μεταξύ δύο σημείων 1 και 2 ενός κυκλώματος υπολογίζεται ως η διαφορά των τάσεων κάθε σημείου, κάθε μια από τις οποίες προσδιορίζεται ως προς τη γείωση του κυκλώματος, δηλ.:

$$v^{12}=v^1-v^2 \text{ όπου } v^x=v^{x0}=v^x-v^0=v^x-0$$

και, προφανώς, ισχύει:

$$v^{12}=v^1-v^2=-(v^2-v^1)=-v^{21}$$

Τέλος, οι τιμές των τάσεων που εμφανίζονται σ' ένα κύκλωμα μπορεί να είναι σταθερές ή μεταβαλλόμενες με το χρόνο, όπως, επίσης, μπορεί να εμφανίζουν την ίδια (συνεχή) ή εναλλασσόμενη πολικότητα (πρόσημο) ως αποτέλεσμα αντίστοιχων μεταβολών έντασης ή προσανατολισμού του ηλεκτρικού πεδίου που επιδρά κάθε φορά. Έτσι, στη γενική της μορφή, η τάση περιγράφεται ως μια συνάρτηση του χρόνου, η οποία, ανάλογα με τη μορφή της, μπορεί να έχει σταθερό ή μεταβαλλόμενο μέτρο και συνεχή ή εναλλασσόμενη πολικότητα, για δε το συμβολισμό της χρησιμοποιούνται κεφαλαία ή μικρά γράμματα ανάλογα με τη μορφή της και τους κανόνες που δίνονται στον Πίνακα 1.1 στο τέλος του κεφαλαίου.

1.2.3 Ηλεκτρικό ρεύμα

Η προσανατολισμένη μετακίνηση **φορέων ηλεκτρικού φορτίου** ονομάζεται **ηλεκτρικό ρεύμα**. Προϋπόθεση για την εμφάνιση ηλεκτρικού ρεύματος, εκτός από την ύπαρξη φορέων που να μπορούν να κινηθούν, είναι να υπάρχει και αίτιο για την προσανατολισμένη κίνησή τους. Το πιο συνηθισμένο τέτοιο αίτιο είναι η ύπαρξη ηλεκτρικού πεδίου, κάτω από την επίδραση του οποίου τείνουν να κινηθούν οι αντίστοιχοι φορείς.

Υπάρχουν δύο είδη ηλεκτρικών ρευμάτων: τα **ρεύματα αγωγιμότητας** (conduction current) και τα **ρεύματα μετατόπισης** (displacement current).

Τα ρεύματα αγωγιμότητας οφείλονται στην κίνηση, λόγω εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου, «ελεύθερων φορέων», όπως είναι π.χ. τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των μετάλλων ή τα ιόντα ηλεκτρολυτών και ιονισμένων αερίων. Ως ρεύματα αγωγιμότητας θεωρούνται επίσης και τα ρεύματα που οφείλονται σε μετατόπιση «δέσμιων» ηλεκτρικών φορτίων, όπως είναι π.χ. τα επιφανειακά φορτία διηλεκτρικού όταν αυτό βρεθεί σε μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο, δηλ. όταν μεταβάλλεται η «πόλωσή» του⁶.

Τα ρεύματα μετατόπισης οφείλονται σε χρονική μεταβολή του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου και είναι αποτέλεσμα της συμμετρίας μεταξύ ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων. Πράγματι, όπως ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο, έτσι και ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο προκαλεί γύρω του την εμφάνιση ενός ηλεκτρικού πεδίου, η μεταβολή του διανύσματος έντασης του οποίου υποδηλώνει τη ροή μεταβαλλόμενου ηλεκτρικού ρεύματος⁷.

Τα υλικά σώματα στα οποία μπορούν να παρατηρηθούν ρεύματα αγωγιμότητας χαρακτηρίζονται ως **καλοί αγωγοί** του ηλεκτρικού ρεύματος. Αντιθέτως, σώματα στα οποία δεν είναι εφικτή η εμφάνιση τέτοιων ρευμάτων ονομάζονται γενικώς **μονωτές ή διηλεκτρικά**. Τα στερεά σώματα που είναι καλοί αγωγοί του ρεύματος ονομάζονται αγωγοί (π.χ. τα μέταλλα), ενώ καλοί αγωγοί σε υγρή ή αέρια μορφή είναι αντιστοίχως τα *διαλύματα ηλεκτρολυτών ή το πλάσμα*. Υπάρχουν επίσης στερεά σώματα τα οποία, αν και σε καθαρή μορφή είναι εκ φύσεως μονωτές, κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες συμπεριφέρονται ως αγωγοί. Τέτοια σώματα είναι οι **ημιαγωγοί**, η σημασία των οποίων στην Ηλεκτρονική,

5 Η ονομασία αυτή προκύπτει από την υπόθεση ότι η Γη έχει δυναμικό ή τάση μηδέν.

6 Τέτοια ρεύματα είναι τα ρεύματα φόρτισης και εκφόρτισης σ' ένα πυκνωτή που θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο.

7 Γενικώς, η ένταση των ρευμάτων μετατόπισης είναι πολύ μικρότερη από την ένταση των ρευμάτων αγωγιμότητας και αυξάνεται κατά πολύ με την αύξηση της συχνότητας.

είναι πλέον θεμελιώδης.

Τέλος, έχει σημασία να αναφερθεί ότι πολλές φορές ως αίτιο εμφάνισης ηλεκτρικού ρεύματος θεωρείται η ύπαρξη διαφοράς δυναμικού μεταξύ δύο σημείων. Ωστόσο, θα πρέπει να επισημανθεί ότι αυτό δεν είναι σωστό και οφείλεται στη σύγχυση μεταξύ της έννοιας της διαφοράς δυναμικού και της έννοιας της *ηλεκτρεγερτικής δύναμης* (ΗΕΔ). Η σύγχυση αυτή έχει δημιουργηθεί λόγω της ίδιας μονάδας μέτρησης (volt), και της χρήσης του όρου «τάση» και για τις δύο αυτές έννοιες στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα. Όμως, όπως έχει ήδη αναφερθεί, διαφορά δυναμικού εμφανίζεται ως αποτέλεσμα της κίνησης φορτίων και εκφράζει το έργο ανά μονάδα θετικού φορτίου που παράγεται κατά τη μετακίνηση φορτίων από ένα σημείο σε άλλο, ενώ η ΗΕΔ εμπεριέχει την έννοια της προσφοράς ενέργειας για τη ροή ηλεκτρικού ρεύματος και θεωρείται ότι παρέχει το έργο ανά μονάδα φορτίου που απαιτείται για τη μετακίνηση φορτίων από ένα σημείο σε άλλο.

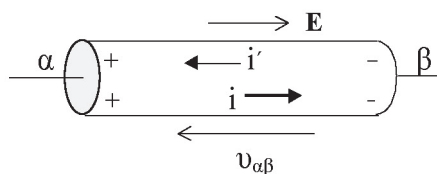
1.2.3.1 Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος

Για την ποσοτική περιγραφή του ηλεκτρικού ρεύματος χρησιμοποιείται το φυσικό μέγεθος **ένταση ρεύματος**, που συμβολίζεται με I ή i και ορίζεται ως ο ρυθμός (στη μονάδα του χρόνου) του συνολικού φορτίου q που διέρχεται από μια τυχαία διατομή ενός αγωγίου μέσου, δηλ.,

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{1.7}$$

Η μονάδα μέτρησης της έντασης ρεύματος στο SI είναι το *ampere* (A) που υποδεικνύει ρυθμό διέλευσης καθαρού φορτίου ίσου προς 1 coulomb ανά δευτερόλεπτο, δηλ. $1A = 1C / 1s$.

Από τη σχέση (1.7) φαίνεται ότι η ένταση ρεύματος είναι μονόμετρο μέγεθος. Όμως επειδή αναφέρεται σε προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων είναι αναγκαίο να καθορίζεται η φορά αυτής της κίνησης, δηλ. η φορά του ρεύματος. Έτσι, κάτω από την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια ενός αγωγού κινούνται από την περιοχή του αγωγού που υπάρχει περίσσεια ηλεκτρονίων προς την περιοχή του αγωγού που υπάρχει έλλειψη ηλεκτρονίων δηλ. από σημεία αρνητικότερου (χαμηλότερου) δυναμικού προς σημεία θετικότερου (υψηλότερου) δυναμικού. Όπως φαίνεται στο σχήμα 1.2, αυτός ο προσανατολισμός της κίνησης των ηλεκτρονίων αποτελεί την **πραγματική φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος και ταυτίζεται με τη θετική φορά μεταβολής της τάσης ή διαφοράς δυναμικού. Ωστόσο, στα ηλεκτρικά κυκλώματα, ως θετική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος θεωρείται η λεγόμενη **συμβατική φορά** του ρεύματος, δηλ. η κίνηση υποθετικών θετικών φορέων από σημεία υψηλότερης τάσης προς σημεία χαμηλότερης (αρνητικότερης) τάσης.



Σχήμα 1.2. Υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου E δημιουργείται ηλεκτρικό ρεύμα με πραγματική φορά τη φορά του ρεύματος ηλεκτρονίων i' , δηλ. αντίθετη προς τη φορά του πεδίου, ενώ η συμβατική φορά του ταυτίζεται με τη φορά του πεδίου και είναι αντίθετη προς τη (θετική) φορά μεταβολής της τάσης v^{ab} .

Τέλος, η ένταση ρεύματος ως συνάρτηση του χρόνου μπορεί να έχει σταθερό ή μεταβαλλόμενο μέτρο καθώς και συνεχή ή εναλλασσόμενη φορά (πολικότητα). Έτσι, τα συνεχή - όπως λέγονται - ρεύματα χαρακτηρίζονται με τα αρχικά DC (από τον αγγλικό όρο Direct Current), ενώ τα εναλλασσόμενα, με τα αρχικά AC (Alternating Current). Τα ίδια αρχικά χρησιμοποιούνται επίσης και για τις τάσεις συνεχούς ή εναλλασσόμενης πολικότητας⁸, αντιστοίχως.

1.2.3.2 Πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος

Ένα μέγεθος, που έχει ιδιαίτερη σημασία σε περιπτώσεις κατά τις οποίες η δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος οφείλεται σε οργανωμένη κίνηση φορέων θετικού αλλά και αρνητικού φορτίου, είναι η **πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος J** .

Η πυκνότητα ρεύματος εξαρτάται από τον αριθμό n^k των αντίστοιχων φορέων ανά μονάδα όγκου, το συνολικό τους φορτίο q^k και την αντίστοιχη ταχύτητά τους v^k , δίνεται δε από τη γενική σχέση:

$$J = \sum_k n_k q_k v_k$$

⁸ Στην πράξη, ο χαρακτηρισμός «DC τάση» σημαίνει ότι η συγκεκριμένη τάση, εκτός από τη συνεχή πολικότητα του ρεύματος που την προκαλεί, έχει και σταθερό μέτρο.

(1.8)

Είναι φανερό ότι η πυκνότητα ρεύματος είναι διανυσματικό μέγεθος με διεύθυνση και φορά, τη διεύθυνση και φορά της ταχύτητας των φορέων, η οποία και ταυτίζεται με τη συμβατική φορά του ρεύματος δηλ. τη διεύθυνση και φορά της έντασης του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου.

Η μονάδα μέτρησης της πυκνότητας ρεύματος στο SI είναι το A/m^2 .

1.2.4 Ηλεκτρική Ισχύς

Το γινόμενο των σχέσεων (1.4) και (1.7), με τις οποίες ορίζονται αντιστοίχως η τάση και η ένταση ρεύματος, εκφράζει την **ισχύ** P (ή p), δηλ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ενέργειας κατά μια προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορέων. Πράγματι, αν μεταξύ δύο σημείων εμφανίζεται μια διαφορά δυναμικού v ως αποτέλεσμα της ροής ηλεκτρικού ρεύματος έντασης i , τότε θα είναι:

$$v \cdot i = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{dw}{dt} = p \quad (1.9)$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο SI είναι το *watt* (W) όπου $1W=1\text{ volt} \cdot 1\text{ ampere}$ ή $1W=1\text{ joule}/1\text{ sec}$.

1.3 Στοιχεία, κυκλώματα, διατάξεις και συστήματα

Η εισαγωγή της έννοιας του ηλεκτρικού κυκλώματος οδήγησε στην ανάπτυξη της Θεωρίας Κυκλωμάτων, της θεωρίας δηλαδή που ασχολείται με την ανάλυση και σύνθεση κυκλωμάτων και η οποία αποτελεί βασικό εργαλείο στην εξέλιξη της Ηλεκτρονικής.

Η λειτουργία ενός ηλεκτρικού κυκλώματος αναφέρεται στην πραγματικότητα στη διαχείριση φαινομένων μεταφοράς κατανομής ή και μετατροπής της προσφερόμενης σ' αυτό ηλεκτρικής ενέργειας σύμφωνα με την τοπολογία σύνδεσης των ηλεκτρικών στοιχείων του. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.3(α), ένα τυπικό ηλεκτρικό κύκλωμα διαθέτει κάποια μορφή εισόδου για την προσφερόμενη σ' αυτό (ηλεκτρική) ενέργεια και κάποια μορφή εξόδου για την απόδοσή της (π.χ. στο φορτίο που αναφέραμε).

Η ποσοτική περιγραφή της προσφερόμενης και αποδιδόμενης ενέργειας στα κυκλώματα, όπως και η ανάλυση και η περιγραφή της λειτουργίας τους γίνεται με όρους τάσης και έντασης ρεύματος, χωρίς αυτό να αποκλείει τη δυνατότητα λεπτομερέστερης και ακριβέστερης ανάλυσής της με όρους πεδίων αν χρειάζεται. Για την ποσοτική αυτή περιγραφή απαιτούνται κάθε φορά δύο ακροδέκτες, οι οποίοι και αποκαλούνται ακροδέκτες εισόδου και ακροδέκτες εξόδου. Όπως θα δούμε παρακάτω, όλες οι λειτουργίες, επιδόσεις και χαρακτηριστικά μεγέθη των ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων ορίζονται από σχέσεις τάσεων και εντάσεων ρευμάτων μεταξύ των ακροδεκτών αυτών.



(α)



(β)

Σχήμα 1.3. (α) Τυπική μορφή κυκλώματος με μία είσοδο και μία έξοδο. (β) Απεικόνιση των δύο ακροδεκτών στην είσοδο και στην έξοδο ενός κυκλώματος.

1.3.1 Ηλεκτρικά στοιχεία

Αναφέρθηκε παραπάνω ότι τα ηλεκτρικά κυκλώματα αποτελούνται από ηλεκτρικά στοιχεία και ότι ως **ηλεκτρικό στοιχείο** χαρακτηρίζεται κάθε φυσικό στοιχείο το οποίο έχει την ιδιότητα να καταναλώνει, να αποθηκεύει ή να προσφέρει ηλεκτρική ενέργεια.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες ηλεκτρικών στοιχείων: τα **παθητικά** και τα **ενεργά**. Παθητικά ονομάζονται τα στοιχεία τα οποία όταν διαρρέονται από (ηλεκτρικό) ρεύμα καταναλώνουν ή αποθηκεύουν (ηλεκτρική) ενέργεια, δηλ. λειτουργούν

ως «φορτία». Αντιστοίχως, ενεργά είναι εκείνα τα στοιχεία που προσφέρουν ενέργεια σ' ένα κύκλωμα προκαλώντας ροή ρεύματος σ' αυτό, δηλ. λειτουργούν ως «πηγές» ηλεκτρικής ενέργειας, η οποία προέρχεται είτε από προηγούμενη αποθήκευσή της, είτε από μετατροπή κάποιας άλλης μορφής ενέργειας, όπως π.χ. χημική, μηχανική, κ.λπ..

Οι φυσικές παράμετροι, που χαρακτηρίζουν τις ιδιότητες των παθητικών στοιχείων και προσδιορίζονται από τις σχέσεις μεταξύ τάσης και έντασης ρεύματος σ' αυτά, είναι η **αντίσταση**, η **χωρητικότητα** και η **αυτεπαγωγή**, ενώ τα αντίστοιχα βασικά ηλεκτρικά στοιχεία είναι οι *αντιστάσεις*, οι *πυκνωτές* και τα *πηνία*.

Τα φυσικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται για το χαρακτηρισμό των ενεργών ηλεκτρικών στοιχείων είναι η **τάση** και η **ένταση** ρεύματος. Έτσι, υπάρχουν δύο είδη πηγών ηλεκτρικής ενέργειας, οι **πηγές τάσης** και οι **πηγές έντασης ρεύματος** ή, απλώς, **πηγές ρεύματος**, οι οποίες και χαρακτηρίζονται ως *ανεξάρτητες* όταν η τιμή της τάσης ή του ρεύματος που παρέχουν σ' ένα κύκλωμα δεν εξαρτάται από την τιμή τάσης ή ρεύματος σε κάποιο άλλο τμήμα του ίδιου ή άλλου κυκλώματος. Όπως θα δούμε παρακάτω, οι πηγές αυτές, ανάλογα με τη χρήση τους στα κυκλώματα, διακρίνονται σε *πηγές σημάτων* και σε *πηγές τροφοδοσίας*.

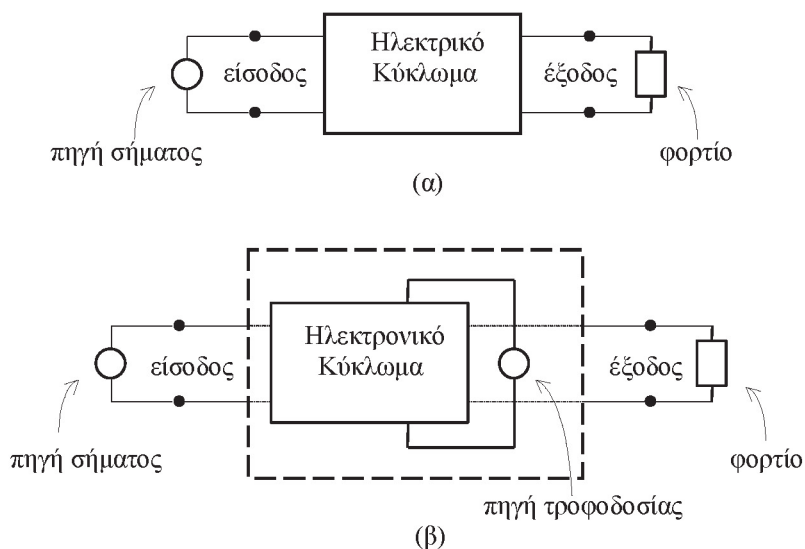
Ως ενεργά θεωρούνται επίσης τα **ηλεκτρονικά στοιχεία**, δηλ. οι λυχνίες, τα τρανζίστορ και οι τελεστικοί ενισχυτές, η λειτουργία των οποίων, αν και απαιτεί κατανάλωση ενέργειας, μπορεί να προσομοιωθεί με τη χρήση *εξαρτημένων* πηγών τάσης ή ρεύματος σε συνδυασμό με τα κατάλληλα σε κάθε περίπτωση παθητικά στοιχεία.

Τέλος, μια ειδική κατηγορία στοιχείων είναι οι **μετατροπείς** ενέργειας (transducers). Τα στοιχεία αυτά χρησιμοποιούνται είτε για τη μετατροπή μιας μορφής ενέργειας σε ηλεκτρική, οπότε εμφανίζονται να λειτουργούν ως πηγές, είτε για τη μετατροπή ηλεκτρικής ενέργειας σε άλλη μορφή, οπότε λειτουργούν ως φορτία. Για παράδειγμα, ως μετατροπείς ενέργειας μπορούν να θεωρηθούν και οι **μετασχηματιστές**, που είναι σύνθετα παθητικά στοιχεία, η λειτουργία των οποίων βασίζεται στο φαινόμενο της *αμοιβαίας επαγωγής*. Μετατροπείς ενέργειας είναι επίσης τα μικρόφωνα (ανεξαρτήτως τύπου), τα μεγάφωνα, καθώς και οι κάθε τύπου και είδους αισθητήρες που χρησιμοποιούνται σήμερα (π.χ. πίεσης, θερμοκρασίας, κίνησης, κ.λπ.).

1.3.2 Ηλεκτρικά και Ηλεκτρονικά κυκλώματα – Διατάξεις και Συστήματα

Τα κυκλώματα που εκτός από πηγές περιλαμβάνουν μόνον παθητικά στοιχεία ονομάζονται συνήθως **παθητικά κυκλώματα**, ενώ αν περιλαμβάνουν και άλλου τύπου ενεργά στοιχεία ονομάζονται **ενεργά κυκλώματα**. Η διάκριση αυτή δίνει τη βασική διαφορά μεταξύ ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

Έτσι, τα **ηλεκτρικά κυκλώματα** είναι παθητικά κυκλώματα, δηλ. απλοί συνδυασμοί παθητικών στοιχείων, ενώ τα **ηλεκτρονικά κυκλώματα** είναι ενεργά κυκλώματα, δηλ. συνδυασμοί παθητικών και ηλεκτρονικών στοιχείων. Επιπλέον, στα **ηλεκτρικά κυκλώματα**, οι μόνες πηγές ηλεκτρικής ενέργειας είναι πηγές σημάτων (τάσης ή έντασης) και, συνεπώς, η μόνη ενέργεια που παρέχεται για τη λειτουργία τους είναι η ενέργεια του σήματος στην είσοδό τους. Σε αντιδιαστολή, στα **ηλεκτρονικά κυκλώματα**, η απαιτούμενη ενέργεια για τη λειτουργία τους παρέχεται από *πηγές τροφοδοσίας*, ανεξαρτήτως του αν εφαρμόζεται ταυτόχρονα και κάποιο σήμα στην είσοδό τους ή όχι. Στο σχήμα 1.4, φαίνεται η τυπική μορφή σύνδεσης φορτίων και πηγών σήματος και τροφοδοσίας στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα.



Σχήμα 1.4. Τυπική μορφή σύνδεσης: (α) ηλεκτρικού κυκλώματος με πηγή σήματος και φορτίο και (β) ηλεκτρονικού κυκλώματος με πηγή σήματος, τροφοδοσίας και φορτίο.

Τέλος, τα ηλεκτρονικά κυκλώματα είναι σύνθετα κυκλώματα με την έννοια ότι προκύπτουν από συνδυασμό άλλων απλούστερων κυκλωμάτων. Όταν τέτοια σύνθετα κυκλώματα έχουν μια συγκεκριμένη λειτουργία αποκαλούνται και **ηλεκτρονικές διατάξεις** ή, απλώς, **διατάξεις**⁹ (π.χ. διατάξεις ενίσχυσης ακουστικών σημάτων). Ακόμη, κάθε συνδυασμός κυκλωμάτων, διατάξεων και μετατροπέων μπορεί να αποκαλείται **ηλεκτρονικό σύστημα** ή, απλώς, **σύστημα**, δηλώνοντας μαζί με τον ολοκληρωμένο τρόπο λειτουργίας του και τη συγκεκριμένη χρήση ή εφαρμογή του, όπως π.χ. συστήματα αυτόματου ελέγχου, συστήματα εκπομπής και λήψης (τηλεπικοινωνιακά συστήματα), συστήματα μετρήσεων, επεξεργασίας σημάτων, κ.ά..

1.4 Απλά ηλεκτρικά στοιχεία και βασικοί νόμοι

1.4.1 Εισαγωγή

Η μεγάλη σημασία των εξισώσεων του Maxwell είναι ότι, περιλαμβάνοντας το σύνολο των βασικών πειραματικών νόμων του Κλασικού Ηλεκτρισμού και Μαγνητισμού μαζί με ορισμένες πρόσθετες σχέσεις και ορισμούς, περιγράφουν και προβλέπουν με ακρίβεια όλα τα γνωστά ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα.

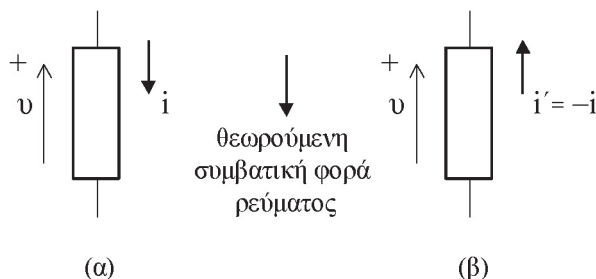
Οι σταθερές αναλογίας που συνδέουν τα διάφορα φυσικά μεγέθη σ' αυτές τις εξισώσεις είναι οι φυσικές παράμετροι που εκφράζουν τις ιδιότητες και συμπεριφορά των διαφόρων υλικών μέσων σε ηλεκτρικά ή μαγνητικά φαινόμενα, όπως είναι η ροή ηλεκτρικού ρεύματος σ' ένα υλικό (αγωγιμότητα), η εναπόθεση και διατήρηση φορτίων στην επιφάνειά του (ηλεκτρισή ή φόρτιση) και η εμφάνιση π.χ. μαγνητικών δυνάμεων γύρω απ' αυτό. Τα παθητικά ηλεκτρικά στοιχεία στα οποία, για τον προσδιορισμό της σχέσης μεταξύ τάσης και έντασης ρεύματος, αρκεί μια μόνο φυσική παράμετρος, χαρακτηρίζονται ως απλά, ενώ ως απλά ενεργά στοιχεία θεωρούνται και οι δύο τύποι πηγών ηλεκτρικής ενέργειας, οι πηγές τάσης και οι πηγές έντασης ρεύματος ή απλώς πηγές ρεύματος.

Στις επόμενες παραγράφους, περιγράφονται συνοπτικά τα ηλεκτρικά και μαγνητικά φαινόμενα με βάση τα οποία προσδιορίζονται οι φυσικές παράμετροι που χαρακτηρίζουν τα απλά ηλεκτρικά στοιχεία. Επίσης, δίνεται μια σύντομη ερμηνεία της λειτουργίας των πηγών ηλεκτρικής ενέργειας και περιγράφονται οι βασικοί τύποι πηγών που χρησιμοποιούνται στα κυκλώματα.

1.4.1.1 Γενικά χαρακτηριστικά των απλών ηλεκτρικών στοιχείων

Κοινό χαρακτηριστικό των απλών παθητικών και ενεργών ηλεκτρικών στοιχείων αποτελεί ο απλός τρόπος περιγραφής των σχέσεων τάσης – (έντασης) ρεύματος σ' αυτά, που επιτρέπει τον ομοιόμορφο συμβολισμό της παρουσίας και λειτουργίας τους στα κυκλώματα.

Κάθε απλό ηλεκτρικό στοιχείο θεωρείται ότι έχει δύο μόνο άκρα ή ακροδέκτες¹⁰, μεταξύ των οποίων ορίζεται η αντίστοιχη σχέση τάσης – ρεύματος. Όπως φαίνεται στο σχήμα 1.5, η ένταση ρεύματος σ' αυτά συμβολίζεται με ένα κλειστό βέλος και το αντίστοιχο γράμμα-σύμβολο, ενώ η φορά του βέλους δείχνει τη συμβατική φορά του ρεύματος. Η τάση μεταξύ των δύο άκρων ενός στοιχείου συμβολίζεται με ένα ανοικτό βέλος, η αιχμή του οποίου δείχνει προς το θετικότερο άκρο του στοιχείου. Επιπλέον, θεωρώντας θετική τη συμβατική φορά του ρεύματος, το πρόσημο της ισχύος δηλ. του γινομένου $v \cdot i$ σ' ένα στοιχείο χαρακτηρίζει και το αν το στοιχείο αυτό είναι παθητικό ή ενεργό¹¹.



Σχήμα 1.5. Φορά ρεύματος και τάσης σε απλά στοιχεία κυκλωμάτων για δεδομένη συμβατική φορά του ρεύματος: (α) παθητικά στοιχεία, $v \cdot i > 0$, δηλ. κατανάλωση ενέργειας, και (β) ενεργά στοιχεία, $v \cdot i < 0$, δηλ. παροχή ενέργειας.

9 Ο όρος «διάταξη» χρησιμοποιείται επίσης και ως προσδιοριστικός του τρόπου κατασκευής ή σύνθεσης ηλεκτρικών στοιχείων, όπως π.χ. ημιαγωγικές διατάξεις ή διατάξεις ημιαγωγών.

10 Γενικώς, ηλεκτρικά στοιχεία με δύο άκρα λέγονται δίπολα ή διπολικά στοιχεία.

11 Στον ορισμό των ενεργών στοιχείων, ιδιαίτερη σημασία έχει η έννοια της ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ), η θετική φορά της οποίας δείχνει και τη συμβατική φορά του ρεύματος που παρέχεται απ' αυτά όταν συνδέονται σ' ένα κύκλωμα.

1.4.2 Ηλεκτρική αντίσταση και αγωγιμότητα

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 1.2.3, το συνηθέστερο αίτιο για την εμφάνιση ηλεκτρικού ρεύματος μέσα σ' ένα υλικό είναι η ύπαρξη ηλεκτρικού πεδίου. Η ροή του ηλεκτρικού αυτού ρεύματος έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη διαφοράς δυναμικού μεταξύ κάποιων σημείων του. Όμως η κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων μέσα σ' ένα υλικό δεν γίνεται απρόσκοπτα. Τα ηλεκτρόνια π.χ. όταν κινούνται οργανωμένα σ' ένα αγωγίμο υλικό συγκρούονται με άτομα του πλέγματός του χάνοντας μέρος της ενέργειάς τους, αυτή δε η απώλεια γίνεται αντιληπτή ως μείωση του δυναμικού κατά μήκος της διαδρομής τους.

Πράγματι, όπως αποδείχθηκε πειραματικά από τον G.S.Ohm, η ένταση i του ρεύματος που διαρρέει ένα κατάλληλο υλικό είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού v στα άκρα του και δίνεται από τη σχέση:

$$i = \frac{1}{R} \cdot v \quad (1.10)$$

που καλείται **νόμος του Ohm**¹².

Ο συντελεστής αναλογίας R είναι μια φυσική παράμετρος που εξαρτάται γενικώς από τα φυσικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά του θεωρούμενου υλικού, ονομάζεται ηλεκτρική αντίσταση ή, απλώς, αντίσταση και αποτελεί μέτρο της αγωγιμότητάς του. Έτσι, για δεδομένη τάση v στα άκρα ενός υλικού, μικρή αντίσταση σημαίνει μεγάλη αγωγιμότητα, δηλ. ροή μεγάλου ρεύματος ή ρεύματος μεγάλης έντασης, ενώ μεγάλη αντίσταση σημαίνει μικρή αγωγιμότητα.

Πολλές φορές, η σχέση (1.10) γράφεται και ως:

$$i = G \cdot v$$

όπου με G συμβολίζεται το αντίστροφο της αντίστασης R που ονομάζεται (ηλεκτρική) αγωγιμότητα.

Η σχέση (1.10) μπορεί να διατυπωθεί και με όρους πεδίων. Για παράδειγμα, σε ομογενή υλικά, αποδεικνύεται εύκολα ότι μεταξύ πυκνότητας ρεύματος \mathbf{J} και έντασης ηλεκτρικού πεδίου \mathbf{E} ισχύει η σχέση:

$$\mathbf{J} = \sigma \cdot \mathbf{E} \quad (1.11)$$

που είναι μια **γενικευμένη έκφραση του νόμου του Ohm** και δείχνει ότι η πυκνότητα ρεύματος εξαρτάται μόνο από το εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο και το υλικό, ενώ ο συντελεστής αναλογίας σ ονομάζεται ειδική αγωγιμότητα του υλικού.

Η σχέση μεταξύ αντίστασης R και ειδικής αγωγιμότητας σ βρίσκεται από το συνδυασμό των σχέσεων (1.6) και (1.10) με τη σχέση που συνδέει την πυκνότητα ρεύματος \mathbf{J} με την έντασή του i . Πράγματι, από τη σχέση (1.9), το μέτρο J της πυκνότητας ρεύματος μπορεί να οριστεί ως το συνολικό φορτίο που διέρχεται ανά μονάδα επιφάνειας S στη μονάδα του χρόνου, δηλ.:

$$J = \frac{dq}{dt} \cdot \frac{1}{S} = \frac{i}{S} \quad (1.12\alpha)$$

ή αλλιώς

$$i = \int_S \mathbf{J} \cos\theta \cdot dS = \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} S \quad (1.12\beta)$$

όπου $\hat{\mathbf{n}}$ είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στη μονάδα επιφάνειας S .

Έτσι, για ένα ομογενές υλικό μέσο σταθερής διατομής S και μήκους ℓ , θα ισχύει ότι:

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\ell}{S} = \rho \cdot \frac{\ell}{S} \quad (1.13)$$

όπου η σταθερά $\rho=1/\sigma$ λέγεται ειδική αντίσταση του υλικού.

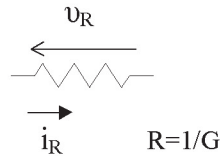
Τα φυσικά στοιχεία που χρησιμοποιούνται στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα και εμφανίζουν (ηλεκτρική) αντίσταση σύμφωνα με τη σχέση (1.10), δηλ. το νόμο του Ohm, λέγονται γενικώς ωμικές αντιστάσεις ή απλώς αντιστάσεις. Στο σχήμα 1.6 φαίνεται το σύμβολο της αντίστασης στα κυκλώματα, μαζί με τη φορά της τάσης v^R που αναπτύσσεται στα άκρα της όταν διαρρέεται από ρεύμα i^R .

Οι αντιστάσεις είναι παθητικά στοιχεία διότι η διέλευση ρεύματος από αυτές συνοδεύεται από κατανάλωση ενέργειας, φαινόμενο που είναι γνωστό ως φαινόμενο *Joule*. Σ' αυτήν την περίπτωση, η καταναλισκόμενη ισχύς από μια 12 Στη διατύπωση του νόμου του Ohm, ως θετική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος i θεωρείται η συμβατική, δηλ. σαν να πρόκειται για ρεύμα «θετικών» φορτίων από σημεία υψηλότερου (θετικότερου) προς σημεία χαμηλότερου (αρνητικότερου) δυναμικού

αντίσταση R που διαρρέεται από ένα ρεύμα έντασης i^R και εμφανίζει τάση v^R στα άκρα της, βρίσκεται από τη σχέση (1.8) και είναι:

$$p = i_R \cdot v_R = i_R^2 \cdot R = \frac{v_R^2}{R} \quad (1.14)$$

Μονάδα μέτρησης της αντίστασης στο SI είναι το ohm (Ω), για το οποίο ισχύει: $1\Omega = 1\text{volt} / 1\text{ampere}$, και για την αγωγιμότητα το *siemen* (S) ή *mho* (Ω^{-1}). Αντιστοίχως, η ειδική αντίσταση μετριέται σε $\Omega \cdot \text{m}$ (η συνηθέστερα σε $\Omega \cdot \text{cm}$) και η ειδική αγωγιμότητα σε $\Omega^{-1} \cdot \text{m}$ ή $\Omega^{-1} \cdot \text{cm}$. Για τις τιμές αντιστάσεων χρησιμοποιούνται επίσης και τα πολλαπλάσια του Ω , το *kilohm* ($1\text{k}\Omega = 10^3\Omega$) και το *megohm* ($1\text{M}\Omega = 10^6\Omega$)¹³.



Σχήμα 1.6. Αντίσταση R (ή αγωγιμότητα G) και φορά της τάσης v^R στα άκρα της όταν διαρρέεται από ρεύμα i^R .

1.4.3 Χωρητικότητα

Η ηλεκτρίση ή φόρτιση ενός μεμονωμένου υλικού σώματος είναι αποτέλεσμα της διατάραξης της ηλεκτρικής ουδετερότητάς του με την απομάκρυνση ή προσθήκη ηλεκτρονίων σ' αυτό. Στην περίπτωση ενός τέτοιου φορτισμένου σώματος, π.χ. ενός αγωγού, το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, που δημιουργείται γύρω απ' αυτόν, είναι κάθετο στην επιφάνεια του, έχει μέτρο ανάλογο της επιφανειακής πυκνότητας του φορτίου του, ενώ, στο εσωτερικό του, η ένταση του πεδίου είναι μηδέν. Αντίστοιχα, το δυναμικό εμφανίζεται σταθερό τόσο στην επιφάνεια όσο και στο εσωτερικό του φορτισμένου αγωγού, ενώ μειώνεται με την απομάκρυνση απ' αυτόν.

Η μελέτη της σχέσης μεταξύ φορτίου Q και δυναμικού V ενός φορτισμένου αγωγού αναδεικνύει την ύπαρξη μιας σταθερής αναλογίας με μορφή:

$$C = \frac{Q}{V} \quad (1.15)$$

η οποία περιγράφεται από μια φυσική παράμετρο C που ονομάζεται ηλεκτρική χωρητικότητα ή, απλώς, χωρητικότητα και εξαρτάται γενικώς από τη φύση και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού. Αρκετές φορές η σχέση (1.15) γράφεται και ως $V=D \cdot Q$, όπου η παράμετρος D είναι το αντίστροφο της χωρητικότητας και ονομάζεται αντιχωρητικότητα ή ελαστικότητα (elastance).

Αν τώρα θεωρηθούν δύο αγωγοί με ίσα και αντίθετα φορτία Q που βρίσκονται σε απόσταση r , μεταξύ αυτών θα υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, για την ένταση \mathbf{E} του οποίου ισχύουν σχέσεις της μορφής¹⁴:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{\mathbf{r}}$$

και

$$\Delta V = V_{+Q} - V_{-Q} = - \int_{(-Q)}^{(+Q)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Από τις σχέσεις αυτές φαίνεται αμέσως η γενικότερη ισχύς της σχέσης (1.15), καθώς δείχνει ότι και κάθε σύστημα δύο αγωγών με ίσα και αντίθετα φορτία θα χαρακτηρίζεται επίσης από χωρητικότητα. Ένα τέτοιο σύστημα ονομάζεται πυκνωτής, ενώ οι αγωγοί που το αποτελούν λέγονται οπλισμοί.

Οι πυκνωτές είναι, προφανώς, ηλεκτρικά στοιχεία καθώς, για όσο χρόνο παραμένουν φορτισμένοι, αποτελούν μέσο αποθήκευσης ενέργειας. Η ενέργεια αυτή βρίσκεται εύκολα υπολογίζοντας κατ' αρχήν το έργο dW , που απαιτείται για την αύξηση κατά dQ του φορτίου, το οποίο θα είναι:

¹³ Οι δυνάμεις του 10 που χρησιμοποιούνται συνήθως στις μονάδες μέτρησης των διαφόρων ηλεκτρικών μεγεθών δίνονται στον πίνακα 1.3, στο τέλος του κεφαλαίου.

¹⁴ Ισχύουν γενικώς για φορτία με συνεχή γραμμική, επιφανειακή ή χωρική κατανομή και με αντίστοιχη αλλαγή τύπου και μεταβλητής ολοκλήρωσης.

$$dw = v \cdot dQ = \frac{1}{C} \cdot QdQ$$

όπου v είναι η τάση μεταξύ των οπλισμών του, οπότε το ολικό έργο φόρτισης του πυκνωτή, που αποθηκεύεται σ' αυτόν ως ενέργεια W ηλεκτρικού πεδίου, είναι:

$$W = \int dw = \frac{1}{C} \int QdQ = \frac{1}{2} Cv^2 \quad (1.16)$$

σχέση απ' την οποία φαίνεται αμέσως ότι σ' ένα πυκνωτή δεν μπορεί να υπάρξει ακαριαία μεταβολή της τάσης μεταξύ των οπλισμών του διότι κάτι τέτοιο απαιτεί άπειρη ισχύ¹⁵ ($p=dw/dt$).

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των οπλισμών του και την ύπαρξη ή όχι διηλεκτρικού μεταξύ αυτών. Η εξάρτηση αυτή είναι αποτέλεσμα εφαρμογής του νόμου του **Gauss** για την **ηλεκτρική ροή**¹⁶ ή πυκνότητα ηλεκτρικής ροής **D** του ηλεκτρικού πεδίου έντασης **E** ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή και περιγράφεται από τη σχέση:

$$\mathbf{D} = \epsilon\epsilon_0 \mathbf{E} \quad (1.17)$$

Έτσι, για ένα πυκνωτή που αποτελείται από δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες εμβαδού S σε απόσταση d μεταξύ τους και με φορτία $+Q$ και $-Q$ κατανομημένα ομοιόμορφα στην κάθε πλάκα, η χωρητικότητά του χωρίς διηλεκτρικό βρίσκεται ότι είναι:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (1.18)$$

ενώ, με διηλεκτρικό, θα είναι:

$$C' = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \quad (1.19)$$

Πράγματι, αφού η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου κάθε πλάκας είναι Q/S , τότε, επειδή σύμφωνα με το νόμο του Gauss για την ηλεκτρική ροή **D** ισχύει¹⁷:

$$Q = \int_S \mathbf{D} \cos\theta \cdot \hat{n} dS \quad (1.20)$$

όπου \hat{n} είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια S και θ η γωνία του ως προς τη διεύθυνση της έντασης του πεδίου E , στην περίπτωση των παράλληλων πλακών θα είναι $Q=D \cdot S$, ή, αλλιώς:

$$Q = \epsilon\epsilon_0 E \cdot S \quad (1.21)$$

Έτσι, η σχέση (1.21) σε συνδυασμό με την (1.5), που για την περίπτωση των παράλληλων πλακών γράφεται ως $V=E \cdot d$, οδηγεί στη σχέση (1.18) ή (1.19), ανάλογα με την απουσία ή παρουσία διηλεκτρικού μεταξύ των οπλισμών του θεωρούμενου πυκνωτή.

Η φόρτιση ή η εκφόρτιση, ή, αλλιώς, η αύξηση ή η μείωση του φορτίου ενός πυκνωτή χωρητικότητας C , υποδηλώνει 15 Θεωρητικά, ακαριαία μεταβολή της τάσης μπορεί να υπάρξει μόνο με ταυτόχρονη ακαριαία μεταβολή και της χωρητικότητας, έτσι ώστε το γινόμενο τους να παραμείνει σταθερό, δηλ. $C^1 \cdot v^1 = C^2 \cdot v^2 = \dots = \text{σταθ.}$, όπως απαιτεί η αρχή της διατήρησης του φορτίου.

16 Η ηλεκτρική ροή είναι το διανυσματικό μέγεθος που συνδέει το ηλεκτρικό φορτίο ως αίτιο με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ως αποτέλεσμα. Έτσι, η ηλεκτρική ροή που περνά από μια επιφάνεια παρέχεται από τον ολικό αριθμό δυναμικών γραμμών που τη διαπερνούν, δηλ. τελικά από την πυκνότητά τους ανά μονάδα επιφανείας, και αποτελεί μέτρο της έντασης του πεδίου. Ακριβώς αυτό, δικαιολογεί και την ισοδύναμη χρήση του όρου πυκνότητα ηλεκτρικής ροής. Στη μελέτη διηλεκτρικών, το διάνυσμα της ηλεκτρικής ροής **D** απαντάται με το όρο ηλεκτρική διέγερση ή ηλεκτρική μετατόπιση.

17 Η σχέση (1.20) είναι μια γενικότερη σχέση ορισμού της ηλεκτρικής ροής **D**, η οποία αφενός μεν δείχνει ότι η ροή **D** είναι μέγιστη όταν η επιφάνεια από την οποία διέρχεται είναι κάθετη στη διεύθυνση της έντασης του πεδίου, αφετέρου δε μπορεί να γραφεί με τη

μορφή: $\int_V \rho \cdot dV = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ όπου ρ είναι η πυκνότητα του φορτίου q στο χώρο με όγκο V που περικλείει την επιφάνεια S . Έτσι, με χρήση της σχέσης (1.17) και της γενικότερης μορφής της σχέσης (1.5) προκύπτει η περίφημη εξίσωση του **Poisson** για την κατανο-

$$\nabla^2 v = -\frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$$

μή του δυναμικού συναρτήσει της πυκνότητας του φορτίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο:

τη ροή ηλεκτρικού ρεύματος έντασης $i=dq/dt$ προς ή από αυτόν. Συνεπώς, η ροή ρεύματος στους πυκνωτές με σταθερή χωρητικότητα (δηλ. που δεν μεταβάλλεται με το χρόνο ή το φορτίο), συνοδεύεται από μεταβολή της τάσης στα άκρα τους. Σύμφωνα λοιπόν με τη σχέση (1.15), η ένταση του ρεύματος αυτού θα είναι ανάλογη της μεταβολής της τάσης v^c μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, δηλ.:

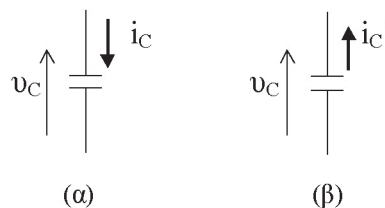
$$i = C \frac{dv_c}{dt} = C \frac{d}{dt}(V_+ - V_-) \quad (1.22)$$

Η σχέση αυτή περιγράφει με όρους τάσης και ρεύματος τη λειτουργία ενός πυκνωτή στα κυκλώματα¹⁸, μπορεί δε να γραφεί και με ολοκληρωτική μορφή:

$$v_c = \frac{1}{C} \cdot \int i dt \quad (1.23)$$

Η σχέση (1.22) δείχνει ότι ένας πυκνωτής με σταθερή τάση στα άκρα του δεν διαρρέεται από ρεύμα. Όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 4, αυτό σημαίνει ότι κάθε πυκνωτής συνδεδεμένος σ' ένα κύκλωμα που διαρρέεται από συνεχή και σταθερά ρεύματα (και, συνεπώς, εμφανίζει σταθερές τιμές τάσης στα διάφορα σημεία του) θα εμφανίζεται σαν μια άπειρη αντίσταση, δηλ. σαν μια «διακοπή» της διαδρομής ρεύματος μεταξύ των σημείων σύνδεσής του στο κύκλωμα.

Θεωρώντας, τώρα, στις σχέσεις (1.22) και (1.23) τη συμβατική φορά του ρεύματος ως θετική, μια θετική τιμή ρεύματος υποδεικνύει φόρτιση πυκνωτή και οδηγεί σε αύξηση της τάσης στα άκρα του, ενώ μια αρνητική τιμή υποδηλώνει εκφόρτιση. Στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει να σημειωθεί ότι για όσο χρόνο διαρκεί η εκφόρτιση, ο πυκνωτής εμφανίζεται να συμπεριφέρεται ως ενεργό στοιχείο, ενώ η τάση στα άκρα του έχει ουσιαστικά την έννοια ηλεκτρεγερτικής δύναμης με τιμή ίση προς την τιμή της τάσης στα άκρα του, η οποία, προφανώς, μειώνεται με την εκφόρτιση μέχρι μηδενισμού της. Στο σχήμα 1.7 δίνεται το σύμβολο του πυκνωτή, καθώς και οι φορές της τάσης και του ρεύματος κατά την φόρτιση και εκφόρτισή του.



Σχήμα 1.7. Σύμβολο πυκνωτή και φορές τάσης και ρεύματος κατά την (α) φόρτιση και (β) εκφόρτισή του.

Μονάδα μέτρησης χωρητικότητας στο SI είναι το *farad* (F) για το οποίο είναι $1F=1\text{coulomb}/1\text{volt}$. Όμως, χωρητικότητα ίση προς 1F αντιστοιχεί σε πυκνωτή τεράστιων διαστάσεων και γι αυτό, ως πρακτικές μονάδες χωρητικότητας, χρησιμοποιούνται υποπολλαπλάσια του farad, όπως το *microfarad* ($1\mu F$), $1\mu F=1 \times 10^{-6} F$, το *nanofarad* (nF), $1nF=1 \times 10^{-9} F$, και το *picofarad* (pF), $1pF=1 \times 10^{-12} F$.

Οι πυκνωτές που χρησιμοποιούνται στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα αποτελούνται γενικώς από ένα συνδυασμό παράλληλων αγωγικών πλακών ανάμεσα στις οποίες υπάρχουν διαφόρων τύπων διηλεκτρικά για την επίτευξη της κατάλληλης κάθε φορά σχέσης φυσικών διαστάσεων και χωρητικότητας, καθώς, όπως φαίνεται από τις σχέσεις (1.18) και (1.19), η τοποθέτηση διηλεκτρικού ανάμεσα στους οπλισμούς ενός πυκνωτή προκαλεί αύξηση της χωρητικότητάς του. Επί πλέον, η χρήση διαφόρων διηλεκτρικών οδηγεί σε διαφορετικούς τύπους πυκνωτών οι οποίοι επιλέγονται και χρησιμοποιούνται ανάλογα με τις πρόσθετες, λόγω κατασκευής, ιδιότητές τους. Τέτοιο παράδειγμα είναι οι ηλεκτρολυτικοί πυκνωτές στους οποίους ένα κατάλληλο διάλυμα ηλεκτρολύτη χρησιμοποιείται για τη δημιουργία με ηλεκτρόλυση ενός λεπτότατου μονωτικού στρώματος στον θετικό οπλισμό τους, με αποτέλεσμα οι πυκνωτές αυτοί να χαρακτηρίζονται από την πολικότητα των οπλισμών τους και τις πολύ μεγάλες τιμές χωρητικότητάς τους.

1.4.4 Επαγωγή - Αμοιβαία Επαγωγή - Αυτεπαγωγή

Η ροή ηλεκτρικού ρεύματος σ' έναν αγωγό έχει ως επακόλουθο την εμφάνιση μαγνητικού πεδίου γύρω απ' αυτόν. Ως μαγνητικό πεδίο ορίζεται ο χώρος μέσα στον οποίο ασκούνται δυνάμεις είτε σε κινούμενα ηλεκτρικά φορτία, είτε σε αγωγούς που ή διαρρέονται από ρεύμα ή απλώς κινούνται στο χώρο αυτό.

Ένα μαγνητικό πεδίο χαρακτηρίζεται από συνεχείς και κλειστές, δηλ. χωρίς αρχή και τέλος, δυναμικές γραμμές. Η πυκνότητα των γραμμών αυτών, δηλ. ο ολικός αριθμός τους που διέρχεται ανά μονάδα επιφανείας, συμβολίζεται με

B και αποτελεί μέτρο της έντασης του πεδίου με μονάδα μέτρησης το *Tesla* (T) ή το $1\text{Gauss}=1\times 10^{-4}\text{T}$, όπου $1\text{T}=1\text{N}/\text{A}\cdot\text{m}=1\text{volt}\cdot\text{sec}/\text{m}^2$.

Πολλές φορές αντί της πυκνότητας γραμμών του πεδίου χρησιμοποιείται ο αριθμός γραμμών μαγνητικής ροής ϕ που διέρχονται μέσα από μια στοιχειώδη επιφάνεια **dS** και η οποία ορίζεται με τη σχέση:

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cos\theta \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (1.24)$$

όπου θ είναι η γωνία που σχηματίζει το πεδίο¹⁹ με το κάθετο στην επιφάνεια **dS** μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{\mathbf{n}}$. Μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής είναι το *Weber* (Wb), για το οποίο ισχύει $1\text{ Weber}=1\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}=1\text{volt}\cdot\text{sec}$.

Η πυκνότητα δυναμικών γραμμών **B** συνδέεται επίσης με το μέγεθος **H**, που λέγεται και ένταση του πεδίου ή μαγνητική διέγερση, με τη σχέση:

$$\mathbf{B}=\mu\mu^0\mathbf{H} \quad (1.25)$$

όπου μ είναι η μαγνητική διαπερατότητα του μέσου και μ^0 η μαγνητική διαπερατότητα του κενού, κατ' αναλογία προς τη σχέση (1.17).

Τέλος, η σχέση ηλεκτρικού ρεύματος και παραγόμενου μαγνητικού πεδίου εκφράζεται από τον πειραματικό νόμο των Biot-Savart, θεωρητική θεμελίωση του οποίου αποτελεί ο νόμος του Ampere. Κατά το νόμο αυτό, η πυκνότητα των γραμμών ενός πεδίου σε μια κλειστή διαδρομή ℓ γύρω από ένα αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα i είναι ανάλογη του ρεύματος αυτού, δηλ.:

$$\oint_{\ell} \mathbf{H} \cdot d\ell = i \quad (1.26)$$

Άμεση συνέπεια των δυνάμεων²⁰ μαγνητικού πεδίου είναι το φαινόμενο της **ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής**. Κατά το φαινόμενο αυτό, όταν ένας αγωγός κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, ανεξάρτητα από το αν διαρρέεται από ρεύμα ή όχι, ή βρίσκεται ακίνητος μέσα σε μαγνητικό πεδίο και διαρρέεται από ρεύμα, τότε στο εσωτερικό του αναπτύσσεται ηλεκτρικό πεδίο, τέτοιο ώστε στα άκρα του αγωγού να εμφανίζεται τελικά μια ηλεκτρεγερτική δύναμη (ή τάση) εξ επαγωγής $v_{\text{επ}}$. Κατά τον κανόνα του *Lenz*, που αποτελεί συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας, η φορά των προκαλούμενων ρευμάτων αλλά και των δυνάμεων, που οφείλονται σε φαινόμενα επαγωγής, είναι τέτοια ώστε να τείνει να αναιρέσει το αίτιο εμφάνισής τους.

Στα κυκλώματα, χρησιμοποιούνται κυκλικοί αγωγοί που αποτελούνται από ένα αριθμό n σπειρών και λέγονται **πηνία** (ή σωληνοειδή). Όταν ένα πηνίο βρεθεί σε μαγνητικό πεδίο έτσι ώστε ένα μέρος ή όλη η μαγνητική ροή ϕ του πεδίου να περνά μέσα από τις σπείρες του, η ΗΕΔ εξ επαγωγής $v_{\text{επ}}$ στα άκρα του δίνεται από το νόμο της επαγωγής του **Faraday** και είναι ανάλογη του ρυθμού μεταβολής²¹ της μαγνητικής ροής $d\phi/dt$ και του αριθμού n των σπειρών του, ενώ υφίσταται μόνο για όσο χρόνο διαρκεί η μεταβολή αυτή, δηλ.:

$$v_{\text{επ}} = \frac{d\phi}{dt} \cdot n \quad (1.27)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1.24), (1.25) και (1.26) προκύπτει αμέσως ότι μεταξύ ρεύματος και μαγνητικής ροής ισχύει μια σχέση αναλογίας της μορφής:

$$\phi = k \cdot i \quad (1.28)$$

με βάση την οποία ο νόμος της επαγωγής (για $n=1$) μπορεί να γραφεί ως:

$$v_{\text{επ}} = k \cdot \frac{di}{dt}$$

19 Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στη διεύθυνση του ηλεκτρικού ρεύματος που το προκαλεί, η δε φορά του συμπίπτει με αυτήν των δυναμικών γραμμών του και είναι η φορά των δακτύλων κατά το σχηματισμό δεξιάς γροθιάς όταν ο αντίχειρας τοποθετείται κατά τη συμβατική φορά του ρεύματος (πρακτικός κανόνας δεξιού χεριού).

20 Η δύναμη σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο είναι κάθετη στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και ανάλογη του μέτρου της έντασης του πεδίου, καθώς και του φορτίου και της ταχύτητάς του, ονομάζεται δε δύναμη *Lorentz*. Στην περίπτωση αγωγού, η δύναμη που ασκείται σ' αυτόν είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου και του ηλεκτρικού ρεύματος που τον διαρρέει, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν οι διευθύνσεις τους και λέγεται δύναμη *Laplace*. Δυνάμεις Laplace είναι επίσης οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ αγωγών που διαρρέονται από ρεύματα.

21 Μια τέτοια μεταβολή μπορεί να επιτευχθεί με στροφή του πηνίου ως προς τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, την εισαγωγή και εξαγωγή σιδερένιου πυρήνα στο πηνίο, τη μεταβολή της έντασης του μαγνητικού πεδίου, κ.λπ.

ή σε ολοκληρωτική μορφή:

$$\phi = \int v_{\varepsilon\pi} dt \Rightarrow i = \frac{1}{k} \cdot \int v_{\varepsilon\pi} dt \quad (1.30)$$

όπου η σταθερά k είναι η φυσική παράμετρος που σχετίζεται άμεσα με το φαινόμενο της επαγωγής

Η εμφάνιση τάσης εξ επαγωγής $v_{\varepsilon\pi}$ σ' ένα πηνίο ή αγωγό προϋποθέτει μεταβολή της έντασης του ρεύματος που δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο, δηλ. κατανάλωση ενέργειας λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται απ' αυτόν. Αυτή η ενέργεια αποθηκεύεται στο πηνίο ως ενέργεια W μαγνητικού πεδίου και είναι:

$$dw = i \cdot v_{\varepsilon\pi} dt = i \cdot k \cdot di \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot k \cdot i^2 \quad (1.31)$$

Η σχέση (1.31) δείχνει, πρώτον, ότι το φυσικό στοιχείο στο οποίο εμφανίζεται τάση εξ επαγωγής είναι ένα ηλεκτρικό παθητικό στοιχείο και, δεύτερον, σε αντιστοιχία με τη σχέση (1.16), ότι δεν μπορεί να υπάρξει ακαριαία μεταβολή του ρεύματος i , εκτός εάν αυτή γίνεται κάτω από συνθήκες σταθερής μαγνητικής ροής, δηλ. εφόσον ισχύει: $k^1 \cdot i^1 = k^2 \cdot i^2 = \dots = \text{σταθ.}$, που αποτελεί και τη διατύπωση του αναλλοίωτου της μαγνητικής ροής σ' ένα κλειστό σύστημα.

Η μορφή με την οποία απαντάται η παράμετρος k των παραπάνω σχέσεων εξαρτάται από το συγκεκριμένο κάθε φορά τρόπο εκδήλωσης του φαινομένου της επαγωγής. Ειδικότερα, μια ιδιαίτερη περίπτωση επαγωγής, που απαντάται στους μετασχηματιστές, είναι το φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής, κατά το οποίο στα άκρα ενός πηνίου αναπτύσσεται τάση εξ επαγωγής λόγω μεταβολής του ρεύματος που διαρρέει ένα δεύτερο πηνίο κοντινό στο πρώτο. Στην περίπτωση αυτή, τα πηνία λέγεται ότι βρίσκονται σε σύζευξη, καθώς η μεταβολή του ρεύματος i^2 στο δεύτερο πηνίο συνεπάγεται τη μεταβολή της μαγνητικής ροής ϕ^{21} που παράγει (και μέρος της οποίας διαπερνά το πρώτο πηνίο) έτσι ώστε η τάση εξ επαγωγής στο πρώτο πηνίο να είναι:

$$v_{M,1} = M_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (1.32)$$

Στη σχέση αυτή, η παράμετρος k συμβολίζεται με M και ονομάζεται **συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής**, εξαρτάται δε από το σχήμα και τη σχετική θέση των δύο πηνίων, καθώς και τις μαγνητικές ιδιότητες του μέσου ανάμεσα σ' αυτά.

Ομοίως, η μεταβολή του ρεύματος i που διαρρέει ένα πηνίο (αλλά και γενικότερα έναν αγωγό) συνεπάγεται μεταβολή της μαγνητικής ροής του εμφανιζόμενου μαγνητικού πεδίου με αποτέλεσμα την εμφάνιση τάσης εξ επαγωγής στα άκρα αυτού του ίδιου του πηνίου. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **αυτεπαγωγή**, η δε τάση αυτεπαγωγής θα δίνεται από τη σχέση:

$$v_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (1.33)$$

όπου η παράμετρος k συμβολίζεται με L , ονομάζεται **συντελεστής αυτεπαγωγής** και εξαρτάται από τις μαγνητικές ιδιότητες του μέσου που περιβάλλει το πηνίο καθώς και από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του²².

Και στις δύο πάντως περιπτώσεις, αν το πηνίο, στα άκρα του οποίου εμφανίζεται η επαγόμενη τάση, αποτελεί μέρος ενός κυκλώματος, η ενέργεια W που αποθηκεύεται στο πηνίο, αποδίδεται στο κύκλωμα με την εμφάνιση ροής ηλεκτρικού ρεύματος εξ επαγωγής, i' . Η τελική τιμή του ρεύματος αυτού εξαρτάται από τη συνολική αντίσταση που υπάρχει στο κύκλωμα, ενώ, για όλο το χρόνο που απαιτείται μέχρι να πάρει αυτή την τιμή, το πηνίο ή ο αντίστοιχος αγωγός εμφανίζεται να συμπεριφέρεται ως ενεργό στοιχείο.

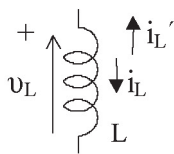
Η σχέση (1.33), όπως και η σχέση (1.29), δείχνουν αμέσως ότι όταν ένα πηνίο διαρρέεται από συνεχές και σταθερής έντασης ρεύμα συνεχούς τότε δεν εμφανίζεται στα άκρα του τάση εξ επαγωγής. Όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 4, αυτό σημαίνει ότι κάθε πηνίο συνδεδεμένο σ' ένα κύκλωμα που διαρρέεται από συνεχή και σταθερά ρεύματα θα εμφανίζεται σαν ένας απλός αγωγός με αντίσταση που υπολογίζεται από το νόμο του Ohm και, γενικώς, θεωρείται αμελητέα (όπως άλλωστε ισχύει και για κάθε τύπου αγωγό).

Στο σχήμα 1.8 δίνεται το σύμβολο ενός πηνίου που χαρακτηρίζεται από αυτεπαγωγή L , καθώς και οι φορές της τάσης v^L στα άκρα του, του ρεύματος i^L που το διαρρέει και του ρεύματος εξ επαγωγής i^L' με φορά αντίθετη απ' αυτήν του i^L .

Η μονάδα μέτρησης του συντελεστή αυτεπαγωγής ή, απλώς, αυτεπαγωγής στο SI, είναι το *henry* (H), η οποία

²² Ειδικά για πηνίο, ο συντελεστής αυτεπαγωγής εξαρτάται από το μήκος του αγωγού ℓ , τον αριθμό n και τη διάμετρο των σπειρών του, την ύπαρξη ή όχι σιδερένιου πυρήνα σ' αυτό και δίνεται από τη σχέση: $L = \mu^0 S n^2 / \ell$, όπου S είναι το εμβαδόν του περικλειόμενου χώρου από μια σπείρα του και μ^0 η μαγνητική διαπερατότητα του κενού.

ορίζεται ως η αυτεπαγωγή ενός αγωγού, στα άκρα του οποίου εμφανίζεται τάση ίση προς 1 volt, όταν διαρρέεται από μεταβαλλόμενο ρεύμα με ρυθμό μεταβολής 1A/sec, δηλ. $1H = 1V \cdot 1sec/1A$. Η μονάδα αυτή χρησιμοποιείται επίσης και ως μονάδα μέτρησης του συντελεστή αμοιβαίας επαγωγής στους μετασχηματιστές, καθώς και μεταξύ ανεξάρτητων πηνίων σε σύζευξη.



Σχήμα 1.8. Σύμβολο πηνίου και φορές τάσης και ρεύματος σ' αυτό.

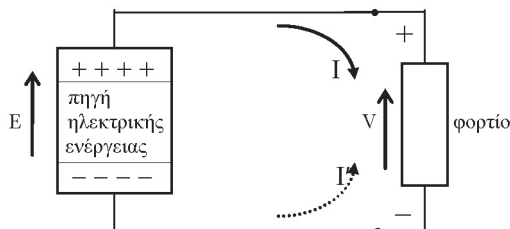
1.4.5 Ενεργά στοιχεία - Πηγές ηλεκτρικής ενέργειας

Οι πηγές ηλεκτρικής ενέργειας είναι ενεργά ηλεκτρικά στοιχεία και έχουν δύο άκρα ή ακροδέκτες, που ονομάζονται πόλοι, με τα οποία συνδέονται στα κυκλώματα. Η σύνδεση μιας τουλάχιστον πηγής ηλεκτρικής ενέργειας σ' ένα κύκλωμα έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος για ένα χρονικό διάστημα, η διάρκεια του οποίου εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του κυκλώματος.

Η ηλεκτρική ενέργεια που παρέχει μια πηγή σ' ένα κύκλωμα προέρχεται από τη μετατροπή της ίδιας ή άλλης μορφής ενέργειας, π.χ. μηχανική, χημική, ηλιακή (φωτεινή) ενέργεια και χρησιμοποιείται στο διαχωρισμό των θετικών και αρνητικών φορτίων και την αντίστοιχη συσσώρευσή τους προς τα δύο άκρα της που είναι ο θετικός και αρνητικός πόλος της πηγής.

Οι πρώτες πηγές ηλεκτρικής ενέργειας, που κατασκευάστηκαν, είναι τα **ηλεκτροχημικά στοιχεία** ή, αλλιώς, γαλβανικά ή βολταϊκά στοιχεία²³. Τα διπολικά αυτά στοιχεία παίζουν σημαντικότερο ρόλο στην ηλεκτρονική τεχνολογία, καθώς με τη μείωση των διαστάσεων και του βάρους τους, έχουν επιτρέψει την ανάπτυξη κάθε είδους και μεγέθους φορητών ηλεκτρονικών συσκευών.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 1.9, όταν μια τέτοια πηγή συνδεθεί σ' ένα φορτίο ή κύκλωμα προκαλεί τη ροή ρεύματος καθώς ηλεκτρόνια από τον αρνητικό της πόλο, όπου υπάρχει περίσσεια, κινούνται μέσω του φορτίου προς το θετικό του πόλο, όπου υπάρχει έλλειμμα (πραγματική φορά ρεύματος).



Σχήμα 1.9. Σύνδεση πηγής σε φορτίο και ροή ρεύματος με πραγματική φορά I' ή συμβατική φορά I . Με E συμβολίζεται η τάση στα άκρα της πηγής και με V η τάση που αναπτύσσεται στα άκρα του φορτίου λόγω ροής ρεύματος μέσα απ' αυτό.

Χαρακτηριστικό μέγεθος κάθε ηλεκτρικής πηγής είναι η ηλεκτρεγερτική της δύναμη (ΗΕΔ) η οποία ορίζεται ίση με τη διαφορά δυναμικού ή την τάση μεταξύ των πόλων της όταν αυτή δεν είναι συνδεδεμένη σε κύκλωμα και, συνεπώς, δεν συνεισφέρει στη ροή ηλεκτρικού ρεύματος σ' αυτό. Ωστόσο, παρά τον σαφή αυτόν ορισμό, αντί του όρου «ηλεκτρεγερτική δύναμη» έχει επικρατήσει η χρήση του όρου «τάση», με αποτέλεσμα, ειδικά για τις πραγματικές ηλεκτρικές πηγές που χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη «εσωτερικής αντίστασης», να υπάρχει σύγχυση, καθώς αυτές έχουν άλλη τιμή «τάσης» πριν συνδεθούν σ' ένα φορτίο και άλλη αφού συνδεθούν. Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 1.9, η τάση E στα άκρα της πηγής δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ίση με την τιμή ΗΕΔ της, ενώ, ακριβώς επειδή υπάρχει ροή ηλεκτρικού ρεύματος, θα είναι ίση με την τάση V στα άκρα του φορτίου.

Γενικώς, η δράση των ηλεκτρικών πηγών, που είναι συνδεδεμένες σε φορτία ή κυκλώματα και παρέχουν ενέργεια,

23 Στα ηλεκτροχημικά στοιχεία, η χημική αντίδραση ειδικών μετάλλων με ειδικά διαλύματα ηλεκτρολυτών έχει ως αποτέλεσμα, ανάλογα με το μέταλλο, είτε την απομάκρυνση, είτε τη συσσώρευση ηλεκτρονίων στην επιφάνειά τους. Συνδυάζοντας δύο τέτοια συστήματα «μετάλλου - διαλύματος», προκύπτει ένα ζεύγος φορτισμένων μετάλλων, το ένα με θετικό και το άλλο με αρνητικό φορτίο. Συνδυασμοί τέτοιων ετερογενών στοιχείων αποτελούν τις κοινές μπαταρίες (ξηρά στοιχεία), ενώ ομογενή στοιχεία, που διαφοροποιούνται με τη δράση εξωτερικών ηλεκτρικών πηγών, αποτελούν τους συσσωρευτές ή τις γνωστές επαναφορτιζόμενες μπαταρίες.

προσδιορίζεται με όρους τάσης ή έντασης ρεύματος, όπως συμβαίνει και με τα άλλα ηλεκτρικά στοιχεία. Έτσι, οι πηγές ηλεκτρικής ενέργειας μπορούν θεωρητικά να χαρακτηρίζονται είτε ως πηγές τάσης, είτε ως πηγές ρεύματος. Συγκεκριμένα, ως:

- πηγές τάσης θεωρούνται οι πηγές ηλεκτρικής ενέργειας που εμφανίζουν σταθερή τιμή τάσης στα άκρα τους ανεξάρτητα από την τιμή έντασης του ρεύματος που προκαλούν όταν συνδεθούν στα άκρα οποιουδήποτε στοιχείου ή κυκλώματος, δηλ. φορτίου,

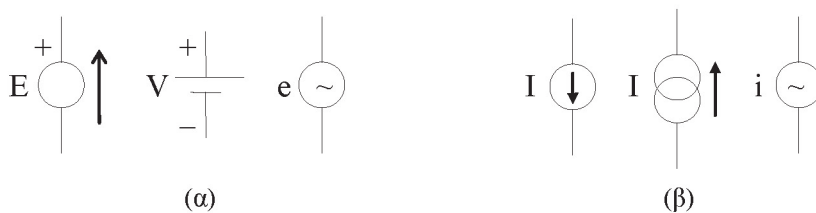
ενώ ως:

- πηγές ρεύματος θεωρούνται εκείνες οι πηγές ηλεκτρικής ενέργειας, που όταν συνδεθούν μ' ένα οποιοδήποτε φορτίο, προκαλούν ροή ρεύματος σταθερής έντασης.

Οι ορισμοί αυτοί αναφέρονται στην **ιδανική λειτουργία** των πηγών ηλεκτρικής ενέργειας καθώς, στην πράξη, ισχύουν μόνο προσεγγιστικά. Έτσι, η λειτουργία των πραγματικών πηγών τάσης ή ρεύματος χαρακτηρίζεται, όπως θα δούμε παρακάτω, από την ύπαρξη εσωτερικής αντίστασης ή αγωγιμότητας, η γνώση ή ο προσδιορισμός της τιμής της οποίας είναι αναγκαίος για τον ακριβέστερο προσδιορισμό της πραγματικής λειτουργίας τους, δηλ. την καλύτερη προσέγγιση προς την θεωρητικώς αναμενόμενη.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι εφόσον η ουσιαστική λειτουργία μιας πηγής είναι η προσφορά ηλεκτρικής ενέργειας προς το κύκλωμα ή το φορτίο στο οποίο συνδέεται, είναι απαραίτητη η γνώση του μέγιστου επιτρεπτού ρυθμού με τον οποίο μπορεί να γίνεται η προσφορά αυτή, δηλ. η μέγιστη ισχύς της, P^{max} . Αυτό σημαίνει ότι, στην πράξη, μια πηγή ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί, ανάλογα με τη χρήση της, να θεωρείται ότι λειτουργεί είτε ως πηγή τάσης είτε ως πηγή ρεύματος σύμφωνα με τους παραπάνω ορισμούς, αλλά πάντοτε με τον περιορισμό της μέγιστης ισχύος της.

Στο σχήμα 1.9 δίνονται τα σύμβολα των ιδανικών πηγών τάσης και ρεύματος που χρησιμοποιούνται για τη σχηματική παράστασή τους στα κυκλώματα, ενώ, όπως φαίνεται, ο συμβολισμός των πηγών συνεχούς (και σταθερής) τάσης ή ρεύματος σ' ένα κύκλωμα συμπληρώνεται πάντοτε με την υπόδειξη των αντίστοιχων φορών τάσης ή ρεύματος. Όπως, θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια, στα ηλεκτρονικά κυκλώματα, ως πηγές τροφοδοσίας χρησιμοποιούνται συνήθως πηγές DC τάσης, ενώ οι πηγές εναλλασσόμενων τάσεων και εντάσεων θεωρούνται κυρίως ως πηγές αντίστοιχων σημάτων.



Σχήμα 1.10. Συμβολισμός ηλεκτρικών πηγών: (α) πηγές τάσης, και (β) πηγές ρεύματος

1.4.5.1 Ιδανικές πηγές τάσης και ρεύματος

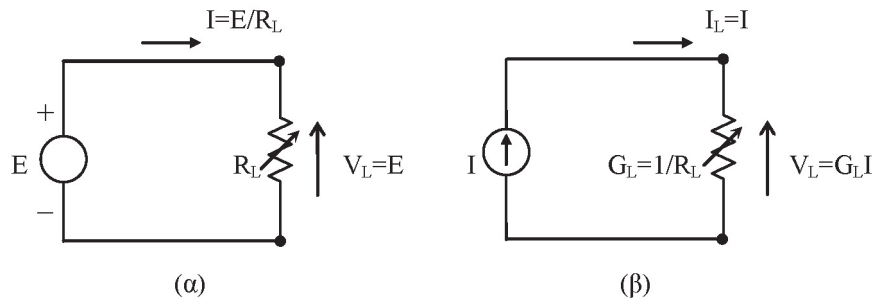
Σύμφωνα με τους ορισμούς των ιδανικών πηγών, που δόθηκαν παραπάνω, η παρεχόμενη από αυτές τάση ή ένταση ρεύματος είναι ανεξάρτητη από τα χαρακτηριστικά του φορτίου στο οποίο συνδέονται. Αυτό σημαίνει ότι οι ιδανικές πηγές «λειτουργούν» με δυνατότητα παροχής άπειρης ισχύος.

Πράγματι, αν μια ιδανική πηγή τάσης E συνδεθεί στα άκρα ενός φορτίου, π.χ. μιας μεταβλητής ωμικής αντίστασης R^L , όπως φαίνεται στο σχήμα 1.11(α), τότε η τάση V^L στα άκρα της αντίστασης θα είναι ίση προς E , ανεξάρτητα από την τιμή της R^L , δηλ. **μια ιδανική πηγή τάσης μπορεί να προκαλεί ροή ρεύματος στο φορτίο (και, συνεπώς, να διααρρέται η ίδια από ρεύμα) οσοδήποτε μικρής ή μεγάλης έντασης.**

Αντιστοίχως, συνδέοντας στην ίδια αντίσταση φορτίου R^L μια ιδανική πηγή ρεύματος I , τότε, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.11(β), το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση αυτή θα έχει ένταση I^L ίση προς I , ανεξάρτητα από την τιμή της R^L , δηλ. **μια ιδανική πηγή ρεύματος μπορεί να αναπτύσσει στα άκρα του φορτίου (και, συνεπώς, στα άκρα της) τάση οσοδήποτε μικρής ή μεγάλης τιμής.**

Είναι φανερό, ότι τα παραπάνω ισχύουν ανεξαρτήτως του αν πρόκειται για ιδανικές πηγές συνεχούς ή εναλλασσόμενης τάσης ή έντασης ρεύματος. Απλώς, στις περιπτώσεις πηγών εναλλασσόμενων τάσεων και ρευμάτων, η ταύτιση της τάσης ή της έντασης ρεύματος στο φορτίο με την τάση ή την ένταση των αντίστοιχων πηγών θα αναφέρεται στις στιγμιαίες τιμές τους.

Επίσης θα πρέπει να σημειωθεί ότι, χωρίς να αλλάζει κάτι επί της ουσίας των όσων αναφέρονται για τις πηγές ρεύματος, έχει επικρατήσει τα αντίστοιχα ωμικά φορτία τους να θεωρούνται όχι με διαστάσεις αντίστασης, αλλά με διαστάσεις αγωγιμότητας. Έτσι στο σχήμα 1.11(β), ως αντίσταση φορτίου μπορεί να θεωρηθεί μια αντίστοιχη αγωγιμότητα φορτίου με τιμή $G^L=1/R^L$.



Σχήμα 1.11. Σύνδεση φορτίου R^L σε: (α) ιδανική πηγή τάσης και (β) ιδανική πηγή ρεύματος.

1.4.5.2 Πραγματικές πηγές τάσης και ρεύματος

Αναφέρθηκε παραπάνω ότι στις πραγματικές πηγές τάσης ή ρεύματος υπάρχει ο περιορισμός μιας μέγιστης τιμής, P^{\max} , για την παρεχόμενη ισχύ. Η τιμή αυτή καθορίζει είτε τη μέγιστη τιμή του ρεύματος I^L , που παρέχεται από μια πηγή τάσης E , είτε τη μέγιστη τάση V^L , που αναπτύσσεται στα άκρα μιας πηγής ρεύματος I . Δηλ. για μια πραγματική πηγή τάσης θα ισχύει :

$$P_{\max} = E \cdot I_{L \max} \quad (1.34)$$

ενώ για μια πραγματική πηγή ρεύματος θα είναι:

$$P_{\max} = I \cdot V_{L \max} \quad (1.35)$$

Επιπλέον, η τιμή P^{\max} υποδηλώνει ταυτόχρονα την κατανάλωση ισχύος από αυτήν την ίδια την πηγή. Πράγματι, αν στα άκρα μιας πραγματικής πηγής τάσης E συνδεθεί μια αντίσταση φορτίου $R^L=0$, τότε, η σχέση (1.34) θα αληθεύει μόνον αν θεωρηθεί ότι υπάρχει μια «εσωτερική» αντίσταση R^s , τέτοια ώστε:

$$P_{\max} = R_s \cdot I_{L \max}^2 \quad (1.36)$$

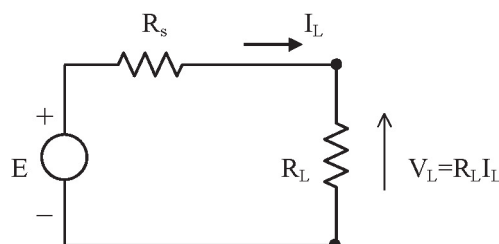
Συνεπώς, αν μια πηγή τάσης E και μέγιστης ισχύος P^{\max} συνδεθεί σε μια αντίσταση φορτίου R^L , τότε, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.12, η εσωτερική της αντίσταση R^s θα εμφανίζεται συνδεδεμένη σε σειρά προς την R^L , οπότε η τάση V^L στα άκρα της R^L θα καθορίζεται από το συνδυασμό της τιμής της R^L και της τιμής ρεύματος I^L που παρέχει η πηγή, δηλ. θα ισχύει:

$$V_L = E - R_s \cdot I_L \quad (1.37)$$

όπου $I_L = E / (R_s + R_L)$ και με τον περιορισμό, λόγω της (1.36), ότι θα είναι πάντοτε: $I^L \leq I^{L \max}$. Άρα, η τάση V^L στα άκρα του φορτίου R^L θα δίνεται από τη σχέση:

$$V_L = \frac{R_L}{R_s + R_L} \cdot E \quad (1.38)$$

που είναι μια σχέση διαίρεσης τάσης.



Σχήμα 1.12. Σύνδεση πραγματικής πηγής τάσης και αντίστασης φορτίου.

Αντιστοίχως, αν σε μια πραγματική πηγή ρεύματος I συνδεθεί μια αγωγιμότητα φορτίου $G^L=0$, τότε, για να αληθεύει

η σχέση (1.35), θεωρείται ότι υπάρχει μια «εσωτερική» αγωγιμότητα G^s , τέτοια ώστε:

$$P_{\max} = I \cdot V_{L\max} = V_{L\max}^2 \cdot G_s \quad (1.39)$$

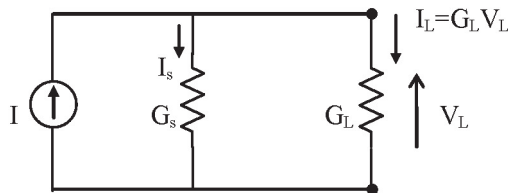
Συνδέοντας, επομένως, μια πηγή ρεύματος I και μέγιστης ισχύος P^{\max} με μια αγωγιμότητα φορτίου G^L , τότε, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.13, η εσωτερική της αγωγιμότητα G^s θα εμφανίζεται συνδεδεμένη παράλληλα προς την G^L και η ένταση I^L που θα διαρρέει την G^L θα βρίσκεται από το συνδυασμό της τιμής της G^L και της τάσης V^L που μπορεί να αναπτυχθεί στα άκρα της πηγής, δηλ. θα ισχύει:

$$I_L = I - G_s \cdot V_L \quad (1.40)$$

όπου $V_L = I / (G_s + G_L)$ και με τον περιορισμό, λόγω της (1.39), ότι θα είναι πάντοτε: $V^L \leq V^{L\max}$. Έτσι, η ένταση ρεύματος I^L που διαρρέει το φορτίο αγωγιμότητας G^L θα δίνεται από τη σχέση:

$$I_L = \frac{G_L}{G_s + G_L} \cdot I \quad (1.41)$$

που, σε αντιστοιχία με τη σχέση (1.38), είναι μια σχέση διαίρεσης ρεύματος.



Σχήμα 1.13. Σύνδεση πραγματικής πηγής ρεύματος και αγωγιμότητας φορτίου.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, μπορεί να ειπωθεί ότι διακρίνονται τρεις «τρόποι» λειτουργίας των **πραγματικών πηγών ηλεκτρικής ενέργειας**:

- Λειτουργία παροχής μέγιστης τάσης στο φορτίο ή λειτουργία πηγής τάσης, η οποία, όπως φαίνεται από την σχέση (1.38), επιτυγχάνεται όταν $R^s \ll R^L$,
- Λειτουργία παροχής μέγιστου ρεύματος στο φορτίο ή λειτουργία πηγής ρεύματος, η οποία, όπως φαίνεται από την σχέση (1.41), επιτυγχάνεται όταν $G^s \ll G^L$, και
- Λειτουργία παροχής μέγιστης ισχύος στο φορτίο, η οποία επιτυγχάνεται όταν $R^s = R^L$ ή, αντίστοιχα, $G^s = G^L$. Στην περίπτωση αυτή αποδεικνύεται ότι η ισχύς που παρέχει η πηγή στο φορτίο θα είναι ίση προς το μισό της μέγιστης ισχύος της, P^{\max} .

1.5 Μελέτη και λειτουργία ηλεκτρικών κυκλωμάτων

1.5.1 Κατανεμημένα και Συγκεντρωμένα Κυκλώματα

Η λειτουργία κάθε μορφής ηλεκτρικού κυκλώματος βασίζεται στη ροή ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από τα στοιχεία του, η δε αναλυτική της περιγραφή γίνεται με εξισώσεις που γράφονται σύμφωνα με τους δύο κανόνες του Kirchhoff (τάσεων και εντάσεων) και των σχέσεων τάσης - έντασης που ισχύουν σε κάθε ένα απ' τα στοιχεία του.

Όπως αποδεικνύεται²⁴, οι δύο αυτοί κανόνες αποτελούν ειδικές περιπτώσεις των εξισώσεων Maxwell. Αυτό επιβεβαιώνει τον προσεγγιστικό χαρακτήρα που έχει η περιγραφή της λειτουργίας των κυκλωμάτων και ο οποίος στηρίζεται στην υπόθεση της μη αλληλεπίδρασης των εμφανιζόμενων ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων καθώς, στην αντίθετη περίπτωση, θα υπήρχαν σημαντικές απώλειες ενέργειας λόγω ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Η αποδοχή της υπόθεσης αυτής εξαρτάται από τις διαστάσεις των στοιχείων που περιέχονται σ' ένα κύκλωμα και, συνεπώς, από τις διαστάσεις του ίδιου του κυκλώματος σε σχέση με τα μήκη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που αντιστοιχούν στις μεταβολές των σημάτων για τα οποία χρησιμοποιείται το συγκεκριμένο κύκλωμα.

Πράγματι, η αναλυτική διατύπωση των σχέσεων τάσης - έντασης για τα στοιχεία ενός κυκλώματος απαιτεί την ομοιόμορφη εμφάνιση ηλεκτρικών φορτίων σε όλη την «έκταση» του κυκλώματος και την μη εξάρτηση του ρεύματος, που διαρρέει ένα αγωγό, από το μήκος ή τη διάμετρό του ή, αλλιώς, την σχεδόν ακαριαία διάδοση σε όλη την έκταση του

24 "Fields and Waves in Communication Electronics", S.Ramo, J.R.Whinnery, T.Van Duzer, WILEY 1965, σελ. 271-273.

κυκλώματος των αντίστοιχων ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων²⁵.

Για παράδειγμα, στην περίπτωση περιοδικής ροής ρεύματος με τη μορφή παλμών πολύ μεγάλης συχνότητας, είναι δυνατόν σε κάποια τμήματα του κυκλώματος να υπάρχουν φορτία και ρεύμα ενώ σε κάποια άλλα να μην υπάρχουν.

Σε τέτοιες περιπτώσεις, οι παράμετροι που χαρακτηρίζουν τις ιδιότητες των στοιχείων, δηλ. η αντίσταση, η χωρητικότητα ή η αυτεπαγωγή, θα έχουν τιμές που θα είναι κατανομημένες σε όλη την έκταση του κυκλώματος και όχι εντοπισμένες στα όρια των στοιχείων στα οποία αντιστοιχούν. Επιπλέον, οι τιμές αυτές είναι ανεξάρτητες από τον τρόπο λειτουργίας του κυκλώματος και προσδιορίζονται με βάση γενικές εκφράσεις, δηλ. με όρους πεδίων.

Διακρίνοντας ακριβώς αυτήν τη διαφορά, η θεωρία κυκλωμάτων αναφέρεται σε κατανομημένα και σε συγκεντρωμένα κυκλώματα. Τα κατανομημένα (distributed) κυκλώματα είναι φυσικώς κατανομημένα σε τέτοια έκταση ώστε τα ηλεκτρικά και μαγνητικά φαινόμενα σ' αυτά να μη συμβαίνουν ταυτόχρονα, ενώ τα συγκεντρωμένα (lumped) είναι κυκλώματα τέτοιων διαστάσεων ώστε πράγματι όλα τα φαινόμενα να μπορούν να θεωρούνται ότι συμβαίνουν ταυτόχρονα στο σύνολο ενός κυκλώματος. Έτσι, αν ℓ είναι η μέγιστη διάσταση των στοιχείων ενός κυκλώματος και f^{\max} η μέγιστη συχνότητα των σημάτων σ' αυτό, τότε, τα κυκλώματα για τα οποία ισχύει: $f^{\max} \ll (c/2\pi \ell)$ θεωρούνται συγκεντρωμένα.

Στο βιβλίο αυτό ασχολούμαστε μόνο με συγκεντρωμένα κυκλώματα, που αναφέρονται απλώς ως κυκλώματα. Όπως θα δούμε και παρακάτω, κατά τη μελέτη των κυκλωμάτων αυτών, γίνεται η παραδοχή ότι η στιγμιαία τιμή έντασης του ρεύματος που «εισέρχεται» από το ένα άκρο κάθε ηλεκτρικού στοιχείου με δύο άκρα είναι ίση με τη στιγμιαία τιμή έντασης του ρεύματος που «εξέρχεται» από το άλλο άκρο. Αυτή η παραδοχή προκύπτει ως μια απλοποίηση των προσεγγίσεων και προϋποθέσεων που αναφέρθηκαν παραπάνω για τον χαρακτηρισμό ενός κυκλώματος ως «συγκεντρωμένου».

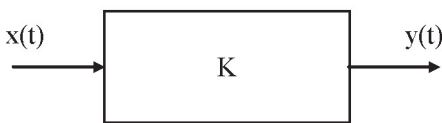
1.5.2 Τυπική μορφή λειτουργίας - Ανάλυση και Σύνθεση

Κατά την τυπική μορφή λειτουργίας ενός κυκλώματος, η εφαρμογή ενός σήματος τάσης ή έντασης στην είσοδό του, δηλ. η διέγερση του κυκλώματος, προκαλεί την εμφάνιση ενός αντίστοιχου σήματος στην έξοδό του, που αποτελεί την απόκριση του κυκλώματος.

Ορίζοντας, ως **σήμα** κάθε φυσική μεταβλητή, το μέτρο ή η μεταβολή του μέτρου της οποίας μπορεί να “παρακολουθηθεί”, δηλ. περιέχει πληροφορία²⁶, τότε η λειτουργία ενός κυκλώματος ισοδυναμεί ουσιαστικά με επεξεργασία σημάτων-πληροφορίας, καθώς η όποια μορφή του σήματος εξόδου σε σχέση με τη μορφή του σήματος εισόδου θα είναι αποτέλεσμα της λειτουργίας του κυκλώματος²⁷. Παράλληλα, θεωρώντας το κύκλωμα που λειτουργεί (με ή χωρίς το σήμα που το διεγείρει) σαν ένα σύστημα σε εξέλιξη, η μορφή του όποιου σήματος στην έξοδό του θα εκφράζει την κατάσταση του κυκλώματος-συστήματος και, συνεπώς, αυτό το σήμα εξόδου θα είναι φορέας πληροφορίας που σχετίζεται τόσο με το σήμα εισόδου (αν υπάρχει), όσο και με τη λειτουργία του συγκεκριμένου κυκλώματος.

Γενικότερα λοιπόν, κάθε κύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα σύστημα επεξεργασίας σημάτων-πληροφορίας καθώς, επενεργώντας με συγκεκριμένο τρόπο στο σήμα εισόδου του, αποδίδει στην έξοδό του την οποιαδήποτε μεταφερόμενη πληροφορία στην κατάλληλη (ζητούμενη) μορφή και χρόνο.

Ως σχηματοποίηση των παραπάνω, στο σχήμα 1.14 φαίνεται ένα τυπικό κύκλωμα, το οποίο, όταν διεγείρεται από ένα σήμα π.χ. τάσης $x(t)$ στην είσοδό του, αποκρίνεται με ένα σήμα $y(t)$ στην έξοδό του.



Σχήμα 1.14. Διέγερση και απόκριση κυκλώματος.

Η λειτουργία του κυκλώματος συμβολίζεται με το μέγεθος K το οποίο μπορεί να είναι είτε μια σταθερά, είτε μια οποιασδήποτε μορφής συνάρτηση π.χ. του χρόνου, $K(t)$.

Συνήθως, η μορφή της συνάρτησης που περιγράφει τη λειτουργία ενός κυκλώματος/συστήματος εξαρτάται και από τη μορφή των συναρτήσεων που περιγράφουν τα σήματα για τα οποία πρόκειται να χρησιμοποιηθεί. Έτσι, στην περίπτωση σημάτων - συναρτήσεων μιας ανεξάρτητης μεταβλητής π.χ. του χρόνου, το κύκλωμα/σύστημα θεωρείται

²⁵ Υπενθυμίζεται ότι, αν και η ταχύτητα των ηλεκτρικών φορτίων είναι της τάξης μερικών χιλιοστών ανά δευτερόλεπτο, η αλληλεπίδραση μεταξύ φορτίων αποτελεί ουσιαστικά πηγή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που διαδίδεται με την ταχύτητα c του φωτός

²⁶ Εδώ ο όρος πληροφορία χρησιμοποιείται με τη γενική έννοια της αναφοράς σε στοιχεία γνώσης για αντικείμενα ή διαδικασίες του φυσικού περιβάλλοντος.

²⁷ Αυτή η ισοδυναμία αντανάκλα το ενεργειακό περιεχόμενο του όρου πληροφορία, όπως αυτό προκύπτει από τη σχέση μεταξύ ποσότητας πληροφορίας και θερμοδυναμικής εντροπίας, όπως επίσης και από τις φυσικές distástσεις της μονάδας πληροφορίας (bit) ως: $1\text{bit}=10^{-23}\text{Joule}/^\circ\text{K}$, που υποδηλώνει ότι για την ανάδειξη πληροφορίας απαιτείται κατανάλωση ενέργειας.

ότι έχει μια είσοδο και μια έξοδο και το μέγεθος K αρκεί να είναι μια σταθερά ή μια συνάρτηση της ίδιας μεταβλητής. Αντιστοίχως, στην περίπτωση που το κύκλωμα/σύστημα έχει πιο σύνθετη μορφή, π.χ. μια είσοδο και πολλές εξόδους ή πολλές εισόδους και πολλές εξόδους, δηλ. αποτελεί συνδυασμό πολλών απλών κυκλωμάτων (συστημάτων), το μέγεθος K θα έχει την κατάλληλη μορφή.

Γενικώς, η μαθηματική περιγραφή της λειτουργίας ενός κυκλώματος, δηλ. της επεξεργασίας του σήματος $x(t)$, δίνεται από τη σχέση μεταξύ των σημάτων εξόδου και εισόδου του, δηλ. από μια σχέση της μορφής²⁸:

$$y(t) = K(t) \cdot x(t) \quad (1.42)$$

Με βάση τη γενική αυτή σχέση, η Θεωρία Κυκλωμάτων διακρίνεται σε δύο μέρη, την Ανάλυση και τη Σύνθεση κυκλωμάτων.

Αντικείμενο της ανάλυσης είναι η μελέτη της λειτουργίας ενός κυκλώματος έτσι ώστε να μπορεί να βρεθεί η απόκρισή του για δεδομένο σήμα ή κατηγορία σημάτων εισόδου (δηλ. να εξαχθεί με την κατάλληλη επεξεργασία όλη ή μέρος της μεταφερόμενης πληροφορίας). Αντιστοίχως, αντικείμενο της σύνθεσης είναι ο προσδιορισμός του αναγκαίου κυκλώματος έτσι ώστε, για δεδομένο σήμα ή κατηγορία σημάτων εισόδου, η απόκρισή του να είναι η επιθυμητή (δηλ. να βρεθεί η μορφή επεξεργασίας με την οποία θα μπορεί να εξάγεται η ζητούμενη πληροφορία από δεδομένα σήματα πληροφορίας).

1.5.3 Ιδανική και πραγματική λειτουργία - Χρήση ισοδύναμων προτύπων

Στην πράξη, οι τεχνικές και οι προσεγγίσεις με τις οποίες χρησιμοποιούνται τα διάφορα θεωρητικά εργαλεία (αρχές, νόμοι και θεωρήματα) για την ανάλυση ενός κυκλώματος ή τη σύνθεση (σχεδίαση) ενός κυκλώματος, εξαρτώνται κυρίως από τα χαρακτηριστικά των θεωρούμενων σημάτων και την επιζητούμενη χυρή τομή μεταξύ ακρίβειας και οικονομίας επιλογών. Βεβαίως, η χρήση προσεγγίσεων, ειδικά στη μελέτη ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της θεωρητικής ανάλυσης των φαινομένων που μελετώνται και προϋποθέτει ουσιαστική γνώση της σημασίας που μπορεί να έχουν στην ακρίβεια του επιζητούμενου αποτελέσματος.

Επιπλέον, αν και κάθε κύκλωμα - όπως και κάθε στοιχείο - χαρακτηρίζεται από τη θεωρητική (ιδανική) λειτουργία του, η πραγματική λειτουργία του μπορεί να διαφέρει πολύ την αναμενόμενη θεωρητική, καθώς εξαρτάται από τα πραγματικά χαρακτηριστικά τόσο των στοιχείων του, όσο και των σημάτων που εφαρμόζονται (δηλ. πλάτος, συχνότητα, τρόπος μεταβολής, κ.λπ.). Έτσι, μια αρχική μελέτη και περιγραφή της αναμενόμενης ηλεκτρικής λειτουργίας ενός κυκλώματος μπορεί να γίνει με τη χρήση κατάλληλων ισοδύναμων υποδειγμάτων ή προτύπων (μοντέλων) λειτουργίας, γεγονός που διευκολύνεται με τη διάκριση και ταξινόμηση σημάτων, στοιχείων και κυκλωμάτων σε διάφορες κατηγορίες.

1.6 Γενικά χαρακτηριστικά των κυκλωμάτων

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά των κυκλωμάτων, τα οποία αποτελούν μέρος της «γλώσσας» που χρησιμοποιείται για την περιγραφή της μορφής και της λειτουργίας τους.

1.6.1 Σχηματική παράσταση κυκλωμάτων και στοιχείων

Κάθε κύκλωμα, συγκεντρωμένο ή κατανεμημένο, είναι ένα σύνολο ηλεκτρικών στοιχείων σε ηλεκτρική σύνδεση μεταξύ τους. Το είδος, η θέση και ο τρόπος σύνδεσης των στοιχείων ενός κυκλώματος παριστάνεται αναλυτικά από το ηλεκτρικό ή ηλεκτρονικό του διάγραμμα, όπως λέγεται. Η σωστή αποτύπωση ενός κυκλώματος στο αντίστοιχο διάγραμμά του αποτελεί προϋπόθεση για την σωστή ανάλυση της λειτουργίας του και τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών και επιδόσεων που ενδιαφέρουν.

Τα στοιχεία ενός κυκλώματος συνδέονται μεταξύ τους με τμήματα αγωγών, διακρίνονται δε σε απλά ή σύνθετα. Ως απλά χαρακτηρίζονται τα δίπολα ή διπολικά στοιχεία, δηλ. εκείνα που έχουν δύο ακροδέκτες και η (ηλεκτρική) συμπεριφορά τους ορίζεται πλήρως από τη σχέση τάσης - ρεύματος στα άκρα τους, όπως π.χ. οι πηγές τάσης και ρεύματος, οι αντιστάσεις, οι πυκνωτές και τα πηνία. Τα σύνθετα στοιχεία, έχοντας συνήθως περισσότερους από δύο ακροδέκτες, όπως π.χ. μετασχηματιστές, λυχνίες, τρανζίστορ, κ.λπ., θεωρούνται ότι προκύπτουν από συνδυασμό απλών στοιχείων, οπότε και η συμπεριφορά τους ορίζεται ανάλογα.

Στα διαγράμματα των κυκλωμάτων, τα διάφορα στοιχεία παριστάνονται με τα σύμβολά τους και θεωρούνται ιδανικά, δηλ. κάθε στοιχείο χαρακτηρίζεται αποκλειστικά από μια μόνο φυσική παράμετρο²⁹. Επίσης, οι συνδέσεις μεταξύ

²⁸ Γενικότερα, η λειτουργία ενός κυκλώματος/συστήματος μπορεί να θεωρηθεί ως δράση ενός τελεστή S στο σήμα εισόδου του, έτσι ώστε το αντίστοιχο σήμα εξόδου να δίνεται από μια σχέση της μορφής: $y(t) = S[x(t)]$.

²⁹ Στην πράξη, κάθε ηλεκτρικό στοιχείο εμφανίζει, λόγω κατασκευής, και «ανεπιθύμητα» ή «παρασιτικά» χαρακτηριστικά, τα οποία όμως, εκτός ακραίων περιπτώσεων, δεν λαμβάνονται υπόψη. Έτσι, π.χ., ένας πυκνωτής εκτός από χωρητικότητα μπορεί να εμφανίζει επίσης ωμική αντίσταση και αυτεπαγωγή, μια αντίσταση να εμφανίζει αυτεπαγωγή, κ.λπ..

των στοιχείων συμβολίζονται με απλές γραμμές που αντιστοιχούν σε απλούς αγωγούς τα φυσικά χαρακτηριστικά των οποίων θεωρείται ότι δεν επηρεάζουν τη λειτουργία τους³⁰.

Τέλος, στις περισσότερες περιπτώσεις η διάκριση των στοιχείων σε απλά και σύνθετα αντιστοιχεί με στη διάκρισή τους σε ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά στοιχεία.

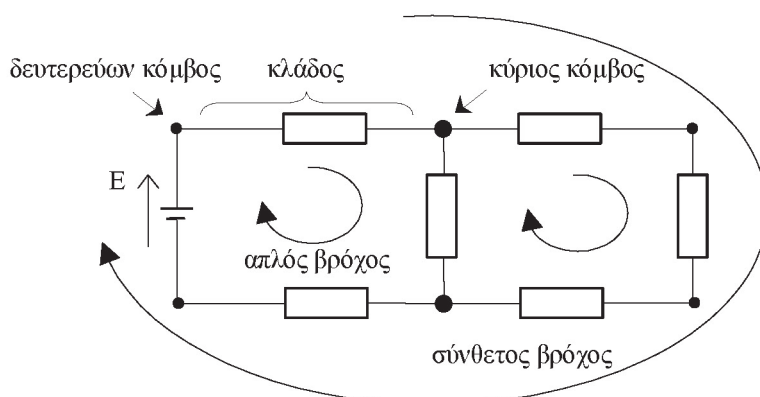
1.6.2 Κλάδοι, κόμβοι και βρόχοι κυκλώματος – Δίκτυα και κυκλώματα

Το διάγραμμα ενός κυκλώματος είναι καταρχήν ένα σύνολο «κλάδων» και «κόμβων» και αποτελείται από έναν ή περισσότερους «βρόχους». Κλάδος (branch) ονομάζεται κάθε απλή διαδρομή του ρεύματος μέσω ενός ή περισσότερων απλών ηλεκτρικών στοιχείων, ενώ κόμβος (node) λέγεται το σημείο σύνδεσης δύο ή περισσότερων κλάδων. Βρόχος (loop) ονομάζεται μια συνεχής και κλειστή διαδρομή ενός ρεύματος που διέρχεται από τους αντίστοιχους κλάδους και κόμβους μια μόνο φορά.

Κυκλώματα, τα διαγράμματα των οποίων μπορούν να σχεδιασθούν σε ένα επίπεδο δηλ. έτσι ώστε να μην υπάρχει κλάδος που να διέρχεται από πάνω ή από κάτω από άλλον κλάδο, χαρακτηρίζονται ως επίπεδα κυκλώματα (planar). Οι κόμβοι ενός κυκλώματος διακρίνονται σε κύριους και δευτερεύοντες. Κύριοι κόμβοι είναι τα σημεία σύνδεσης τριών τουλάχιστον κλάδων του κυκλώματος, ενώ δευτερεύον κόμβος είναι το σημείο σύνδεσης δύο στοιχείων.

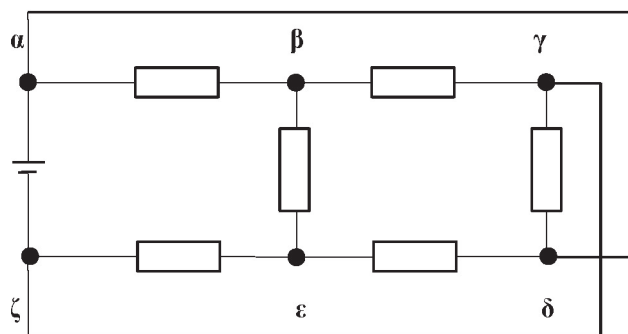
Οι βρόχοι ενός κυκλώματος διακρίνονται σε απλούς και σύνθετους. Απλοί είναι οι βρόχοι, στο εσωτερικό των οποίων δεν υπάρχει κλάδος, ενώ σύνθετοι είναι οι βρόχοι που περικλείουν ένα τουλάχιστον κλάδο. Στα επίπεδα κυκλώματα, οι απλοί βρόχοι ονομάζονται και διανοίγματα (mesh).

Συνήθως, κατά τη μελέτη ενός κυκλώματος, το ενδιαφέρον εστιάζεται στους κύριους κόμβους και στους απλούς βρόχους του. Για παράδειγμα, στο διάγραμμα του επίπεδου κυκλώματος στο σχήμα 1.15, υπάρχουν επτά κλάδοι και έξι κόμβοι, δύο κύριοι και τέσσερις δευτερεύοντες, ενώ σχηματίζονται τρεις βρόχοι, δύο απλοί (διανοίγματα) και ένας σύνθετος.



Σχήμα 1.15. Παράδειγμα διαγράμματος επίπεδου κυκλώματος.

Αντίστοιχα, στο διάγραμμα του μη επίπεδου κυκλώματος του σχήματος 1.16, υπάρχουν εννέα κλάδοι, δύο εκ των οποίων, όπως φαίνεται, «διασταυρώνονται» χωρίς όμως να συνδέονται, έξι κύριοι κόμβοι, καθώς και πέντε απλοί βρόχοι, που σημειώνονται με τις διαδρομές αβεζα, βγδεβ, αδγζα, αβγδα και ζεδγζ.



Σχήμα 1.16. Παράδειγμα διαγράμματος μη επίπεδου κυκλώματος.

30 Αυτό δεν ισχύει στα κατανομημένα κυκλώματα, όπου τα φυσικά και ηλεκτρικά χαρακτηριστικά των αγωγών συμβολίζονται αντίστοιχα ως πρόσθετα ηλεκτρικά στοιχεία.

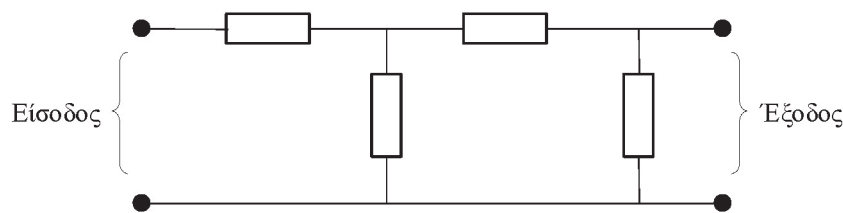
Οι παραπάνω ορισμοί, αν και περιγραφικοί, αντιστοιχούν στον «αυστηρό» τρόπο χρήσης της έννοιας «κύκλωμα». Πράγματι, μια συνδεσμολογία ηλεκτρικών στοιχείων αποτελεί κύκλωμα μόνον όταν υπάρχει ροή ρεύματος. Αυτή όμως δικαιολογείται μόνο όταν υπάρχει (ή υποτίθεται ότι υπάρχει) συνδεδεμένη μια κατάλληλη πηγή ηλεκτρικής ενέργειας, έτσι ώστε με αυτή να σχηματίζεται ένας τουλάχιστον βρόχος, δηλ., όπως λέγεται, να «κλείνει κύκλωμα». Στην αντίθετη περίπτωση, δηλ. όταν δεν σχηματίζεται ένας τουλάχιστον τέτοιος βρόχος, τότε τα όποια συνδεδεμένα μεταξύ τους στοιχεία θα αποτελούν απλώς ένα δίκτυο ή δικτύωμα. Έτσι, στα σχήματα 1.15 και 1.16, αν δεν ήταν συνδεδεμένη η πηγή τάσης E , θα έπρεπε να μιλάμε για δίκτυα και όχι για κυκλώματα.

Ωστόσο, σήμερα τα πράγματα έχουν απλοποιηθεί και ο όρος «κύκλωμα» στην Ηλεκτρονική χρησιμοποιείται ανεξαρτήτως του αν πρόκειται ουσιαστικά για δίκτυο ή κύκλωμα. Συνεπώς, με το να σημειώνουμε τη ροή ρεύματος σε μια συνδεσμολογία στοιχείων, σημαίνει ότι αποδεχόμαστε την ύπαρξη μιας κατάλληλα συνδεδεμένης εξωτερικής πηγή τάσης ή έντασης ρεύματος, που προκαλεί το ρεύμα αυτό.

1.6.3 Είσοδοι και έξοδοι κυκλώματος

Στο σχήμα 1.4, δόθηκε η τυπική μορφή της σύνδεσης πηγών (σήματος ή και τροφοδοσίας) και φορτίου σ' ένα κύκλωμα. Μια πηγή τάσης ή ρεύματος όταν συνδέεται σ' ένα κύκλωμα παρέχει την ενέργεια που απαιτείται για τη λειτουργία του ή, πιο σωστά, διεγείρει και συντελεί στη λειτουργία του. Τα άκρα του κυκλώματος, στα οποία συνδέονται τέτοιες πηγές, συνιστούν ανά δύο μια είσοδο του κυκλώματος και ονομάζονται ακροδέκτες εισόδου. Αντιστοίχως όταν σ' ένα κύκλωμα συνδέεται ένα φορτίο, ο προσδιορισμός της τάσης και του ρεύματος σ' αυτό περιγράφει ποσοτικά την ενέργεια που αυτό προσλαμβάνει από το κύκλωμα. Τα άκρα του κυκλώματος, όπου συνδέεται αυτό το φορτίο ή ακόμα κι ένα άλλο κύκλωμα, αποτελούν ανά δύο μια έξοδο του και λέγονται ακροδέκτες εξόδου.

Γενικώς, ένα κύκλωμα μπορεί να έχει μια ή περισσότερες εισόδους και εξόδους, που θα πρέπει να υποδεικνύονται στο διάγραμμά του, όπως φαίνεται π.χ. στο σχήμα 1.17. Όπως θα φανεί στο Κεφάλαιο 3, κάθε ζεύγος ακροδεκτών εισόδου ή εξόδου ενός κυκλώματος χαρακτηρίζεται, τόσο από την τάση που εφαρμόζεται ή επικρατεί μεταξύ τους, όσο και από το αντίστοιχο ρεύμα που παρατηρείται να ρέει προς ή από το κύκλωμα, ορίζοντας με τον τρόπο αυτό τις λεγόμενες αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του κυκλώματος.



Σχήμα 1.17. Παράδειγμα κυκλώματος με υπόδειξη των ακροδεκτών εισόδου και εξόδου.

1.6.4 Ιδιότητες των κλάδων και των κόμβων στα συγκεντρωμένα κυκλώματα

Οι υποθέσεις και προσεγγίσεις, οι οποίες, με αφετηρία την ηλεκτρομαγνητική θεωρία, οδηγούν στην έννοια των κυκλωμάτων και, ειδικότερα, χαρακτηρίζουν τη λειτουργία των συγκεντρωμένων κυκλωμάτων που μελετώνται στο βιβλίο αυτό, έχουν ως φυσική και λογική συνέπεια δύο ιδιαίτερα σημαντικές ιδιότητες των κλάδων και των κόμβων τους. Όπως αναφέρθηκε, στα συγκεντρωμένα κυκλώματα οι φυσικές παράμετροι που χαρακτηρίζουν τα στοιχεία τους βρίσκονται αυστηρά «συγκεντρωμένες» στα όρια αυτών των στοιχείων και δεν «κατανέμονται» σ' ολόκληρη την έκταση του κυκλώματος.

Έτσι, σ' ένα συγκεντρωμένο κύκλωμα, η «συγκέντρωση» των παραμέτρων χωρητικότητας, επαγωγής και αντίστασης στα όρια των αντίστοιχων στοιχείων και μόνον³¹ οδηγεί στις εξής παρατηρήσεις:

- δεν δικαιολογείται και, συνεπώς, δεν υπάρχει συσώρευση και εναπόθεση φορτίων σε οποιοδήποτε από τους κόμβους του,
- η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από μια οσοδήποτε μικρή επιφάνεια που περικλείει έναν οποιοδήποτε κόμβο του είναι μηδέν, και
- το διανυσματικό μέγεθος πυκνότητα ρεύματος, J , ορίζεται για την κίνηση φορτίων που γίνεται αποκλειστικά κατά μήκος των αγωγών που υπάρχουν σε κάθε κλάδο του.

Με βάση αυτές τις παρατηρήσεις, σε κάθε (συγκεντρωμένο) κύκλωμα θα ισχύει ότι:

- η στιγμιαία τιμή της έντασης ενός ρεύματος που εισέρχεται σ' ένα κλάδο είναι πάντοτε ίση με τη στιγμιαία τιμή έντασης του ρεύματος που εξέρχεται απ' αυτόν, ενώ

31 Στα πραγματικά κυκλώματα, αυτή η «συγκέντρωση» αναφέρεται όχι μόνο στις κύριες παραμέτρους των στοιχείων τους αλλά και στις παρασιτικές, εφόσον βεβαίως αυτές λαμβάνονται υπόψη και παριστάνονται στα αντίστοιχα διαγράμματα.

- στα άκρα ενός κλάδου, δηλ. μεταξύ δύο κόμβων, υπάρχει μια μόνο τιμή τάσης ή διαφοράς δυναμικού.

Οι δύο αυτές ιδιότητες οδηγούν στη διατύπωση ενός σημαντικού θεωρήματος για τη θεωρία των συγκεντρωμένων κυκλωμάτων, του θεωρήματος του **Tellegen**. Σύμφωνα με αυτό, κατά τη λειτουργία του ενός συγκεντρωμένου κυκλώματος που αποτελείται από πεπερασμένο αριθμό απλών ηλεκτρικών στοιχείων, η προσφερόμενη και αποδιδόμενη ισχύς προς και από το κύκλωμα αυτό είναι η ίδια, δηλ. δεν υπάρχουν κανενός είδους απώλειες, και, συνεπώς, η ισχύς του μπορεί να προσδιορίζεται αθροιστικά από τα χαρακτηριστικά τάσης – ρεύματος κάθε κλάδου³².

Βεβαίως, αν και το συμπέρασμα αυτό είναι μια θεωρητική υπόθεση που δεν ισχύει στην πράξη, αποτελεί όμως στοιχείο διάκρισης μεταξύ συγκεντρωμένων και κατανεμημένων κυκλωμάτων, ενώ, ταυτόχρονα, διευκολύνει την κατανόηση των δύο κανόνων του *Kirchhoff* για την κατανομή της ηλεκτρικής ενέργειας στα (συγκεντρωμένα) κυκλώματα, που θα δούμε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3.

1.6.5 Τρόποι σύνδεσης των στοιχείων στα κυκλώματα

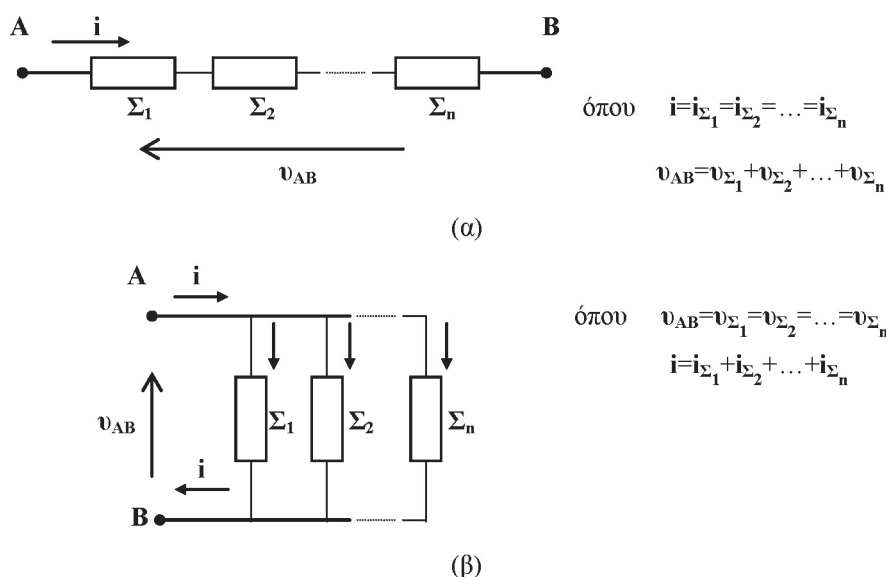
Κάθε απλό διπολικό στοιχείο ενός κυκλώματος μπορεί να συνδέεται με ένα ή περισσότερα από τα υπόλοιπα στοιχεία με δύο βασικούς τρόπους: είτε σε σειρά, είτε παράλληλα.

Έτσι, δύο ή περισσότερα στοιχεία με δύο άκρα θεωρούνται ότι είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους σε σειρά όταν συνδέονται διαδοχικά το ένα μετά το άλλο κατά μήκος ενός κλάδου. Αντιστοίχως, δύο ή περισσότερα τέτοια στοιχεία θεωρούνται ότι συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα όταν τα άκρα τους συνδέονται στους ίδιους δύο κόμβους.

Παράλληλα, συνδυάζοντας τους περιγραφικούς αυτούς ορισμούς με τις ιδιότητες κλάδων και κόμβων που διατυπώθηκαν παραπάνω, προκύπτει εύκολα ότι:

- στοιχεία συνδεδεμένα σε σειρά διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, δηλ. από ρεύμα ίδιας έντασης, και
- στοιχεία συνδεδεμένα παράλληλα έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους.

Επίσης, όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.18, αποδεικνύεται ότι η συνολική τάση μεταξύ των «ελεύθερων» άκρων των στοιχείων που είναι συνδεδεμένα σε σειρά είναι ίση με το άθροισμα των επί μέρους τάσεων μεταξύ των άκρων κάθε στοιχείου της σειράς, ενώ το συνολικό ρεύμα που διαρρέει τον παράλληλο συνδυασμό στοιχείων ισούται με τα επί μέρους ρεύματα που διαρρέουν αντίστοιχα κάθε ένα από τα στοιχεία αυτά.



Σχήμα 1.18. Στοιχεία (α) σε σειρά και (β) παράλληλα, και σχέσεις τάσης-ρεύματος σ' αυτά.

Η εξέταση και αναγνώριση του τρόπου σύνδεσης των στοιχείων ενός κυκλώματος οδηγεί στην απλοποίηση της ανάλυσής του. Πράγματι, σε κάθε κύκλωμα, τα όμοια στοιχεία που είναι συνδεδεμένα είτε σε σειρά, είτε παράλληλα μεταξύ τους και εφόσον είναι γνωστές οι τιμές τους, μπορούν να αντικατασταθούν με ένα άλλο όμοιο και ισοδύναμο³³ στοιχείο, έτσι ώστε το κύκλωμα να μπορεί να έχει μια πιο απλή μορφή.

Στον Πίνακα 1.1, δίνονται οι γενικές σχέσεις ισοδυναμίας που ισχύουν για ίδια στοιχεία που είναι συνδεδεμένα είτε σε σειρά σε ένα κλάδο, είτε παράλληλα μεταξύ δύο κόμβων και οι οποίες προκύπτουν εύκολα από τις σχέσεις ρευμάτων και τάσεων που ισχύουν για τα στοιχεία αυτά. Επίσης, δίνονται οι αντίστοιχες σχέσεις για τη σύνδεση ιδανικών πηγών

32 Με αυτήν τη διατύπωση, το θεώρημα Tellegen αναφέρεται καταρχήν σε «δικτυώματα παθητικών στοιχείων». Προφανώς όμως, αυτό μπορεί εύκολα να επεκταθεί και σε σύνθετα κυκλώματα με τις κατάλληλες κάθε φορά παραδοχές.

33 Η έννοια της ισοδυναμίας μεταξύ στοιχείων ή και κυκλωμάτων έχει ιδιαίτερη σημασία στη θεωρία κυκλωμάτων και εξετάζεται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3.

τάσης και ρεύματος, για τις οποίες, ανεξάρτητα από το αν πρόκειται για πηγές DC ή AC τάσης και ρεύματος, υπάρχουν δύο συγκεκριμένοι και προφανείς περιορισμοί:

α) ιδανικές πηγές ρεύματος μπορούν να συνδεθούν μόνο παράλληλα, και

β) ιδανικές πηγές τάσης μπορούν να συνδεθούν μόνο σε σειρά.

ενώ, για την περίπτωση πραγματικών πηγών, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και οι σχέσεις μεταξύ των εσωτερικών τους αντιστάσεων και αγωγιμοτήτων.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.1

Στοιχεία	Τρόπος Σύνδεσης	
	Σε σειρά	Παράλληλα
Αντιστάσεις	$R_{\text{συν}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$	$\frac{1}{R_{\text{συν}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$
Αγωγιμότητες	$\frac{1}{G_{\text{συν}}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_n}$	$G_{\text{συν}} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$
Χωρητικότητες (πυκνωτές)	$\frac{1}{C_{\text{συν}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$	$C_{\text{συν}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$
Αυτεπαγωγές (πηνιά)	$L_{\text{συν}} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$	$\frac{1}{L_{\text{συν}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$
Ιδανικές πηγές τάσης	$e_{\text{συν}} = e_1 + e_2 + \dots + e_n$	-
Ιδανικές πηγές ρεύματος	-	$i_{\text{συν}} = i_1 + i_2 + \dots + i_n$

1.7 Συμβολισμοί και μονάδες μεγεθών στα κυκλώματα

Η χρήση συνεχών (DC) και εναλλασσόμενων (AC) σημάτων τάσης και ρεύματος στα κυκλώματα έχει οδηγήσει στην καθιέρωση ενός γενικού τρόπου συμβολισμού των μεταβλητών των κυματομορφών τους με τον οποίο διευκολύνεται και η αναγνώρισή τους.

Για το συμβολισμό αυτό, που κυρίως αναφέρεται σε μεγέθη όπως η τάση, η ένταση ή η ισχύς, χρησιμοποιούνται πεζά και κεφαλαία γράμματα, τόσο για το κύριο σύμβολο, όσο και για το δείκτη αν υπάρχει, ανάλογα με το αν η τιμή του μεγέθους είναι σταθερή, μεταβαλλόμενη, κ.λπ.. Στον Πίνακα 1.2, δίνονται οι βασικοί κανόνες συμβολισμού των διαφόρων μεγεθών στα κυκλώματα, συμβολισμός, ο οποίος ακολουθείται παντού στο βιβλίο αυτό.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2

Είδος κυματομορφής	Σύμβολο	Δείκτης	Παράδειγμα
Γενική μορφή (DC+AC συνιστώσα)	πεζό γράμμα	κεφαλαίο γράμμα	v^A, i^D
Συνεχής (DC) συνιστώσα	κεφαλαίο γράμμα	κεφαλαίο γράμμα	V^{BE}, I^C
Εναλλασσόμενη (AC) συνιστώσα	πεζό γράμμα	πεζό γράμμα	v^d, i^b
Πλάτος ημιτονοειδούς συνιστώσας	κεφαλαίο γράμμα	πεζό γράμμα	V^a, I^b

Επίσης, επειδή τα μέτρα τόσο των μεγεθών αυτών, όσο και των παραμέτρων των στοιχείων μπορεί να καλύπτουν ένα μεγάλο εύρος τιμών και τάξεων μεγέθους, χρησιμοποιούνται δυνάμεις του 10 ως συντελεστές πολλαπλασιασμού ή υποπολλαπλασιασμού των αντίστοιχων μονάδων μέτρησης. Στον Πίνακα 1.3 δίνονται οι συνηθέστερες δυνάμεις του 10 μαζί με το πρόθεμα που τίθεται στις αντίστοιχες μονάδες μέτρησης.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3

Συντελεστής	Πρόθεμα	Σύμβολο	Παράδειγμα ¹
10^{-18}	atto	a	
10^{-15}	femto	f	1 femtoampere (φεμτοαμπέρ) = 1 fA = 1×10^{-15} ampere
10^{-12}	pico	p	1 picofarad (πικοφαράντ) = 1 pF = 1×10^{-12} farad
10^{-9}	nano	n	1 nanovolt (νανοβόλτ) = 1 nV = 1×10^{-9} volt
10^{-6}	micro	μ	1 microampere (μικροαμπέρ) = 1 μA = 1×10^{-6} ampere
10^{-3}	milli	m	1 millihenry (μιλλιανρύ) = 1 mH = 1×10^{-3} henry
10^3	kilo	K	1 kilohertz (κιλοχέρτζ) = 1 KHz = 1×10^3 hertz
10^6	mega	M	1 megaohm (μεγκόμ) = 1 MΩ = 1×10^6 ohm
10^9	giga	G	1 gigahertz (γιγαχέρτζ) = 1 GHz = 1×10^9 hertz
10^{12}	tera	T	1 teraohm (τεραόμ) = 1 TΩ = 1×10^{12} ohm
10^{15}	peta	P	
10^{18}	exa	E	

Τέλος, πολλές φορές οι μετρήσεις που γίνονται σ' ένα κύκλωμα και αφορούν σε τιμές τάσης ή ρεύματος αντίστοιχων σημάτων μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει μιας τιμής του αντίστοιχου μεγέθους που θεωρείται τιμή αναφοράς είτε για το συγκεκριμένο κύκλωμα, είτε γενικότερα.

Ως τέτοια μονάδα σχετικής μέτρησης και ειδικά για μεγέθη η τιμή των οποίων μπορεί να κυμαίνεται σε μια διευρυμένη περιοχή, χρησιμοποιείται το **decibel (dB)** που ορίζεται ως ο δεκαδικός λογάριθμος της απολαβής³⁴ ισχύος ενός κυκλώματος. Ειδικότερα, ως απολαβή ισχύος A^p ορίζεται ο λόγος της ισχύος p^{OUT} του σήματος στην έξοδο ενός κυκλώματος προς την ισχύ p^{IN} του σήματος που εφαρμόζεται στην είσοδό του, οπότε και θα είναι:

$$A(\text{dB}) = 10 \log A_p = 10 \log(p_{OUT}/p_{IN}) \quad (1.43)$$

από την οποία προκύπτει αμέσως ότι αν $p^{OUT} = p^{IN}$, τότε $A = 0$ dB. Επί πλέον, αν $A > 0$ dB τότε, σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν στις παραγράφους 1.4.2 και 1.4.2.1, βγαίνει εύκολα το συμπέρασμα ότι το αντίστοιχο κύκλωμα είναι ένα ενεργό ή ηλεκτρονικό κύκλωμα, ενώ αν $A < 0$ dB, τότε το κύκλωμα είναι ένα παθητικό ή, απλώς, ηλεκτρικό κύκλωμα³⁵.

Είναι φανερό ότι με βάση τη σχέση (1.14), η απολαβή ισχύος σε μονάδες dB μπορεί να υπολογιστεί και από τις μεταβολές της τάσης ή της έντασης ρεύματος των αντίστοιχων σημάτων εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος³⁶, ως εξής:

$$A(\text{dB}) = 20 \log |A_v| = 20 \log \left| \frac{v_{OUT}}{v_{IN}} \right| \quad (1.44)$$

$$A(\text{dB}) = 20 \log |A_i| = 20 \log \left| \frac{i_{OUT}}{i_{IN}} \right| \quad (1.45)$$

όπου, προφανώς, A^v και A^i είναι οι λόγοι των τάσεων και των ρευμάτων, αντιστοίχως.

Έτσι, για παράδειγμα, αν σε ένα κύκλωμα είναι $A^v = 10$, δηλ. $v^{OUT} = 10v^{IN}$, τότε θα είναι $A = 20$ dB δηλ. το συγκεκριμένο κύκλωμα έχει κατά τη λειτουργία του απολαβή ισχύος 20 dB, ενώ αν $v^{OUT} = 0,5v^{IN}$, τότε θα είναι $A = -6$ dB, δηλ., η ισχύς του σήματος στην έξοδο θα είναι υποτετραπλασιασμένη ως προς αυτήν στην είσοδο.

Τέλος, αν στις σχέσεις (1.43), (1.44) και (1.45) χρησιμοποιηθούν ως τιμές αναφοράς π.χ. το 1 mW (milliwatt) ή το 1 Volt ή το 1 mA, τότε οι αντίστοιχες τιμές απολαβής ισχύος θα εκφράζονται σε μονάδες dBm, ή dBV ή dBmA, υποδηλώνοντας με τον τρόπο αυτό τόσο το μέγεθος, όσο και τη μονάδα μέτρησης αναφοράς που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της.

Έτσι, όταν ένα κύκλωμα εμφανίζεται να έχει απολαβή ισχύος 40 dBmV αυτό σημαίνει ότι με σήμα αναφοράς στην είσοδό του ένα σήμα τάσης με τιμή ίση προς 1 μV (μικροβόλτ), το σήμα τάσης στην έξοδό του θα έχει τιμή 100 μV.

(Footnotes)

1 Τα παραδείγματα που δίνονται αναφέρονται σε μονάδες μεγεθών που απαντώνται κατά κύριο λόγο στην Ηλεκτρονική και στις Τηλεπικοινωνίες.

34 Ο όρος απολαβή χρησιμοποιείται όταν πρόκειται είτε για ενίσχυση είτε για μείωση του αντίστοιχου μεγέθους.

35 Μια ορθότερη διατύπωση των δύο αυτών συμπερασμάτων είναι ότι σ' ένα ηλεκτρικό κύκλωμα η απολαβή ισχύος σε dB θα είναι πάντοτε < 0 , ενώ αν $A > 0$ dB, τότε θα πρόκειται πάντοτε για ηλεκτρονικό κύκλωμα

36 Στην πραγματικότητα οι σχέσεις (1.44) και (1.45) προκύπτουν από τη σχέση (1.43) μέσω της (1.14) με την προϋπόθεση ότι και οι δύο τάσεις ή και τα δύο ρεύματα αναφέρονται στην ίδια αντίσταση R.

Βιβλιογραφία

- Gray P.E. and Searle G.L., “Electronic Principles: Physics, Models, and Circuits”, J.Wiley & Sons, 1969.
- Chirlian P.M., “Electronic Circuits: Physical Principles, Analysis, and design”, McGraw-Hill, 1971.
- Horowitz P. and Hill W., “The Art of Electronics”, Cambridge University Press, 1991.
- Dorf R.C., “The Electrical Engineering Handbook”, CRC Press, 1993.
- R. L. Boylestad “Introductory Circuit Analysis”, 11th Edition, Prentice Hall, 2006.
- Τόμπρας Γ. Σπ., “Εισαγωγή στην Ηλεκτρονική”, Εκδόσεις Δίαυλος, 2η Εκδ., 2006.

Λίστα ενδεικτικών όρων

- Αγωγιμότητα
- ειδική
- Ακροδέκτες εισόδου, εξόδου
- Αγωγοί
- Αμοιβαία επαγωγή
- συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής
- Ανάλυση
- κυκλωμάτων
- Αντίσταση
- Αντιχωρητικότητα ή ελαστικότητα
- Απόκριση
- Απολαβή ή κέρδος
- Αυτεπαγωγή
- συντελεστής αυτεπαγωγής
- Βρόχος
- Γαλβανικά στοιχεία
- Διανοίγματα
- Διατάξεις
- Διαφορά δυναμικού
- Διέγερση
- Δηλεκτρικά
- Δηλεκτρική σταθερά
- Δίκτυο ή δικτύωμα
- Δίπολο στοιχείο
- Δύναμη
- Coulomb
- Laplace
- Lorentz
- Ειδική αγωγιμότητα
- Ειδική αντίσταση
- Είσοδος κυκλώματος
- Ελαστικότητα
- Ενεργά κυκλώματα
- Ενέργεια
- Ενέργεια ανά μονάδα φορτίου
- Ενεργό στοιχείο
- απλό ενεργό στοιχείο
- Ενίσχυση
- Ένταση
- ηλεκτρικού πεδίου
- ηλεκτρικού ρεύματος
- μαγνητικού πεδίου
- Εξίσωση Poisson
- Έξοδος κυκλώματος
- Επαγωγή
- αμοιβαία
- Επεξεργασία σήματος
- Επίπεδα κυκλώματα
- Έργο ανά μονάδα φορτίου
- Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ)
- Ηλεκτρική ροή
- Ηλεκτρικό διάγραμμα
- Ηλεκτρικό κύκλωμα
- ενεργό
- ηλεκτρονικό

- ιδιότητες
- καταμεμημένο
- παθητικό
- συγκεντρωμένο
- Ηλεκτρικό πεδίο
- Ηλεκτρικό ρεύμα
- πραγματική φορά
- συμβατική φορά
- Ηλεκτρικό στοιχείο
- Ηλεκτρικό φορτίο
- Ηλέκτριση
- Ηλεκτρονικό σύστημα
- Ηλεκτρονικό volt (eV)
- Ηλεκτροχημικά στοιχεία
- Ημιαγωγοί
- Tellegen
- ηλεκτρικού ρεύματος
- Κανόνας
- δεξιού χεριού
- του Lenz
- Καταμεμημένα κυκλώματα
- Κλάδος
- Κόμβος
- Κύκλωμα
- Μαγνητική διαπερατότητα
- Μαγνητική διέγερση
- Μαγνητική ροή
- Μετατροπείς ενέργειας
- Μονωτές
- Νόμος
- Ampere
- Coulomb
- Gauss
- Ohm
- γενικευμένη έκφραση
- επαγωγής
- Faraday
- Oersted
- Ohm (Ω)
- Παθητικά κυκλώματα
- Παθητικά στοιχεία
- Πηγή
- έντασης ρεύματος
- ιδανική - πραγματική
- τάσης
- ιδανική – πραγματική
- τροφοδοσίας
- Πηνίο
- Πόλοι
- Πυκνότητα
- δυναμικών γραμμών μαγνητικού πεδίου
- ηλεκτρικής ροής
- ηλεκτρικού ρεύματος
- Πυκνωτής
- εκφόρτιση
- ηλεκτρολυτικός
- φόρτιση
- Ρεύμα

- αγωγιμότητας
- ηλεκτρικό
- μετατόπισης
- Στοιχεία κυκλώματος
- Συγκεντρωμένα κυκλώματα
- Σύνδεση σε σειρά/παράλληλα
- Σύνθεση κυκλωμάτων
- Τάση
- Τοπολογία
- Τρόπος σύνδεσης στοιχείων
- Φαινόμενο
- Joule
- Φορείς
- ηλεκτρικού φορτίου
- Φορτίο
- Χωρητικότητα
- AC
- Ampère (A)
- Coulomb
- DC
- Decibel (dB)
- Farad (F)
- Joule
- Tesla (T)
- Volt (V)
- Watt (W)
- Weber (Wb)

2. Σήματα και συστήματα

2.1 Εισαγωγή

Είδαμε στο Κεφάλαιο 1 ότι η λειτουργία ενός κυκλώματος προϋποθέτει την εφαρμογή στην είσοδο ενός σήματος τάσης ή (έντασης) ρεύματος, δηλ. ενός σήματος διέγερσης, κι έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ενός αντίστοιχου σήματος απόκρισης στην έξοδο του κυκλώματος. Η λειτουργία αυτή είναι ουσιαστικά μια διαδικασία μεταφοράς (ή και μετατροπής) ενέργειας από μια πηγή σ' ένα φορτίο.

Με δεδομένη τη σχέση μεταξύ ενέργειας και «πληροφορίας», κάθε σήμα διέγερσης ενός κυκλώματος εκτός από φορέας ενέργειας είναι ταυτόχρονα και φορέας πληροφορίας για ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά της πηγής από την οποία προέρχεται. Το ίδιο ισχύει και για κάθε σήμα τάσης ή ρεύματος που μπορεί να παρατηρηθεί μεταξύ δύο σημείων σε ένα οποιοδήποτε τμήμα ενός κυκλώματος (συστήματος) που λειτουργεί: αποτελεί φορέα πληροφορίας για τα χαρακτηριστικά του συστήματος και την «επεξεργασία που υφίσταται» από την είσοδό του σ' αυτό μέχρι τα σημεία παρατήρησής του και τα οποία αποτελούν πλέον την έξοδο της πηγής του σήματος που παρατηρείται.

Με βάση τις διαπιστώσεις αυτές, η διάκριση και ταξινόμηση των σημάτων αποτελεί την προϋπόθεση για τη συστηματική μελέτη των χαρακτηριστικών τους και τον προσδιορισμό των κατάλληλων κάθε φορά τεχνικών ανάδειξης της μεταφερόμενης πληροφορίας. Η γνώση λοιπόν των χαρακτηριστικών των σημάτων καθορίζει σε μεγάλο βαθμό και τις ιδιότητες που πρέπει να έχουν τα κυκλώματα/συστήματα για την επιδιωκόμενη κάθε φορά επεξεργασία τους.

Στο κεφάλαιο αυτό, δίνεται μια γενική θεώρηση των σημάτων, των κριτηρίων ταξινόμησης και των τρόπων μαθηματικής περιγραφής τους, καθώς επίσης και των βασικών χαρακτηριστικών των διαφόρων κατηγοριών συστημάτων - κυκλωμάτων που χρησιμοποιούνται για την κάθε μορφής επεξεργασία των σημάτων αυτών. Επί πλέον, περιγράφονται οι βασικές μορφές σημάτων που χρησιμοποιούνται κατά τη μελέτη των κυκλωμάτων, όπως επίσης και παραδείγματα συστημάτων - κυκλωμάτων, η λειτουργία των οποίων αντιστοιχεί σε απλές μαθηματικές πράξεις.

2.2 Είδη και κατηγορίες σημάτων

Κάθε σήμα περιέχει ένα ή περισσότερα φυσικά μεγέθη, το μέτρο ή η μεταβολή του μέτρου των οποίων εκφράζει την κατάσταση ή εξέλιξη ενός συστήματος. Έτσι, κάθε σήμα είναι φορέας πληροφορίας για κάθε χαρακτηριστικό του συστήματος από το οποίο προέρχεται και θεωρείται ότι ενδιαφέρει.

Τα σήματα διακρίνονται σε **φυσικά** και **τεχνητά** ανάλογα με το αν τα συστήματα απ' τα οποία προέρχονται είναι φυσικά ή τεχνητά. Παραδείγματα φυσικών σημάτων αποτελούν τα ακουστικά σήματα, όπως είναι τα σήματα φωνής, τα βιολογικά σήματα, όπως τα σήματα που προκύπτουν από τη λειτουργία της καρδιάς και του εγκεφάλου, τα σήματα από τη δραστηριότητα του στερεού φλοιού της γης, καθώς και τα κοσμικά σήματα. Τεχνητό θεωρείται κάθε σήμα που προκύπτει από συστήματα που είναι αποτέλεσμα ανθρώπινης επινόησης και κατασκευής όπως είναι π.χ. τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, βιομηχανικά συστήματα, τροφοδοτικά, κ.ά..

Φυσικά σήματα αντιλαμβανόμαστε με τις αισθήσεις μας κι αυτό αποτελεί το πρώτο στάδιο μιας νοητικής επεξεργασίας που έχει ως τελικό αποτέλεσμα την «κατανόηση» των αντίστοιχων «πληροφοριών». Με βάση αυτό το πρότυπο, η «ανίχνευση» σημάτων για την επεξεργασία τους από κατάλληλες διατάξεις με σκοπό την αναζήτηση και ανάδειξη πληροφορίας για το σύστημα απ' το οποίο προέρχονται, γίνεται με χρήση των κατάλληλων κάθε φορά αισθητήρων (sensors). Αυτοί οι αισθητήρες διεγείρονται από τις μεταβολές των φυσικών μεγεθών για τα οποία έχουν κατασκευασθεί και τις οποίες αποδίδουν στην έξοδό τους ως ηλεκτρικά σήματα τάσης ή ρεύματος κατάλληλα για παραπέρα επεξεργασία. Έτσι, οι αισθητήρες, που πολλές φορές δρουν ως μετατροπείς ενέργειας, σε συνδυασμό με την κατάλληλη επεξεργασία των σημάτων εξόδου τους, ουσιαστικά επεκτείνουν τα όρια των ανθρώπινων αισθήσεων.

Κάθε σήμα μιας ή και περισσότερων μεταβλητών μπορεί να παρασταθεί από μια κατάλληλη μαθηματική συνάρτηση. Συνεπώς, τα διάφορα σήματα χαρακτηρίζονται και ταξινομούνται ανάλογα με το πλήθος και τις ιδιότητες των εξαρτημένων και ανεξαρτήτων μεταβλητών τους. Η πιο κοινή και απλή μορφή ηλεκτρικών σημάτων είναι τα σήματα μιας ανεξάρτητης μεταβλητής, που χαρακτηρίζονται ως μονοδιάστατα, συνήθως δε, η μεταβλητή αυτή είναι ο χρόνος. Τα μονοδιάστατα σήματα είναι επίσης σήματα μονοκαναλικά, δηλ. προκύπτουν από συστήματα που έχουν μια μόνον έξοδο. Στο βιβλίο αυτό, τα ηλεκτρικά σήματα τάσης και ρεύματος που θεωρούνται κατά την ανάλυση και μελέτη των διαφόρων κυκλωμάτων είναι αποκλειστικώς σήματα - συναρτήσεις του χρόνου και, ως εκ τούτου, μονοδιάστατα και μονοκαναλικά.

Κλασικό παράδειγμα σήματος δύο ανεξάρτητων μεταβλητών είναι το σήμα μιας στατικής μονόχρωμης εικόνας. Ένα τέτοιο σήμα χαρακτηρίζεται ως δισδιάστατο καθώς η εξαρτημένη μεταβλητή, π.χ. η φωτεινότητα μιας μαυρόασπρης φωτογραφίας ή η απορρόφηση ακτίνων X σε μια ακτινογραφία, ορίζεται από τις τιμές δύο μεταβλητών δηλ. τις συντεταγμένες σημείων σε χώρο δύο διαστάσεων (επίπεδο).

Αναλόγως, μπορούν να περιγραφούν και σήματα *m*-διαστάσεων, ενώ, μια άλλη σημαντική κατηγορία σημάτων

είναι τα λεγόμενα πολυκαναλικά. Τα σήματα αυτά θεωρούνται, είτε ότι προέρχονται από συστήματα με περισσότερες από μια εξόδους, είτε από συστήματα που για την πλήρη περιγραφή τους απαιτούνται περισσότερες από μια εξόδοι. Πρόκειται δηλ. για «σύνθετα» σήματα, η μορφή των οποίων επιτρέπει την ανεξάρτητη επεξεργασία των επί μέρους συνιστωσών τους ως απλών μονοκαναλικών σημάτων. Τυπικά παραδείγματα πολυκαναλικών σημάτων είναι το ηλεκτροκαρδιογράφημα και το ηλεκτροεγκεφαλογράφημα.

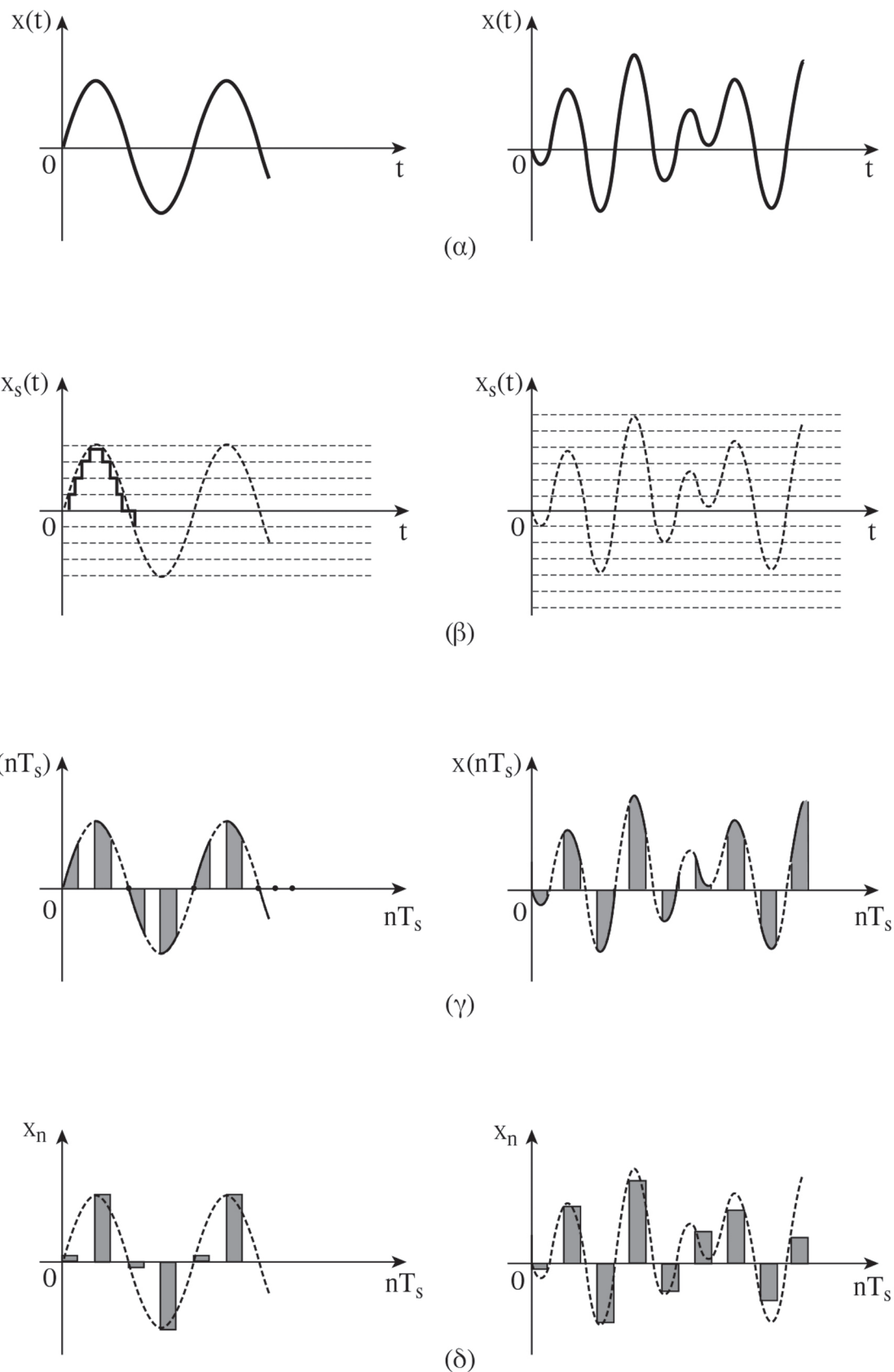
Τέλος, η ταξινόμηση των σημάτων γίνεται ανάλογα με τις ιδιότητές τους, όπως π.χ. συμμετρία, διάρκεια, περιοδικότητα, κ.λπ.. Στην παράγραφο 2.2.2, παρουσιάζονται συνοπτικά διάφορες τέτοιες κατηγορίες σημάτων και δίνονται αντίστοιχα παραδείγματα.

2.2.1 Σήματα με ανεξάρτητη μεταβλητή τον χρόνο

Το συνηθέστερο είδος μονοδιάστατων και μονοκαναλικών σημάτων είναι τα σήματα χρόνου. Στα σήματα αυτά, η εξαρτημένη μεταβλητή περιγράφει τη μεταβολή του μέτρου ενός φυσικού μεγέθους ως προς το χρόνο. Όταν μια τέτοια μεταβλητή «αντιστοιχηθεί» σε τιμές πλάτους τάσης ή έντασης ρεύματος, αναφερόμαστε σε ισοδύναμα ηλεκτρικά σήματα. Γενικώς, ανάλογα με τον τρόπο που θεωρείται ότι γίνεται η μεταβολή του μεγέθους που ενδιαφέρει, διακρίνονται οι εξής τέσσερις κατηγορίες σημάτων χρόνου:

- **Σήματα συνεχούς χρόνου και πλάτους ή αναλογικά σήματα (analog signals)**, στα οποία τόσο ο χρόνος, όσο και το πλάτος, μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή μέσα σ' ένα διάστημα πραγματικών αριθμών. Παραδείγματα τέτοιων σημάτων, όπως φαίνονται στο σχήμα 2.1.(α), είναι η ημιτονική κυματομορφή τάσης του ηλεκτρικού δικτύου, το ηλεκτρικό σήμα στην έξοδο ενός κοινού μικροφώνου ή στην έξοδο ενός τυπικού ενισχυτή πριν από το μεγάφωνο, κ.ά.
- **Σήματα συνεχούς χρόνου και διακριτού πλάτους (continuous time - discrete amplitude signals)**, για τα οποία, η εξαρτημένη μεταβλητή, αν και ορίζεται σε κάθε χρονική στιγμή, μπορεί να παίρνει μόνο διακριτές (επιτρεπτές) τιμές. Η μορφή τέτοιων σημάτων δίνεται στο σχήμα 2.1.(β) σε σχέση με την τυπική αναλογική μορφή των ίδιων σημάτων στο σχήμα 2.1.(α). Κατά κανόνα πρόκειται για τεχνητά σήματα που προκύπτουν σχετικά εύκολα μετά από κατάλληλη επεξεργασία αναλογικών σημάτων.
- **Σήματα διακριτού χρόνου και συνεχούς πλάτους ή, απλώς, σήματα διακριτού χρόνου (discrete time signals)**, στα οποία το πλάτος ορίζεται μόνο για ορισμένες τιμές του χρόνου, π.χ. από το σύνολο των ακέραιων αριθμών, ενώ το ίδιο μπορεί να πάρει οποιαδήποτε πραγματική τιμή. Τέτοια σήματα είναι κυρίως τεχνητά σήματα, η μορφή τους δε, σε σχέση με αυτήν του σχήματος 2.1.(α), φαίνεται στο σχήμα 2.1.(γ).
- **Σήματα διακριτού χρόνου και πλάτους ή ψηφιακά σήματα (digital signals)**, στα οποία τόσο η ανεξάρτητη όσο και η εξαρτημένη μεταβλητή παίρνουν ορισμένες μόνο τιμές. Ο συνδυασμός αυτός επιτρέπει την «κωδικοποιημένη», π.χ. με το δυαδικό σύστημα αρίθμησης, περιγραφή των επιτρεπτών τιμών πλάτους ανά επιτρεπτή χρονική στιγμή. Στο σχήμα 2.1.(δ), δίνεται η ψηφιακή μορφή των αναλογικών σημάτων του σχήματος 2.1.(α), απ' όπου μπορεί να φανεί ότι όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των επιτρεπτών τιμών πλάτους και χρόνου τόσο μεγαλύτερη είναι και η ακρίβεια της ψηφιακής αναπαράστασης ενός αναλογικού σήματος.

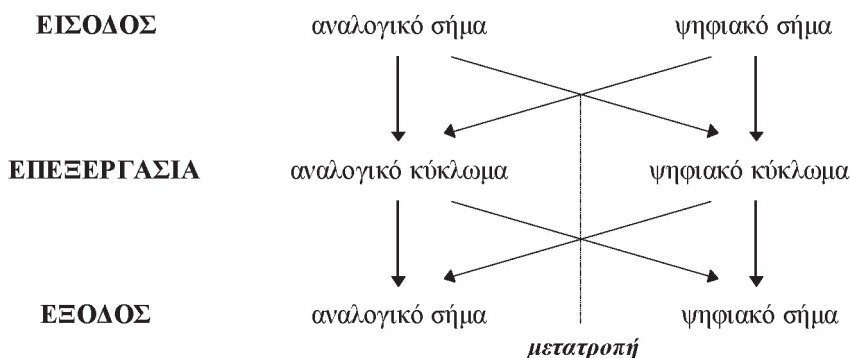
Ακολουθώντας σε γενικές γραμμές το διαχωρισμό των σημάτων σε αναλογικά και ψηφιακά, οι αντίστοιχες ηλεκτρονικές διατάξεις και κυκλώματα που χρησιμοποιούνται για την επεξεργασία τους, διακρίνονται σε αναλογικές και ψηφιακές διατάξεις ή κυκλώματα. Επί πλέον, ανεξάρτητα από το είδος των διαφόρων σημάτων, κάθε αναλογικό σήμα μπορεί, μετά από μια κατάλληλη επεξεργασία, να μετατραπεί σ' ένα αντίστοιχο ψηφιακό. Στη συνέχεια, το ψηφιακό αυτό σήμα μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο «ψηφιακής» επεξεργασίας από κατάλληλα κυκλώματα ή και ηλεκτρονικό υπολογιστή.



Σχήμα 2.1. Παραδείγματα κυματομορφών σημάτων: (α) συνεχούς χρόνου και πλάτους (αναλογικά σήματα), (β) συνεχούς χρόνου και διακριτού πλάτους, (γ) διακριτού χρόνου και συνεχούς πλάτους, και (δ) διακριτού χρόνου και πλάτους (ψηφιακά σήματα)

Η διαδικασία μετατροπής ενός αναλογικού σήματος σε ψηφιακό είναι αντιστρεπτή δηλ. κάθε ψηφιακό σήμα, πριν ή μετά την όποια επεξεργασία του, μπορεί να μετατραπεί σε αναλογικό¹. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2, χρησιμοποιούνται 1 Οι διατάξεις τέτοιων μετατροπών είναι γνωστές με τις ονομασίες “μετατροπέας αναλογικού σε ψηφιακό” (analog-to-digital converter, ADC) και “μετατροπέας ψηφιακού σε αναλογικό” (digital-to-analog converter, DAC).

ώντας αντίστοιχα αναλογικά ή ψηφιακά κυκλώματα - συστήματα, από ένα αναλογικό σήμα εισόδου μπορεί να προκύπτει είτε αναλογικό είτε ψηφιακό σήμα εξόδου και ομοίως από ψηφιακό σήμα εισόδου μπορεί να προκύπτει αναλογικό ή ψηφιακό σήμα εξόδου. Στην παράγραφο 2.7, παρουσιάζονται συνοπτικά οι βασικοί τύποι ή μορφές επεξεργασίας των σημάτων καθώς και οι πράξεις που χρησιμοποιούνται για αυτήν.



Σχήμα 2.2. Σχηματική παράσταση μορφών επεξεργασίας αναλογικών και ψηφιακών σημάτων.

2.2.2 Ταξινόμηση σημάτων ως προς τις ιδιότητές τους

Η συστηματική παρατήρηση των διαφόρων φυσικών φαινομένων και των σημάτων, που μπορούν να προκύψουν απ' αυτά, αναδεικνύει τις βασικές εκείνες ιδιότητες, που διευκολύνουν τόσο την κατανόηση των ίδιων των φαινομένων, όσο και την μαθηματική περιγραφή των αντίστοιχων σημάτων.

Στα σήματα χρόνου, τέτοιες ιδιότητες σχετίζονται με τη διάρκεια και την περιοδικότητά τους, δηλ. τη δυνατότητα αυτοεπανάληψής τους, με τη συμμετρία ή όχι των κυματομορφών τους και, ακόμα, με τη χρονική διάσταση της σχέσης αίτιου - αποτελέσματος. Έτσι, υπάρχουν σήματα πεπερασμένης ή άπειρης διάρκειας, περιοδικά ή μη περιοδικά, άρτιας ή περιττής συμμετρίας. Επίσης, υπάρχουν τα νομοτελειακά ή ντετερμινιστικά (deterministic) σήματα με μορφή και χαρακτηριστικά που προσδιορίζονται με βεβαιότητα, καθώς και τα τυχαία ή στοχαστικά (random or stochastic), που είναι σήματα με τυχαία μορφή και χαρακτηριστικά και η περιγραφή τους γίνεται με βάση τη θεωρία πιθανοτήτων και τη στατιστική.

Τέλος, υπάρχουν σήματα που χαρακτηρίζονται είτε ως σήματα ενέργειας, είτε ως σήματα ισχύος, ανάλογα με το αν εμφανίζουν πεπερασμένη ολική ενέργεια E ($0 < E < \infty$) και μηδενική μέση ισχύ P , ή πεπερασμένη μέση ισχύ P ($0 < P < \infty$) και άπειρη ολική ενέργεια E . Αυτή η διάκριση γίνεται καλύτερα κατανοητή λαμβάνοντας υπόψη την αντίστοιχη στιγμιαία ισχύ που καταναλώνεται στα άκρα μιας αντίστασης ίσης προς 1Ω . Πράγματι, από τη σχέση (1.14), για ένα σήμα τάσης $v(t)$, η στιγμιαία ισχύς στην αντίσταση R θα είναι $p(t) = v^2(t)/R$, ενώ για ένα σήμα έντασης ρεύματος $i(t)$, θα είναι $p(t) = i^2(t)R$. Αν $R = 1\Omega$, τότε οι δύο εκφράσεις θα συμπίπτουν, δηλ. $p(t) = v^2(t) = i^2(t)$, γεγονός που επιτρέπει τον ορισμό τόσο της ολικής ενέργειας E του εφαρμοζόμενου σήματος, όσο και της μέσης ισχύος του P , συναρτηθεί της στιγμιαίας ισχύος $p(t)$, ως εξής:

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T p(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) dt$$

και

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T p(t) dt$$

Παρακάτω, δίνονται οι ορισμοί των συνηθέστερων κατηγοριών σημάτων όπως προκύπτουν μετά την ταξινόμησή τους ως προς τις ιδιότητες που προαναφέρθηκαν. Οι ορισμοί αυτοί αναφέρονται σε αναλογικά σήματα, όμως εύκολα κανείς μπορεί να καταλήξει και στους αντίστοιχους ορισμούς για ψηφιακά σήματα. Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η ταξινόμηση ενός σήματος σε μια κατηγορία ως προς μια ιδιότητά του δεν αποκλείει την ταξινόμησή του και σε άλλη κατηγορία ως προς μια άλλη ιδιότητά του.

- **Ταξινόμηση ως προς τη χρονική διάρκεια:** σήματα πεπερασμένης ή άπειρης διάρκειας.

Ένα σήμα $x(t)$ θεωρείται πεπερασμένης διάρκειας εφόσον υπάρχει και ορίζεται σ' ένα χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$, δηλ. η συνάρτηση $x(t)$ ορίζεται για κάθε $t \in [t_1, t_2]$. Στην περίπτωση αυτή, η διάρκεια του σήματος θα είναι προφανώς $\Delta t = t_2 - t_1$, ($t_2 > t_1$). Αν, τώρα, ένα ή και τα δύο χρονικά όρια μετακινηθούν στο άπειρο, δηλ. αν $t_1 = -\infty$ ή και $t_2 = \infty$, τότε το σήμα $x(t)$

λέγεται άπειρης διάρκειας.

- **Ταξινόμηση ως προς την περιοδικότητα:** περιοδικά ή μη περιοδικά σήματα.

Ένα σήμα $x(t)$ χαρακτηρίζεται ως περιοδικό όταν υπάρχει μια τιμή T της ανεξάρτητης μεταβλητής t για την οποία ισχύει:

$$x(t \pm kT) = x(t), k=1,2,\dots \quad (2.1)$$

Το T ονομάζεται περίοδος του $x(t)$ και εάν είναι και η ελάχιστη δυνατή περίοδος του $x(t)$ χαρακτηρίζεται ως θεμελιώδης και συμβολίζεται με T_0 . Προφανώς ένα περιοδικό σήμα με $T=T_0$ θα είναι περιοδικό και με περιόδους $2T_0, 3T_0, \dots$ κ.λπ.. Σήματα που δεν είναι περιοδικά λέγονται μη περιοδικά ή απεριοδικά.

Τα περιοδικά σήματα σχετίζονται με περιοδικά φαινόμενα. Έτσι, η περίοδος ενός τέτοιου σήματος εκφράζει το χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωση ενός «κύκλου» ενός φαινομένου και την έναρξη ενός νέου. Το αντίστροφο της περιόδου αποτελεί τη φυσική συχνότητα f επανάληψης, δηλ. ισχύει:

$$T = \frac{1}{f} \quad (\text{sec}) \quad (2.2)$$

ενώ ως θεμελιώδης χαρακτηρίζεται η μέγιστη τιμή f_0 της συχνότητας f που αντιστοιχεί στη θεμελιώδη περίοδο του σήματος. Μονάδα μέτρησης της συχνότητας είναι το Hertz (Hz) για το οποίο ισχύει $1\text{Hz}=1\text{sec}^{-1}$.

- **Ταξινόμηση ως προς τη συμμετρία: άρτια και περιττά σήματα.**

Ένα σήμα μπορεί να εμφανίζει κάποια μορφή συμμετρίας ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή του. Η ύπαρξη μιας τέτοιας συμμετρίας παίζει σημαντικό ρόλο στην ανάλυση των χαρακτηριστικών και την επεξεργασία των σημάτων, υποδηλώνει δε την ύπαρξη πλεονάζουσας ή πλεοναστικής πληροφορίας σ' αυτά. Διακρίνονται δύο είδη συμμετρίας και ως εκ τούτου δύο είδη σημάτων: τα άρτια σήματα και τα περιττά σήματα.

Άρτιο λέγεται ένα σήμα $x(t)$ για το οποίο ισχύει:

$$x(-t) = x(t), \text{ για κάθε } t \quad (2.3)$$

ενώ, αντίθετα, λέγεται περιττό, αν ισχύει:

$$x(-t) = -x(t), \text{ για κάθε } t \quad (2.4)$$

Επί πλέον, σ' ένα περιττό σήμα θα ισχύει $x(0)=0$, σχέση που, προφανώς, δεν ισχύει για ένα άρτιο σήμα.

Γενικώς, όλα τα σήματα, εκτός των τυχαίων, εμπεριέχουν συμμετρίες και, μάλιστα, όπως αποδεικνύεται, κάθε σήμα μπορεί να εκφρασθεί ως άθροισμα μιας άρτιας και μιας περιττής συνιστώσας, δηλ.:

$$x(t) = x_a(t) + x_n(t) \quad (2.5)$$

όπου

$$x_a(t) = \frac{1}{2} [x(t) + x(-t)] \quad (2.6)$$

και

$$x_n(t) = \frac{1}{2} [x(t) - x(-t)] \quad (2.7)$$

- **ταξινόμηση ως προς τη σχέση αίτιου - αποτελέσματος: αιτιατά και μη αιτιατά σήματα**

Η σχέση σημάτων και συστημάτων έχει την τυπική μορφή αίτιου - αποτελέσματος. Σ' αυτήν, προφανώς, υπάρχει και η χρονική διάσταση, δηλ. πολλές φορές μια διαδικασία μπορεί να εξελίσσεται, ή να αρχίζει να εξελίσσεται, με μια χρονική υστέρηση ως προς το αίτιο που την προκαλεί. Με άλλα λόγια, υπάρχουν συστήματα που η εξέλιξή τους εμφανίζει χαρακτηριστικά «μνήμης» έτσι ώστε αυτά να αποτελεί στοιχείο διάκρισης για τα αντίστοιχα σήματα.

Έτσι, ως αιτιατό χαρακτηρίζεται ένα σήμα $x(t)$ όταν έχει μηδενικές τιμές για αρνητικές τιμές του t , δηλ. $x(t)=0$ για $t < 0$. Στην αντίθετη περίπτωση, το σήμα χαρακτηρίζεται ως μη αιτιατό.

2.3 Στοιχειώδη σήματα: ορισμοί και κυματομορφές

Παρακάτω, δίνονται οι ορισμοί, οι κυματομορφές και τα χαρακτηριστικά μεγέθη των βασικότερων σημάτων που χρησιμοποιούνται στη μελέτη και λειτουργία των κυκλωμάτων. Πρόκειται για σήματα τάσης ή έντασης ρεύματος, προφανώς νομοτελειακά, τα οποία είναι στοιχειώδη με την έννοια ότι αποτελούν τις βασικές συνιστώσες κάθε άλλου σήματος με πιο σύνθετη κυματομορφή και για τη μαθηματική περιγραφή τους αρκούν εκφράσεις απλών συναρτήσεων του χρόνου.

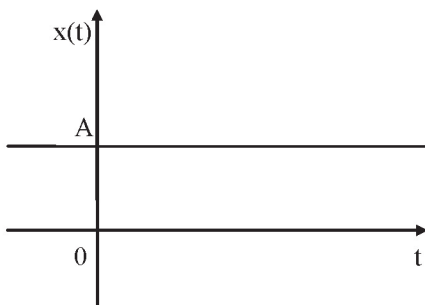
2.3.1 Σήμα σταθερού πλάτους

Σήμα σταθερού πλάτους ή σταθερής τιμής είναι κάθε σήμα $x(t)$, το μέτρο της εξαρτημένης μεταβλητής του οποίου παραμένει σταθερό στο χρόνο. Η μαθηματική περιγραφή του θα είναι προφανώς μια σταθερή συνάρτηση της μορφής:

$$x(t) = A, \quad -\infty < t < \infty \quad (2.8)$$

όπου $A = \text{σταθ.}$, η δε γραφική παράστασή του δίνεται στο σχήμα 2.3.

Τα σήματα σταθερού πλάτους είναι σήματα ισχύος, έχουν (θεωρητικώς) άπειρη διάρκεια και εκφράζουν τη σταθερή κατάσταση ενός συστήματος ή μιας διαδικασίας. Τυπικό παράδειγμα αποτελεί το σήμα τάσης ή έντασης ρεύματος στην έξοδο μιας αντίστοιχης ιδανικής πηγής ηλεκτρικής ενέργειας. Κατ' αναλογία, κάθε σταθερή τιμή τάσης ή έντασης ρεύματος ανάμεσα σε δύο σημεία ενός κυκλώματος, που λειτουργεί, θεωρείται ως ένα αντίστοιχο σήμα σταθερού πλάτους. Σε τέτοιες περιπτώσεις, το σταθερό σήμα τάσης ή έντασης ρεύματος είναι εκ των πραγμάτων **συνεχές** ή **DC** καθώς η φορά του ρεύματος θα είναι συνεχώς η ίδια, δηλ. δεν «εναλλάσσεται».



Σχήμα 2.3. Γραφική παράσταση ενός σήματος σταθερού πλάτους.

2.3.2 Σήμα βήματος ή σήμα βηματικής συνάρτησης

Σήμα βήματος είναι ένα σήμα $x(t)$ για το οποίο ισχύει:

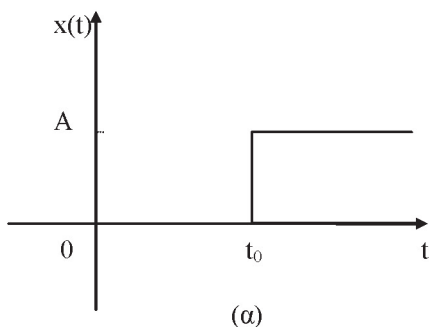
$$x(t) = A \cdot u(t - t_0) \quad (2.9)$$

όπου $A = \text{σταθ.}$ και $u(t)$ είναι η συνάρτηση μοναδιαίου βήματος (unit step function):

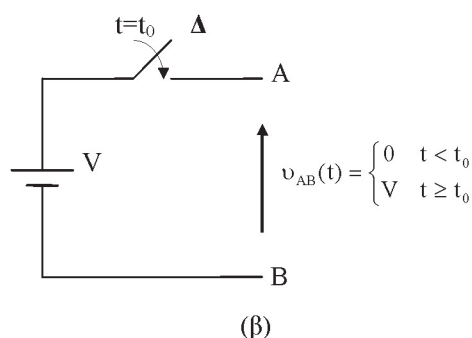
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Τα σήματα βήματος είναι σήματα ισχύος με θεωρητικώς άπειρη διάρκεια και ανήκουν στην κατηγορία των σημάτων που περιγράφουν μεταβατικά φαινόμενα. Πράγματι, από τη σχέση ορισμού του, φαίνεται αμέσως ότι ένα σήμα βήματος ή βηματικής συνάρτησης εκφράζει την ακαριαία μετάβαση, κατά τη χρονική στιγμή $t=t_0$, ενός συστήματος ή μιας διαδικασίας από τη μια σταθερή κατάσταση σε μια άλλη.

Προφανώς, ακαριαίες μεταβολές δεν υπάρχουν στην πράξη και γι αυτό έχει ενδιαφέρον η γραφική παράσταση της πραγματικής μορφής ενός σήματος βήματος. Στο σχήμα 2.4(α) δίνεται η γραφική παράσταση της ιδανικής μορφής ενός σήματος βήματος, ενώ ως τυπικό παράδειγμα μπορεί να θεωρηθεί το σήμα που προκύπτει π.χ. από το συνδυασμό μιας ιδανικής πηγής τάσης V και ενός διακόπτη Δ , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.5(β). Τη χρονική στιγμή $t=t_0$, ο διακόπτης κλείνει και παραμένει κλειστός, οπότε η τάση v_{AB} μεταξύ των άκρων A, B , από 0 γίνεται πλέον ίση προς V .



(α)

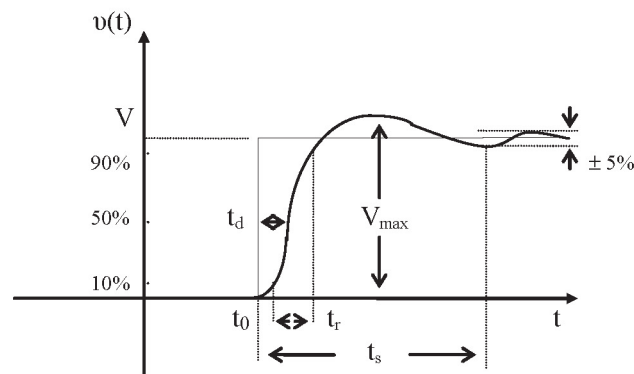


(β)

Σχήμα 2.4. (α) Γραφική παράσταση ιδανικού σήματος βήματος και (β) όταν κλείσει ο διακόπτης Δ η τάση v_{AB} έχει πλέον τη μορφή σήματος βήματος.

Στο σχήμα 2.5 δίνεται η μορφή ενός σήματος βήματος, όπως παρατηρείται στην πράξη π.χ. ως σήμα τάσης στην έξοδο ενός κυκλώματος. Η μεταβολή του πλάτους δεν γίνεται ακαριαία αλλά απαιτεί ένα ορισμένο χρονικό διάστημα, ενώ η τελική τιμή του προσεγγίζεται μετά από σειρά αποσβενόμενων ταλαντώσεων με διάρκεια που θεωρητικώς τείνει στο άπειρο. Έτσι, ως χαρακτηριστικά μεγέθη ενός πραγματικού σήματος βήματος πλάτους V ορίζονται αντίστοιχα:

- ο **χρόνος καθυστέρησης** t_d (delay time): ο χρόνος που απαιτείται έως ότου το πλάτος φθάσει το 50% της τελικής τιμής του,
- ο **χρόνος ανόδου ή ανύψωσης** t_r (rise time): ο χρόνος που απαιτείται για τη μεταβολή του πλάτους από το 10% στο 90% της τελικής τιμής του,
- ο **χρόνος αποκατάστασης** t_s (settling time): ο χρόνος που απαιτείται ώστε το πλάτος να προσεγγίζει ικανοποιητικά την τελική του τιμή, π.χ. η απόκλιση του απ' αυτήν να γίνει μικρότερη από 3 ή 5%, και,
- η **υπερύψωση** M (overshoot) δηλ. η υπέρβαση της τιμής του πλάτους στο μέτωπο ανόδου του σήματος, που ορίζεται ως $M=(V_{max}-V)/V$ και δίνεται συνήθως ως ποσοστό (επί τοις %) της τελικής τιμής V .



Σχήμα 2.5. Πραγματική μορφή σήματος βήματος.

Είναι φανερό ότι όσο μικρότερες είναι οι τιμές αυτών των χαρακτηριστικών μεγεθών σ' ένα πραγματικό σήμα βήματος, τόσο περισσότερο η κυματομορφή του θα πλησιάζει την ιδανική. Γι αυτόν το λόγο, η χρήση του σήματος βήματος έχει ιδιαίτερη σημασία στη μελέτη της λειτουργίας των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Για παράδειγμα, αν στην είσοδο ενός κυκλώματος, που θεωρητικά εκτελεί τον πολλαπλασιασμό του σήματος στην είσοδό του επί μια σταθερά, εφαρμοσθεί ένα σήμα βήματος με συγκεκριμένα πραγματικά χαρακτηριστικά, τότε η εμφάνιση στην έξοδο του ενός σήματος βήματος με διαφορετικά χαρακτηριστικά, θα είναι αποτέλεσμα της πραγματικής λειτουργίας του. Συνεπώς, η αξιολόγηση και ο χαρακτηρισμός της μπορεί να γίνει με τη μελέτη της **βηματικής**, όπως λέγεται, **απόκρισης** (step response) του κυκλώματος².

2.3.3 Σήματα σταθερής κλίσης

Πρόκειται για σήματα, με τυπική μορφή παρόμοια με αυτή που φαίνεται στο σχήμα 2.7, η δε μαθηματική περιγραφή τους δίνεται από συναρτήσεις της μορφής:

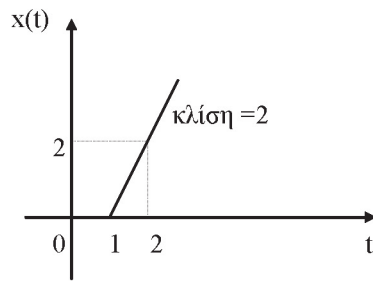
$$x(t) = A \cdot r(t - t_0) \quad (2.11)$$

όπου A =σταθ. και $r(t)$ είναι το σήμα μοναδιαίας κλίσης (unit ramp function). Το σήμα αυτό ορίζεται ως:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) dt = t \cdot u(t) \quad (2.12)$$

όπου $u(t)$ είναι η συνάρτηση βήματος [σχέση (2.10)].

² Δηλ. την απόκριση του κυκλώματος όταν στην είσοδό του εφαρμόζεται ένα σήμα βήματος τάσης.



Σχήμα 2.6. Τυπική μορφή σήματος σταθερής κλίσης σύμφωνα με τη σχέση (2.11) για $t_0=1$ και $A=2$.

2.3.4 Πραγματικά εκθετικά σήματα

Τα πραγματικά εκθετικά σήματα χρόνου είναι σήματα άπειρης διάρκειας που συνδέονται με διάφορα μεταβατικά φαινόμενα και περιγράφονται από εκθετικές συναρτήσεις με εκθέτη πραγματικό αριθμό, σε αντιδιαστολή με τα μιγαδικά εκθετικά σήματα, όπου ο εκθέτης είναι μιγαδικός, και τα οποία συνδέονται με την περιγραφή περιοδικών φαινομένων³.

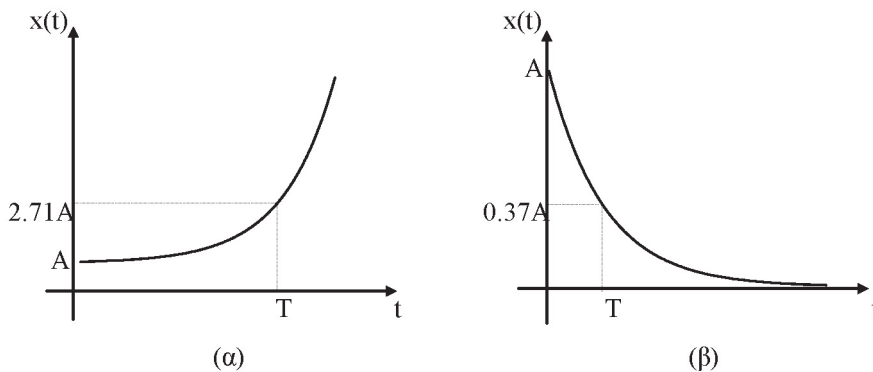
Η συνάρτηση ενός πραγματικού εκθετικού σήματος έχει τη μορφή:

$$x(t) = A \cdot e^{\pm \frac{t}{T}} \quad (2.13)$$

όπου A =σταθ. και T είναι μια χαρακτηριστική ποσότητα του σήματος με διαστάσεις χρόνου που λέγεται σταθερά χρόνου. Στη σχέση αυτή, αν ο εκθέτης είναι θετικός τότε το πλάτος του εκθετικού σήματος αυξάνει με την πάροδο του χρόνου ενώ, αν είναι αρνητικός, μειώνεται. Συνεπώς, η σταθερά χρόνου είναι ένα μέτρο του ρυθμού αύξησης ή μείωσης των πραγματικών εκθετικών σημάτων καθώς για $t=T$ θα ισχύει, αντίστοιχα :

$$x(T)=2.71A \text{ ή } x(T)=0.37A$$

Στο σχήμα 2.7 δίνονται η αύξουσα και η φθίνουσα μορφή ενός πραγματικού εκθετικού σήματος, το πλάτος του οποίου τείνει ασυμπτωτικά προς το άπειρο και το μηδέν, αντίστοιχα.



Σχήμα 2.8. Πραγματικό εκθετικό σήμα: α) αύξουσα και β) φθίνουσα μορφή

2.3.5 Ημιτονικό σήμα

Το ημιτονικό σήμα, η μορφή του οποίου δίνεται στο σχήμα 2.8, ορίζεται από μια συνάρτηση της μορφής:

$$x(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.14)$$

και είναι ένα περιοδικό σήμα με χαρακτηριστικά μεγέθη⁴ το πλάτος A_0 , την κυκλική συχνότητα ω_0 και την αρχική φάση φ_0 . Ως περιοδικό, το ημιτονικό σήμα είναι σήμα ισχύος και έχει άπειρη διάρκεια.

³ Η μονάδα μέτρησης της κυκλικής συχνότητας είναι το 1 rad/sec (ακτίνια ανά sec) και της φάσης το ακτίνιο (1 rad).
⁴ Τυπικό παράδειγμα αποτελεί η μιγαδική έκφραση $x(t)=e^{j\omega t}$ για τα ημιτονικά σήματα.

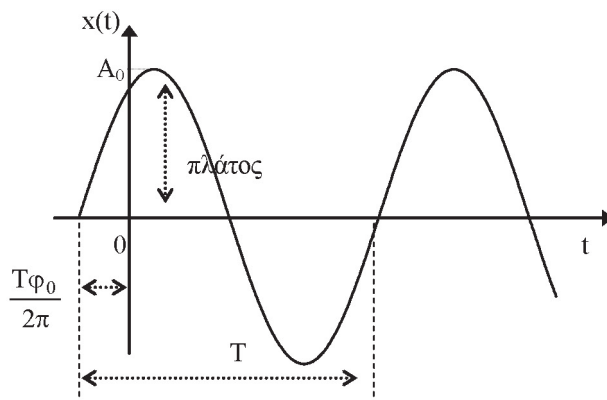
⁴ Πολλές φορές, ως χαρακτηριστικό μέγεθος χρησιμοποιείται και η διαφορά μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης τιμής πλάτους και η οποία λέγεται πλάτος από κορυφή σε κορυφή (peak-to-peak amplitude), δηλ. $x_{\max} - x_{\min} = x_{pp} = 2A_0$.

rad=2π). Το πλάτος A_0 είναι η μέγιστη στιγμιαία τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής του, ενώ η περίοδος του θα δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (2.15)$$

όπου f είναι η φυσική συχνότητα του σήματος που δίνει το ρυθμό επανάληψής του σε μονάδες Hz/sec (1 Hertz = 1 κύκλος επανάληψης) και, προφανώς, θα ισχύει: $\omega_0 = 2\pi f$.

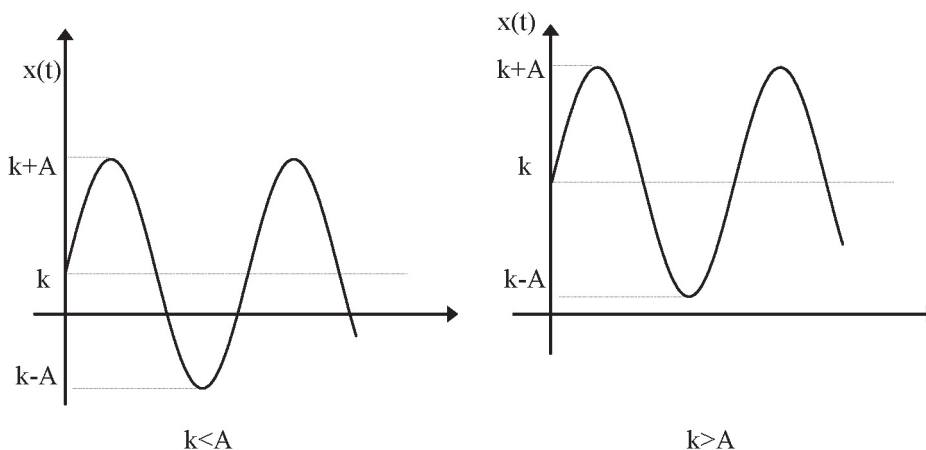
Το ημιτονικό σήμα είναι σήμα θεμελιώδους σημασίας, καθώς κάθε περιοδικό ή μη περιοδικό σήμα, σύμφωνα με την ανάλυση κατά *Fourier*⁵, μπορεί να προκύψει ως αποτέλεσμα επαλληλίας απλών ημιτονικών συνιστωσών με κατάλληλο πλάτος.



Σχήμα 2.8. Μορφή ημιτονικού σήματος και χαρακτηριστικά μεγέθη.

Ως ηλεκτρικό σήμα, ένα ημιτονικό σήμα τάσης ή έντασης ρεύματος χαρακτηρίζεται από την εναλλαγή ανά ημιπερίοδο του προσήμου της παριστάμενης τάσης ή έντασης και για το λόγο αυτό αποτελεί τυπικό παράδειγμα **εναλλασσόμενου** ή **AC σήματος** (Alternating Current).

Ο χαρακτηρισμός ενός σήματος ως εναλλασσόμενου απαιτεί εναλλαγή του προσήμου της εξαρτημένης μεταβλητής. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.9, ένα σήμα της μορφής $x(t) = k + A \sin \omega t$, που αποτελείται από μια σταθερή (DC) συνιστώσα πλάτους k και μια ημιτονική συνιστώσα, θα είναι εναλλασσόμενο μόνον εφόσον $k < A$, ενώ αν $k > A$, τότε θα είναι απλώς συνεχές και μεταβαλλόμενο.



Σχήμα 2.10. Γραφική παράσταση σύνθετου σήματος με DC και AC συνιστώσα.

2.3.6 Σήματα ορθογώνιων παλμών

Τα σήματα ορθογώνιων παλμών είναι μια σημαντική κατηγορία σημάτων, τόσο περιοδικών όσο και μη περιοδικών, με κοινό χαρακτηριστικό την ύπαρξη επαναλαμβανόμενων ή μεμονωμένων ορθογώνιων παλμών, δηλ. σημάτων, η κυματομορφή των οποίων έχει διάφορα ορθογώνια σχήματα. Οι συνηθέστερες μορφές ορθογώνιων σημάτων είναι το σήμα μεμονωμένου παλμού, η ειδική μορφή του ο κρουστικός παλμός ή σήμα συνάρτησης ώσης (impulse function), καθώς και τα σήματα σειράς παλμών.

⁵ Υπενθυμίζεται ότι η ανάλυση κατά *Fourier* ενός περιοδικού σήματος γίνεται με τη χρήση σειρών *Fourier*, ενώ των μη περιοδικών σημάτων με τη χρήση του ολοκληρώματος *Fourier*.

2.3.6.1 Σήμα μεμονωμένου ορθογώνιου παλμού

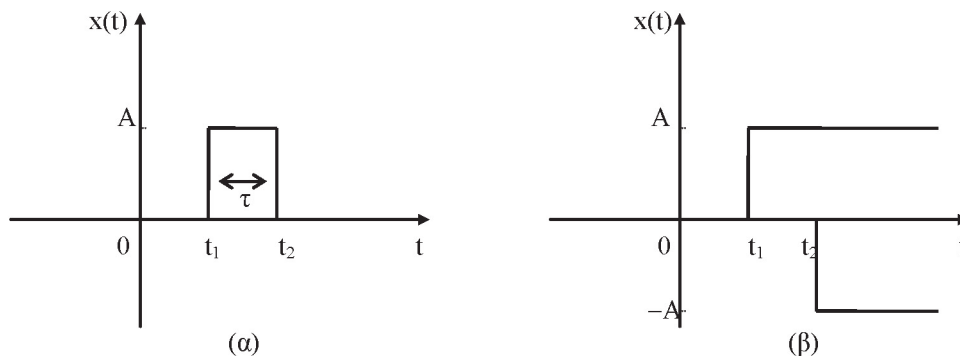
Η γραφική παράσταση του σήματος μεμονωμένου ορθογώνιου παλμού δίνεται στο σχήμα 2.10(α), μαθηματικώς δε μπορεί να περιγραφεί από μια σχέση της μορφής:

$$x(t) = \begin{cases} A, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0, & t < t_1 \text{ και } t > t_2 \end{cases} \quad (2.16)$$

όπου A είναι το πλάτος και $(t_2 - t_1) = \tau$ η διάρκεια του παλμού.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.10(β), ένας ορθογώνιος παλμός προκύπτει από το άθροισμα δύο διαδοχικών αλλά αντίθετης πολικότητας σημάτων βήματος που απέχουν μεταξύ τους π.χ. $(t_2 - t_1) = \tau$. Έτσι, η σχέση (2.16) μπορεί να γραφεί και ως:

$$x(t) = A \cdot [u(t - t_1) - u(t - t_2)] \quad (2.17)$$



Σχήμα 2.10. (α) Τυπική μορφή σήματος μεμονωμένου ορθογώνιου παλμού, (β) Ανάλυση ορθογώνιου παλμού σε άθροισμα δύο σημάτων βήματος [σχέση (2.17)].

Σημειώνεται ότι όταν η τιμή του πλάτους A θεωρείται ίση προς τη μονάδα, τότε ο ορθογώνιος παλμός λέγεται τετραγωνικός, ενώ, θα πρέπει να τονιστεί, ότι η πραγματική μορφή κάθε ορθογώνιου ή τετραγωνικού σήματος υπόκειται σε παρόμοιους περιορισμούς με αυτούς της πραγματικής μορφής των σημάτων βήματος.

2.3.6.2 Σήμα κρουστικού παλμού ή σήμα συνάρτησης ώσεως

Πρόκειται για μια οριακή μορφή ορθογώνιου παλμού που προκύπτει όταν η χρονική του διάρκεια θεωρηθεί ότι τείνει στο μηδέν, δηλ. $\tau \rightarrow 0$. Στην περίπτωση αυτή η μαθηματική περιγραφή του θα έχει τη μορφή:

$$x(t) = A \cdot \delta(t - t_0) \quad (2.18)$$

όπου $\delta(t)$ είναι η συνάρτηση Δέλτα ή *Dirac*.

Η $\delta(t)$ είναι μια μαθηματικώς «ανώμαλη» συνάρτηση με κύριο χαρακτηριστικό της το γεγονός ότι περικλείει μια επιφάνεια «συγκεντρωμένη» κατά τη διεύθυνση της καθέτου στο σημείο $t=0$ και έχει εμβαδόν ίσο με μονάδα, Έτσι, ισχύουν οι σχέσεις ορισμού:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

και

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

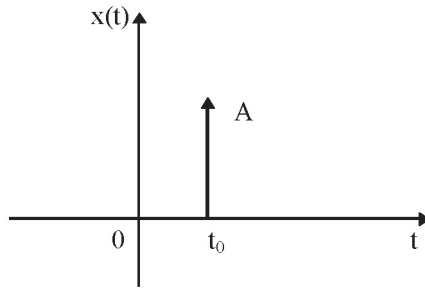
(2.19)

επί πλέον δε, η $\delta(t)$ είναι η παράγωγος της βηματικής συνάρτησης, δηλ. $\delta(t) = u'(t)$.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.11, ο κρουστικός παλμός ή, αλλιώς, η συνάρτηση ώσεως (impulse function) συμβολίζεται με ένα βέλος με φορά προς τα πάνω δίπλα στο οποίο τοποθετείται η σταθερά A της σχέσης (2.18). Η σταθερά αυτή

αναφέρεται στο εμβαδόν του κρουστικού παλμού και όχι στο πλάτος του.

Είναι φανερό, ότι ο κρουστικός παλμός αποτελεί μια ιδιαίτερη περίπτωση σήματος, η πρακτική μορφή του οποίου είναι ένας όσο το δυνατόν στενότερος ($\tau=\min$) ορθογώνιος παλμός που τελικά θεωρείται ότι έχει «πλάτος» A .



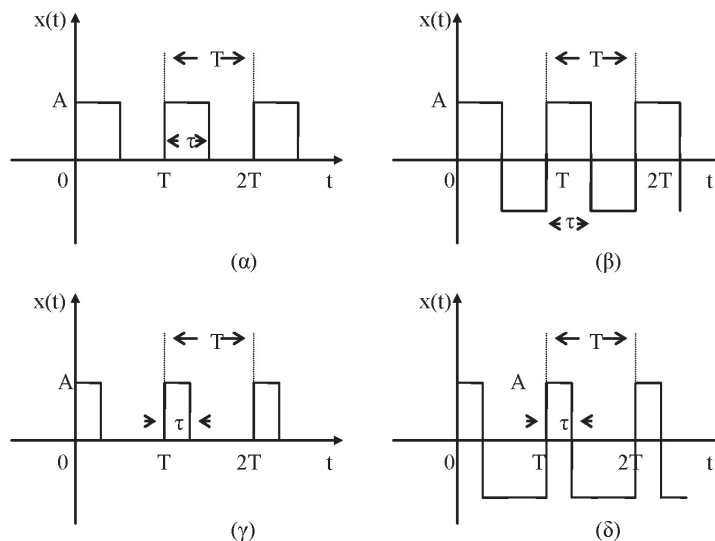
Σχήμα 2.11. Απεικόνιση κρουστικού παλμού κατά τη χρονική στιγμή $t=t_0$.

Η χρησιμότητα του κρουστικού παλμού στη μελέτη των χαρακτηριστικών λειτουργίας των κυκλωμάτων προκύπτει ακριβώς με τον ίδιο τρόπο όπως και στην περίπτωση του σήματος βήματος. Η εφαρμογή του στην είσοδο ενός κυκλώματος επιτρέπει τον προσδιορισμό του σήματος εξόδου του που λέγεται **κρουστική απόκριση** (impulse response), από τη μελέτη των χαρακτηριστικών της οποίας προκύπτουν διάφορα συμπεράσματα για τη λειτουργία του ίδιου του κυκλώματος.

2.3.6.3 Σήματα σειράς ορθογώνιων παλμών

Τα σήματα αυτά, όπως δηλώνει και η ονομασία τους, αποτελούνται από διαδοχικούς ορθογώνιους παλμούς, ενώ, στη γενική περίπτωση, οι παλμοί αυτοί μπορεί να έχουν διαφορετικό πλάτος και διάρκεια. Στο σχήμα 2.12, διακρίνονται οι τέσσερις βασικές μορφές σημάτων περιοδικών παλμών ανάλογα με το αν υπάρχει ή όχι κάποια μορφή «συμμετρίας» πλάτους ή χρόνου⁶.

Συγκεκριμένα, στο σχήμα 2.12(α), φαίνεται ένα τυπικό ορθογώνιο ή τετραγωνικό σήμα, στο οποίο η περίοδος T είναι ίση με το διπλάσιο της χρονικής διάρκειας τ των παλμών και το πλάτος έχει μη αρνητικές τιμές. Στο σχήμα 2.12(β), φαίνεται το ίδιο σήμα με τη διαφορά ότι το πλάτος εμφανίζει θετικές και αρνητικές τιμές και μάλιστα συμμετρικές ως προς τον άξονα του χρόνου. Το σήμα αυτό, που λέγεται και συμμετρικό (ή εναλλασσόμενο) ορθογώνιο ή τετραγωνικό σήμα, έχει πλάτος A και διαφορά πλάτους από κορυφή σε κορυφή $x_{pp}=2A$. Αντίστοιχα, στα σχήματα 2.12(γ) και 2.12(δ), δίνεται η τυπική και η συμμετρική μορφή ενός σήματος περιοδικών παλμών όπου η διάρκεια των παλμών είναι μικρότερη από την ημιπερίοδο επανάληψής τους, δηλ. $\tau < T/2$. Στις περιπτώσεις αυτές ο λόγος τ/T ονομάζεται κύκλος εργασίας (duty cycle).

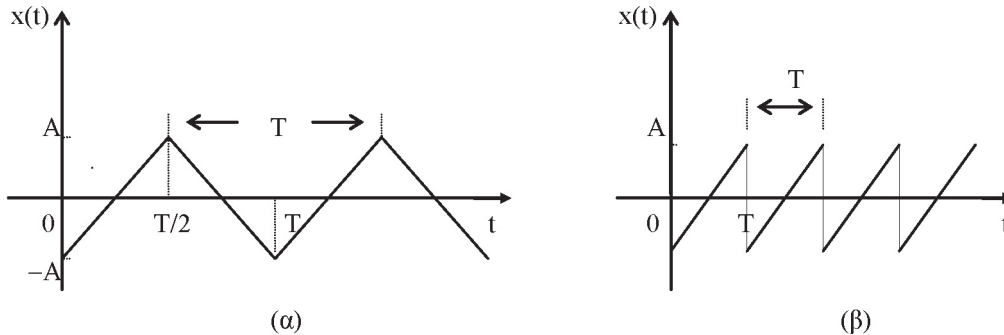


Σχήμα 2.12. Οι τέσσερις συνηθέστερες μορφές ορθογώνιων σημάτων.

⁶ Εδώ ο όρος “συμμετρία” δεν χρησιμοποιείται με αναφορά στις γνωστές περιπτώσεις άρτιων ή περιττών μορφών συμμετρίας για τα σήματα αυτά, αλλά υπονοώντας το μηδενισμό κάθε DC συνιστώσας.

2.3.7 Τριγωνικά σήματα

Μια χαρακτηριστική κατηγορία σημάτων είναι τα τριγωνικά σήματα, στα οποία, όπως δηλώνει η ονομασία τους, περιλαμβάνονται σήματα με κυματομορφές τριγωνικού σχήματος. Όπως και στην περίπτωση των ορθογώνιων σημάτων, έτσι και σ' αυτά, διακρίνονται σήματα μεμονωμένων τριγωνικών παλμών και σήματα διαδοχικών τριγωνικών παλμών όπως π.χ. είναι το τυπικό **τριγωνικό σήμα** του σχήματος 2.13(α) ή το **πριονωτό σήμα** του σχήματος 2.13(β).



Σχήμα 2.13. Τυπική μορφή α) τριγωνικού σήματος και β) πριονωτού σήματος

Η αναλυτική έκφραση ενός τριγωνικού σήματος, είτε πρόκειται για μεμονωμένο τριγωνικό παλμό, είτε για αλληλουχία τέτοιων παλμών, μπορεί εύκολα να προκύψει ως αποτέλεσμα συνδυασμού διαδοχικών σημάτων σταθερής κλίσης⁷. Έτσι, με τη σχέση (2.11), η κυματομορφή του σχήματος 2.13(α) δίνεται από τη σχέση:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{4A}{T} \cdot r(t) - A & 0 \leq t \leq T/2 \\ 3A - \frac{4A}{T} \cdot r(t) & T/2 \leq t \leq T \end{cases} \quad \text{όπου, προφανώς, } x(t+T)=x(t)$$

ενώ, για την κυματομορφή του σχήματος 2.13(β), θα αντιστοιχεί η έκφραση:

$$x(t) = \frac{2A}{T} \cdot r(t) - A \quad \text{για } 0 < t \leq T \quad \text{όπου, και πάλι, } x(t+T)=x(t)$$

2.4 Μέση και ενεργός τιμή περιοδικών σημάτων

Είδαμε ότι για την περιγραφή των περιοδικών σημάτων απαιτείται η γνώση της μορφής τους καθώς και δύο χαρακτηριστικών τους μεγεθών, του πλάτους και της περιόδου. Υπάρχουν όμως δύο επιπλέον μεγέθη, που σχετίζονται με το πλάτος και την περίοδο ενός περιοδικού σήματος και τα οποία όταν αφορούν σε σήματα τάσης ή ρεύματος έχουν ιδιαίτερη σημασία. Τα μεγέθη αυτά είναι η μέση και η ενεργός τιμή τους.

Έτσι, η **μέση** (average) τιμή ενός περιοδικού σήματος $x(t)$ με περίοδο T είναι στην πραγματικότητα η **συνεχής** (DC) τιμή του η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$X_{av} = X_{dc} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \tag{2.20}$$

και παριστάνει το πηλίκο του εμβαδού της επιφάνειας που περικλείεται σε μια περίοδο του σήματος προς την αυτήν την περίοδο. Με παρόμοιο τρόπο ορίζονται:

- η μέση τιμή του θετικού τμήματος του σήματος :

$$X_{dc}^{(+)} = \frac{1}{T} \int_0^T x_+(t) dt$$

δηλ. το πηλίκο του εμβαδού της επιφάνειας του σήματος πάνω από τον άξονα του χρόνου προς την περίοδο,

- η μέση τιμή του αρνητικού τμήματος του σήματος :

$$X_{dc}^{(-)} = \frac{1}{T} \int_0^T x_-(t) dt$$

⁷ Με ανάλογο τρόπο, δηλ. με χρήση των σχέσεων ορισμού καθε στοιχειώσους σήματος, μπορεί να γραφτεί η αναλυτική έκφραση οποιασδήποτε σύνθετης κυματομορφής σήματος ή, αντίστροφα, να αναλυθεί η μαθηματική έκφραση που περιγράφει ένα σήμα και να γίνει κατανοητή η μορφή του.

δηλ. το πηλίκο του εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από τον άξονα του χρόνου προς την περίοδο, και

- η απόλυτη μέση τιμή : $|X_{dc}| = X_{dc}^{(+)} + |X_{dc}^{(-)}|$

ενώ, είναι προφανές ότι ισχύει : $X_{dc} = X_{dc}^{(+)} + X_{dc}^{(-)}$

Η μέση τετραγωνική ή ενεργός τιμή (root mean square value) του ίδιου σήματος ορίζεται ως:

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \tag{2.21}$$

Για παράδειγμα, για ένα σήμα της μορφής $x(t) = A \sin \omega t$ προκύπτει αμέσως ότι:

$$X_{dc}^{(+)} = A/\pi, \quad X_{dc}^{(-)} = -A/\pi, \quad |X_{dc}| = 2A/\pi, \quad \text{και } X_{dc} = 0,$$

καθώς και: $X_{rms} = A/\sqrt{2}$

ή, αλλιώς: $A = X_{rms} \sqrt{2}$

Επίσης, από τις σχέσεις (2.20) και (2.21), μπορεί να βρεθεί ότι η μέση ισχύς ενός περιοδικού σήματος τάσης $v(t)$, που εμφανίζεται στα άκρα μια ωμικής αντίστασης R , θα είναι:

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v^2(t)}{R} dt = \dots = \frac{V_{rms}^2}{R} \tag{2.22}$$

σχέση που δείχνει τη φυσική σημασία της ενεργού τιμής ενός περιοδικού σήματος: ένα περιοδικό σήμα τάσης με μέση τιμή μηδέν, προκαλεί την ίδια κατανάλωση ισχύος σε μια αντίσταση R με την κατανάλωση ισχύος που προκαλεί μια σταθερή τάση με τιμή ίση προς την ενεργό τιμή της περιοδικής, το ίδιο δε θα ισχύει και για την καταναλισκόμενη ισχύ σε μια αντίσταση R που διαρρέεται από ένα περιοδικό σήμα έντασης ρεύματος.

Ωστόσο, εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η απαίτηση να είναι η μέση τιμή μηδέν ισχύει μόνο στη συγκεκριμένη διατύπωση και όχι ως γενική απαίτηση. Έτσι, στην περίπτωση μιας μεταβαλλόμενης τάσης $v(t)$ με μέση τιμή $V_{dc} \neq 0$, διαχωρίζοντας τη συνεχή από την εναλλασσόμενη συνιστώσα, προκύπτει ότι η καταναλισκόμενη ισχύς είναι ίση προς αυτήν που θα προκαλούσε μια σταθερή τάση με τιμή ίση προς $V_{dc} + V_{rms}$.

Τέλος, είναι φανερό ότι οι ορισμοί, τόσο της μέσης τιμής, όσο και της ενεργού τιμής μπορούν εύκολα να επεκταθούν και για περιπτώσεις μη περιοδικών σημάτων, καθώς επίσης και ψηφιακών σημάτων, με την προϋπόθεση ότι είναι προσδιορίσιμο το χρονικό διάστημα για το οποίο υπολογίζεται η αντίστοιχη μέση ή ενεργός τιμή του σήματος που ενδιαφέρει.

2.4.1 Συντελεστές μερικής ή έμμεσης περιγραφής των περιοδικών σημάτων

Γενικεύοντας τα παραπάνω, ο προσδιορισμός της μέσης ή της ενεργού τιμής ενός σήματος αποτελεί έναν τρόπο μερικής ή έμμεσης περιγραφής του, σε αντιδιαστολή προς την πλήρη περιγραφή που επιτυγχάνεται, είτε με τον προσδιορισμό των αναλυτικών εκφράσεων των αντίστοιχων συναρτήσεων, είτε με την κατάλληλη γραφική παράσταση των μεταβλητών που το χαρακτηρίζουν.

Στην έμμεση περιγραφή περιοδικών σημάτων συμβάλλουν και μια σειρά από συντελεστές, όπως ο συντελεστής κύκλου εργασίας - που είδαμε στην παράγραφο 2.3.6.3, καθώς και οι συντελεστές μορφής και ύψους, που ορίζονται παρακάτω. Ειδικότερα:

- Ως συντελεστής κύκλου εργασίας D ορίζεται ο λόγος του χρονικού διαστήματος τ κατά το οποίο ένα περιοδικό σήμα έχει μεγαλύτερη (θετικότερη τιμή) από την μέση τιμή του προς την περίοδό του. Δηλ. $D = \tau/T$.
- Ως συντελεστής μορφής ορίζεται ο λόγος της ενεργού τιμής ενός περιοδικού σήματος προς την απόλυτη μέση τιμή του στο διάστημα μιας περιόδου, δηλ. συντελ. μορφής $= X_{rms} / |X_{dc}|$.
- Ως συντελεστής ύψους (crest factor), CF , ορίζεται ο λόγος της μέγιστης θετικής ή αρνητικής τιμής ενός περιοδικού σήματος (με μηδενισμένη την όποια DC συνιστώσα) προς την ενεργό τιμή του, δηλ. $CF = x_{max} / X_{rms}$.

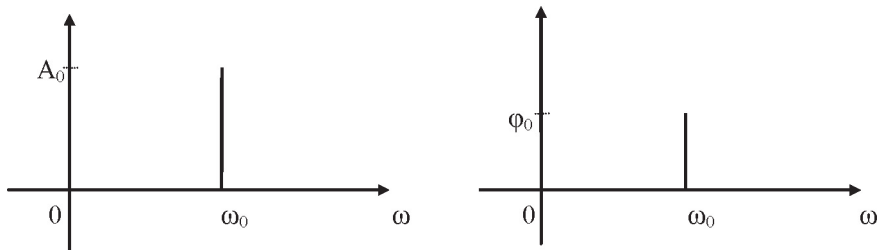
Είναι φανερό ότι στην περίπτωση απλών ημιτονικών σημάτων, τόσο ο συντελεστής κύκλου εργασίας, όσο και οι συντελεστές μορφής και ύψους δεν έχουν ιδιαίτερη σημασία, καθώς οι τιμές τους είναι σταθερές και δεδομένες. Αντιθέτως, οι συντελεστές αυτοί χρησιμοποιούνται ευρέως για το χαρακτηρισμό σημάτων ορθογώνιων παλμών.

2.5 Παράσταση των σημάτων στο πεδίο της συχνότητας

Τα σήματα που είδαμε στην παράγραφο 2.3 εμφανίζονται ή χρησιμοποιούνται κατά τη μελέτη της λειτουργίας των

ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Τα σήματα αυτά χαρακτηρίζονται ως στοιχειώδη, καθώς το σύνολο των νομοτελειακών φυσικών ή τεχνητών σημάτων μπορούν να προκύψουν από οποιονδήποτε συνδυασμό τους.

Ειδικότερα, το ημιτονικό σήμα έχει ιδιαίτερη σημασία καθώς, σύμφωνα με την ανάλυση Fourier, κάθε περιοδικό ή μη σήμα αποτελείται από έναν αριθμό (που μπορεί να τείνει στο άπειρο) ημιτονικών συνιστωσών με κατάλληλο πλάτος και συχνότητα. Επί πλέον, είναι εκείνο το σήμα που από τη συνάρτηση ορισμού του, δηλ. στη σχέση (2.14), μπορεί να θεωρηθεί ότι ανεξάρτητη μεταβλητή είναι η κυκλική συχνότητα ω και όχι ο χρόνος. Στην περίπτωση αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.14, η παράσταση των χαρακτηριστικών του μεγεθών στο πεδίο της συχνότητας, δηλ. το πλάτος και η φάση του ημιτονικού σήματος, δείχνει ότι θα έχουν τη μορφή γραμμών.



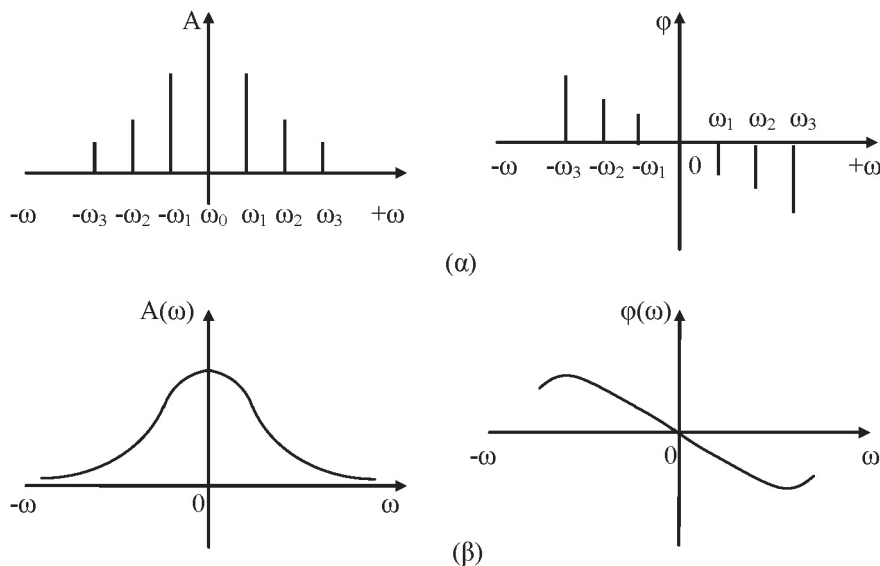
Σχήμα 2.14. Παράσταση του πλάτους και της φάσης ημιτονικού σήματος στο πεδίο συχνότητων.

Αντιστοίχως, για ένα περιοδικό σήμα $x(t)$ που αποτελείται από $2n+1$ ημιτονικές συνιστώσες, δηλ.:

$$x(t) = \sum_{i=-n}^n A_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \tag{2.23}$$

η παράστασή του στο πεδίο της συχνότητας θα δίνει μια σειρά από διακριτές γραμμές, που λέγονται **φάσματα γραμμών πλάτους ή φάσης** (amplitude or phase line spectra), κάθε μια εκ των οποίων, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.15(α), παριστάνει το πλάτος ή τη φάση μιας από τις συνιστώσες του.

Στην περίπτωση, τώρα, ενός μη περιοδικού σήματος, η σχέση (2.23) παίρνει τη μορφή ολοκληρώματος από $-\infty$ έως $+\infty$, τα δε αντίστοιχα φάσματα πλάτους και φάσης αποτελούνται από άπειρο αριθμό γραμμών σε μηδενική απόσταση η μια από την άλλη και, επομένως, γίνονται συνεχή [σχήμα 2.15(β)].



Σχήμα 2.15. (α) Φάσματα γραμμών πλάτους και φάσης περιοδικού σήματος, (β) Συνεχή φάσματα πλάτους και φάσης μη περιοδικού σήματος

Έτσι, εφόσον κάθε σήμα, που περιγράφεται ως συνάρτηση του χρόνου, μπορεί να αναλυθεί σε ημιτονικές συνιστώσες, έπεται ότι μπορεί να παρασταθεί και ως συνάρτηση της συχνότητας και να βρεθεί το φάσμα πλάτους και φάσης του. Αυτή η αλλαγή του πεδίου παράστασης ενός σήματος είναι μια διαδικασία μετασχηματισμού της αντίστοιχης συνάρτησης ορισμού του που λέγεται μετασχηματισμός Fourier.

Κάθε τέτοιος μετασχηματισμός⁸ είναι μια μαθηματική πράξη με σαφή φυσική σημασία, η οποία, καθώς δεν πε-

⁸ Υπάρχει και ο μετασχηματισμός Laplace με τον οποίο η επίλυση διαφορικών εξισώσεων στο πεδίο του χρόνου μπορεί να μετα-

ριορίζεται μόνο σε συναρτήσεις που περιγράφουν σήματα, ούτε μόνο στην εναλλαγή μεταξύ των πεδίων χρόνου και συχνότητας, αποτελεί μια διαδικασία επεξεργασία των σημάτων και ανάλυσης των χαρακτηριστικών λειτουργίας κυκλωμάτων και συστημάτων. Πράγματι, με τον ίδιο ακριβώς τρόπο και με τον κατάλληλο κάθε φορά μετασχηματισμό περιγράφεται η χρονική ή η συχνοτική συμπεριφορά ενός κυκλώματος ή, αλλιώς, ορίζεται η αντίστοιχη συνάρτηση λειτουργίας του στο πεδίο του χρόνου ή της συχνότητας.

2.6 Επεξεργασία των σημάτων

Η διαδικασία ανάδειξης της «πληροφορίας», που περιέχεται σ' ένα σήμα, είναι γνωστή με την ονομασία **επεξεργασία σήματος** και περιλαμβάνει το σύνολο των τεχνικών, που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό. Σκοπός της επεξεργασία ενός σήματος μπορεί να είναι π.χ. η βελτίωση της ποιότητας του σήματος, η απόρριψη ανεπιθύμητων συνιστωσών, η ανάδειξη χαρακτηριστικών ιδιοτήτων, κ.λπ., έχει δε ως αποτέλεσμα την ανάδειξη της αναζητούμενης πληροφορίας στην επιθυμητή μορφή.

Οι τεχνικές επεξεργασίας διακρίνονται σε αναλογικές και σε ψηφιακές, ανάλογα με το αν τα κυκλώματα ή συστήματα, που χρησιμοποιούνται, είναι αναλογικά ή ψηφιακά και ανεξαρτήτως του αν τα σήματα είναι αναλογικά ή ψηφιακά. Διακρίνονται επίσης, στις τεχνικές με τις οποίες υπολογίζονται μεγέθη και παράμετροι που σχετίζονται με το σύστημα απ' το οποίο προέρχεται ένα σήμα και σ' εκείνες με τις οποίες υπολογίζονται χαρακτηριστικά του σήματος ή μεταβάλλεται το ίδιο το σήμα. Στην πρώτη περίπτωση, η επεξεργασία λέγεται παραμετρική, ενώ, στη δεύτερη, μη παραμετρική. Παραμετρική επεξεργασία αποτελεί π.χ. η ανάλυση των σημάτων φωνής, που έχει ως σκοπό τον προσδιορισμό των παραμέτρων εκείνων που χαρακτηρίζουν το «μηχανισμό παραγωγής» της, δηλ. το σύστημα της φωνητικής οδού.

Σε αντιδιαστολή, μη παραμετρική επεξεργασία είναι οι διάφορες πράξεις επί των ίδιων των σημάτων, καθώς και οι διάφοροι μετασχηματισμοί με τους οποίους ένα σήμα «μεταφέρεται» σε άλλο χώρο ορισμού, όπου η εξαγωγή ή η αναζήτηση της περιεχόμενης «πληροφορίας» μπορεί να είναι πιο απλή. Οι πράξεις αυτές μπορεί να είναι είτε το μαθηματικό ισοδύναμο απλών ή συνδυασμένων μορφών λειτουργίας κυκλωμάτων ή συστημάτων, είτε μια διαδικασία μετασχηματισμού των σημάτων για την διευκόλυνση της μελέτης της λειτουργίας των κυκλωμάτων και των σημάτων απόκρισής τους. Κάθε τέτοιος μετασχηματισμός είναι εξ ορισμού αντιστρεπτός και ισοδυναμεί με μια αντιστρεπτή μεταβολή της συνάρτησης ενός σήματος. Ως εκ τούτου, αποτελεί ιδιαίτερα αποδοτική και διαδεδομένη τεχνική επεξεργασίας. Για παράδειγμα, με τη χρήση του ζεύγους μετασχηματισμών Fourier, ένα σήμα χρόνου μεταφέρεται στο πεδίο της συχνότητας και αντιστρόφως. Αντίστοιχα, με την εκτέλεση κατάλληλων πράξεων, ένα σήμα συνεχούς χρόνου μπορεί να μετατραπεί σε σήμα διακριτού χρόνου ή ένα αναλογικό σήμα να μετατραπεί σε ψηφιακό και αντιστρόφως.

Γενικώς, οι βασικές πράξεις επί των σημάτων διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, τις πράξεις μετατροπής στο χρόνο και τις πράξεις μετατροπής πλάτους. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν πράξεις όπως η χρονική μετατόπιση ή μετάθεση, δηλ. η μετακίνηση ενός σήματος κατά μήκος του άξονα του χρόνου⁹, η αλλαγή χρονικής κλίμακας, δηλ. χρονική συστολή ή διαστολή ενός σήματος, και η ανάκλαση¹⁰. Στη δεύτερη κατηγορία, κατατάσσονται πράξεις όπως ο πολλαπλασιασμός (ή διαίρεση) σήματος με μια σταθερά, δηλ. η ενίσχυση (ή υποβιβασμός) του πλάτους του, η άθροιση (ή διαφορά) σημάτων, ο πολλαπλασιασμός μεταξύ σημάτων, καθώς και ο συγκερασμός ή συνέλιξη¹¹.

2.7 Ταξινόμηση συστημάτων / κυκλωμάτων

Η θεώρηση της λειτουργίας των κυκλωμάτων ως διαδικασία επεξεργασίας σημάτων, που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 1.6, μαζί με τα όσα αναφέρθηκαν τόσο για τα διάφορα είδη και κατηγορίες σημάτων, όσο και για την παραμετρική και μη επεξεργασία τους, επιτρέπουν την ταξινόμηση των διαφόρων κυκλωμάτων / συστημάτων με βάση τις ιδιότητές, που παρουσιάζουν κατά τη λειτουργία τους.

Οι κατηγορίες συστημάτων, που προκύπτουν με τον τρόπο αυτό, αντιστοιχούν σε περιορισμούς για το μέγεθος K της γενικής σχέσης (1.42). Το μέγεθος αυτό, περιγράφοντας τη λειτουργία ενός συστήματος, δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένας τελεστής S , ο οποίος, δρώντας στο σήμα εισόδου $x(t)$, έχει ως αποτέλεσμα το σήμα εξόδου $y(t)$, δηλ. $y(t)=S[x(t)]$. Έτσι, η μελέτη κάθε συστήματος περιλαμβάνει γενικώς τέσσερις φάσεις¹²:

- ανάλυση της λειτουργίας του συστήματος με τη μελέτη των σημάτων εισόδου και εξόδου του στο πεδίο του

φερθεί σε επίλυση αντίστοιχων αλγεβρικών εκφράσεων στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας.

9 Π.χ. η χρονική στιγμή εμφάνισής t_0 των σημάτων βήματος και κρουστικού παλμού, όπως φαίνεται στα σχήματα 2.4(α) και 2.11, αντίστοιχα, δείχνει την καθυστέρησή τους κατά t_0 ως προς τη στιγμή $t=0$.

10 Η ανάκλαση ενός σήματος προσδιορίζεται ως προς κάποιο σημείο του άξονα του χρόνου. Έτσι, η ανάκλαση του σήματος $x(t)$ στο σημείο $t=0$ θα είναι ένα σήμα $x(-t)$, του οποίου το πλάτος (δηλ. τελικά η ενέργεια) θα εξαρτάται από το είδος της ανάκλασης (διάχυτη ή κατοπτρική).

11 Η πράξη του συγκερασμού ή της συνέλιξης (convolution) μεταξύ σημάτων (ή ακόμα και ενός σήματος και ενός συστήματος) με συναρτήσεις $f_1(t)$ και $f_2(t)$ στο πεδίο του χρόνου αντιστοιχεί σε πράξη πολλαπλασιασμού στο πεδίο της συχνότητας των μετασχηματισμένων (κατά Fourier ή Laplace) συναρτήσεων $F_1(\cdot)$ και $F_2(\cdot)$.

12 Οι φάσεις αυτές περιγράφουν ουσιαστικά το αντικείμενο της Θεωρίας Κυκλωμάτων, τόσο όσον αφορά στην Ανάλυση, όσο και στη Σύνθεση Κυκλωμάτων με μια απλή αλλαγή της σειράς τους.

- χρόνου και (αν χρειάζεται) στο πεδίο της συχνότητας,
- ανάδειξη του κατάλληλου πρότυπου ή μοντέλου του με την εύρεση των βασικών μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν τη λειτουργία του,
- προσδιορισμός εκείνων των παραμέτρων του μοντέλου, με τη μεταβολή των οποίων, αυτό θα περιγράψει καλύτερα την πραγματική λειτουργία του συστήματος, και
- αξιολόγηση του μοντέλου που επιλέχτηκε με βάση κάποια κριτήρια.

Παρακάτω, περιγράφονται συνοπτικά οι βασικές κατηγορίες συστημάτων στις οποίες κατατάσσονται τα κυκλώματα που θα μας απασχολήσουν στη συνέχεια. Στις κατηγορίες αυτές δεν περιλαμβάνεται η ταξινόμηση των συστημάτων ανάλογα με το πλήθος των εισόδων ή εξόδων τους, ούτε η διάκρισή τους σε συστήματα συνεχούς ή διακριτού χρόνου¹³.

2.7.1 Γραμμικά συστήματα

Ως γραμμικό ορίζεται κάθε σύστημα (ή κύκλωμα) για το οποίο ισχύουν οι αρχές της επαλληλίας ή υπέρθεσης (superposition) και της αναλογίας.

Αυτό σημαίνει ότι αν το σήμα εισόδου $x(t)$ ενός συστήματος μπορεί να αναλυθεί σ' ένα άθροισμα σημάτων $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$, με αντίστοιχους συντελεστές βάρους w_1, w_2, \dots, w_n , τότε το σήμα εξόδου $y(t)$ του θα είναι η επαλληλία ή η υπέρθεση όλων των επί μέρους αποκρίσεων του συστήματος σε καθένα απ' αυτά τα σήματα εισόδου. Πράγματι, χρησιμοποιώντας το συμβολισμό: είσοδος \xrightarrow{s} έξοδος για τη λειτουργία ενός συστήματος, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, θα ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \xrightarrow{s} y_1(t) \\ x_2(t) \xrightarrow{s} y_2(t) \end{array} \right\} \Rightarrow [x_1(t) + x_2(t)] \xrightarrow{s} [y_1(t) + y_2(t)] \quad (2.24)$$

και, σύμφωνα με την αρχή της αναλογίας,

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \xrightarrow{s} y_1(t) \\ w_1 = \text{σταθ.} \end{array} \right\} \Rightarrow w_1 \cdot x_1(t) \xrightarrow{s} w_1 \cdot y_1(t) \quad (2.25)$$

οπότε για

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \xrightarrow{s} y_1(t), x_2(t) \xrightarrow{s} y_2(t), \dots, x_n(t) \xrightarrow{s} y_n(t) \\ w_1, w_2, \dots, w_n : \text{σταθερές} \end{array} \right\}$$

τότε για κάθε γραμμικό σύστημα ή κύκλωμα θα ισχύει:

$$[w_1 x_1(t) + w_2 x_2(t) + \dots + w_n x_n(t)] \xrightarrow{s} [w_1 y_1(t) + w_2 y_2(t) + \dots + w_n y_n(t)] \quad (2.26)$$

και, αντιστρόφως, αν για ένα σύστημα (κύκλωμα) ισχύει μια σχέση σαν τη (2.26), αυτό θα είναι γραμμικό.

Προφανώς, αν η είσοδος σ' ένα γραμμικό σύστημα είναι μηδενική, τότε και η έξοδος του θα είναι μηδενική. Αυτό σημαίνει ότι αν για ένα σύστημα ή κύκλωμα ισχύει: $x(t) \xrightarrow{s} y(t) + \alpha$, με $\alpha = \text{σταθ.}$, τότε το σύστημα αυτό δεν είναι γραμμικό. Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα χαρακτηρίζεται ως διαφορικά γραμμικό, με την έννοια ότι αυτό θα είναι γραμμικό ως προς τις μεταβολές στην είσοδό του, δηλ.:

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \xrightarrow{s} y_1(t) + \alpha \\ x_2(t) \xrightarrow{s} y_2(t) + \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow [x_1(t) - x_2(t)] \xrightarrow{s} [y_1(t) - y_2(t)] \quad (2.27)$$

2.7.2 Αντιστρεπτά συστήματα

Ένα σύστημα ή κύκλωμα, με γνωστή τη σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου, λέγεται αντιστρεπτό όταν, χρησιμοποιώντας 13 Όπως έχει αναφερθεί εμμέσως στην παράγραφο 2.2, ως συστήματα διακριτού χρόνου θεωρούνται οι διάφοροι αλγόριθμοι αριθμητικής ανάλυσης ή προσομοίωσης πραγματικών συστημάτων συνεχούς χρόνου, καθώς επίσης και τα διάφορα ψηφιακά συστήματα ή κυκλώματα, τα οποία όμως χαρακτηρίζονται έτσι λόγω των σημάτων που δέχονται ή αποδίδουν στην έξοδό τους. Σε κάθε περίπτωση όμως, οι ιδιότητες των διαφόρων κατηγοριών συστημάτων μπορούν να διατυπωθούν με ισοδύναμη μορφή και ως εκφράσεις διακριτού χρόνου.

ως είσοδο την έξοδο και ως έξοδο την είσοδο, η σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου παραμένει η ίδια, δηλ. θα ισχύει ότι αν $x(t) \xrightarrow{s} y(t)$, τότε ισχύει και ότι $y(t) \xrightarrow{s^{-1}} x(t)$. Ισχύει επίσης και το αντίστροφο, καθώς και ότι αν ένα αντιστρεπτό σύστημα συνδεθεί σε σειρά με το αντεστραμμένο του, τότε ο συνδυασμός τους θα δίνει ένα ταυτοτικό σύστημα.

2.7.3 Αιτιατά και μη αιτιατά συστήματα

Ως αιτιατό ή αιτιοκρατικό χαρακτηρίζεται κάθε σύστημα που δεν εμφανίζει σήμα εξόδου, πριν εφαρμοσθεί σήμα εισόδου, δηλ. αν $x(t) \xrightarrow{s} y(t)$ και $x(t)=0$ για $t < t_0$, τότε θα είναι και $y(t)=0$ για $t < t_0$. Αντιθέτως, αν ισχύει $y(t) \neq 0$ για $t < t_0$ δηλ. πριν εφαρμοσθεί σήματος εισόδου $x(t)$ τη στιγμή t_0 ή αν $x(t)=0$ για $t < t_0$, τότε το σύστημα λέγεται μη αιτιατό.

Για παράδειγμα, ένα σύστημα για το οποίο ισχύει $x(t) \xrightarrow{s} y(t) + a$, με $a = \text{σταθ.}$, είναι μη αιτιατό.

2.7.4 Χρονικώς αναλλοίωτα συστήματα

Τα χρονικώς αναλλοίωτα συστήματα είναι αυτά των οποίων η λειτουργία δεν μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου ή, αλλιώς, η μετάθεση στο χρόνο του σήματος εισόδου τους θα έχει ως αποτέλεσμα την ίδια ακριβώς μετάθεση του σήματος εξόδου. Έτσι, αν $x(t) \xrightarrow{s} y(t)$, τότε θα ισχύει και $x(t \pm \tau) \xrightarrow{s} y(t \pm \tau)$.

2.7.5 Συστήματα με μνήμη και χωρίς μνήμη

Τα συστήματα με μνήμη είναι συστήματα, η τιμή του σήματος εξόδου των οποίων σε κάθε χρονική στιγμή εξαρτάται όχι μόνον από την τιμή του σήματος εισόδου κατά τη στιγμή εκείνη αλλά και από προηγούμενες τιμές του, δηλ. από την «προϊστορία» του. Αντιθέτως, τα συστήματα χωρίς μνήμη είναι συστήματα, η τιμή του σήματος εξόδου των οποίων σε κάθε χρονική στιγμή εξαρτάται αποκλειστικά και μόνον από την τιμή του σήματος εισόδου κατά τη στιγμή εκείνη.

2.7.6 Ευσταθή και ασταθή συστήματα

Ως ευσταθές χαρακτηρίζεται γενικώς ένα σύστημα όταν, για ένα σήμα εισόδου με φραγμένη συνάρτηση στο πεδίο ορισμού της, η απόκρισή του είναι ένα σήμα, η συνάρτησή του οποίου είναι επίσης φραγμένη¹⁴, δηλ. για $|x(t)| < C_1$, $0 \leq t < \infty$ θα είναι και $|y(t)| < C_2$, $0 \leq t < \infty$, όπου C_1 και C_2 είναι πραγματικές, θετικές και πεπερασμένες ποσότητες. Σε αντίθετη περίπτωση, το σύστημα λέγεται ασταθές.

Η ευστάθεια μαζί με την αιτιότητα αποτελούν τις απαραίτητες ιδιότητες - προϋποθέσεις για τη σύνθεση ενός συστήματος ή κυκλώματος. Έτσι, για παράδειγμα, όταν ζητείται η υλοποίηση ενός συστήματος με συγκεκριμένη λειτουργία για μια κατηγορία σημάτων εισόδου, δηλ. είναι δεδομένο το $x(t)$ όπως και η σχέση $x(t) \xrightarrow{s} y(t)$, τότε το ζητούμενο σύστημα θα είναι και αιτιατό και ευσταθές.

2.8 Παραδείγματα συστημάτων / κυκλωμάτων

Στην παράγραφο αυτή, παρουσιάζονται απλά κυκλώματα της Ηλεκτρονικής και εξετάζονται συνοπτικά οι ιδιότητες που χαρακτηρίζουν θεωρητικώς τη λειτουργία τους ως συστημάτων επεξεργασίας σημάτων. Τα κυκλώματα αυτά, ανεξάρτητα από την τοπολογία και το είδος των στοιχείων τους, αποτελούν τις συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες βασικές «δομικές μονάδες» πιο σύνθετων κυκλωμάτων, η δε λειτουργία τους αντιστοιχεί σε απλές μαθηματικές πράξεις. Επίσης, η μαθηματική περιγραφή αυτής της λειτουργίας τους είναι περιγραφή στο πεδίο του χρόνου, που μπορεί όμως να μεταφερθεί, με τον κατάλληλο μετασχηματισμό, στην ισοδύναμη περιγραφή τους στο πεδίο της συχνότητας, όταν ζητείται η μελέτη της συμπεριφοράς τους στο πεδίο αυτό.

2.8.1 Κυκλώματα ενίσχυσης σημάτων

Η πιο απλή και κοινή μορφή λειτουργίας ενός ηλεκτρονικού κυκλώματος είναι ο πολλαπλασιασμός του σήματος εισόδου επί μια σταθερά με τιμή ένα πραγματικό αριθμό, π.χ. A , δηλ.:

$$x(t) \xrightarrow{A} y(t) \quad \text{ή, αλλιώς,} \quad y(t) = A \cdot x(t) \quad (2.28)$$

Αν $|A| > 1$, τότε η λειτουργία του κυκλώματος έχει ως αποτέλεσμα ένα σήμα εξόδου, όμοιο με το σήμα εισόδου, αλλά με πλάτος ενισχυμένο κατά A φορές. Στην περίπτωση αυτή, το κύκλωμα (ή το σύστημα) ονομάζεται ενισχυτής, και,

¹⁴ Η έννοια της ευστάθειας, καθώς και οι προϋποθέσεις για την ευσταθή λειτουργία ενός συστήματος, σχετίζονται με τη λεγόμενη συνάρτηση μεταφοράς του, που, όπως θα δούμε στην παράγραφο 4.5, περιγράφει μαθηματικώς την αντίστοιχη λειτουργία του στο πεδίο της συχνότητας.

μάλιστα αν το σήμα εισόδου είναι σήμα τάσης, θα λέγεται ενισχυτής τάσης, ενώ, αν είναι σήμα (έντασης) ρεύματος, θα λέγεται ενισχυτής ρεύματος. Αντιστοίχως, η σταθερά A ονομάζεται συντελεστής ενίσχυσης τάσης ή έντασης ρεύματος, ή, απλώς, ενίσχυση ή απολαβή τάσης ή ρεύματος.

Αν $|A| < 1$, τότε είναι φανερό ότι το κύκλωμα δεν ενισχύει το σήμα εισόδου αλλά το υποβιβάζει, δηλ. θα είναι ένα κύκλωμα υποβιβασμού τάσης ή ρεύματος με τη σταθερά A να λέγεται συντελεστής υποβιβασμού.

Όπως φαίνεται από τη σχέση (2.28), κάθε ιδανικό κύκλωμα ενίσχυσης ή υποβιβασμού σημάτων είναι ένα γραμμικό, αιτιατό, χωρίς μνήμη, χρονικά αναλλοίωτο και ευσταθές σύστημα. Έτσι κάθε πραγματικό τέτοιου κύκλωμα, θα πρέπει να προσεγγίζει αυτές τις ιδιότητες.

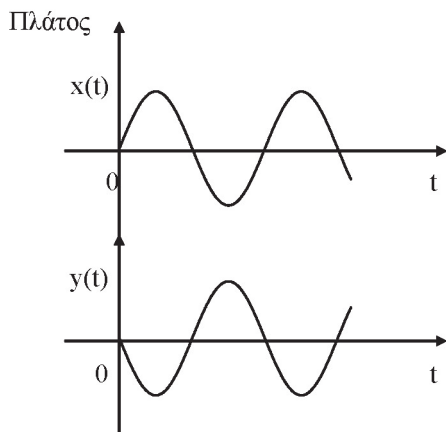
Πρέπει επίσης να παρατηρηθεί ότι αν και τα κυκλώματα ενίσχυσης ή υποβιβασμού δεν είναι αντιστρεπτά συστήματα, για κάθε κύκλωμα ενίσχυσης S ή υποβιβασμού S^{-1} υπάρχει ένα αντίστοιχο κύκλωμα υποβιβασμού S^{-1} ή ενίσχυσης S , τέτοιο ώστε η σύνδεσή τους σε σειρά να δίνει ένα ταυτοτικό σύστημα.

Συνήθως, τα κυκλώματα υποβιβασμού τάσης ή ρεύματος είναι παθητικά κυκλώματα με την ισχύ του σήματος εξόδου τους να είναι πάντοτε μικρότερη από την ισχύ του σήματος εισόδου. Αντιθέτως, τα κυκλώματα ενίσχυσης είναι ενεργά κυκλώματα καθώς για τη λειτουργία τους απαιτείται πρόσθετη πηγή ηλεκτρικής ενέργειας, έτσι ώστε η ισχύς του σήματος εξόδου να είναι μεγαλύτερη ή ίση της ισχύος του σήματος εισόδου.

Μια ειδική περίπτωση, κυκλωμάτων ενίσχυσης ή υποβιβασμού είναι τα κυκλώματα αλλαγής προσήμου, δηλ. κυκλώματα με λειτουργία της μορφής:

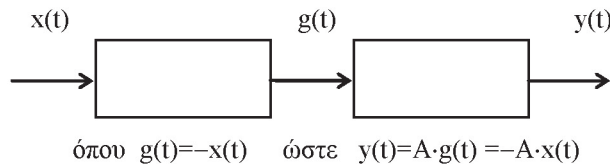
$$x(t) \xrightarrow{-1} y(t) \text{ ή, αλλιώς, } y(t) = -x(t) \quad (2.29)$$

Τα κυκλώματα αυτά λέγονται και κυκλώματα αναστροφής, καθώς η δράση τους σ' ένα ημιτονικό σήμα ισοδυναμεί, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.16, με την εισαγωγή μιας διαφοράς φάσης 180 μοιρών σ' αυτό.



Σχήμα 2.16. Σήματα εισόδου και εξόδου κυκλώματος αναστροφής ή αλλαγής προσήμου.

Πολλές φορές η αναστροφή σήματος εμπεριέχεται στη λειτουργία ενίσχυσης και γι αυτό χρησιμοποιείται ο συμβολισμός του απόλυτου στη σταθερά A της σχέσης (2.28). Σε τέτοιες περιπτώσεις, η σχηματική παράσταση του αντίστοιχου συστήματος ισοδυναμεί με τη σύνδεση σε σειρά δύο επί μέρους συστημάτων, όπου το ένα εκτελεί τον πολλαπλασιασμό και το άλλο την αλλαγή προσήμου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.17.



Σχήμα 2.17. Σχηματική παράσταση λειτουργίας αναστροφής και ενίσχυσης σημάτων με σύνδεση σε σειρά δύο κατάλληλων συστημάτων.

2.8.2 Κυκλώματα πρόσθεσης σημάτων

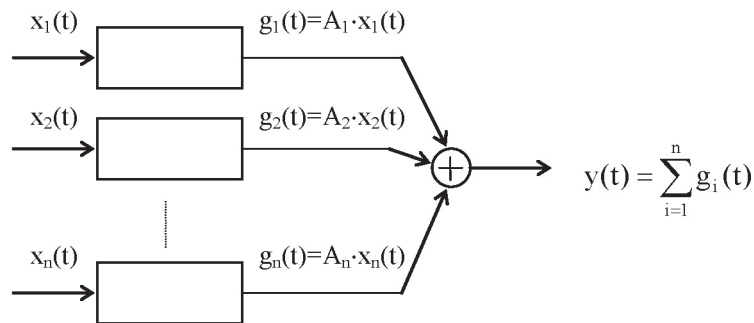
Πρόκειται για κυκλώματα, τα οποία, όπως δηλώνει η ονομασία τους παρέχουν στην έξοδό τους το αλγεβρικό άθροισμα δύο ή περισσότερων σημάτων. Συγκεκριμένα η λειτουργία ενός τέτοιου κυκλώματος έχει τη γενική μορφή:

$$y(t) = A_1 x_1(t) + A_2 x_2(t) + \dots + A_n x_n(t)$$

(2.30)

όπου οι σταθερές A_1, A_2, \dots, A_n είναι οι συντελεστές ενίσχυσης ή υποβιβασμού των επί μέρους σημάτων και μπορούν να είναι θετικοί ή αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί.

Στο σχήμα 2.18 απεικονίζεται η λειτουργία της σχέσης (2.30) ως άθροισμα της λειτουργίας επί μέρους συστημάτων. Στην περίπτωση αυτή, κάθε ένα απ' αυτά τα συστήματα μπορεί να έχει τη λειτουργία κυκλώματος ενίσχυσης και αλλαγής προσήμου με τις αντίστοιχες ιδιότητές του, το συνολικό δε κύκλωμα ή σύστημα θα συνδυάζει τις κοινές ιδιότητες όλων των επί μέρους συστημάτων¹⁵.

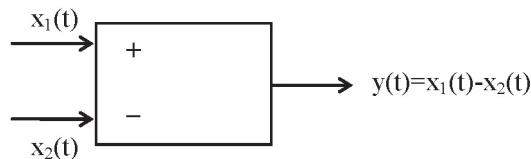


Σχήμα 2.18. Σχηματική παράσταση λειτουργίας συστήματος πρόσθεσης σημάτων.

Ειδική περίπτωση αποτελεί η λειτουργία διαφοράς δύο σημάτων, που φαίνεται στο σχήμα 2.19 και έχει τη μορφή:

$$y(t) = x_1(t) - x_2(t)$$

(2.31)



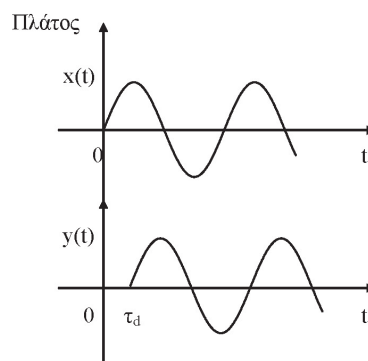
Σχήμα 2.19. Σχηματική παράσταση κυκλώματος διαφοράς σημάτων.

2.8.3 Κυκλώματα χρονικής καθυστέρησης

Η λειτουργία του κυκλώματος αυτού είναι η εισαγωγή μιας σταθερής χρονικής καθυστέρησης τ_d στο σήμα εισόδου του, έτσι ώστε, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.20, να ισχύει:

$$y(t) = x(t - \tau_d)$$

(2.32)



Σχήμα 2.20. Σήματα εισόδου και εξόδου κυκλώματος σταθερής χρονικής καθυστέρησης τ_d

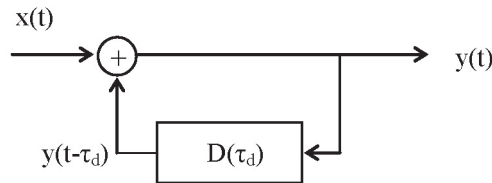
¹⁵ Αυτό ισχύει για κάθε συνδυασμό κυκλωμάτων που αποτελούν ένα σύνθετο σύστημα ή κύκλωμα, αλλά μόνο για ιδιότητες όπως η γραμμικότητα, η αιτιότητα, το χρονικώς αναλλοίωτο και η ευστάθεια. Έτσι, αν ένα από τα επί μέρους συστήματα είναι αντιστρεπτό, αυτό δεν σημαίνει ότι και το συνολικό σύστημα θα είναι αντιστρεπτό, ενώ, αντιθέτως, αν ένα απ' αυτά είναι σύστημα με μνήμη, η ιδιότητα αυτή θα χαρακτηρίζει και το συνολικό σύστημα. Με άλλα λόγια, οι ιδιότητες ενός σύνθετου συστήματος μπορούν να προσδιοριστούν μόνο μετά από την εξέταση όλων των ιδιοτήτων όλων των επί μέρους συστημάτων.

Από πλευράς ιδιοτήτων, τα κυκλώματα χρονικής καθυστέρησης είναι γραμμικά, αιτιατά, χρονικώς αναλλοίωτα, μη αντιστρεπτά και ευσταθή συστήματα, η υλοποίησή τους όμως ως αναλογικά κυκλώματα δεν είναι τόσο απλή όσο εκ πρώτης όψεως δείχνει η σχέση (2.32). Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά σε διατάξεις επεξεργασίας σημάτων διακριτού χρόνου, όπου η επιλογή του χρονικού διαστήματος τ_d γίνεται σε ακέραια πολλαπλάσια της μονάδας χρόνου που χρησιμοποιείται.

Μια ιδιαίτερα χρήσιμη εφαρμογή των κυκλωμάτων σταθερής χρονικής καθυστέρησης είναι η χρήση τους στην υλοποίηση κυκλωμάτων με μνήμη. Πράγματι, παρατηρώντας τη διάταξη του σχήματος 2.21, προκύπτει εύκολα ότι το σήμα εξόδου $y(t)$ θα δίνεται απ' τη σχέση:

$$y(t) = x(t) + y(t - \tau_d) \quad (2.33)$$

που περιγράφει ένα τυπικό κυκλώματος με μνήμη, με την έννοια ότι το σήμα εξόδου εξαρτάται τόσο από την τρέχουσα τιμή του σήματος εισόδου του, όσο και από την καθυστερημένη τιμή του ίδιου του σήματος εξόδου.



Σχήμα 2.21. Σχηματική παράσταση απλού κυκλώματος με μνήμη.

2.8.4 Κυκλώματα διαφόρισης και ολοκλήρωσης

Τα κυκλώματα αυτά παίρνουν την ονομασία τους από τη μαθηματική περιγραφή της λειτουργίας τους. Συγκεκριμένα, ως κύκλωμα διαφόρισης ορίζεται το κύκλωμα που ως σήμα εξόδου του είναι η χρονική παράγωγος του σήματος εισόδου, δηλ.:

$$x(t) \xrightarrow{d/dt} y(t) \quad \text{ή} \quad y(t) = \frac{d[x(t)]}{dt} \quad (2.34)$$

Αντιστοίχως, ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης δίνει ως σήμα εξόδου το ολοκλήρωμα του σήματος εισόδου για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα ολοκλήρωσης, δηλ.:

$$x(t) \xrightarrow{\int_0^t d\tau} y(t) \quad \text{ή} \quad y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau \quad (2.35)$$

με την προϋπόθεση ότι οι αρχικές συνθήκες είναι τέτοιες ώστε η έξοδος του κυκλώματος να είναι μηδενική πριν από την εφαρμογή του σήματος εισόδου, δηλ. να ισχύει η αιτιότητα.

Η λειτουργία των κυκλωμάτων διαφόρισης και ολοκλήρωσης καθορίζεται από μια παράμετρο χρόνου ως προς τη χρονική εξέλιξη των σημάτων εισόδου. Η παράμετρος αυτή λέγεται σταθερά χρόνου και εξαρτάται από τα στοιχεία τ κυκλώματος, καθώς, όπως θα φανεί στο Κεφάλαιο 4, σχετίζεται άμεσα με τη χρονική και συχνοτική συμπεριφορά του. Έτσι, ενώ θεωρητικά ο προσδιορισμός των αντίστοιχων σημάτων εξόδου έγκειται απλώς στην εύρεση της χρονικής παραγώγου ή του ολοκληρώματος της συνάρτησης του σήματος εισόδου, στην πράξη, η κυματομορφή του σήματος εξόδου είναι μια προσέγγιση της θεωρητικής που εξαρτάται από τη σταθερά χρόνου του κυκλώματος σε συσχέτισμό με τη χρονική περιγραφή του σήματος εισόδου.

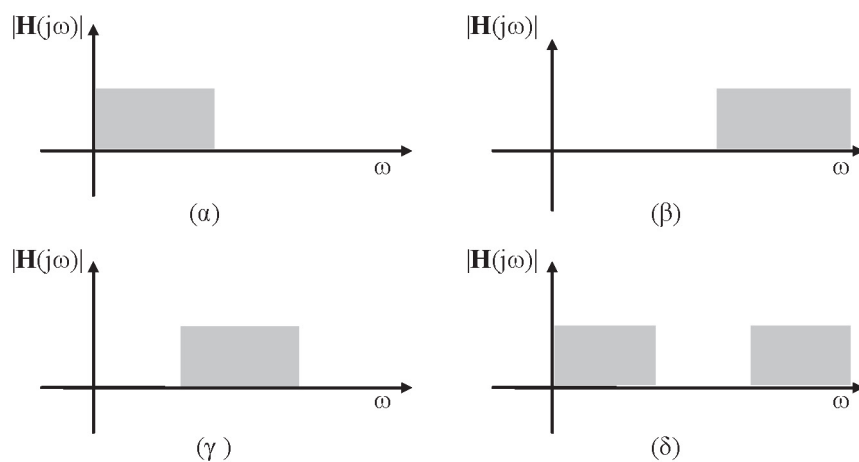
Τα κυκλώματα διαφόρισης και ολοκλήρωσης είναι γραμμικά, μη αντιστρεπτά και χρονικώς αναλλοίωτα συστήματα, στα οποία εξ ορισμού ενυπάρχει η έννοια της μνήμης, ενώ η ευστάθειά τους εξαρτάται τόσο από τα χαρακτηριστικά υλοποίησής τους, όσο και από αυτά των σημάτων. Ακόμη, ενώ το κύκλωμα διαφόρισης είναι αιτιατό, το κύκλωμα ολοκλήρωσης θα είναι αιτιατό ή όχι, ανάλογα με τις αρχικές συνθήκες του.

Τέλος, πρέπει να τονισθεί ότι τα κυκλώματα διαφόρισης, όπως δείχνει και η σχέση (2.34), αποκρίνονται μόνο στις εναλλασσόμενες συνιστώσες του σήματος εισόδου τους. Δηλ. η χρήση ενός κυκλώματος διαφόρισης οδηγεί στην απόρριψη κάθε DC συνιστώσας από ένα σήμα. Αντιστοίχως, συγκρίνοντας τη σχέση (2.35) με τη σχέση (2.20), προκύπτει αμέσως ότι με την κατάλληλη χρήση ενός κυκλώματος ολοκλήρωσης μπορεί να ληφθεί η μέση τιμή ενός σήματος για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

2.8.5 Κυκλώματα διέλευσης ή απόρριψης συχνοτήτων

Τα κυκλώματα διέλευσης ή απόρριψης συχνοτήτων είναι τα γνωστά φίλτρα. Πρόκειται για γραμμικά, χρονικώς αναλλοίωτα και, κατά κανόνα, αιτιατά κυκλώματα, η λειτουργία των οποίων χαρακτηρίζεται από την επιλεκτική δράση στα σήματα εισόδου ανάλογα με το συχνοτικό περιεχόμενό τους, δηλ. το φάσμα συχνοτήτων των συνιστωσών τους. Η λειτουργία αυτή, που γίνεται πιο εύκολα κατανοητή στο πεδίο της συχνότητας, ονομάζεται φιλτράρισμα και έχει ως αποτέλεσμα τη διέλευση ενός μέρους του φάσματος συχνοτήτων του σήματος εισόδου, με ή χωρίς ενίσχυση του πλάτους των αντίστοιχων συνιστωσών του, και, ταυτόχρονα, την απόρριψη του υπόλοιπου φάσματος με τη σχετική μείωση ή και το μηδενισμό του πλάτους των υπόλοιπων συνιστωσών. Με άλλα λόγια, τα φίλτρα είναι κυκλώματα, τα οποία, στην ιδανική τους μορφή, εμφανίζουν σταθερή απολαβή για σήματα με συχνότητες των οποίων επιτρέπεται η διέλευση και μηδενική απολαβή για σήματα με συχνότητες που «αποκόπτονται».

Στο πεδίο του χρόνου, η μαθηματική λειτουργία ενός φίλτρου είναι η συνέλιξη (συγκερασμός) στο της συνάρτησης της λειτουργίας του κυκλώματος με τη συνάρτηση του σήματος εισόδου, ενώ, στο πεδίο της συχνότητας, είναι ο πολλαπλασιασμός των αντίστοιχα μετασχηματισμένων συναρτήσεων του κυκλώματος και του σήματος. Η συνάρτηση που περιγράφει τη συμπεριφορά ενός φίλτρου εξαρτάται από τα στοιχεία που το αποτελούν και στο πεδίο του χρόνου δίνει την κρουστική απόκρισή του, $h(t)$, στο δε πεδίο της συχνότητας, είναι η λεγόμενη *συνάρτηση μεταφοράς* $\mathbf{H}(j\omega)$, το μέτρο της οποίας, $H(\omega)=|\mathbf{H}(j\omega)|$, δίνει την απολαβή του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας. Στο σχήμα 2.22, δίνεται η γραφική παράσταση του $|\mathbf{H}(j\omega)|$ τεσσάρων ειδών φίλτρων, που δείχνει την ιδανική συχνοτική συμπεριφορά τους.



Σχήμα 2.22. Απεικόνιση ιδανικής συχνοτικής συμπεριφοράς φίλτρων: α) διέλευσης χαμηλών ή απόρριψης υψηλών συχνοτήτων, β) διέλευσης υψηλών ή απόρριψης χαμηλών συχνοτήτων, γ) διέλευσης ζώνης συχνοτήτων, και δ) απόρριψης ζώνης συχνοτήτων.

2.8.6 Κυκλώματα αναγνώρισης προσήμου

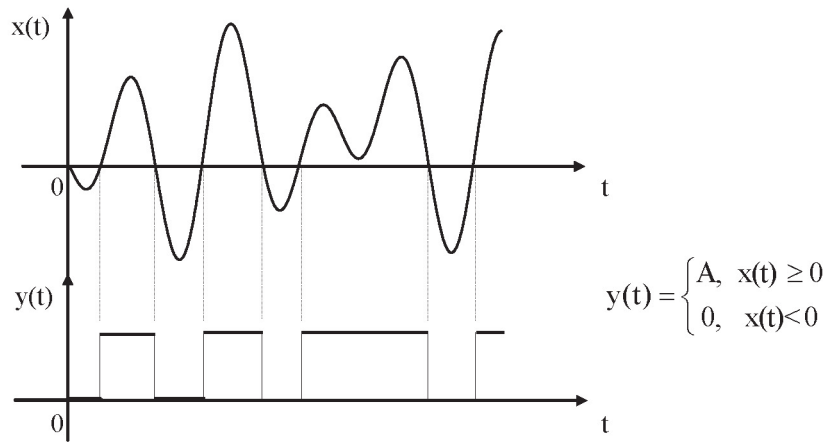
Τα κυκλώματα αναγνώρισης προσήμου, όπως δηλώνει και η ονομασία τους, είναι συστήματα το σήμα εξόδου των οποίων παίρνει μια συγκεκριμένη σταθερή τιμή πλάτους για θετικές τιμές πλάτους του σήματος εισόδου και μια άλλη σταθερή τιμή για τις αρνητικές. Είναι φανερό, ότι μια τέτοια λειτουργία είναι μη γραμμική, η δε μαθηματική της περιγραφή γίνεται με τη βοήθεια της συνάρτησης προσήμου $\text{sgn}(\cdot)$, δηλ.:

$$y(t) = \text{sgn}[x(t)] \tag{2.36}$$

όπου

$$\text{sgn}[x(t)] = \begin{cases} 1, & x(t) \geq 0 \\ 0, & x(t) < 0 \end{cases} \tag{2.37}$$

έτσι ώστε αν το σήμα εισόδου είναι μη αρνητικό η έξοδος να έχει π.χ. μια σταθερή θετική τιμή ενώ αν είναι αρνητικό να έχει μια σταθερή αρνητική τιμή. Μπορεί επίσης μια από τις δύο αυτές τιμές του σήματος εξόδου να είναι μηδέν. Στο σχήμα 2.23, δίνεται η κυματομορφή εξόδου ενός τέτοιου κυκλώματος όταν στην είσοδό του εφαρμόζεται ένα εναλλασσόμενο σήμα.

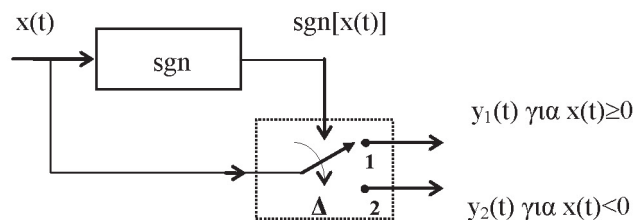


Σχήμα 2.23. Σήματα εισόδου και εξόδου κυκλώματος αναγνώρισης προσήμου.

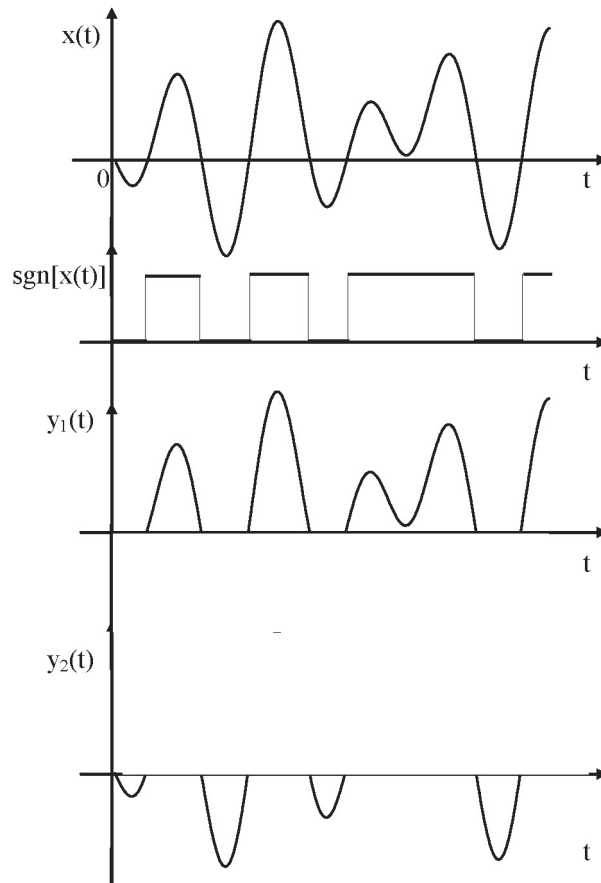
Μια ενδιαφέρουσα εφαρμογή των κυκλωμάτων αναγνώρισης προσήμου εκτός από αυτήν την ίδια την αναγνώριση είναι η χρήση τους σε διατάξεις διαχωρισμού των θετικών και αρνητικών μερών ενός σήματος, έτσι ώστε από ένα εναλλασσόμενο σήμα να λαμβάνονται δύο αντίθετης πολικότητας μεταβαλλόμενες συνιστώσες του.

Μια τέτοια διάταξη φαίνεται στο σχήμα 2.24, στην οποία ο διακόπτης Δ μετακινείται από τη θέση 1 στη θέση 2 ανάλογα με την έξοδο του κυκλώματος αναγνώρισης προσήμου του σήματος εισόδου $x(t)$. Έτσι, το σήμα εξόδου $y_1(t)$ θα αποτελείται μόνον από το θετικό μέρος του $x(t)$ και, αντίστοιχα, το $y_2(t)$ μόνον από το αρνητικό μέρος του $x(t)$. Αυτή η εξαρτημένη λειτουργία του διακόπτη Δ ισοδυναμεί με μια «χονδροειδή» μορφή ελέγχου της ροής του ηλεκτρικού ρεύματος ανάλογα με τη φορά του – δηλ. το πρόσημό του.

Ένα τέτοιο παράδειγμα κυματομορφών μετά από το διαχωρισμό ενός σήματος σε θετική και αρνητική συνιστώσα φαίνεται στο σχήμα 2.25, όπου από το εναλλασσόμενο σήμα εισόδου $x(t)$ προκύπτουν δύο μεταβαλλόμενα σήματα $y_1(t)$ και $y_2(t)$ με σταθερή πολικότητα, μια θετική και μια αρνητική. Η λειτουργία αυτή είναι, όπως λέγεται, μια λειτουργία απλής ανόρθωσης του $x(t)$.



Σχήμα 2.24. Σχηματική παράσταση της λειτουργίας συστήματος διαχωρισμού θετικού και αρνητικού μέρους σημάτων.



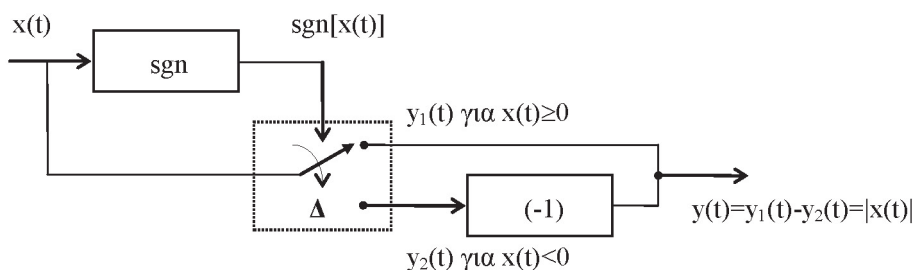
Σχήμα 2.25. Κυματομορφές κατά τη λειτουργία του συστήματος του σχήματος 2.24.

2.8.7 Κυκλώματα απόλυτης τιμής

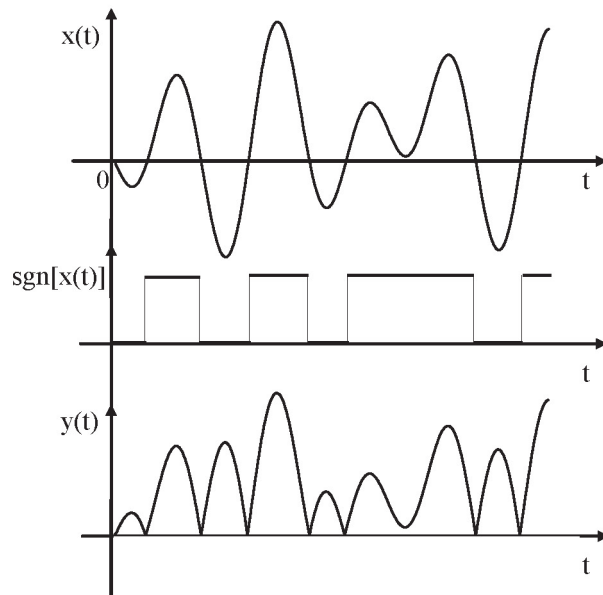
Πρόκειται για κυκλώματα τα οποία αποδίδουν στην έξοδό τους σήματα, η κυματομορφή των οποίων σε κάθε χρονική στιγμή έχει τιμή πλάτους την απόλυτη τιμή του πλάτους των αντίστοιχων σημάτων εισόδου, δηλ.:

$$x(t) \xrightarrow{\quad} y(t) \quad \text{ή} \quad y(t) = |x(t)| \quad (2.38)$$

Τα κυκλώματα αυτά είναι γραμμικά, αιτιατά, μη αντιστρεπτά, χρονικώς αναλλοίωτα και ευσταθή. Η λειτουργία τους, που λέγεται και **πλήρης ανόρθωση**, μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι αποτέλεσμα κατάλληλου συνδυασμού της εξαρτημένης λειτουργίας ενός διακόπτη από ένα κύκλωμα αναγνώρισης προσήμου και ενός κυκλώματος αλλαγής προσήμου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.26, ενώ, στο σχήμα 2.27, δίνονται οι αντίστοιχες κυματομορφές.



Σχήμα 2.26. Σχηματική παράσταση της λειτουργίας κυκλώματος απόλυτης τιμής σημάτων.



Σχήμα 2.27. Κυματομορφές κατά τη λειτουργία του συστήματος του σχήματος 2.26.

2.8.8 Κυκλώματα δειγματοληψίας αναλογικών σημάτων

Μια από τις σημαντικές πράξεις επεξεργασίας σημάτων είναι η μετατροπή ενός χρονικώς συνεχούς σήματος σε ένα ισοδύναμο σήμα διακριτού χρόνου. Η πράξη αυτή ονομάζεται δειγματοληψία και αποτελεί την πρώτη φάση στη διαδικασία μετατροπής ενός αναλογικού σήματος στο αντίστοιχο ψηφιακό. Επομένως, η δειγματοληψία είναι η «γέφυρα» μεταξύ αναλογικών και ψηφιακών τεχνικών επεξεργασίας σημάτων και, ταυτόχρονα, ο απαραίτητος συνδετικός κρίκος λειτουργίας μεταξύ αναλογικών και ψηφιακών κυκλωμάτων.

Στο πεδίο του χρόνου, η δειγματοληψία συνίσταται στη λήψη δειγμάτων του αναλογικού σήματος, δηλ. των τιμών πλάτους του, σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, που απέχουν μεταξύ τους ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα T_s , που λέγεται περίοδος δειγματοληψίας. Συνήθως, η περίοδος δειγματοληψίας διατηρείται σταθερή, οπότε η δειγματοληψία χαρακτηρίζεται ως ομοιόμορφη. Η επάρκεια ή «επιτυχία» της δειγματοληψίας ενός σήματος συνδέεται με τη συχνότητα λήψης των τιμών πλάτους, δηλ. τη συχνότητα δειγματοληψίας f_s (sampling frequency), για την οποία ισχύει $f_s = 1/T_s$.

Μια διαδικασία δειγματοληψίας θεωρείται «επιτυχής» όταν το διακριτό σήμα, που προκύπτει, διατηρεί τα βασικά χαρακτηριστικά του αρχικού συνεχούς σήματος και μάλιστα έτσι ώστε να είναι δυνατή η αντίστροφη διαδικασία, δηλ. η ανακατασκευή ή ανασύσταση του αρχικού αναλογικού σήματος από τα δείγματά του. Σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας¹⁶ (sampling theorem) των Shannon-Nyquist, κάθε αναλογικό σήμα μπορεί να μετατραπεί επιτυχώς σε διακριτό, αρκεί η συχνότητα δειγματοληψίας που χρησιμοποιείται, να είναι τουλάχιστον διπλάσια από τη μέγιστη συχνότητα του φάσματός του¹⁷, δηλ. $f_s \geq 2f_{\max}$. Αυτό σημαίνει ότι, για να μη χαθεί η πληροφορία που αφορά στην τιμή της θεμελιώδους συχνότητας μιας συνιστώσας του σήματος, απαιτείται η λήψη τουλάχιστον δύο δειγμάτων στη διάρκεια ενός κύκλου της.

Μαθηματικώς, η δειγματοληψία ενός συνεχούς σήματος $x(t)$ άπειρης ή πεπερασμένης διάρκειας, αλλά οπωσδήποτε περιορισμένου φάσματος, δηλ. με $f_{\max} < \infty$, περιγράφεται ως πολλαπλασιασμός του $x(t)$ επί μια συνάρτηση $s(t)$, που λέγεται συνάρτηση δειγματοληψίας και θεωρητικώς είναι μια σειρά μοναδιαίων ώσεων $\delta(t - nT_s)$, με $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$. Έτσι, το διακριτό σήμα που προκύπτει, θα γράφεται ως:

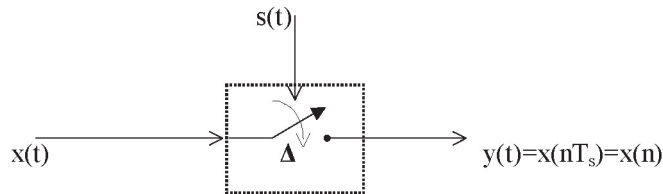
$$x_s(t) = x(n) = x(t) \cdot s(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

16 Το θεώρημα των Shannon-Nyquist θεμελιώνει τη δυνατότητα “δειγματοληπτικής” περιγραφής σημάτων: για την πλήρη περιγραφή ενός αναλογικού σήματος περιορισμένου φάσματος συχνοτήτων εύρους B , αρκεί η λήψη των δειγμάτων του να γίνει με τέτοια συχνότητα ώστε να μην εμφανίζεται “αλλοίωση”, δηλ. το φαινόμενο της μερικής επικάλυψης του φάσματος των δειγμάτων αυτών. [C.E.Shannon, “Communication in the presence of noise”, Proc. IRE, vol.37, pp.10-21, January 1949. Εκτός από τη διατύπωση στην εργασία αυτή, το θεώρημα δειγματοληψίας ήταν ήδη γνωστό στο χώρο των μαθηματικών από το 1915 με την εργασία του E.T.Whittaker: “On the functions which are represented by the expansion of interpolation theory,” Proc. Royal Society, Edinburg, vol.35, pp.181-194, 1915, σε θέματα δε επικοινωνιών χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Nyquist το 1928: H.Nyquist, “Certain topics in telegraph transmission theory,” AIEE Trans., vol.47, pp.617-644, 1928].

17 Η ελάχιστη αποδεκτή τιμή της συχνότητας δειγματοληψίας για ένα σήμα εύρους B , λέγεται ρυθμός **Nyquist** και είναι $f_s = 2B$, όπου $B = [f_{\max} - 0]$ ή, γενικότερα, $B = [f_{\max} - f_{\min}]$.

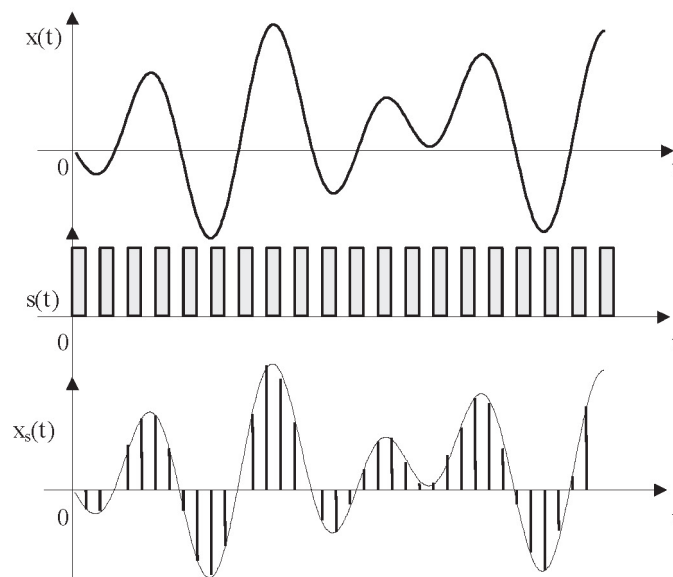
δηλ. η ασυνεχής ή διακριτή μορφή του $x(t)$ θα αποτελείται από μια σειρά ώσεων με πλάτος (εμβადόν) ίσο προς το πλάτος του συνεχούς σήματος σε κάθε αντίστοιχη χρονική στιγμή nT_s , ενώ, η ανασύσταση του αρχικού σήματος από τα δείγματά του μπορεί να γίνει εύκολα με κατάλληλη ολοκλήρωση του διακριτού σήματος. Έτσι, με βάση τη σχέση (2.39), προκύπτει ότι τα κυκλώματα δειγματοληψίας είναι γραμμικά, χρονικώς αναλλοίωτα, αιτιατά, μη αντιστρεπτά και ευσταθή συστήματα.

Στο σχήμα 2.28 φαίνεται ένα απλό κύκλωμα δειγματοληψίας, που δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένας κατάλληλος διακόπτης, η κατάσταση του οποίου (ανοικτός ή κλειστός) ελέγχεται από το σήμα δειγματοληψίας με τέτοιο τρόπο ώστε όταν ο διακόπτης κλείνει τη χρονική στιγμή nT_s , $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$, στην έξοδο αποδίδεται το αντίστοιχο δείγμα του σήματος εισόδου.



Σχήμα 2.28. Σχηματική παράσταση της λειτουργίας απλού κυκλώματος δειγματοληψίας

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι, στην πράξη, επειδή ο χρόνος κατά τον οποίο παραμένει κλειστός ο διακόπτης δεν μπορεί να είναι μηδενικός, η διάρκεια των δειγμάτων του αναλογικού σήματος θα είναι $t \neq 0$. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.29, αν το σήμα δειγματοληψίας θεωρηθεί ότι είναι μια σειρά στενών ορθογώνιων παλμών με διάρκεια τ και περίοδο T_s , τα δείγματα στην έξοδο θα είναι παλμοί, το πλάτος των οποίων «παρακολουθεί» για όλη τη διάρκειά τους τις διακυμάνσεις του πλάτους του αντίστοιχου τμήματος του συνεχούς σήματος. Αυτή η μορφή πρακτικής δειγματοληψίας ονομάζεται φυσική δειγματοληψία (natural sampling), έχει όμως το μειονέκτημα ότι το πλάτος κάθε δείγματος δεν διατηρεί σταθερή την τιμή του.



Σχήμα 2.28. Φυσική δειγματοληψία: κυματομορφές εισόδου, εξόδου και σήματος δειγματοληψίας.

Η περιγραφή της δειγματοληψίας με τη σχέση (2.39) αποτελεί ένα απλό παράδειγμα πολλαπλασιασμού δύο σημάτων. Το αποτέλεσμα ενός τέτοιου πολλαπλασιασμού είναι η παραγωγή ενός νέου σύνθετου σήματος με την έννοια ότι σ' αυτό θα εμπεριέχονται ορισμένα από τα βασικά – αλλά όχι κοινά – χαρακτηριστικά των δύο αρχικών σημάτων.

Έτσι, το παραγόμενο, στη συγκεκριμένη περίπτωση, σήμα $x_s(t)$ είναι ένα διακριτό στο χρόνο σήμα που αποτελείται από μια σειρά ώσεων – χαρακτηριστικό του $s(t)$ – το πλάτος (εμβადόν) των οποίων θα είναι ίσο προς τη τιμή πλάτους του συνεχούς σήματος $x(t)$ την αντίστοιχη χρονική στιγμή. Με άλλα λόγια, το σήμα $x_s(t)$ προκύπτει από τη «διαμόρφωση» του πλάτους του $s(t)$ από το $x(t)$.

Γενικότερα, λοιπόν, ο πολλαπλασιασμός δύο σημάτων οδηγεί στη διαμόρφωση - δηλ. στη συστηματική μεταβολή ή τροποποίηση – κάποιου χαρακτηριστικού ενός σήματος σύμφωνα με κάποιο από τα χαρακτηριστικά ενός άλλου.

Συνήθως, ο όρος διαμόρφωση αναφέρεται στη διαδικασία εκείνη με την οποία το πληροφοριακό περιεχόμενο ενός σήματος μηνύματος προσαρτάται στα χαρακτηριστικά ενός άλλου - που ονομάζεται φέρων σήμα - η επεξεργασία ή η διαχείριση του οποίου είναι ευχερέστερη, ενώ η ανάκτηση του αρχικού σήματος γίνεται με την αντίστροφη διαδικασία,

την αποδιαμόρφωση, όπως λέγεται, του διαμορφωμένου φέροντος.

Για παράδειγμα, στα συστήματα τηλεπικοινωνιών, η ασύρματη μετάδοση ενός σήματος ομιλίας απαιτεί τη μετατόπιση του φάσματός του σε εκείνη τη περιοχή συχνοτήτων όπου η παραγωγή και εκπομπή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι πιο αξιόπιστη και αποδοτική. Χρησιμοποιώντας, επομένως, μια από τις πολλές τεχνικές διαμόρφωσης, το διαμορφωμένο πλέον φέρον φθάνει στο δέκτη όπου με τη αντίστροφη διαδικασία, δηλ. την αποδιαμόρφωσή του, ανακτάται το αρχικό σήμα ομιλίας.

Βιβλιογραφία

- Gray P.E. and Searle G.L., “Electronic Principles: Physics, Models, and Circuits”, J.Wiley & Sons, 1969.
- Καραγιάννης Γ., “Σήματα και Συστήματα», Αθήνα, 1987.
- Horowitz P. and Hill W., “The Art of Electronics”, Cambridge University Press, 1991.
- Dorf R.C., “The Electrical Engineering Handbook”, CRC Press, 1993.
- R. L. Boylestad “Introductory Circuit Analysis”, 11th Edition, Prentice Hall, 2006.
- Τόμπρας Γ. Σπ., “Εισαγωγή στην Ηλεκτρονική”, Εκδόσεις Δίαυλος, 2η Εκδ., 2006.

Λίστα ενδεικτικών όρων

- Αισθητήρες
- Ανάκλαση σήματος
- Ανόρθωση
- απλή
- διπλή ή πλήρης
- Αποδιαμόρφωση
- Απόκριση
- κρουστική
- Αρχή
- αναλογίας
- υπέρθεσης ή επαλληλίας
- Δειματοληψία
- ομοιόμορφη
- περίοδος δειματοληψίας
- συνάρτηση δειματοληψίας
- συχνότητα δειματοληψίας
- φυσική
- Διαμόρφωση
- Επεξεργασία σήματος
- αναλογική
- μη παραμετρική
- παραμετρική
- ψηφιακή
- Ημιανόρθωση
- Θεώρημα
- Shannon-Nyquist
- Ισχύς
- μέση
- Κρουστική απόκριση
- Κρουστικός παλμός
- παραδείγματα κυκλωμάτων
- αλγεβρικής άθροισης
- αναγνώρισης προσήμου
- απόλυτης τιμής
- δειματοληψίας
- διαφόρισης και ολοκλήρωσης
- διέλευσης ή απόρριψης συχνοτήτων
- ενίσχυσης
- χρονικής καθυστέρησης
- Μέση τετραγωνική ή ενεργός τιμή
- Μέση τιμή
- Πράξεις
- μετατροπής πλάτους
- μετατροπής στο χρόνο
- Σήματα
- αιτιατά και μη αιτιατά
- άρθια
- βήματος
- δισδιάστατα
- εκθετικά
- ενέργειας
- ημιτονικά
- ισχύος
- μονοδιάστατα
- μονοκαναλικά

- νομοτελειακά
- ορθογώνιων παλμών
- περιοδικά ή μη περιοδικά
- περιττά
- πολυκαναλικά
- σταθερής κλίσης
- σταθερού πλάτους
- στοχαστικά
- τεχνητά
- τριγωνικά
- φυσικά
- χρόνου
- Συγκερασμός ή συνέλιξη
- Συνάρτηση δέλτα ή Dirac
- Συνάρτηση μεταφοράς
- κύκλου εργασίας
- μορφής
- ύψους
- Συντελεστής
- Συστήματα
- αιτιατά και μη αιτιατά
- αντιστρεπτά
- γραμμικά
- διαφορικός γραμμικά
- με μνήμη και χωρίς μνήμη
- φάσεις μελέτης
- χρονικώς αναλλοίωτα
- Υπερύψωση
- Φάσματα γραμμών
- πλάτους
- φάσης
- Χρόνος
- ανόδου
- αποκατάστασης
- καθυστέρησης
- Χρονική συστολή ή διαστολή σήματος
- Crest factor
- Dirac
- Duty Cycle

3. Στοιχεία ανάλυσης κυκλωμάτων

3.1 Εισαγωγή

Επανερχόμαστε στην έννοια των κυκλωμάτων, όπως παρουσιάστηκε στο πρώτο κεφάλαιο, με σκοπό την ανάλυση της λειτουργίας τους με όρους τάσης και έντασης ρεύματος. Στο προηγούμενο κεφάλαιο, δόθηκε μια γενική θεώρηση των κυκλωμάτων ως συστημάτων επεξεργασίας σημάτων, προσδιορίστηκαν τα κριτήρια ταξινόμησής τους σε διάφορες κατηγορίες και παρουσιάστηκαν χαρακτηριστικά παραδείγματα δίνοντας έμφαση στη μαθηματική περιγραφή της λειτουργίας τους και όχι στην εσωτερική τους δομή και την εύρεση των σχέσεων τάσης – έντασης ρεύματος μεταξύ των στοιχείων τους.

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται στοιχεία από τη θεωρία ανάλυσης κυκλωμάτων με ιδιαίτερη χρησιμότητα στη μελέτη της λειτουργίας τους και την κατανόηση των διαφόρων τεχνικών ανάλυσής τους. Τα κυκλώματα που εξετάζονται είναι κυρίως γραμμικά και ωμικά, δηλ. κυκλώματα που εκτός από πηγές τάσης και ρεύματος περιλαμβάνουν μόνον ωμικά στοιχεία δηλ. αντιστάσεις ή αγωγιμότητες. Συγκεκριμένα, ξεκινώντας από θέματα προσδιορισμού των τάσεων και των ρευμάτων στα κυκλώματα, διατυπώνονται οι δύο κανόνες του Kirchhoff και γίνεται μια σύντομη αναφορά στην επίλυση κυκλωμάτων με τις μεθόδους των κόμβων και βρόχων. Στη συνέχεια, η έμφαση δίνεται στα χαρακτηριστικά λειτουργίας των γραμμικών κυκλωμάτων και στοιχείων, δίνονται οι ορισμοί των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου και εισάγεται η έννοια των ισοδύναμων κυκλωμάτων με τους ορισμούς των εξαρτημένων πηγών ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς και των ενισχυτών τάσης και έντασης ρεύματος. Ακολούθως, διατυπώνονται τα θεωρήματα Thevenin και Norton και παρουσιάζεται η έννοια της ευθείας φόρτου και του σημείου λειτουργίας. Τέλος, δίνονται στοιχεία από τη θεωρία τετραπόλων με την εισαγωγή των ισοδύναμων με παραμέτρους αντίστασης και αγωγιμότητας, καθώς και των αντίστοιχων ισοδύναμων με υβριδικές παραμέτρους, και περιγράφονται συνοπτικά οι δύο βασικοί τρόποι σύνδεσης τετραπόλων (ανοικτού και κλειστού βρόχου), όπου εισάγεται και η έννοια της ανάδρασης.

3.2 Ανάλυση λειτουργίας και επίλυση κυκλωμάτων

Η λειτουργία και οι ιδιότητες ενός κυκλώματος καθορίζονται από τα στοιχεία που το αποτελούν και τον τρόπο σύνδεσής τους σ' αυτό. Επομένως, προϋπόθεση για την ανάλυση ενός κυκλώματος είναι η αναγνώριση των στοιχείων του και η κατανόηση της τοπολογίας του.

Η αναλυτική μελέτη της λειτουργίας ενός κυκλώματος περιλαμβάνει δύο φάσεις. Πρώτα προσδιορίζονται οι σχέσεις μεταξύ των τάσεων ή των ρευμάτων στους αντίστοιχους βρόχους ή κόμβους του κυκλώματος, και μετά, βρίσκονται οι σχέσεις μεταξύ αυτών των τάσεων και των ρευμάτων χρησιμοποιώντας τις βασικές σχέσεις λειτουργίας κάθε στοιχείου. Συνολικά, η επίλυση, όπως λέγεται, του κυκλώματος, καταλήγει σε μια ή περισσότερες εξισώσεις με μεταβλητές τις τάσεις ή τα ρεύματα του κυκλώματος, από τη λύση των οποίων προσδιορίζονται τα ζητούμενα άγνωστα μεγέθη. Με τον τρόπο αυτό, τελικά, διατυπώνεται μια αναλυτική σχέση μεταξύ των σημάτων (τάσης ή ρεύματος) εισόδου και εξόδου του κυκλώματος, που αποτελεί τον σκοπό της ανάλυσης της λειτουργίας του.

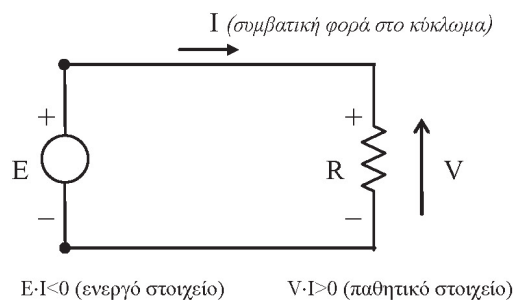
Η πρώτη φάση της επίλυσης ενός κυκλώματος αποτελεί ουσιαστικά τη διαδικασία εφαρμογής ενός εκ των δύο νόμων του Kirchhoff. Αυτό σημαίνει ότι η αναγνώριση των κλάδων, των κόμβων και των βρόχων του είναι η πρώτη από μια σειρά αναγκαίων ενεργειών για την επίλυσή του, καθώς συνδέεται άμεσα με τον προσδιορισμό των ρευμάτων και τάσεων που εμφανίζονται στο κύκλωμα κατά τη λειτουργία του.

3.2.1 Φορές ρευμάτων και τάσεων

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 1, τόσο η τάση, όσο και η ένταση ρεύματος, είναι μονόμετρα μεγέθη που όταν αναφέρονται σ' ένα κύκλωμα ή σ' ένα στοιχείο απαιτείται εκτός από το μέτρο τους να προσδιορίζεται και η φορά τους, δηλ. το πρόσημό τους. Ωστόσο, η φορά της τάσης στα άκρα ενός στοιχείου και η φορά του ρεύματος που το διαρρέει είναι έτσι συσχετισμένες μεταξύ τους, ώστε, θεωρώντας θετική τη συμβατική φορά του ρεύματος, δεχόμεστε ότι για τα ενεργά στοιχεία (παροχή ενέργειας) θα ισχύει $v(t) \cdot i(t) < 0$ και για τα παθητικά στοιχεία (κατανάλωση ενέργειας) $v(t) \cdot i(t) > 0$.

Με τη συσχέτιση αυτή, ο ορισμός της φοράς του ρεύματος σ' ένα κλάδο ως ορθής ή θετικής, έχει ως συνέπεια τον ορισμό της ορθής ή θετικής φοράς (πολικότητας) της τάσης μεταξύ των δύο κόμβων στα άκρα του κλάδου αυτού ανάλογα με το είδος του στοιχείου. Το αντίστοιχο ισχύει και για τη φορά του ρεύματος σ' ένα κλάδο, όταν ορίζεται πρώτα η ορθή πολικότητα της τάσης στα άκρα του.

Για παράδειγμα, στο απλό κύκλωμα του σχήματος 3.1, η συμβατική φορά του ρεύματος καθορίζεται από την πολικότητα της πηγής τάσης E που το προκαλεί. Θεωρώντας, όπως στο σχήμα 1.8, τη φορά αυτή ως θετική, προσδιορίζεται αμέσως η θετική φορά της τάσης στα άκρα της αντίστασης R . Παράλληλα, εφόσον το πρόσημο του γινομένου τάσης-ρεύματος εξαρτάται από το είδος του στοιχείου στο οποίο αναφέρεται, φαίνεται αμέσως ότι θα πρέπει να ισχύει $-E \cdot I + V \cdot I = 0$ ή $E \cdot I = V \cdot I$, δηλ. με άλλα λόγια η προσφερόμενη από την πηγή ισχύς θα είναι ίση προς την καταναλισκόμενη ισχύ από το υπόλοιπο κύκλωμα



Σχήμα 3.1. Φορές τάσης και ρεύματος στην αντίσταση R λόγω της πηγής τάσης E .

Γενικότερα, όταν σ' ένα κύκλωμα δεν υπάρχουν πηγές DC τάσης ή ρεύματος, που να υποδεικνύουν αμέσως τη συμβατική (θετική) φορά του ρεύματος ή υπάρχουν πηγές μόνον AC τάσης ή ρεύματος, τότε μπορεί να θεωρηθεί ως θετική μια οποιαδήποτε φορά ρεύματος. Η φορά αυτή αποτελεί τη φορά αναφοράς των ρευμάτων για το συγκεκριμένο κύκλωμα, οπότε οι φορές ή τα πρόσημα όλων των επί μέρους ρευμάτων και τάσεων θα προσδιορίζονται πλέον ως προς αυτήν.

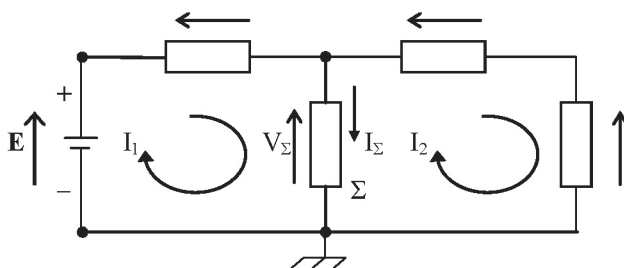
Με την ίδια λογική μπορεί να ορισθεί και η πολικότητα ή φορά αναφοράς των τάσεων σ' ένα κύκλωμα, που συνοδεύεται και με τον ορισμό ενός από τους κόμβους του κυκλώματος ως κόμβου αναφοράς για τις τάσεις. Ο κόμβος αυτός, που ονομάζεται γείωση (ground) του κυκλώματος, θεωρείται ότι έχει δυναμικό μηδέν, συμβολίζεται ως και αποτελεί το σημείο αναφοράς για την τάση κάθε άλλου σημείου του ίδιου κυκλώματος¹. Όταν ο κόμβος αναφοράς δεν I Η ονομασία «γείωση» δεν δηλώνει ότι υπάρχει μια εγκατάσταση πραγματικής γείωσης στο έδαφος (earth ground), δηλ. ότι υπάρχει αγωγός από τον κόμβο αυτό προς τη «γη». Αν απαιτείται μια τέτοια σύνδεση, τότε αυτή σχεδιάζεται στο διάγραμμα του κυκλώματος ειδικά.

υποδεικνύεται από το ίδιο το κύκλωμα, τότε αυτός επιλέγεται ανάμεσα σ' εκείνους τους κόμβους του, που είτε αποτελούν τα σημεία σύνδεσης των περισσότερων κλάδων του, είτε αποτελούν σημείο σύνδεσης μεταξύ ενός εκ των δύο ακροδεκτών εισόδου και εξόδου του κυκλώματος. Με τον τρόπο αυτό, ο ορισμός «γείωσης» σ' ένα κύκλωμα διευκολύνει τον προσδιορισμό της τάσης στους κόμβους του και, ταυτόχρονα, αποτελεί το σημείο αναφοράς για τις τάσεις εισόδου και εξόδου του.

Επομένως, συνδυάζοντας τα παραπάνω, όταν δίνεται ένα κύκλωμα και ζητείται η ανάλυση της λειτουργίας του, η επόμενη ενέργεια, μετά την αναγνώριση κλάδων, κόμβων και βρόχων, είναι ο καθορισμός της φοράς αναφοράς για τα ρεύματα και του κόμβου αναφοράς για τις τάσεις, έτσι ώστε οι φορές ή τα πρόσημα όλων των τάσεων και των ρευμάτων του κυκλώματος να προσδιορίζονται ανάλογα.

Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 3.2, οι φορές ρεύματος και τάσης κάθε στοιχείου ορίζονται σύμφωνα με τη φορά αναφοράς των ρευμάτων που θεωρείται ότι συμπίπτει με τη συμβατική φορά του ρεύματος λόγω της πηγής τάσης E . Επίσης, η γείωση επιλέγεται σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, ενώ, ο συμβολισμός της θετικής φοράς των ρευμάτων στους δύο βρόχους αναφέρεται στα αντίστοιχα ρεύματα I_1 και I_2 που διατρέχουν τους κλάδους κάθε βρόχου με τη φορά αυτή.

Έτσι, έχει ενδιαφέρον να προσεχθεί ότι, εδώ, η πολικότητα της τάσης V_Σ στα άκρα του στοιχείου Σ που περιέχεται στον κοινό κλάδο των δύο βρόχων είναι προφανής, λόγω της γείωσης και της πολικότητας της τάσης E , και υποδεικνύει αμέσως τη φορά του αντίστοιχου ρεύματος I_Σ που το διαρρέει. Επίσης, όπως φαίνεται, το ρεύμα αυτό είναι ουσιαστικά ίσο προς το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων I_1 και I_2 των δύο βρόχων που διαρρέουν το Σ το καθένα με αντίθετη φορά, δηλ. $I_\Sigma = I_1 - I_2$, ενώ, ταυτόχρονα, θα είναι $I_1 > I_2$. Συμπεραίνεται, επομένως, ότι ο συμβολισμός του ρεύματος ενός βρόχου δεν έχει αυστηρή φυσική σημασία, καθώς αυτή υπάρχει μόνο στο επίπεδο κάθε κλάδου, όπου η ροή ρεύματος μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση διαφοράς δυναμικού στα άκρα του



Σχήμα 3.2. Φορές ρευμάτων και τάσεων και «γείωση» σε απλό κύκλωμα με δύο βρόχους.

3.2.2 Κανόνες του Kirchhoff

Με το συνδυασμό των χαρακτηριστικών των συγκεντρωμένων κυκλωμάτων και των ιδιοτήτων των κλάδων και κόμβων, που είδαμε στο Κεφάλαιο 1, προκύπτουν αμέσως οι δύο κανόνες ή νόμοι του Kirchhoff για τα (συγκεντρωμένα) κυκλώματα, οι οποίοι διατυπώνονται ως εξής:

- Κανόνας των Ρευμάτων: Το αλγεβρικό άθροισμα των στιγμιαίων τιμών έντασης όλων των ρευμάτων που εισέρχονται σ' ένα κόμβο ή εξέρχονται απ' αυτόν είναι σε κάθε χρονική στιγμή μηδέν, δηλ.:

$$\sum i_{km}(t) = 0 \tag{3.1}$$

όπου με $i_{km}(t)$ συμβολίζεται η στιγμιαία τιμή έντασης του ρεύματος στον κλάδο $\{k\}$ που εισέρχεται ή εξέρχεται από τον κόμβο m .

- Κανόνας των Τάσεων: Το αλγεβρικό άθροισμα των στιγμιαίων τιμών τάσεων στα άκρα όλων των στοιχείων ενός βρόχου είναι σε κάθε χρονική στιγμή μηδέν, δηλ.:

$$\sum v_{km}(t) = 0 \tag{3.2}$$

όπου με $v_{km}(t)$ παριστάνεται η στιγμιαία τιμή τάσης στα άκρα του κλάδου $\{k\}$ που ανήκει στο βρόχο m .

Με τους κανόνες αυτούς προσδιορίζονται όλες οι σχέσεις ρευμάτων και τάσεων σε οποιοδήποτε κύκλωμα και γι αυτό έχουν θεμελιώδη σημασία στην επίλυσή του. Πράγματι, οι εξισώσεις που μπορούν να γραφτούν αντιστοίχως για κόμβους και βρόχους αποτελούν ουσιαστικά τους γραμμικούς περιορισμούς με τους οποίους συσχετίζονται τα ρεύματα και οι τάσεις ενός κυκλώματος μεταξύ τους και, μάλιστα, ανεξάρτητα από το είδος των στοιχείων που αποτελούν το

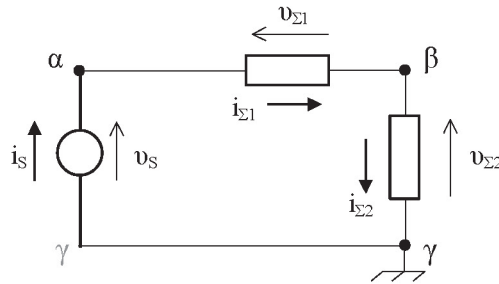
κύκλωμα αυτό. Έτσι, όπως μπορεί να ελέγξει κανείς, για δύο ή και περισσότερα κυκλώματα, που έχουν ακριβώς την ίδια τοπολογία στοιχείων, αλλά τα στοιχεία είναι διαφορετικά στο κάθε κύκλωμα, οι εξισώσεις των ρευμάτων και των τάσεων στους αντίστοιχους κόμβους και βρόχους θα έχουν ακριβώς την ίδια μορφή, χωρίς, βεβαίως, αυτό να σημαίνει ότι θα έχουν και τις ίδιες τιμές.

Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 3.3, κάθε στοιχείο, ανεξάρτητα από το αν είναι ενεργό ή παθητικό, αντίσταση, πυκνωτής ή πηνίο, χαρακτηρίζεται από την τάση που επικρατεί στα άκρα του και την ένταση ρεύματος, που προκαλεί ή το διαρρέει. Έτσι, η βασική μορφή της εξίσωσης που προκύπτει από το νόμο των τάσεων, δηλ.:

$$v_{\alpha\gamma} = v_{\alpha\beta} + v_{\beta\gamma} \quad \text{ή} \quad v_S = v_{\Sigma_1} + v_{\Sigma_2} \quad (3.3)$$

είναι φανερό ότι εξαρτάται μόνο από την παρουσία ή όχι κάποιων στοιχείων και όχι από το είδος των στοιχείων. Το ίδιο ισχύει και για τη σχέση μεταξύ των ρευμάτων:

$$i_S = i_{\Sigma_1} = i_{\Sigma_2} \quad (3.4)$$



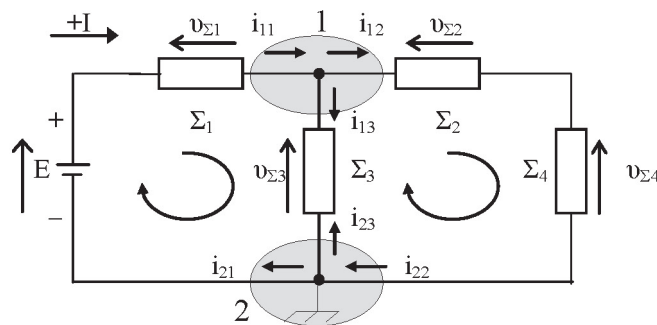
Σχήμα 3.3. Σχέσεις τάσεων και ρευμάτων μεταξύ των στοιχείων ενός κυκλώματος.

Η σωστή εφαρμογή των κανόνων του Kirchhoff σ' ένα κύκλωμα σχετίζεται με τις φορές και τις πολικότητες, των θεωρούμενων ρευμάτων και τάσεων. Έτσι:

- για την εφαρμογή του νόμου των ρευμάτων σ' ένα κόμβο, το ρεύμα, που εισέρχεται σ' αυτόν, θεωρείται θετικό ως προς αυτόν τον κόμβο και κάθε ρεύμα που εξέρχεται απ' αυτόν θεωρείται αρνητικό, και
- για την εφαρμογή του νόμου των τάσεων σ' ένα βρόχο, η τάση στα άκρα κάθε στοιχείο θεωρείται θετική σύμφωνα με τις συσχετισμένες φορές ρεύματος και τάσης στα ενεργά και τα παθητικά στοιχεία.

δηλ. τόσο οι φορές των ρευμάτων σ' ένα κόμβο, όσο και οι φορές των τάσεων σ' ένα βρόχο, θεωρούνται θετικές ή αρνητικές ως προς τον συγκεκριμένο κάθε φορά κόμβο ή βρόχο και όχι γενικώς ως προς τις φορές αναφοράς ρευμάτων και τάσεων στο κύκλωμα. Έτσι, ένα ρεύμα που εξέρχεται από έναν κόμβο είναι αρνητικό ως προς αυτόν, αλλά, ταυτόχρονα, μπορεί να έχει ίδια φορά με τη φορά αναφοράς του ρεύματος στο κύκλωμα, δηλ. θετική. Ομοίως, η τάση στα άκρα ενός στοιχείου σ' ένα βρόχο μπορεί να θεωρείται θετική ως προς αυτόν, αλλά να είναι αρνητική ως προς την πολικότητα αναφοράς στο κύκλωμα.

Στο σχήμα 3.4 δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 3.2 ως παράδειγμα εφαρμογής των νόμων του Kirchhoff. Στο κύκλωμα αυτό, ο τρόπος σύνδεσης της πηγής τάσης E υποδηλώνει τη φορά αναφοράς του ρεύματος σ' αυτό, ενώ υπάρχουν δύο απλοί βρόχοι στους οποίους φαίνονται οι αντίστοιχες θετικές φορές για τα ρεύματα των κλάδων τους καθώς και δύο κύριοι κόμβοι, που σημειώνονται με τους αριθμούς 1 και 2.



Σχήμα 3.4. Παράδειγμα εφαρμογής των νόμων του Kirchhoff.

Στον κόμβο 1, υπάρχουν τρία ρεύματα. Το ρεύμα i_{11} , που εισέρχεται σ' αυτόν προερχόμενο από το στοιχείο Σ_1 , και τα ρεύματα i_{12} και i_{13} , που εξέρχονται απ' αυτόν με κατεύθυνση τα στοιχεία Σ_2 και Σ_3 . Άρα θα ισχύει:

$$i_{11} - i_{12} - i_{13} = 0 \quad \text{ή} \quad i_{11} = i_{12} + i_{13}$$

(3.5)

Ομοίως, στον κόμβο 2 θα ισχύει:

$$i_{22} - i_{23} - i_{21} = 0 \text{ ή } i_{22} = i_{23} + i_{21} \quad (3.6)$$

Αντιστοίχως, στον αριστερό βρόχο με τη συνδεδεμένη πηγή τάσης E , η εφαρμογή του κανόνα των τάσεων σε συνδυασμό με τη θεωρούμενη θετική φορά του ρεύματος σ' αυτόν, οδηγεί στη σχέση:

$$-E + u_{\Sigma 1} + u_{\Sigma 3} = 0 \text{ ή } E = u_{\Sigma 1} + u_{\Sigma 3} \quad (3.7)$$

ενώ, στον δεξί βρόχο του κυκλώματος, θα ισχύει:

$$-u_{\Sigma 3} + u_{\Sigma 2} + u_{\Sigma 4} = 0 \text{ ή } u_{\Sigma 3} = u_{\Sigma 2} + u_{\Sigma 4} \quad (3.8)$$

Από τις σχέσεις αυτές φαίνεται ότι το άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται σ' ένα κόμβο είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχονται απ' αυτόν, καθώς και ότι η τάση μεταξύ δύο κόμβων σ' ένα βρόχο είναι ανεξάρτητη της διαδρομής του ρεύματος που ακολουθείται για τον προσδιορισμό της τάσης αυτής. Επίσης, σε συνδυασμό με τις γνωστές ιδιότητες των κλάδων και κόμβων, προκύπτουν οι πρόσθετες σχέσεις:

$$i_{13} = -i_{23} \text{ και } i_{12} = i_{22}$$

καθώς και

$$E = u_{\Sigma 1} + u_{\Sigma 3} = u_{\Sigma 1} + u_{\Sigma 2} + u_{\Sigma 4}$$

οπότε, αντικαθιστώντας π.χ. στις σχέσεις (3.5) και (3.6), προκύπτει ότι $i_{11} = i_{21}$, που, βεβαίως, είναι μια προφανής σχέση διότι οι κλάδοι μεταξύ των κόμβων 1 και 2 είναι συνδεδεμένοι παράλληλα και, συνεπώς, το ρεύμα που εισέρχεται στο συνδυασμό τους είναι ίσο με το ρεύμα που εξέρχεται απ' αυτόν.

Επομένως, ο συνδυασμός των σχέσεων, που προκύπτουν από τους κανόνες του Kirchhoff, με τις πρόσθετες σχέσεις, που ισχύουν μεταξύ των ρευμάτων διαφορετικών κόμβων και των τάσεων διαφορετικών βρόχων, οδηγεί, ανάλογα με το κύκλωμα, σε μείωση του αριθμού των άγνωστων τάσεων ή ρευμάτων.

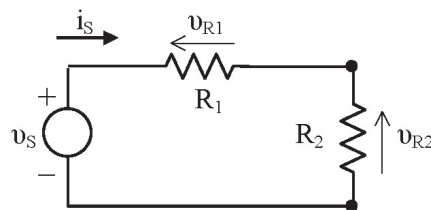
3.3 Μέθοδοι επίλυσης κυκλωμάτων

Με τον όρο «επίλυση κυκλώματος» περιγράφεται μια διαδικασία που έχει ως αποτέλεσμα τη δυνατότητα άμεσου υπολογισμού των τιμών τάσης και έντασης ρεύματος σε οποιοδήποτε σημείο ενός κυκλώματος που θεωρείται ότι λειτουργεί. Επομένως, η επίλυση ενός κυκλώματος προϋποθέτει την εύρεση των σχέσεων μεταξύ των ρευμάτων και των τάσεων, που εμφανίζονται σ' αυτό κατά τη λειτουργία του. Οι σχέσεις αυτές προκύπτουν από τους κανόνες του Kirchhoff και τις βασικές σχέσεις τάσης-ρεύματος των στοιχείων του, συνήθως δε, διατυπώνονται με τη μορφή ενός συστήματος εξισώσεων με αγνώστους είτε τις τάσεις των κόμβων, είτε τα ρεύματα των κλάδων του κυκλώματος.

Γενικώς, οι κανόνες του Kirchhoff μπορούν να εφαρμόζονται ταυτόχρονα και χωρίς περιορισμό. Μια τέτοια όμως «μη συστηματοποιημένη» εφαρμογή τους οδηγεί σ' ένα μεγαλύτερο από τον απαιτούμενο αριθμό εξισώσεων και, μάλιστα, χωρίς οι τάσεις και τα ρεύματα που περιέχονται σ' αυτές να συνδέονται μεταξύ τους, καθώς η σύνδεση αυτή εξασφαλίζεται μόνο μέσω των σχέσεων τάσης-ρεύματος των στοιχείων του κυκλώματος. Συνεπώς, για την επίλυση του κυκλώματος και την εύρεση των ζητούμενων μεγεθών, απαιτούνται πρόσθετες πράξεις για την απαλοιφή των μεγεθών που δεν χρειάζονται, με αποτέλεσμα, στην περίπτωση σύνθετων κυκλωμάτων μια τέτοια διαδικασία εκτός από επίπονη να εμπεριέχει και μεγάλη πιθανότητα λαθών.

Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 3.3, η διατύπωση των σχέσεων (3.3) και (3.4), ανεξαρτήτως του αν είναι γνωστή η τάση v_S της πηγής ή το ρεύμα i_S στο κύκλωμα, δεν οδηγεί στον υπολογισμό π.χ. της τάσης στα άκρα του ενός ή του άλλου στοιχείου του, παρά μόνο αν είναι γνωστό το είδος τους, δηλ. αν είναι αντίσταση, πυκνωτής, πηνίο, κ.λπ..

Πράγματι, αν υποθεθεί ότι τα στοιχεία Σ_1 και Σ_2 είναι ωμικές αντιστάσεις με τιμές R_1 και R_2 , τότε, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.5, οι σχέσεις που ισχύουν, δηλ. $v_S = v_{R1} + v_{R2}$ και $i_S = i_{R1} = i_{R2}$, δεν βοηθούν στον προσδιορισμό της τάσης π.χ. στα άκρα της R_1 ή της R_2 , παρά μόνον αν είναι γνωστές οι τιμές R_1 και R_2 .



Σχήμα 3.5. Παράδειγμα κυκλώματος για την εύρεση της τάσης στα άκρα των αντιστάσεων.

Σ' αυτήν την περίπτωση, αν είναι γνωστή η τιμή του ρεύματος i_S , η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης θα δίνεται από τις σχέσεις:

$$v_{R1} = R_1 \cdot i_S \text{ και } v_{R2} = R_2 \cdot i_S$$

ενώ, αν είναι γνωστή η τιμή της τάσης v_S , θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$v_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_S \text{ και } v_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_S$$

Με παρόμοιο τρόπο, δηλ. με χρήση των βασικών σχέσεων τάσης-ρεύματος κάθε στοιχείου και λύνοντας τις εξισώσεις που προκύπτουν από τους κανόνες του Kirchhoff, μπορεί να υπολογισθεί η τάση ή το ρεύμα π.χ. σε πυκνωτές και πηνία που περιλαμβάνονται σ' ένα κύκλωμα.

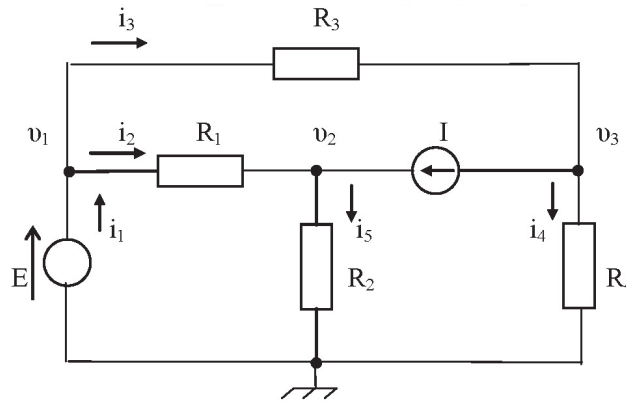
Ωστόσο, μια τέτοια σχετικά απλή διαδικασία επίλυσης δεν είναι βέβαιο ότι μπορεί να ακολουθηθεί πάντοτε. Πράγματι, σε περιπτώσεις πιο σύνθετων κυκλωμάτων, τα ζητούμενα μεγέθη πρέπει να σχετισθούν, ανάλογα με το κύκλωμα, είτε με τις τάσεις των κόμβων του, είτε με τα ρεύματα των βρόχων του. Στη συνέχεια, εφαρμόζοντας τον κανόνα είτε των ρευμάτων, είτε των τάσεων, τα ζητούμενα μεγέθη βρίσκονται από τη λύση του αντίστοιχου συστήματος εξισώσεων. Έτσι, προκύπτουν δύο διαφορετικές μέθοδοι επίλυσης των κυκλωμάτων: η **μέθοδος των κόμβων** και η **μέθοδος των βρόχων**, κάθε μια απ' τις οποίες, περιλαμβάνει, όπως θα δούμε παρακάτω, μια συγκεκριμένη λογική σειρά ενεργειών που διευκολύνουν τη διαδικασία επίλυσης σε περιπτώσεις σύνθετων κυκλωμάτων.

3.3.1 Μέθοδος των κόμβων

Η επίλυση ενός κυκλώματος με τη μέθοδο των κόμβων αποσκοπεί στην εύρεση των ρευμάτων όλων των κλάδων του κυκλώματος, θεωρώντας ως ανεξάρτητες μεταβλητές τις τάσεις των κόμβων του. Συγκεκριμένα, αν ένα κύκλωμα έχει N κύριους κόμβους, τότε, επιλέγοντας έναν ως κόμβο αναφοράς (γείωση), η τάση σε κάθε έναν από τους υπόλοιπους $N-1$ θα προσδιορίζεται ως προς αυτόν. Εφαρμόζοντας τον κανόνα των ρευμάτων για καθένα απ' αυτούς ξεχωριστά, προκύπτει ένα σύστημα $N-1$ εξισώσεων με αγνώστους τις $N-1$ τάσεις των κόμβων του κυκλώματος. Έτσι, αν τα στοι-

χεία στους κλάδους μεταξύ των κόμβων είναι γνωστά, τότε, με τη λύση του συστήματος αυτού, προσδιορίζεται αμέσως το ρεύμα κάθε κλάδου.

Ως παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου των κόμβων θεωρούμε το κύκλωμα του σχήματος 3.6, στο οποίο, όπως φαίνεται, υπάρχουν τέσσερις κόμβοι, ένας εκ των οποίων είναι η γείωση του κυκλώματος, δηλ. ο κόμβος (αναφοράς) ως προς τον οποίο μετρώνται οι τάσεις των υπολοίπων. Για απλούστευση του παραδείγματος, στο κύκλωμα υπάρχουν μόνον ωμικές αντιστάσεις, οι R_1 , R_2 , R_3 και R_4 , οι τιμές των οποίων θεωρούνται γνωστές, καθώς και μια πηγή τάσης E και μια πηγή ρεύματος I , που θεωρούνται ιδανικές



Σχήμα 3.6. Παράδειγμα επίλυσης κυκλώματος με τη μέθοδο των κόμβων.

Για την εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων στο κύκλωμα αυτό, πρώτα σημειώνονται οι τάσεις v_1 , v_2 και v_3 στους τρεις κόμβους του. Στη συνέχεια, θεωρώντας τα ρεύματα στους κλάδους μεταξύ αυτών των κόμβων με τις φορές που φαίνονται, γράφονται οι σχέσεις για την τιμή κάθε ρεύματος συναρτήσει των τάσεων στους κόμβους δηλ. στα άκρα του στοιχείου στον αντίστοιχο κλάδο. Έτσι, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$i_2 = \frac{E - v_2}{R_1}$$

$$i_3 = \frac{E - v_3}{R_3}$$

$$i_4 = \frac{v_3 - 0}{R_4}$$

$$i_5 = \frac{v_2 - 0}{R_2}$$

όπου, βεβαίως, έχει ήδη ληφθεί υπόψη ότι $v_1 = E$, ενώ, παρατηρούμε ότι για το ρεύμα i_1 , δηλ. το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο της ιδανικής πηγής E , δεν μπορεί να υπάρξει αντίστοιχη έκφραση, επειδή η τιμή του εξαρτάται από το συνολικό φορτίο, που είναι συνδεδεμένο στα άκρα της πηγής E .

Με εφαρμογή του κανόνα του Kirchhoff για τα ρεύματα κάθε κόμβου, εκτός της γείωσης, θα είναι:

για τον κόμβο 1:
$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

για τον κόμβο 2:
$$i_2 - i_5 + I = 0$$

και για τον κόμβο 3:
$$i_3 - i_4 - I = 0$$

(3.10)

οπότε, σε συνδυασμό με τις σχέσεις (3.9):

$$i_1 - \frac{E - v_2}{R_1} - \frac{E - v_3}{R_3} = 0$$

$$\frac{E - v_2}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} + I = 0$$

$$\frac{E - v_3}{R_3} - \frac{v_3}{R_4} - I = 0$$

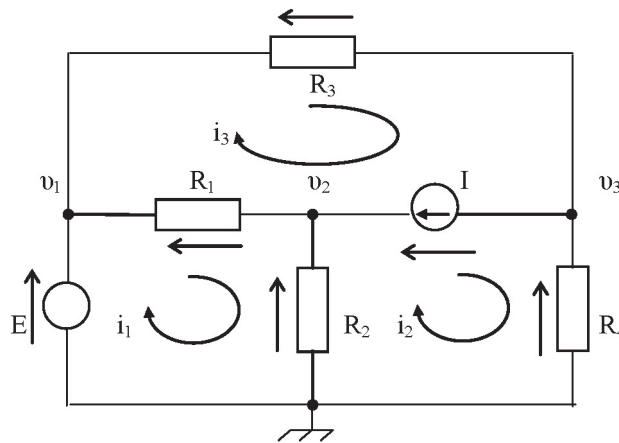
(3.11)

Οι εξισώσεις (3.11), τακτοποιώντας λίγο τη μορφή τους, αποτελούν ένα σύστημα με τρεις αγνώστους: τις τάσεις v_2 και v_3 και το ρεύμα i_1 , η λύση του οποίου είτε με σειρά αντικαταστάσεων, είτε με τον κανόνα του Cramer², επιτρέπει σε συνδυασμό με τις σχέσεις (3.9) τον προσδιορισμό των τιμών και των υπολοίπων ρευμάτων στο συγκεκριμένο κύκλωμα. Ωστόσο, αν δεν χρειάζεται η τιμή του ρεύματος i_1 , τότε αυτό μπορεί να απαλειφθεί χρησιμοποιώντας βοηθητικά π.χ. τη σχέση των ρευμάτων στον κόμβο αναφοράς. Στην περίπτωση αυτή, επειδή, προφανώς, ισχύει $i_1 = i_2 + i_3$, αντί για ένα σύστημα τριών εξισώσεων, όπως το (3.11), προκύπτουν τελικά δύο συστήματα δύο εξισώσεων με αγνώστους τις τάσεις v_2 και v_3 , η λύση οποιουδήποτε απ' τα δύο δίνει τις ζητούμενες τιμές τάσεων³.

3.3.2 Μέθοδος των βρόχων

Η επίλυση ενός κυκλώματος με τη μέθοδο των βρόχων αποσκοπεί στον υπολογισμό των τάσεων μεταξύ των κόμβων του κυκλώματος, δηλ. σε κάθε κλάδο του, θεωρώντας ως ανεξάρτητες μεταβλητές τα ρεύματα που διαρρέουν τους απλούς βρόχους του. Συγκεκριμένα, αν ένα κύκλωμα έχει N απλούς βρόχους, τότε η εφαρμογή του κανόνα των τάσεων σε κάθε βρόχο οδηγεί σ' ένα σύστημα N εξισώσεων με αγνώστους τα ρεύματα σ' αυτούς. Με τη λύση του συστήματος αυτού, προσδιορίζονται, πρώτα τα ρεύματα των κλάδων και μετά οι τάσεις στους κόμβους, καθώς και κάθε άλλο ζητούμενο μέγεθος, εφόσον, βεβαίως, επαρκούν τα δεδομένα.

Ως παράδειγμα για τη μέθοδο των βρόχων χρησιμοποιούμε το κύκλωμα του σχήματος 3.6, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.7. Σ' αυτό υπάρχουν τρεις απλοί βρόχοι με αντίστοιχα ρεύματα i_1 , i_2 και i_3 . Για ευκολία και τα τρία αυτά ρεύματα θεωρούνται ότι έχουν την ίδια φορά που είναι η θετική λόγω της συμβατικής φοράς του i_1 . Επίσης, οι τάσεις στους τρεις κόμβους θα είναι v_1 , v_2 και v_3 ως προς τη γείωση του. Τέλος, γνωστές θεωρούνται οι πηγές τάσης E και ρεύματος I όπως επίσης και οι τιμές των αντιστάσεων R_1 , R_2 , R_3 και R_4 .



Σχήμα 3.7. Παράδειγμα επίλυσης κυκλώματος με τη μέθοδο των βρόχων.

Έτσι, οι τάσεις στους τρεις κόμβους του κυκλώματος, θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} v_1 &= E \quad \text{ή} \quad v_1 = R_1(i_1 - i_3) + v_2 \\ v_2 &= R_2(i_1 - i_2) \\ v_3 &= R_4 i_2 \quad \text{ή} \quad v_3 = E - R_3 i_3 \end{aligned}$$

(3.13)

διότι κάθε κλάδος που ανήκει σε δύο απλούς βρόχους διαρρέεται από ρεύμα ίσο προς το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων των αντίστοιχων βρόχων. Στη συνέχεια, από τον κανόνα των τάσεων, θα ισχύει:

για το βρόχο με το ρεύμα i_1 :

$$v_1 - (v_1 - v_2) - v_2 = 0$$

για το βρόχο με το ρεύμα i_2 :

$$v_2 - (v_2 - v_3) - v_3 = 0$$

και για το βρόχο με το ρεύμα i_3 :

$$(v_1 - v_3) - (v_1 - v_2) - (v_2 - v_3) = 0$$

² Στη συγκεκριμένη περίπτωση, βεβαίως, το σύστημα είναι απλής μορφής και λύνεται με απλές αντικαταστάσεις.

³ Συχνά, όταν η μέθοδος των κόμβων εφαρμόζεται σ' ένα κύκλωμα μόνο με ωμικές αντιστάσεις, όπως αυτό του σχήματος 3.6, τότε μπορεί οι αντιστάσεις αυτές να θεωρηθούν ως αγωγιμότητες με τις αντίστοιχες αλλαγές συμβολισμού και μονάδων. Έτσι, η μορφή των σχέσεων για τα ρεύματα των κλάδων, όπως επίσης η μορφή, αλλά και η λύση, του αντίστοιχου συστήματος εξισώσεων, απλοποιείται με την αποφυγή των κλασματικών παραστάσεων.

και τελικά, με τις σχέσεις (3.13), θα είναι:

$$\begin{aligned} E - R_1(i_1 - i_3) - R_2(i_1 - i_2) &= 0 \\ R_2(i_1 - i_2) - v_x - R_4 i_2 &= 0 \\ R_3 i_3 - R_1(i_1 - i_3) - v_x &= 0 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Στις εξισώσεις αυτές, η τάση στα άκρα της ιδανικής πηγής ρεύματος I είναι $v_x = v_2 - v_3$ και είναι άγνωστη, καθώς η τιμή της εξαρτάται από την τιμή του φορτίου της πηγής. Έτσι, οι τρεις εξισώσεις (3.14) αποτελούν ένα σύστημα με τέσσερις όμως αγνώστους: τα ρεύματα i_1 , i_2 , και i_3 των τριών βρόχων και την τάση v_x . Άρα, για τη λύση του χρειάζεται μια τέταρτη εξίσωση, η οποία, στο συγκεκριμένο κύκλωμα, προκύπτει αμέσως από την παρατήρηση ότι το ρεύμα της πηγής ρεύματος I είναι το ρεύμα που διαρρέει τον κοινό κλάδο των βρόχων και είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων i_2 και i_3 , δηλ., $I = i_3 - i_2$.

3.3.3 Παρατηρήσεις

Από τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, συμπεραίνεται ότι ανάλογα με την πολυπλοκότητα ενός κυκλώματος, η επίλυσή του μπορεί να γίνει είτε με απλή εφαρμογή των κανόνων του Kirchhoff, είτε με εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων ή των βρόχων, καθώς η όποια επιλογή διευκολύνεται κατά πολύ τόσο από τη μορφή του διαγράμματος, όσο και τα δεδομένα του κυκλώματος. Πράγματι, όταν το διάγραμμα ενός οσοδήποτε σύνθετου κυκλώματος έχει σχεδιαστεί με απλό και «κομψό» τρόπο, τότε, η αναγνώριση των κλάδων και των κόμβων του, σε συνδυασμό με το συμβολισμό των αντίστοιχων ρευμάτων και τάσεων, γίνεται χωρίς ιδιαίτερο προβληματισμό και, συνεπώς, οδηγεί στη σωστή αξιολόγηση των δεδομένων.

Για την επιλογή της πιο «κατάλληλης» ή «βολικής» μεθόδου επίλυσης μπορεί να υπάρξει γενικός κανόνας. Κατάλληλη μέθοδος για οποιοδήποτε κύκλωμα θεωρείται εκείνη με την εφαρμογή της οποίας προκύπτει η επίλυση ενός συστήματος με μικρό αριθμό εξισώσεων και αγνώστων.

Έτσι, αναφερόμενοι κατ' αρχήν σε κυκλώματα, που αποτελούνται μόνον από ωμικές αντιστάσεις και ιδανικές ανεξάρτητες πηγές τάσης ή ρεύματος, μπορούν να γίνουν οι εξής παρατηρήσεις:

- απλά κυκλώματα, δηλ. κυκλώματα που περιέχουν μια μόνον πηγή τάσης ή ρεύματος, επιλύονται συνήθως με απλή εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff,
- αν ένα κύκλωμα περιλαμβάνει περισσότερες από μία, και μόνον πηγές ρεύματος, συνήθως επιλέγεται η μέθοδος των κόμβων,
- αν ένα κύκλωμα περιλαμβάνει περισσότερες από μία, και μόνον πηγές τάσης, συνήθως επιλέγεται η μέθοδος των βρόχων.

Με την ίδια λογική, όταν ένα κύκλωμα περιλαμβάνει πηγές ρεύματος και πηγές τάσης, τότε, συνήθως:

- αν είναι περισσότερες οι πηγές ρεύματος, επιλέγεται η μέθοδος των κόμβων,
- αν είναι περισσότερες οι πηγές τάσης, επιλέγεται η μέθοδος των βρόχων.

Τέλος, όταν ένα κύκλωμα περιλαμβάνει τον ίδιο αριθμό πηγών τάσης και ρεύματος, όπως στο παράδειγμα των προηγούμενων παραγράφων, τότε η επιλογή της μεθόδου εξαρτάται από το ίδιο το κύκλωμα.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονισθεί ότι οι μέθοδοι επίλυσης κυκλωμάτων που παρουσιάστηκαν είναι **γενικές μέθοδοι** και, συνεπώς, η εφαρμογή τους δεν περιορίζεται σε κυκλώματα που περιέχουν μόνο ιδανικές ανεξάρτητες πηγές και ωμικά στοιχεία, αλλά επεκτείνεται σε κάθε είδους κύκλωμα, που μπορεί να περιέχει κάθε τύπου πηγές και στοιχεία. Σε τέτοιες όμως περιπτώσεις, θα πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στον προσδιορισμό των στιγμιαίων τιμών τάσεων και ρευμάτων, καθώς και στη μαθηματική διατύπωση των σχέσεων τάσης-ρεύματος των στοιχείων του, πριν από την εφαρμογή των κανόνων του Kirchhoff. Επί πλέον, η όλη διαδικασία επίλυσης μπορεί να οδηγήσει σε πολύπλοκα συστήματα γραμμικών ή μη εξισώσεων με πολλούς αγνώστους, η λύση των οποίων δεν είναι πάντοτε εφικτή.

Για το λόγο αυτό, η ανάλυση και επίλυση ενός σύνθετου κυκλώματος μπορεί να επιτευχθεί λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες του κυκλώματος, οπότε, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του και τη βοήθεια κατάλληλων θεωρημάτων, μπορούν να χρησιμοποιηθούν άλλες, ειδικότερες, μέθοδοι και τεχνικές.

Στις επόμενες παραγράφους του κεφαλαίου αυτού, θα ασχοληθούμε με τη μελέτη των χαρακτηριστικών λειτουργίας και τις τεχνικές ανάλυσης γραμμικών και μη γραμμικών κυκλωμάτων, που αποτελούν τις δύο βασικές κατηγορίες ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, καθώς, το σύνολο σχεδόν των κυκλωμάτων, που θα συναντήσουμε στα επόμενα κεφάλαια, κατατάσσεται σ' αυτές.

3.4 Γραμμικά κυκλώματα και στοιχεία

Κάθε κύκλωμα χαρακτηρίζεται από τη λειτουργία του και ανάλογα με τις ιδιότητές της ταξινομείται σε μια ή περισσότερες από τις κατηγορίες που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 2.7. Έτσι, υπάρχουν γραμμικά ή μη γραμμικά κυκλώματα, αντιστρεπτά ή μη αντιστρεπτά, αιτιατά ή μη αιτιατά, χρονικώς αναλλοίωτα, ευσταθή, με ή χωρίς μνήμη, κ.λπ.. Εξετάζοντας και ιεραρχώντας τη σημασία κάθε μιας από αυτές τις κατηγορίες, ο σημαντικότερος ίσως χαρακτηρισμός ενός κυκλώματος αναφέρεται στο αν αυτό είναι ή όχι γραμμικό. Παρακάτω, εξετάζονται οι τα βασικά χαρακτηριστικά των γραμμικών κυκλωμάτων και στοιχείων.

3.4.1 Γραμμικά και μη γραμμικά κυκλώματα

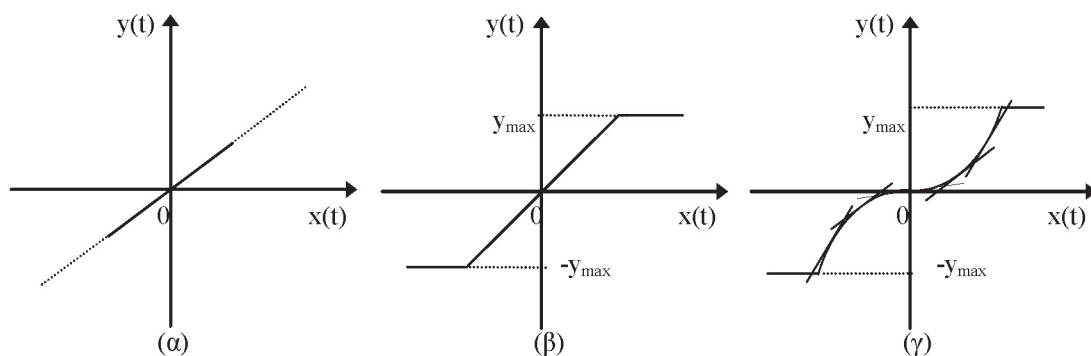
Όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 2.7, ένα κύκλωμα χαρακτηρίζεται ως *γραμμικό* όταν κατά τη λειτουργία του ισχύει η αρχή της υπέρθεσης ή επαλληλίας και η αρχή της αναλογίας. Έτσι, εφόσον η σχέση μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος καθορίζεται τελικά από τις σχέσεις τάσης-ρεύματος που αναπτύσσονται μεταξύ των στοιχείων του, προκύπτει ότι ένα κύκλωμα για το οποίο δεν ορίζονται αρχικές συνθήκες, δηλ. που είναι αιτιατό, χωρίς μνήμη και αποτελείται από γραμμικά στοιχεία, θα είναι γραμμικό. Συνεπώς, κυκλώματα που, εκτός από πηγές τάσης και ρεύματος, περιλαμβάνουν αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία θα είναι γραμμικά, αρκεί οι αρχικές συνθήκες για τους πυκνωτές και τα πηνία να είναι μηδενικές, δηλ. να μην υπάρχουν αρχικά φορτισμένοι πυκνωτές και, αντιστοίχως, πηνία που να διαρρέονται από αρχικά ρεύματα

Όταν σ' ένα κύκλωμα υπάρχουν μη γραμμικά στοιχεία ή στοιχεία που δεν ακολουθούν πάντοτε τις αρχές της επαλληλίας και αναλογίας, τότε το κύκλωμα αυτό θα χαρακτηρίζεται ως *γραμμικό* ή *μη γραμμικό* ανάλογα με τη γραμμικότητα ή μη της μαθηματικής σχέσης εισόδου – εξόδου κατά τη λειτουργία του. Η λειτουργία π.χ. ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, που περιλαμβάνουν στοιχεία όπως δίοδοι, τρανζίστορ, κ.λπ., δεν εξαρτάται μόνο από την ύπαρξη ή όχι των στοιχείων αυτών, αλλά κυρίως από τις συνθήκες λειτουργίας τους.

Επίσης, ένα κύκλωμα, που κατά τη λειτουργία του σε μια διευρυμένη περιοχή τιμών τάσης-έντασης, χαρακτηρίζεται γενικώς ως μη γραμμικό, μπορεί για μια μικρή περιοχή των τιμών αυτών να θεωρείται γραμμικό. Δηλαδή, ένα *κατ' αρχήν μη γραμμικό κύκλωμα μπορεί να είναι κατά τμήματα γραμμικό*. Ομοίως, ένα σύνθετο κύκλωμα, που αποτελείται π.χ. από δύο επί μέρους μη γραμμικά κυκλώματα, μπορεί να έχει συνολικά γραμμική λειτουργία όταν η μη γραμμικότητα του ενός αντισταθμίζει τη μη γραμμικότητα του άλλου.

Η λειτουργία ενός κυκλώματος μπορεί να παρασταθεί γραφικά, εκφράζοντας το σήμα εξόδου του ως συνάρτηση του σήματος εισόδου. Όταν η συνάρτηση αυτή ορίζεται στο πεδίο του χρόνου λέγεται **χαρακτηριστική συνάρτηση** (τάσης ή ρεύματος) ή, απλώς, **χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου**, ενώ, όταν ορίζεται στο πεδίο των συχνοτήτων είναι γνωστή ως **συνάρτηση μεταφοράς**. Για τη γραφική παράσταση της χαρακτηριστικής συνάρτησης ενός κυκλώματος χρησιμοποιείται ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με τις τιμές του σήματος εισόδου στον οριζόντιο άξονα και τις τιμές του σήματος εξόδου στον κάθετο άξονα

Στο σχήμα 3.8, φαίνονται διάφορες μορφές χαρακτηριστικών συναρτήσεων. Ειδικότερα, στο σχήμα 3.8(α), δίνεται η γραφική παράσταση της χαρακτηριστικής τάσης εισόδου-τάσης εξόδου ενός γραμμικού κυκλώματος ενώ, στο σχήμα 3.8(β), φαίνεται η ίδια χαρακτηριστική όταν υπάρχουν καθορισμένα όρια της τάσης εξόδου για τη γραμμική λειτουργία του κυκλώματος. Τέλος, στο σχήμα 3.8(γ), φαίνεται μια μη γραμμική χαρακτηριστική που μπορεί να προσεγγισθεί από τμήματα γραμμικής λειτουργίας.



Σχήμα 3.8. Γραφική παράσταση της χαρακτηριστικής συνάρτησης $y(t)=f[x(t)]$: (α) γραμμικού κυκλώματος (τυπική περίπτωση), (β) κυκλώματος με όρια γραμμικής λειτουργίας [y_{max} , $-y_{max}$], και (γ) μη γραμμικού κυκλώματος με τμήματα κατά προσέγγιση γραμμικής λειτουργίας.

3.4.2 Γραμμικά και μη γραμμικά στοιχεία

Ακριβώς, όπως τα κυκλώματα, έτσι και κάθε απλό ή σύνθετο ηλεκτρικό στοιχείο, χαρακτηρίζεται ως γραμμικό, κατά τμήματα γραμμικό ή μη γραμμικό, ανάλογα με τη μορφή της γραμμικότητας ή μη της σχέσης τάσης-ρεύματος που περιγράφει τη λειτουργία ή συμπεριφορά του σ' ένα κύκλωμα. Έτσι, ένα στοιχείο είναι ή θεωρείται γραμμικό όταν κατά τη λειτουργία του ισχύει η αρχή της υπέρθεσης ή επαλληλίας και η αρχή της αναλογίας, είτε εξ ορισμού, είτε λόγω συγκεκριμένων συνθηκών ή προϋποθέσεων.

Η γραφική παράσταση της σχέσης που ισχύει κατά τη λειτουργία ενός στοιχείου ονομάζεται, γενικώς, **χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος** του στοιχείου και αποτελεί τον γεωμετρικό τόπο των σημείων λειτουργίας του στοιχείου, δηλ. των σημείων εκείνων των οποίων οι συντεταγμένες τάσης-ρεύματος στο κατάλληλο σύστημα αξόνων περιγράφονται από την συγκεκριμένη σχέση.

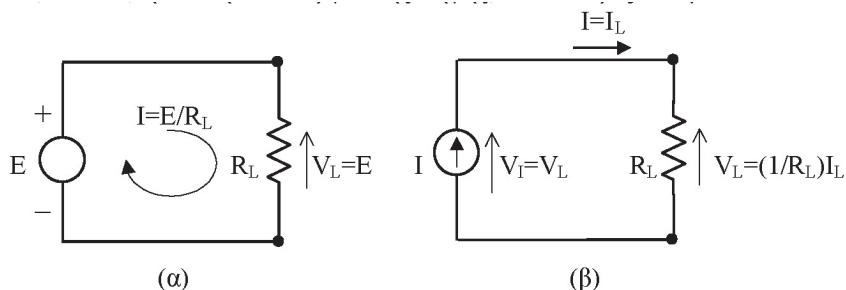
Στην περίπτωση γραμμικών στοιχείων η χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος θα είναι ευθεία γραμμή, ενώ αν πρόκειται για ένα γραμμικό ενεργό στοιχείο, η χαρακτηριστική αυτή θα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα που ονομάζεται **ευθεία φόρτου**, τα άκρα του οποίου ορίζονται από τις μέγιστες τιμές τάσης και ρεύματος που μπορεί να παρέχει το στοιχείο αυτό όταν συνδεθεί σ' ένα φορτίο.

Παρακάτω, εξετάζονται τα χαρακτηριστικά γραμμικότητας των βασικών ενεργών και παθητικών ηλεκτρικών στοιχείων, μεταξύ των οποίων, του ηλεκτρικού διακόπτη και της τυπικής μορφής ενός απλού μη γραμμικού στοιχείου, σε συνδυασμό με τη μορφή των αντίστοιχων χαρακτηριστικών τάσης-ρεύματος.

3.4.2.1 Ιδανικές και πραγματικές πηγές τάσης και ρεύματος

Οι ιδανικές ανεξάρτητες πηγές τάσης ή ρεύματος είναι ενεργά στοιχεία που, όταν συνδεθούν σ' ένα φορτίο ή κύκλωμα, παρέχουν ηλεκτρική ενέργεια με τιμή τάσης ή ρεύματος ανεξάρτητη από τα χαρακτηριστικά του φορτίου ή του κυκλώματος, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι και η λειτουργία τους είναι ανεξάρτητη του φορτίου. Δηλ. ο χαρακτηρισμός της λειτουργίας τους ως γραμμικής ή μη γραμμικής δεν έχει έννοια, καθώς αυτή θα εξαρτάται από τη λειτουργία του φορτίου.

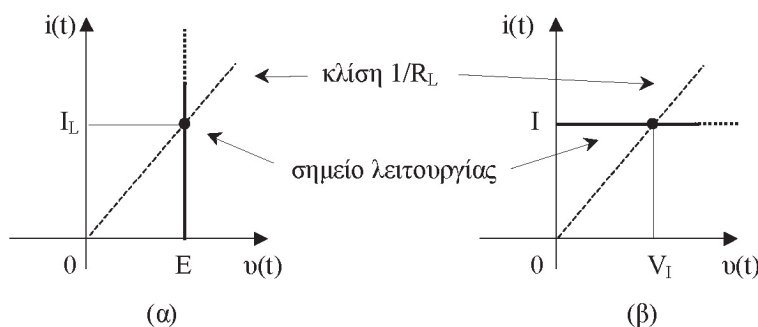
Πράγματι, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 1.5.5.1, οι ιδανικές πηγές τάσης ή ρεύματος λειτουργούν με τη δυνατότητα παροχής άπειρης ισχύος. Έτσι, όταν μια τέτοια πηγή συνδεθεί π.χ. σε μια ωμική αντίσταση R_L , τότε, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.9, η σχέση τάσης-ρεύματος στο κύκλωμα – και, κατ' επέκταση, στην ίδια την πηγή – θα καθορίζεται αποκλειστικά από την τιμή της R_L . Με άλλα λόγια, η παρεχόμενη ισχύς και, τελικά, η ίδια η λειτουργία της πηγής, θα καθορίζεται μόνον από το φορτίο.



Σχήμα 3.9. Σύνδεση (α) ιδανικής πηγής τάσης και (β) ιδανικής πηγής ρεύματος σε φορτίο R_L .

Στο σχήμα 3.10 δίνονται οι χαρακτηριστικές τάσης-ρεύματος κατ' αρχήν στα ανοικτά άκρα μιας ιδανικής πηγής τάσης και μιας ιδανικής πηγής ρεύματος. Όπως φαίνεται, οι χαρακτηριστικές αυτές θα είναι ημιευθείες γραμμές παράλληλες προς τους άξονες ρεύματος (πηγή τάσης) και τάσης (πηγή ρεύματος).

Όταν στις πηγές αυτές συνδεθεί μια αντίσταση φορτίου R_L , τότε το αντίστοιχο σημείο λειτουργίας των πηγών στα αντίστοιχα κυκλώματα που δημιουργούνται θα είναι το σημείο τομής της χαρακτηριστικής του φορτίου και της αντίστοιχης ευθείας φόρτου. Έτσι, αν το φορτίο μεταβληθεί με κάποιο τρόπο – μεταβάλλοντας αντιστοίχως και την κλίση $1/R_L$ της χαρακτηριστικής του – τότε, με τον ίδιο τρόπο, θα μεταβληθεί και το ρεύμα I_L στην πηγή τάσης ή η τάση V_I στην πηγή ρεύματος, δηλ. η θέση του αντίστοιχου σημείου λειτουργίας.



Σχήμα 3.10. Ευθεία φόρτου ιδανικής πηγής (α) τάσης και (β) ρεύματος χωρίς φορτίο (έντονη γραμμή) και σημείο λειτουργίας όταν συνδέεται ως φορτίο μια αντίσταση R_L .

Στην περίπτωση των πραγματικών πηγών τάσης ή ρεύματος, η λειτουργία τους εξαρτάται κατ' αρχήν από τα χαρακτηριστικά της αντίστασης ή αγωγιμότητας εξόδου τους. Έτσι, αν η τιμή της είναι σταθερή και ανεξάρτητη είτε του ρεύματος που τη διαρρέει, είτε της τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα της, τότε η αντίστοιχη πηγή θα λειτουργεί ως γραμμικό στοιχείο. Αλλιώς, η λειτουργία τους θα εξαρτάται από τον τρόπο μεταβολής της αντίστασης ή της αγωγιμότητας εξόδου τους.

Στο σχήμα 3.11, φαίνονται μια πραγματική πηγή τάσης με σταθερή τιμή αντίστασης εξόδου R_S και μια πραγματική πηγή ρεύματος με σταθερή τιμή αγωγιμότητας εξόδου G_S . Προφανώς, οι μέγιστες τιμές τάσης και ρεύματος που μπορούν να παρασχεθούν σ' ένα φορτίο καθορίζουν και την αντίστοιχη ευθεία φόρτου.

Πράγματι, θεωρώντας στα άκρα τους ένα φορτίο R_L και συμβολίζοντας με V_L και I_L την τάση και το ρεύμα στο φορτίο αυτό, οι εξισώσεις που περιγράφουν τη λειτουργία τους θα είναι:

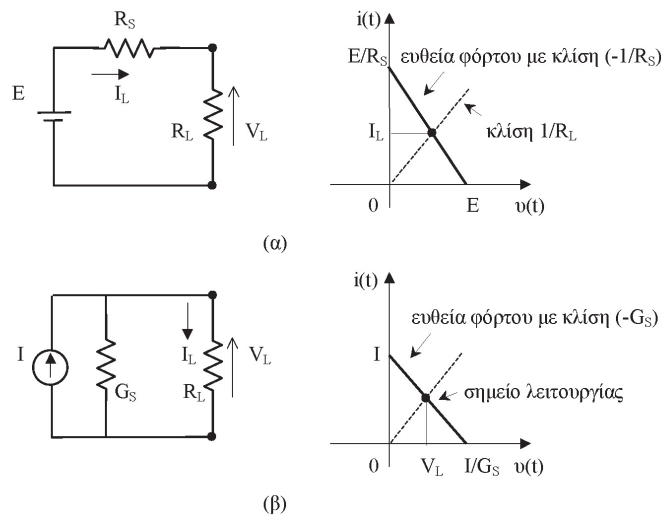
για την πηγή τάσης:

$$V_L = E - I_L \cdot R_S$$

και για την πηγή ρεύματος:

$$I_L = I - \frac{V_L}{G_S}$$

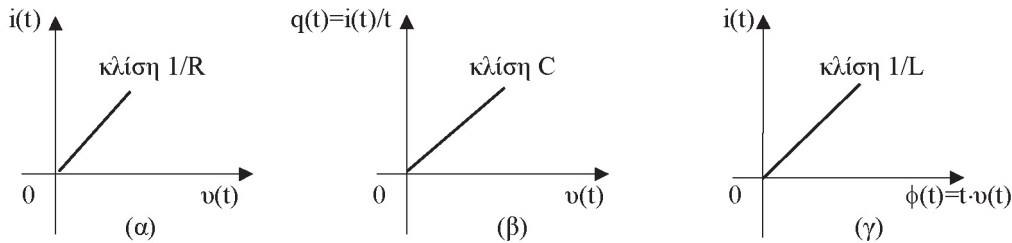
Η γραφική παράσταση κάθε μιας από τις εξισώσεις αυτές δίνει την αντίστοιχη ευθεία φόρτου με κλίση $(-1/R_S)$ και $(-G_S)$, ενώ το σημείο λειτουργίας κάθε πηγής στο αντίστοιχο κύκλωμα με το φορτίο R_L θα είναι το σημείο τομής της ευθείας φόρτου της και της χαρακτηριστικής του φορτίου.



Σχήμα 3.11. Ευθεία φόρτου (α) πραγματικής πηγής τάσης με αντίσταση εξόδου R_S και (β) πραγματικής πηγής ρεύματος με αγωγιμότητα εξόδου $G_S = 1/R_S$ και σημεία λειτουργίας για φορτίο R_L .

3.4.2.2 Ωμικές αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία

Τα βασικά παθητικά ηλεκτρικά στοιχεία, δηλ. οι ωμικές αντιστάσεις, οι πυκνωτές και τα πηνία, είναι εξ ορισμού γραμμικά στοιχεία, καθώς, όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 1, οι αντίστοιχες φυσικές παράμετροί τους αποτελούν ουσιαστικά συντελεστές αναλογίας μεταξύ των μεταβολών τάσης και έντασης ρεύματος σ' αυτά. Επομένως, κατά τη λειτουργία τους σ' ένα κύκλωμα με μηδενικές αρχικές συνθήκες, θεωρητικώς θα ισχύουν οι αρχές της γραμμικότητας, δηλ. η αρχή της επαλληλίας και η αρχή της αναλογίας, οπότε και οι αντίστοιχες χαρακτηριστικές τάσης-ρεύματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.12, θα είναι ευθείες γραμμές που διέρχονται από την αρχή των αξόνων $i-v$.

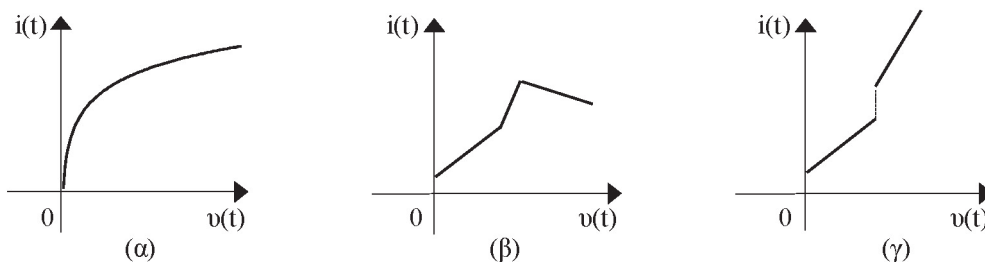


Σχήμα 3.12. Θεωρητική μορφή των χαρακτηριστικών λειτουργίας (α) αντιστάσεων, (β) πυκνωτών και (γ) πηνίων με μηδενικές αρχικές συνθήκες, δηλ. $v_C(0)=0$ και $i_L(0)=0$.

Ωστόσο, στην πράξη, η γραμμικότητα των παθητικών στοιχείων εξαρτάται τόσο από τα κατασκευαστικά τους χαρακτηριστικά – και, κυρίως, από το αν το μέτρο τους διατηρείται σταθερό και ανεξάρτητο από μεταβολές της τάσης στα άκρα τους ή του ρεύματος που τα διαρρέει – όσο και από τις συνθήκες λειτουργίας τους στο κύκλωμα, όπως π.χ. σήματα υψηλών συχνοτήτων, μεταβολές θερμοκρασίας, κ.λπ.. Έτσι, οι απλές μορφές αντιστάσεων, πυκνωτών και πηνίων θεωρούνται ότι διατηρούν σταθερή την τιμή τους για συγκεκριμένες περιοχές τιμών τάσης, έντασης ρεύματος, συχνότητας, κ.λπ..

Επίσης υπάρχουν μεταβλητές αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία, καθώς και στοιχεία με μεταβαλλόμενη τιμή αντίστασης, χωρητικότητας ή αυτεπαγωγής, όπως π.χ. στοιχεία με αντίσταση που μεταβάλλεται με την πίεση ή τη θερμοκρασία, ή στοιχεία με χωρητικότητα που μεταβάλλεται με την τάση στα άκρα του.

Στα μεταβλητά στοιχεία, η μεταβολή της τιμής τους γίνεται με τρόπο τέτοιο, έτσι ώστε για όσο χρόνο η τιμή δεν μεταβάλλεται, η μορφή της αντίστοιχης χαρακτηριστικής να παραμένει ευθεία γραμμή με κατάλληλη κλίση, όπως στο σχήμα 3.12. Στη περίπτωση που η τιμή της αντίστασης, χωρητικότητας ή αυτεπαγωγής εξαρτάται από τη μεταβολή άλλου φυσικού μεγέθους, τότε αυτή μπορεί να μεταβάλλεται με συνεχή ή διακριτό τρόπο, ή σύμφωνα με κάποιο γραμμικό ή μη κανόνα, οπότε, η μορφή της χαρακτηριστικής τους καθορίζεται πλέον από τον τρόπο της εξαρτημένης αυτής μεταβολής, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.13. Τέτοια στοιχεία χρησιμοποιούνται συνήθως ως αισθητήρες μεταβολών των αντίστοιχων μεγεθών, η δε παρουσία τους στα κυκλώματα οδηγεί στην αντίστοιχη μεταβολή της τάσης στα άκρα τους ή του ρεύματος που τα διαρρέει.



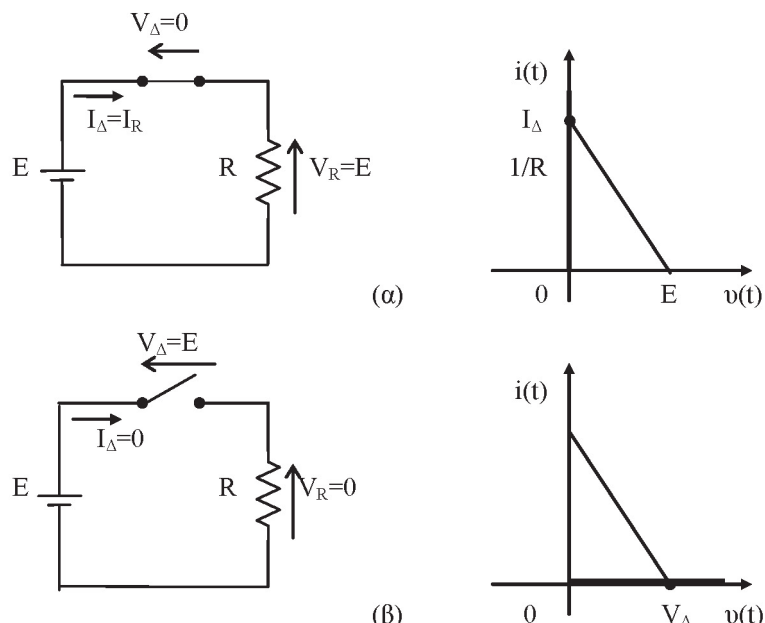
Σχήμα 3.13. Χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος στοιχείου μεταβαλλόμενης π.χ. αντίστασης: (α) λογαριθμική (συνεχής) μεταβολή, (β) κατά τμήματα γραμμική (συνεχής) μεταβολή, και (γ) κατά τμήματα γραμμική (ασυνεχής) μεταβολή.

3.4.2.3 Ηλεκτρικός διακόπτης

Ο απλός ηλεκτρικός διακόπτης είναι ένα ιδιάζον ηλεκτρικό στοιχείο με δύο άκρα, που δεν είναι δυνατόν να χαρακτηριστεί ως γραμμικό ή μη γραμμικό στοιχείο, καθώς η σχέση τάση-ρεύματος σ' αυτόν, αντιστοιχεί σε δύο τελείως διαφορετικές καταστάσεις λειτουργίας του σ' ένα κύκλωμα.

Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.14, ένας τέτοιος διακόπτης βρίσκεται αποκλειστικά σε μια από δύο διακριτές καταστάσεις, με αντίστοιχα διαφορετική χαρακτηριστική λειτουργίας. Στη μια κατάσταση, την κατάσταση «αγωγής», ο διακόπτης είναι κλειστός και λειτουργεί ως απλός αγωγός σύνδεσης, δηλ. βραχυκύκλωμα⁴ των άκρων του. Προφανώς, στην κατάσταση αυτή, η τάση στα άκρα του διακόπτη είναι μηδέν ενώ θα διαρρέεται από ρεύμα με τιμή έντασης που καθορίζεται από τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος. Στην άλλη κατάσταση, την κατάσταση «διακοπής», ο διακόπτης είναι ανοικτός, διακόπτοντας τη ροή ρεύματος μεταξύ των άκρων του, οπότε η τάση μεταξύ τους θα εξαρτάται από τον τρόπο σύνδεσης του διακόπτη στο κύκλωμα και τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος. Δηλαδή, η λειτουργία ενός απλού διακόπτη είναι γραμμική είτε μόνο ως προς το ρεύμα (διακόπτης κλειστός), είτε μόνο ως προς την τάση (διακόπτης ανοικτός).

⁴ Με τον όρο «βραχυκύκλωμα» εννοείται κάθε απ' ευθείας σύνδεση δύο ή περισσότερων σημείων ενός κυκλώματος με αποτέλεσμα το μηδενισμό της τάσης μεταξύ των σημείων αυτών.



Σχήμα 3.15. Κατάσταση λειτουργίας και χαρακτηριστική (έντονη γραμμή) απλού διακόπτη: (α) κλειστός διακόπτης: $V_{\Delta}=0$, $I_{\Delta}=E/R$, και (β) ανοικτός διακόπτης: $V_{\Delta}=E$, $I_{\Delta}=0$.

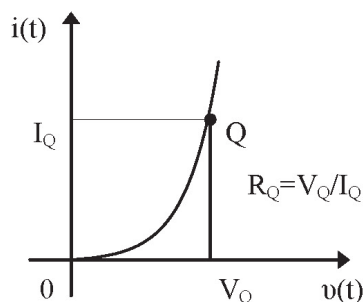
3.4.2.4 Μη γραμμικά στοιχεία

Αναφέρθηκε ότι η γραμμικότητα της λειτουργίας ενός ηλεκτρικού στοιχείου προσδιορίζεται από τη σχέση τάσης – ρεύματος που ισχύει γι αυτό και, ειδικότερα, από το αν γι αυτήν ισχύουν οι αρχές της επαλληλίας και της αναλογίας, όπως παρουσιάστηκαν στη παράγραφο 2.7. Έτσι, όταν ένα στοιχείο - είτε παθητικό, είτε ενεργό - χαρακτηρίζεται ως μη γραμμικό, αυτό σημαίνει ότι η λειτουργία του περιγράφεται γενικώς από μια μη γραμμική σχέση τάσης – ρεύματος και η χαρακτηριστική του στο αντίστοιχο σύστημα αξόνων θα είναι μια μη ευθεία γραμμή.

Τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά των παθητικών μη γραμμικών στοιχείων περιγράφονται ως προς μία ή περισσότερες από τις τρεις βασικές φυσικές παραμέτρους, δηλ., την ωμική αντίσταση, τη χωρητικότητα και την αυτεπαγωγή, που μπορούν να ορισθούν γι αυτά. Όπως είδαμε στην περίπτωση των μεταβλητών στοιχείων, οι παράμετροι αυτές μπορεί να είναι συναρτήσεις της τάσης, του ρεύματος ή κάποιας άλλης φυσικής μεταβλητής και, συνεπώς, το μέτρο τους μπορεί να εξαρτάται με συνεχή ή διακριτό τρόπο από π.χ. την τάση ή το ρεύμα σ' αυτά, την τάση ή το ρεύμα σε κάποιο τμήμα του ίδιου ή άλλου κυκλώματος, τη θερμοκρασία, την άσκηση δύναμης, την πρόσπτωση φωτός, κ.λ.π..

Στο σχήμα 3.15 δίνεται η τυπική μορφή μιας συνεχούς χαρακτηριστικής τάσης-ρεύματος ενός μη γραμμικού ωμικού στοιχείου. Μια τέτοια χαρακτηριστική μπορεί να ανήκει είτε σε παθητικό, είτε σε ενεργό γραμμικό στοιχείο, καθώς, επίσης, μπορεί να αναφέρεται όχι μόνο στην ωμική του συμπεριφορά, αλλά και την χωρητική ή επαγωγική. Επί πλέον, αποτελεί το γεωμετρικό τόπο των σημείων εκείνων, οι συντεταγμένες των οποίων αποτελούν επιτρεπτά ζεύγη τιμών σε ότι αφορά τη μαθηματική σχέση τάσης-ρεύματος που ορίζεται για τη λειτουργία και αναφέρεται π.χ. σε μια από τις τρεις φυσικές παραμέτρους.

Έτσι, όπως φαίνεται αμέσως για τη χαρακτηριστική του σχήματος 3.15, ο λόγος των συντεταγμένων κάθε σημείου ενός σημείου της Q ορίζει μια τιμή ωμικής αντίστασης, που ονομάζεται, όπως θα δούμε και παρακάτω, **στατική αντίσταση**⁵.



Σχήμα 3.16. Τυπική μορφή χαρακτηριστικής τάσης-ρεύματος μη γραμμικού ωμικού στοιχείου και ορισμός της στατικής του αντίστασης στο σημείο Q .

⁵ Με αντίστοιχο τρόπο και χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη χαρακτηριστική μπορεί να προσδιορισθεί η τιμή της στατικής χωρητικότητας και της στατικής αυτεπαγωγής.

3.5 Χαρακτηριστικά λειτουργίας των κυκλωμάτων

Η λειτουργία ενός κυκλώματος, όπως παρουσιάστηκε στις παραγράφους 1.7.2 και 2.7, ισοδυναμεί με μια μορφή επεξεργασίας του σήματος τάσης ή έντασης ρεύματος στην είσοδό του, που αποσκοπεί «στην εξαγωγή» της μεταφερόμενης ποσότητας πληροφορίας ή τη χρήση ενός μέρους της, έχει δε ως αποτέλεσμα το αντίστοιχο σήμα στην έξοδό του. Η επεξεργασία αυτή περιγράφεται, μαθηματικώς, με τη δράση ενός τελεστή S που οδηγεί στην έκφραση του σήματος εξόδου $y(t)$ ως συνάρτησης του σήματος εισόδου $x(t)$, δηλ. $y(t)=f[x(t)]$, όπου η συνάρτηση $f[.]$ είναι η *χαρακτηριστική συνάρτηση* του κυκλώματος, που αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.4.1.

Γενικώς, τα σήματα εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος, καθώς και αυτά που εμφανίζονται στα διάφορα στοιχεία του κατά τη λειτουργία του, μπορεί να περιέχουν τόσο συνεχείς και σταθερές (DC), όσο και εναλλασσόμενες (AC) συνιστώσες. Επομένως, η ανάλυση της λειτουργίας κάθε κυκλώματος είναι δυνατόν, αν αυτό διευκολύνει τη μελέτη του, να «διαχωρίζεται» στην ανάλυση της λειτουργίας του ως προς τις συνεχείς και σταθερές συνιστώσες των αντίστοιχων σημάτων (DC ανάλυση) και στην ανάλυση της λειτουργίας του ως προς τις εναλλασσόμενες συνιστώσες τους (AC ανάλυση). Στην παράγραφο αυτή, εξετάζεται η μεθοδολογία ενός τέτοιου διαχωρισμού και της ανάλυσης των επί μέρους μορφών λειτουργίας, καθώς και ο προσδιορισμός των λειτουργικών χαρακτηριστικών των ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

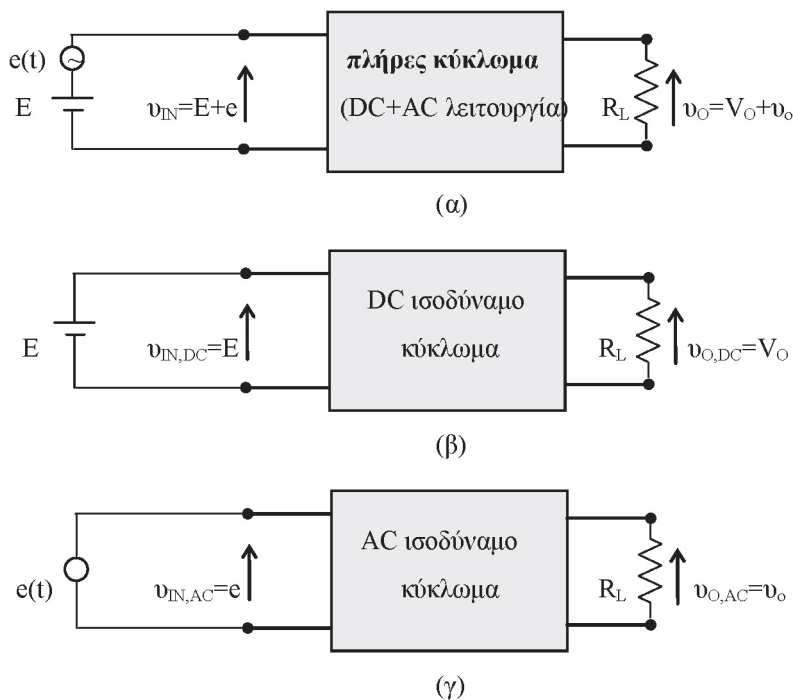
3.5.1 Στατική και δυναμική λειτουργία ενός κυκλώματος

Η ανάλυση της λειτουργίας ενός κυκλώματος και η εύρεση της σχέσης του σήματος εξόδου του προς το σήμα εισόδου, δηλ. της χαρακτηριστικής συνάρτησής του, περιλαμβάνει, όπως είδαμε, τη διαδικασία με την οποία προσδιορίζονται οι τάσεις και τα ρεύματα στους κόμβους και τους κλάδους του. Οι τάσεις και τα ρεύματα αυτά μπορεί να έχουν σταθερές ή μεταβαλλόμενες τιμές, δηλ. οι κυματομορφές τους μπορεί να περιέχουν συνεχείς και σταθερές (DC) ή και εναλλασσόμενες (AC) συνιστώσες, ανάλογα με το είδος των πηγών τάσης ή ρεύματος που δρουν σ' αυτό.

Για παράδειγμα, αν σ' ένα κύκλωμα, που αποτελείται από απλά ηλεκτρικά στοιχεία, υπάρχουν μόνο DC πηγές, οι τάσεις και τα ρεύματα στο κύκλωμα αυτό θα έχουν μόνο σταθερές τιμές (DC συνιστώσες), ενώ αν υπάρχουν και AC πηγές, θα υπάρχουν, αντίστοιχα, και AC συνιστώσες. Συνεπώς, κάθε επιμέρους DC ή AC συνιστώσα των κυματομορφών τάσης ή ρεύματος σ' ένα κύκλωμα, μεταξύ των οποίων και του σήματος εξόδου του, θα είναι αποτέλεσμα της δράσης του αντίστοιχου είδους πηγών σ' αυτό.

Στο σχήμα 3.16, δίνεται παραστατικά η περίπτωση ενός απλού γραμμικού κυκλώματος, στην είσοδο του οποίου εφαρμόζεται ένα σήμα τάσης $v_{IN}(t)$ που περιέχει μια συνιστώσα σταθερής τιμής E και μια εναλλασσόμενη, π.χ. ημιτονική, συνιστώσα $e(t)$. Το σήμα εξόδου του στα άκρα μιας αντίστασης φορτίου R_L , θα έχει αντίστοιχη μορφή με το σήμα εισόδου του, δηλ. θα είναι ένα σήμα τάσης $v_o(t)$ που θα περιέχει μια DC συνιστώσα V_o και μια AC συνιστώσα $v_o(t)$. Επομένως, θεωρώντας τις συνιστώσες του σήματος εισόδου ανεξάρτητες μεταξύ τους, είναι φανερό ότι και οι αντίστοιχες συνιστώσες του σήματος εξόδου θα είναι ανεξάρτητες η μία από την άλλη.

Με την έννοια αυτή, η ανάλυση της *πλήρους λειτουργίας* του κυκλώματος μπορεί να διαχωριστεί στην ανάλυση της λειτουργίας του ως προς τις DC και AC συνιστώσες του σήματος εισόδου. Στην πρώτη περίπτωση, η ανάλυση ονομάζεται **DC Ανάλυση** και αναφέρεται στη **Στατική** ή **DC λειτουργία** του κυκλώματος, ενώ, στη δεύτερη, λέγεται AC Ανάλυση και αναφέρεται στη **Δυναμική** ή **AC λειτουργία** του κυκλώματος.



Σχήμα 3.16. Σχηματική παράσταση: (α) πλήρους, (β) ισοδύναμης DC και (γ) ισοδύναμης AC λειτουργίας απλού γραμμικού κυκλώματος.

Προφανώς, τόσο η DC, όσο και η AC λειτουργία ενός κυκλώματος, θα περιγράφεται από τη σχέση μεταξύ των αντίστοιχων συνιστωσών των σημάτων εισόδου - εξόδου. Έτσι, η χαρακτηριστική του συνάρτησης, που ορίζεται ως προς τις DC συνιστώσες των σημάτων εισόδου και εξόδου του, όπως, επίσης, και η χαρακτηριστική συνάρτησή του που ορίζεται ως προς τις αντίστοιχες AC συνιστώσες, περιγράφουν την αντίστοιχη λειτουργία του συγκεκριμένου κυκλώματος.

Γενικεύοντας τα παραπάνω, συμπεραίνεται ότι η ανάλυση της λειτουργίας κάθε ηλεκτρικού ή ηλεκτρονικού κυκλώματος μπορεί να διαχωριστεί στην ανάλυση και μελέτη της αντίστοιχης DC και AC λειτουργίας του, ενώ τόσο η DC, όσο και η AC λειτουργία ενός κυκλώματος προσδιορίζεται τελικά από την αντίστοιχη λειτουργία όλων των στοιχείων του, συμπεριλαμβανομένων, προφανώς, και των συνδεδεμένων πηγών σήματος και τροφοδοσίας.

Έτσι, η μορφή ενός κυκλώματος με την οποία αναλύεται είτε η DC, είτε η AC λειτουργία του, είναι αποτέλεσμα της διατήρησης ή αντικατάστασης των στοιχείων, που αποτελούν το συγκεκριμένο κύκλωμα, με βάση τα χαρακτηριστικά της λειτουργίας τους ως προς τις DC ή τις AC συνιστώσες των τάσεων και των ρευμάτων σ' αυτά. Με τον τρόπο αυτό, για κάθε κύκλωμα μπορεί να σχεδιαστεί μια ισοδύναμη μορφή του για την DC ή την AC λειτουργία του, δηλ. μπορεί να σχεδιαστεί ένα DC ή AC ισοδύναμο κύκλωμα, η σχεδίαση δε αυτή αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την αντίστοιχη ανάλυση του πλήρους κυκλώματος.

Στον Πίνακα 3.1 δίνονται οι «πρακτικοί κανόνες» αντικατάστασης των βασικών παθητικών και ενεργών στοιχείων με βάση την ισοδύναμη DC και AC λειτουργία τους για το σχεδιασμό του αντίστοιχου DC ή AC ισοδύναμου ενός κυκλώματος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1

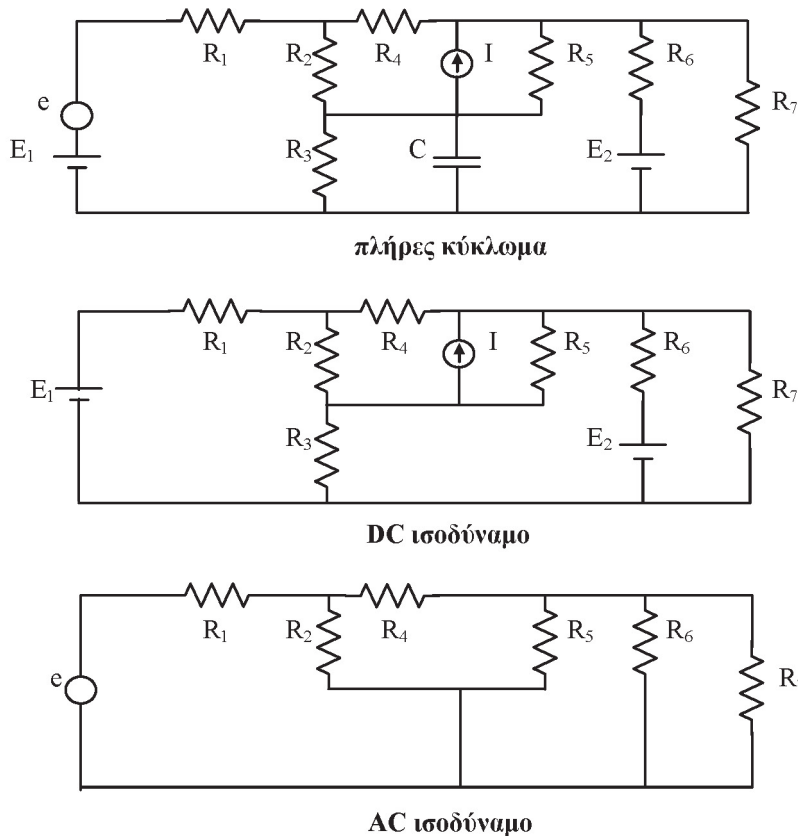
ΣΤΟΙΧΕΙΟ	DC ισοδύναμο	AC ισοδύναμο (προσεγγιστική μορφή)
Αντίσταση ή αγωγιμότητα	παραμένει όπως είναι	
Πυκνωτής	κατάργηση κλάδου	βραχυκύκλωμα *
Πηνίο	βραχυκύκλωμα	κατάργηση κλάδου *
Πηγή DC τάσης	παραμένει όπως είναι	βραχυκύκλωμα **
Πηγή DC ρεύματος	παραμένει όπως είναι	κατάργηση κλάδου **
Πηγή AC τάσης	βραχυκύκλωμα **	παραμένει όπως είναι
Πηγή AC ρεύματος	κατάργηση κλάδου **	παραμένει όπως είναι

* Η ακριβής ισοδυναμία είναι μια σύνθετη αντίσταση (χωρητική ή επαγωγική) ως αποτέλεσμα της μιγαδικής μορφής της AC λειτουργίας τους, (βλ. Κεφάλαιο 4).

** Για πραγματικές πηγές πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι αντιστάσεις ή αγωγιμότητες εξόδου τους

Στο σχήμα 3.17, δίνεται το πλήρες διάγραμμα ενός κυκλώματος, για το οποίο σχεδιάζεται το αντίστοιχο DC και AC ισοδύναμό του, ως παράδειγμα εφαρμογής των κανόνων του Πίνακα 3.1. Όπως φαίνεται αμέσως, η αντικατάσταση των μη ωμικών στοιχείων του αρχικού κυκλώματος με τα προσεγγιστικά ισοδύναμά τους είναι μια απλή διαδικασία που οδηγεί και σε τοπολογικές μεταβολές, καθώς προκύπτουν νέοι συνδυασμοί παράλληλων και σε σειρά συνδεδεμένων στοιχείων. Έτσι, στο παράδειγμα αυτό, οι πηγές θεωρούνται ιδανικές, ο πυκνωτής C στο AC ισοδύναμο έχει αντικατασταθεί προσεγγιστικά από βραχυκύκλωμα, ενώ οι αντιστάσεις R_5 , R_6 , και R_7 του AC ισοδύναμου μπορούν να αντικατασταθούν από μια αντίσταση R' με τιμή ίση με αυτήν του παράλληλου συνδυασμού τους.

6 Όπως σημειώνεται στον Πίνακα 3.1, η AC λειτουργία των πυκνωτών και των πηνίων έχει μιγαδική μορφή, γεγονός που απαιτεί την ακριβέστερη αντικατάστασή τους από μια ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση με τιμή που εξαρτάται από τη συχνότητα των αντίστοιχων AC σημάτων.



Σχήμα 3.17. Εφαρμογή των κανόνων του Πίνακα 3.1 στο σχεδιασμό του DC και του AC ισοδύναμου ενός κυκλώματος.

3.5.2 Αντίσταση μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος - Αντίσταση εισόδου και αντίσταση εξόδου

Σύμφωνα με το νόμο του Ohm [σχέση (1.10)], ο λόγος της τάσης V που εμφανίζεται μεταξύ των άκρων ενός δίπολου στοιχείου όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα, προς την ένταση I του ρεύματος αυτού, ορίζει την αντίσταση του συγκεκριμένου στοιχείου.

Γενικεύοντας τη διατύπωση αυτή είναι φανερό ότι ο λόγος της μεταβολής ΔV της τάσης μεταξύ δύο σημείων μιας διάταξης ή ενός κυκλώματος που προκαλεί ή προκαλείται από μια μεταβολή ΔI του ρεύματος που ρέει μεταξύ των σημείων αυτών, προς τη μεταβολή αυτή, έχει διαστάσεις αντίστασης και, συνεπώς, ορίζει την αντίσταση, που υπάρχει ή που «φαινόεται» να υπάρχει μεταξύ των συγκεκριμένων σημείων.

Όταν τα σημεία αυτά αποτελούν τα άκρα εισόδου ενός κυκλώματος (ή μιας διάταξης), η αντίσταση αυτή ονομάζεται **αντίσταση εισόδου** και συμβολίζεται ως R_{IN} ή R_{in} , ενώ, όταν τα σημεία αυτά είναι τα άκρα εξόδου, λέγεται **αντίσταση εξόδου**, R_{OUT} ή R_{out} , δηλ. θα είναι:

$$R_{IN} \text{ ή } R_{in} = \frac{\Delta V_{IN}}{\Delta I_{IN}} \quad \text{και} \quad R_{OUT} \text{ ή } R_{out} = \frac{\Delta V_{OUT}}{\Delta I_{OUT}} \quad (3.15)$$

όπου, προφανώς, οι δείκτες IN και OUT αναφέρονται αντίστοιχα στην είσοδο και την έξοδο του κυκλώματος.

Με αντίστοιχο τρόπο, διαχωρίζοντας τις DC και AC συνιστώσες των τάσεων και των ρευμάτων σ' ένα κύκλωμα, όπως στην προηγούμενη παράγραφο, ορίζονται οι DC και AC τιμές της αντίστασης εισόδου και εξόδου του, οπότε θα ισχύει:

$$R_{IN,DC} = \frac{V_{IN}}{I_{IN}} \quad \text{και} \quad R_{IN,AC} = R_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} \quad (3.16)$$

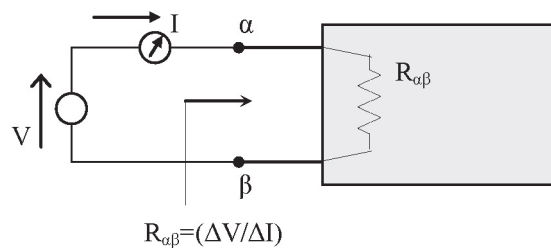
καθώς και

$$R_{OUT,DC} = \frac{V_{OUT}}{I_{OUT}} \quad \text{και} \quad R_{OUT,AC} = R_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}}$$

Είναι φανερό ότι για κυκλώματα στα οποία υπάρχουν ή συνδέονται DC και AC πηγές τάσεων ή ρευμάτων, οι τιμές της DC και της AC αντίστασης εισόδου και εξόδου του θα έχουν διαφορετικές τιμές μεταξύ τους. Ειδικότερα, όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 4, οι AC αντιστάσεις εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος, που λέγονται και *σύνθετες αντιστάσεις*⁷ εισόδου ή εξόδου, είναι το μέτρο μιας αντίστοιχης μιγαδικής ποσότητας που εξαρτάται από τη συχνότητα των αντίστοιχων σημάτων τάσης και ρεύματος, καθώς για τον προσδιορισμό τους συνυπολογίζονται οι μιγαδικές αντιστάσεις των πυκνωτών και των πηνίων του κυκλώματος.

3.5.2.1 Προσδιορισμός της αντίστασης μεταξύ δύο άκρων ενός κυκλώματος

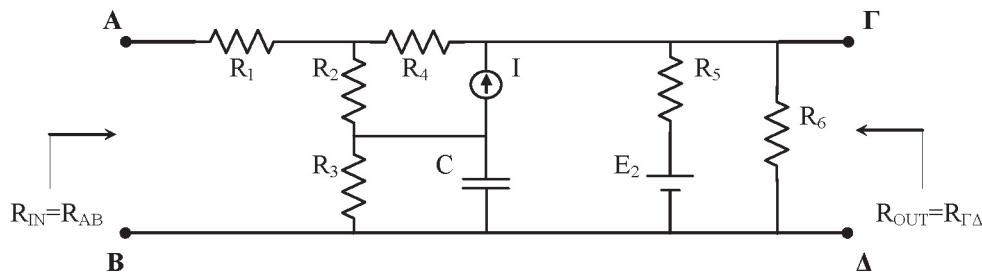
Οι παραπάνω ορισμοί, που ισχύουν γενικώς για την ωμική ή σύνθετη αντίσταση μεταξύ δύο οποιωνδήποτε άκρων μιας διάταξης ή ενός κυκλώματος, υποδεικνύουν αμέσως και τον τρόπο προσδιορισμού της. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.18, θεωρώντας τα άκρα αυτά σαν τα άκρα ενός διπολικού στοιχείου, η μεταβολή της τιμής μιας γνωστής DC ή AC τάσης σ' αυτά και η μέτρηση ή ο υπολογισμός της έντασης του ρεύματος, που προκαλείται από τη μεταβολή αυτή, θα δώσει τη ζητούμενη DC ή AC αντίσταση⁸.



Σχήμα 3.18. Προσδιορισμός της αντίστασης μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος.

Στην περίπτωση ενός πραγματικού κυκλώματος που λειτουργεί, ο προσδιορισμός της αντίστασης μεταξύ δύο άκρων του - είτε πρόκειται για την DC, είτε για την AC τιμή της - γίνεται με τη μέτρηση της DC ή AC τάσης και του αντίστοιχου ρεύματος στα άκρα που ενδιαφέρουν, ενώ στην περίπτωση θεωρητικού υπολογισμού της, η ζητούμενη αντίσταση θα είναι αυτή που «φαίνεται» μεταξύ των αντίστοιχων άκρων του κυκλώματος όταν **έχει μηδενιστεί η δράση κάθε ανεξάρτητης πηγής τάσης ή ρεύματος σ' αυτό**. Προφανώς σε κάθε τέτοια περίπτωση, είναι απαραίτητη η γνώση του πλήρους διαγράμματος του κυκλώματος, έτσι ώστε ανάλογα με τη ζητούμενη αντίσταση, δηλ. DC ή AC, να σχεδιάζεται το αντίστοιχο DC ή AC ισοδύναμο και στη συνέχεια να μηδενίζεται η δράση των ανεξάρτητων πηγών του, που σημαίνει ότι: οι ιδανικές πηγές τάσης αντικαθίστανται από βραχυκύκλωμα και οι ιδανικές πηγές ρεύματος αφαιρούνται εντελώς, ενώ οι πραγματικές πηγές τάσης ή ρεύματος αντικαθίστανται από τις αντίστοιχες αντιστάσεις ή αγωγιμότητες εξόδου τους.

Ως παράδειγμα υπολογισμού των DC και AC αντιστάσεων εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος χρησιμοποιούμε το κύκλωμα του σχήματος 3.19, στο οποίο η είσοδος του κυκλώματος ορίζεται μεταξύ των άκρων A και B, ενώ η έξοδος του θεωρείται μεταξύ των άκρων Γ και Δ, δηλ. στα άκρα της αντίστασης R_6 .



Σχήμα 3.19. Προσδιορισμός της αντίστασης εισόδου και εξόδου κυκλώματος.

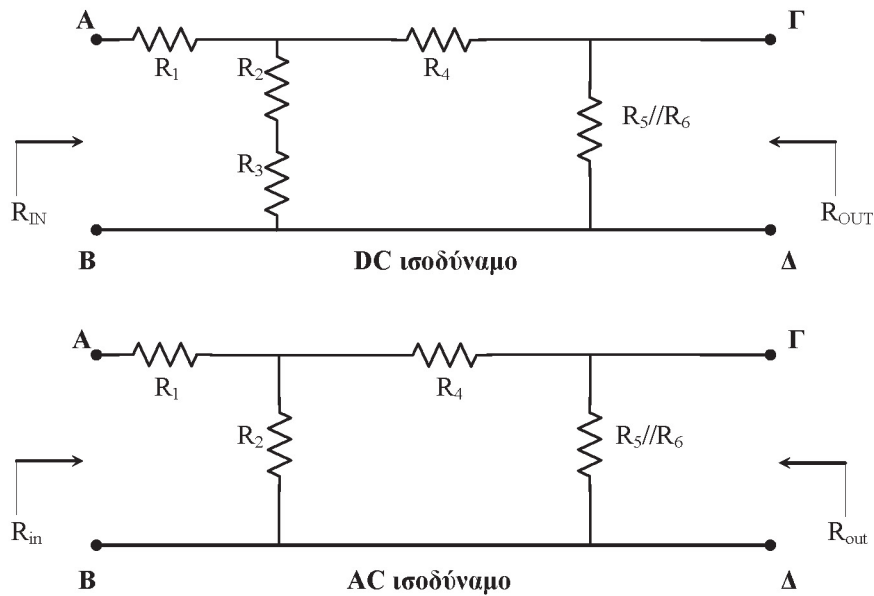
Γενικώς, σε κάθε κύκλωμα, που εκτός από πηγές και ωμικές αντιστάσεις υπάρχουν και πυκνωτές ή πηνία, ο υπολογισμός της DC και της (προσεγγιστικής⁹) AC τιμής της αντίστασης εισόδου ή της αντίστασης εξόδου του απαιτεί, πρώτα:

⁷ Αντί του όρου «σύνθετη αντίσταση» χρησιμοποιείται και ο όρος εμπέδηση (impedance).

⁸ Η εφαρμογή μιας εξωτερικής τάσης για τον προσδιορισμό της αντίστασης μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος είναι γνωστή και ως «μέθοδος οδηγούντος σημείου».

⁹ Με τον όρο «προσεγγιστική AC αντίσταση» ή «προσεγγιστικό AC ισοδύναμο» εννοούμε τον υπολογισμό της ή τη σχεδίαση του με αντίστοιχη χρήση των προσεγγιστικών AC ισοδύναμων των στοιχείων, σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1.

- το μηδενισμό της δράσης όλων των ανεξάρτητων πηγών τάσης και ρεύματος και, στη συνέχεια:
- το σχεδιασμό των αντίστοιχων ισοδύναμων κυκλωμάτων (σχήμα 3.20).



Σχήμα 3.20. Ισοδύναμα για τις DC και AC αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του κυκλώματος του σχήματος 3.19.

Με τον τρόπο αυτό, τα ισοδύναμα κυκλώματα, που προκύπτουν, θα αποτελούνται πλέον μόνο από ωμικές αντιστάσεις και, συνεπώς, οι ζητούμενες DC και AC τιμές των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου θα είναι ίσες προς την τιμή της συνολικής αντίστασης που «φαίνεται» μεταξύ των αντίστοιχων άκρων του αντίστοιχου ισοδύναμου. Έτσι, θα είναι:

- στο DC ισοδύναμο: $R_{IN} = R_1 + \{(R_2 + R_3) // [R_4 + (R_5 // R_6)]\}$ και $R_{OUT} = [(R_5 // R_6) // (R_4 + R_2 + R_3)]$
- στο AC ισοδύναμο: $R_{in} = R_1 + \{R_2 // [R_4 + (R_5 // R_6)]\}$ και $R_{out} = [(R_5 // R_6) // (R_4 + R_2)]$

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι, αν στο κύκλωμα του σχήματος 3.19 υπήρχαν συνδεδεμένες μια πηγή σήματος τάσης $e(t)$ μεταξύ των άκρων εισόδου A και B και μια αντίσταση φορτίου R_L στα άκρα εξόδου Γ και Δ, τότε οι τιμές των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου, τόσο στο DC, όσο και στο AC, θα ήσαν διαφορετικές. Πράγματι, στην περίπτωση αυτή μπορεί να επαληθευτεί ως άσκηση ότι θα ισχύει:

- στο DC ισοδύναμο: $R_{IN} = R_1 + \{(R_2 + R_3) // [R_4 + (R_5 // R_6 // R_L)]\}$ και $R_{OUT} = (R_5 // R_6) // \{R_4 + [R_L // (R_2 + R_3)]\}$
- στο AC ισοδύναμο: $R_{in} = R_1 + \{R_2 // [R_4 + (R_5 // R_6 // R_L)]\}$ και $R_{out} = (R_5 // R_6) // [R_4 + (R_L // R_2)]$

δηλ. η αντίσταση εισόδου ενός κυκλώματος επηρεάζεται από την ύπαρξη συνδεδεμένης αντίστασης φορτίου και η αντίσταση εξόδου του επηρεάζεται από την ύπαρξη συνδεδεμένης πηγής στην είσοδο του κυκλώματος.

3.5.2.2 Σχέση τάσης - ρεύματος στα άκρα κυκλώματος

Ο προσδιορισμός των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου και, γενικότερα, της αντίστασης μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος επιτρέπει την αντιμετώπιση των αντίστοιχων άκρων σαν να ήταν τα άκρα ενός απλού στοιχείου. Αυτό σημαίνει ότι, γενικώς, κάθε κύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως προς δύο ανοικτά άκρα του σαν ένα *απλό διπολικό στοιχείο (δίπολο)* και μάλιστα, ανάλογα με το αν τα άκρα αυτά μπορούν να αποτελούν άκρα εισόδου ή εξόδου, το κύκλωμα θα θεωρείται αντίστοιχα σαν *παθητικό* ή ενεργό δίπολο.

Όταν ένα κύκλωμα θεωρείται σαν *παθητικό* δίπολο, η γραφική παράσταση της σχέσης τάσης-ρεύματος μεταξύ των αντίστοιχων άκρων του θα δίνει μια *χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος*, που, προφανώς, θα είναι η χαρακτηριστική της αντίστοιχης DC ή AC αντίστασης που ορίζεται ή φαίνεται μεταξύ των άκρων αυτών. Όταν ένα κύκλωμα θεωρείται σαν *ενεργό* δίπολο, τότε, αν η αντίσταση που ορίζεται ή φαίνεται μεταξύ των αντίστοιχων άκρων του έχει σταθερή τιμή, η μέγιστη τιμή τάσης μεταξύ των αντίστοιχων άκρων όταν είναι ανοικτά και η μέγιστη τιμή ρεύματος σ' αυτά όταν βραχυκυκλώνονται, θα αποτελούν τα άκρα της *ευθείας φόρτου*, που αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.4.2.1.

3.6 Ισοδύναμη λειτουργία και μετασχηματισμοί στοιχείων και κυκλωμάτων

Η χρήση των DC και AC ισοδύναμων ενός κυκλώματος για την ανάλυση της αντίστοιχης DC ή AC λειτουργίας του αποτελεί παράδειγμα μιας μορφής «μετασχηματισμού» στοιχείων και κυκλωμάτων, που αποσκοπεί στην απλοποίηση της ανάλυσης ή επίλυσής τους. Στην παράγραφο αυτή, παρουσιάζονται η έννοια της ισοδύναμης λειτουργίας και οι προϋποθέσεις ισοδύναμης αντικατάστασης ή μετασχηματισμού στοιχείων και κυκλωμάτων. Επίσης, δίνονται οι ορισμοί και περιγράφονται απλές μορφές λειτουργίας κυκλωμάτων, πρότυπα (μοντέλα) λειτουργίας στοιχείων και κυκλωμάτων, καθώς και τα βασικά θεωρήματα ισοδύναμης αντικατάστασης κυκλωμάτων.

3.6.1 Η αρχή της ισοδυναμίας – Ισοδύναμη λειτουργία - Απλοποιήσεις

Κάθε «μετασχηματισμός» στοιχείων ή κυκλωμάτων που γίνεται είτε για το διαχωρισμό της πλήρους λειτουργίας τους στην αντίστοιχη DC ή AC, είτε για την αντικατάσταση ενός τμήματος ή και ολόκληρου του κυκλώματος από ένα πρότυπο (μοντέλο) με ισοδύναμη λειτουργία, αποτελεί μια διαδικασία που αποσκοπεί ουσιαστικά στην απλοποίηση της ανάλυσης της λειτουργίας τους.

Η διαδικασία αυτή στηρίζεται σε μια γενική αρχή ισοδυναμίας που μπορεί εύκολα να διατυπωθεί τόσο για τα απλά ή σύνθετα ηλεκτρικά στοιχεία, όσο και για τα απλά ή σύνθετα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα. Σύμφωνα με αυτήν: **δύο ή περισσότερα στοιχεία ή κυκλώματα θα θεωρούνται ισοδύναμα μεταξύ τους όταν, κάτω από τις ίδιες συνθήκες, εμφανίζουν την ίδια ακριβώς λειτουργία στα αντίστοιχα άκρα τους και, συνεπώς, την ίδια ευθεία φόρτου ή χαρακτηριστική (τάσης-ρεύματος).**

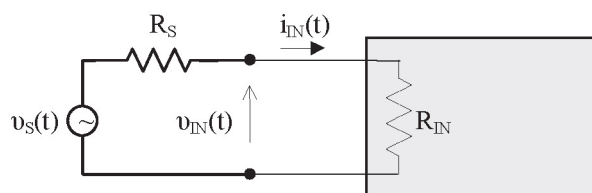
Έτσι, κάθε στοιχείο ή κύκλωμα μπορεί να αντικατασταθεί ως προς δύο άκρα του από ένα κατάλληλο ισοδύναμο στοιχείο ή κύκλωμα, χωρίς αυτή η αντικατάσταση να επιφέρει οποιαδήποτε διαφοροποίηση στη μορφή της σχέσης τάσης-ρεύματος που το περιγράφει ως προς αυτά τα άκρα. Τυπικά παραδείγματα αποτελούν η αντικατάσταση ενός συνδυασμού παράλληλων ή σε σειρά συνδεδεμένων όμοιων στοιχείων (Πίνακας 1.1), η αντικατάσταση στοιχείου από το DC ή AC ισοδύναμό του (Πίνακας 3.1), η χρήση του DC ή AC ισοδύναμου ενός κυκλώματος, ή, ακόμα και ο ορισμός της DC ή της AC αντίστασης εισόδου ή εξόδου του. Γενικώς, η μορφή μιας τέτοιας αντικατάστασης εξαρτάται από τον επιθυμητό βαθμό ακρίβειας της ανάλυσης και μπορεί να γίνει είτε με ένα ακριβές ισοδύναμο, είτε με ένα προσεγγιστικό ισοδύναμο. Για παράδειγμα, η αντικατάσταση στο AC ενός πυκνωτή με βραχυκύκλωμα έχει σαφώς προσεγγιστικό χαρακτήρα.

Με τη διατύπωση της αρχής της ισοδυναμίας για την ισοδύναμη αντικατάσταση στοιχείων ή κυκλωμάτων φαίνεται η σημασία η γνώση ή η δυνατότητα προσδιορισμού της χαρακτηριστικής τάσης – ρεύματος ενός στοιχείου ή ενός κυκλώματος ως προς δύο ανοικτά άκρα του. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η εύρεση των πραγματικών τιμών τάσης και ρεύματος στην είσοδο ενός οποιουδήποτε κυκλώματος όταν σ' αυτήν είναι συνδεδεμένη μια πηγή σήματος τάσης. Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.21, οι τιμές αυτές υπολογίζονται μόνο αν είναι γνωστή η αντίσταση εισόδου του. Έτσι, αν R_S είναι η αντίσταση εξόδου της πηγής τάσης $v_S(t)$ και R_{IN} η αντίσταση εισόδου του κυκλώματος, τότε η πραγματική τιμή $v_{IN}(t)$ της τάσης στην είσοδο του κυκλώματος θα δίνεται από τη σχέση:

$$v_{IN}(t) = \frac{R_{IN}}{R_S + R_{IN}} \cdot v_S(t) \quad (3.18)$$

ενώ το πραγματικό ρεύμα $i_{IN}(t)$ που διαρρέει το βρόχο ή κύκλωμα εισόδου θα είναι:

$$i_{IN}(t) = \frac{v_S(t)}{R_S + R_{IN}} \quad (3.19)$$

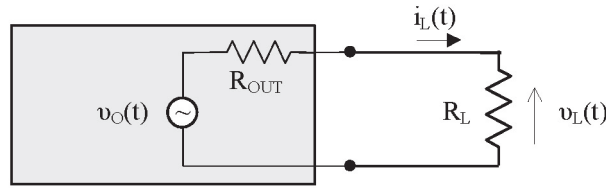


Σχήμα 3.21. Σύνδεση πραγματικής πηγής τάσης σε κύκλωμα.

Με παρόμοιο τρόπο βρίσκεται η πραγματική τιμή της τάσης $v_L(t)$ στα άκρα μιας αντίστασης φορτίου R_L συνδεδεμένης στην έξοδο ενός κυκλώματος που παρέχει τάση $v_O(t)$. Στην περίπτωση αυτή, η έξοδος του κυκλώματος μπορεί να θεωρηθεί ότι ισοδυναμεί με μια πηγή τάσης $v_O(t)$ με αντίσταση εξόδου την αντίσταση εξόδου R_{OUT} του κυκλώματος,

όπως φαίνεται στο σχήμα 3.22, οπότε και θα είναι:

$$v_L(t) = \frac{R_L}{R_{OUT} + R_L} \cdot v_O(t) \quad (3.20)$$



Σχήμα 3.22. Σύνδεση αντίστασης φορτίου στην έξοδο κυκλώματος.

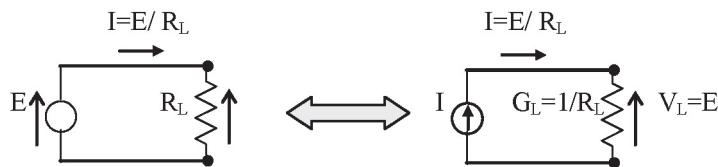
Με τα δύο αυτά παραδείγματα φαίνεται αμέσως ότι, θεωρώντας την ισοδύναμη λειτουργία του τμήματος ενός κυκλώματος, όπως αυτή προσδιορίζεται σε δυο άκρα του, το πρόβλημα υπολογισμού είτε της πραγματικής τάσης στην είσοδό του, είτε στα άκρα ενός φορτίου συνδεδεμένου στην έξοδό του ανάγεται, τελικά, σε ένα πρόβλημα διαίρεσης μιας γνωστής τάσης.

Η επίλυση τέτοιων απλών μορφών «ισοδύναμων κυκλωμάτων» διευκολύνει σε σημαντικό βαθμό τον προσδιορισμό των όποιων ζητούμενων μεγεθών σ' ένα κύκλωμα και επιτρέπει, όπως θα δούμε παρακάτω, την εισαγωγή πρότυπων ή μοντέλων λειτουργίας, με τα οποία μπορεί να περιγραφεί πλήρως, αλλά με σχηματικό τρόπο, η λειτουργία οποιουδήποτε κυκλώματος. Άρα, η αναζήτηση και χρήση της κατάλληλης, κάθε φορά, απλοποιημένης ισοδύναμης μορφής λειτουργίας για ένα κύκλωμα ή ένα συνδυασμό κυκλωμάτων αποτελεί μια πολύ χρήσιμη τεχνική για την ανάλυση της λειτουργίας τους και, ειδικά, αν πρόκειται για σύνθετα κυκλώματα.

3.6.2 Μετασχηματισμοί πηγών

Πολλές φορές, η επίλυση ενός κυκλώματος που περιλαμβάνει ή είναι συνδεδεμένο σε μια ή περισσότερες πηγές τάσης ή ρεύματος θα μπορούσε να απλοποιηθεί κατά πολύ αν ήταν δυνατόν να αντικατασταθεί π.χ. μια πηγή τάσης από μια αντίστοιχη πηγή ρεύματος ή το αντίστροφο. Πράγματι, με βάση τους ορισμούς τόσο των ιδανικών, όσο και των πραγματικών πηγών ηλεκτρικής ενέργειας, που δόθηκαν στις παραγράφους 1.5.5.1 και 1.5.5.2, μια τέτοια ισοδύναμη, όπως απαιτείται, αντικατάσταση μπορεί να πραγματοποιηθεί σχετικά εύκολα, κάτω, όμως, από συγκεκριμένες προϋποθέσεις.

Έτσι, μια ιδανική πηγή τάσης E , που είναι συνδεδεμένη σε μια αντίσταση φορτίου R_L , μπορεί να αντικατασταθεί από μια ιδανική πηγή ρεύματος, με τιμή ρεύματος που θα πρέπει να είναι $I=E/R_L$. Αντιστοίχως, μια ιδανική πηγή ρεύματος I που είναι συνδεδεμένη σε μια αγωγιμότητα φορτίου $G_L=1/R_L$, μπορεί να αντικατασταθεί από μια ιδανική πηγή τάσης, με τιμή της τάσης στα άκρα του φορτίου ίση προς $E=I/G_L=IR_L$. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.23, και οι δύο περιπτώσεις αφορούν ουσιαστικά σε μετασχηματισμό που εξαρτάται από το συγκεκριμένο κάθε φορά συνδυασμό πηγής-φορτίου και όχι σε απλή αντικατάσταση μιας πηγής.



Σχήμα 3.23. Μετασχηματισμοί πηγών τάσης και ρεύματος συνδεδεμένων σε γνωστό φορτίο.

Με παρόμοιο τρόπο αντιμετωπίζονται και οι περιπτώσεις των πραγματικών πηγών. Έτσι, μια πραγματική πηγή τάσης $v_S(t)$ με εσωτερική αντίσταση (ή αντίσταση εξόδου) R_{SE} , που είναι συνδεδεμένη στην είσοδο ενός κυκλώματος με αντίσταση εισόδου R_{IN} , θα μπορούσε να αντικατασταθεί από μια πραγματική πηγή ρεύματος $i(t)$ με εσωτερική αγωγιμότητα (ή αγωγιμότητα εξόδου) G_{SP} , αρκεί το ρεύμα που θα διαρρέει την R_{IN} να προκαλεί στα άκρα της μια πτώση τάσης v_{IN} ίση με την πτώση τάσης που υπήρχε λόγω της πηγής $v_S(t)$.

Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.24, κατά τη λειτουργία της πηγής τάσης θα είναι:

$$v_{IN}(t) = \frac{R_{IN}}{R_{SE} + R_{IN}} \cdot v_S(t) \quad \text{και} \quad i_{IN}(t) = \frac{v_S(t)}{R_{SE} + R_{IN}}$$

(3.21)

ενώ για τη λειτουργία με πηγή ρεύματος θα πρέπει:

$$i_{IN}(t) = \frac{G_{IN}}{G_{SI} + G_{IN}} \cdot i(t) \quad \text{και} \quad v_{IN}(t) = \frac{i(t)}{G_{SI} + G_{IN}}$$

(3.22)

όπου, προφανώς, $G_{IN} = 1/R_{IN}$.

Επομένως, για να είναι δυνατή η ισοδύναμη αντικατάσταση της πραγματικής πηγής τάσης $v_S(t)$ από την πραγματική πηγή ρεύματος $i(t)$, θα πρέπει, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν, να ισχύει:

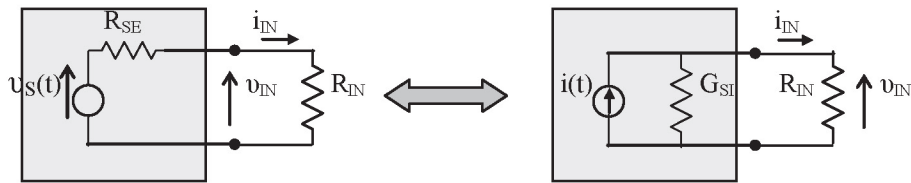
$$\frac{R_{IN}}{R_{SE} + R_{IN}} \cdot v_S(t) = \frac{i(t)}{G_{SI} + G_{IN}}$$

(3.23)

και, αντιστρόφως, για την ισοδύναμη αντικατάσταση της πηγής ρεύματος από την πηγή τάσης θα πρέπει:

$$\frac{G_{IN}}{G_{SI} + G_{IN}} \cdot i(t) = \frac{v_S(t)}{R_{SE} + R_{IN}}$$

(3.24)

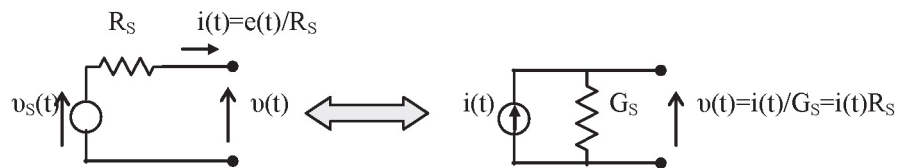


Σχήμα 3.24. Ισοδυναμία πραγματικών πηγών τάσης και ρεύματος συνδεδεμένων σε κύκλωμα με αντίσταση εισόδου R_{IN} .

Από τις σχέσεις (3.23) και (3.24) προκύπτει ότι αμέσως ότι για την ισοδύναμη αντικατάσταση είτε μιας πραγματικής πηγής τάσης, που είναι συνδεδεμένη σ' ένα φορτίο ή κύκλωμα, με μια πηγή ρεύματος, είτε μιας πηγής ρεύματος με μια αντίστοιχη πηγή τάσης, θα πρέπει, κατ' αρχήν, να ισχύει $R_{SE} = 1/G_{SI} = R_S$. Έτσι, στην πρώτη περίπτωση, η πηγή ρεύματος θα έχει τιμή την τιμή του ρεύματος που θα διαρρέει την εσωτερική της αντίσταση όταν βραχυκυκλωθούν τα άκρα της πηγής τάσης και στη δεύτερη, η τιμή της πηγής τάσης θα είναι ίση με την τάση στα ανοικτά άκρα της πηγής ρεύματος. Δηλαδή, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.25, εφόσον $R_{SE} = 1/G_{SI} = R_S$, τότε θα πρέπει:

$$v_S(t) = R_S \cdot i(t)$$

(3.25)



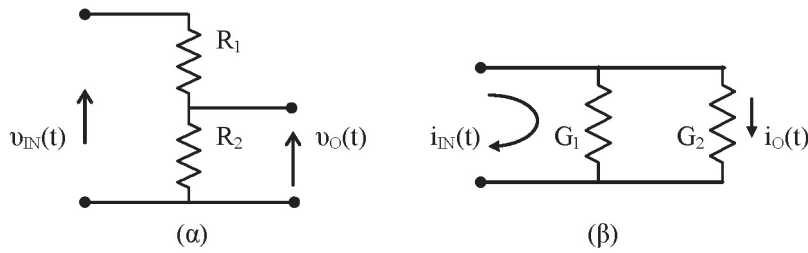
Σχήμα 3.25. Ισοδυναμία πραγματικών πηγών τάσης και ρεύματος συνδεδεμένων σε κύκλωμα με αντίσταση εισόδου R_{IN} .

3.6.3 Διαίρετες τάσης και ρεύματος

Μια από τις πιο συνηθισμένες μορφές λειτουργίας που χρησιμοποιείται στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα είναι η διαίρεση της τιμής μια γνωστής τάσης ή έντασης ρεύματος. Για παράδειγμα, οι ορισμοί και τα χαρακτηριστικά λειτουργίας των πραγματικών πηγών τάσης και ρεύματος, που δόθηκαν στην παράγραφο 1.5.5.2, όπως και ο προσδιορισμός π.χ. της πραγματικής τιμής τάσης που εφαρμόζεται στην είσοδο ενός κυκλώματος ή στα άκρα ενός φορτίου, δεν είναι τίποτε άλλο παρά η μελέτη ενός προβλήματος διαίρεσης τάσης ή ρεύματος. Ακριβώς γι αυτόν το λόγο, ένα πολύ χρήσιμο «εργαλείο» στην ανάλυση κυκλωμάτων αποτελούν τα κυκλώματα διαίρεσης τάσης ή ρεύματος, ή, αλλιώς, οι διαίρετες τάσης ή ρεύματος.

Ως **διαίρετης τάσης** ή ρεύματος θεωρείται, γενικώς, κάθε κύκλωμα που παρέχει στην έξοδο του τάση ή ένταση

ρεύματος, η οποία είναι ένα κλάσμα της τάσης ή της έντασης ρεύματος στην είσοδό του. Η λειτουργία τέτοιων κυκλωμάτων είναι λειτουργία υποβιβασμού σημάτων τάσης ή ρεύματος, όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 2.8.1, και ισοδυναμεί με αυτήν των απλών κυκλωμάτων του σχήματος 3.26.



Σχήμα 3.26. Σχηματική παράσταση: (α) διαιρέτη τάσης, και (β) διαιρέτη ρεύματος.

Συγκεκριμένα, όπως προκύπτει αμέσως, η τάση $v_O(t)$ στα άκρα της αντίστασης R_2 , δηλ. στην έξοδο του διαιρέτη τάσης (R_1, R_2), θα δίνεται από τη σχέση:

$$v_O(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_{IN}(t) \tag{3.26}$$

ενώ η ένταση $i_O(t)$ του ρεύματος που διαρρέει την αγωγιμότητα G_2 στο διαιρέτη ρεύματος (G_1, G_2) θα είναι:

$$i_O(t) = \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot i_{IN}(t) \tag{3.27}$$

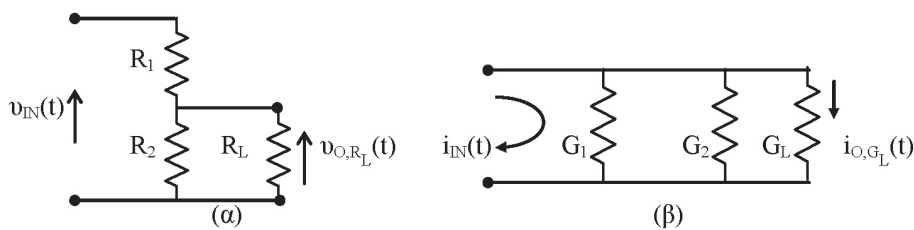
Οι σχέσεις (3.26) και (3.27) περιγράφουν με απλό και σαφή τρόπο τη λειτουργία ενός ωμικού διαιρέτη τάσης ή ρεύματος, ανεξάρτητα από το αν η αντίστοιχη μορφή της τάσης ή του ρεύματος εισόδου του έχει σταθερή, εναλλασσόμενη ή, γενικότερα, μεταβαλλόμενη τιμή.

Με παρόμοιο τρόπο, μπορεί να περιγραφεί και η λειτουργία ενός διαιρέτη τάσης ή ρεύματος σύνθετων αντιστάσεων, δηλ. ενός διαιρέτη που εκτός από ωμικές αντιστάσεις περιλαμβάνει και στοιχεία με σύνθετη αντίσταση, όπως π.χ. πυκνωτές ή πηνία¹⁰. Στην περίπτωση αυτή, η ισοδύναμη λειτουργία του «σύνθετου» διαιρέτη εξαρτάται από τη μορφή των σημάτων τάσεων ή ρευμάτων εισόδου του, οπότε διαχωρίζοντας τις DC και τις AC συνιστώσες, βρίσκεται αντίστοιχα και η DC ή η AC ισοδύναμη μορφή του.

Επιστρέφοντας τώρα στην τυπική μορφή των διαιρετών τάσης ή ρεύματος του σχήματος 3.26, η σύνδεση μιας αντίστασης ή αγωγιμότητας φορτίου στα άκρα τους, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.27, έχει ως αποτέλεσμα τη διαφοροποίηση των σχέσεων (3.26) και (3.27), ως εξής:

$$v_{O,R_L}(t) = \frac{(R_2 // R_L)}{R_1 + (R_2 // R_L)} \cdot v_{IN}(t) \quad \text{και} \quad i_{O,G_L}(t) = \frac{(G_2 // G_L)}{G_1 + (G_2 // G_L)} \cdot i_{IN}(t)$$

οπότε, συγκρίνοντας τις σχέσεις αυτές με τις (3.26) και (3.27), αν $(R_2 // R_L) \cong R_2$ τότε $v_{O,R_L}(t) \cong v_O(t)$ και αν $(G_2 // G_L) \cong G_2$ τότε $i_{O,G_L}(t) \cong i_O(t)$.



Σχήμα 3.27. Σύνδεση φορτίου: (α) σε διαιρέτη τάσης, και (β) σε διαιρέτη ρεύματος.

Άρα όταν σ' ένα διαιρέτη τάσης (R_1, R_2) συνδέεται μια αντίσταση φορτίου R_L , η τάση στα άκρα της R_L θα παραμένει ίση προς την αρχική τάση στα άκρα της R_2 , αρκεί να ισχύει $R_L \gg R_2$, και, αντίστοιχως, το ρεύμα που διαρρέει μια αγωγιμότητα φορτίου G_L συνδεδεμένη σ' ένα διαιρέτη ρεύματος (G_1, G_2) θα είναι ίσο προς το αρχικό ρεύμα που παρείχε ο διαιρέτης αυτός, αρκεί να ισχύει $G_L \gg G_2$. Στις περιπτώσεις αυτές, οι αντίστοιχοι διαιρέτες τάσης ή ρεύματος χαρακτηρίζονται ως **ισχυροί**, ενώ όταν η τάση ή το ρεύμα στα άκρα ενός διαιρέτη εξαρτάται από την τιμή του φορτίου, οι 10 Παράδειγμα λειτουργίας σύνθετων διαιρετών αποτελούν τα κυκλώματα αντίστασης-πυκνωτή, που θα δούμε στο Κεφάλαιο 4, η AC λειτουργία των οποίων εξαρτάται από τη συχνότητα των σημάτων τάσης ή ρεύματος και είναι, ουσιαστικά, λειτουργία απλών φίλτρων.

διαίρετες θα χαρακτηρίζονται ως **ασθενείς**.

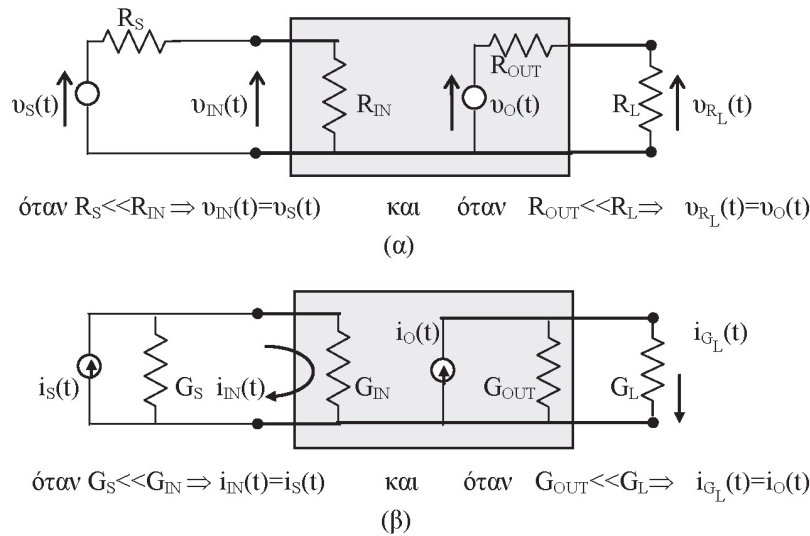
Τέλος, ερμηνεύοντας την έμμεση λειτουργία διαίρεσης τάσης ή ρεύματος που παρατηρείται κατά τη σύνδεση πραγματικών πηγών, κυκλωμάτων και φορτίων, όπως π.χ. οι περιπτώσεις της παραγράφου 3.6.1, θα πρέπει να σημειωθεί ότι: *κατά τη διαδοχική σύνδεση πηγών, κυκλωμάτων και φορτίων και, ανάλογα με το επιζητούμενο αποτέλεσμα, που μπορεί να είναι η «μεταφορά» (π.χ. ενίσχυση) ενός σήματος τάσης ή ενός σήματος ρεύματος, έχει ιδιαίτερη σημασία η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ αντίστασης ή αγωγιμότητας εξόδου της προηγούμενης διάταξης και της αντίστασης ή αγωγιμότητας εισόδου της επόμενης.*

Έτσι, όπως φαίνεται στα σχήματα 3.28(α) και 3.28(β), σε διατάξεις «μεταφοράς» σημάτων τάσης, κάθε επιμέρους αντίσταση εξόδου θα πρέπει να είναι κατά πολύ μικρότερη από την αντίστοιχη αντίσταση εισόδου, και, αντίστοιχα, σε διατάξεις «μεταφοράς» σημάτων ρεύματος, κάθε επιμέρους αγωγιμότητα εξόδου θα πρέπει να είναι κατά πολύ μικρότερη από τις αντίστοιχη αγωγιμότητα εισόδου, δηλ.

- «για μεταφορά τάσης» θα πρέπει $R_{\text{εξόδου}} \ll R_{\text{εισόδου}}$

και

- «για μεταφορά ρεύματος» θα πρέπει $G_{\text{εξόδου}} \ll G_{\text{εισόδου}}$



Σχήμα 3.28. Σχηματική παράσταση διαδοχικής σύνδεσης πηγής, κυκλώματος και φορτίου.

3.6.4 Εξαρτημένες πηγές τάσης και ρεύματος

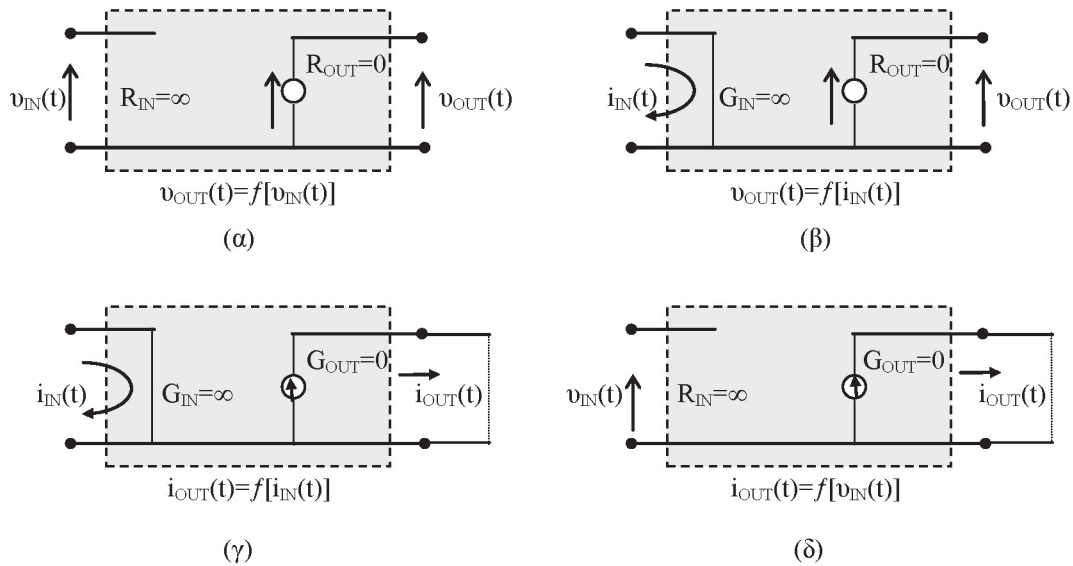
Είδαμε ότι η λειτουργία κάθε ηλεκτρικού ή ηλεκτρονικού κυκλώματος περιγράφεται μαθηματικώς από τη λεγόμενη χαρακτηριστική του συνάρτηση, δηλ. τη σχέση μεταξύ του σήματος απόκρισης στην έξοδο του κυκλώματος ως προς το σήμα διέγερσης στην είσοδό του και, συνεπώς, σε κάθε περίπτωση αναφέρεται σε μια γραμμική ή μη σχέση μεταξύ δύο σημάτων τάσης ή ρεύματος με DC ή AC συνιστώσες. Με βάση αυτά, ένας απλός τρόπος ανάλυσης και μελέτης της ισοδύναμης λειτουργίας ενός κυκλώματος είναι ο ορισμός και χρήση μιας πρότυπης μορφής «κυκλώματος» ή «στοιχείου», η λειτουργία του οποίου θα καλύπτει τις απαιτήσεις ισοδύναμης περιγραφής κάθε είδους λειτουργίας κυκλώματος ή και στοιχείου.

Πράγματι, αν αναλογιστεί κανείς, πρώτον, ότι η απόκριση ενός κυκλώματος δεν είναι τίποτε άλλο παρά μια ισοδύναμη λειτουργία πηγής αντίστοιχου σήματος και, δεύτερον, ότι η διέγερσή του δεν είναι τίποτε άλλο από ένα σήμα τάσης ή ρεύματος που αναπτύσσεται στην αντίσταση ή αγωγιμότητα εισόδου του, τότε συμπεραίνεται ότι:

Η λειτουργία ενός οποιουδήποτε κυκλώματος ισοδυναμεί με τη λειτουργία μιας κατάλληλης πηγής σήματος τάσης ή ρεύματος, τα χαρακτηριστικά του οποίου εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του σήματος στην είσοδο του συγκεκριμένου κυκλώματος και τον τρόπο λειτουργίας του. Μια τέτοια πηγή λέγεται εξαρτημένη ή ελεγχόμενη πηγή, ανάλογα δε με τη μορφή της λειτουργίας της μπορεί να ανήκει σε ένα από τα παρακάτω τέσσερα είδη με την αντίστοιχη έκφραση για την χαρακτηριστική της συνάρτηση:

- πηγή τάσης (σήμα εξόδου) εξαρτημένη από τάση (σήμα εισόδου): $v_{OUT}(t) = f[v_{IN}(t)]$,
- πηγή τάσης εξαρτημένη από ρεύμα : $v_{OUT}(t) = f[i_{IN}(t)]$,
- πηγή ρεύματος εξαρτημένη από ρεύμα : $i_{OUT}(t) = f[i_{IN}(t)]$,
- πηγή ρεύματος εξαρτημένη από τάση : $i_{OUT}(t) = f[v_{IN}(t)]$.

Οι εξαρτημένες πηγές τάσης ή ρεύματος, ως πρότυπα ή μοντέλα λειτουργίας κυκλωμάτων και στοιχείων, χαρακτηρίζονται από *άπειρη αντίσταση εισόδου και μηδενική αντίσταση εξόδου ή, αλλιώς, από άπειρη αγωγιμότητα εισόδου και μηδενική αγωγιμότητα εξόδου.* Στο σχήμα 3.29, φαίνεται η τυπική μορφή κάθε είδους εξαρτημένης πηγής.



Σχήμα 3.29. Τυπική μορφή εξαρτημένων πηγών: (α) πηγή τάσης εξαρτημένη από τάση, (β) πηγή τάσης εξαρτημένη από ρεύματος, (γ) πηγή ρεύματος εξαρτημένη από ρεύμα, και (δ) πηγή ρεύματος εξαρτημένη από τάση.

Όπως είναι φανερό, η σχηματική παράσταση των εξαρτημένων πηγών δεν αποτελεί κύκλωμα αλλά ισοδύναμη παράσταση της (εξαρτημένης) λειτουργίας είτε δύο τμημάτων ενός απλού κυκλώματος, είτε δύο «ξεχωριστών» κυκλωμάτων. Έτσι, η μελέτη της λειτουργίας ενός κυκλώματος με χρήση εξαρτημένων πηγών περιλαμβάνει την ξεχωριστή επίλυση του τμήματος (ή κυκλώματος) εισόδου και του τμήματος (ή κυκλώματος) εξόδου, ενώ η ίδια η εξαρτημένη πηγή μπορεί να απλώς συμβολίζει είτε τη λειτουργία ενός σύνθετου ηλεκτρικού στοιχείου, όπως π.χ. ενός τρανζίστορ ή μιας λυχνίας, είτε την εξάρτηση της λειτουργίας δύο τμημάτων ενός σύνθετου.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι στις περιπτώσεις γραμμικής (ή κατά τμήματα γραμμικής) εξάρτησης μεταξύ σήματος εξόδου και εισόδου, η λειτουργία των εξαρτημένων πηγών αντιστοιχεί σε λειτουργία ενίσχυσης σημάτων τάσης ή ρεύματος. Συγκεκριμένα, ανάλογα με το είδος της θεωρούμενης εξαρτημένης πηγής, διακρίνονται οι εξής μορφές λειτουργίας:

- ενίσχυση τάσης με συντελεστή ενίσχυσης: $A_v = \frac{v_{OUT}}{v_{IN}}$ (καθαρός αριθμός)
- ενίσχυση διαντίστασης με συντελεστή ενίσχυσης: $A_{rm} = \frac{v_{OUT}}{i_{IN}}$ (σε μονάδες Ω)
- ενίσχυση ρεύματος με συντελεστή ενίσχυσης: $A_i = \frac{i_{OUT}}{i_{IN}}$ (καθαρός αριθμός)
- ενίσχυση διαγωγιμότητας με συντελεστή ενίσχυσης: $A_{gm} = \frac{i_{OUT}}{v_{IN}}$ (σε μονάδες Ω-1)

όπου, προφανώς, κάθε ονομασία υποδεικνύει τη φυσική διάσταση του λόγου του σήματος εξόδου προς το σήμα εισόδου. Όπως θα δούμε παρακάτω, όταν ο λόγος αυτός παραμένει σταθερός, τότε η αντίστοιχη λειτουργία ονομάζεται γραμμική ενίσχυση, ενώ όταν μεταβάλλεται με κάποιον τρόπο ονομάζεται, γενικώς, παραμετρική ενίσχυση.

3.6.5 Ενισχυτές σημάτων τάσης και ρεύματος

Η ενίσχυση σημάτων τάσης ή ρεύματος αποτελεί μια από τις πιο χαρακτηριστικές μορφές επεξεργασίας σημάτων και, κατ' επέκταση, της λειτουργίας των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Συνδυάζοντας τη μαθηματική περιγραφή της σημάτων, όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 2.8.1, με τα όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως για τις εξαρτημένες πηγές τάσης ή ρεύματος, η μελέτη μιας τέτοιας λειτουργίας μπορεί να γίνει με απλό τρόπο, κατ' αρχήν, ορίζοντας και χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλο ισοδύναμο ή πρότυπο.

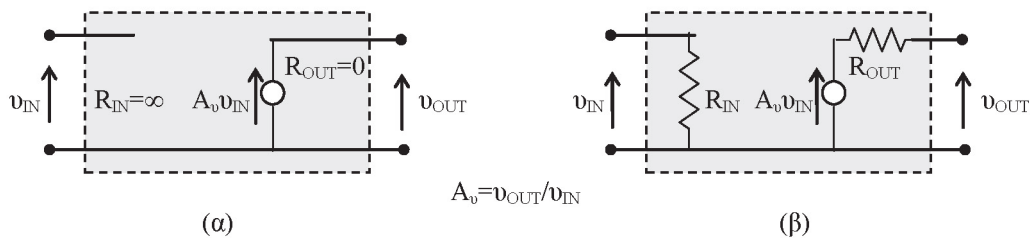
Ως ισοδύναμο ή πρότυπο μιας λειτουργίας ενίσχυσης ορίζεται η λειτουργία ενός «κυκλώματος» που ονομάζεται **ενισχυτής**. Ακολουθώντας τις τέσσερις μορφές ενίσχυσης που είδαμε, υπάρχουν τέσσερα είδη ενισχυτών: *οι ενισχυτές τάσης και ρεύματος και οι ενισχυτές διαντίστασης και διαγωγιμότητας*, ενώ ανάλογα με τα θεωρούμενα «*λειτουργικά χαρακτηριστικά*» τους, δηλ. τις τιμές αντίστασης ή αγωγιμότητας εισόδου και εξόδου που εμφανίζουν κατά τη σύνδεσή τους με μια πηγή σήματος και ένα φορτίο, ορίζονται οι «*ιδανικοί*» και οι «*πραγματικοί*» ενισχυτές.

3.6.5.1 Ιδανικοί και πραγματικοί ενισχυτές τάσης

Ως **ιδανικός ενισχυτής τάσης** ορίζεται ένα κύκλωμα, η λειτουργία του οποίου είναι η ενίσχυση των σημάτων τάσης που εφαρμόζονται στην είσοδό του και το οποίο εμφανίζει άπειρη αντίσταση εισόδου και μηδενική αντίσταση εξόδου. Αντίστοιχα, ως **πραγματικός ενισχυτής τάσης** ορίζεται ένα κύκλωμα ενίσχυσης τάσης, το οποίο έχει μεγάλη τιμή αντίστασης εισόδου και μικρή τιμή αντίστασης εξόδου.

Η ισοδύναμη μορφή του ιδανικού και του πραγματικού ενισχυτή τάσης δίνεται στο σχήμα 3.30. Χαρακτηριστικό μέγεθος των ενισχυτών τάσης είναι ο **συντελεστής ενίσχυσης τάσης ή απολαβή τάσης**, A_v , που είναι ένας καθαρός αριθμός και ορίζεται ως ο λόγος της τάσης εξόδου προς την τάση εισόδου, δηλ.:

$$A_v = \frac{v_{OUT}(t)}{v_{IN}(t)} \quad (3.28)$$



Σχήμα 3.30. Τυπική μορφή ενισχυτή τάσης: (α) ιδανικός, και (β) πραγματικός.

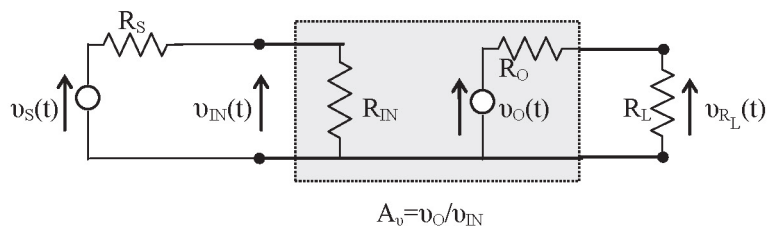
Ανάλογα τώρα με τη μορφή των σημάτων και, κυρίως, του σήματος εισόδου, η πλήρης λειτουργία ενός ενισχυτή τάσης μπορεί να διαχωριστεί κατά τα γνωστά σε DC και AC λειτουργία, με συνέπεια τον αντίστοιχο ορισμό του DC και του AC συντελεστή ενίσχυσης τάσης, καθώς επίσης και των DC και AC τιμών για τις αντιστάσεις εισόδου και εξόδου (για πραγματικό ενισχυτή).

Στο σχήμα 3.31 φαίνεται ένας πραγματικός ενισχυτής τάσης με απολαβή ή ενίσχυση A_v , που είναι συνδεδεμένος με μια πραγματική πηγή τάσης v_s και μια αντίσταση φορτίου R_L . Στην περίπτωση αυτή, λόγω της ύπαρξης της αντίστασης εξόδου της πηγής και των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου του ενισχυτή, η ολική απολαβή ή ενίσχυση A_{v_s} θα δίνεται από τη σχέση:

$$A_{v_s} = \frac{v_{R_L}}{v_s} = \frac{\frac{R_L}{R_O + R_L}}{\frac{R_{IN}}{R_S + R_{IN}}} \cdot A_v \quad (3.29)$$

οπότε, προφανώς, όταν $R_S \ll R_{IN}$ και $R_O \ll R_L$ θα είναι $A_{v_s} \cong A_v$.

Με άλλα λόγια, εφόσον η λειτουργία ενός ενισχυτή τάσης είναι η ενίσχυση των σημάτων τάσης που εφαρμόζονται στην είσοδό του, τότε, σε ότι αφορά τόσο το πλάτος ενός σήματος στην είσοδό του, όσο και το πλάτος του σήματος στα άκρα ενός φορτίου στην έξοδό του, θα πρέπει να εξασφαλίζονται συνθήκες *μεταφοράς* τάσης από την πηγή του σήματος εισόδου προς τον ενισχυτή και από τον ενισχυτή προς το φορτίο.



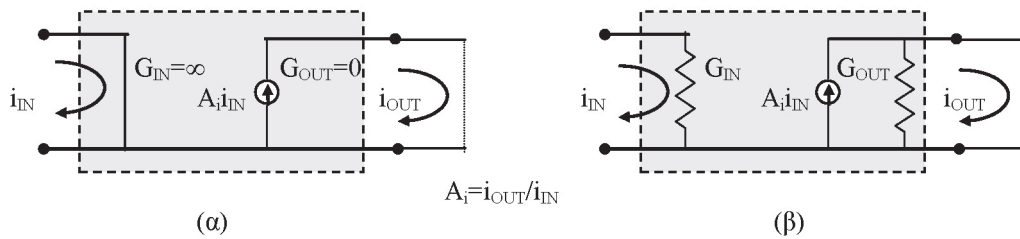
Σχήμα 3.31. Σύνδεση πραγματικής πηγής τάσης και φορτίου σε πραγματικό ενισχυτή τάσης.

3.6.5.2 Ιδανικοί και πραγματικοί ενισχυτές ρεύματος

Σε αντιστοιχία με τα προηγούμενα, ως **ιδανικός ενισχυτής ρεύματος** ορίζεται ένα κύκλωμα, η λειτουργία του οποίου είναι η ενίσχυση των σημάτων ρεύματος που εφαρμόζονται στην είσοδό του και το οποίο εμφανίζει άπειρη αγωγιμότητας εισόδου και μηδενική αγωγιμότητα εξόδου. Αντίστοιχα, ως **πραγματικός ενισχυτής ρεύματος** ορίζεται ένα κύκλωμα ενίσχυσης ρεύματος, το οποίο έχει μεγάλη τιμή αγωγιμότητας εισόδου και μικρή τιμή αγωγιμότητας εξόδου.

Η ισοδύναμη μορφή του ιδανικού και του πραγματικού ενισχυτή ρεύματος δίνεται στο σχήμα 3.32. Χαρακτηριστικό μέγεθος των ενισχυτών ρεύματος είναι ο **συντελεστής ενίσχυσης ρεύματος ή απολαβή ρεύματος**, A_i , που είναι ένας καθαρός αριθμός και ορίζεται ως ο λόγος του ρεύματος εξόδου προς το ρεύμα εισόδου, δηλ.:

$$A_i = \frac{i_{OUT}(t)}{i_{IN}(t)} \quad (3.30)$$



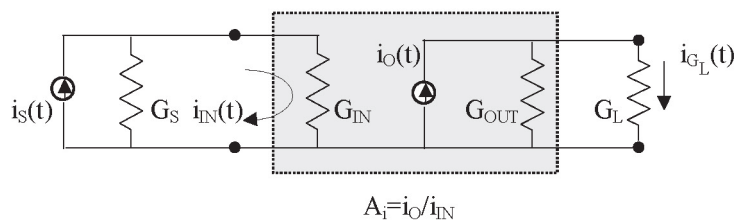
Σχήμα 3.32. Τυπική μορφή ενισχυτή ρεύματος: (α) ιδανικός, και (β) πραγματικός.

Όπως και στην περίπτωση των ενισχυτών τάσης, έτσι και στους ενισχυτές ρεύματος, η λειτουργία τους μπορεί να διαχωριστεί σε DC και AC και να οριστούν, αντιστοίχως, ο DC και AC συντελεστής ενίσχυσης ρεύματος και οι DC και AC αγωγιμότητες εισόδου και εξόδου (πραγματικού ενισχυτή).

Τέλος, στο σχήμα 3.33 δίνεται η περίπτωση πραγματικού ενισχυτή ρεύματος, με απολαβή ή ενίσχυση A_i , που είναι συνδεδεμένος με μια πραγματική πηγή ρεύματος i_s και μια αγωγιμότητα φορτίου G_L . Η ολική απολαβή ή ενίσχυση A_{iS} θα είναι:

$$A_{iS} = \frac{i_{G_L}}{i_s} = \frac{G_L}{G_O + G_L} \cdot A_i \quad (3.31)$$

οπότε, προφανώς, όταν $G_S \ll G_{IN}$ και $G_O \ll G_L$ θα είναι $A_{iS} \cong A_i$. Δηλαδή, εφόσον η λειτουργία ενός ενισχυτή ρεύματος είναι η ενίσχυση των σημάτων ρεύματος που εφαρμόζονται στην είσοδό του, τότε, σε ότι αφορά το πλάτος τόσο του σήματος εισόδου, όσο και του σήματος εξόδου σ' ένα φορτίο, θα πρέπει να εξασφαλίζονται συνθήκες μεταφοράς ρεύματος από την πηγή του σήματος εισόδου προς τον ενισχυτή και από τον ενισχυτή προς το φορτίο.



Σχήμα 3.33. Σύνδεση πραγματικής πηγής ρεύματος και φορτίου σε πραγματικό ενισχυτή ρεύματος.

3.6.5.3 Ενισχυτές διαντίστασης και διαγωγιμότητας

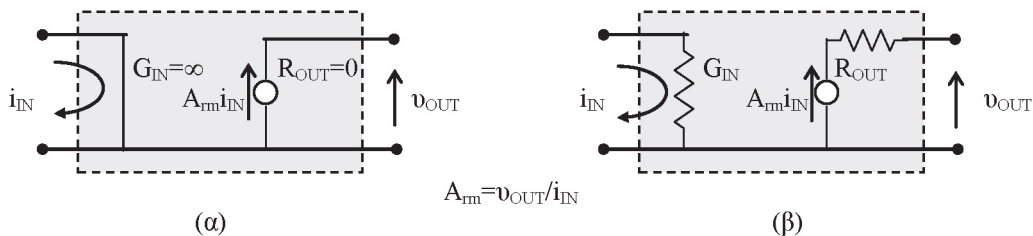
Οι ορισμοί των ενισχυτών διαντίστασης και διαγωγιμότητας αποτελούν λογική αντιστοιχία των ορισμών της λειτουργίας των εξαρτημένων πηγών τάσης από ρεύμα και των εξαρτημένων πηγών ρεύματος από τάση.

Οι **ενισχυτές διαντίστασης** είναι «κυκλώματα» που παρέχουν στην έξοδό τους σήματα τάσης με πλάτος A_m φορές μεγαλύτερο από το πλάτος των σημάτων ρεύματος που διαρρέουν το τμήμα εισόδου τους. Το μέγεθος A_m , που ονομά-

ζεται *συντελεστής διαντίστασης* ή, απλώς, *διαντίσταση*, έχει διαστάσεις αντίστασης και ορίζεται ως ο λόγος της τάσης εξόδου προς το ρεύμα εισόδου, δηλ.:

$$A_{gm} = \frac{i_{OUT}(t)}{v_{IN}(t)} \quad (\text{ampere/volt ή Ohm}^{-1}) \quad (3.32)$$

Ο ιδανικός ενισχυτής διαντίστασης χαρακτηρίζεται από μηδενική αντίσταση ή, αλλιώς, άπειρη αγωγιμότητα, τόσο στην είσοδο, όσο και στην έξοδό του, ενώ ο πραγματικός ενισχυτής διαντίστασης εμφανίζει μικρή αντίσταση (μεγάλη αγωγιμότητα) εισόδου και εξόδου. Στο σχήμα 3.34 δίνεται η τυπική μορφή του ιδανικού και του πραγματικού ενισχυτή διαντίστασης.

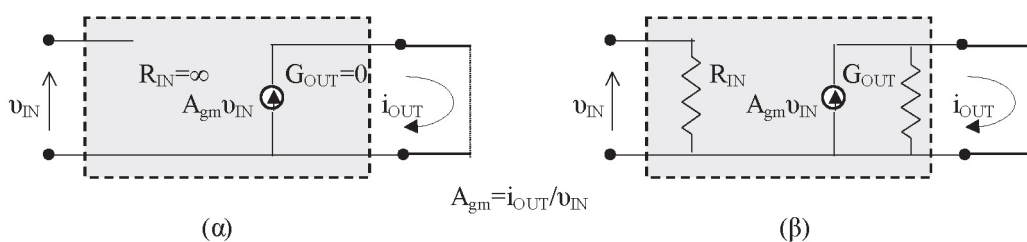


Σχήμα 3.34. Τυπική μορφή ενισχυτή διαντίστασης: (α) ιδανικός, και (β) πραγματικός.

Αντιστοίχως, οι *ενισχυτές διαγωγιμότητας* είναι «κυκλώματα» που παρέχουν στην έξοδό τους σήματα ρεύματος με πλάτος A_{gm} φορές μεγαλύτερο από το πλάτος των σημάτων τάσης που εφαρμόζονται στην είσοδό τους. Το μέγεθος A_{gm} , που ονομάζεται *συντελεστής διαγωγιμότητας* ή, απλώς, *διαγωγιμότητα*, έχει διαστάσεις αγωγιμότητας και ορίζεται ως ο λόγος του ρεύματος εξόδου προς την τάση εισόδου, δηλ.:

$$A_{gm} = \frac{i_{OUT}(t)}{v_{IN}(t)} \quad (\text{ampere/volt ή Ohm}^{-1}) \quad (3.33)$$

Ο ιδανικός ενισχυτής διαγωγιμότητας χαρακτηρίζεται από άπειρη αντίσταση ή, αλλιώς, μηδενική αγωγιμότητα, τόσο στην είσοδο, όσο και στην έξοδό του, ενώ ο πραγματικός ενισχυτής διαγωγιμότητας εμφανίζει μεγάλη αντίσταση (μικρή αγωγιμότητα) εισόδου και εξόδου. Στο σχήμα 3.35 δίνεται η τυπική μορφή του ιδανικού και του πραγματικού ενισχυτή διαγωγιμότητας.



Σχήμα 3.35. Τυπική μορφή ενισχυτή διαγωγιμότητας: (α) ιδανικός, και (β) πραγματικός.

Τέλος, με απλό τρόπο προσδιορίζονται οι ολικές τιμές διαντίστασης ή διαγωγιμότητας στην περίπτωση σύνδεσης του αντίστοιχου ενισχυτή σε πραγματική πηγή ρεύματος ή τάσης και σε κατάλληλο φορτίο.

3.6.5.4 Παρατηρήσεις

Γενικώς, οι ενισχυτές, ως ισοδύναμα πρότυπα πραγματικών κυκλωμάτων ενίσχυσης σημάτων τάσης ή ρεύματος, θεωρούνται ότι έχουν σταθερή τιμή συντελεστή ενίσχυσης και, συνεπώς, εμφανίζονται ως υποδείγματα γραμμικής λειτουργίας.

Στην πραγματικότητα όμως, και ανεξάρτητα από το αν χρησιμοποιείται ιδανικός ή πραγματικός ενισχυτής για την ισοδύναμη παράσταση της λειτουργίας ενός τέτοιου κυκλώματος, ο αντίστοιχος συντελεστής ενίσχυσης μπορεί να είναι συνάρτηση της συχνότητας ή και άλλων παραμέτρων λειτουργίας του κυκλώματος.

Για παράδειγμα, η μεταβολή της σύνθετης αντίστασης εισόδου, ή ακόμα και της αντίστασης εξόδου, με τη συχνό-

τητα του σήματος εισόδου έχει ως αποτέλεσμα την ανάλογη μεταβολή του ολικού συντελεστή ενίσχυσης ακόμα και αν η απολαβή του ενισχυτή θεωρείται σταθερή. Στις περιπτώσεις κατά τις οποίες μια εξάρτηση τέτοιας μορφής είναι επιθυμητή και, συνεπώς προκαθορισμένη, η θεωρούμενη λειτουργία χαρακτηρίζεται ως *παραμετρική* και ο ενισχυτής, ως *παραμετρικός* ενισχυτής.

Πολλές φορές, οι συντελεστές ενίσχυσης A_v και A_i των ενισχυτών τάσης και ρεύματος, καθώς και οι συντελεστές A_{tm} και A_{gm} των ενισχυτών διαντίστασης και διαγωγιμότητας μπορεί να έχουν είτε αρνητικό πρόσημο, είτε τιμή μικρότερη της μονάδας. Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 2.8.1, στην πρώτη περίπτωση το αρνητικό πρόσημο υποδηλώνει διαφορά φάσης 180 μοιρών μεταξύ των σημάτων εισόδου-εξόδου, ενώ, στη δεύτερη, η λειτουργία του αντίστοιχου κυκλώματος είναι λειτουργία υποβιβασμού.

Στους ενισχυτές τάσης και ρεύματος, τώρα, οι συντελεστές A_v και A_i είναι καθαροί αριθμοί, οι οποίοι, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του αντίστοιχου κυκλώματος, μπορεί έχουν σταθερή ή μεταβαλλόμενη (απόλυτη) τιμή στο διάστημα $(0, \infty)$. Για την κάλυψη ενός τέτοιου εύρους τιμών συνήθως χρησιμοποιείται λογαριθμική κλίμακα και, συνεπώς, ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης ή ρεύματος ενός ενισχυτή τάσης ή ρεύματος (και, γενικότερα, κάθε κυκλώματος στο οποίο μπορούν να οριστούν) μπορεί να εκφράζεται σε μονάδες decibel (dB) όπως ορίσθηκαν στην παράγραφο 1.8. Έτσι, οι σχέσεις ορισμού (3.28) και (3.29) μπορούν να γραφούν ως:

$$A_v \text{ (dB)} = 20 \log \left| \frac{v_{OUT}}{v_{IN}} \right| \tag{3.34}$$

και

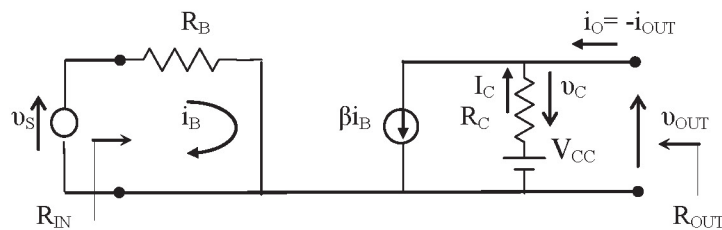
$$A_i \text{ (dB)} = 20 \log \left| \frac{i_{OUT}}{i_{IN}} \right| \tag{3.35}$$

Τέλος, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.4.1, η γραφική παράσταση της λειτουργίας ενός ενισχυτή, όπως και κάθε κυκλώματος, γίνεται με τη βοήθεια της χαρακτηριστική του συνάρτησης. Έτσι, η απεικόνιση της λειτουργίας ενός ενισχυτή στο πεδίο της χρόνου θα είναι, κατά τα γνωστά, η γραφική παράσταση της σχέσης του σήματος εξόδου προς το σήμα εισόδου, ενώ, στο πεδίο της συχνότητας, η απεικόνιση της λειτουργίας του μπορεί να γίνει είτε με τη μορφή διαγραμμάτων πλάτους είτε με τη μορφή διαγραμμάτων φάσης, η σημασία και μορφή των οποίων θα εξεταστεί αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

3.6.6 Παράδειγμα

Στο σχήμα 3.36 δίνεται το διάγραμμα του ισοδύναμου ενός κυκλώματος, η λειτουργία του οποίου χαρακτηρίζεται από την παρουσία μιας πηγής ρεύματος εξαρτημένης από ρεύμα. Αν η παράμετρος αναλογίας β της εξαρτημένης πηγής έχει σταθερή τιμή και οι τιμές των αντιστάσεων R_B και R_C , καθώς και της πηγής τάσης V_{CC} , είναι γνωστές, ζητούνται:

- να προσδιοριστεί η λειτουργία και να σχεδιαστεί η χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου του κυκλώματος,
- να χαρακτηριστεί αν είναι γραμμική ή όχι η λειτουργία του κυκλώματος τόσο στο DC, όσο και στο AC, και
- να βρεθούν οι αντίστοιχες τιμές αντίστασης εισόδου και εξόδου του.



Σχήμα 3.36. Παράδειγμα ισοδύναμου κυκλώματος για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών λειτουργίας του.

Η εξαρτημένη πηγής ρεύματος βi_B από το ρεύμα i_B που διαρρέει την αντίσταση R_B μας επιτρέπει να θεωρήσουμε ότι το συγκεκριμένο κύκλωμα αποτελείται από δύο ξεχωριστά τμήματα-κυκλώματα, το κύκλωμα εισόδου και το κύκλωμα εξόδου, οι λειτουργίες των οποίων προφανώς συσχετίζονται μέσω της λειτουργίας της εξαρτημένης πηγής.

Έτσι, η ανεξάρτητη πηγή τάσης v_s , που είναι συνδεδεμένη στην είσοδο του κυκλώματος, προκαλεί τη ροή ενός ρεύματος i_B στο τμήμα-κύκλωμα εισόδου του, όπου ανήκει και η αντίσταση R_B . Επίσης, στο τμήμα-κύκλωμα εξόδου, η

τάση εξόδου v_o του κυκλώματος θα είναι αποτέλεσμα της συνδυασμένης δράσης της ανεξάρτητης πηγής τάσης V_{CC} και της εξαρτημένης πηγής ρεύματος βi_B , η τιμή έντασης της οποίας καθορίζεται από το ρεύμα i_B του κυκλώματος εισόδου.

Επομένως, για τον προσδιορισμό της λειτουργίας ολόκληρου του κυκλώματος θα πρέπει να βρεθεί η σχέση μεταξύ του σήματος εισόδου v_s και του σήματος εξόδου v_o , οπότε, επειδή η τάση εξόδου v_o εξαρτάται από το ρεύμα i_B , θα πρέπει, κατ' αρχήν, να εκφραστεί η v_s συναρτήσει του i_B .

Πράγματι, με την εφαρμογή του κανόνα των τάσεων του Kirchhoff στον απλό βρόχο του κυκλώματος εισόδου, προκύπτει αμέσως ότι:

$$v_s - i_B \cdot R_B = 0 \Leftrightarrow v_s = i_B \cdot R_B \tag{3.36}$$

Στο κύκλωμα εξόδου, θεωρώντας το ρεύμα στην έξοδο¹¹ μηδενικό, δηλ. $i_o=0$, και εφαρμόζοντας τον κανόνα των ρευμάτων στον κόμβο μεταξύ της αντίστασης R_C , της εξαρτημένης πηγής και του ακροδέκτη εξόδου, θα είναι:

$$i_o + i_C - \beta \cdot i_B = 0 \Rightarrow i_C = \beta \cdot i_B \tag{3.37}$$

δηλ. το ρεύμα i_C που διαρρέει την αντίσταση R_C είναι ίσο προς το ρεύμα που παρέχει η εξαρτημένη πηγή ρεύματος.

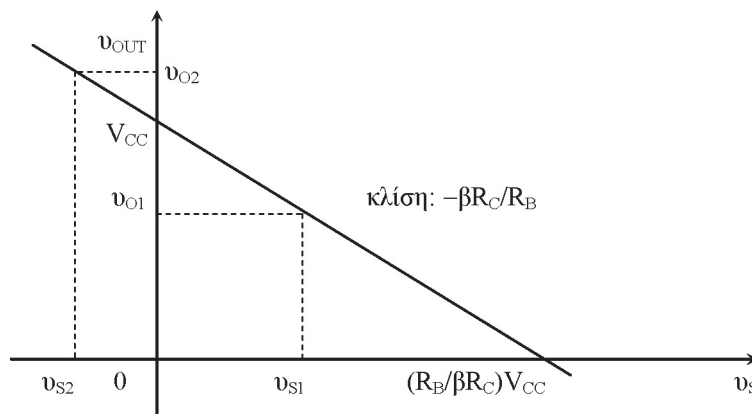
Με δεδομένη τη φορά του ρεύματος i_C , όπως φαίνεται στο διάγραμμα του κυκλώματος, η τάση εξόδου του v_{OUT} είναι:

$$v_{OUT} = V_{CC} - v_C = V_{CC} - i_C R_C \tag{3.38}$$

οπότε, με χρήση των σχέσεων (3.37) και (3.36), προκύπτει τελικά ότι:

$$v_{OUT} = V_{CC} - \left(\frac{\beta R_C}{R_B} \right) \cdot v_s \tag{3.39}$$

Η σχέση (3.39), εκφράζοντας τη σχέση μεταξύ σήματος εισόδου και σήματος εξόδου του χωρίς διάκριση DC ή AC συνιστώσων, περιγράφει την πλήρη λειτουργία του κυκλώματος και, μάλιστα, η γραφική της παράσταση, που δίνεται στο σχήμα 3.37, αποτελεί τη χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου.

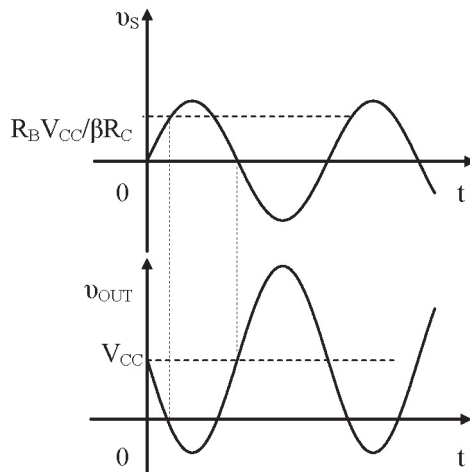


Σχήμα 3.37. Χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου του κυκλώματος του σχήματος 3.36.

Το κύκλωμα του σχήματος 3.36 είναι ένα κύκλωμα επεξεργασίας σημάτων τάσης, η λειτουργία του οποίου επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας με κατάλληλο τρόπο μια πηγή ρεύματος εξαρτημένη από ρεύμα (γραμμική εξάρτηση). Ειδικότερα, όπως δείχνει η σχέση (3.39), το σήμα εξόδου v_{OUT} του συγκεκριμένου κυκλώματος περιλαμβάνει δύο συνιστώσες, μια DC συνιστώσα τάσης με τιμή V_{CC} και μια A_C με πλάτος ίσο προς αυτό του σήματος εισόδου v_s επί τον όρο $(-\beta R_C / R_B)$. Επομένως, η επεξεργασία αυτή είναι μια διαδικασία μετατροπής του πλάτους του σήματος εισόδου με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε, αν $\beta R_C / R_B > 1$, το σήμα εξόδου να είναι ένα σήμα τάσης με πλάτος μεγαλύτερο κατά $\beta R_C / R_B$ φορές και μορφή ίδια, αλλά αντεστραμμένη, ως προς αυτήν του σήματος εισόδου.

Έτσι, όπως φαίνεται και από τις κυματομορφές των σημάτων εισόδου και εξόδου στο σχήμα 3.38, το συγκεκριμένο κύκλωμα είναι κατ' αρχήν ένα κύκλωμα ενίσχυσης και αντιστροφής σημάτων τάσης. Επί πλέον, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.7 και εφόσον ο όρος $\beta R_C / R_B$ είναι σταθερός, η λειτουργία του, όπως περιγράφεται από τη 11 Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι το ρεύμα i_o δεν είναι το ρεύμα εξόδου i_{OUT} αλλά το αντίθετό του, δηλ. $i_o = -i_{OUT}$. Πράγματι, όπως φαίνεται στα σχήματα 3.32 και 3.35 το ρεύμα εξόδου i_{OUT} σ' ένα κύκλωμα έχει τέτοια φορά ώστε διαρρέοντας μια αντίστοιχη αντίσταση φορτίου να αναπτύσσει στα άκρα της την τάση εξόδου v_{OUT} .

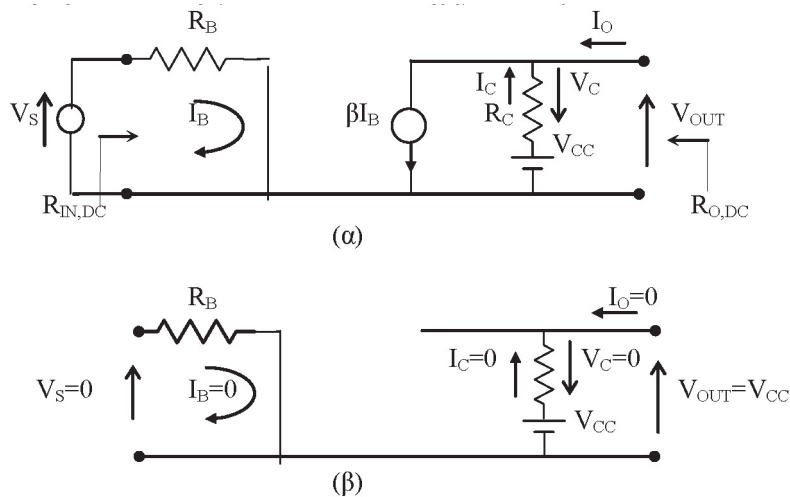
σχέση (3.39), θα είναι διαφορετικώς γραμμική, ενώ το ίδιο το κύκλωμα, λόγω της ανεξάρτητης πηγής τάσης V_{CC} στο τμήμα εξόδου του, είναι μη αιτιατό, καθώς για $v_s=0$, η τάση εξόδου του θα είναι $v_{OUT}|_{v_s=0} = V_{CC}$.



Σχήμα 3.38. Σήματα εισόδου και εξόδου στο κύκλωμα του σχήματος 3.36, όπου όταν $v_s=0$ τότε $v_{OUT}=V_{CC}$, ενώ όταν $v_s=R_B V_{CC}/\beta R_C$ τότε $v_{OUT}=0$.

Για την ανάλυση της λειτουργίας του κυκλώματος στο DC εφαρμόζουμε τους κανόνες του Πίνακα 3.1, οπότε το DC ισοδύναμό του, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.39(α), θα έχει την ίδια μορφή με το αρχικό κύκλωμα αλλά με διαφορετικό συμβολισμό τάσεων και ρευμάτων.

Θεωρώντας ότι η πηγή v_s στην είσοδο του κυκλώματος παρέχει μόνο εναλλασσόμενα σήματα τάσης, τότε η DC συνιστώσα V_s , θα είναι μηδέν, οπότε, και το ρεύμα I_B στο τμήμα εισόδου του κυκλώματος θα είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι και το ρεύμα που παρέχει η εξαρτημένη πηγή ρεύματος βI_B στο τμήμα εξόδου θα είναι μηδέν, οπότε, με χρήση της σχέσης (3.37), θα είναι $I_C=0$. Έτσι, τελικά, εφόσον και $I_O=0$, η DC συνιστώσα του σήματος εξόδου, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.39(β), θα είναι: $V_{OUT}=V_{CC}$.

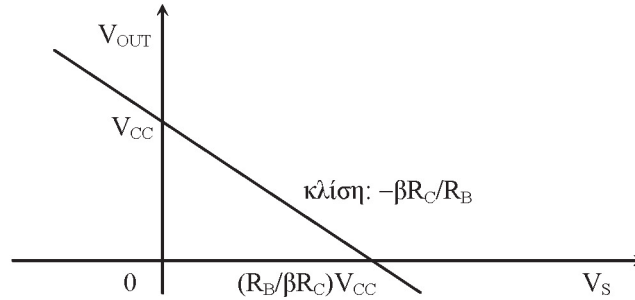


Σχήμα 3.39. DC ισοδύναμο του κυκλώματος του σχήματος 3.36: (α) αρχική μορφή και (β) με την υπόθεση ότι $V_s=0$.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται αμέσως ότι η στατική (DC) λειτουργία του κυκλώματος είναι μια διαφορετικώς γραμμική λειτουργία παροχής συνεχούς τάσης στην έξοδό, η τιμή V_{OUT} της οποίας θα εξαρτάται αποκλειστικά από την τιμή της DC συνιστώσας του σήματος εισόδου, σύμφωνα με τη σχέση:

$$V_{OUT} = V_{CC} - \frac{\beta R_C}{R_B} \cdot V_s \tag{3.40}$$

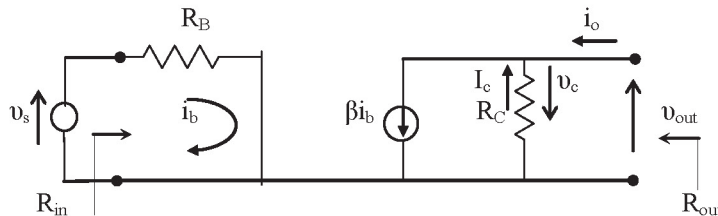
η δε DC χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου θα έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 3.40, δηλ. ίδια με αυτήν του σχήματος 3.37, όπου όμως αναφέρεται μόνο στις DC συνιστώσες των σημάτων εισόδου και εξόδου.



Σχήμα 3.40. DC χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου του κυκλώματος του σχήματος 3.36.

Η ανάλυση της λειτουργίας του κυκλώματος για τις AC συνιστώσες των σημάτων του γίνεται με το αντίστοιχο ισοδύναμο, το οποίο θα έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 3.41, ενώ η σχέση μεταξύ των AC σημάτων εισόδου και εξόδου θα είναι:

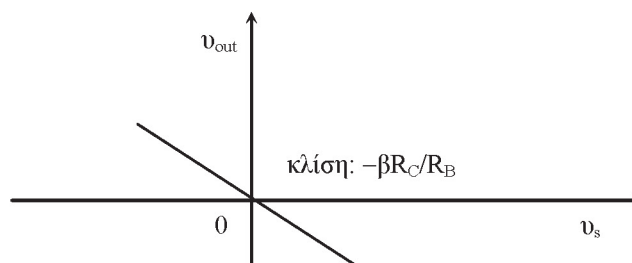
$$v_o = -v_L = -\frac{\beta R_C}{R_B} \cdot v_s \tag{3.41}$$



Σχήμα 3.41. AC ισοδύναμο του κυκλώματος του σχήματος 3.36.

Η σχέση αυτή δείχνει ότι η δυναμική (AC) λειτουργία του κυκλώματος είναι λειτουργία ενίσχυσης και αντιστροφής σημάτων τάσης. Πράγματι, η σταθερή σχέση αναλογίας μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου δείχνει ότι, αν $\beta R_C / R_B > 1$, τότε το AC σήμα εξόδου v_{out} του κυκλώματος θα έχει πλάτος μεγαλύτερο κατά $\beta R_C / R_B$ φορές από το πλάτος του AC σήματος εισόδου (ενίσχυση), ενώ, ταυτόχρονα, το αρνητικό πρόσημο υποδηλώνει μια διαφορά φάσης 180° μεταξύ τους (αντιστροφή). Η διπλή αυτή λειτουργία στο AC είναι πλήρως γραμμική καθώς, όπως αποδεικνύεται, ισχύουν οι αρχές της επαλληλίας και της αναλογίας.

Στο σχήμα 3.42 δίνεται η γραφική παράσταση της σχέσης (3.41), που αποτελεί την AC χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου του κυκλώματος. Σε σύγκριση με τη DC χαρακτηριστική, φαίνεται αμέσως ότι οι δύο χαρακτηριστικές είναι παράλληλες μεταξύ τους, με μόνη διαφορά ότι η AC χαρακτηριστική διέρχεται από την αρχή των αξόνων ακριβώς επειδή αναφέρεται στις AC συνιστώσες των σημάτων εισόδου και εξόδου.



Σχήμα 3.42. AC χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου του κυκλώματος του σχήματος 3.36.

Για τον προσδιορισμό των ζητούμενων αντιστάσεων εισόδου και εξόδου χρησιμοποιούμε τη μεθοδολογία που περιγράφηκε στην παράγραφο 3.5.2.1.

Η DC αντίσταση εισόδου είναι ίση προς τη συνολική αντίσταση που «φαίνεται» από τα ανοικτά άκρα του DC ισοδύναμου κυκλώματος του σχήματος 3.40(α), θεωρώντας δηλ. ότι $V_S = 0$, οπότε:

$$R_{IN} = R_B$$

Η DC αντίσταση εξόδου προσδιορίζεται αφού πρώτα μηδενιστεί η δράση των ανεξάρτητης πηγών τάσης V_{CC} και της τάσης εισόδου V_S , έτσι ώστε $I_B = 0$ και, συνεπώς, $\beta I_B = 0$, οπότε η συνολική αντίσταση που θα φαίνεται από τα ανοικτά

άκρα εξόδου στο σχήμα 3.39(β) όταν $V_{CC}=0$, θα είναι η αντίσταση R_C , δηλ.:

$$R_{OUT}=R_C$$

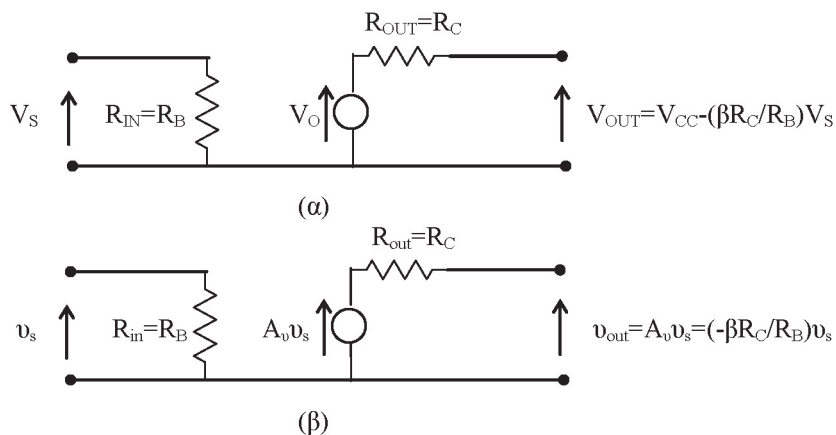
Αντιστοίχως, από το AC ισοδύναμο του σχήματος 3.41, η AC αντίσταση εισόδου βρίσκεται ότι είναι:

$$R_{in}=R_B$$

ενώ η AC αντίσταση εξόδου, θεωρώντας ότι $v_s=0$, είναι:

$$R_{out}=R_C$$

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι με βάση τα χαρακτηριστικά που προσδιορίστηκαν παραπάνω για την DC και την AC λειτουργία του αρχικού κυκλώματος, μπορούμε να κατασκευάσουμε δύο αντίστοιχα νέα ισοδύναμα κυκλώματα του αρχικού. Όπως φαίνονται στο σχήμα 3.44, με τα δύο αυτά κυκλώματα, τόσο η DC, όσο και η AC λειτουργία του αρχικού κυκλώματος ισοδυναμεί με τη λειτουργία πηγών τάσης εξαρτημένων από την τάση εισόδου, όπως αυτή αναπτύσσεται στα άκρα της αντίστασης εισόδου τους, ή, αλλιώς, με ένα διαφορικός γραμμικό DC και ένα γραμμικό AC πραγματικό ενισχυτή τάσης.



Σχήμα 3.43. Ισοδύναμα κυκλώματα για (α) την DC και (β) την AC λειτουργία του κυκλώματος του σχήματος 3.36.

3.7 Ανάλυση και θεωρήματα γραμμικών κυκλωμάτων

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.3.3, η ανάλυση ενός κυκλώματος μπορεί να διευκολυνθεί κατά πολύ αν, αντί να επιλεγούν αμέσως γενικές μέθοδοι επίλυσης, όπως η μέθοδος των βρόχων ή των κόμβων, ληφθούν υπόψη οι ιδιότητες ή τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της λειτουργίας του.

Έτσι, η έννοια της ισοδύναμης λειτουργίας και η χρήση των κατάλληλων κάθε φορά απλών ισοδύναμων κυκλωμάτων ή πρότυπων ισοδύναμης λειτουργίας, όπως π.χ. ο διαχωρισμός σε στατική (DC) και δυναμική (AC) λειτουργία και η χρήση των αντίστοιχων DC και AC ισοδύναμων, αλλά και ο προσδιορισμός της σχέσης τάσης – ρεύματος σε δύο ανοικτά άκρα του κυκλώματος, αποτελούν σημαντικά εργαλεία και τεχνικές που βοηθούν την ολοκληρωμένη ανάλυση ενός οποιουδήποτε κυκλώματος με απλό και συστηματικό τρόπο.

Παρακάτω, εξετάζονται τεχνικές που εφαρμόζονται ειδικά για την ανάλυση γραμμικών κυκλωμάτων και οι οποίες βασίζονται στις ιδιότητες και τα θεωρήματα που διέπουν τη λειτουργία τέτοιων κυκλωμάτων.

3.7.1 Η αρχή της επαλληλίας ή υπέρθεσης

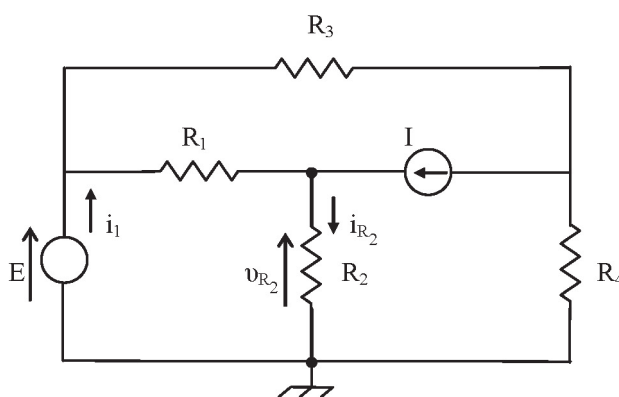
Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 2, η αρχή της επαλληλίας, σε συνδυασμό με την αρχή της αναλογίας αποτελούν ιδιότητες ορισμού της λειτουργίας των γραμμικών κυκλωμάτων.

Η αρχή της επαλληλίας ή της υπέρθεσης είναι μια γενική αρχή που ισχύει σε κάθε φυσικό σύστημα, όπου «αίτιο» και «αποτέλεσμα» συνδέονται με μια σταθερή σχέση αναλογίας, και υποδεικνύει ότι το συνολικό «αποτέλεσμα» ενός πλήθους «αιτίων» θα είναι ίσο προς το άθροισμα των επιμέρους «αποτελεσμάτων» κάθε μεμονωμένου «αιτίου».

Στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά συστήματα-κυκλώματα, η έννοια «αίτιου – αποτελέσματος» είναι ταυτόσημη με τον τύπο λειτουργίας «διέγερση – απόκριση», οπότε η ισχύς της αρχής της επαλληλίας, που, μαθηματικώς, διατυπώνεται με τη γενικότερη σχέση (2.26), σημαίνει ότι: «όταν η απόκριση ενός κυκλώματος σε μια οποιαδήποτε διέγερσή του είναι ανάλογη προς τη διέγερση αυτή, τότε η συνολική απόκρισή του σ' ένα πλήθος διαφορετικών και ταυτόχρονων διεγέρσεων, θα είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους αποκρίσεων που θα προκαλούσε κάθε διέγερση ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες».

Με τη διατύπωση αυτή, η αρχή της επαλληλίας μπορεί αμέσως να χρησιμοποιηθεί για την απλοποίηση της ανάλυσης γραμμικών κυκλωμάτων, καθώς ο προσδιορισμός του σήματος εξόδου τους όταν εφαρμόζονται περισσότερα από ένα σήματα εισόδου, θα είναι εξ ορισμού ίσο με το άθροισμα των σημάτων εξόδου που θα προκαλούσε από μόνο του κάθε ένα από αυτά τα σήματα.

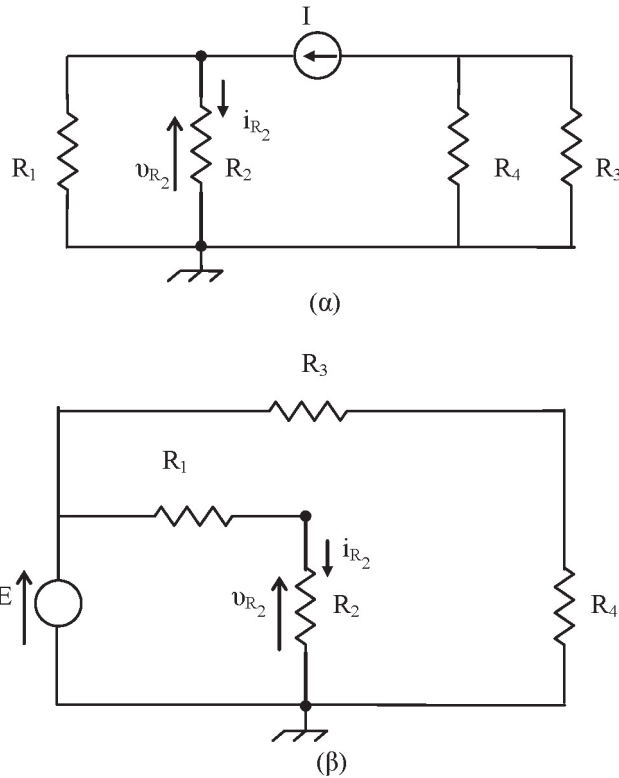
Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 3.44, δρουν ταυτόχρονα δύο ανεξάρτητες ιδανικές πηγές, η πηγή τάσης E και η πηγή ρεύματος I . Για τον προσδιορισμό της τάσης ή της έντασης ρεύματος στην αντίσταση R_2 , ένας τρόπος είναι να εφαρμοστεί η μέθοδος των κόμβων ή των βρόχων, όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 3.3 (σχήματα 3.7 και 3.8), και να λυθεί το αντίστοιχο σύστημα εξισώσεων. Εφόσον όμως πρόκειται για κύκλωμα που αποτελείται από γραμμικά στοιχεία, δηλ. πρόκειται για γραμμικό κύκλωμα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατ' ευθείαν η αρχή της επαλληλίας.



Σχήμα 3.44. Παράδειγμα επίλυσης κυκλώματος με εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας.

Έτσι, μηδενίζοντας, πρώτα, τη δράση π.χ. της ιδανικής πηγής τάσης E , προσδιορίζεται η συνιστώσα της ζητούμενης τάσης v_{R2} (ή της έντασης ρεύματος i_{R2}), που οφείλεται ή προκαλείται από τη δράση της πηγής ρεύματος I . Στη συνέχεια, αποκαθιστώντας την πηγή τάσης και μηδενίζοντας τη δράση της ιδανικής πηγής ρεύματος I , προσδιορίζεται η αντίστοιχη συνιστώσα τάσης (ή ρεύματος) που προκαλείται από τη δράση της πηγής τάσης. Έτσι, η ζητούμενη τάση v_{R2} (ή η ένταση ρεύματος i_{R2}) θα είναι το άθροισμα των δύο επιμέρους συνιστωσών τάσης (ή ρεύματος).

Προφανώς ο μηδενισμός της δράσης κάθε μιας από τις πηγές αυτές έχει ως συνέπεια μια αντίστοιχη μεταβολή στη μορφή του κυκλώματος. Στο σχήμα 3.45(α), φαίνεται η μορφή που παίρνει το κύκλωμα του σχήματος 3.44 όταν μηδενιστεί η δράση της πηγής τάσης E , δηλ. όταν βραχυκυκλωθούν τα άκρα της ($E=0$), και, στο σχήμα 3.45(β), η αντίστοιχη μορφή του όταν μηδενιστεί η δράση της πηγής ρεύματος I , δηλ. όταν αυτή αφαιρεθεί από τον αντίστοιχο κλάδο ($I=0$).



Σχήμα 3.45. Μορφή του κυκλώματος του σχήματος 3.44 μετά το μηδενισμό της πηγής (α) τάσης και (β) ρεύματος.

Στην πρώτη περίπτωση, η τάση στα άκρα της R_2 , που οφείλεται στη δράση της πηγής ρεύματος I , θα είναι ίση προς την τάση στα άκρα του παράλληλου συνδυασμού των R_1 και R_2 , οπότε, αν είναι γνωστή η τιμή της R_2 , θα ισχύει:

$$v_{R_2(I)} = I \cdot (R_1 // R_2) = \frac{I \cdot R_1}{R_1 + R_2} \cdot R_2 \quad (3.42)$$

όπου, προφανώς, το ρεύμα που διαρρέει την R_2 προκύπτει ότι είναι:

$$i_{R_2(I)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \quad (3.43)$$

Με αντίστοιχο τρόπο, βρίσκεται ότι μηδενίζοντας τη δράση της πηγής ρεύματος I , η τάση στα άκρα της R_2 , που οφείλεται στην πηγή τάσης E , θα δίνεται από τη σχέση:

$$v_{R_2(E)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E \quad (3.44)$$

το δε ρεύμα που τη διαρρέει θα είναι:

$$i_{R_2(E)} = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad (3.45)$$

Έτσι, όταν στο κύκλωμα δρουν ταυτόχρονα και οι δύο πηγές, η συνολική τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 θα είναι το άθροισμα των επιμέρους συνιστωσών της, κάθε μια απ' τις οποίες οφείλεται στη δράση της αντίστοιχης κάθε φορά πηγής, δηλ.:

$$v_{R_2} = v_{R_2(I)} + v_{R_2(E)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (I \cdot R_1 + E) \quad (3.46)$$

ενώ, το συνολικό ρεύμα που διαρρέει την R_2 θα δίνεται από τη σχέση:

$$i_{R_2} = i_{R_2(I)} + i_{R_2(E)} = \frac{I}{R_1 + R_2} (I \cdot R_1 + E)$$

ή, πιο απλά, $i_{R2} = v_{R2}/R_2$.

3.7.1.1 Παρατηρήσεις

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, σημειώνονται τα εξής:

- Η αρχή της επαλληλίας ή της υπέρθεσης ισχύει σε κάθε τύπου γραμμικό κύκλωμα ή σύστημα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναλυτική περιγραφή της λειτουργίας του.
- Όταν σ' ένα γραμμικό κύκλωμα, το σήμα εισόδου που εφαρμόζεται αποτελείται από διάφορες συνιστώσες ή εφαρμόζονται περισσότερα από ένα σήματα εισόδου (διέγερσης), τότε το σήμα εξόδου θα είναι ένα σύνθετο σήμα που θα περιέχει ως συνιστώσες τις αποκρίσεις σε κάθε μια από τις συνιστώσες του σήματος εισόδου ή σε κάθε ένα από τα διαφορετικά σήματα εισόδου.
- Ο μηδενισμός της δράσης όλων των ανεξάρτητων πηγών τάσης ή ρεύματος εκτός από μια ισοδυναμεί με την εφαρμογή ενός μόνον σήματος εισόδου ή ενός σήματος με μια μόνο συνιστώσα.
- Όταν πρόκειται για ανεξάρτητες και ιδανικές πηγές, ο μηδενισμός δράσης των μεν πηγών τάσης αντιστοιχεί σε βραχυκύκλωμα των άκρων τους, των δε πηγών ρεύματος σε άνοιγμα του κλάδου στον οποίο ανήκουν έτσι ώστε να μην υπάρχει ροή ρεύματος.
- Όταν πρόκειται για ανεξάρτητες αλλά πραγματικές πηγές τότε ο μηδενισμός της δράσης τους έχει ως αποτέλεσμα να διατηρούνται στη θέση τους τόσο η εσωτερική αντίσταση των πηγών τάσης, όσο και της εσωτερικής αγωγιμότητας των πηγών ρεύματος.
- Σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να εφαρμοστεί μηδενισμός δράσης σε εξαρτημένη πηγή τάσης ή ρεύματος. Όταν όμως η εξάρτηση τέτοιων πηγών αναφέρεται σε κάποια ανεξάρτητη ιδανική ή πραγματική πηγή, τότε ο μηδενισμός της ανεξάρτητης πηγής επηρεάζει προφανώς και την εξαρτημένη, όπως είδαμε και στο παράδειγμα της παραγράφου 3.6.6 με την εξαρτημένη πηγή β_B.
- Η εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας μπορεί να γίνει και στο επίπεδο του DC ή του AC ισοδύναμου ενός γραμμικού κυκλώματος, καθώς επίσης και μόνο στο DC ή μόνο στο AC οποιουδήποτε κυκλώματος, αρκεί το ισοδύναμο αυτό να είναι ή να θεωρείται γραμμικό.
- Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.7, η αρχή της επαλληλίας εφαρμόζεται κανονικά και για κυκλώματα ή συστήματα διαφορετικώς γραμμικά.

Η χρήση της αρχής της επαλληλίας για την εύρεση τάσεων ή ρευμάτων σε γραμμικά κυκλώματα με τον εκ περιτροπής μηδενισμό της δράσης όλων εκτός μιας κάθε φορά από τις ανεξάρτητες πηγές τάσης ή ρεύματος, είναι μια απλή, αλλά και διαφορετική στην ουσία της, διαδικασία όταν συγκρίνεται με την εφαρμογή των γενικών μεθόδων επίλυσης που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 3.3.

Πράγματι με τις μεθόδους εκείνες (παραβλέποντας το γεγονός ότι μπορούν να εφαρμοστούν σε κάθε κύκλωμα και όχι μόνο σε γραμμικά κυκλώματα), τα ζητούμενα μεγέθη βρίσκονται αφού πρώτα προσδιοριστούν οι σχέσεις μεταξύ όλων των τάσεων ή των ρευμάτων του κυκλώματος, ενώ με τη αρχή της επαλληλίας προσδιορίζονται μόνον τα ζητούμενα μεγέθη (εφόσον, βεβαίως, είναι γνωστά όλα τα αναγκαία στοιχεία του κυκλώματος).

Έτσι, συχνά, σε περιπτώσεις γραμμικών κυκλωμάτων που περιλαμβάνουν ανεξάρτητες ιδανικές πηγές τάσης και ρεύματος, η εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων ή των βρόχων ή, ακόμα, και η απλή εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff μπορεί να συνδυασθεί με την αρχή της επαλληλίας. Έτσι, όταν εφαρμόζεται η μέθοδος των κόμβων, μπορούμε να μηδενίσουμε τη δράση των ανεξάρτητων ιδανικών πηγών τάσης και να αποφύγουμε την εισαγωγή ως αγνώστου του ρεύματος που διαρρέει μια πηγή τάσης¹². Η τεχνική αυτή είναι γνωστή ως «τεχνική των υπερκόμβων», ενώ με αντίστοιχο τρόπο, δηλ. με το μηδενισμό της δράσης των ιδανικών πηγών ρεύματος, περιγράφεται η «τεχνική των υπερβρόχων», με την οποία αποφεύγεται η εισαγωγή ως αγνώστων των τάσεων στα άκρα των πηγών αυτών¹³.

3.7.2. Θεωρήματα Thevenin και Norton

Ο συνδυασμός της δυνατότητας προσδιορισμού της σχέσης τάσης – ρεύματος μεταξύ δύο ανοικτών άκρων ενός κυκλώματος με την έννοια της ισοδύναμης λειτουργίας του, που είδαμε στις παραγράφους 3.5.2.2 και 3.6.1, δείχνει ότι «κάθε κύκλωμα, η λειτουργία του οποίου είναι γνωστή ή προσδιορίσιμη ως προς δύο άκρα του, π.χ. τα άκρα εξόδου του, μπορεί να αντικατασταθεί από ένα απλό ισοδύναμο κύκλωμα με δύο ανοικτά άκρα και την ίδια ακριβώς λειτουργία με το αρχικό».

Ως παράδειγμα μια τέτοιας ισοδύναμης αντικατάστασης μπορούν να θεωρηθούν οι ορισμοί τόσο των εξαρτημένων πηγών, όσο και ενισχυτών σημάτων τάσης και ρεύματος, καθώς με αυτούς περιγράφεται η ισοδύναμη λειτουργία πολλών ηλεκτρονικών κυκλωμάτων και στοιχείων.

Στην παράγραφο αυτή, παρουσιάζονται δύο σημαντικά θεωρήματα, το *θεώρημα του Thevenin* και το *θεώρημα του Norton*, με τα οποία θεμελιώνεται η δυνατότητα και ορίζονται οι προϋποθέσεις για την ισοδύναμη αντικατάσταση κάθε

¹² Όπως στο παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου των κόμβων στην παράγραφο 3.3.1 με το ρεύμα i_1 της πηγής τάσης E.

¹³ Όπως (λίγο διαφορετικά) στο παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου των βρόχων στην παράγραφο 3.3.2.

γραμμικού κυκλώματος ως προς δύο ανοικτά άκρα του με ένα απλό κύκλωμα κατάλληλης μορφής.

Όπως θα φανεί παρακάτω, αν και τα θεωρήματα αυτά διατυπώνονται αποκλειστικά για γραμμικά και ωμικά κυκλώματα, η ισχύς τους καλύπτει κάθε είδους γραμμικά κυκλώματα, ενώ η σημασία τους επεκτείνεται και σε περιπτώσεις ανάλυσης κυκλωμάτων, που περιλαμβάνουν και μη γραμμικά στοιχεία, καθώς και σε περιπτώσεις ανάλυσης επιμέρους τμημάτων μη γραμμικών κυκλωμάτων.

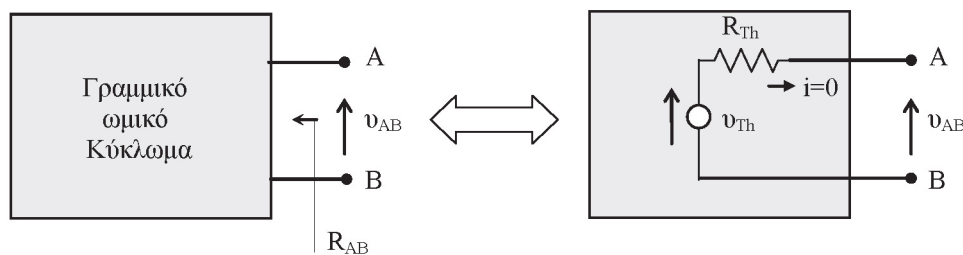
3.7.2.1 Το Θεώρημα του Thevenin

Το θεώρημα Thevenin διατυπώνεται ως εξής: «Κάθε γραμμικό ωμικό κύκλωμα με δύο ανοικτά άκρα μπορεί να αντικατασταθεί, ως προς τη λειτουργία που ορίζεται για αυτά τα άκρα, από ένα ισοδύναμο κύκλωμα, που ονομάζεται ισοδύναμο Thevenin και περιλαμβάνει μια ανεξάρτητη ιδανική πηγή τάσης, v_{Th} , συνδεδεμένη σε σειρά με μια ωμική αντίσταση, R_{Th} ».

Η πηγή τάσης ονομάζεται πηγή Thevenin και η τάση της έχει τιμή ίση προς την τιμή της τάσης που επικρατεί μεταξύ των ανοικτών άκρων του κυκλώματος, η αντίσταση δε, που ονομάζεται αντίσταση Thevenin, έχει τιμή ίση προς την τιμή της αντίστασης, που «φαίνεται» μεταξύ των ανοικτών άκρων όταν έχει μηδενιστεί η δράση όλων των ανεξάρτητων πηγών τάσης και ρεύματος του κυκλώματος.

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην έννοια της ισοδύναμης αντικατάστασης ως προς τη λειτουργία του κυκλώματος, όπως αυτή ορίζεται για τα ανοικτά άκρα του. Πράγματι, το θεώρημα Thevenin αναφέρεται αποκλειστικά στην «εξωτερική» ή λειτουργική αντικατάσταση ενός γραμμικού κυκλώματος από το αντίστοιχο ισοδύναμο και σε καμία περίπτωση στην «εσωτερική» ισοδυναμία του αρχικού γραμμικού κυκλώματος με το ισοδύναμο αυτό. Αυτό μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί αν εξεταστεί η ισχύς που καταναλώνεται κατά τη λειτουργία ενός κυκλώματος και του αντίστοιχου ισοδύναμου Thevenin.

Στο σχήμα 3.46 δίνεται σχηματικά η ισοδυναμία, που περιγράφεται με το θεώρημα Thevenin, όπου με v_{AB} συμβολίζεται η τάση στα ανοικτά άκρα τόσο του αρχικού, όσο και του ισοδύναμου κυκλώματος. Όπως φαίνεται, αν η τάση στα ανοικτά άκρα A και B του γραμμικού κυκλώματος είναι ίση προς v_{AB} , τότε η τάση της πηγής Thevenin στο αντίστοιχο ισοδύναμο θα έχει τιμή $v_{Th} = v_{AB}$. Αν τώρα, στα άκρα του ισοδύναμου, δεν υπάρχει συνδεδεμένο ένα φορτίο π.χ. μια αντίσταση, τότε δεν θα υπάρχει ροή ρεύματος (διότι δεν υπάρχει κλειστή διαδρομή γι αυτό) και, συνεπώς, η τάση στα άκρα αυτά θα είναι και πάλι ίση προς v_{AB} , καθώς δεν θα υπάρχει πτώση τάσης στα άκρα της R_{Th} .



Σχήμα 3.46. Σχηματική παράσταση εφαρμογής του θεωρήματος Thevenin.

3.7.2.2 Το Θεώρημα του Norton

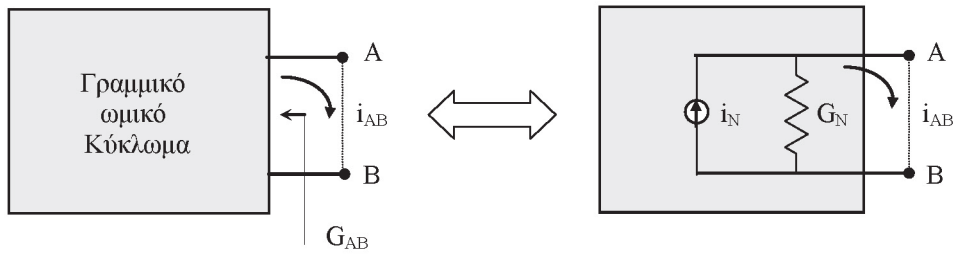
Το θεώρημα Norton είναι το δυϊκό ισοδύναμο του θεωρήματος Thevenin και διατυπώνεται ως εξής: «Κάθε γραμμικό ωμικό κύκλωμα με δύο ανοικτά άκρα μπορεί να αντικατασταθεί, ως προς τη λειτουργία που ορίζεται για αυτά τα άκρα, από ένα ισοδύναμο κύκλωμα, που ονομάζεται ισοδύναμο Norton και περιλαμβάνει μια ανεξάρτητη ιδανική πηγή ρεύματος, i_N , συνδεδεμένη παράλληλα με μια αγωγιμότητα, G_N ».

Η πηγή ρεύματος ονομάζεται πηγή Norton και η τιμή της έντασής της θα είναι ίση προς την τιμή του ρεύματος που διαρρέει τα άκρα του κυκλώματος όταν αυτά βραχυκυκλωθούν, η αγωγιμότητα δε, που ονομάζεται αγωγιμότητα Norton, έχει τιμή ίση προς την τιμή της αγωγιμότητας, που «φαίνεται» μεταξύ των ανοικτών άκρων όταν μηδενίζεται η δράση όλων των ανεξάρτητων πηγών τάσης και ρεύματος του κυκλώματος.

Σημειώνεται και πάλι ότι, όπως στο θεώρημα Thevenin, έτσι και στο θεώρημα Norton, η έννοια της ισοδύναμης αντικατάστασης ενός γραμμικού κυκλώματος ως προς τη λειτουργία που ορίζεται μεταξύ των ανοικτών άκρων του, αναφέρεται αποκλειστικά στην λειτουργική ισοδυναμία με το αντίστοιχο ισοδύναμο.

Στο σχήμα 3.47 δίνεται σχηματικά η ισοδυναμία που περιγράφεται με το θεώρημα Norton, όπου με i_{AB} συμβολίζεται το ρεύμα που διαρρέει τα βραχυκυκλωμένα άκρα τόσο του αρχικού, όσο και του ισοδύναμου κυκλώματος. Όπως φαίνεται, αν το ρεύμα μεταξύ των βραχυκυκλωμένων άκρων A και B του γραμμικού κυκλώματος είναι i_{AB} , η ένταση της πηγής Norton στο αντίστοιχο ισοδύναμο θα είναι $i_N = i_{AB}$, οπότε, αν στα άκρα του δεν υπάρχει συνδεδεμένο ένα φορτίο π.χ. μια αγωγιμότητα, τότε το ρεύμα που θα τα διαρρέει όταν βραχυκυκλωθούν θα είναι και πάλι ίσο προς i_{AB} , καθώς

στην περίπτωση αυτή το ρεύμα μέσα από την G_N θα είναι μηδέν.



Σχήμα 3.47. Σχηματική παράσταση εφαρμογής του θεωρήματος Norton.

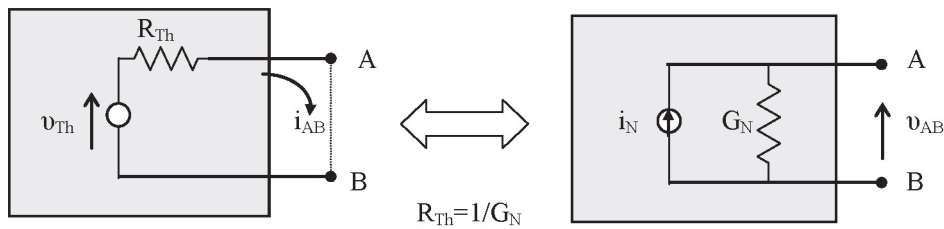
3.7.2.3 Παρατηρήσεις

Από τις διατυπώσεις των θεωρημάτων Thevenin και Norton προκύπτει ότι μεταξύ των δύο υπάρχει πλήρης ισοδυναμία και, μάλιστα, τέτοια ώστε, *κάθε* ισοδύναμο κατά Thevenin να μπορεί να μετατρέπεται αμέσως σε ισοδύναμο Norton.

Πράγματι, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.6.2 για το μετασχηματισμό πηγών τάσης σε πηγές ρεύματος και αντιστρόφως, είναι φανερό ότι, εφόσον εξ ορισμού για κάθε αρχικό κύκλωμα ισχύει $R_{AB}=1/G_{AB}$, θα είναι επίσης $R_{Th}=1/G_N$, οπότε, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.48, μεταξύ των δύο ισοδύναμων κυκλωμάτων θα ισχύει:

$$i_N \cdot \frac{1}{G_N} = v_{AB} \quad \text{και} \quad i_{AB} = \frac{v_{Th}}{R_{Th}} \quad (3.48)$$

όπου v_{AB} είναι η τάση μεταξύ των ανοικτών άκρων A και B στα κυκλώματα αυτά και i_{AB} η ένταση ρεύματος που διαρρέει τα άκρα αυτά όταν είναι βραχυκυκλωμένα.



Σχήμα 3.48. Ισοδυναμία μεταξύ των ισοδύναμων Thevenin και Norton του ίδιου γραμμικού κυκλώματος.

Με τα θεωρήματα Thevenin και Norton, το ισοδύναμο ενός γραμμικού κυκλώματος με δύο ανοικτά άκρα, που περιλαμβάνει μια ή περισσότερες ανεξάρτητες πηγές τάσης ή ρεύματος, θεωρείται ως ένα ενεργό δίπολο με διπλή μορφή: μια μορφή κατά Thevenin και μια κατά Norton. Η διπλή αυτή μορφή, βασίζεται στο δυϊκό χαρακτήρα των συνδυασμών «πηγή τάσης – αντίσταση» και «πηγή ρεύματος – αγωγιμότητα».

Ο προσδιορισμός της αντίστασης Thevenin ή της αγωγιμότητας Norton μπορεί να γίνει:

- με κατ' ευθείαν υπολογισμό, αφού πρώτα μηδενιστούν όλες οι ανεξάρτητες πηγές τάσης και ρεύματος.
- με προσδιορισμό της τάσης στα ανοικτά άκρα του κυκλώματος, δηλ. της τάσης v_{Th} της πηγής Thevenin, και του ρεύματος που τα διαρρέει όταν αυτά βραχυκυκλωθούν, δηλ του ρεύματος i_N της πηγής Norton, οπότε η ζητούμενη αντίσταση ή αγωγιμότητα θα είναι:

$$R_{Th} = \frac{v_{Th}}{i_N} \quad \text{και} \quad G_N = \frac{i_N}{v_{Th}} \quad (3.49)$$

- με εφαρμογή μιας γνωστής δοκιμαστικής τάσης v_o και προσδιορίζοντας την ένταση ρεύματος i_o , που προκαλείται από αυτή, ή εισάγοντας ένα δοκιμαστικό ρεύμα i_o στο κύκλωμα και προσδιορίζοντας την τάση v_o , που εμφανίζεται στα άκρα του κυκλώματος εξαιτίας του, οπότε τότε αντιστοίχως θα είναι:

$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o} \quad \text{ή} \quad G_N = \frac{i_o}{v_o} \quad (3.50)$$

Από τους τρόπους αυτούς, ο δεύτερος και ο τρίτος μπορούν να χρησιμοποιηθούν ακόμα και όταν στο αρχικό γραμμικό

μικό κύκλωμα περιλαμβάνονται εξαρτημένες πηγές τάσης ή ρεύματος. Τότε, οι εξαρτημένες πηγές διατηρούνται κατ' αρχήν όπως είναι, εκτός αν επηρεάζονται από το μηδενισμό των ανεξάρτητων πηγών του κυκλώματος, οπότε η επίδραση του μηδενισμού αυτού προφανώς λαμβάνεται υπόψη.

Η εφαρμογή των θεωρημάτων Thevenin και Norton δεν περιορίζεται μόνο στις περιπτώσεις γραμμικών ωμικών κυκλωμάτων με ανεξάρτητες ή/και εξαρτημένες πηγές τάσης και ρεύματος, αλλά καλύπτει και περιπτώσεις γραμμικών κυκλωμάτων με πυκνωτές και πηνία. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η αντίσταση ή η αγωγιμότητα που «φαίνεται» από τα ανοικτά άκρα ενός κυκλώματος εξαρτάται από τη σύνθετη αντίσταση των τυχόν πυκνωτών και πηνίων που περιέχονται σ' αυτό και, συνεπώς, θα είναι σύνθετα μεγέθη. Έτσι υπολογίζεται, αντιστοίχως, η σύνθετη αντίσταση Thevenin, Z_{Th} , ή η σύνθετη αγωγιμότητα Norton, $1/Z_N$, για τις οποίες θα ισχύουν κατά τα γνωστά ότι για το ίδιο κύκλωμα: $Z_{Th} = Z_N$, ενώ για τον προσδιορισμό της Z_{Th} ή της $1/Z_N$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοσδήποτε από τους τρεις τρόπους που αναφέρθηκαν.

Τέλος, πρέπει να τονιστεί ότι η σημασία των θεωρημάτων Thevenin και Norton δεν περιορίζεται μόνο στη δυνατότητα ισοδύναμης αντικατάσταση γραμμικών κυκλωμάτων αλλά αποτελούν δύο πολύ σημαντικά εργαλεία ανάλυσης σύνθετων διατάξεων ή κυκλωμάτων. Για παράδειγμα, όταν δύο διαφορετικά κυκλώματα συνδέονται το ένα σε σειρά με το άλλο, η μελέτη της αλληλοεξαρτώμενης λειτουργίας τους μπορεί να γίνει πολύ πιο απλά αν υπάρχει δυνατότητα να αντικατασταθεί, το μεν πρώτο, από το αντίστοιχο ισοδύναμό του κατά Thevenin ή Norton, το δε δεύτερο, από την αντίσταση εισόδου του. Το ίδιο μπορεί να γίνει και όταν σε δύο άκρα ενός γραμμικού κυκλώματος υπάρχει συνδεδεμένο ένα μη γραμμικό στοιχείο ή, ακόμα, όταν σ' ένα σύνθετο μη γραμμικό κύκλωμα υπάρχουν ένα ή περισσότερα τμήματά του που είναι γραμμικά κυκλώματα.

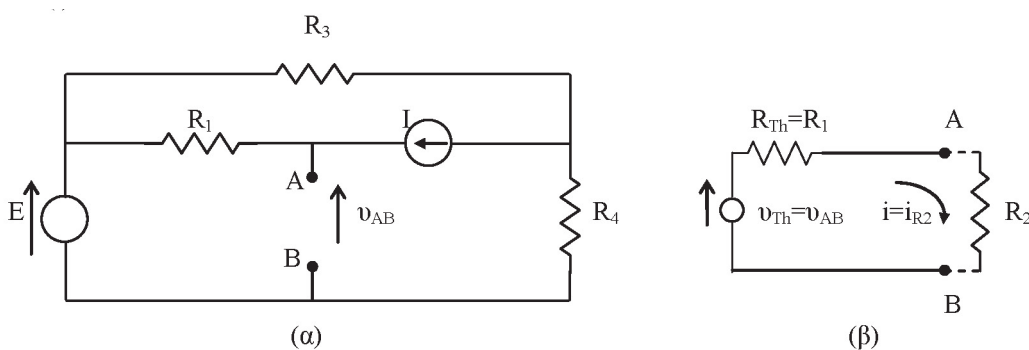
3.7.2.4 Παραδείγματα

1ο Παράδειγμα: Στο κύκλωμα του σχήματος 3.44 να προσδιοριστεί, με εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin, η τάση και η ένταση ρεύματος στην αντίσταση R_2 .

Για τον προσδιορισμό των ζητούμενων μεγεθών με εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin, ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

Αφαιρούμε την αντίσταση R_2 από το κύκλωμα και αντικαθιστούμε το υπόλοιπο, ως προς τα ανοικτά πλέον άκρα του, με το κατάλληλο ισοδύναμο κατά Thevenin. Στη συνέχεια, συνδέουμε την αντίσταση R_2 ως φορτίο στα άκρα του ισοδύναμου κυκλώματος και λύνουμε την αντίστοιχη εξίσωση τάσεων ως προς τα ζητούμενα μεγέθη.

Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.49(α), η τάση στα άκρα A,B του κυκλώματος οφείλεται στη δράση των δύο ανεξάρτητων πηγών του κυκλώματος, οπότε, με χρήση της αρχής επαλληλίας, βρίσκουμε τη συνιστώσα της τάσης $v_{AB}(E)$ λόγω της πηγής τάσης E (μηδενίζοντας τη δράση της πηγής ρεύματος I) και τη συνιστώσα $v_{AB}(I)$ που οφείλεται στην πηγή ρεύματος I (μηδενίζοντας τη δράση της πηγής E).



Σχήμα 3.49. Επίλυση του κυκλώματος του σχήματος 3.44 με εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin.

Έτσι, η ζητούμενη τάση της πηγής Thevenin θα δίνεται από τη σχέση:

$$v_{Th} = v_{AB} = v_{AB}(E) + v_{AB}(I)$$

$$\text{όπου } v_{AB}(E) = E \text{ και } v_{AB}(I) = I \cdot R_1$$

$$\text{δηλ. } v_{Th} = v_{AB} = E + I \cdot R_1 \quad (3.51)$$

Αντιστοίχως, μηδενίζοντας ταυτόχρονα τη δράση και των δύο ανεξάρτητων πηγών E και I του κυκλώματος, η αντίσταση Thevenin που φαίνεται από τα ανοικτά άκρα A,B του κυκλώματος, δηλ.:

$$R_{Th} = R_1 \quad (3.52)$$

Στο σχήμα 3.49(β) δίνεται το ισοδύναμο Thevenin του αρχικού κυκλώματος ως προς τα ανοικτά άκρα του A,B μετά την αφαίρεση της R_2 . Επανασυνδέοντας την R_2 στα άκρα του ισοδύναμου σχηματίζεται ένας διαιρέτης τάσης, οπότε, η

ζητούμενη τάση στα άκρα της R_2 , θα είναι:

$$v_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (E + I \cdot R_1) \quad (3.53)$$

ενώ, η ένταση του ρεύματος στην R_2 θα δίνεται από τη σχέση $i_{R_2} = v_{R_2} / R_2$, δηλ.:

$$i_{R_2} = \frac{1}{R_1 + R_2} (E + I \cdot R_1) \quad (3.54)$$

Οι σχέσεις αυτές είναι ταυτόσημες με τις σχέσεις (3.46) και (3.47) του παραδείγματος της παραγράφου 3.7.1 και μπορούν να προκύψουν και από την εξίσωση των τάσεων στον βρόχο που σχηματίζεται

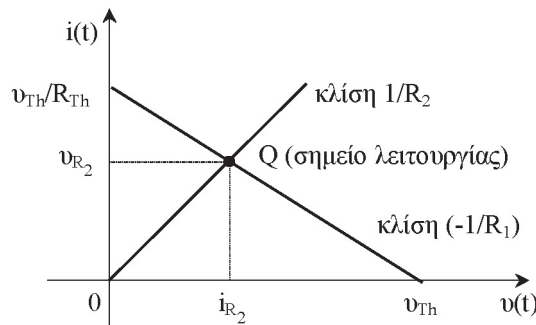
$$v_{R_2} = v_{Th} - i_{R_2} \cdot R_{Th} \quad (3.55)$$

και τις σχέσεις (3.51) και (3.52). Η εξίσωση (3.55) δίνει την εξίσωση της ευθείας φόρτου στα άκρα του ισοδύναμου Thevenin του αρχικού κυκλώματος:

$$i_{R_2} = -\frac{1}{R_{Th}} \cdot v_{R_2} + \frac{v_{Th}}{R_{Th}} \quad (3.56)$$

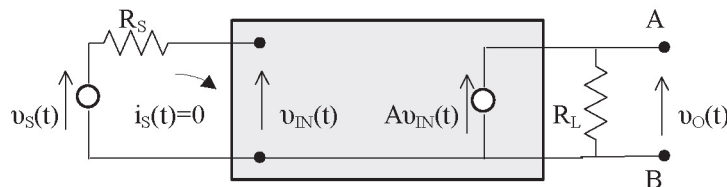
που, προφανώς, ταυτίζεται με την εξίσωση της ευθείας φόρτου στα άκρα A,B του αρχικού κυκλώματος.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.50, οι τιμές v_{R_2} και i_{R_2} αποτελούν τις συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας Q του κυκλώματος ως προς την αντίσταση R_2 , δηλ. του σημείου τομής της ευθείας φόρτου στα ανοικτά άκρα A,B του κυκλώματος ή του αντίστοιχου ισοδύναμου Thevenin και της χαρακτηριστικής τάσης-ρεύματος της R_2 .



Σχήμα 3.50. Ευθεία φόρτου στα άκρα A,B του κυκλώματος του σχήματος 3.49(β) και σημείο λειτουργίας Q όταν συνδέεται ως φορτίο η αντίσταση R_2 .

2ο Παράδειγμα: Να αναγνωριστεί η λειτουργία της διάταξης στο σχήμα 3.51 και να εφαρμοστεί το θεώρημα Thevenin ως προς τα άκρα της A,B.



Σχήμα 3.52. Παράδειγμα διάταξης για την εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin.

Η διάταξη που δίνεται αποτελεί το ισοδύναμο της λειτουργίας ενός ιδανικού ενισχυτή τάσης με απολαβή A, στην έξοδο του οποίου υπάρχει συνδεδεμένη μια αντίσταση φορτίου R_L και, στην είσοδό του, μια ανεξάρτητη πραγματική πηγή τάσης $v_s(t)$ με αντίσταση εξόδου R_s .

Όπως φαίνεται αμέσως, στο τμήμα εισόδου θα ισχύει η σχέση:

$$v_s(t) - i_s(t) \cdot R_s - v_{IN}(t) = 0$$

οπότε, επειδή $i_s(t) = 0$, θα είναι $v_s = v_{IN}$. Αντιστοίχως, στο τμήμα εξόδου θα είναι $v_o(t) = A \cdot v_{IN}(t)$ και τελικώς $v_o = A \cdot v_s$.

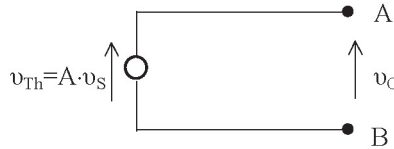
Άρα, για την κατασκευή του ζητούμενου ισοδύναμου, η τιμή της πηγής Thevenin θα είναι ίση προς την τάση στα

άκρα A,B του κυκλώματος, δηλ.:

$$v_{Th} = v_O = A \cdot v_S \tag{3.57}$$

ενώ η αντίσταση Thevenin, θα είναι ίση προς την αντίσταση που φαίνεται μεταξύ αυτών των άκρων αφού πρώτα μηδενιστεί η δράση των ανεξάρτητων πηγών του κυκλώματος.

Στην περίπτωση της συγκεκριμένης διάταξης, η μόνη ανεξάρτητη πηγή είναι η πηγή του σήματος εισόδου, οπότε για $v_S=0 \Rightarrow v_{IN}=0 \Rightarrow A \cdot v_{IN}=0$ και, συνεπώς, θα είναι $R_{Th}=0$. Άρα, το ισοδύναμο κατά Thevenin ως προς τα άκρα A,B του κυκλώματος θα αποτελείται μόνο από την πηγή v_{Th} όπως φαίνεται στο σχήμα 3.52.



Σχήμα 3.52. Ισοδύναμο κατά Thevenin του κυκλώματος του σχήματος 3.52.

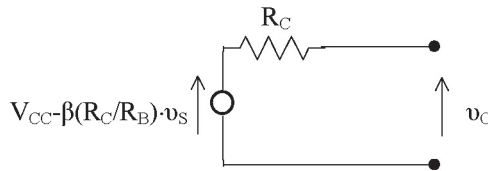
3ο Παράδειγμα: Να σχεδιαστεί το ισοδύναμο Thevenin για την πλήρη λειτουργία (DC+AC) του «κυκλώματος» του παραδείγματος 3.6.6 (σχήμα 3.36).

Η τιμή της πηγής Thevenin θα είναι ίση προς την τιμή της τάσης στα άκρα του κυκλώματος, δηλ. της τάσης εξόδου του, v_O , όπως δίνεται από τη σχέση (3.39):

$$v_{Th} = v_O = V_{CC} - \left(\frac{\beta R_C}{R_B} \right) \cdot v_S \tag{3.58}$$

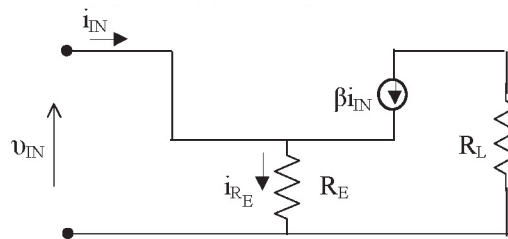
και η αντίσταση Thevenin θα είναι, κατά τα γνωστά, ίση προς τη συνολική αντίσταση που φαίνεται από τα αντίστοιχα άκρα του κυκλώματος, με μηδενισμένη τη δράση όλων των ανεξάρτητων πηγών του, δηλ. για $v_S=0$ και $V_{CC}=0$.

Έτσι, επειδή, όταν $v_S=0 \Rightarrow i_B=0$ και, τελικά, $\beta \cdot i_B=0$, θα είναι $R_{Th}=R_C$ και το ζητούμενο ισοδύναμο θα έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 3.53.



Σχήμα 3.53. Ισοδύναμο κατά Thevenin του κυκλώματος του σχήματος 3.36.

4ο Παράδειγμα: Να βρεθεί η ισοδύναμη λειτουργία ως προς τα ανοικτά άκρα της διάταξης του σχήματος 3.54.



Σχήμα 3.54. Παράδειγμα για την εύρεση ισοδύναμης λειτουργίας.

Όπως φαίνεται αμέσως, στη διάταξη που δίνεται υπάρχει μόνο η εξαρτημένη πηγή ρεύματος $\beta \cdot i_{IN}$, η τιμή ρεύματος της οποίας εξαρτάται από την τιμή του ρεύματος i_{IN} και το οποίο εμφανίζεται όμως μόνον όταν εφαρμόζεται μια τάση v_{IN} στα ανοικτά άκρα της.

Γενικώς, σε παρόμοιες περιπτώσεις, η εφαρμογή είτε του θεωρήματος Thevenin, είτε του θεωρήματος Norton, για την εύρεση ενός αντίστοιχου ισοδύναμου θα οδηγήσει αναγκαστικά στον προσδιορισμό μόνο της αντίστασης Thevenin ή της αγωγιμότητας Norton, όπως αυτή θα φαίνεται από τα άκρα της διάταξης που δίνεται και, συνεπώς, το ισοδύ-

ναμο αυτό θα είναι είτε μια αντίσταση, είτε μια αγωγιμότητα.

Για τον προσδιορισμό της τιμής της αντίστασης αυτής, επειδή στο κύκλωμα υπάρχει εξαρτημένη πηγή, δεν μπορούν να εφαρμοστούν τα γνωστά για σύνδεση αντιστάσεων ή αγωγιμοτήτων σε σειρά ή παράλληλα. Έτσι, η εύρεση της μπορεί να γίνει μόνο με χρήση του Νόμου του Ohm, όπως ακριβώς στην περίπτωση του προσδιορισμού της αντίστασης μεταξύ των άκρων ενός κυκλώματος, στην παράγραφο 3.5.2.1.

Πράγματι, εφαρμόζοντας στα άκρα της διάταξης μια δοκιμαστική τάση $v_{\Delta OK} = v_{IN}$, η τάση αυτή θα εμφανίζεται στα άκρα της αντίστασης R_E , δηλ.:

$$v_{\Delta OK} = v_{IN} = v_{RE} = i_{RE} \cdot R_E$$

οπότε το ρεύμα i_{RE} , που θα διαρρέει την αντίσταση RE , θα είναι:

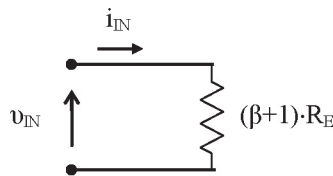
$$i_{RE} = i_{IN} + \beta \cdot i_{IN} = (\beta + 1) \cdot i_{IN}$$

Άρα, η αντίσταση μεταξύ των άκρων του κυκλώματος θα δίνεται από τη σχέση:

$$R_{IN} = (1/G_{IN}) = \frac{v_{IN}}{i_{IN}} = (\beta + 1) \cdot R_E$$

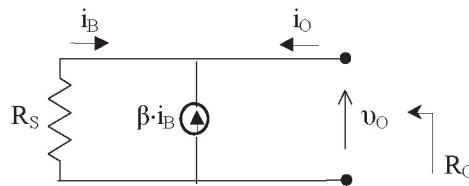
(3.59)

και, συνεπώς, η ζητούμενη ισοδύναμη λειτουργία θα είναι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.55, μια αντίσταση με τιμή που δίνεται από τη σχέση (3.59).



Σχήμα 3.55. Ισοδύναμη λειτουργία της διάταξης του σχήματος 3.54.

5ο Παράδειγμα: Να βρεθεί η ισοδύναμη λειτουργία ως προς τα ανοικτά άκρα της διάταξης του σχήματος 3.56.



Σχήμα 3.56. Παράδειγμα για την εύρεση ισοδύναμης λειτουργίας.

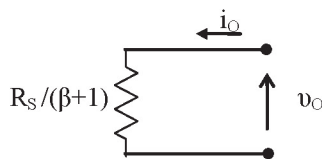
Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, προσδιορίζουμε την αντίσταση R_O που φαίνεται από τα ανοικτά άκρα του κυκλώματος, που θα είναι $R_O = v_O / i_O$.

Εφαρμόζοντας δοκιμαστική τάση $v_{\Delta OK} = v_O$, το αντίστοιχο ρεύμα i_O που προκαλείται, θα έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση του ρεύματος ελέγχου i_B και, τελικά, η τάση $v_{\Delta OK}$ στα άκρα της αντίστασης R_S , θα είναι ίση με $v_{\Delta OK} = -R_S \cdot i_B$ ενώ, ταυτόχρονα, θα ισχύει $i_O + i_B = -\beta \cdot i_B$.

Άρα, η ζητούμενη ισοδύναμη λειτουργία, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.57, θα είναι μια αντίσταση με τιμή που δίνεται από τη σχέση:

$$R_O = \frac{R_S}{\beta + 1}$$

(3.60)



Σχήμα 3.57. Ισοδύναμο του κυκλώματος του σχήματος 3.55.

3.7.2.5 Σημαντική παρατήρηση

Στα παραδείγματα που παρουσιάστηκαν έχει ενδιαφέρον να παρατηρηθεί ότι η ισχύς που προσδίδεται ή καταναλώνεται στο τμήμα εισόδου ενός κυκλώματος που περιλαμβάνει οποιουδήποτε τύπου εξαρτημένη πηγή είναι πάντοτε μικρότερη από την ισχύ που καταναλίσκεται ή αποδίδεται από το τμήμα εξόδου του.

Το «παράδοξο» αυτό προκύπτει ως συνέπεια του ότι η χρήση εξαρτημένων πηγών αντιστοιχεί σε ισοδύναμη λειτουργία είτε κάποιου άλλου κυκλώματος, είτε κάποιου ενεργού ηλεκτρικού στοιχείου, που για να λειτουργεί ως εξαρτημένη πηγή απαιτεί πρόσθετη προσφορά ηλεκτρικής ενέργειας.

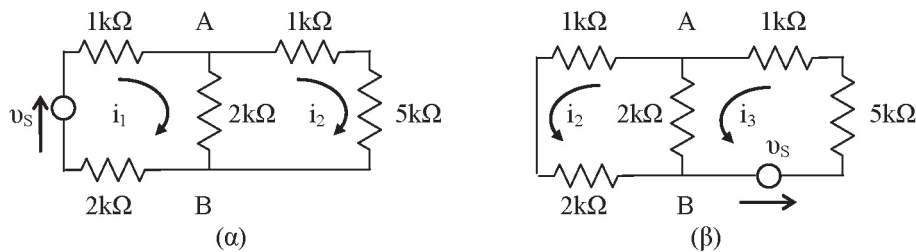
Με την έννοια αυτή, επαναλαμβάνεται ότι τα ισοδύναμα κυκλώματα δεν είναι πραγματικά κυκλώματα αλλά ισοδύναμα της λειτουργίας πραγματικών κυκλωμάτων.

3.7.3. Θεωρήματα Αντιστρεψιμότητας, Αντικατάστασης και Αντιστάθμισης

Παρακάτω παρουσιάζονται τρία θεωρήματα, που ισχύουν για κάθε γραμμικό κύκλωμα με πηγές τάσης ή ρεύματος και με τα οποία παρέχεται η δυνατότητα μεταβολών σ' ένα κύκλωμα, τέτοιων ώστε να διευκολύνουν τη μελέτη της λειτουργίας του ή την εξαγωγή πρόσθετων συμπερασμάτων γι αυτήν.

Το πρώτο απ' αυτά, είναι το θεώρημα της αντιστρεψιμότητας, κατά το οποίο: «ο λόγος του σήματος διέγερσης, που εφαρμόζεται σ' ένα τμήμα ενός κυκλώματος, προς το σήμα απόκρισης που παρατηρείται σ' ένα άλλο τμήμα του ίδιου κυκλώματος, παραμένει αναλλοίωτος αν υπάρξει αμοιβαία αλλαγή των σημείων διέγερσης και απόκρισης».

Για παράδειγμα, στο απλό κύκλωμα του σχήματος 3.58(α), η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση $5k\Omega$ λόγω της πηγής τάσης $v_s=9$ volts μπορεί να υπολογιστεί αμέσως ότι είναι $i_2=0.5mA$. Μεταφέροντας, την πηγή τάσης v_s στον κλάδο της αντίστασης $5k\Omega$, τότε, η πηγή αυτή θα προκαλεί, από τη νέα της θέση, τη ροή ενός ρεύματος στον κλάδο της αρχικής της θέσης με ένταση ίση προς την ένταση του ρεύματος που διέρρεε αρχικά τον κλάδο της αντίστασης $5k\Omega$. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.58(β) και μπορεί να επαληθευθεί με απλές πράξεις, το ρεύμα που διαρρέει τον αρχικό κλάδο της πηγής v_s , θα είναι $i_2=0.5mA$.



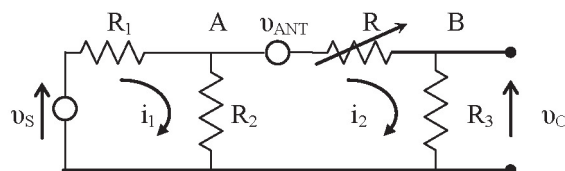
Σχήμα 3.58. Παράδειγμα εφαρμογής του θεωρήματος της αντιστρεψιμότητας.

Γενικώς, το θεώρημα αυτό ισχύει σε γραμμικά κυκλώματα που δεν περιέχουν εξαρτημένες πηγές και αναφέρεται στην αντιστρεψιμότητα σχέσεων «τάσης – ρεύματος» ή «ρεύματος – τάσης» και όχι «τάσης-τάσης» ή «ρεύματος-ρεύματος». Πράγματι, η τάση μεταξύ των σημείων A και B, λόγω της v_s , δεν διατηρεί την τιμή της κατά την αλλαγή της θέσης της πηγής, όπως, επίσης, και το ρεύμα που διαρρέει το βρόχο στον οποίο περιέχεται κάθε φορά η πηγή αυτή, ($i_1 \neq i_3$).

Το δεύτερο θεώρημα, το θεώρημα αντικατάστασης, έχει ιδιαίτερη σημασία σε σχέση με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.6 για την ισοδύναμη λειτουργία και τη δυνατότητα αντικατάστασης κυκλωμάτων και στοιχείων από ισοδύναμα κυκλώματα ή στοιχεία. Έτσι, «σ' ένα κύκλωμα, ένας οποιοσδήποτε κλάδος του με τάση στα άκρα του v_k , που διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_k , μπορεί να αντικατασταθεί από ένα άλλο κλάδο, αρκεί και ο κλάδος αυτός να έχει την ίδια τάση στα άκρα του όταν διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα».

Τέλος, στο ίδιο πνεύμα, το θεώρημα αντιστάθμισης, διατυπώνεται ως εξής: «σε κάθε γραμμικό κύκλωμα, η μεταβολή κατά ΔR της τιμής μιας αντίστασης R που διαρρέεται από ρεύμα i_k , θα έχει ως αποτέλεσμα μια αντίστοιχη μεταβολή όλων των τάσεων ή ρευμάτων του κυκλώματος, εκτός εάν, σε σειρά προς την R , συνδεθεί μια πηγή τάσης με τιμή $i_k \Delta R$ και πολικότητα τέτοια ώστε να αντισταθμίζει στην αύξηση ή τη μείωση της τάσης στα άκρα της R λόγω της μεταβολής της κατά ΔR ».

Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 3.59, η εφαρμογή του θεωρήματος αντιστάθμισης με την εισαγωγή της πηγής τάσης $v_{ANT} = -i_2 \cdot \Delta R$ καθιστά την τάση εξόδου v_o ανεξάρτητη των μεταβολών ΔR της τιμής της αντίστασης R , ενώ είναι προφανές ότι το θεώρημα αυτό ισχύει και για την περίπτωση μεταβολής μιας σύνθετης αντίστασης Z .



όπου $v_{ANT} = -i_2 \cdot \Delta R$ έτσι ώστε $(\Delta v_{AB} / \Delta R) = 0$

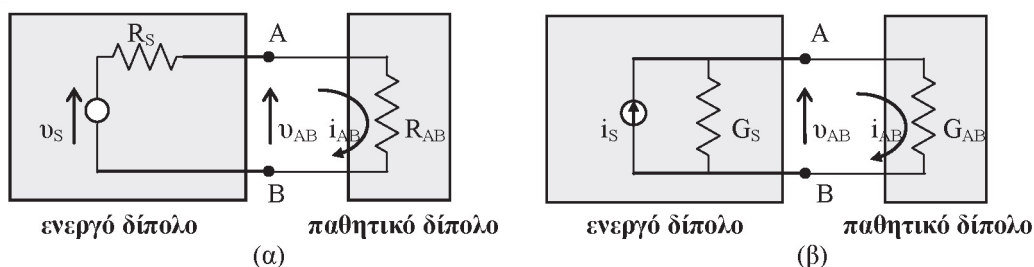
3.8 Ευθεία φόρτου και σημείο λειτουργίας

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, κάθε κύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως προς δύο ανοικτά άκρα του σαν ένα απλό διπολικό στοιχείο, ανάλογα δε με την λειτουργία που παρατηρείται ανάμεσα σ' αυτά, το δίπολο αυτό μπορεί να χαρακτηρίζεται είτε ως παθητικό, είτε ως ενεργό.

Πράγματι, στην περίπτωση ενός κυκλώματος, στην είσοδο του οποίου υπάρχει συνδεδεμένη μια πραγματική πηγή τάσης ή ρεύματος, μεταξύ των άκρων εισόδου του κυκλώματος ορίζεται, κατά τα γνωστά, η αντίσταση ή αγωγιμότητα εισόδου του. Χρησιμοποιώντας τα όσα αναφέρθηκαν για την ισοδύναμη λειτουργία και αντικατάσταση των κυκλωμάτων, είναι φανερό ότι σε ότι αφορά τη λειτουργία της αντίστοιχης πηγής, η αντίσταση ή η αγωγιμότητα εισόδου του κυκλώματος αποτελεί το παθητικό δίπολο στοιχείο που, ως ισοδύναμο του κυκλώματος, καθορίζει την ακριβή τιμή της τάσης και του ρεύματος εισόδου στο κύκλωμα, δηλ. τις συγκεκριμένες για την περίπτωση αυτή συνθήκες λειτουργίας της συνδεδεμένης πηγής.

Αντιστοίχως, όταν στην έξοδο ενός π.χ. γραμμικού κυκλώματος υπάρχει συνδεδεμένο ένα φορτίο, η εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin ή Norton οδηγεί στην ισοδύναμη αντικατάσταση του κυκλώματος από μια (πραγματική) πηγή τάσης ή ρεύματος (με την αντίστοιχη αντίσταση ή αγωγιμότητα εξόδου της), στην έξοδο της οποίας είναι συνδεδεμένο το φορτίο. Δηλαδή, το αρχικό κύκλωμα έχει αντικατασταθεί από ένα ενεργό δίπολο, τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του οποίου καθορίζονται τόσο από τα χαρακτηριστικά του αρχικού κυκλώματος, όσο και από το συγκεκριμένο φορτίο.

Στο σχήμα 3.60 δίνεται παραστατικά η μορφή των δύο αυτών περιπτώσεων, που, όπως μπορεί εύκολα να αναγνωριστεί, αποτελούν την απεικόνιση μιας τυπικής περίπτωσης σύνδεσης μιας πραγματικής πηγής τάσης ή ρεύματος (ή ενός ισοδύναμου κατά Thevenin ή Norton) σ' ένα φορτίο (ή στην είσοδο ενός κυκλώματος).



Σχήμα 3.60. Τυπική μορφή σύνδεσης των ισοδύναμων τάσης ή ρεύματος δύο κυκλωμάτων.

Συγκεκριμένα, γράφοντας τις εξισώσεις τάσεων και ρευμάτων για τα κυκλώματα του σχήματος 3.60(α) και 3.60(β), θα είναι, αντιστοίχως :

$$v_{AB} = v_s - R_s \cdot i_{AB}$$

ή, αλλιώς,

$$i_{AB} = -\frac{1}{R_s} \cdot v_{AB} + \frac{v_s}{R_s}$$

(3.61)

και

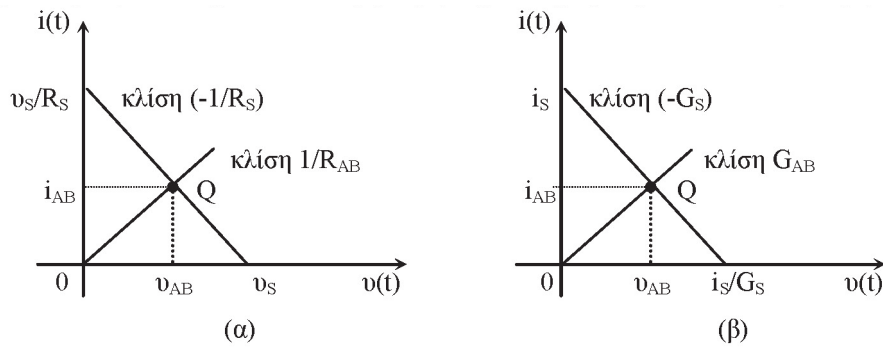
$$i_{AB} = i_s - G_s \cdot v_{AB}$$

(3.62)

Οι δύο αυτές εξισώσεις είναι τυπικά ίδιες και η γραφική παράσταση σ' ένα σύστημα αξόνων τάσης-ρεύματος κάθε μιας απ' αυτές θα είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από δύο σημεία με συντεταγμένες, η πρώτη, $[v_{AB}=0, i_{AB}=v_s/R_s]$ και $[v_{AB}=v_s, i_{AB}=0]$, και η δεύτερη, $[i_{AB}=i_s, v_{AB}=0]$ και $[i_{AB}=0, v_{AB}=i_s/G_s]$.

Οι ευθείες αυτές είναι οι ευθείες φόρτου, που ορίζονται στα άκρα των αντίστοιχων ενεργών δίπολων ή ισοδύναμων κυκλωμάτων και θα αποτελούν, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.4.2.1, τον γεωμετρικό τόπο των σημείων με συντεταγμένες τα επιτρεπτά ζεύγη των στιγμιαίων τιμών ρεύματος και τάσης σ' αυτά τα άκρα.

Στο σχήμα 3.61 φαίνονται οι δύο ευθείες φόρτου που αντιστοιχούν στις εξισώσεις 3.61 και 3.62. Λαμβάνοντας υπόψη την χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος του παθητικού δίπολου – φορτίου R_{AB} ή G_{AB} , τότε, αν η ευθεία φόρτου και η χαρακτηριστική του αντίστοιχου στοιχείου τέμνονται, το σημείο τομής Q θα έχει συντεταγμένες το κοινό ζεύγος τιμών τάσης-ρεύματος μεταξύ των άκρων του κυκλώματος και των άκρων του φορτίου. Το σημείο Q λέγεται σημείο λειτουργίας ή σημείο ηρεμίας του κυκλώματος ή του φορτίου.

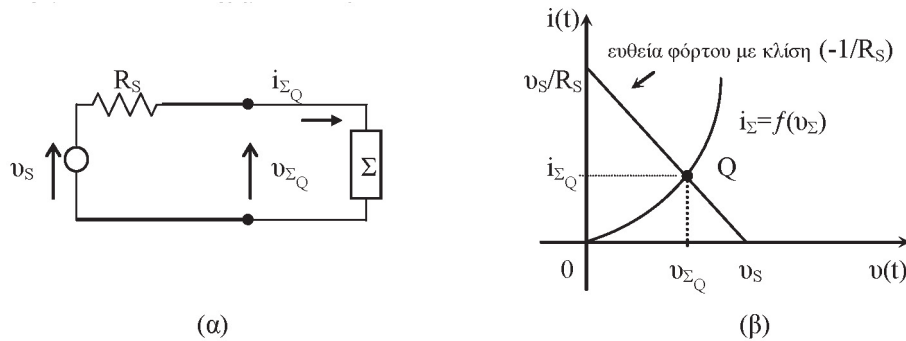


Σχήμα 3.61. Ευθεία φόρτου και σημείο λειτουργίας των κυκλωμάτων του σχήματος 3.60.

3.8.1 Ευθεία φόρτου και σημείο λειτουργίας γραμμικού κυκλώματος συνδεδεμένου με μη γραμμικό φορτίο

Τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω αποτελούν την τυπική περίπτωση χάραξης της ευθείας φόρτου και προσδιορισμού του σημείου λειτουργίας ενός γραμμικού κυκλώματος με φορτίο ένα γραμμικό στοιχείο. Με αντίστοιχο τρόπο αντιμετωπίζεται και η περίπτωση γραμμικού κυκλώματος και μη γραμμικού φορτίου.

Για παράδειγμα, στο σχήμα 3.62(α), θεωρούμε το ισοδύναμο π.χ. κατά Thevenin ενός γραμμικού κυκλώματος, στην έξοδο του οποίου συνδέεται ένα μη γραμμικό ωμικό στοιχείο Σ με χαρακτηριστική $i_{\Sigma}(t)=f[v_{\Sigma}(t)]$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.62(β).



Σχήμα 3.62. (α) Ισοδύναμο γραμμικού κυκλώματος συνδεδεμένου σε μη γραμμικό στοιχείο Σ και (β) ευθεία φόρτου και σημείο λειτουργίας.

Η ευθεία φόρτου του κυκλώματος προκύπτει αμέσως από την εξίσωση τάσεων στο βρόχο που σχηματίζεται και η οποία θα είναι:

$$v_{\Sigma} = v_S - i_{\Sigma} \cdot R_S \quad (3.63)$$

ενώ το σημείο τομής της και της χαρακτηριστικής του στοιχείου Σ είναι, κατά τα γνωστά πλέον, το σημείο λειτουργίας Q .

Υποθέτοντας ότι η τάση v_{Σ} έχει σταθερή (DC) τιμή V_S , τότε και οι συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας Q θα έχουν σταθερές τιμές $[I_{\Sigma Q}, V_{\Sigma Q}]$, οπότε η σχέση (3.63) γράφεται ως:

$$V_{\Sigma Q} = V_S - I_{\Sigma Q} \cdot R_S \quad (3.64)$$

που αποτελεί την εξίσωση λειτουργίας του συγκεκριμένου ισοδύναμου κυκλώματος για $v_{\Sigma}(t)=V_S$ και με φορτίο το συνδεδεμένο στα άκρα του συγκεκριμένο στοιχείο Σ .

Ο λόγος της τάσης λειτουργίας $v_{\Sigma Q}$ προς το ρεύμα λειτουργίας $i_{\Sigma Q}$ προσδιορίζει την στιγμιαία τιμή της ωμικής αντίστασης που εμφανίζει το στοιχείο Σ , ως φορτίο στις συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας.

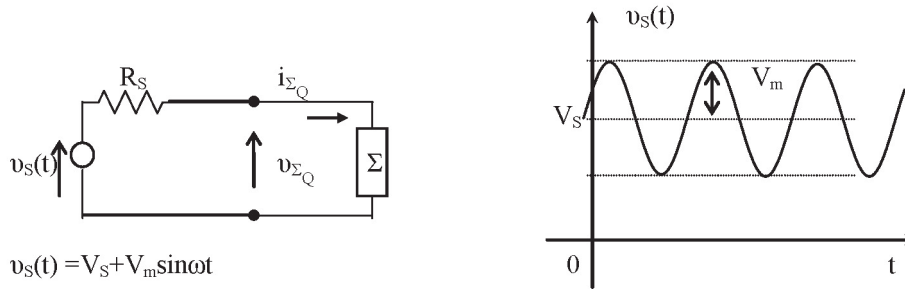
Η στιγμιαία αυτή τιμή αντίστασης λέγεται στατική αντίσταση ή DC αντίσταση του στοιχείου, ισχύει δηλ.:

$$R_{\Sigma Q} = \frac{V_{\Sigma Q}}{I_{\Sigma Q}} \quad (3.65)$$

Αν τώρα θεωρήσουμε ότι η τάση v_{Σ} μεταβάλλεται με κάποιο τρόπο γύρω από την σταθερή τιμή της V_S , περιέχει δηλ., όπως φαίνεται στο σχήμα 3.63, και μια μικρή AC συνιστώσα π.χ. ημιτονικής μορφής $v_{\Sigma} = V_S + V_m \sin \omega t$ με πλάτος $V_m < V_S$, τότε η σχέση (3.63) γράφεται αναλυτικά:

$$(V_{\Sigma Q} + V_{m\Sigma Q} \sin \omega t) = (V_S + V_m \sin \omega t) - (I_{\Sigma Q} + I_{m\Sigma Q} \sin \omega t) \cdot R_S$$

όπου $V_{m\Sigma Q} \sin\omega t = v_{\Sigma Q}$ και $I_{m\Sigma Q} \sin\omega t = i_{\Sigma Q}$ είναι οι αντίστοιχες ημιτονικές (AC) συνιστώσες τάσης και ρεύματος στο στοιχείο Σ , γύρω από τις σταθερές τιμές $V_{\Sigma Q}$ και $I_{\Sigma Q}$, τις συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας Q .



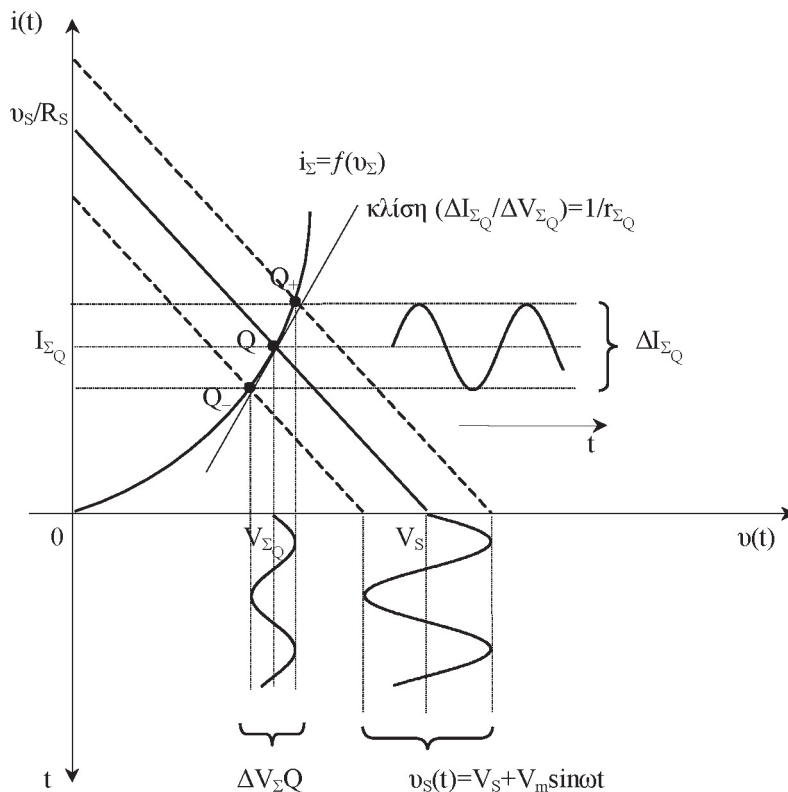
Σχήμα 3.63. Μορφή της μεταβαλλόμενης τάσης στο κύκλωμα του σχήματος 3.62.

Οι ακραίες τιμές τάσης και ρεύματος της εξίσωσης (3.66) αντιστοιχούν σε δύο ακραίες θέσεις της ευθείας φόρτου, παράλληλες προς την αρχική, ενώ, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.64, η ημιτονική μεταβολή της τάσης v_s και, κατ' επέκταση, του ρεύματος i_s θα έχει ως αποτέλεσμα την «παλινδρομική» κίνηση της ευθείας φόρτου μεταξύ των δύο ακραίων θέσεών της. Με τον ίδιο τρόπο «μετακινείται» και το σημείο λειτουργίας Q , καθώς για κάθε στιγμιαία θέση της ευθείας φόρτου – μεταξύ των ακραίων θέσεών της – θα υπάρχει και διαφορετικό σημείο τομής της με τη χαρακτηριστική του φορτίου.

Επομένως, οι ημιτονικές συνιστώσες τάσης και ρεύματος στο κύκλωμα θα έχουν ως αποτέλεσμα την αντίστοιχη μετακίνηση του σημείου Q μεταξύ των ακραίων θέσεων Q_+ και Q_- με συντεταγμένες $[V_{\Sigma Q} \pm V_{m\Sigma Q}, I_{\Sigma Q} \pm I_{m\Sigma Q}]$, οπότε, με βάση τη σχέση (3.65), σε κάθε στιγμιαία θέση του μετακινούμενου σημείου λειτουργίας θα ορίζεται και μια αντίστοιχη στιγμιαία τιμή στατικής αντίστασης για το στοιχείο Σ .

Έτσι, εφόσον το στοιχείο Σ είναι μη γραμμικό, κάθε τέτοια τιμή στατικής αντίστασης θα διαφέρει από τις άλλες και, συνεπώς, θεωρώντας μόνο την AC λειτουργία του κυκλώματος, το στοιχείο Σ θα «συμμετέχει» σ' αυτήν μόνο με τις μεταβολές της στατικής του αντίστασης.

Η μεταβολή της DC αντίστασης του στοιχείου αποτελεί μια AC συνιστώσα αντίστασης, που ονομάζεται δυναμική ή AC αντίσταση του στοιχείου.



Σχήμα 3.64. «Μετακίνηση» της ευθείας φόρτου και του σημείου λειτουργίας Q του κυκλώματος του σχήματος 3.62 και δυναμική αντίσταση του στοιχείου Σ στο σημείο Q .

Πράγματι, θεωρώντας τις μεταβαλλόμενες συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας Q κατά την παλινδρομική του κίνηση πάνω στην χαρακτηριστική του στοιχείου και μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων του, φαίνεται αμέσως ότι ο λόγος $\Delta V_{\Sigma Q} / \Delta I_{\Sigma Q}$, που έχει διαστάσεις αντίστασης, μεταβάλλεται με αντίστοιχο τρόπο. Έτσι, ως **δυναμική ή AC αντίσταση**, $r_{\Sigma Q}$, του μη γραμμικού στοιχείου Σ στο σημείο λειτουργίας Q ορίζεται η οριακή τιμή αυτού του λόγου, όταν $\Delta I_{\Sigma Q} \rightarrow 0$, δηλ.:

$$r_{\Sigma Q} = \lim_{\Delta I_{\Sigma Q} \rightarrow 0} \frac{\Delta V_{\Sigma Q}}{\Delta I_{\Sigma Q}} = \frac{dV_{\Sigma Q}}{dI_{\Sigma Q}} \quad (3.67)$$

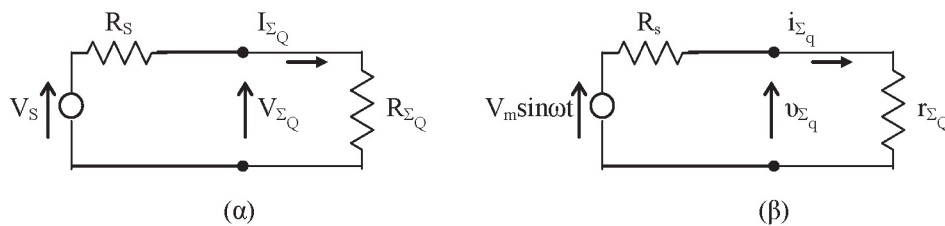
ή, όταν $V_m \ll V_s$:

$$r_{\Sigma Q} = \frac{v_{\Sigma Q}}{i_{\Sigma Q}} \quad (3.68)$$

Ταυτόχρονα, το αντίστροφο της $r_{\Sigma Q}$, δηλ. η δυναμική αγωγιμότητα του στοιχείου Σ στο σημείο Q ή, αλλιώς, η παράγωγος της χαρακτηριστικής του στοιχείου $i_{\Sigma}(t) = f[v_{\Sigma}(t)]$ στο σημείο λειτουργίας Q θα είναι η κλίση της εφαπτομένης στο σημείο αυτό.

Συνοψίζοντας, στο σχήμα 3.64 φαίνεται:

- Κατ' αρχήν, η ευθεία φόρτου και το σημείο λειτουργίας Q του κυκλώματος του σχήματος 3.64 όταν $v_s(t) = V_s$. Οι συντεταγμένες του σημείου Q ορίζουν τη στατική ή DC αντίσταση του στοιχείου Σ , ενώ το αντίστοιχο DC ισοδύναμο του κυκλώματος θα έχει τη μορφή του σχήματος 3.66(α).
- Στη συνέχεια, όταν $v_s(t) = V_s + V_m \sin \omega t$, τόσο η ευθεία φόρτου, όσο και το σημείο Q «μετακινούνται» με το συγκεκριμένο ημιτονικό ρυθμό μεταξύ δύο ακραίων θέσεων.
- Ο λόγος των συντεταγμένων του «μετακινούμενου» σημείου Q ορίζει για κάθε (στιγμιαία) θέση του μια αντίστοιχη τιμή (στιγμιαία) αντίστασης και, συνολικά, μια κατά προσέγγιση ημιτονική μεταβολή της στατικής αντίστασης του στοιχείου Σ . Με τον ίδιο τρόπο, τόσο η τάση $\Delta V_{\Sigma Q}$ στα άκρα του στοιχείου, όσο και το ρεύμα $\Delta I_{\Sigma Q}$ που το διαρρέει, θα έχουν κατά προσέγγιση ημιτονική μορφή με πλάτος, αντίστοιχα, $V_{m\Sigma Q}$ και $I_{m\Sigma Q}$.
- Η προσέγγιση αυτή εκφράζεται με τη σχέση (3.67) που ορίζει την δυναμική ή AC αντίσταση $r_{\Sigma Q}$ του στοιχείου για το συγκεκριμένο σημείο Q της DC λειτουργίας του και αντιστοιχεί στην προβολή των μεταβαλλόμενων τιμών τάσης-ρεύματος του κυκλώματος στην εφαπτομένη της χαρακτηριστικής του στοιχείου στο σημείο Q. Έτσι, στο AC ισοδύναμο του κυκλώματος που δίνεται στο σχήμα 3.65(β), το στοιχείο Σ εμφανίζεται ως μια αντίσταση με τιμή $r_{\Sigma Q}$.



Σχήμα 3.65. (α) DC και (β) AC ισοδύναμο του κυκλώματος του σχήματος 3.62.

3.8.1.1 Παρατηρήσεις

Η ανάλυση και μελέτη της λειτουργίας κυκλωμάτων που εκτός από γραμμικά περιέχουν και ένα ή περισσότερα μη γραμμικά στοιχεία γίνεται, σε γενικές γραμμές, ακολουθώντας τη μεθοδολογία με την οποία αναλύονται τα γραμμικά κυκλώματα.

Κατ' αρχήν θα πρέπει να υπογραμμιστεί ότι η λειτουργία κάθε κυκλώματος, ανάλογα με τη μορφή των τάσεων και ρευμάτων που εμφανίζονται λόγω των εφαρμοζόμενων σημάτων, μπορεί να διαχωριστεί, κατά τα γνωστά, στη στατική (DC) και στην δυναμική (AC) λειτουργία του σχεδιάζοντας, με τις απαραίτητες προσεγγιστικές ή μη αντικαταστάσεις, το αντίστοιχο DC και AC ισοδύναμο κύκλωμα.

Σ' αυτές τις περιπτώσεις, η αντικατάσταση των τυχόν μη γραμμικών στοιχείων μπορεί να γίνει με τα αντίστοιχα ισοδύναμα της βασικής φυσικής παραμέτρου τους. Έτσι, με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστές οι ιδιότητες αλλά και η χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος κάθε τέτοιου μη γραμμικού στοιχείου, τα ωμικά στοιχεία αντικαθίστανται από τις

DC και AC αντιστάσεις τους, ενώ τα χωρητικά ή επαγωγικά στοιχεία, είτε από αντίστοιχα ισοδύναμα¹⁴, είτε από τα προσεγγιστικά του πίνακα 3.1.

Γενικώς, ανάλογα με την πολυπλοκότητα ενός κυκλώματος και του αριθμού των μη γραμμικών στοιχείων του, η σχεδίαση του DC και AC ισοδύναμου μπορεί να συνδυαστεί με την εφαρμογή των θεωρημάτων Thevenin ή Norton, ως εξής:

- Αν στο κύκλωμα υπάρχει ένα μη γραμμικό στοιχείο, τότε αφαιρώντας το στοιχείο αυτό και εφαρμόζοντας το καταλληλότερο για την περίπτωση θεώρημα, προσδιορίζεται η ευθεία φόρτου στα ανοικτά άκρα του ισοδύναμου (και γραμμικού) κυκλώματος και προσδιορίζεται το σημείο λειτουργίας του ως προς τη χαρακτηριστική του στοιχείου. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας με τον κατάλληλο τρόπο τα στοιχεία και τα μεγέθη προκύπτει το αντίστοιχο DC και AC ισοδύναμο, όπως π.χ. στην περίπτωση του κυκλώματος, του σχήματος 3.64 και των ισοδυνάμων του στο σχήμα 3.66.
- Αν στο κύκλωμα υπάρχουν περισσότερα από ένα μη γραμμικά στοιχεία, τότε, θεωρώντας ότι αυτό μπορεί να αποτελείται από ένα συνδυασμό απλούστερων κυκλωμάτων, επιχειρείται ο διαχωρισμός του σε κατάλληλα τμήματα, κάθε ένα από τα οποία περιέχει ένα μόνο μη γραμμικό στοιχείο και εφαρμόζουμε τα προηγούμενα. Αυτή η διαδικασία είναι ιδιαίτερα σύνθετη, καθώς απαιτείται για κάθε τμήμα του αρχικού κυκλώματος να λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδρασή του με τα υπόλοιπα. Για το λόγο αυτό επιστρατεύονται κατάλληλες προσεγγίσεις, αντικαταστάσεις με νέα ισοδύναμα, κ.λπ..

Για παράδειγμα, το κύκλωμα του σχήματος 3.62 μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί είτε το ισοδύναμο ενός γραμμικού κυκλώματος, είτε του γραμμικού τμήματος ενός κυκλώματος - η πολυπλοκότητα του οποίου, τελικά, δεν ενδιαφέρει - στην έξοδο του οποίου συνδέεται ένα άλλο κύκλωμα - η πολυπλοκότητα του οποίου επίσης δεν ενδιαφέρει - και το οποίο εμφανίζει μη γραμμική αντίσταση εισόδου με συγκεκριμένη χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος.

Εξετάζοντας τις συνθήκες λειτουργίας του κυκλώματος αυτού, σε συνδυασμό με τα αντίστοιχα DC και το AC ισοδύναμο του σχήματος 3.65, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned} \text{για το DC: } V_s &= I_{\Sigma_Q} \cdot R_s + I_{\Sigma_Q} \cdot R_{\Sigma_Q} \\ \text{ή } V_{\Sigma_Q} &= I_{\Sigma_Q} \cdot (R_s + R_{\Sigma_Q}) \end{aligned} \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned} \text{και για το AC: } v_s &= i_{\Sigma_q} \cdot R_s + i_{\Sigma_q} \cdot r_{\Sigma_Q} \\ \text{ή } v_s &= i_{\Sigma_q} \cdot (R_s + r_{\Sigma_Q}) \end{aligned} \quad (3.70)$$

όπου R_s και R_{Σ_Q} είναι οι τυχόν διαφορετικές μεταξύ τους DC και AC τιμές της αντίστασης Thevenin ή εξόδου του αρχικού κυκλώματος.

Οι σχέσεις αυτές υποδεικνύουν ότι, για όσο χρονικό διάστημα το σημείο λειτουργίας Q παραμένει σταθερό στη θέση του και για το διάστημα τιμών τάσης και ρεύματος για τις οποίες ο ορισμός της δυναμικής αντίστασης r_{Σ_Q} είναι ισχυρός, η AC λειτουργία του κυκλώματος θα είναι (κατά προσέγγιση) γραμμική.

Επομένως, στις περιπτώσεις κυκλωμάτων στα οποία περιέχονται μη γραμμικά στοιχεία έχει ιδιαίτερη σημασία η σταθερότητα κάθε σημείου λειτουργίας που προσδιορίζεται στο ένα ή τα περισσότερα τμήματά του, καθώς οι προσεγγίσεις που γίνονται για την αντικατάσταση, π.χ. στο AC, κάθε αντίστοιχου μη γραμμικού στοιχείου με μια σταθερή τιμή δυναμικής (ωμικής ή σύνθετης) αντίστασης εξαρτώνται από το θεωρούμενο (στο DC) σημείο λειτουργίας του.

3.8.2 Ανάλυση μεγάλου και μικρού σήματος

Με τις παρατηρήσεις της προηγούμενης παραγράφου συμπεραίνεται ότι ο συνδυασμός των δεδομένων ενός κυκλώματος με το διαχωρισμό της DC και AC λειτουργίας του οδηγεί σε δύο μορφές ανάλυσης της λειτουργίας του, ανάλογα με την ακρίβεια των επιδιωκόμενων αποτελεσμάτων. Οι μορφές αυτές είναι γνωστές ως «**ανάλυση μεγάλου σήματος**» και «**ανάλυση μικρού σήματος**».

Η ανάλυση μεγάλου σήματος είναι μια διαδικασία προσεγγιστικής ανάλυσης της λειτουργίας κυκλωμάτων που περιέχουν μη γραμμικά στοιχεία. Στα κυκλώματα αυτά, πριν από όλα, απαιτείται χαρακτηρισμός της λειτουργίας τους ως γραμμικής ή μη σε σχέση με τις διακυμάνσεις (μεταβολές) των τάσεων και των ρευμάτων. Έτσι, η ανάλυση μεγάλου σήματος ενός κυκλώματος περιλαμβάνει δύο φάσεις:

- Κατά την πρώτη φάση, η λειτουργία του κυκλώματος εξετάζεται ως προς τις σταθερές (DC) και τις ακραίες στιγμιαίες (DC+AC) τιμές τάσης και ρεύματος και καθορίζονται τα όρια - αν υπάρχουν - γραμμικής λειτουργίας.
- Κατά τη δεύτερη και εφόσον υπάρχει περιοχή γραμμικής λειτουργίας, γίνεται διαχωρισμός της λειτουργίας του για τις DC τιμές τάσης και ρεύματος (DC ανάλυση) και προσδιορίζεται, κατά τα γνωστά, η ευθεία φόρ-

¹⁴ Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η ακριβής αντικατάσταση γραμμικών, αλλά και μη γραμμικών, χωρητικών και επαγωγικών στοιχείων σ' ένα AC ισοδύναμο απαιτεί ορισμό των αντίστοιχων σύνθετων αντιστάσεων, που θα δούμε στο επόμενο Κεφάλαιο.

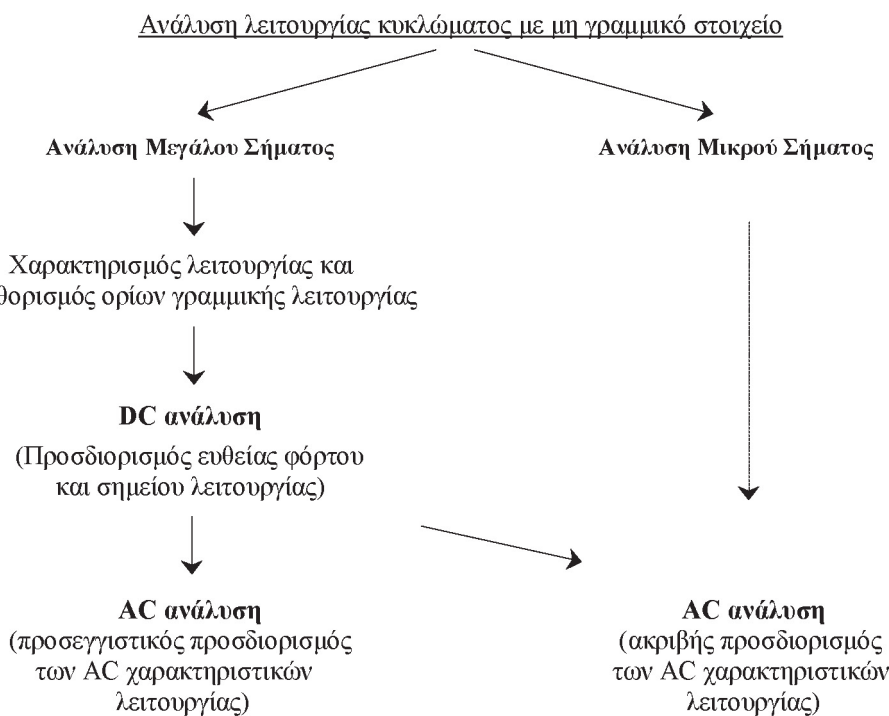
του και το αντίστοιχο σημείο λειτουργίας. Στη συνέχεια, γίνεται ανάλυση της AC λειτουργίας του για τις AC συνιστώσες τάσης-ρεύματος σχεδιάζοντας ένα προσεγγιστικό AC ισοδύναμο. Σ' αυτό το ισοδύναμο, τα μη ωμικά στοιχεία αντικαθίστανται σύμφωνα με τα προσεγγιστικά ισοδύναμα του πίνακα 3.1, ενώ για τα ωμικά μη γραμμικά στοιχεία, η δυναμική τους αντίσταση προσδιορίζεται προσεγγιστικά από μια σχέση της μορφής $r_{\Sigma Q} \equiv (\Delta V_{\Sigma Q} / \Delta I_{\Sigma Q})$. Με τον τρόπο αυτό, η AC ανάλυση οδηγεί σε προσεγγιστικό προσδιορισμό των μεγεθών και χαρακτηριστικών που ενδιαφέρουν, οι τιμές των οποίων θεωρούνται ανεξάρτητες από τις όποιες μεταβολές του σημείου λειτουργίας.

Η ανάλυση μικρού σήματος αναφέρεται στην ανάλυση της AC λειτουργίας κυκλωμάτων με γνωστά όρια γραμμικής λειτουργίας και αποσκοπεί στον ακριβέστερο προσδιορισμό των AC ισοδυνάμων των στοιχείων του αρχικού κυκλώματος. Έτσι, όπως φαίνεται παραστατικά στο σχήμα 3.66, η ανάλυση μικρού σήματος αποτελεί κατά κάποιο τρόπο τη συνέχεια της DC ανάλυσης που περιλαμβάνεται στην ανάλυση μεγάλου σήματος αντί για την προσεγγιστική AC ανάλυση.

Οι βασικές προϋποθέσεις για την ακρίβεια των αποτελεσμάτων που προκύπτουν με την ανάλυση μικρού σήματος είναι:

- ο προσδιορισμός των ορίων γραμμικής λειτουργίας του κυκλώματος,
- η διατήρηση σταθερού του αντίστοιχου σημείου λειτουργίας και,
- οι διακυμάνσεις (μεταβολές) των τάσεων και ρευμάτων να λαμβάνονται μέσα σε μια περιοχή τιμών όπου η αντίστοιχη μετακίνηση του σημείου λειτουργίας θεωρείται γραμμική.

Παράλληλα, είναι φανερό ότι το AC ισοδύναμο που χρησιμοποιείται πρέπει να περιλαμβάνει τα ακριβή ισοδύναμα των στοιχείων του αρχικού κυκλώματος, τόσο όσον αφορά στις AC τιμές τους, όσο και στα χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από τη συχνότητα των AC σημάτων και το συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας.



Σχήμα 3.66. Σχηματική παράσταση της διαδικασίας ανάλυσης της λειτουργίας κυκλωμάτων με μη γραμμικά στοιχεία.

Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 3.63, η ανάλυση μεγάλου σήματος θα οδηγούσε στον προσδιορισμό των ορίων διακύμανσης του σημείου λειτουργίας, δηλ. των συντεταγμένων τάσης-ρεύματος, έτσι ώστε η λειτουργία του να μπορεί να θεωρηθεί, έστω και προσεγγιστικά, ως γραμμική. Αν, τώρα, για το συγκεκριμένο σημείο λειτουργίας, η δυναμική αντίσταση του μη γραμμικού στοιχείου προσδιορίζονταν προσεγγιστικά ως $r_{\Sigma Q} \equiv (\Delta V_{\Sigma Q} / \Delta I_{\Sigma Q})$, η AC ανάλυση θα είχε προσεγγιστικό χαρακτήρα και θα ολοκλήρωνε την ανάλυση μεγάλου σήματος, ενώ, αν χρησιμοποιούνταν η ακριβέστερη σχέση (3.67), θα επρόκειτο πλέον για ανάλυση μικρού σήματος.

3.9 Η έννοια των τετραπολών και τα ισοδύναμά τους

3.9.1 Εισαγωγή

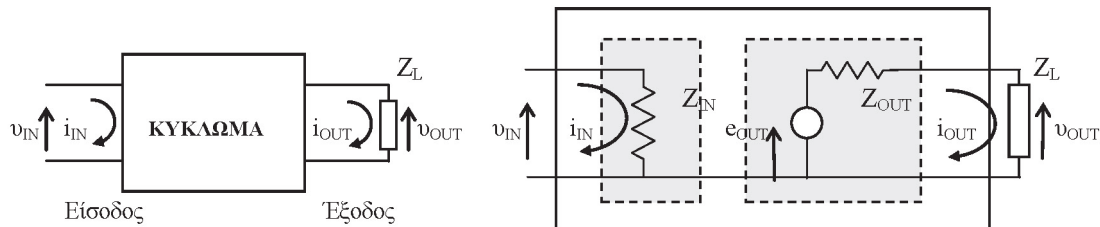
Όπως είδαμε στις προηγούμενες παραγράφους, η εισαγωγή της έννοιας της ισοδύναμης λειτουργίας μεταξύ διαφορετικών κυκλωμάτων επιτρέπει την αντικατάσταση κάθε κυκλώματος από ένα κατάλληλο ισοδύναμο με το οποίο διευκο-

λύνεται η μελέτη της λειτουργίας του.

Ειδικότερα, θεωρώντας την περίπτωση ενός τυπικού κυκλώματος με ένα ζεύγος ακροδεκτών εισόδου και ένα ζεύγος ακροδεκτών εξόδου, η εφαρμογή της αρχής της ισοδυναμίας και η χρήση των πρότυπων ισοδύναμης λειτουργίας σε συνδυασμό με το θεώρημα της αντικατάστασης, οδηγεί σε μια τυπική μορφή ισοδύναμου κυκλώματος που δεν είναι άλλη από τη μορφή ενός εκ των τεσσάρων ειδών εξαρτημένων πηγών.

Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.67, το τμήμα του αρχικού κυκλώματος που αντιστοιχεί στους ακροδέκτες εισόδου, θεωρείται σαν ένα παθητικό δίπολο – την ωμική ή σύνθετη¹⁵ αντίσταση εισόδου του, Z_{IN} – με χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος, τη χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος που ορίζεται μεταξύ τους.

Ομοίως, το τμήμα του κυκλώματος που αντιστοιχεί στους ακροδέκτες εξόδου του αντιμετωπίζεται σαν ένα ενεργό δίπολο – το ισοδύναμο κατά Thevenin (ή Norton) – η ευθεία φόρτου στα άκρα του οποίου ταυτίζεται με την ευθεία φόρτου στα άκρα εξόδου του αρχικού κυκλώματος.



Σχήμα 3.67. Τυπική μορφή κυκλώματος και του αντίστοιχου ισοδύναμου με φορτίο Z_L στην έξοδό του.

Σύμφωνα με όσα έχουμε αναφέρει μέχρις εδώ, η λειτουργία ενός κυκλώματος περιγράφεται με κατάλληλες σχέσεις ανάμεσα στις τάσεις και τα ρεύματα εισόδου και εξόδου. Πράγματι, λαμβάνοντας υπόψη τους ορισμούς τόσο των τεσσάρων ειδών εξαρτημένων πηγών, όσο και των χαρακτηριστικών εισόδου και εξόδου των κυκλωμάτων, δηλ. των αντίστοιχων αντιστάσεων (ή αγωγιμοτήτων), η μελέτη της λειτουργίας κάθε κυκλώματος αναφέρεται τελικά στον προσδιορισμό τεσσάρων, κυρίως, μεγεθών, η γνώση των οποίων επιτρέπει τον πλήρη χαρακτηρισμό της λειτουργίας κάθε κυκλώματος.

Τα μεγέθη αυτά μπορούν να διακριθούν σε επιδόσεις και σε λειτουργικά χαρακτηριστικά. Ως επιδόσεις θεωρούνται τα μεγέθη, που ορίζονται για τα σήματα τάσης ή ρεύματος μεταξύ εισόδου και εξόδου του κυκλώματος, ενώ, λειτουργικά χαρακτηριστικά είναι τα μεγέθη που ορίζονται για τα σήματα τάσης και ρεύματος είτε στην είσοδο, είτε στην έξοδο του κυκλώματος.

Έτσι, όταν αναφερόμαστε στις επιδόσεις ενός κυκλώματος εννοούμε τους συντελεστές ενίσχυσης τάσης και ρεύματος, που ορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$A_v = \frac{v_{OUT}}{v_{IN}} \quad \text{και} \quad A_i = \frac{i_{OUT}}{i_{IN}}$$

ενώ όταν αναφερόμαστε στα λειτουργικά χαρακτηριστικά εννοούμε τις (σύνθετες) αντιστάσεις ή αγωγιμότητες εισόδου και εξόδου, που ορίζονται από τις σχέσεις:

$$Z_{IN} = \frac{1}{Y_{IN}} = \frac{v_{IN}}{i_{IN}} \quad \text{και} \quad Z_{OUT} = \frac{1}{Y_{OUT}} = \frac{v_{OUT}}{i_{OUT}}$$

Θεωρώντας, τώρα, τους ακροδέκτες εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος σαν απλά ζεύγη άκρων μεταξύ των οποίων ορίζονται συγκεκριμένες σχέσεις τάσης - ρεύματος, κάθε κύκλωμα με μια είσοδο και μια έξοδο μπορεί, γενικότερα, να θεωρηθεί ως ένα (σύνθετο) ηλεκτρικό στοιχείο με δύο ζεύγη ακροδεκτών ή, αλλιώς, με τέσσερις ακροδέκτες ή πόλους, το οποίο ονομάζεται δίθυρο¹⁶ ή τετράπολο.

Η εισαγωγή της έννοιας και ο αντίστοιχος ορισμός των τετράπολων οδηγεί ουσιαστικά σε μια γενικού χαρακτήρα μεθοδολογία προσδιορισμού των βασικών επιδόσεων και χαρακτηριστικών οποιασδήποτε διάταξης ηλεκτρικών στοιχείων, είτε πρόκειται για απλά ή σύνθετα κυκλώματα με μια είσοδο και μια έξοδο, είτε για συνδυασμούς απλών στοιχείων για τους οποίους ορίζεται αντίστοιχα μια είσοδος και μια έξοδος.

Συνεπώς, το τετράπολο αποτελεί εξ ορισμού ένα γενικευμένο ισοδύναμο πρότυπο ή μοντέλο λειτουργίας κυκλωμάτων ή στοιχείων με μεταβλητές τις τάσεις και τα ρεύματα εισόδου και εξόδου, τέτοιο ώστε, οι επιδόσεις και τα λειτουργικά χαρακτηριστικά κάθε κυκλώματος ή στοιχείου να μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των παραμέτρων με τις οποίες συνδέονται οι τέσσερις αυτές μεταβλητές.

Στο σχήμα 3.68, φαίνεται το σύμβολο ενός τετραπόλου, καθώς και ο τρόπος ορισμού της θετικής φοράς των τάσεων v_1 , v_2 και των ρευμάτων i_1 , i_2 , που, συνήθως, είναι οι εναλλασσόμενες (AC) συνιστώσες των σημάτων τάσης και έντασης ρεύματος στο αντίστοιχο ζεύγος ακροδεκτών του τετράπολου.

¹⁵ Αναφερόμαστε και πάλι στη δυνατότητα αντικατάστασης πυκνωτών ή πηνίων από τη σύνθετη (χωρητική ή επαγωγική) αντίστασή τους, που θα δούμε στο Κεφάλαιο 4.

¹⁶ Δίθυρο = δίπορτο (two port), δηλ. κύκλωμα με δύο θύρες (πόρτες) – μια θύρα εισόδου και μια θύρα εξόδου.



Σχήμα 3.68. Συμβολισμός τετράπολου και ορισμός τάσεων και ρευμάτων στα άκρα του.

Για την ανάλυση της λειτουργίας ενός τετραπόλου και τον προσδιορισμό των επιδόσεων και των λειτουργικών χαρακτηριστικών του χρησιμοποιούνται κατάλληλα ισοδύναμα, η μορφή των οποίων καθορίζεται από τον τρόπο αλληλεξάρτησης των μεταβλητών v_1 , v_2 , και i_1 , i_2 . Έτσι, αν δύο από αυτές θεωρηθούν ως εξαρτημένες μεταβλητές, αυτές θα μπορούν, με τη χρήση κατάλληλων παραμέτρων, να εκφραστούν συναρτήσει των υπολοίπων δύο, που θα θεωρούνται πλέον ως ανεξάρτητες μεταβλητές.

Συγκεκριμένα, λαμβάνοντας κάθε φορά, ως ανεξάρτητες μεταβλητές, μια μεταβλητή εισόδου και μια μεταβλητή εξόδου, προκύπτουν τέσσερις συνδυασμοί ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών, με αποτέλεσμα να ορίζονται τέσσερα είδη ισοδύναμων ενός τετραπόλου, σε κάθε ένα από τα οποία αντιστοιχεί, όπως θα δούμε αμέσως παρακάτω, μια από τέσσερις διαφορετικές κατηγορίες παραμέτρων.

Τέλος, στις περιπτώσεις γραμμικών κυκλωμάτων, οι σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών του ισοδύναμου τετραπόλου, για τις οποίες το αρχικό κύκλωμα θεωρείται γραμμικό, θα είναι προφανώς γραμμικές και αντιστρόφως. Το ίδιο ακριβώς ισχύει και για μη γραμμικά κυκλώματα, που για μικρές μεταβολές των μεταβλητών τάσης ή ρεύματος (μικρά σήματα), μπορούν να χαρακτηριστούν επίσης ως γραμμικά.

3.9.2 Ισοδύναμο με παραμέτρους αντίστασης – Ισοδύναμο z παραμέτρων

Θεωρώντας ως ανεξάρτητες μεταβλητές τις εντάσεις i_1 και i_2 του ρεύματος στην είσοδο και στην έξοδο ενός κυκλώματος, τότε οι αντίστοιχες τάσεις v_1 και v_2 μπορούν να εκφραστούν με τις γενικές σχέσεις:

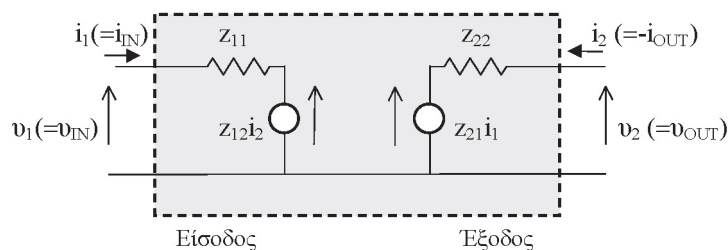
$$v_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2$$

$$v_2 = z_{21}i_1 + z_{22}i_2$$

(3.71)

Οι σχέσεις αυτές ορίζουν το ισοδύναμο του αντίστοιχου τετραπόλου στο οποίο κάθε μια από τις δύο μεταβλητές τάσης v_1 και v_2 εκφράζεται συναρτήσει των μεταβλητών ρεύματος i_1 και i_2 . Οι σταθερές z_{ij} , ($i,j=1,2$) των σχέσεων αυτών έχουν διαστάσεις αντίστασης και ονομάζονται παράμετροι αντίστασης ή, αλλιώς, παράμετροι z , ενώ το ίδιο το ισοδύναμο ονομάζεται ισοδύναμο τετράπολο παραμέτρων αντίστασης ή, απλώς, z -ισοδύναμο, και η μορφή του δίνεται στο σχήμα 3.69.

Όπως φαίνεται, το z -ισοδύναμο ενός τετραπόλου (σαν γενική μορφή ισοδύναμου οποιουδήποτε κυκλώματος) αποτελείται από δύο διακριτά τμήματα. Η μορφή και λειτουργία του αριστερού τμήματος, που συνήθως θεωρείται ως το τμήμα εισόδου του, εκφράζεται από την πρώτη εξίσωση των σχέσεων (3.71) και, αντίστοιχα, η μορφή και λειτουργία του δεξιού τμήματος, του τμήματος εξόδου, εκφράζεται από τη δεύτερη εξίσωση. Επίσης, όπως δείχνουν οι εξισώσεις αυτές, η λειτουργία κάθε τμήματος εξαρτάται από τη λειτουργία του άλλου. Έτσι, η παρουσία των εξαρτημένων πηγών τάσης στα δύο τμήματα του ισοδύναμου, η λειτουργία των οποίων εξαρτάται από το ρεύμα που διαρρέει το άλλο τμήμα, περιγράφει την αλληλεξάρτηση της λειτουργίας τους, ενώ η μορφή κάθε τμήματος παραπέμπει ευθέως σ' ένα ισοδύναμο κατά Thevenin, υποδηλώνοντας την ισοδυναμία του προς ένα κύκλωμα οποιασδήποτε τοπολογίας.



Σχήμα 3.69. Ισοδύναμη μορφή τετράπολου με παραμέτρους αντίστασης (z -ισοδύναμο).

Οι επιδόσεις και τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του τετραπόλου, δηλ. του ισοδύναμου ενός κυκλώματος ή ενός σύνθετου ηλεκτρικού στοιχείου με είσοδο και έξοδο, προσδιορίζονται συναρτήσει των παραμέτρων του αντίστοιχου

ισοδύναμο. Έτσι, από τις σχέσεις (3.71) και τον τρόπο ορισμού της θετικής φοράς των τάσεων και των ρευμάτων στα τετράπολα, οι σχέσεις ορισμού των μεγεθών αυτών θα είναι:

$$\text{ενίσχυση τάσης: } A_v = \frac{v_{\text{OUT}}}{v_{\text{IN}}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{z_{21}i_1 + z_{22}i_2}{z_{11}i_1 + z_{12}i_2} \quad (3.72)$$

$$\text{ενίσχυση ρεύματος: } A_i = \frac{i_{\text{OUT}}}{i_{\text{IN}}} = -\frac{i_2}{i_1} = \frac{z_{21}v_1 - z_{11}v_2}{z_{22}v_1 - z_{12}v_2} \quad (3.73)$$

$$\text{αντίσταση εισόδου: } Z_{\text{IN}} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{z_{11}i_1 + z_{12}i_2}{i_1} \quad (3.74)$$

$$\text{και αντίσταση εξόδου: } Z_{\text{OUT}} = \frac{v_2}{i_2} = \frac{z_{21}i_1 + z_{22}i_2}{i_2} \quad (3.75)$$

όπου, όπως φαίνεται, το πρόσημο του ρεύματος i_2 ως προς το ρεύμα εξόδου i_{OUT} δεν έχει σημασία για τον προσδιορισμό της αντίστασης εξόδου.

Οι σχέσεις (3.72) έως (3.75) περιγράφουν την αλληλεξάρτηση της λειτουργίας των δύο τμημάτων του ισοδύναμου ενός τετραπόλου, δηλ. τελικά του ισοδύναμου ενός κυκλώματος ή ενός σύνθετου ηλεκτρικού στοιχείου. Ταυτόχρονα, όμως, η μορφή τους είναι δύσχρηστη και δεν επιτρέπει την κατανόηση της φυσικής σημασίας και τον αντίστοιχο ορισμό των παραμέτρων z_{ij} . Έτσι, για την απλοποίησή τους μπαίνουν περιορισμοί στον τρόπο προσδιορισμού τους.

Συγκεκριμένα, αν για τη σχέση (3.72), που δίνει την ενίσχυσης τάσης, θεωρήσουμε ότι η έξοδος του τετραπόλου είναι ανοικτή, δηλ. ότι δεν υπάρχει συνδεδεμένο φορτίο και άρα $i_2=0$, τότε προκύπτει αμέσως ότι:

$$A_v \Big|_{i_2=0} = \frac{v_2}{v_1} \Big|_{i_2=0} = \frac{z_{21}}{z_{11}} \quad (3.76)$$

Με τον ίδιο τρόπο, για την ενίσχυση ρεύματος θεωρούμε την έξοδο του τετραπόλου βραχυκυκλωμένη, δηλ. ότι $v_2=0$, οπότε προκύπτει ότι:

$$A_i \Big|_{v_2=0} = -\frac{i_2}{i_1} \Big|_{v_2=0} = \frac{z_{21}}{z_{22}} \quad (3.77)$$

ενώ θεωρώντας, για την αντίσταση εισόδου, ανοικτή την έξοδο και, αντιστοίχως, για την αντίσταση εξόδου, ανοικτή την είσοδο, θα είναι:

$$Z_{\text{IN}} \Big|_{i_2=0} = z_{11} \quad (3.78)$$

και

$$Z_{\text{OUT}} \Big|_{i_1=0} = z_{22} \quad (3.79)$$

Σημειώνεται, τέλος, ότι το z-ισοδύναμο ενός τετραπόλου, λόγω της μορφής του και των διαστάσεων των παραμέτρων του, χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις κυκλωμάτων, η λειτουργία των οποίων ισοδυναμεί με τη λειτουργία εξαρτημένων πηγών τάσης από τάση, όπως είναι π.χ. τα κάθε μορφής κυκλώματα υποβιβασμού ή ενίσχυσης σημάτων τάσης.

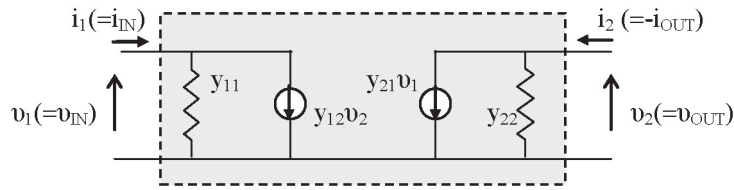
3.9.3 Ισοδύναμο με παραμέτρους αγωγιμότητας – Ισοδύναμο y παραμέτρων

Αν σ' ένα τετράπολο θεωρήσουμε ως ανεξάρτητες μεταβλητές τις τάσεις v_1 και v_2 , τότε τα αντίστοιχα ρεύματα i_1 και i_2 θα εκφράζονται με τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} i_1 &= y_{11}v_1 + y_{12}v_2 \\ i_2 &= y_{21}v_1 + y_{22}v_2 \end{aligned} \quad (3.80)$$

οι οποίες, όπως και στην περίπτωση των σχέσεων (3.71), ορίζουν ένα ισοδύναμο, στο οποίο κάθε μια από τις μεταβλητές ρεύματος i_1 και i_2 εκφράζεται συναρτήσει των μεταβλητών τάσης v_1 και v_2 .

Οι σταθερές y_{ij} , ($i,j=1,2$) των σχέσεων (3.80) έχουν διαστάσεις αγωγιμότητας και ονομάζονται παράμετροι αγωγιμότητας ή, αλλιώς, παράμετροι y , ενώ το ίδιο το ισοδύναμο ονομάζεται ισοδύναμο τετράπολο παραμέτρων αγωγιμότητας ή, απλώς, y - ισοδύναμο, και η μορφή του δίνεται στο σχήμα 3.70.



Σχήμα 3.70. Ισοδύναμη μορφή τετράποδου με παραμέτρους αγωγιμότητας (y - ισοδύναμο).

Όπως φαίνεται, η μορφή των δύο τμημάτων του y -ισοδύναμου με την παρουσία των εξαρτημένων πηγών ρεύματος και των αντίστοιχων αγωγιμοτήτων, αντιστοιχεί στη μορφή των ισοδύναμων κατά Norton και, συνεπώς, το y -ισοδύναμο αποτελεί τη δυϊκή μορφή ενός αντίστοιχου z -ισοδύναμου. Παράλληλα, οι εκφράσεις των επιδόσεων και των αντίστοιχων λειτουργικών χαρακτηριστικών του προσδιορίζονται από τις σχέσεις (3.80), με παρόμοιους περιορισμούς όπως και στην περίπτωση των z -ισοδύναμων.

Έτσι, η ενίσχυση τάσης προσδιορίζεται με ανοικτή την έξοδο του τετραπόλου από τη σχέση:

$$A_v \Big|_{i_2=0} = \frac{v_2}{v_1} \Big|_{i_2=0} = -\frac{y_{21}}{y_{22}} \quad (3.81)$$

η ενίσχυση ρεύματος, με βραχυκυκλωμένη την έξοδο του τετραπόλου, από τη σχέση:

$$A_i \Big|_{v_2=0} = -\frac{i_2}{i_1} \Big|_{v_2=0} = -\frac{y_{21}}{y_{11}} \quad (3.82)$$

η αγωγιμότητα εισόδου, με βραχυκυκλωμένη την έξοδο:

$$Y_{IN} \Big|_{v_2=0} = y_{11} \quad (3.83)$$

και, τέλος, η αγωγιμότητα εξόδου με βραχυκυκλωμένη την είσοδο:

$$Y_{OUT} \Big|_{v_1=0} = y_{22} \quad (3.84)$$

Τέλος, όπως και προηγουμένως, σημειώνεται ότι το y -ισοδύναμο ενός τετραπόλου, λόγω της μορφής του και των διαστάσεων των παραμέτρων του, χρησιμοποιείται κυρίως στις περιπτώσεις κυκλωμάτων, η λειτουργία των οποίων ισοδυναμεί με τη λειτουργία εξαρτημένων πηγών ρεύματος από ρεύμα, όπως είναι για παράδειγμα τα κάθε μορφής κυκλώματα υποβιβασμού ή ενίσχυσης σημάτων έντασης ρεύματος.

3.9.4 Υβριδικά Ισοδύναμα

Αν, ακολουθώντας την λογική ορισμού των προηγούμενων δύο ισοδύναμων, επιλεγούν ως ανεξάρτητες μεταβλητές ένα από τα ρεύματα i_1 και i_2 και μια από τις τάσεις v_1 και v_2 , προκύπτουν δύο συνδυασμοί ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών [$v_1=f(i_1, v_2)$, $i_2=f(i_1, v_2)$] και [$i_1=f(v_1, i_2)$, $v_2=f(v_1, i_2)$], που εκφράζονται με τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} v_1 &= h_{11}i_1 + h_{12}v_2 \\ i_2 &= h_{21}i_1 + h_{22}v_2 \end{aligned} \quad (3.85)$$

και

$$\begin{aligned} i_1 &= g_{11}v_1 + g_{12}i_2 \\ v_2 &= g_{21}v_1 + g_{22}i_2 \end{aligned}$$

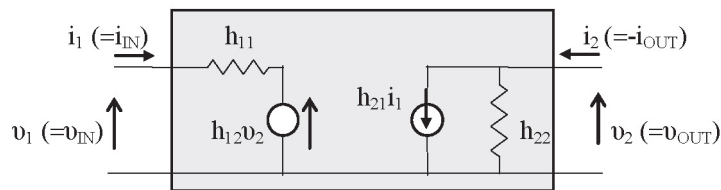
(3.86)

Οι παράμετροι h_{ij} και g_{ij} , ($i,j=1,2$), των σχέσεων αυτών χαρακτηρίζονται ως υβριδικές επειδή δεν έχουν τις ίδιες διαστάσεις μεταξύ τους, όπως οι z- και y-παράμετροι, με αποτέλεσμα και τα αντίστοιχα ισοδύναμα να αποκαλούνται υβριδικά ισοδύναμα. Τα ισοδύναμα αυτά είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για τη μελέτη της λειτουργίας κυκλωμάτων ή σύνθετων ηλεκτρικών στοιχείων, η λειτουργία των οποίων ισοδυναμεί με τη λειτουργία είτε εξαρτημένων πηγών ρεύματος από τάση, είτε εξαρτημένων πηγών τάσης από ρεύμα, καθώς σε τέτοιες περιπτώσεις η χρήση των z- ή y-ισοδυναμίων οδηγεί σε ιδιαίτερα πολύπλοκες και δύσκληστες σχέσεις.

Παρακάτω, παρουσιάζεται η μορφή και τα χαρακτηριστικά του υβριδικού h-ισοδύναμου, ενώ, όπως μπορεί να συμπεράνει κανείς μόνος του, η μορφή και τα χαρακτηριστικά του g-ισοδύναμου θα αποτελούν το αντίστοιχο δυϊκό τους.

3.9.4.1 Ισοδύναμο h παραμέτρων

Το ισοδύναμο του τετραπόλου που ορίζεται από τις σχέσεις (3.85) ονομάζεται υβριδικό h-ισοδύναμο, η δε μορφή του, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.71, περιλαμβάνει στο μεν αριστερό τμήμα ένα ισοδύναμο κατά Thevenin, στο δε δεξιό, ένα ισοδύναμο κατά Norton.



Σχήμα 3.71. Υβριδικό h-ισοδύναμο τετράπολου.

Οι επιδόσεις και τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του h-ισοδύναμου προσδιορίζονται συναρτήσει των αντίστοιχων h-παραμέτρων με παρόμοιους περιορισμούς, όπως και στην περίπτωση των z- και y-ισοδυναμίων. Έτσι, ακολουθώντας τη μορφή του σχήματος 3.71, από την πρώτη εξίσωση των σχέσεων (3.85), θεωρώντας ότι $i_1=0$, δηλ. ότι η είσοδος του τετραπόλου είναι ανοικτή, προκύπτει αμέσως ότι ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης ή, αλλιώς, η απολαβή τάσης A_v , θα δίνεται από τη σχέση:

$$A_v \Big|_{i_1=0} = \frac{1}{h_{12}} \quad (3.87)$$

ενώ από την δεύτερη, θεωρώντας ότι $v_2=0$, δηλ. ότι η έξοδος του τετραπόλου είναι βραχυκυκλωμένη, προκύπτει ότι ο συντελεστής ενίσχυσης ρεύματος ή, αλλιώς, η απολαβή ρεύματος A_i , θα είναι:

$$A_i \Big|_{v_2=0} = -h_{21} \quad (3.88)$$

Με παρόμοιο τρόπο, θεωρώντας την έξοδο βραχυκυκλωμένη, δηλ. ότι $v_2=0$, η αντίσταση εισόδου θα είναι:

$$Z_{IN} \Big|_{v_2=0} = h_{11} \quad (3.89)$$

ενώ, θεωρώντας ανοικτή την είσοδο, δηλ. ότι $i_1=0$, προκύπτει ότι η αγωγιμότητα εξόδου θα είναι:

$$Y_{OUT} \Big|_{i_1=0} = h_{22} \quad (3.90)$$

Από τις σχέσεις αυτές, έχει καθιερωθεί η εξής ονοματολογία και συμβολισμός για τις αντίστοιχες h-παραμέτρους:

$$h_{11} = h_i = \frac{v_1}{i_1} \quad \text{: αντίσταση εισόδου με βραχυκυκλωμένη έξοδο}$$

$$h_{12} = h_r = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{: αντίστροφη ενίσχυση τάσης με ανοικτή είσοδο}$$

$$h_{21} = h_f = \frac{i_2}{i_1} \quad \text{: αντίθετη ενίσχυση ρεύματος με βραχυκυκλωμένη έξοδο}$$

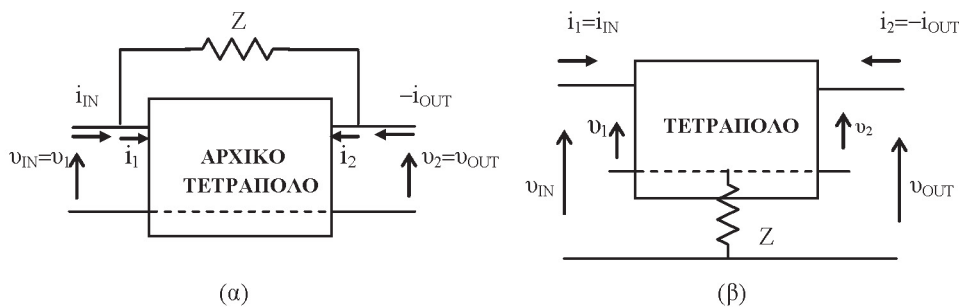
$$h_{22} = h_o = \frac{i_2}{v_2} \text{ :αγωγιμότητα εξόδου με ανοικτή είσοδο}$$

Το υβριδικό h-ισοδύναμο έχει ιδιαίτερη εφαρμογή στη μελέτη της ισοδύναμης λειτουργίας των τριών διαφορετικών συνδεσμολογιών των τρανζίστορ και, μάλιστα, οι επιδόσεις και τα λειτουργικά χαρακτηριστικά κάθε τύπου τρανζίστορ που κατασκευάζεται, εκφράζονται συναρτήσει των αντίστοιχων h-παραμέτρων.

3.10 Θεωρήματα Miller

Η γενική μορφή ενός τετράπολου περιλαμβάνει δύο ξεχωριστά τμήματα, ένα για το τμήμα εισόδου και ένα για το τμήμα εξόδου, με αλληλοεξαρτώμενη λειτουργία. Η εξάρτηση αυτή εκφράζεται με τέσσερις τρόπους που ορίζουν, τελικά, τα αντίστοιχα τέσσερα ισοδύναμα. Σε αυτά, όμως, ο πλήρης διαχωρισμός των τμημάτων εισόδου και εξόδου αποτελεί μέρος του ορισμού τους και, συνεπώς, η σύνδεση ενός στοιχείου αλλοιώνει τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών και οδηγεί αυτομάτως στην ανάγκη ορισμού νέων ισοδύναμων.

Στο σχήμα 3.72, φαίνονται δύο τυπικές περιπτώσεις σύνδεσης ενός στοιχείου σ' ένα τετράπολο, όπου οι σχέσεις μεταξύ των τάσεων και ρευμάτων εισόδου, (v_{IN}, i_{IN}) , και εξόδου, (v_{OUT}, i_{OUT}) , περιγράφουν ένα διαφορετικό τετράπολο από αυτό που ορίζεται από τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών (v_1, v_2) και (i_1, i_2) .

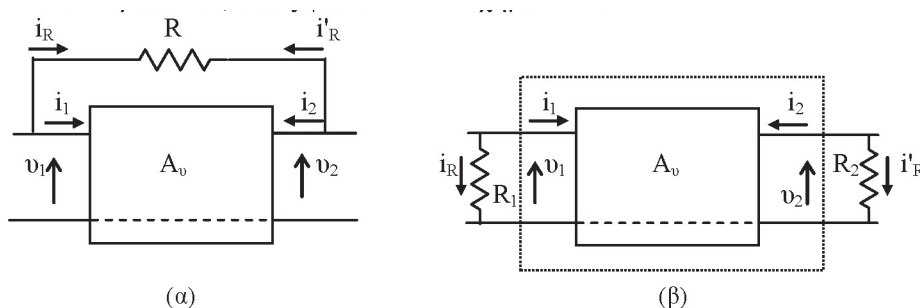


Σχήμα 3.72. Τυπικές μορφές σύνδεσης στοιχείων με τετράπολο και ορισμός των αντίστοιχων τάσεων και ρευμάτων.

Η αντιμετώπιση κάθε τέτοιας ή παρόμοιας περίπτωσης σύνδεσης στοιχείων και τετραπόλων μπορεί να γίνει με μια απλή διαδικασία η οποία περιγράφεται από δύο θεωρήματα που είναι γνωστά ως θεωρήματα Miller και παρουσιάζονται παρακάτω.

3.10.1 Πρώτο Θεώρημα Miller

Σε περιπτώσεις όπως αυτή του σχήματος 3.72(α), δηλ. όταν σ' ένα κύκλωμα, σύνθετο στοιχείο, ή, γενικότερα, σ' ένα τετράπολο υπάρχει συνδεδεμένη π.χ. μια ωμική αντίσταση R μεταξύ ενός ακροδέκτη εισόδου και ενός ακροδέκτη εξόδου, τότε, σύμφωνα με το πρώτο θεώρημα Miller, η αντίσταση αυτή μπορεί να αντικατασταθεί από δύο άλλες, η μια, μεταξύ των ακροδεκτών εισόδου με τιμή R_1 , και η άλλη, με τιμή R_2 , μεταξύ των ακροδεκτών εξόδου του τετραπόλου, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.73.



Σχήμα 3.73. Αντικατάσταση της αντίστασης R από τις R_1 και R_2 σύμφωνα με το πρώτο θεώρημα Miller.

Η τιμή της αντίστασης R_1 προκύπτει ως εξής: Στο σχήμα 3.73(α), το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R είναι:

$$i_R = \frac{v_1 - v_2}{R} = \frac{v_1}{R} \cdot \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{v_1}{R} \cdot (1 - A_v)$$

καθώς ο λόγος (v_2/v_1) είναι η ενίσχυση τάσης A_v του αρχικού τετραπόλου. Από τη σχέση αυτή και το σχήμα 3.73(β), προκύπτει αμέσως ότι $R_1 = v_1/i'_R$ ή, αλλιώς:

$$R_1 = \frac{R}{1 - A_v} \quad (3.92)$$

όπου, όταν $|A_v| \gg 1$, θα είναι:

$$R_1 = \left| \frac{R}{-A_v} \right|$$

Αντιστοίχως, για την αντίσταση R_2 , θα είναι:

$$i'_R = -i_R = \frac{v_2 - v_1}{R} = \frac{v_2}{R} \cdot \left(1 - \frac{v_1}{v_2}\right) = \frac{v_1}{R} \cdot \left(1 - \frac{1}{A_v}\right)$$

(3.93)

οπότε $R_2 = v_2/i'_R$ ή, αλλιώς:

$$R_2 = \frac{R}{1 - \frac{1}{A_v}}$$

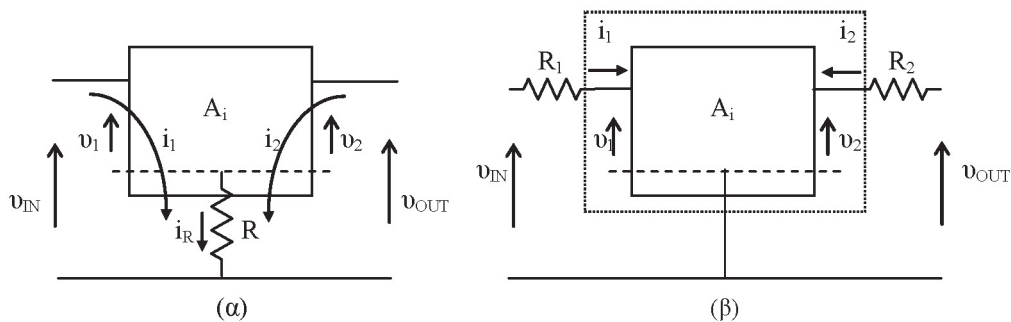
(3.94)

ενώ, όταν $|A_v| \gg 1$, θα είναι: $R_2 \approx R$

Έτσι, με την ισοδύναμη αντικατάσταση της αντίστασης R από τις R_1 και R_2 , ορίζεται ένα νέο τετράπολο, αυτό που περικλείεται από τη διακεκομμένη γραμμή στο σχήμα 3.73(β) και το οποίο μπορεί πλέον να μελετηθεί, κατά τα γνωστά, με τη χρήση κάποιας μορφής ισοδύναμου, ενώ είναι προφανές ότι οι σχέσεις μεταξύ της αρχικής R και των R_1 και R_2 θα ισχύουν με αντίστοιχη μορφή και στην περίπτωση που το στοιχείο έχει σύνθετη αντίσταση Z .

3.10.2 Δεύτερο Θεώρημα Miller

Σε περιπτώσεις όπως αυτή του σχήματος 3.72(β), δηλ. όταν υπάρχει συνδεδεμένη π.χ. μια αντίσταση R μεταξύ του κοινού ακροδέκτη εισόδου και εξόδου του τετραπόλου και ενός κλάδου ως προς τον οποίο ορίζονται οι τάσεις εισόδου και εξόδου, v_{IN} και v_{OUT} , τότε, σύμφωνα με το δεύτερο θεώρημα Miller, η αντίσταση αυτή μπορεί να αντικατασταθεί από δύο άλλες, η μια, με τιμή R_1 , σε σειρά με τον ακροδέκτη εισόδου, και η άλλη, με τιμή R_2 , σε σειρά με τον ακροδέκτη εξόδου, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.74.



Σχήμα 3.74. Αντικατάσταση της αντίστασης R από τις R_1 και R_2 σύμφωνα με το δεύτερο θεώρημα Miller.

Για τον προσδιορισμό της τιμής της αντίστασης R_1 ξεκινάμε από την τιμή της τάσης v_R που αναπτύσσεται στα άκρα της R λόγω του ρεύματος i_R που τη διαρρέει. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.74(α), το ρεύμα αυτό θα είναι ίσο με το άθροισμα των δύο ρευμάτων i_1 και i_2 που εξ ορισμού διαρρέουν τους βρόχους εισόδου και εξόδου του τετραπόλου και, συνεπώς, διαρρέουν και την αντίσταση R ως κοινό τους στοιχείο.

Έτσι, στο βρόχο εισόδου θα είναι:

$$v_{IN} = v_1 + i_R \cdot R = v_1 + (i_1 + i_2) \cdot R = v_1 - i_1 R \cdot \left(1 + \frac{i_2}{i_1}\right)$$

από όπου, εφόσον ο λόγος ($-i_2/i_1$) είναι η ενίσχυση ρεύματος A_i του αρχικού τετραπόλου, προκύπτει ότι:

$$\frac{v_{IN} - v_1}{i_1} = R \cdot (1 - A_i)$$

ή, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.74(β):

$$R_1 = R \cdot (1 - A_v)$$

(3.95)

όπου, αν $|A_v| \gg 1$, θα είναι: $R_1 \approx -A_v \cdot R$

Με παρόμοιο τρόπο, από την εξίσωση τάσεων στο βρόχο εξόδου προκύπτει, τελικά, ότι:

$$\frac{v_{OUT} - v_2}{i_2} = R_2 = R \cdot \left(1 - \frac{1}{A_v}\right)$$

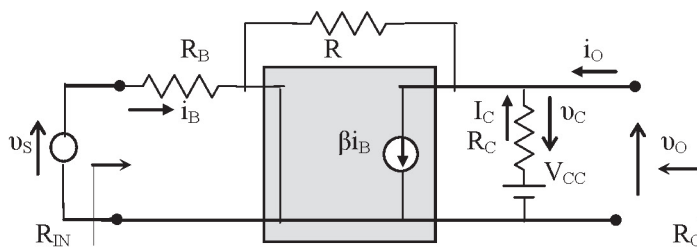
(3.96)

οπότε, αν $|A_v| \gg 1$, θα είναι:

$$R_2 \approx R$$

3.10.3 Παραδείγματα

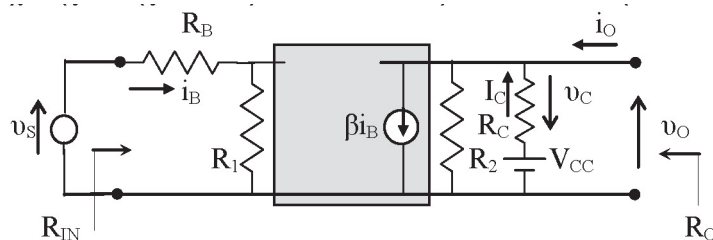
1ο Παράδειγμα: Να προσδιορισθεί η ενίσχυση τάσης και οι αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του κυκλώματος του σχήματος 3.75.



Σχήμα 3.75. Παράδειγμα για την εφαρμογή του πρώτου θεωρήματος Miller.

Κατ' αρχήν παρατηρούμε ότι το κύκλωμα αυτό είναι το κύκλωμα του σχήματος 3.36 με την προσθήκη της αντίστασης R μεταξύ εισόδου-εξόδου του τετράπολου. Η παρουσία της R , προφανώς, αρκεί για να μην ισχύουν πλέον οι σχέσεις με τη μορφή που γράφτηκαν στην παράγραφο 3.6.6. Ωστόσο, για τον προσδιορισμό των ζητούμενων μεγεθών, δηλ. της ολικής ενίσχυσης τάσης A_{vS} και των αντιστάσεων εισόδου R_{IN} και εξόδου R_{OUT} , μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε από τις τεχνικές που έχουν παρουσιασθεί.

Εδώ, θεωρώντας το σκιασμένο τμήμα του κυκλώματος ως ένα απλό τετράπολο, εφαρμόζουμε το πρώτο θεώρημα Miller, οπότε η αντίσταση R αντικαθίσταται από δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.76. Οι τιμές των νέων αυτών αντιστάσεων δίνονται από τις σχέσεις (3.92) και (3.94), όπου A_v είναι ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης του τετραπόλου στα άκρα του οποίου ήταν συνδεδεμένη η αντίσταση R .



Σχήμα 3.76. Αντικατάσταση της αντίστασης R του κυκλώματος του σχήματος 3.75 με δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 κατά το πρώτο θεώρημα Miller.

Η τιμή αυτή είναι ήδη γνωστή από τη σχέση (3.39), που αν και αναφέρεται στην πλήρη (DC+AC) λειτουργία του αρχικού κυκλώματος, μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι ταυτίζεται με την ενίσχυση τάσης A_v του σκιασμένου τμήματος του κυκλώματος του σχήματος 3.76.

Έτσι, υποθέτοντας για ευκολία ότι $|A_v| \gg 1$, θα είναι: $R_1 = (R / |A_v|)$ και $R_2 \approx R$ και, συνεπώς, στον απλό βρόχο του κυκλώματος εισόδου, προκύπτει αμέσως ότι:

$$v_S - i_B \cdot (R_B + R_1) = 0 \Leftrightarrow v_S = i_B \cdot \left(R_B + \frac{R}{|A_v|} \right)$$

(3.97)

Αντιστοίχως, στο κύκλωμα εξόδου, θεωρώντας $i_O=0$, θα είναι:

$$i_O + i_C - i_{R_2} - \beta \cdot i_B = 0 \Rightarrow i_C = i_{R_2} + \beta \cdot i_B$$

οπότε, με δεδομένη τη φορά του ρεύματος i_C , η τάση εξόδου του v_O , είναι:

$$v_O = V_{CC} - v_C = V_{CC} - i_C R_C = V_{CC} - (i_{R_2} + \beta \cdot i_B) \cdot R_C \quad (3.98)$$

και, τελικά, με χρήση της σχέσης (3.97), καθώς και με την παρατήρηση ότι $i_{R_2} R_2 = v_O$, προκύπτει ότι:

$$v_O = \frac{R}{R_C + R} \cdot V_{CC} - \frac{\beta R_C \cdot R}{\left(R_B + \frac{R}{|A_v|} \right) \cdot (R + R_C)} \cdot v_s \quad (3.99)$$

Η σχέση (3.99) αντιστοιχεί στη σχέση (3.39) του κυκλώματος του σχήματος 3.36 και αποτελεί την πλήρη έκφραση της τάσης εξόδου v_O ως προς την τάση εισόδου v_S , περιλαμβάνοντας τόσο την DC (α' όρος), όσο και την AC συνιστώσα της, (β' όρος).

Έτσι, ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης A_{v_s} , που ουσιαστικά αναφέρεται μόνον στην AC λειτουργία του κυκλώματος του σχήματος 3.75, θα δίνεται από τη σχέση:

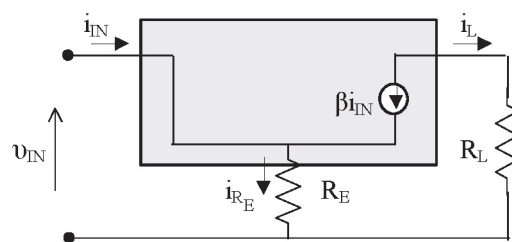
$$A_{v_s} = \frac{v_o}{v_s} = - \frac{\beta}{R_B + \frac{R}{|A_v|}} \cdot \frac{R_C \cdot R}{R_C + R} \quad (3.100)$$

η οποία, συγκρινόμενη με τη σχέση (3.41), δείχνει αμέσως την επίπτωση που έχει η προσθήκη της αντίστασης R στο κύκλωμα του σχήματος 3.37. Το ίδιο φαίνεται και από τις σχέσεις που δίνουν τις νέες τιμές αντίστασης εισόδου και εξόδου, οι οποίες θα είναι, κατά τα γνωστά:

$$R_{IN} = R_B + \frac{R}{|A_v|} \quad \text{και} \quad R_O = (R_C // R) = \frac{R_C \cdot R}{R_C + R}$$

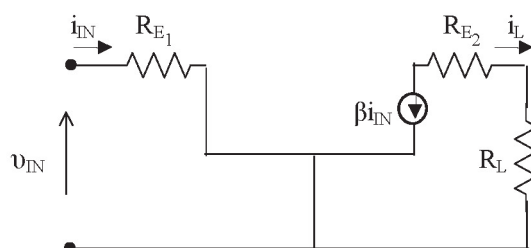
όπου, βεβαίως, όταν $|A_v| \gg 1$ και εφόσον η αντίσταση R δεν έχει μεγάλη τιμή, ο όρος $(R / |A_v|)$ μπορεί να παραλείπεται.

2ο Παράδειγμα: Να βρεθεί η αντίσταση που φαίνεται μεταξύ των ανοικτών άκρων του κυκλώματος του σχήματος 3.77.



Σχήμα 3.77. Παράδειγμα για την εφαρμογή του δεύτερου θεωρήματος Miller.

Το κύκλωμα αυτό είναι το κύκλωμα του σχήματος 3.55 και, συνεπώς, η ζητούμενη αντίσταση είναι ήδη γνωστή από τη σχέση (3.59). Εδώ, θεωρώντας το σκιασμένο τμήμα ως ένα απλό τετράπολο, θα εφαρμόσουμε, κατ' αρχήν, το δεύτερο θεώρημα Miller για να αντικαταστήσουμε την αντίσταση R_E με δύο αντιστάσεις R_{E1} και R_{E2} , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.78.



Σχήμα 3.78. Αντικατάσταση της αντίστασης R_E του κυκλώματος του σχήματος 3.77 με δύο αντιστάσεις R_{E1} και R_{E2} κατά το δεύτερο θεώρημα Miller.

Οι τιμές των δύο αυτών αντιστάσεων δίνονται από τις σχέσεις (3.95) και (3.96) όπου A_i είναι η ενίσχυση ρεύματος του θεωρούμενου τετραπόλου. Έτσι, όπως φαίνεται από το σχήμα 3.78, θα είναι $A_i = (-i_L/i_{IN}) = -\beta$ και, συνεπώς:

$$R_{E1} = R_E \cdot (1 + \beta)$$

και

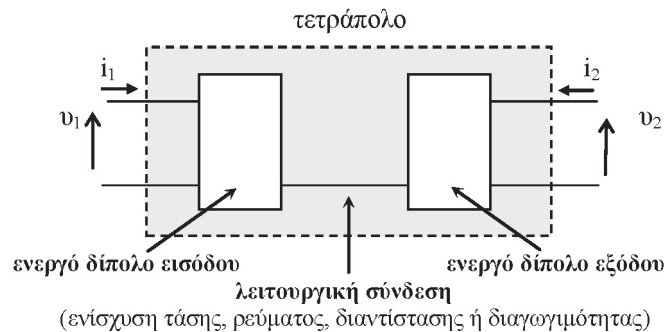
$$R_{E2} = R_E \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

Επομένως, η ζητούμενη αντίσταση, που φαίνεται από τα ανοικτά άκρα του κυκλώματος, θα είναι η αντίσταση R_{E1} , η τιμή της οποίας είναι ίση προς την τιμή που δίνει η σχέση (3.59) και η οποία προσδιορίστηκε με τελειώς διαφορετικό τρόπο.

3.11 Σύνδεση τετράπολων – κυκλώματα με ανάδραση

Αναφέρθηκε στην παράγραφο 1.4.2 ότι τα ηλεκτρονικά κυκλώματα, δηλ. κυκλώματα που περιλαμβάνουν και ενεργά στοιχεία (η λειτουργία των οποίων προσομοιώνεται από εξαρτημένες πηγές τάσης ή ρεύματος), αποτελούν συνήθως συνδυασμούς δύο ή περισσότερων απλούστερων κυκλωμάτων. Επομένως, η λειτουργία τους θα είναι το αποτέλεσμα του αντίστοιχου συνδυασμού των λειτουργιών των επί μέρους αυτών κυκλωμάτων, ενώ, κάνοντας χρήση της ισοδύναμης παράστασης κάθε κυκλώματος – οσοδήποτε απλού ή σύνθετου – με ένα τετράπολο κατάλληλων παραμέτρων, είναι φανερό ότι και κάθε τετράπολο μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από επί μέρους τετράπολα.

Στην παράγραφο αυτή, εξετάζονται οι τρόποι με τους οποίους δύο ή περισσότερα κυκλώματα μπορούν να είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους, θεωρώντας κάθε τέτοιο κύκλωμα ότι έχει την ισοδύναμη μορφή ενός τετραπόλου. Κάθε τέτοιο τετράπολο περιγράφει τη λειτουργική σύνδεση δύο ενεργών δίπολων, με την έννοια που δόθηκε στην παράγραφο 3.8 και χρησιμοποιήθηκε ήδη στην 3.9.1. Στο σχήμα 3.79 δίνεται η σχηματική απεικόνιση ενός τετραπόλου σύμφωνα με τη θεώρηση αυτή.



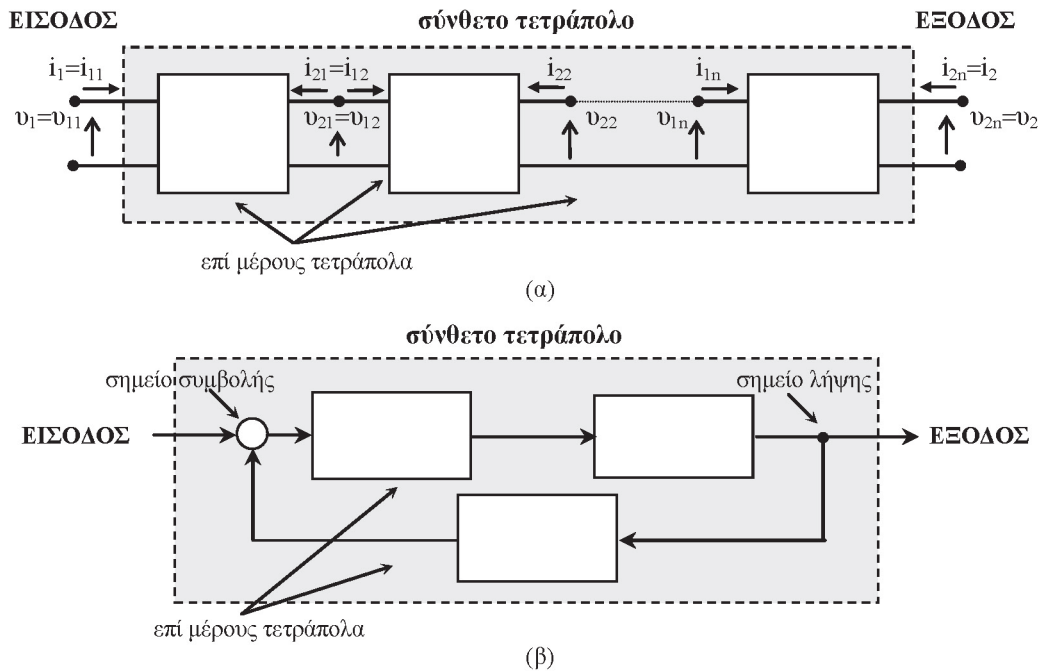
Σχήμα 3.79. Σχηματική παράσταση τετράπολου ως λειτουργική σύνδεση ενεργών δίπολων.

Διακρίνονται δύο βασικές μορφές σύνδεσης μεταξύ τετραπόλων: (α) σύνδεση ανοικτής διαδρομής ή ανοικτού βρόχου και (β) σύνδεση κλειστής διαδρομής ή κλειστού βρόχου.

Κατά την πρώτη, δύο ή περισσότερα τετράπολα (άρα, κυκλώματα) συνδέονται διαδοχικώς το ένα μετά το άλλο, δηλ. η έξοδος του ενός συνδέεται στην είσοδο του επομένου, έτσι ώστε η είσοδος του πρώτου και η έξοδος του τελευταίου να αποτελούν, αντιστοίχως, την είσοδο και έξοδο του σύνθετου τετραπόλου ή κυκλώματος.

Κατά τη δεύτερη, δύο ή περισσότερα τετράπολα είναι μεν συνδεδεμένα διαδοχικώς μεταξύ τους, αλλά με τέτοιο τρόπο ώστε, τελικώς, η έξοδος του τελευταίου να συνδέεται στην είσοδο του πρώτου είτε απευθείας, είτε – και το συνήθεστο – μέσω ενός ή περισσότερων άλλων τετραπόλων. Απλά, αλλά χαρακτηριστικά, παραδείγματα των δύο αυτών τρόπων σύνδεσης αποτελούν τα κυκλώματα των σχημάτων 2.18 και 2.21 της παραγράφου 2.8.1.

Στο σχήμα 3.80 δίνονται παραστατικά οι δύο βασικοί αυτοί τρόποι σύνδεσης, ενώ, κατά τα γνωστά και ανεξαρτήτως του τρόπου σύνδεσης των επί μέρους τετραπόλων, είναι αυτονόητο ότι κάθε σύνθετο τετράπολο μπορεί να μελετηθεί, με τα αντίστοιχα ισοδύναμα z -, y -, h -, ή g - παραμέτρων και, συνεπώς, ο υπολογισμός των επιδόσεων και χαρακτηριστικών λειτουργίας του να γίνει με χρήση ενός εξ αυτών.



Σχήμα 3.80. Σχηματική παράσταση σύνδεσης τετραπόλων: (α) ανοικτής διαδρομής ή ανοικτού βρόχου και (β) κλειστού βρόχου.

Γενικώς, η συνολική λειτουργία κάθε σύνθετου τετραπόλου – με την έννοια που δόθηκε παραπάνω – περιγράφεται από μια «σύνθετη» χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου, που εκφράζεται συναρτήσεων των χαρακτηριστικών συναρτήσεων των επί μέρους τετραπόλων, αναλόγως του τρόπου σύνδεσής τους.

Έτσι, στο σύνθετο τετράπολο του σχήματος 3.80(α), που προκύπτει από την ανοικτή σύνδεση άλλων τετραπόλων, οι χαρακτηριστικές συναρτήσεις π.χ. τάσης $A_v = v_o/v_{IN}$ και ρεύματος $A_i = i_o/i_{IN}$, θα δίνονται ως γινόμενα των αντίστοιχων συναρτήσεων των επί μέρους τετραπόλων, δηλ.:

$$A_v = \frac{v_o}{v_{IN}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_{2n}}{v_{11}} = \frac{v_{2n}}{v_{1n}} \cdot \dots \cdot \frac{v_{22}}{v_{12}} \cdot \frac{v_{21}}{v_{11}} = A_{vn} \cdot \dots \cdot A_{v2} \cdot A_{v1} \quad (3.101)$$

και

$$A_i = \frac{i_o}{i_{IN}} = \frac{-i_2}{i_1} = \frac{-i_{2n}}{i_{11}} = \frac{-i_{2n}}{i_{1n}} \cdot \dots \cdot \frac{-i_{22}}{i_{12}} \cdot \frac{-i_{21}}{i_{11}} = A_{in} \cdot \dots \cdot A_{i2} \cdot A_{i1} \quad (3.102)$$

καθώς επίσης και ο προσδιορισμός των αντιστάσεων ή αγωγιμοτήτων εισόδου και εξόδου του θα γίνεται με εφαρμογή των αντίστοιχων σχέσεων ορισμού τους.

Επομένως, στην περίπτωση της ανοικτής διαδοχικής σύνδεσης τετραπόλων του σχήματος 3.80(α) και θεωρώντας κάθε τετράπολο με τη μορφή του σχήματος 3.79, είναι φανερό ότι, για την εύρεση του ολικής ενίσχυσης τάσης A_v , το σήμα τάσης του ενεργού δίπολου εξόδου κάθε τετραπόλου – εκτός του τελευταίου – αποτελεί ή εξισώνεται με το σήμα τάσης στα άκρα του αντίστοιχου δίπολου στην είσοδο του επόμενου (παράλληλη σύνδεση των αντίστοιχων δίπολων), ενώ, για την εύρεση του ολικής ενίσχυσης ρεύματος A_i , εξισώνονται τα αντίστοιχα ρεύματα.

Στην περίπτωση, τώρα, σύνδεσης κλειστού βρόχου, ο προσδιορισμός της συνολικής χαρακτηριστικής εισόδου-εξόδου του σύνθετου τετραπόλου, εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο θεωρείται ότι συνδέεται η έξοδος του τελευταίου τετραπόλου στην είσοδο του πρώτου. Πράγματι, στη γενική μορφή σύνδεσης κλειστού βρόχου του σχήματος 3.81(β), έχει ιδιαίτερη σημασία το αν το σήμα τάσης ή ρεύματος του ενεργού δίπολου εξόδου του τελευταίου πριν την έξοδο τετραπόλου «επιστρέφει» στο αντίστοιχο δίπολο εισόδου του πρώτου τετραπόλου ως σήμα τάσης ή ρεύματος.

Ειδικότερα, χαρακτηρίζοντας τη διαδρομή του σήματος εισόδου του σύνθετου τετραπόλου του σχήματος 3.80(β) προς την έξοδό του, ως κανονική ή «προς τα εμπρός» διαδρομή (forward path), η διαδρομή του σήματος εξόδου, από τα δεξιά προς τα αριστερά, δηλ. από την έξοδο προς την είσοδο του σύνθετου τετραπόλου, λέγεται διαδρομή επιστροφής ή διαδρομή προς τα πίσω (reverse ή backward path).

Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.80(β), το σημείο εκκίνησης της διαδρομής επιστροφής λέγεται, γενικώς, σημείο λήψης (του σήματος εξόδου του σύνθετου τετραπόλου) και καταλήγει στο σημείο συμβολής ή σύγκρισης (με το σήμα εισόδου του σύνθετου τετραπόλου). Έτσι, επειδή στη διαδρομή επιστροφής υπάρχει, γενικώς, ένα απλό τετράπολο, το σήμα εξόδου της κανονικής διαδρομής εφαρμόζεται στην είσοδο του τετραπόλου αυτού, το σήμα εξόδου του οποίου συμβάλλει

(προστίθεται ή αφαιρείται) με το σήμα εισόδου του τετραπόλου.

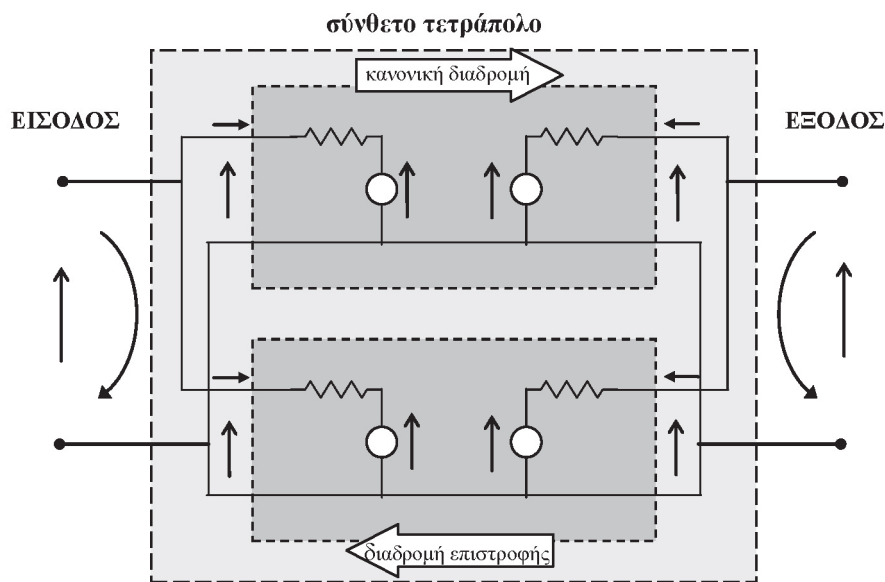
Άρα, με τη σύνδεση κλειστού βρόχου επιτυγχάνεται επανατροφοδότηση της εισόδου του συνολικού σύνθετου κυκλώματος από μια μορφή του σήματος εξόδου του και, συνεπώς, η συνολική λειτουργία του θα χαρακτηρίζεται από ένα είδος εξάρτησης του σήματος εξόδου από τον τρόπο με τον οποίο αυτό το ίδιο επιδρά στο σήμα εισόδου που το προκαλεί.

Μια τέτοιου τύπου λειτουργία ονομάζεται λειτουργία με ανάδραση ή επανατροφοδότηση (feedback operation) και αποτελεί μια από τις σημαντικότερες τεχνικές βελτίωσης ή «αυτοελέγχου» της λειτουργίας των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

Προφανώς, σύνδεση κλειστού βρόχου μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε μεταξύ μόνο δύο απλών τετραπόλων – ενός κατά την κανονική διαδρομή και ενός κατά την διαδρομή προς τα πίσω – είτε μεταξύ δύο ανοικτών συνδέσεων περισσότερων τετραπόλων, δηλ. μιας σειράς τετραπόλων κατά την κανονική διαδρομή και μιας σειράς τετραπόλων κατά τη διαδρομή επιστροφής.

Παρακάτω, παρατίθενται, χωρίς παραπέρα ανάλυση¹⁷, τα τέσσερα είδη σύνδεσης κλειστού βρόχου για την απλή περίπτωση δύο τετραπόλων, ενός κατά την κανονική και ενός κατά τη διαδρομή επιστροφής, υποθέτοντας για ευκολία ότι η λειτουργία των αντίστοιχων τμημάτων τους εισόδου και εξόδου περιγράφεται από ενεργά δίπολα τάσης, δηλ. από την τυπική μορφή του ισοδύναμου z-παραμέτρων.

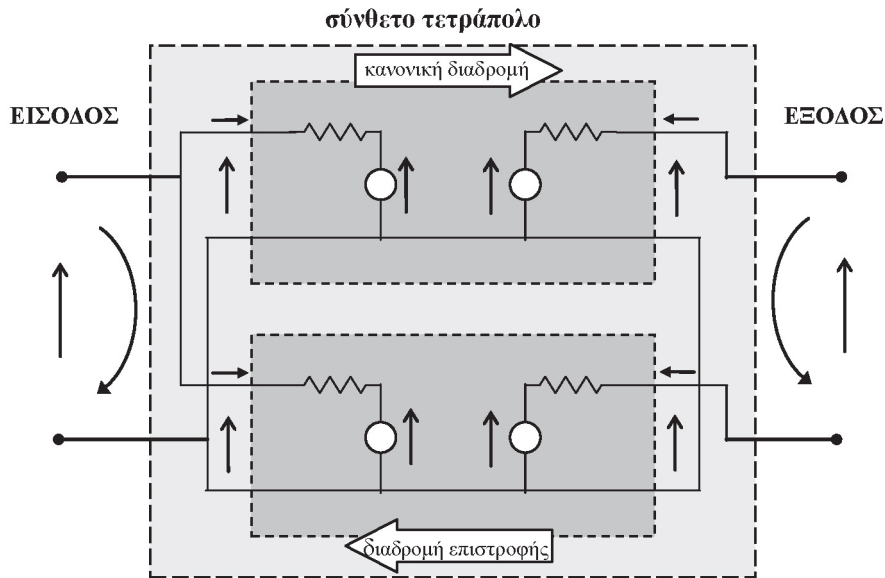
Το σήμα τάσης εξόδου του σύνθετου τετραπόλου (δηλ. της κανονικής διαδρομής) συμβάλλει με το σήμα τάσης στην είσοδό του – μέσω του τετραπόλου της διαδρομής επιστροφής – αλλοιώνοντας, προφανώς, το αντίστοιχο σήμα ρεύματος στην είσοδο της κανονικής διαδρομής. Ο τρόπος αυτός ισοδυναμεί με την παράλληλη σύνδεση των ενεργών δίπολων τάσης τόσο του τέλους της κανονικής διαδρομής και της αρχής της διαδρομής επιστροφής, όσο και του τέλους της διαδρομής επιστροφής και της αρχής της κανονικής και χαρακτηρίζεται ως ανάδραση τάσης εξόδου – ρεύματος εισόδου ή, απλώς, ανάδραση τάσης-ρεύματος [σχήμα 3.81].



Σχήμα 3.81. Σχηματική παράσταση δύο τετραπόλων με ανάδραση τάσης-ρεύματος.

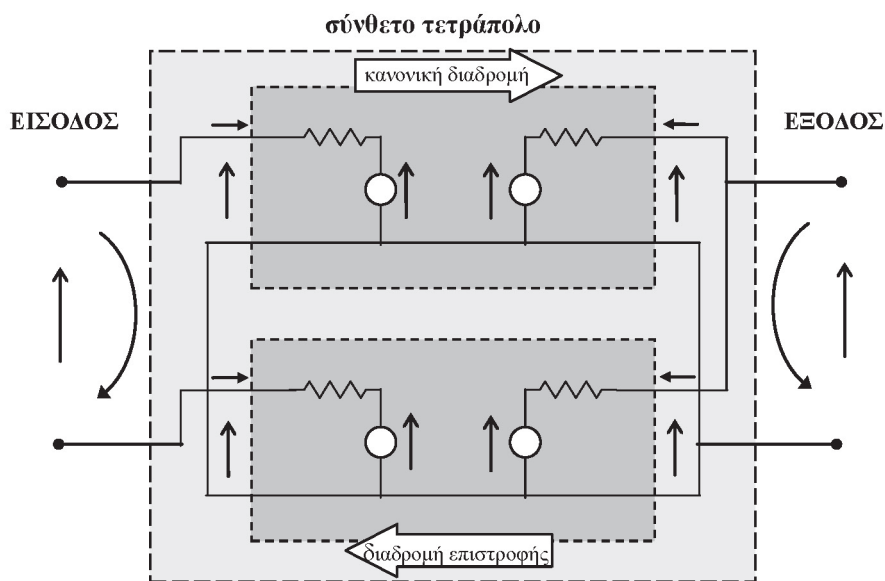
- Το σήμα ρεύματος εξόδου του σύνθετου τετραπόλου της κανονικής διαδρομής συμβάλλει – ως σήμα τάσης εξόδου του τετραπόλου της διαδρομής επιστροφής – με το σήμα τάσης στην είσοδο του σύνθετου τετραπόλου, αλλοιώνοντας το αντίστοιχο σήμα ρεύματος εισόδου της κανονικής διαδρομής. Ο τρόπος αυτός ισοδυναμεί με τη σε σειρά σύνδεση των ενεργών δίπολων τάσης του τέλους της κανονικής διαδρομής και της αρχής της διαδρομής επιστροφής και με την παράλληλη σύνδεση των ενεργών δίπολων τάσης του τέλους της διαδρομής επιστροφής και της αρχής της κανονικής, χαρακτηρίζεται δε ως ανάδραση ρεύματος εξόδου – ρεύματος εισόδου ή, απλώς, ανάδραση ρεύματος [σχήμα 3.82].

¹⁷ Η αναλυτική μελέτη των συνδεσμολογιών, όπως λέγονται, ανάδρασης στα ηλεκτρονικά κυκλώματα ξεφεύγει του βασικού αντικειμένου του βιβλίου αυτού. Θα πρέπει όμως να σημειωθεί ότι και για τις τέσσερις αυτές συνδεσμολογίες κλειστού βρόχου, τα σύνθετα τετράπολα μπορούν να αντιμετωπισθούν κατά τα γνωστά και ως απλά τετράπολα, για τα οποία θα χρησιμοποιείται οποιοδήποτε από τα αντίστοιχα ισοδύναμα διευκολύνει τον προσδιορισμό τόσο της ολικής ενίσχυσης τάσης ή ρεύματος, όσο και της συνδυασμένης πλέον αντίστασης ή αγωγιμότητας εισόδου και εξόδου.



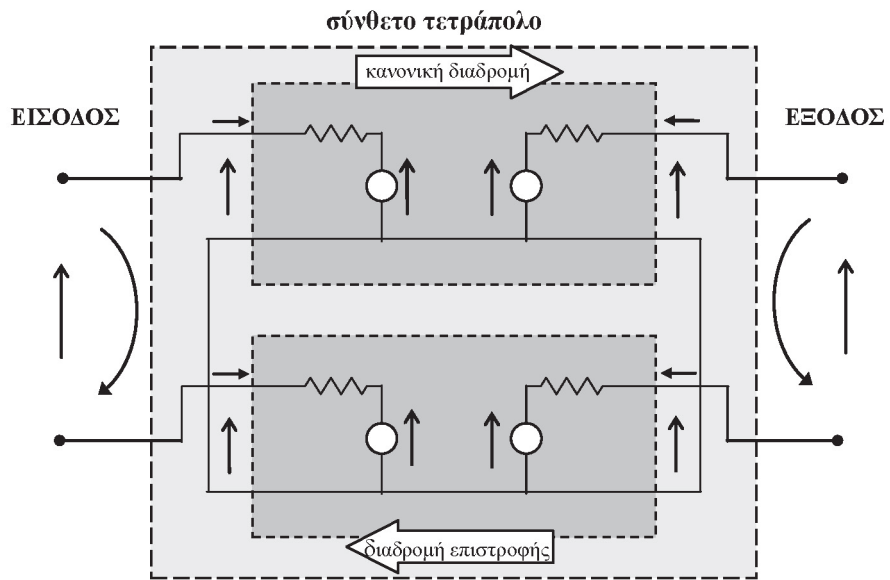
Σχήμα 3.82. Σχηματική παράσταση δύο τετραπόλων με ανάδραση ρεύματος.

- Το σήμα τάσης εξόδου της κανονικής διαδρομής συμβάλλει ως σήμα ρεύματος της εξόδου του τετραπόλου της διαδρομής επιστροφής – με το σήμα ρεύματος στην είσοδο του σύνθετου τετραπόλου, αλλοιώνοντας έτσι την συνολική τάση εισόδου του. Ο τρόπος αυτός ισοδυναμεί με την παράλληλη σύνδεση των ενεργών δίπολων τάσης του τέλους της κανονικής διαδρομής και της αρχής της διαδρομής επιστροφής και με την σε σειρά σύνδεση των ενεργών δίπολων τάσης του τέλους της διαδρομής επιστροφής και της αρχής της κανονικής, χαρακτηρίζεται δε ως ανάδραση τάσης εξόδου – τάσης εισόδου ή, απλώς, ανάδραση τάσης [σχήμα 3.83].



Σχήμα 3.83. Σχηματική παράσταση δύο τετραπόλων με ανάδραση τάσης.

- Το σήμα ρεύματος εξόδου της κανονικής διαδρομής συμβάλλει με το σήμα ρεύματος στην είσοδο του σύνθετου τετραπόλου – μέσω του τετραπόλου της διαδρομής επιστροφής – αλλοιώνοντας, προφανώς, το αντίστοιχο σήμα τάσης στην είσοδο της κανονικής διαδρομής. Ο τρόπος αυτός ισοδυναμεί με την σε σειρά σύνδεση των ενεργών δίπολων τάσης τόσο του τέλους της κανονικής διαδρομής και της αρχής της διαδρομής επιστροφής, όσο και του τέλους της διαδρομής επιστροφής και της αρχής της κανονικής, χαρακτηρίζεται δε ως ανάδραση ρεύματος εξόδου – τάσης εισόδου ή, απλώς, ανάδραση ρεύματος-τάσης [σχήμα 3.84].



Σχήμα 3.84. Σχηματική παράσταση δύο τετραπόλων με ανάδραση ρεύματος-τάσης.

Βιβλιογραφία

- Kuo F.F., “Network Analysis and Synthesis”, J.Wiley & Sons, 2nd Ed., 1966.
- Gray P.E. and Searle G.L., “Electronic Principles: Physics, Models, and Circuits”, J.Wiley & Sons, 1969.
- Van Valkenburg M.E., “Network Analysis”, Prentice-Hall, 3rd Ed., 1974.
- Καραγιάννης Γ., “Σήματα και Συστήματα», Αθήνα, 1987.
- Horowitz P. and Hill W., “The Art of Electronics”, Cambridge University Press, 1991.
- Dorf R.C., “The Electrical Engineering Handbook”, CRC Press, 1993.
- R. L. Boylestad “Introductory Circuit Analysis”, 11th Edition, Prentice Hall, 2006.
- Τόμπρας Γ. Σπ., “Εισαγωγή στην Ηλεκτρονική”, Εκδόσεις Δίαυλος, 2η Εκδ., 2006.

Λίστα ενδεικτικών όρων

- Αγωγιμότητα
- δυναμική
- Norton
- Ανάδραση
- ρεύματος
- ρεύματος-τάσης
- τάσης
- τάσης-ρεύματος
- Ανάλυση
- DC, AC
- μεγάλου σήματος
- μικρού σήματος
- Αντίσταση
- 134, 141
- Thevenin
- δυναμική AC
- εισόδου
- εξόδου
- μιγαδική ή σύνθετη ή εμπέδηση
- στατική ή DC
- Απολαβή ή κέρδος
- ρεύματος
- τάσης
- Αρχή
- ισοδυναμίας
- υπέρθεσης ή επαλληλίας
- Γείωση
- Γράφος
- Διαιρέτες τάσης και ρεύματος
- ασθενείς
- ισχυροί
- Δίθυρο
- Δυναμική (AC) λειτουργία κυκλώματος
- Δυναμική αντίσταση
- Εμπέδηση
- Ενίσχυση
- γραμμική
- διαγωγιμότητας
- διαντίστασης
- παραμετρική
- ρεύματος
- τάσης
- Ενισχυτές
- τάσης
- ρεύματος
- διαντίστασης
- παραμετρικοί
- διαγωγιμότητας
- Επίλυση κυκλώματος
- Ευθεία φόρτου
- Ηλεκτρικό στοιχείο
- Ηλεκτρικός διακόπτης
- Θεώρημα
- Miller
- πρώτο

- δεύτερο
- Norton
- Thevenin
- αντικατάστασης
- αντιστάθμισης
- αντιστρεψιμότητας
- Θεωρία Γράφων
- Ισοδύναμο
- Norton
- Thevenin
- y -ισοδύναμο τετραπόλου
- z -ισοδύναμο τετραπόλου
- υβριδικά ισοδύναμο τετραπόλου
- h -ισοδύναμο
- Ισοδύναμη λειτουργία
- Κλάδος
- Κόμβος
- Μέθοδος
- των βρόχων
- των κόμβων
- Μετασχηματισμοί πηγών
- Νόμος
- Kirchoff για τα ρεύματα
- για τις τάσεις
- Παράμετροι
- αγωγιμότητας ή παράμετροι y
- αντίστασης ή παράμετροι z
- Πηγή
- Norton
- Thevenin
- εξαρτημένη ή ελεγχόμενη
- έντασης ρεύματος
- ιδανική - πραγματική
- τάσης
- ιδανική – πραγματική
- Πηνίο
- Σημείο ηρεμίας ή λειτουργίας
- Στατική (DC) αντίσταση
- Στατική (DC) λειτουργία κυκλώματος
- Συνάρτηση μεταφοράς
- Τετράπολο
- y -ισοδύναμο
- z -ισοδύναμο
- υβριδικό ισοδύναμο
- h -ισοδύναμο
- σύνδεση τετραπόλων
- ανοικτού βρόχου
- κλειστού βρόχου
- σύνθετο
- Τεχνική
- υπερβρόχων/υπερκόμβων
- Χαρακτηριστική
- τάσης-ρεύματος στοιχείου
- Χαρακτηριστική συνάρτηση

4. Χρονική και συχνοτική ανάλυση της λειτουργίας κυκλωμάτων

4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο Κεφάλαιο παρουσιάστηκαν οι βασικές τεχνικές ανάλυσης και επίλυσης κυκλωμάτων με την εφαρμογή των κανόνων του Kirchhoff και των σχέσεων ορισμού των διαφόρων στοιχείων, καθώς και εκείνων των αρχών και θεωρημάτων που διέπουν τη λειτουργία των κυκλωμάτων και επιτρέπουν την ισοδύναμη αντικατάστασή τους. Εντούτοις – και παρά το γενικό τους χαρακτήρα – η εφαρμογή των τεχνικών αυτών περιορίστηκε στη λεγόμενη μόνιμη κατάσταση της λειτουργίας ωμικών κυκλωμάτων, στα οποία η μορφή των σημάτων απόκρισης εξαρτάται μόνον από τη μορφή των σημάτων διέγερσης και όχι το ρυθμό μεταβολής τους, αποσκοπώντας, με τον τρόπο αυτό, στην κατανόηση της ακολουθούμενης μεθοδολογίας.

Στο Κεφάλαιο αυτό, μελετώνται κυκλώματα, τα οποία εκτός από ωμικά στοιχεία, δηλ. στοιχεία κατανάλωσης ενέργειας, περιέχουν και στοιχεία αποθήκευσης ενέργειας, όπως πυκνωτές και πηνία. Τα στοιχεία αυτά χαρακτηρίζονται από την εξάρτηση του μέτρου της φυσικής παραμέτρου τους από το ρυθμό των μεταβολών τάσεων και ρευμάτων σ' αυτά. Έτσι, η λειτουργία κυκλωμάτων με πυκνωτές και πηνία εξαρτάται τόσο από το συγκεκριμένο κάθε φορά σήμα διέγερσης, όσο και από τις αρχικές συνθήκες και τη χρονική εξέλιξη της λειτουργίας των στοιχείων αυτών.

Στο πλαίσιο αυτό, αρχικώς εξετάζεται η συμπεριφορά μεμονωμένων πυκνωτών και πηνίων κατά τη διέγερσή τους με χαρακτηριστικά σήματα και εισάγονται οι έννοιες της μεταβατικής και μόνιμης απόκρισής τους. Ακολούθως, γίνεται ανάλυση της λειτουργίας στο πεδίο του χρόνου ενός απλού κυκλώματος αντίστασης-πυκνωτή αναδεικνύοντας έτσι και την εξάρτησή της από τη συχνότητα των εφαρμοζόμενων σημάτων.

Στη συνέχεια, η λειτουργία του ίδιου κυκλώματος μελετάται στο μιγαδικό επίπεδο ειδικότερα καταλήγοντας στην εισαγωγή της συνάρτησης μεταφοράς ως εργαλείου ανάλυσης της μόνιμης λειτουργίας των κυκλωμάτων στο πεδίο της συχνότητας. Στο πλαίσιο αυτό περιγράφονται τα συχνοτικά διαγράμματα Bode και οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις για το πλάτος και τη φάση της μόνιμης απόκρισής τους. Τέλος, εξετάζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς σύνθετων κυκλωμάτων ανοικτού και κλειστού βρόχου, καθώς και η λειτουργία των βασικών μορφών κυκλωμάτων συντονισμού.

4.2 Διέγερση και απόκριση ηλεκτρικών κυκλωμάτων

Η ανάλυση της λειτουργίας και ο προσδιορισμός των επιδόσεων και χαρακτηριστικών κάθε κυκλώματος αποτελεί μέρος της διαδικασίας διερεύνησης της μορφής και των αποτελεσμάτων της επεξεργασίας που υφίστανται τα διάφορα σήματα που εφαρμόζονται στην είσοδό του. Πράγματι, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2, τα σήματα είναι φορείς πληροφορίας για τα χαρακτηριστικά, την κατάσταση και τη χρονική εξέλιξη των συστημάτων από όπου προέρχονται, η πληροφορία δε αυτή εμπεριέχεται στη μαθηματική σχέση μεταξύ των ανεξάρτητων και των εξαρτημένων μεταβλητών του αντίστοιχου σήματος. Επομένως, η ποιοτική και ποσοτική αξιολόγηση της πληροφορίας του σήματος εξόδου ενός κυκλώματος ερμηνεύει την επεξεργασία της πληροφορίας του αντίστοιχου σήματος εισόδου, δηλ. την ίδια τη λειτουργία του κυκλώματος. Τελικά, η αξιολόγηση αυτή θα είναι πλήρης μόνον εφόσον αναφέρεται σε όλη τη χρονική εξέλιξη της απόκρισης του κυκλώματος, δηλ. πριν, κατά και μετά τη διέγερσή του, και, βεβαίως, μόνον εφόσον είναι δυνατή η ακριβής μαθηματική σύγκριση των σημάτων εισόδου και εξόδου του.

Στα παραδείγματα του προηγούμενου κεφαλαίου, η χρήση ωμικών κυκλωμάτων επέτρεψε την παρουσίαση των διαφόρων νόμων και τεχνικών ανάλυσής τους χωρίς προβλήματα μαθηματικής συμβατότητας ή ακρίβειας σε ότι αφορούσε την παράσταση των διαφόρων σημάτων και των πράξεων με αυτά. Όταν όμως υπάρχουν στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια, όπως π.χ. πυκνωτές, πηνία, κ.λπ., τότε η μαθηματική περιγραφή της λειτουργίας των αντίστοιχων κυκλωμάτων εξαρτάται τόσο από την γενική ηλεκτρική συμπεριφορά των στοιχείων αυτών και τις σχέσεις ορισμού των φυσικών παραμέτρων τους, όσο και από τις αρχικές συνθήκες, καθώς και τον τρόπο μεταβολής των τάσεων ή των ρευμάτων σ' αυτά.

Στις παραγράφους που ακολουθούν, χρησιμοποιείται η κλασική μέθοδος περιγραφής των πράξεων μεταξύ συνεχών και μεταβαλλόμενων σημάτων, η οποία σε συνδυασμό με τις παραγωγούς και τα ολοκληρώματα των σχέσεων ορισμού των μη ωμικών στοιχείων ενός κυκλώματος οδηγεί τελικά στην χρήση διαφορικών εξισώσεων. Όπως θα δούμε, η τάξη και το είδος των εξισώσεων αυτών εξαρτάται από τον αριθμό και το είδος των μη ωμικών στοιχείων, ενώ η λύση τους εξαρτάται από τις συγκεκριμένες κάθε φορά συνθήκες λειτουργίας του κυκλώματος και, βεβαίως, πάντοτε με την απαίτηση να ισχύουν οι δύο κανόνες του Kirchhoff.

4.2.1 Διέγερση και απόκριση κυκλώματος με ένα στοιχείο R, C ή L

Παρακάτω εξετάζεται η απόκριση τάσης και ρεύματος ωμικών αντιστάσεων, πυκνωτών και πηνίων όταν με κατάλληλη χρήση ενός διακόπτη Δ εφαρμόζεται σε καθένα απ' αυτά και σε μια ορισμένη χρονική στιγμή ένα δεδομένο σήμα τάσης ή ρεύματος.

4.2.1.1 Κύκλωμα με ιδανική ωμική αντίσταση R

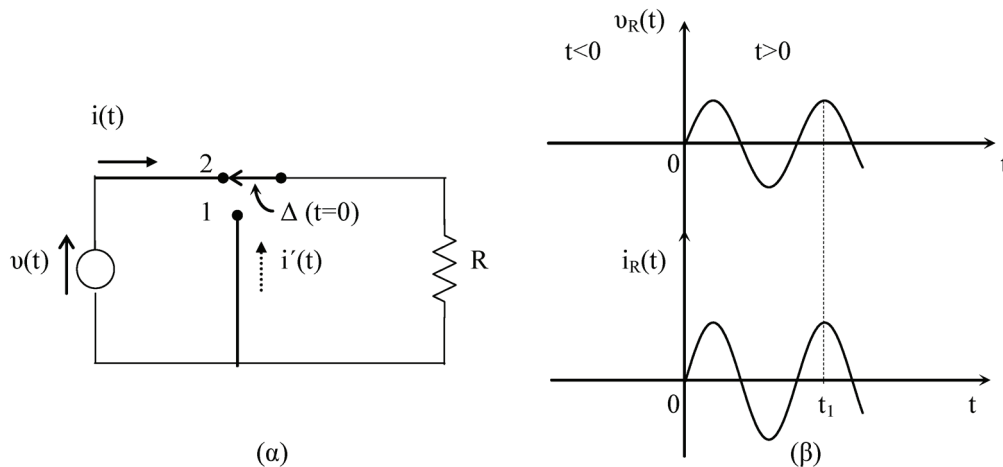
Στο κύκλωμα του σχήματος 4.1(α), ο διακόπτης Δ μετακινείται τη στιγμή $t=0$ από τη θέση 1 στη θέση 2, έτσι ώστε η τάση $v_R(t)$ στα άκρα της αντίστασης R να γίνει ίση με την τάση $v(t)$ της πηγής.

Στην περίπτωση αυτή, το ρεύμα $i_R(t)$ που θα διαρρέει την αντίσταση R, δίνεται από τη σχέση:

$$i_R(t) = \frac{v_R(t)}{R}$$

4.1)

που δείχνει ότι η τιμή του $i_R(t)$ σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή $t=t_1>0$ είναι ανεξάρτητη από την τιμή οποιουδήποτε ρεύματος $i'(t)$ μπορεί να διέρρει την ίδια αντίσταση R πριν το κλείσιμο του διακόπτη Δ¹, δηλ. για $t<0$, κι αυτό διότι στις ωμικές αντιστάσεις δεν υπάρχει αποθήκευση ενέργειας και, συνεπώς, δεν παρατηρούνται φαινόμενα «μνήμης». Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1(β), αν μια αντίσταση R έχει σταθερή τιμή και ανεξάρτητη του χρόνου, η κυματομορφή του ρεύματος $i_R(t)$ που τη διαρρέει θα είναι ίδια με την κυματομορφή της τάσης $v_R(t)$ στα άκρα της και μάλιστα χωρίς χρονική μετατόπιση ή, αλλιώς, στις ωμικές αντιστάσεις οι κυματομορφές των σημάτων διέγερσης και απόκρισης είναι ίδιες και χωρίς χρονική διαφορά μεταξύ τους.



Σχήμα 4.1. (α) Σύνδεση της πηγής τάσης $v(t)$ στην αντίσταση R μέσω του διακόπτη Δ τη στιγμή $t=0$ και (β) απεικόνιση των κυματομορφών τάσης και ρεύματος στην αντίσταση R.

4.2.1.2 Κύκλωμα με ιδανικό πυκνωτή C

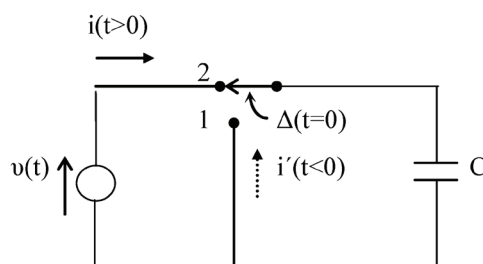
Έστω τώρα ότι στη θέση της αντίστασης στο κύκλωμα του σχήματος 4.1(α) υπάρχει ένας ιδανικός πυκνωτής με χωρητικότητα C. Εφόσον αυτός δεν εμφανίζει παρασιτική ωμική ή επαγωγική συμπεριφορά, τότε, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2, η μετακίνηση του διακόπτη Δ από τη θέση 1 στη θέση 2 τη χρονική στιγμή $t=0$, θα έχει ως αποτέλεσμα η τάση $v_C(t)$ στα άκρα του να γίνει ίση με την τάση της πηγής $v(t)$.

Έτσι, για $t>0$, η τιμή του ρεύματος $i_C(t)$ θα δίνεται από τη γνωστή σχέση:

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$

(4.2)

απ' όπου φαίνεται αμέσως ότι εξαρτάται από τις συνθήκες που επικρατούσαν στον πυκνωτή ακριβώς πριν τη μετακίνηση του διακόπτη τη στιγμή $t=0$, δηλ. από τις τιμές $v_C(0_-)$ της τάσης και $i'(0_-)$ του όποιου ρεύματος σ' αυτόν τη στιγμή $t=0_-$.



¹Βεβαίως, για όσο χρόνο ο διακόπτης παραμένει στη θέση 1 το ρεύμα $i'(t)$ στο συγκεκριμένο κύκλωμα θα είναι μηδενικό, δηλ. για $t<0 \rightarrow i'(t)=0$.

Σχήμα 4.2. Σύνδεση της πηγής τάσης $v(t)$ στον πυκνωτή C μέσω του διακόπτη Δ τη στιγμή $t=0$.

Πράγματι, αν υποθέσουμε ότι πριν από τη μετακίνηση του διακόπτη ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος – δηλ. ότι η τάση στα άκρα του είναι μηδέν – και ότι η μετακίνηση αυτή γίνεται «ακαριαία», τότε κατά τη στιγμή αυτή, δηλ. από $t=0_-$ μέχρι $t=0_+$, θα υπάρξει ένα άπειρης έντασης και μηδενικής διάρκειας (θετικό) ρεύμα i_0 , αποτέλεσμα του οποίου είναι η φόρτιση του πυκνωτή έτσι ώστε η τάση στα άκρα του από 0 να γίνει ίση με την τάση της πηγής.

Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3(α), αν η τιμή της πηγής τάσης είναι σταθερή και ίση προς V , θα ισχύουν οι σχέσεις:

- για $t < 0_-$: $i_C(t)=0$ και $v_C(t)=0$
- για $0_- \leq t \leq 0_+$:

$$\Delta q_0 = \int_{0_-}^{0_+} i_C dt = C \cdot [v_C(0_+) - v_C(0_-)] = C \cdot [V - 0] = C \cdot V$$

(4.3)

- για $t > 0_+$: $i_C(t)=0$ και $v_C(t)=V$

όπου Δq_0 είναι η μεταβολή του φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή λόγω της φόρτισής του στην τάση V .

Με τον ίδιο τρόπο, αν τη χρονική στιγμή $t=\tau$ ο διακόπτης επανέλθει στη θέση 1, τότε η τάση στα άκρα του πυκνωτή θα γίνει και πάλι μηδέν, δηλ. θα εκφορτιστεί, και οι αντίστοιχες σχέσεις θα είναι:

- για $t < \tau_-$: $i_C(t)=0$ και $v_C(t)=V$
- για $\tau_- \leq t \leq \tau_+$:

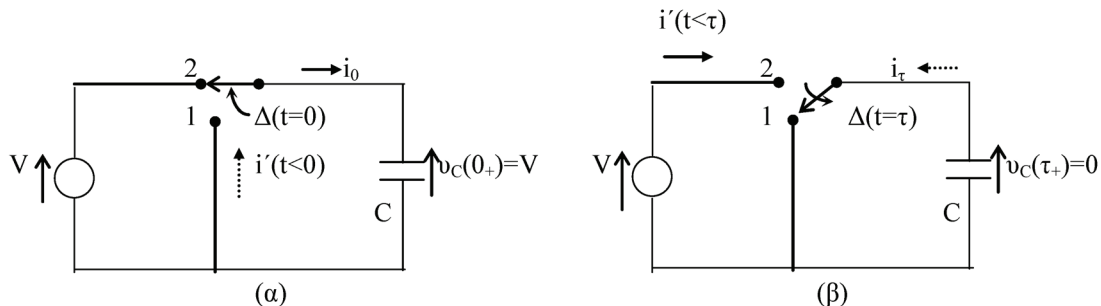
$$\Delta q_\tau = \int_{\tau_-}^{\tau_+} i_C dt = C \cdot [v_C(\tau_+) - v_C(\tau_-)] = C \cdot [0 - V] = -C \cdot V$$

(4.4)

- για $t > \tau_+$: $i_C(t)=0$ και $v_C(t)=0$

όπου, εδώ, με Δq_τ παριστάνεται η μεταβολή του φορτίου του πυκνωτή κατά την εκφόρτισή του τη στιγμή $t=\tau$.

Η μεταβολή αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3(β), προκαλείται από ένα ρεύμα εκφόρτισης, i_τ , η τιμή του οποίου εξαρτάται προφανώς από το ρεύμα $i'(t < \tau_-)$ που διέρρεε το κύκλωμα πριν την επαναφορά του διακόπτη στη θέση 1.



Σχήμα 4.3. (α) Μετακίνηση του διακόπτη Δ ($1 \rightarrow 2$) τη στιγμή $t=0$ και φόρτιση του πυκνωτή C στην τάση $v(t)=V$ της πηγής τάσης και (β) εκφόρτισή του με την επαναφορά του διακόπτη στην αρχική του θέση ($2 \rightarrow 1$) τη στιγμή $t=\tau$.

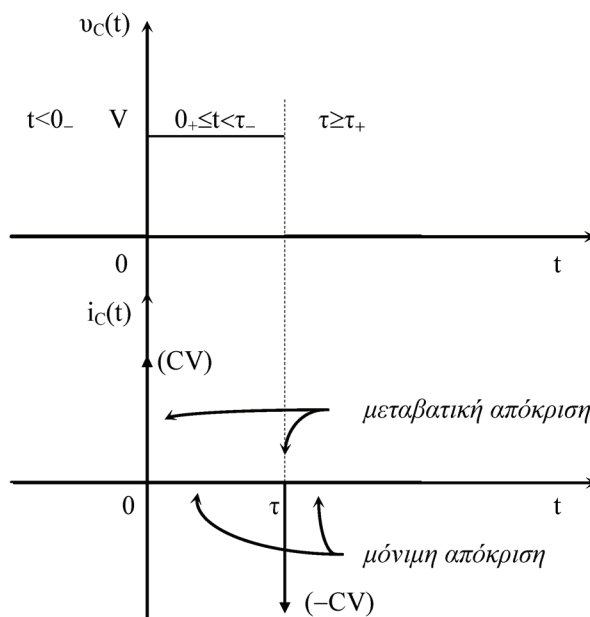
Εξετάζοντας τώρα λεπτομερέστερα τις σχέσεις (4.3) και (4.4), αλλά και ολόκληρη τη διαδικασία που οδηγεί στη διατύπωσή τους, μπορούν να σημειωθούν τα εξής:

- Πρώτον, στην περίπτωση φόρτισης και εκφόρτισης του πυκνωτή C του σχήματος 4.3, είναι φανερό ότι τα ρεύματα φόρτισης i_0 και εκφόρτισης i_τ κατά τις αντίστοιχες στιγμές αλλαγής θέσης του διακόπτη Δ θα έχουν τη μορφή ισοδύναμων αλλά αντίθετης φοράς κρουστικών παλμών.
- Δεύτερον, κάθε ένας από αυτούς τους παλμούς ρεύματος αποτελεί την απόκριση του πυκνωτή – άρα και του κυκλώματος - στη διέγερση που δέχεται με την αλλαγή της τάσης στα άκρα του κατά την αντίστοιχη μετακίνηση του διακόπτη, το πλάτος² τους δε εξαρτάται και από τις αρχικές συνθήκες τάσης και ρεύματος στον πυκνωτή.

Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.4, οι κυματομορφές της τάσης στα άκρα του πυκνωτή και του ρεύματος κατά τη φόρτιση ($t=0$) και εκφόρτισή του ($t=\tau$), δηλ. οι κρουστικοί παλμοί i_0 και i_τ που συμβολίζονται αντίστοιχα ως (CV) και $(-CV)$, δείχνουν ότι η απόκριση του πυκνωτή αποτελείται από δύο τμήματα:

² Σημειώνεται ότι σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.3.6.2 οι τιμές (CV) και $(-CV)$ για τις μεταβολές φορτίου Δq_0 και Δq_τ , όπως προκύπτουν από τις σχέσεις (4.3) και (4.4), αποτελούν τιμές «εμβαδού» των αντίστοιχων κρουστικών παλμών ρεύματος i_0 και i_τ .

- το πρώτο, ονομάζεται μεταβατική απόκριση και σχετίζεται με την αλλαγή της κατάστασης στα άκρα του πυκνωτή και τη διάρκειά της, δηλ. το διάστημα φόρτισης ή εκφόρτισης του, ενώ
- το δεύτερο, ονομάζεται μόνιμη απόκριση και αναφέρεται στην κατάσταση τάσης ή ρεύματος του πυκνωτή όταν η όποια αλλαγή της έχει πλέον ολοκληρωθεί.



Σχήμα 4.4. Κυματομορφές τάσης και ρεύματος κατά τη φόρτιση και εκφόρτιση του πυκνωτή C στο σχήμα 4.3.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι αν και κατά τη φόρτιση του πυκνωτή C η παρεχόμενη από την πηγή τάσης ενέργεια, $W_{\text{παρ}}$, είναι ίση προς :

$$W_{\text{παρ}} = V \cdot \Delta q_0 = C \cdot V^2 \quad (4.5)$$

εντούτοις, είναι γνωστό ότι η ενέργεια που βρίσκεται αποθηκευμένη στον πυκνωτή μετά τη φόρτισή του είναι ίση προς, [σχέση (1.16)] :

$$W_{\text{αποθ}} = \frac{1}{2} C V^2 \quad (4.6)$$

Υπάρχει, δηλαδή, μια διαφορά ενέργειας ίση προς το μισό της ενέργειας που παρέχεται από την πηγή για τη φόρτιση, καθώς η ενέργεια $W_{\text{αποθ}}$, που αποδίδεται πλέον κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή, θα είναι ίση προς την αποθηκευμένη $W_{\text{αποθ}}$. Η διαφορά αυτή θα εξηγηθεί σε επόμενη παράγραφο.

Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση κατά την οποία, αναφερόμενοι στο κύκλωμα του σχήματος 4.2, ο πυκνωτής C είναι αρχικά αφορτιστος και η τάση της πηγής έχει ημιτονική μορφή, δηλ. $v(t) = V \sin(\omega t + \theta)$.

Πράγματι, αν θεωρήσουμε ότι ο πυκνωτής συνδέεται στην πηγή αυτή μέσω του διακόπτη Δ κατά τη χρονική στιγμή $t = t_0$, τότε, παραβλέποντας τη μεταβατική κατάσταση και μετά την πάροδο ενός ικανού χρονικού διαστήματος $(t_1 - t_0)$, το ρεύμα στο κύκλωμα – και συνεπώς στον πυκνωτή – θα είναι, σύμφωνα με τη σχέση (4.2):

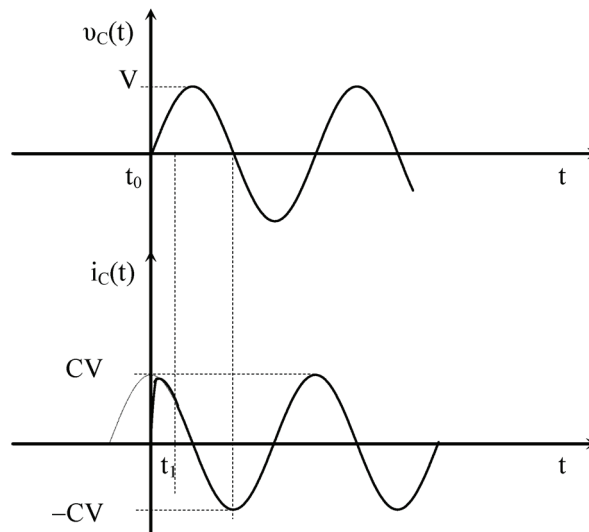
$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = C \cdot V \cos(\omega t + \theta) \quad (4.7)$$

Η σχέση (4.7) είναι η έκφραση της μόνιμης απόκρισης ρεύματος του πυκνωτή στη διέγερσή του από το ημιτονικό σήμα τάσης $v_C(t) = v(t)$ και δείχνει ότι η κυματομορφή του ρεύματος παραμένει ημιτονική, δηλ. ίδια με αυτήν της τάσης, ενώ εμφανίζεται μια χρονική διαφορά που καταγράφεται ως διαφορά φάσης ίση προς $\pi/2$ (90°) με την οποία το σήμα ρεύματος προηγείται του αντίστοιχου σήματος τάσης.

Αυτό φαίνεται καθαρά στο σχήμα 4.5, όπου μετά την αλλαγή της κατάστασης στον πυκνωτή τη στιγμή $t = t_0$, η μόνιμη απόκριση ως προς το ρεύμα που τον διαρρέει [σχέση (4.7)] είναι ένα συνημιτονικό σήμα με πλάτος $C \cdot V$, δηλ. προηγείται του αντίστοιχου σήματος τάσης κατά 90° , ενώ σε ότι αφορά τη μεταβατική απόκρισή του, δηλ. το διάστημα από t_0 έως π.χ. t_1 , η κυματομορφή του ρεύματος εμφανίζεται παραμορφωμένη³, γεγονός που οφείλεται στις αρχικές συνθήκες καθώς αυτή θα αποτελεί την «περιβάλλουσα» μια σειράς κρουστικών παλμών ρεύματος i_t με «πλάτος» ίσο προς $[C \cdot v(\tau)]$

³ Εδώ ενδιαφέρει μόνο η επισήμανση του φαινομένου και όχι η μαθηματική περιγραφή του.

όπου $\tau \in [t_0, t_1]$.



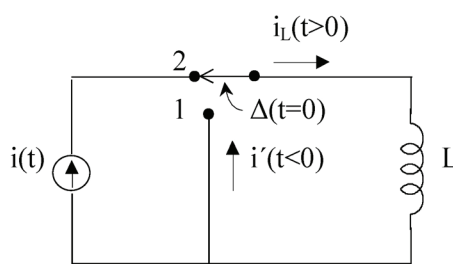
Σχήμα 4.5. Κυματομορφές τάσης και ρεύματος κατά την ημιτονική διέγερση ενός πυκνωτή C.

4.2.1.3 Κύκλωμα με ιδανικό πηνίο L

Στο κύκλωμα του σχήματος 4.6, ο διακόπτης Δ μετακινείται «ακαριαία» τη στιγμή $t=0$ από τη θέση 1 στη θέση 2, οπότε το ιδανικό πηνίο με αυτεπαγωγή L θα διαρρέεται πλέον από ένα ρεύμα $i_L(t)$ ίσο προς το ρεύμα της πηγής $i(t)$, ενώ στα άκρα του θα αναπτυχθεί τάση $v_L(t)$, με τιμή που για $t>0$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (4.8)$$

Όπως είναι φανερό, η τιμή αυτής της τάσης εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες στο πηνίο, δηλ. από τις τιμές τάσης και έντασης στο πηνίο τη στιγμή $t=0_-$. Έτσι, αν υποθέσουμε – όπως και στην περίπτωση του πυκνωτή – ότι πριν από τη μετακίνηση του διακόπτη το ρεύμα $i'(t)$ που διέρρεε το πηνίο ήταν μηδέν, τότε κατά τη στιγμή της αλλαγής θέσης του διακόπτη, δηλ. από $t=0_-$ μέχρι $t=0_+$, θα υπάρξει ένας κρουστικός παλμός τάσης v_0 , αποτέλεσμα του οποίου θα είναι η εμφάνιση του νέου ρεύματος $i_L(t)$.



Σχήμα 4.6. Σύνδεση της πηγής ρεύματος $i(t)$ στο πηνίο L μέσω του διακόπτη Δ τη στιγμή $t=0$.

Επομένως, στην περίπτωση που η πηγή ρεύματος δίνει σταθερό ρεύμα $i(t)=I$, θα ισχύουν οι σχέσεις:

- για $t < 0_-$: $i_L(t)=0$ και $v_L(t)=0$
- για $0_- \leq t \leq 0_+$:

$$\int_{0_-}^{0_+} v_0 dt = L \cdot [i_L(0_+) - i_L(0_-)] = L \cdot [I - 0] = L \cdot I$$

- για $t > 0_+$: $i_L(t)=I$ και $v_L(t)=0$

Αντιστοίχως, τη χρονική στιγμή $t=\tau$ κατά την οποία ο διακόπτης επανέρχεται στη θέση 1, το ρεύμα στο πηνίο θα μηδενίζεται και, ταυτόχρονα, εμφανίζεται ένας ίδιος κρουστικός παλμός τάσης v_τ με αντίθετη φορά, σύμφωνα με τις

(4.9)

σχέσεις:

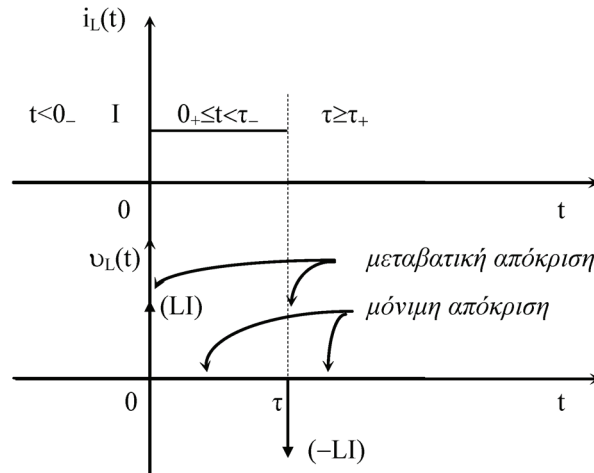
- για $t < \tau_-$: $i_L(t) = I$ και $v_L(t) = 0$
- για $\tau_- \leq t \leq \tau_+$:

$$\int_{\tau_-}^{\tau_+} v_\tau dt = L \cdot [i_L(\tau_+) - i_L(\tau_-)] = L \cdot [0 - I] = -L \cdot I$$

(4.10)

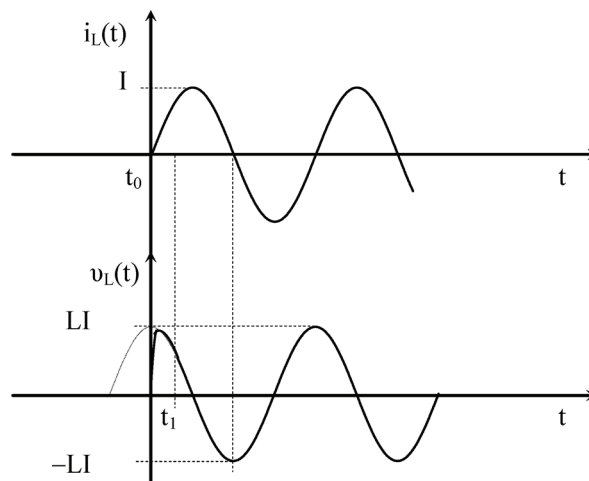
- για $t > \tau_+$: $i_L(t) = 0$ και $v_L(t) = 0$

Στο σχήμα 4.7 δίνονται οι κυματομορφές τάσης και ρεύματος στο πηνίο κατά τη διπλή μετακίνηση του διακόπτη τις στιγμές $t=0$ και $t=\tau$, οι οποίες αναδεικνύουν τον δυϊσμό τάσης – ρεύματος που ισχύει μεταξύ πυκνωτών και πηνίων, ενώ είναι ευνόητο ότι εμφανίζεται και πάλι η διαφορά μεταξύ της παρεχόμενης από την πηγή ρεύματος ενέργειας, που είναι $W_{\text{παρ}} = L \cdot I^2$, και της αποθηκευόμενης στο πηνίο ενέργειας [σχέση (1.31)] που είναι $W_{\text{αποθ}} = (1/2) L \cdot I^2$.



Σχήμα 4.7. Κυματομορφές τάσης και ρεύματος στο πηνίο L του σχήματος 4.6 τις στιγμές $t=0$ και $t=\tau$ όταν $i(t)=I$.

Με παρόμοια διαδικασία όπως και για τον ιδανικό πυκνωτή C , προκύπτει ότι όταν η πηγή παρέχει ημιτονικό ρεύμα $i(t) = I \sin(\omega t + \theta)$, η μόνιμη απόκριση τάσης στο πηνίο L θα έχει την μορφή $v_L(t) = L \cdot I \cos(\omega t + \theta)$, δηλ. όπως φαίνεται στο σχήμα 4.8, θα είναι ημιτονική και θα προηγείται του ρεύματος κατά 90° , ενώ αντίστοιχη θα είναι και η παραμόρφωση που παρατηρείται στο διάστημα (t_0, t_1) της μεταβατικής απόκρισης.



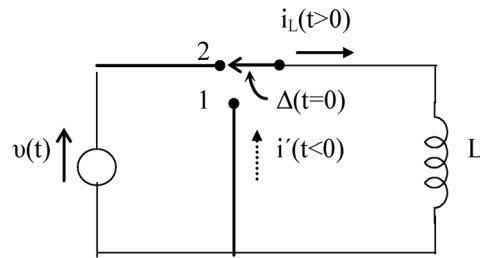
Σχήμα 4.8. Κυματομορφές τάσης και ρεύματος κατά την ημιτονική διέγερση ρεύματος ενός ιδανικού πηνίου L .

Συμπληρώνοντας τη μελέτη της συμπεριφοράς ενός ιδανικού πηνίου, ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση κατά την οποία στο κύκλωμα του σχήματος 4.6 η διέγερση προέρχεται από μια πηγή τάσης $v(t)$ και όχι από την πηγή ρεύματος $i(t)$. Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.9, το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο L μετά τη μετακίνηση του διακόπτη Δ τη στιγμή $t=0$, δηλ. για $t > 0$, βρίσκεται από τη σχέση (4.8) και είναι:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int v(t) dt + k$$

(4.11)

όπου η σταθερά k έχει διαστάσεις ρεύματος και ο προσδιορισμός της ολοκληρώνει την εύρεση της απόκρισης του πηνίου – άρα και του κυκλώματος – καθώς εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες σ' αυτό.



Σχήμα 4.9. Σύνδεση της πηγής τάσης $v(t)$ στο πηνίο L μέσω του διακόπτη Δ τη στιγμή $t=0$.

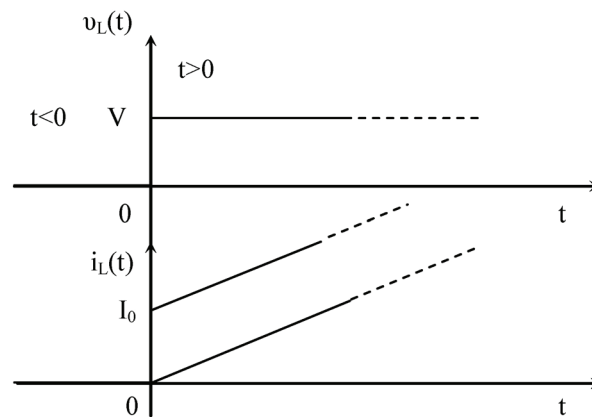
Έτσι, αν η πηγή παρέχει σταθερή τάση $v(t)=V$ και θεωρήσουμε ότι $i_L(0)=0$ και $v_L(0)=0$, η τιμή του ρεύματος, που προκύπτει από τη σχέση (4.11) για $t>0$, θα είναι:

$$i_L(t) = \frac{V}{L} \cdot t \quad (4.12)$$

στην οποία θεωρείται ότι $k=0$ λόγω των συγκεκριμένων αρχικών συνθηκών, ενώ αν υποτεθεί ότι $i_L(0)=I_0$, τότε $k=I_0$ και η σχέση (4.12) παίρνει τη μορφή:

$$i_L(t) = I_0 + \frac{V}{L} \cdot t \quad (4.13)$$

Επομένως, με την αρχική υπόθεση ότι το πηνίο είναι ιδανικό (δηλ. με μηδενική ωμική ή χωρητική συμπεριφορά), η τάση στα άκρα του θα εμφανίζεται ίση προς την σταθερή τιμή της τάσης της πηγής υπό τον όρο ότι το ρεύμα $i_L(t)$ θα αυξάνει συνεχώς με το χρόνο⁴, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.10.



Σχήμα 4.10. Μεταβολή του ρεύματος σε ιδανικό πηνίο L , στα άκρα του οποίου τη στιγμή $t=0$ εφαρμόζεται σταθερή τιμή τάσης $v_L(t)=V$, για $i_L(0)=0$ και $i_L(0)=I_0$.

Αν τώρα υποτεθεί ότι η τάση της πηγής είναι ημιτονική, δηλ. $v(t)=V\sin(\omega t+\theta)$, και ακόμα ότι $i_L(0)=0$ και $v_L(0)=0$, η τιμή του ρεύματος, που προκύπτει από τη σχέση (4.11) για $t>0$, θα είναι:

$$i_L(t) = -\frac{V}{\omega L} \cdot \cos(\omega t + \theta) + k \quad (4.14)$$

όπου, επειδή $i_L(0)=0$, η σταθερά k θα είναι ίση προς:

$$k = \frac{V}{\omega L} \cdot \cos\theta \quad (4.15)$$

Αντιστοίχως, αν $i_L(0)=I_0$, η σταθερά k θα είναι ίση προς:

⁴ Η περίπτωση αυτή αποτελεί το ακριβές ανάλογο της τάσης στα άκρα ιδανικού πυκνωτή ο οποίος φορτίζεται από πηγή ρεύματος σταθερής τιμής.

$$k = I_0 + \frac{V}{\omega L} \cdot \cos\theta$$

ενώ, αν η μετακίνηση του διακόπτη γίνει τη στιγμή $t=t_0$ και $i(t_0)=I_0$, παίρνει τη μορφή:

$$k_{t_0} = I_0 + \frac{V}{\omega L} \cdot \cos(\omega t_0 + \theta)$$

(4.16)

σχέση που δείχνει ότι η σταθερά k εκφράζει το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο L τη στιγμή της μετακίνησης του διακόπτη και, μάλιστα, αν η τάση της πηγής εξαρτάται από τη στιγμή αυτή, τότε και η τιμή της k θα εξαρτάται από την τάση αυτή.

4.2.1.4 Παρατηρήσεις

Αξιολογώντας τα όσα αναφέρθηκαν μέχρι εδώ, προκύπτει αμέσως ότι η διέγερση ενός κυκλώματος ισοδυναμεί με αλλαγή της κατάστασης κάθε στοιχείου του. Προφανώς, κάθε τέτοια αλλαγή οδηγεί στη διαμόρφωση νέων συνθηκών στο κύκλωμα και τα στοιχεία του για την αποκατάσταση των οποίων, επειδή, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 1, δεν μπορούν να υπάρξουν ακαριαίες μεταβολές της τάσης ή του ρεύματος στα μη ωμικά στοιχεία του, απαιτείται η παρέλευση ενός ορισμένου χρονικού διαστήματος που λέγεται χρόνος αποκατάστασης t_s (βλέπε και § 2.3.2).

Πράγματι, σε αντίθεση με τις αντιστάσεις στις οποίες κάθε αλλαγή της τάσης ή του ρεύματος συνοδεύεται ταυτόχρονα από αντίστοιχη αλλαγή του ρεύματος ή της τάσης [σχέση (4.1)], στους μεν πυκνωτές δεν μπορεί να υπάρξει ακαριαία μεταβολή της τάσης στα άκρα τους, στα δε πηνία δεν μπορεί να υπάρξει ακαριαία μεταβολή στο ρεύμα που τα διαρρέει. Επομένως, ο χρόνος αποκατάστασης ενός κυκλώματος σε μια διέγερσή του εξαρτάται τόσο από το είδος των στοιχείων του, όσο και από τις αρχικές συνθήκες τάσης ή ρεύματος σ' αυτά πριν την διέγερση, οπότε και ο προσδιορισμός τάσεων ή ρευμάτων στο διάστημα αυτό οδηγεί στην εύρεση της μεταβατικής απόκρισης του κυκλώματος στη συγκεκριμένη διέγερση. Με την παρέλευση του μεταβατικού αυτού χρονικού διαστήματος, το κύκλωμα βρίσκεται πλέον σε μια νέα κατάσταση «ισορροπίας», που χαρακτηρίζεται ως μόνιμη (μέχρι την επόμενη αλλαγή της) και εξαρτάται από τις τελικές συνθήκες, που διαμορφώθηκαν στα στοιχεία του. Στην κατάσταση αυτή, οι τάσεις ή τα ρεύματα, που προσδιορίζονται, αποτελούν τη μόνιμη απόκριση του συγκεκριμένου κυκλώματος. Συνεπώς και ανάλογα με τις θεωρούμενες συνθήκες, οι σχέσεις (4.2) και (4.8) ορίζουν αντίστοιχως την αλληλεξάρτηση τάσης-ρεύματος στους πυκνωτές και τα πηνία τόσο κατά τη μεταβατική, όσο και κατά τη μόνιμη κατάστασή τους.

Εξετάζοντας, τώρα, την περίπτωση του σχήματος 4.3(α) όπου ο αφορτιστος πυκνωτής C συνδέεται μέσω του διακόπτη Δ στα άκρα της πηγής τάσης $u(t)=V$, οι σχέσεις (4.3) περιγράφουν προφανώς μια «ανώμαλη» κατάσταση. Πράγματι, ο κανόνας των τάσεων του Kirchhoff απαιτεί η τάση στα άκρα του πυκνωτή C τη στιγμή $t=0$ να γίνει ίση με την τάση της πηγής, παρότι αυτός είναι ακόμα αφορτιστος και η τάση στα άκρα του είναι μηδέν, δηλ. αποτελεί βραχυκύκλωμα. Το αντίστοιχο ισχύει και για το ρεύμα $i_L(0)$ στο πηνίο L του σχήματος 4.6, το οποίο τη στιγμή $t=0$ της σύνδεσής του στην πηγή ρεύματος $i(t)=I$, συμπεριφέρεται ως ανοικτό κύκλωμα, δηλ. $i_L(0)=0$. Με την ίδια λογική, τη στιγμή $t=\tau$, ο μεν φορτισμένος πυκνωτής του σχήματος 4.3(β) θα συμπεριφέρεται ως πηγή τάσης V , το δε πηνίο του σχήματος 4.6, ως πηγή ρεύματος I .

Άρα, η διατύπωση σύμφωνα με τους κανόνες του Kirchhoff των σχέσεων (4.3), (4.4) για τον πυκνωτή και (4.9), (4.10) για το πηνίο δείχνει ότι, κατ' εξαίρεση και θεωρητικώς⁵, είναι δυνατή η ακαριαία μεταβολή της τάσης στους πυκνωτές και, αντίστοιχως, του ρεύματος στα πηνία, αρκεί γι αυτό να υπάρξει ένας κατάλληλης πολικότητας κρουστικός παλμός ρεύματος ή τάσης. Όπως είδαμε, το αποτέλεσμα τέτοιων παλμών είναι η μεταβολή κατά Δq του φορτίου του πυκνωτή και η μεταβολή της μαγνητικής ροής⁶ κατά $\Delta \varphi$ στο πηνίο.

Συνοψίζοντας λοιπόν τα παραπάνω, συμπεραίνεται ότι τόσο η μεταβατική, όσο και η μόνιμη απόκριση ενός κυκλώματος (ή των στοιχείων στα αντίστοιχα άκρα του) σε μια οποιαδήποτε διέγερσή του, αποτελούν μέρος της συνολικής απόκρισής του στο πεδίο του χρόνου, και μάλιστα:

- η μεν μεταβατική απόκρισή του θα εξαρτάται, κατ' αρχήν, από τις αρχικές συνθήκες τάσης και ρεύματος σ' αυτό αλλά και από τα ιδιαίτερα μεταβατικά χαρακτηριστικά του σήματος διέγερσης,
- η δε μόνιμη απόκριση εξαρτάται, αντίστοιχα, από τις τελικές συνθήκες στα στοιχεία του καθώς και τα μόνιμα χαρακτηριστικά του σήματος διέγερσης⁷

Ακριβώς για το λόγο αυτό, η μελέτη της μεταβατικής αλλά και της μόνιμης απόκρισης στοιχείων και κυκλωμάτων

⁵ Βεβαίως, στην πράξη η παρουσία στα αντίστοιχα κυκλώματα είτε της – έστω και μικρής – ωμικής αντίστασης των αγωγών και της παρασιτικής ωμικής συμπεριφοράς πυκνωτών και πηνίων, είτε μιας πραγματικής αντίστασης R , θα έχει ως αποτέλεσμα την εξομάλυνση της κατάστασης καθώς, όπως θα δούμε παρακάτω, το «μεταβατικό» ρεύμα ή η «μεταβατική» τάση θα έχουν πλέον πεπερασμένη τιμή που καθορίζεται από την τιμή της αντίστασης αυτής.

⁶ Βλέπε σχέσεις (1.28) και (1.30) στην παράγραφο 1.5.4.

⁷ Θεωρητικώς, η μελέτη της μόνιμης απόκρισης ενός κυκλώματος ή στοιχείου καθώς και των μόνιμων χαρακτηριστικών ενός σήματος μπορεί να γίνει μόνο μετά την πάροδο χρόνου $t \rightarrow \infty$.

διευκολύνεται και *πάλι*⁸ με τη χρήση των ισοδύναμων μορφών των διαφόρων ηλεκτρικών στοιχείων για συγκεκριμένες αρχικές και τελικές συνθήκες, όπως φαίνονται στους Πίνακες 4.1 και 4.2.

Τέλος, σε ότι αφορά τη φυσική των φαινομένων πρέπει να σημειωθεί ότι, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 1.3.3, το ρεύμα που διαρρέει ένα πυκνωτή και προσδιορίζεται από τη σχέση (4.2), δεν μπορεί να είναι, ρεύμα αγωγιμότητας. Πράγματι, τα φορτία που συσσωρεύονται στους οπλισμούς ενός πυκνωτή αντισταθμίζονται από επιφανειακά φορτία στο διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών του, τα οποία είναι δέσμια φορτία. Επομένως, το ρεύμα που όντως διαρρέει εσωτερικά ένα πυκνωτή είτε κατά τη φόρτιση ή εκφόρτισή του, είτε όταν στα άκρα του εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση, είναι ουσιαστικά ρεύμα μετατόπισης^{9,10}.

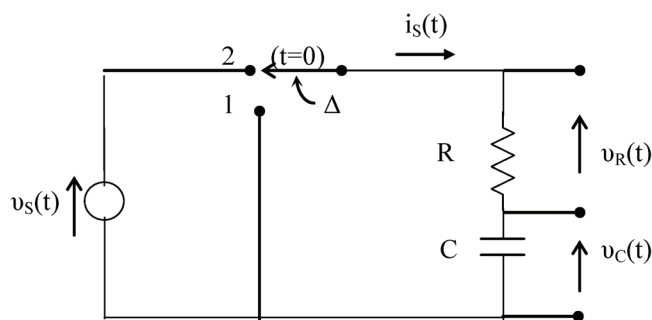
Έτσι, με την απουσία των συνθηκών δημιουργίας ρεύματος μετατόπισης εξηγείται το γιατί ένας πυκνωτής με ανοικτά τα άκρα του παραμένει φορτισμένος, καθώς και γιατί δεν μπορεί να υπάρξει ροή συνεχούς και σταθερής τιμής ρεύματος σ' ένα πυκνωτή στα άκρα του οποίου η τάση διατηρείται σταθερή¹¹. Αντιστοίχως, η αλληλεξάρτηση μεταξύ μεταβαλλόμενων ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων, που διασφαλίζεται με τη θεώρηση των ρευμάτων μετατόπισης, ερμηνεύει και το φαινόμενο της εμφάνισης διαφοράς δυναμικού μεταξύ των άκρων ενός πηνίου μόνον όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα μεταβαλλόμενης τιμής.

4.2.2 Μελέτη απλού κυκλώματος αντίστασης – πυκνωτή σε σειρά

Όπως είδαμε στις προηγούμενες παραγράφους, ο προσδιορισμός της μεταβατικής απόκρισης πυκνωτών και πηνίων υπό την προϋπόθεση της ισχύος των δύο κανόνων του Kirchhoff έδειξε ότι με τη θεώρηση των αντίστοιχων κρουστικών παλμών ρεύματος και τάσης είναι δυνατή η ακαριαία μεταβολή είτε της τάσης στα άκρα ενός ιδανικού πυκνωτή, είτε του ρεύματος που διαρρέει ένα ιδανικό πηνίο. Διαπιστώθηκε, επίσης, η εξάρτηση της μεταβατικής απόκρισης πυκνωτών και πηνίων από τις αρχικές συνθήκες τάσης-ρεύματος σ' αυτά, καθώς και ότι η μόνιμη απόκρισή τους στην περίπτωση ημιτονικών διεγέρσεων - ακριβώς λόγω της βασικής τους ιδιότητας να αποθηκεύουν ενέργεια και, βεβαίως, της ίδιας της διαδικασίας μεταφοράς και αποθήκευσής της – έχει την ίδια μορφή, δηλ. ημιτονική, αλλά χρονικώς μετατοπισμένη.

Ως εφαρμογή των παραπάνω, στην παράγραφο αυτή μελετάται η απόκριση ενός απλού κυκλώματος αντίστασης-πυκνωτή (RC) σε σειρά, όπως αυτό του σχήματος 4.11, στην είσοδο του οποίου εφαρμόζονται χαρακτηριστικά σήματα τάσης. Η απόκριση αυτή αναφέρεται, κατ' αρχήν, στις κυματομορφές τάσης στα άκρα τόσο του πυκνωτή, όσο και της αντίστασης, όταν το σήμα τάσης $v_s(t)$, που εφαρμόζεται σε μια συγκεκριμένη στιγμή, είναι είτε μια DC τάση V , είτε μια AC τάση ημιτονικής μορφής.

Σημειώνεται ότι, με παρόμοιο τρόπο μπορούν να προσδιοριστούν και οι αντίστοιχες κυματομορφές ρεύματος όταν εφαρμόζονται σήματα έντασης ρεύματος, καθώς επίσης και ότι, με βάση τα όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως¹² και, κυρίως, με τον δυϊσμό τάσης/πυκνωτή και ρεύματος/πηνίου, με ανάλογο τρόπο μελετάται και η απόκριση ενός κυκλώματος αντίστασης-πηνίου (RL) σε σειρά, με αντίστοιχα αποτελέσματα. Τέλος, κυκλώματα αντίστασης σε παράλληλη σύνδεση με πυκνωτή ή πηνίο αποτελούν περιπτώσεις που επιλύονται με απλή χρήση των γνωστών πλέον σχέσεων και νόμων.



8 Όπως και στις περιπτώσεις που είδαμε στο Κεφάλαιο 3 και, ειδικότερα, στον Πίνακα 3.1.

9 Η εισαγωγή της έννοιας του ρεύματος μετατόπισης αποτελεί συνέπεια της ενοποίησης των ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων και, ειδικότερα, της επέκτασης των νόμων των στατικών πεδίων και για περιπτώσεις χρονικώς μεταβαλλόμενων πεδίων, οπότε και επιτυγχάνεται η συσχέτιση φαινομένων που οφείλονται στην ύπαρξη και κίνηση ηλεκτρικών φορτίων χωρίς να παραβιάζεται η αρχή της συνέχειας και διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.

10 Είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσει κανείς ότι το συνολικό ρεύμα μετατόπισης που εμφανίζεται μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή στα άκρα του οποίου εφαρμόζεται μια τάση της μορφής $v_c(t) = V \sin(\omega t + \theta)$ και ο οποίος αποτελείται π.χ. από δύο παράλληλες επιφάνειες εμβαδού S σε απόσταση d ή μια από την άλλη, υπολογίζεται από τη σχέση $i_\mu(t) = \epsilon_0 S (\partial E / \partial t)$ όπου $E = v_c / d$ είναι η ένταση του πεδίου εντός του πυκνωτή. Έτσι ισχύει ότι: $i_\mu(t) = \omega (\epsilon_0 S / d) V \cos(\omega t + \theta)$ ή, αλλιώς: $i_\mu(t) = \omega C V \cos(\omega t + \theta)$, σχέση που δείχνει ότι η τιμή του ρεύματος μετατόπισης ταυτίζεται με την τιμή του ρεύματος που προσδιορίζεται από τη σχέση (4.2) και αποτελεί το ρεύμα αγωγιμότητας στο κύκλωμα του πυκνωτή.

11 Βλέπε Πίνακα 3.1. περί DC και AC ισοδύναμης συμπεριφοράς πυκνωτών και πηνίων.

12 Αναφερόμαστε ουσιαστικά στην πρώτη υποσημείωση της παραγράφου 4.2.1.4 κατά την οποία η παρουσία ωμικής αντίστασης οδηγεί στην εξομάλυνση των μεταβατικών ρευμάτων και τάσεων σε πυκνωτές και πηνία, αντιστοίχως.

Σχήμα 4.11. Απλό κύκλωμα αντίστασης – πυκνωτή σε σειρά για τη μελέτη της μεταβατικής και μόνιμης απόκρισής του στα άκρα είτε της αντίστασης, είτε του πυκνωτή.

4.2.2.1 Προσδιορισμός σχέσεων μεταξύ των τάσεων και των ρευμάτων

Για την εύρεση της τάσης στα άκρα είτε της αντίστασης R , είτε του πυκνωτή C στο κύκλωμα του σχήματος 4.11, είναι απαραίτητο να προσδιορισθούν οι γενικές εκφράσεις για τις τάσεις και τα ρεύματα στα στοιχεία του κυκλώματος σύμφωνα με τους νόμους του Kirchhoff.

Πράγματι, θεωρώντας αρχικά τον πυκνωτή C αφόρτιστο, η τάση και το ρεύμα στον πυκνωτή και την αντίσταση θα είναι μηδέν για όσο χρόνο ο διακόπτης Δ βρίσκεται στη θέση 1, καθώς η πηγή τάσης $v_s(t)$ θα είναι ουσιαστικά εκτός κυκλώματος, δηλ.,

$$v_R(t) + v_C(t) = 0 \quad (4.17)$$

οπότε, εφόσον $v_C(t) = 0$, θα είναι και $v_R(t) = 0$.

Όταν ο διακόπτης βρεθεί στη θέση 2, η πηγή τάσης $v_s(t)$ συνδέεται στο κύκλωμα οπότε η συνολική τάση στα άκρα των συνδεδεμένων σε σειρά στοιχείων, δηλ. της αντίστασης και του πυκνωτή, θα είναι ίση προς την τάση της πηγής, ενώ τα στοιχεία αυτά θα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα $i_s(t)$. Επομένως, στην περίπτωση αυτή, θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$v_R(t) + v_C(t) = v_s(t) \quad (4.18)$$

και

$$i_R(t) = i_C(t) = i_s(t) \quad (4.19)$$

οπότε, με εφαρμογή του κανόνα των τάσεων του Kirchhoff και χρησιμοποιώντας τις γενικές σχέσεις (4.1) και (4.2), προκύπτει εύκολα ότι οι τάσεις $v_R(t)$ και $v_C(t)$ στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή, αντίστοιχα, θα δίνονται από τις εξισώσεις:

$$RC \frac{dv_R(t)}{dt} + v_R(t) = RC \frac{dv_s(t)}{dt} \quad (4.20)$$

και

$$RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = v_s(t) \quad (4.21)$$

η διαφορική μορφή των οποίων είναι το προφανές αποτέλεσμα της παρουσίας του πυκνωτή C στο κύκλωμα.

Συνεπώς, με δεδομένη τη μορφή των γενικών σχέσεων τάσης-ρεύματος στους πυκνωτές και τα πηνία, και λαμβάνοντας υπόψη την ισοδύναμη μορφή τους κατά τη στατική (DC) λειτουργία τους (βλ. Πίνακα 4.2), ο προσδιορισμός των τάσεων ή ρευμάτων κατά τη δυναμική (AC) λειτουργία κυκλωμάτων με πυκνωτές και πηνία θα γίνεται με τη βοήθεια διαφορικών εξισώσεων, η τάξη και το είδος των οποίων εξαρτάται από τα συγκεκριμένα κάθε φορά χαρακτηριστικά τους. Για παράδειγμα, η λειτουργία γραμμικών κυκλωμάτων θα περιγράφεται από γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, ενώ αν σ' ένα βρόχο κυκλώματος εκτός ωμικών αντιστάσεων υπάρχουν μόνο πυκνωτές ή μόνο πηνία, οι αντίστοιχες διαφορικές εξισώσεις θα είναι 1^{ης} τάξης.

Έτσι, οι εξισώσεις (4.20) και (4.21), που περιγράφουν γενικώς τη λειτουργία του κυκλώματος του σχήματος 4.11, είναι γραμμικές διαφορικές εξισώσεις 1^{ης} τάξης, η γενική λύση των οποίων είναι, κατά τα γνωστά, το άθροισμα – δηλ. η υπέρθεση ή η επαλληλία – μιας μερικής τους λύσης και της λύσης της αντίστοιχης ομογενούς διαφορικής για μηδενικές αρχικές συνθήκες.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, αυτές οι αρχικές συνθήκες αναφέρονται κατ' αρχήν στην αρχική θέση του διακόπτη Δ (θέση 1), δηλ. $v_s(t) = 0$, και, στη συνέχεια, ανάλογα με τη χρονική στιγμή ως προς την οποία ζητείται να προσδιοριστεί η τάση στα άκρα της αντίστασης ή του πυκνωτή λαμβάνονται υπόψη και οι αρχικές συνθήκες των στοιχείων αυτών. Συνεπώς, για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων (4.20) και (4.21), η μορφή των αντίστοιχων ομογενών θα είναι:

$$RC \frac{dv_R(t)}{dt} + v_R(t) = 0 \quad (4.22)$$

και

$$RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = 0 \quad (4.23)$$

ενώ, λαμβάνοντας ανάλογα υπόψη τις σχέσεις (4.17) ή (4.18), είναι φανερό ότι αρκεί η επίλυση μιας εξ αυτών, καθώς βρίσκοντας για παράδειγμα την τάση $v_R(t)$ για $t > 0$, η τάση $v_C(t)$ βρίσκεται αμέσως από την αντίστοιχη σχέση (4.18).

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι η γενική λύση μιας διαφορικής εξίσωσης ενός κυκλώματος περιγράφει τη συνολική απόκριση του αντίστοιχου στοιχείου ή, αλλιώς, του κυκλώματος στα αντίστοιχα άκρα του, στην εφαρμοζόμενη διέγερση και μάλιστα κάθε όρος της αντιστοιχεί σε μια από τις δύο συνιστώσες αυτής της απόκρισης.

Έτσι, η μερική λύση της συγκεκριμένης διαφορικής εξίσωσης περιγράφει την αναγκαστική ή εξαναγκασμένη απόκριση του κυκλώματος λόγω της ύπαρξης εξωτερικής διέγερσης, ενώ η λύση της αντίστοιχης ομογενούς περιγράφει την ελεύθερη ή φυσική απόκριση του κυκλώματος ακριβώς λόγω της παρουσίας σ' αυτό στοιχείων που αποθηκεύουν ενέργεια.

Βεβαίως, όπως θα δούμε αναλυτικά στις αμέσως παρακάτω παραγράφους, αυτό ισχύει μόνο κατά το διάστημα του χρόνου αποκατάστασης, κατά το οποίο η συνολική απόκριση του κυκλώματος είναι ουσιαστικά η μεταβατική του απόκριση. Μετά το χρόνο αυτό και εφόσον η εφαρμοζόμενη διέγερση έχει σταθερά χαρακτηριστικά, (δηλ. σταθερό πλάτος, συχνότητα και φάση) η συνολική απόκριση του κυκλώματος θα ταυτίζεται πλέον με τη μόνιμη απόκρισή του δηλ. την εξαναγκασμένη απόκριση λόγω της συγκεκριμένης εξωτερικής διέγερσης.

Τέλος, επιστρέφοντας στο κύκλωμα του σχήματος 4.11 και στις εξισώσεις (4.20) και (4.21), θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι γράφοντας τις εξισώσεις αυτές με τη μορφή:

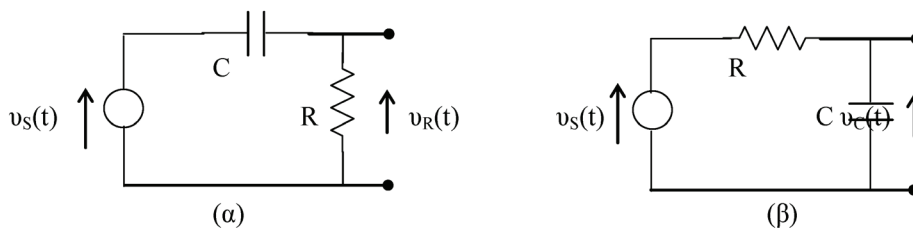
$$v_R(t) = RC \frac{d}{dt} [v_S(t) - v_C(t)] \quad (4.24)$$

και

$$v_C(t) = \frac{1}{RC} \int [v_S(t) - v_C(t)] \cdot dt \quad (4.25)$$

φαίνεται αμέσως ότι η μεν τάση $v_R(t)$ στα άκρα της αντίστασης εκφράζεται ουσιαστικά συναρτήσει της χρονικής παραγώγου της τάσης εισόδου $v_S(t)$, η δε τάση $v_C(t)$ στα άκρα του πυκνωτή συναρτήσει του χρονικού ολοκληρώματος της $v_S(t)$. Επί πλέον η αναδρομικότητα των σχέσεων αυτών ως προς τα ζητούμενα μεγέθη υποδηλώνει λειτουργία με χαρακτηριστικά μνήμης όπως προκύπτει και από την εξάρτηση των μεγεθών αυτών από τις αρχικές συνθήκες στα αντίστοιχα στοιχεία.

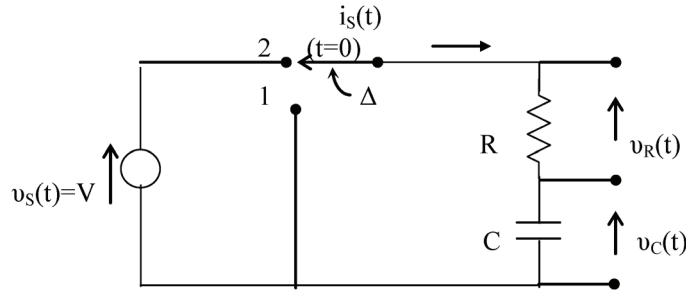
Για το λόγο αυτό, ένα κύκλωμα RC σε σειρά, με έξοδο στα άκρα της αντίστασης, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.12(α), χαρακτηρίζεται και ως κύκλωμα διαφορίσης, ενώ με έξοδο στα άκρα του πυκνωτή, όπως αυτό του σχήματος 4.12(β), χαρακτηρίζεται και ως κύκλωμα ολοκλήρωσης, (βλ. και παράγραφο 2.8.4).



Σχήμα 4.12. (α) Κύκλωμα διαφορίσης και (β) κύκλωμα ολοκλήρωσης.

4.2.2.2 Διέγερση με σήμα DC τάσης – Φόρτιση και εκφόρτιση πυκνωτή

Στο σχήμα 4.13 φαίνεται το κύκλωμα του σχήματος 4.11, στο οποίο υπάρχει μια πηγή DC τάσης V , ενώ ο διακόπτης Δ βρίσκεται στη θέση 1 και ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος. Μετακινώντας τη χρονική στιγμή $t=0$ το διακόπτη στη θέση 2, η πηγή τάσης συνδέεται στο κύκλωμα με αποτέλεσμα να υπάρχει ροή ρεύματος. Έτσι, ο πυκνωτής αρχίζει να φορτίζεται μέσω της αντίστασης R έως ότου η τάση στα άκρα του γίνει ίση προς την τάση της πηγής, οπότε και το ρεύμα στο κύκλωμα μηδενίζεται.



Σχήμα 4.13. Εφαρμογή DC σήματος τάσης σε κύκλωμα RC τη στιγμή $t=0$.

Πράγματι, όπως δείχνουν οι σχέσεις (4.17) και (4.18) με τη μορφή που παίρνουν πριν και μετά τη μετακίνηση του διακόπτη, θα είναι:

- για $t < 0$: $v_C(t)=0$, $v_R(t)=0$ και $i_C(t)=0$
- ενώ, για $t \geq 0$: $v_R(t) + v_C(t) = V$ και $i_S(t) = i_R(t) = i_C(t)$

οπότε οι εξισώσεις (4.20) και (4.21) που δίνουν τις τάσεις στην αντίσταση και τον πυκνωτή για $t \geq 0$ γίνονται:

$$RC \frac{dv_R(t)}{dt} + v_R(t) = 0 \quad (4.26)$$

και

$$RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = V \quad (4.27)$$

ενώ, όπως αναφέρθηκε, αρκεί ο προσδιορισμός μιας εκ των δύο αυτών τάσεων για την εύρεση και της άλλης, καθώς για $t \geq 0$ ισχύει η σχέση: $v_R(t) + v_C(t) = V$.

Έτσι, παίρνοντας την εξίσωση (4.26), αυτή ως ομογενής 1ης τάξης θα έχει μια λύση της μορφής:

$$v_R(t) = A \cdot e^{\lambda t} \quad (4.28)$$

οπότε, αντικαθιστώντας στην (4.26), προκύπτει η χαρακτηριστική εξίσωση $RC\lambda + 1 = 0$ από την οποία $\lambda = -1/RC$, και τελικά:

$$v_R(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.29)$$

όπου προφανώς η σταθερά A θα εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες του κυκλώματος κατά τη στιγμή $t=0_+$, ακριβώς μετά τη μετακίνηση του διακόπτη Δ στη θέση 2.

Επομένως, εφόσον για $t \geq 0$ ισχύει $v_R(t) + v_C(t) = V$ και ο πυκνωτής μέχρι τη στιγμή της μετακίνησης του διακόπτη θεωρείται αφόρτιστος, δηλ. $v_C(0_+) = 0$, οπότε $v_R(0_+) = V$. Ταυτόχρονα όμως, τη στιγμή $t=0_+$ η σχέση (4.29) που είναι λύση της εξίσωσης (4.26) θα έχει τη μορφή $v_R(0_+) = A$, οπότε $A = V$, δηλ.:

$$v_R(t) = V \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.30)$$

Η σχέση (4.30) είναι η ζητούμενη λύση της διαφορικής εξίσωσης (4.26) για $t \geq 0$ και παρέχει την τάση στα άκρα της αντίστασης R λόγω του ρεύματος $i_R(t) = i_C(t)$ που τη διαρρέει φορτίζοντας τον πυκνωτή C , δηλ.:

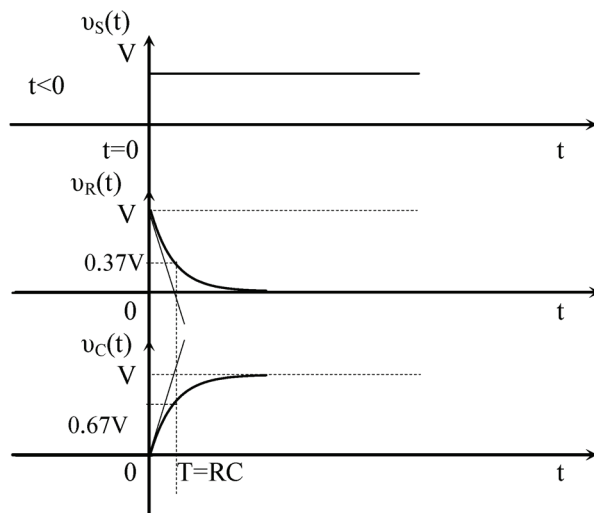
$$i_R(t) = i_C(t) = \frac{V}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.31)$$

ενώ, η αντίστοιχη τάση στα άκρα του πυκνωτή θα είναι:

$$v_C(t) = V - v_R(t) = V - V \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = V(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (4.32)$$

Στο σχήμα 4.14 δίνονται οι κυματομορφές των τάσεων $v_R(t)$ και $v_C(t)$. Όπως φαίνεται, με τη μετακίνηση του διακό-

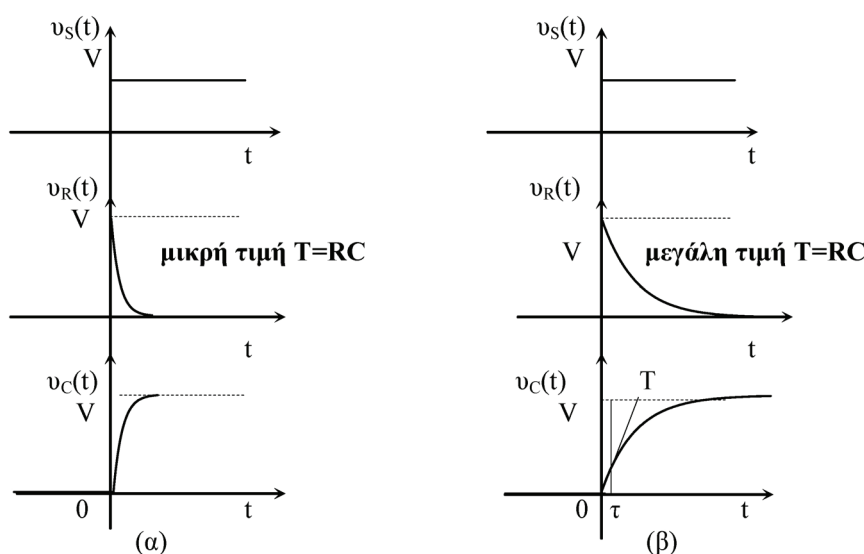
πτη στη θέση 2, ολόκληρη η τάση V της πηγής αναπτύσσεται στα άκρα της αντίστασης λόγω της ροής ρεύματος για τη φόρτιση του πυκνωτή και στη συνέχεια, φορτιζόμενος ο πυκνωτής, η τιμή του ρεύματος αυτού (και, συνεπώς, και η τάση στα άκρα της αντίστασης) μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, τείνοντας ασυμπτωτικά προς το μηδέν.



Σχήμα 4.14. Κυματομορφές των τάσεων $v_R(t)$ και $v_C(t)$ στο κύκλωμα του σχήματος 4.11 πριν και μετά τη στιγμή $t=0$.

Προφανώς, η συνάρτηση του σήματος διέγερσης του κυκλώματος στο σχήμα 4.13 είναι ουσιαστικά μια βηματική συνάρτηση τάσης με πλάτος V [σχέσεις (2.9) και (2.10)]. Άρα, η συνάρτηση για την απόκριση τάσης στα άκρα της αντίστασης θα αποτελεί τη λεγόμενη βηματική απόκριση του κυκλώματος στα άκρα της αντίστασης, η οποία είναι μια πραγματική και φθίνουσα εκθετική συνάρτηση [σχέση (2.13)], ενώ η βηματική απόκριση τάσης στα άκρα του πυκνωτή θα είναι η γνωστή καμπύλη φόρτισής του στην τάση V . Συγκρίνοντας τώρα τις σχέσεις (2.13) και (4.28) βλέπουμε ότι το γινόμενο RC στον εκθέτη της (4.30), έχει διαστάσεις χρόνου [$RC=(V/I)(Q/V)=t$] και αποτελεί τη σταθερά χρόνου $T=RC$ του συγκεκριμένου κυκλώματος.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.14, η τιμή της σταθεράς αυτής καθορίζει το ρυθμό εκθετικής αύξησης ή μείωσης της τάσης στα άκρα του πυκνωτή ή της αντίστασης, αντιστοίχως, καθώς για $t=T$ οι σχέσεις (4.30) και (4.32) δείχνουν ότι: $v_R(T)=0.37V$ και $v_C(T)=0.63V$, ενώ ως χρόνος αποκατάστασης μπορεί πλέον να θεωρηθεί ένα διάστημα $t_s > 10T$ για το οποίο η τάση στα άκρα τόσο της αντίστασης, όσο και του πυκνωτή, θα έχει περισσότερο από το 90% της τελικής της τιμής. Έτσι, ανάλογα με το αν η σταθερά T ενός κυκλώματος RC έχει μικρή ή μεγάλη τιμή θα μεταβάλλεται και η μορφή των αντίστοιχων κυματομορφών τάσης στην αντίσταση ή τον πυκνωτή. Για παράδειγμα, οι κυματομορφές του σχήματος 4.15(α) αντιστοιχούν σε μικρή τιμή της σταθεράς χρόνου T , ενώ αυτές του σχήματος 4.15(β) σε μεγάλη τιμή του T

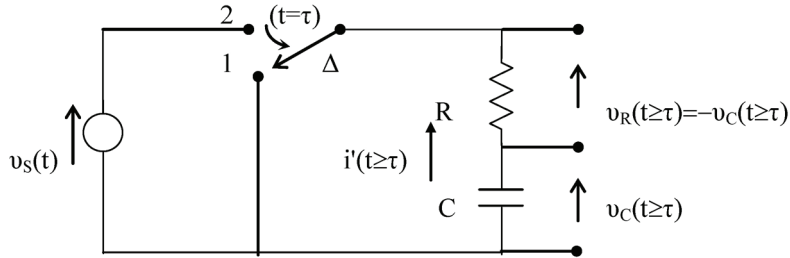


Σχήμα 4.15. Κυματομορφές των τάσεων $v_R(t)$ και $v_C(t)$ στο κύκλωμα του σχήματος 4.11 για (α) μικρή και (β) για μεγάλη τιμή της αντίστοιχης σταθεράς χρόνου $T=RC$.

Στην πρώτη αυτή περίπτωση, η κυματομορφή τάσης στα άκρα της αντίστασης προσεγγίζει τη χρονική παράγωγο της τάσης εισόδου $v_s(t)$ ενώ, στη δεύτερη, η τάση στα άκρα του πυκνωτή στο διάστημα από 0 έως τ , όπου $\tau \ll RC$, θα προσεγγίζει το ολοκλήρωμα της $v_s(t)$ για το διάστημα αυτό. Αν, τέλος, τη χρονική στιγμή $t=\tau$ με $\tau \gg t_s$, ο διακόπτης Δ

επανέλθει στη θέση 1, ο φορτισμένος πλέον πυκνωτής, $v_C(t)=V$, θα βρεθεί συνδεδεμένος παράλληλα προς την αντίσταση και θα αρχίσει να εκφορτίζεται. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.16, θα είναι $v_C(t \geq \tau) = v'_R(t \geq \tau)$, όπου $v'_R(t \geq \tau) = -v_R(t \geq \tau)$ διότι $v_R(t) + v_C(t) = 0$, ενώ το ρεύμα $i'(t \geq \tau)$ που διαρρέει την αντίσταση θα είναι το ρεύμα εκφόρτισης του πυκνωτή, δηλ.

$$i'(t \geq \tau) = -C \frac{dv_C(t \geq \tau)}{dt} \quad (4.33)$$



Σχήμα 4.16. Επαναφορά του διακόπτη Δ στη θέση 1 τη στιγμή $t=\tau$ και εκφόρτιση του πυκνωτή C .

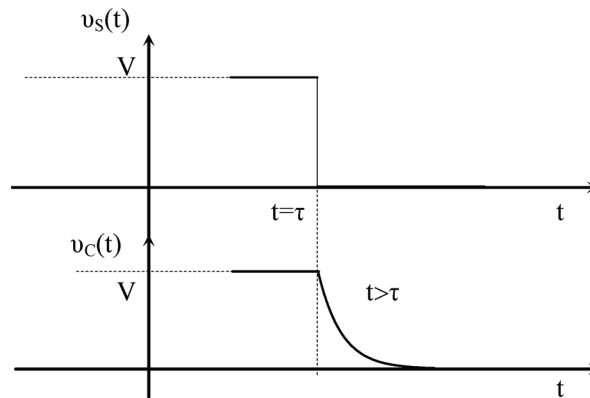
Άρα, η εκφόρτιση του πυκνωτή θα περιγράφεται από την εξίσωση:

$$RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = 0, \quad t \geq \tau \quad (4.34)$$

η οποία είναι της ίδιας μορφής με την (4.26) και, συνεπώς, εφόσον τη στιγμή $t=\tau_+$ η τάση στον πυκνωτή είναι $v_C(\tau_+) = V$, η λύση της θα είναι¹³:

$$v_C(t \geq \tau) = V \cdot e^{-\frac{t-\tau}{RC}} \quad (4.35)$$

όπου ο αριθμητής $(t-\tau)$ στον εκθέτη υποδηλώνει το γεγονός ότι η εκφόρτιση του πυκνωτή αρχίζει τη στιγμή $t=\tau$, όπως φαίνεται και με τις κυματομορφές του σχήματος 4.17.



Σχήμα 4.17. Κυματομορφές της τάσης $v_C(t) = v'_R(t)$ στο κύκλωμα σχήματος 4.16 πριν και μετά τη χρονική στιγμή $t=\tau$ (υποτίθεται ότι η φόρτιση του πυκνωτή έχει ολοκληρωθεί πολύ πριν τη στιγμή $t=\tau$).

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ροή ρεύματος μέσω της αντίστασης R τόσο κατά τη φόρτιση, όσο και κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή C στο κύκλωμα του σχήματος 4.13, έχει ως αποτέλεσμα την κατανάλωση ενέργειας, η οποία όμως είναι ανεξάρτητη από την τιμή της αντίστασης. Πράγματι κατά τη φόρτιση, λόγω της (4.30), θα είναι:

$$W_{R, \text{φορτ}} = \int_0^{\infty} p_R dt = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} v_R^2(t) dt = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} V^2 e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{1}{2} CV^2 \quad (4.36)$$

και κατά την εκφόρτιση, όπου $v'_R(t \geq \tau) = v_C(t \geq \tau)$, λόγω της (4.35):

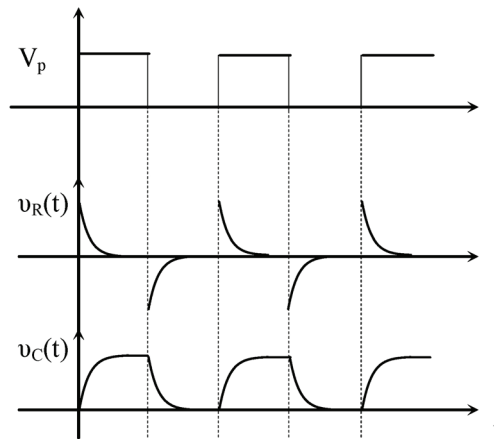
¹³ Προφανώς, οι κυματομορφές τάσης και ρεύματος στην αντίσταση θα δίνονται από εκφράσεις της ίδιας μορφής.

$$W_{R,εκφ} = \int_0^{\infty} p_R dt = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} V^2 e^{-\frac{2(t-\tau)}{RC}} d(t-\tau) = \frac{1}{2} CV^2 \quad (4.37)$$

Έτσι, από τις σχέσεις αυτές επαληθεύεται κατ' αρχήν η σχέση (4.5) για τη συνολική ενέργεια που παρέχει η πηγή τάσης και, ταυτόχρονα, φαίνεται ότι η διαφορά που επισημάνθηκε μεταξύ αυτής της ενέργειας και της ενέργειας που αποθηκεύεται στον πυκνωτή [σχέση (4.6)], όντας ανεξάρτητη τελικά από την παρουσία της R, θα καταναλωθεί ούτως ή άλλως με τη μορφή σπινθήρα και ακτινοβολίας.

4.2.2.3 Απόκριση σε σήμα περιοδικών ορθογώνιων παλμών τάσης

Ως εφαρμογή των όσων αναφέρθηκαν για τη βηματική απόκριση του κυκλώματος του σχήματος 4.11, αφήνεται στον αναγνώστη να ερμηνεύσει τις κυματομορφές τάσης στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή όταν η πηγή παρέχει περιοδικού σήματος τάσης με μορφή θετικών ορθογώνιων παλμών πλάτους V_p . Οι κυματομορφές αυτές, που δίνονται στο σχήμα 4.18, αποτελούν την παλμική, όπως λέγεται, απόκριση του κυκλώματος στα αντίστοιχα άκρα του.



Σχήμα 4.18. Κυματομορφές των τάσεων $v_R(t)$ και $v_C(t)$ στην αντίσταση και τον πυκνωτή κυκλώματος RC σε σειρά όταν στην είσοδο εφαρμόζεται σειρά ορθογώνιων παλμών τάσης.

4.2.2.4 Διέγερση με σήμα τάσης ημιτονικής μορφής

Εξετάζουμε τώρα την απόκριση του κυκλώματος του σχήματος 4.11 όταν η πηγή παρέχει τάση ημιτονικής μορφής. Βεβαίως, επειδή στο κύκλωμα αυτό εμπλέκεται το κλείσιμο του διακόπτη Δ σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, αν αυτή η στιγμή δεν συσχετίζεται με κάποια από τις χαρακτηριστικές τιμές πλάτους του σήματος εισόδου, τότε αυτό θεωρείται ότι έχει τη μορφή $v_s(t) = V_s \sin(\omega t + \theta_0)$.

Έτσι, θεωρώντας τον πυκνωτή αφορτιστο και το διακόπτη να μετακινείται από τη θέση 1 στη θέση 2 τη στιγμή $t=0$, κατά την οποία είτε $\theta_0 \neq 0$, είτε $\theta_0 = \pi/2$, θα ισχύουν οι γενικές σχέσεις:

- για $t < 0$: $v_C(t) = 0$, $v_R(t) = 0$ και $i_s(t) = 0$,
 - και για $t \geq 0$: $v_R(t) + v_C(t) = V_s \sin(\omega t + \theta_0)$ και $i_s(t) = i_R(t) = i_C(t)$
- (4.38)

και, συνεπώς, για $t > 0$, οι αντίστοιχες τάσεις στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή θα είναι:

$$RC \frac{dv_R(t)}{dt} + v_R(t) = \omega RC V_s \cos(\omega t + \theta_0) \quad (4.39)$$

και

$$RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = V_s \sin(\omega t + \theta_0) \quad (4.40)$$

Για τις λύσεις των διαφορικών αυτών εξισώσεων αναφέρουμε μόνον ότι η λύση κάθε μιας απ' αυτές θα είναι το άθροισμα μιας μερικής λύσης και της λύσης της αντίστοιχης ομογενούς. Έτσι, η πλήρης λύση της εξίσωσης (4.39) θα έχει τη μορφή:

$$v_R(t) = v_{R0}(t) + v_{R\mu}(t) \quad (4.41)$$

όπου η λύση της αντίστοιχης ομογενούς θα έχει τη μορφή:

$$v_{R0}(t) = A_R \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.42)$$

και η μερική λύση, τη μορφή:

$$v_{R\mu}(t) = V_R \sin(\omega t + \theta_1) \quad (4.43)$$

Ομοίως, η πλήρης λύση της εξίσωσης (4.40), θα είναι:

$$v_C(t) = v_{C0}(t) + v_{C\mu}(t) \quad (4.44)$$

όπου

$$v_{C0}(t) = A_C \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.45)$$

και

$$v_{C\mu}(t) = V_{C\sin}(\omega t + \theta_2) \quad (4.46)$$

Στις εκφράσεις αυτές, οι τιμές πλάτους τόσο της φυσικής απόκρισης, δηλ. τα A_R και A_C , όσο και της αναγκαστικής απόκρισης, V_R και V_C , καθώς και οι γωνίες θ_1 και θ_2 , εξαρτώνται και προσδιορίζονται από τις αρχικές συνθήκες και τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου κάθε φορά κύκλωματος.

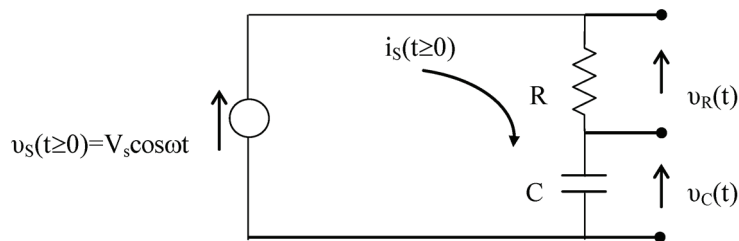
Έτσι, για παράδειγμα, αν στο κύκλωμα του σχήματος 4.19 ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και τη στιγμή $t=0$ εφαρμόζεται ένα σήμα τάσης $v_s(t \geq 0) = V_s \cos \omega t$, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.20, τότε οι διαφορικές εξισώσεις, από τις οποίες προσδιορίζονται οι τάσεις $v_R(t)$ και $v_C(t)$ για $t \geq 0$, θα έχουν τη μορφή

$$RC \frac{dv_R(t)}{dt} + v_R(t) = -\omega RC V_s \sin \omega t \quad (4.47)$$

και

$$RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = V_s \cos \omega t \quad (4.48)$$

με πλήρεις λύσεις της μορφής των σχέσεων (4.41) και (4.44).



Σχήμα 4.19. Εφαρμογή ημιτονικού σήματος τάσης σε κύκλωμα RC.

Πράγματι, η τάση $v_R(t)$ στα άκρα της αντίστασης θα έχει τη μορφή:

$$v_R(t) = A_R \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + V_R \sin(\omega t + \phi_R) \quad (4.49)$$

και η τάση $v_C(t)$ στον πυκνωτή:

$$v_C(t) = A_C \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + V_C \sin(\omega t + \phi_C)$$

(4.50)

όπου, προφανώς, ο πρώτος όρος των αθροισμάτων αποτελεί την φυσική απόκριση στα αντίστοιχα άκρα του κυκλώματος στη διέγερση του σήματος $v_s(t) = V_s \cos \omega t$, ενώ ο δεύτερος, την αναγκαστική απόκριση του κυκλώματος στα άκρα αυτά, η οποία, για $t \geq 10RC$, θα αποτελεί πλέον την μόνιμη απόκρισή του.

Για τον προσδιορισμό των πλατών A_R και A_C της φυσικής απόκρισης τόσο στην αντίσταση, όσο και στον πυκνωτή, αρκούν οι αρχικές συνθήκες. Θεωρώντας λοιπόν ότι $t=0$, προκύπτουν οι εκφράσεις:

$$A_R = V_s - V_R \cos \varphi_R \quad (4.51)$$

$$A_C = -V_C \cos \varphi_C \quad (4.52)$$

στις οποίες υπάρχουν ως άγνωστα μεγέθη τα πλάτη της τάσης V_R και V_C και των διαφορών φάσης φ_R και φ_C της μόνιμης απόκρισης στην αντίσταση και τον πυκνωτή, αντιστοίχως. Αυτά τα μεγέθη προσδιορίζονται με τη βοήθεια των συνθηκών που αντιστοιχούν στη μηδενική και μέγιστη τιμή πλάτους του σήματος εισόδου.

Έτσι, θέτοντας τη μερική λύση [σχέση (4.43)] στην εξίσωση (4.39), η μηδενική τιμή του πλάτους, μετά από πράξεις, οδηγεί στη σχέση:

$$\tan \varphi_R = \frac{1}{\omega RC} \quad \Leftrightarrow \quad \varphi_R = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega RC} \right), \quad 0 \leq \varphi_R < \pi/2 \quad (4.53)$$

και η μέγιστη τιμή, στη σχέση:

$$V_R = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot V_s \quad (4.54)$$

Αντιστοίχως, θέτοντας τη σχέση (4.46) στην εξίσωση (4.40), προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\tan \varphi_C = -\omega RC \quad \Leftrightarrow \quad \varphi_C = -\tan^{-1} \omega RC, \quad -\pi/2 < \varphi_C \leq 0 \quad (4.55)$$

και

$$V_C = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot V \quad (4.56)$$

Επομένως, η πλήρης μορφή των σχέσεων (4.49) και (4.50), θα είναι:

$$v_R(t) = \frac{1}{(\omega RC)^2 + 1} \cdot V_s e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot V_s \cos(\omega t + \varphi_R) \quad (4.57)$$

και

$$v_C(t) = -\frac{1}{(\omega RC)^2 + 1} \cdot V_s e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot V_s \cos(\omega t + \varphi_C) \quad (4.58)$$

όπου η μεν (θετική) γωνία φάσης φ_R , που δίνεται από τη σχέση (4.53), υποδηλώνει ότι:

- η συνιστώσα της αναγκαστικής απόκρισης στην κυματομορφή της τάσης $v_R(t)$ στην αντίσταση R προηγείται της κυματομορφής της τάσης εισόδου $v_s(t)$ κατά φ_R ,

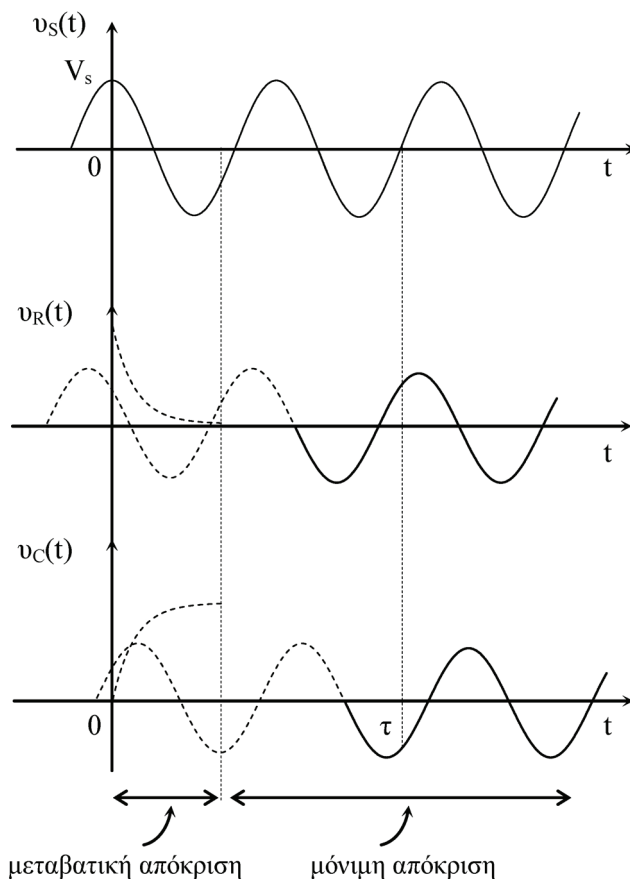
η δε (αρνητική) γωνία φ_C , που δίνεται από τη σχέση (4.55), δείχνει ότι:

- στον πυκνωτή υπάρχει καθυστέρηση κατά φ_C της κυματομορφής τάσης, $v_C(t)$ ως προς την $v_s(t)$, ενώ, όπως φαίνεται από τις σχέσεις (4.53) και (4.55), μεταξύ των γωνιών φ_R και φ_C ισχύει πάντοτε ότι:

$$\varphi_R + \varphi_C = \pi/2 \quad \varphi_R - \varphi_C = \pi/2 \quad (4.59)$$

Τέλος, στο σχήμα 4.20, δίνονται οι κυματομορφές που περιγράφονται από τις σχέσεις (4.57) και (4.58) και αποτε-

λούν την αντίστοιχη απόκριση (μεταβατική και μόνιμη) στα στοιχεία ενός απλού κυκλώματος RC σε σειρά όταν στην είσοδό του εφαρμόζεται τη στιγμή $t=0$ το ημιτονικό σήμα $v_s(t)=V_s \cos \omega t$.



Σχήμα 4.20. Απεικόνιση των κυματομορφών για τις τάσεις $v_R(t)$ και $v_C(t)$ στο κύκλωμα του σχήματος 4.19.

Έτσι, όπως φαίνεται, οι κυματομορφές τάσης της μόνιμης απόκρισης στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή είναι ημιτονικά σήματα της ίδιας συχνότητας με το σήμα εισόδου αλλά με διαφορετικό πλάτος και φάση, ενώ είναι φανερό ότι σε κάθε χρονική στιγμή $t=\tau>0$ θα ισχύει :

$$v_s(\tau) = v_R(\tau) + v_C(\tau) \tag{4.60}$$

ενώ θα πρέπει επίσης να παρατηρηθεί ότι:

- η κυματομορφή τάσης $v_R(t)$ και της μεταβατικής και της μόνιμης απόκρισης στην αντίσταση έχει ακριβώς την ίδια μορφή με την κυματομορφή του ρεύματος $i_s(t)$ που διαρρέει το βρόχο του κυκλώματος, δηλ. και την αντίσταση και τον πυκνωτή, καθώς για $t>0$ ισχύει $i_s(t)=i_R(t)=i_C(t)=v_R(t)/R$,
- οι τιμές των συνιστωσών πλάτους A_R , V_R , A_C και V_C , αλλά και των γωνιών φ_R και φ_C , προσδιορίζονται, βεβαίως, σε σχέση προς τις αρχικές συνθήκες του συγκεκριμένου κυκλώματος, εξαρτώνται όμως πλήρως τόσο από τις τιμές των στοιχείων του, μέσω της σταθεράς χρόνου $T=RC$, όσο και από την κυκλική συχνότητα ω του σήματος διέγερσης.

δηλαδή, το πλάτος του σήματος τάσης τόσο της μεταβατικής, όσο και της μόνιμης απόκρισης, στα άκρα είτε της αντίστασης, είτε του πυκνωτή, εξαρτάται τελικά από τη σχέση μεταξύ ω και $R_C=T$.

4.2.2.5 Εξάρτηση της απόκρισης από τη συχνότητα του σήματος διέγερσης

Όπως με τη βηματική απόκριση του κυκλώματος RC στο σχήμα 4.13, έτσι και με την ημιτονική διέγερση, το πλάτος και η φάση των κυματομορφών τάσης κατά τη μόνιμη απόκριση θα εξαρτώνται από τη σχέση της συχνότητας ω του σήματος εισόδου και της σταθεράς χρόνου T του κυκλώματος, ενώ η συχνότητα των κυματομορφών αυτών παραμένει ίση προς ω .

Αυτή είναι μια σημαντική ιδιότητα των κυκλωμάτων RC, και γενικότερα κάθε κυκλώματος με πυκνωτές ή/και πηνία, καθώς η λειτουργία τους, εκτός από τα χαρακτηριστικά μνήμης, που εμφανίζει στις μεταβατικές καταστάσεις, χαρακτηρίζεται, όπως δείχνουν οι σχέσεις (4.53), (4.54), (4.55) και (4.56), από την «εξάρτηση» του πλάτους και της φάσης του σήματος εξόδου από τη συχνότητα ω του σήματος εισόδου του.

Για παράδειγμα, θεωρώντας ένα κύκλωμα RC είτε ως κύκλωμα διαφόρισης, είτε ως κύκλωμα ολοκλήρωσης [(σχήμα 4.12)], οι σχέσεις (4.54) και (4.56) δείχνουν αμέσως ότι, στην περίπτωση διέγερσης με ένα ημιτονικό σήμα με κυκλική

συχνότητα που μειώνεται, το μεν πλάτος του ημιτονικού σήματος στην αντίσταση θα μειώνεται αντιστοίχως, το δε πλάτος του σήματος στα άκρα του πυκνωτή θα αυξάνεται.

Επομένως, σύμφωνα και με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.8.5:

- ένα κύκλωμα RC διαφόρισης εμφανίζει χαρακτηριστικά υψηλερατού φίλτρου δηλ. φίλτρου διέλευσης υψηλών ή απόρριψης χαμηλών συχνοτήτων, ενώ ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης εμφανίζει χαρακτηριστικά χαμηλοπερατού ή βαθυπερατού φίλτρου, δηλ. διέλευσης χαμηλών ή απόρριψης υψηλών συχνοτήτων
- το κύκλωμα διαφόρισης προκύπτει ότι είναι ένα κύκλωμα προήγησης φάσης, ενώ το κύκλωμα ολοκλήρωσης είναι κύκλωμα καθυστέρησης φάσης.

Όπως θα δούμε παρακάτω, η λειτουργία αυτή προσδιορίζεται κάθε φορά ως προς μια χαρακτηριστική συχνότητα με τιμή που εξαρτάται από τις τιμές των στοιχείων R και C, δηλ. τη σταθερά χρόνου $T=RC$ του κυκλώματος. Η συχνότητα αυτή λέγεται **συχνότητα αποκοπής** ή **θλάσης**, $\omega_c = 2\pi f_c$, και ορίζεται ως η συχνότητα εκείνη για την οποία η ισχύς του (ημιτονικού) σήματος εξόδου είναι ίση προς το μισό της ισχύος του αντίστοιχου σήματος εισόδου. Στην περίπτωση αυτή, αποδεικνύεται εύκολα – είτε με τη σχέση (4.53), είτε με τη σχέση (4.56) – ότι:

$$\omega_c = (RC)^{-1} = \frac{1}{T} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \tag{4.61}$$

οπότε, μέσω των σχέσεων (4.54) και (4.55), προκύπτει ότι:

$$\varphi_R |_{\omega_c} = \pi/4 \text{ και } \varphi_C |_{\omega_c} = -\pi/4 \tag{4.62}$$

4.3 Λειτουργία παθητικών στοιχείων στο μιγαδικό επίπεδο - Μιγαδική αντίσταση

Είδαμε ότι η λειτουργία κυκλωμάτων με πυκνωτές και πηνία περιγράφεται από διαφορικές εξισώσεις που γράφονται βάσει των κανόνων του Kirchhoff. Βεβαίως, η επίλυση τέτοιων εξισώσεων δεν είναι πάντοτε απλή, καθώς, εκτός από την εύρεση των ζητούμενων λύσεων, οι πράξεις μεταξύ DC και AC σημάτων, σε συνδυασμό με τις χρονικές παραγώγους και τα ολοκληρώματα των σχέσεων ορισμού κάθε στοιχείου, θέτουν ζητήματα μαθηματικού φορμαλισμού για τη μορφή των σχέσεων τάσης – ρεύματος αλλά και για τον τρόπο παράστασης και εκτέλεσης πράξεων μεταξύ των, στιγμιαίων και μη, τιμών των αντίστοιχων σημάτων.

Πράγματι, έχοντας υπόψη, πρώτον, την απλή μορφή της έκφρασης των εκθετικών σημάτων, καθώς και των παραγώγων και ολοκληρωμάτων τους και, δεύτερον, τη δυνατότητα εκθετικής-μιγαδικής παράστασης των ημιτονικών σημάτων – μέσω του τύπου των Euler-de Moivre – συμπεραίνεται ότι, εφόσον κάθε μεταβαλλόμενο σήμα μπορεί να εκφρασθεί ως άθροισμα ημιτονικών συνιστωσών, ο κατάλληλος φορμαλισμός οδηγεί σ’ έναν απλό τρόπο περιγραφής των ημιτονικών και μη σημάτων στο μιγαδικό επίπεδο.

Άρα, εφόσον η λειτουργία οποιουδήποτε ηλεκτρικού στοιχείου ορίζεται από τη σχέση τάσης-ρεύματος στα άκρα του, η περιγραφή της λειτουργίας των βασικών παθητικών στοιχείων – αλλά και, γενικότερα, ενός κυκλώματος – στο μιγαδικό επίπεδο θα γίνεται με την αντίστοιχη σχέση των μιγαδικών διανυσμάτων¹⁴ τάσης και ρεύματος στα άκρα τους.

Με την ίδια λογική, η μιγαδική παράσταση των τάσεων και ρευμάτων ενός κυκλώματος έχει ως αποτέλεσμα κάθε νόμος, θεώρημα ή μεθοδολογία ανάλυσης, που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3, να ισχύει και να εφαρμόζεται αναλόγως και στην περίπτωση χρήσης μιγαδικών εκφράσεων¹⁵. Για παράδειγμα, εφόσον τα σήματα τάσης και ρεύματος σ’ ένα στοιχείο συνδέονται, σύμφωνα με τον νόμο του Ohm, με την φυσική παράμετρο αντίσταση, τότε όταν γι αυτά χρησιμοποιούνται μιγαδικές εκφράσεις, **η μιγαδική έκφραση του νόμου του Ohm θα οδηγήσει στη μιγαδική έκφραση της αντίστασης**.

Γενικότερα, λοιπόν, συμβολίζοντας με V το μιγαδικό διάνυσμα ενός σήματος τάσης υ(t) και με I το αντίστοιχο διάνυσμα του ρεύματος i(t), η μιγαδική ή σύνθετη¹⁶ αντίσταση Z θα είναι το (μιγαδικό) μέγεθος:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\mathbf{X} \tag{4.63}$$

για το οποίο θα ισχύει

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \tag{4.64}$$

Ο όρος R αποτελεί το πραγματικό, δηλ. ωμικό, μέρος της Z, ενώ ο όρος X αποτελεί το φανταστικό μέρος της Z,

14 Τα μιγαδικά διανύσματα τάσης ή ρεύματος λέγονται και παραστατικοί μιγάδες ή φάσορες (φάσορας= phasor).

15 Για το συμβολισμό μιγαδικών μεγεθών χρησιμοποιείται έντονη γραφή.

16 Η μιγαδική αντίσταση λέγεται και εμπέδηση (impedance) ή σύνθετη αντίσταση λόγω του πραγματικού και του φανταστικού μέρους που παρουσιάζει ως μιγαδικό μέγεθος.

ονομάζεται αντίδραση (reactance) και σχετίζεται με τη διαφορά φάσης θ που μπορεί να υπάρχει μεταξύ των διανυσμάτων της τάσης V και του ρεύματος I της σχέσης (4.64). Προφανώς, τα δύο αυτά μέρη προσδιορίζονται συναρτήσει των αντίστοιχων πραγματικών και φανταστικών μερών του λόγου $[V/I]$, δηλ.:

$$R = \operatorname{Re} \left[\frac{V}{I} \right] \quad \text{και} \quad X = \operatorname{Im} \left[\frac{V}{I} \right] \quad (4.65\alpha)$$

ενώ, η σχέση (4.63) σύμφωνα με την ταυτότητα των Euler-de Moivre, μπορεί να έχει και τη μορφή:

$$Z = Z \cdot e^{j\theta} = Z(\cos\theta + j\sin\theta) = Z\angle\theta \quad (4.65\beta)$$

όπου $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ είναι το μέτρο του μιγαδικού μεγέθους Z και θ η γωνία ή όρισμα του Z .

Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται και η **μιγαδική ή σύνθετη αγωγιμότητα** Y (admittance) με πραγματικό (ωμικό) μέρος G και, φανταστικό μέρος B , την **αποδεκτότητα** (susceptance), δηλ.:

$$Y = \frac{I}{V} = G + jB \quad (4.66)$$

οπότε:

$$Y = \frac{1}{Z} \Leftrightarrow G + jB = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} \quad (4.67)$$

ή

$$Z = \frac{1}{Y} \Leftrightarrow R + jX = \frac{1}{G + jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad (4.68)$$

Συνεπώς, για την περιγραφή και κατανόηση της φυσικής της λειτουργίας των βασικών παθητικών στοιχείων στο μιγαδικό επίπεδο είναι αναγκαίος ο προσδιορισμός της μιγαδικής (ή σύνθετης) αντίστασης ή αγωγιμότητάς τους και η ερμηνεία του αντίστοιχου πραγματικού και φανταστικού μέρους τους.

Τονίζεται επίσης ότι η μιγαδική αντίσταση Z και αγωγιμότητα Y , αν και ορίζονται ως λόγοι μιγαδικών διανυσμάτων, εντούτοις οι ίδιες δεν είναι μιγαδικά διανύσματα, αλλά απλά μιγαδικά μεγέθη, το μέτρο των οποίων, όπως θα δούμε, είναι συνάρτηση της κυκλικής συχνότητας ω των αντίστοιχων σημάτων τάσης και ρεύματος, μετριέται δε, σε μονάδες Ohm και Mho (ή Siemen), αντιστοίχως.

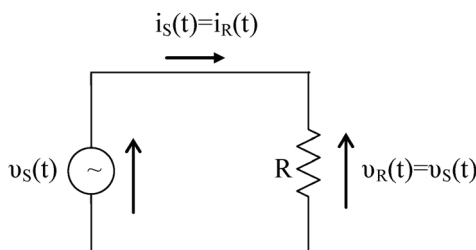
4.3.1 Ωμικές αντιστάσεις

Στο απλό κύκλωμα του σχήματος 4.21, η ωμική αντίσταση R είναι συνδεδεμένη σε μια πηγή ημιτονικής τάσης $v_s(t) = V_s \cos\omega t$. Κατά τα γνωστά, η τάση στα άκρα της R θα είναι:

$$v_R(t) = v_s(t) = V_s \cos\omega t \quad (4.69)$$

ενώ, το ρεύμα $i_R(t)$, που τη διαρρέει, θα έχει την ίδια ακριβώς κυματομορφή με την τάση $v_R(t)$, καθώς:

$$i_R(t) = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{V_s \cos\omega t}{R} = I_s \cos\omega t \quad (4.70)$$



Σχήμα 4.21. Σύνδεση ωμικής αντίστασης R σε πηγή ημιτονικής τάσης $v_s(t)$.

Θέτοντας $V_s = V_R$ και $I_s = I_R$ και χρησιμοποιώντας μιγαδικές εκφράσεις της μορφής των σχέσεων (4.65), οι σχέσεις (4.69) και (4.70) γράφονται ως:

$$v_R(t) = \text{Re}[V_R] = \text{Re}[V_R e^{j\omega t}] \text{ και } i_R(t) = \text{Re}[I_R] = \text{Re}[I_R e^{j\omega t}]$$

οπότε η έκφραση:

$$R = \frac{V_R}{I_R} \quad (4.71)$$

αποτελεί τη διατύπωση του νόμου του Ohm για τα πλάτη της τάσης και του ρεύματος στην αντίσταση R.

Γενικότερα, αν η πηγή παρέχει τάση της μορφής $v_s(t) = V_s \cdot e^{j(\omega t + \theta)}$, τότε, εφόσον $v_s(t) = v_R(t)$, θα ισχύει:

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_R \cdot e^{j(\omega t + \theta)}}{R} = I_R \cdot e^{j(\omega t + \theta)} \quad (4.72)$$

δηλ. όπως δείχνει και η σχέση (4.1), η τάση και το ρεύμα στην αντίσταση R θα έχουν την ίδια μορφή και, επί πλέον, την ίδια γωνία φάσης θ . Από τη σχέση (4.64), δηλ. τη μιγαδική διατύπωση του νόμου του Ohm, η μιγαδική ή σύνθετη αντίσταση Z_R ορίζεται ως:

$$Z_R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_R \cdot e^{j(\omega t + \theta)}}{I_R \cdot e^{j(\omega t + \theta)}} = \frac{V_R}{I_R} \quad (4.73)$$

ή σε πολική μορφή

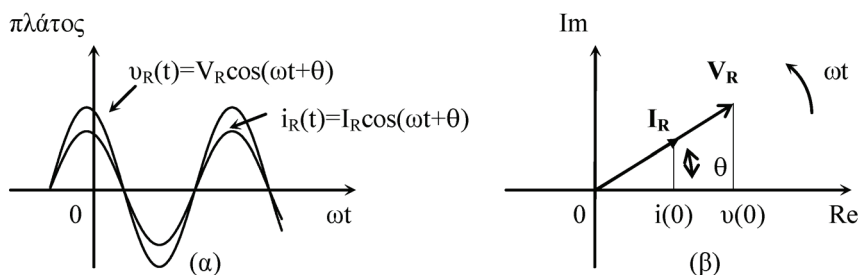
$$Z_R = \frac{V_R \angle \theta}{I_R \angle \theta} = Z_R \angle 0 \quad (4.74)$$

οπότε, σε συνδυασμό με τη σχέση (4.71), προκύπτει ότι:

$$Z_R = R \Leftrightarrow |Z_R| = Z_R = R \quad (4.75)$$

δηλ. κάθε ωμική αντίσταση R θα εμφανίζεται στο μιγαδικό επίπεδο σαν το μιγαδικό μέγεθος Z_R , που έχει μηδενικό φανταστικό μέρος και μέτρο ίσο προς την τιμή R.

Στο σχήμα 4.22, φαίνονται οι κυματομορφές τάσης και ρεύματος στην αντίσταση R του κυκλώματος στο σχήμα 4.21 όταν $v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \theta)$, καθώς και τα αντίστοιχα μιγαδικά διανύσματα V_R και I_R για $t=0$.



Σχήμα 4.22. (α) Κυματομορφές τάσης και ρεύματος στο κύκλωμα του σχήματος 4.21 και (β) τα αντίστοιχα μιγαδικά διανύσματα.

4.3.2 Πυκνωτές

Θεωρώντας την περίπτωση του πυκνωτή C του κυκλώματος του σχήματος 4.23, στο οποίο δρα η πηγή ημιτονικής τάσης $v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \theta)$, η τάση $v_c(t)$ στα άκρα του θα είναι, κατά τα γνωστά:

$$v_c(t) = v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \theta) \quad (4.76)$$

ενώ, το ρεύμα $i_c(t)$, σύμφωνα με τη σχέση (4.2), θα είναι:

$$i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} = \omega C V_s \sin(-\omega t - \theta) = \omega C V_s \cos\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

ή, αλλιώς:

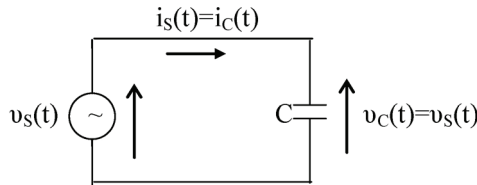
$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = I_C \cos\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.77)$$

όπου έχουν τεθεί:

$$I_C = \omega C V_C \quad (4.78)$$

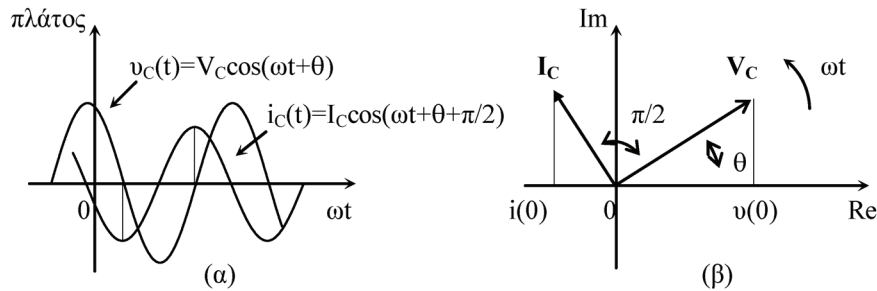
και

$$V_C = V_s$$



Σχήμα 4.23. Σύνδεση πυκνωτή C σε πηγή ημιτονικής τάσης $v_s(t)$.

Από τις παραπάνω σχέσεις, όπως αναφέρθηκε και στο τέλος της παραγράφου 4.2.1.2, προκύπτει αμέσως ότι η εμφάνιση της ημιτονικής τάσης $v_C(t)$ στα άκρα ενός πυκνωτή C , είναι αποτέλεσμα της ροής ενός ρεύματος $i_C(t)$ με την ίδια κυματομορφή, η οποία, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.24(α), προηγείται απ' αυτήν της τάσης κατά $(\pi/2)$ ή 90° , δηλ. μεταξύ ρεύματος και τάσης υπάρχει διαφορά φάσης $(\pi/2)$ ή 90° .



Σχήμα 4.24. (α) Κυματομορφές τάσης και ρεύματος στον πυκνωτή C του κυκλώματος στο σχήμα 4.23 και (β) τα αντίστοιχα μιγαδικά διανύσματα.

Πράγματι, χρησιμοποιώντας μιγαδικές εκφράσεις, οι σχέσεις (4.76) και (4.77) γράφονται ως:

$$v_C(t) = \text{Re}[V_C \cdot e^{j(\omega t + \theta)}] \text{ και } i_C(t) = \text{Re}[I_C \cdot e^{j(\omega t + \theta + \pi/2)}]$$

οπότε, γενικεύοντας για $v_s(t) = V_s \cdot e^{j(\omega t + \theta)}$, ο λόγος $v_C(t)/i_C(t)$ ή, αλλιώς, ο λόγος V_C/I_C των αντίστοιχων μιγαδικών διανυσμάτων, θα δίνει τη μιγαδική αντίσταση Z_C του πυκνωτή C :

$$Z_C = \frac{V_C}{I_C} = \frac{V_C}{I_C} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (4.79)$$

η οποία, εφόσον $e^{-j\pi/2} = -j$, θα είναι μια φανταστική ποσότητα, δηλ.:

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (4.80)$$

και, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.24(β), το διάνυσμα I_C του ρεύματος που διαρρέει τον πυκνωτή C θα προηγείται κατά 90° του διανύσματος V_C της τάσης στα άκρα του.

Επομένως, από τις σχέσεις (4.63) και (4.80), προκύπτει ότι:

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad (4.81)$$

και

$$|Z_C| = |X_C| = \sqrt{\left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{1}{\omega C} \quad (4.82)$$

ή, λόγω της (4.78):

$$|Z_C| = \frac{V_C}{I_C} \quad (4.83)$$

δηλ. κάθε πυκνωτής C εμφανίζει μιγαδική αντίσταση Z_C , η οποία έχει μόνο φανταστικό μέρος που δίνεται από τη σχέση (4.81) και μέτρο ίσο προς το λόγο των πλατών των ημιτονικών κυματομορφών τάσης και ρεύματος σ' αυτόν.

Ο λόγος V_C/I_C της σχέσης (4.83) ονομάζεται χωρητική αντίσταση και συμβολίζεται με $|X_C|$ – και όχι με X_C όπως γράφεται αρκετές φορές – καθώς, απ' τη σχέση (4.81), φαίνεται αμέσως ότι το X_C έχει αρνητικό πρόσημο λόγω της προήγησης κατά $\pi/2$ του ρεύματος ως προς την τάση. Έτσι, σε πολική μορφή, η σχέση (4.80) επιβεβαιώνεται ως εξής:

$$Z_C = \frac{V_C \angle \theta}{I_C \angle \theta + \pi/2} = \frac{V_C}{I_C} \angle -\pi/2 = |Z_C| \angle -\pi/2 = -j|X_C| \quad (4.84)$$

4.3.3 Πηνία

Όπως και προηγουμένως, η τάση $v_L(t)$ στα άκρα του πηνίου L στο κύκλωμα του σχήματος 4.25 όπου δρα η πηγή ημιτονικής τάσης $v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \theta)$, θα είναι:

$$v_L(t) = v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \theta) \quad (4.85)$$

ενώ, το ρεύμα $i_L(t)$, λόγω της σχέσης (4.8), θα είναι:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v_L(t) dt = \frac{V_s}{L} \int \cos(\omega t + \theta) dt = \frac{V_s}{\omega L} \sin(\omega t + \theta)$$

ή, αλλιώς:

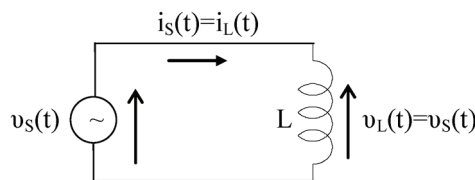
$$i_L(t) = I_L \cos\left(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.86)$$

όπου έχουν τεθεί:

$$I_L = \frac{V_L}{\omega L} \quad (4.87)$$

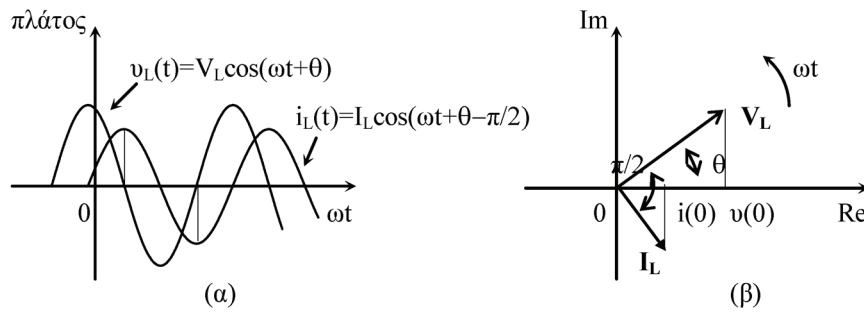
και

$$V_L = V_s$$



Σχήμα 4.25. Σύνδεση πηνίου L σε πηγή ημιτονικής τάσης $v_s(t)$.

Δηλαδή, η εφαρμογή μιας ημιτονικής τάσης στα άκρα ενός πηνίου με αυτεπαγωγή L έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ενός ρεύματος με την ίδια κυματομορφή, η οποία, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.26(a), «ακολουθεί» την κυματομορφή της τάσης κατά $(\pi/2)$ ή 90° , δηλ. το ρεύμα «καθυστερεί» ως προς την τάση με διαφορά φάσης κατά $(\pi/2)$ ή 90° .



Σχήμα 4.26. (α) Κυματομορφές τάσης και ρεύματος στο πηνίο L του κυκλώματος στο σχήμα 4.25 και (β) τα αντίστοιχα μιγαδικά διανύσματα.

Έτσι, χρησιμοποιώντας μιγαδικές εκφράσεις για τις σχέσεις (4.85) και (4.86) και, γενικεύοντας, όπως και προηγουμένως, για $v_s(t) = V_s \cdot e^{j(\omega t + \theta)}$, ο λόγος $v_L(t)/i_L(t)$, δηλ. ο λόγος V_L/I_L των αντίστοιχων μιγαδικών διανυσμάτων, θα δίνει τη μιγαδική αντίσταση Z_L του πηνίου L :

$$\mathbf{Z}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_L} = \frac{V_L}{I_L} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega L \quad (4.88)$$

ενώ, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.26(β), το διάνυσμα V_L της τάσης στα άκρα του πηνίου L θα προηγείται κατά 90° του διανύσματος I_L του ρεύματος που το διαρρέει.

Η σχέση (4.88) δείχνει ότι κάθε πηνίο L εμφανίζει μιγαδική αντίσταση Z_L που έχει μόνο φανταστικό μέρος:

$$X_L = \omega L \quad (4.89)$$

και μέτρο ίσο προς:

$$|\mathbf{Z}_L| = \sqrt{(\omega L)^2} = \omega L \quad (4.90)$$

ή, λόγω της (4.87):

$$|\mathbf{Z}_L| = \frac{V_L}{I_L} \quad (4.91)$$

Ο λόγος V_L/I_L της τελευταίας αυτής σχέσης ονομάζεται επαγωγική αντίσταση και συμβολίζεται απλώς ως X_L καθώς σε πολική μορφή θα είναι:

$$\mathbf{Z}_L = \frac{V_L \angle \theta}{I_L \angle \theta - \pi/2} = \frac{V_L}{I_L} \angle \pi/2 = |\mathbf{Z}_L| \angle \pi/2 = X_L \quad (4.92)$$

4.3.4 Παρατηρήσεις

Η χρήση μιγαδικών εκφράσεων στην ανάλυση ενός κυκλώματος καθώς και η μιγαδική έκφραση του νόμου του Ohm δείχνουν με απλό τρόπο ότι η μιγαδική αντίσταση που εμφανίζουν τα βασικά μη ωμικά στοιχεία, δηλ. οι πυκνωτές και τα πηνία¹⁷, είναι μια φανταστική ποσότητα, το μέτρο της οποίας αντιστοιχεί σε μια ισοδύναμη πραγματική τιμή αντίστασης που θα είναι συνάρτηση της κυκλικής συχνότητας ω των σημάτων τάσης ή ρεύματος σ' αυτά.

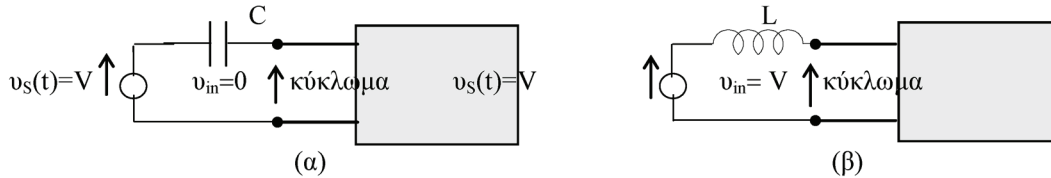
Η σημαντική αυτή ιδιότητα έχει ως επακόλουθο η παρουσία μη ωμικών στοιχείων στα κυκλώματα να προσάπτει στη λειτουργία τους την εξάρτησή της από τη συχνότητα των σημάτων. Επομένως, οι τιμές των επιδόσεων και των βασικών χαρακτηριστικών κυκλωμάτων με πυκνωτές ή και πηνία θα εξαρτώνται από τη συχνότητα των εφαρμοζόμενων σημάτων και θα προσδιορίζονται, κατά τα γνωστά, συναρτήσει των μέτρων των αντίστοιχων μιγαδικών αντιστάσεών τους.

Για παράδειγμα, γενικεύοντας τα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.5.2, κάθε τέτοιο κύκλωμα θα εμφανίζει μιγαδική αντίσταση ή αγωγιμότητα εισόδου και εξόδου, με μέτρο που κάθε φορά θα εξαρτάται από τη θεωρούμενη

¹⁷ Εδώ, στον όρο «πηνία» συμπεριλαμβάνονται, προφανώς, και τα πηνία ή τυλίγματα των μετασχηματιστών.

συχνότητα ω ή $f=2\pi/\omega$ των αντίστοιχων σημάτων κατά τη λειτουργία του κυκλώματος.

Έτσι εξηγείται, επίσης, η DC συμπεριφορά πυκνωτών και πηνίων, που αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.5.1, καθώς κάθε πυκνωτής C στα άκρα του οποίου επικρατεί DC τάση – για την οποία είναι $\omega=0$ – θα εμφανίζει, κατά τη σχέση (4.82), $|Z_C|=\infty$, και κάθε πηνίο L, που διαρρέεται από σταθερό (DC) ρεύμα, θα εμφανίζει $|Z_L|=0$ [βλ. σχέση (4.88)]. Άρα, αν στην είσοδο ενός οποιουδήποτε κυκλώματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.27, υπάρχει μια πηγή DC τάσης και παρεμβληθεί σε σειρά ένας οποιασδήποτε χωρητικότητας πυκνωτής, η (DC) τάση εισόδου του κυκλώματος θα είναι μηδέν, ενώ αν στη θέση του πυκνωτή συνδεθεί ένα πηνίο, η (DC) τάση εισόδου του κυκλώματος θα είναι ίση προς την τιμή της στα άκρα της πηγής.



Σχήμα 4.27. Με εφαρμογή της DC τάσης $v_s(t)=V$, ο πυκνωτής (α) εμφανίζει άπειρη χωρητική αντίσταση, ενώ το πηνίο (β) εμφανίζει, αντίστοιχα, μηδενική επαγωγική αντίσταση.

4.3.4.1 Συνολική μιγαδική αντίσταση συνδυασμών ωμικών και μη στοιχείων

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν για τη μιγαδική αντίσταση ωμικών αντιστάσεων, πυκνωτών και πηνίων, κάθε συνδυασμός παράλληλης ή/και σε σειρά σύνδεσής τους, όπως «φαίνεται» μεταξύ δύο άκρων A και B ενός κυκλώματος (π.χ. των άκρων εισόδου ή εξόδου του), θα εμφανίζει μια συνολική μιγαδική αντίσταση $Z_{\text{συν}}$.

Το πραγματικό μέρος της μιγαδικής αυτής αντίστασης θα είναι ίσο προς την συνολική ωμική αντίσταση των (ωμικών) στοιχείων και το φανταστικό μέρος της θα είναι ίσο προς την συνολική μη ωμική αντίσταση, δηλ. χωρητική και επαγωγική, των (μη ωμικών) στοιχείων του συγκεκριμένου κάθε φορά συνδυασμού, δηλ. θα ισχύει:

$$Z_{\text{συν}} = R_{\text{συν}} + jX_{\text{συν}} \quad (4.93)$$

όπου, προφανώς:

$$X_{\text{συν}} = X_{C_{\text{συν}}} + X_{L_{\text{συν}}}$$

Έτσι, το μέτρο της $Z_{\text{συν}}$ θα είναι:

$$|Z_{\text{συν}}| = \sqrt{R_{\text{συν}}^2 + X_{\text{συν}}^2} \quad (4.94)$$

και θα αποτελεί την τιμή της πραγματικής αντίστασης, που «φαίνεται» κάθε στιγμή μεταξύ των άκρων A, B, ως λόγος των στιγμιαίων τιμών τάσης $v_{AB}(t)$ και ρεύματος $i_{AB}(t)$, ενώ το όρισμα φ θα είναι:

$$\varphi = \angle Z_{\text{συν}} = \angle(R_{\text{συν}} + jX_{\text{συν}}) = \tan^{-1} \frac{X_{\text{συν}}}{R_{\text{συν}}} \quad (4.95)$$

και θα δίνει τη διαφορά φάσης μεταξύ των $i_{AB}(t)$ και $v_{AB}(t)$ ή, αλλιώς, των αντίστοιχων μιγαδικών διανυσμάτων ρεύματος I_{AB} και τάσης V_{AB} .

Παρενθετικά, αναφέρουμε ότι η σχέση (4.93) – όπως και η (4.94) – είναι αποτέλεσμα των κανόνων προσδιορισμού της ολικής μιγαδικής ή σύνθετης αντίστασης $Z_{\text{συν}}$ ή της ολικής σύνθετης αγωγιμότητας $Y_{\text{συν}}$ οποιουδήποτε συνδυασμού επί μέρους σύνθετων αντιστάσεων Z_1, Z_2, \dots, Z_n ή αγωγιμοτήτων Y_1, Y_2, \dots, Y_n που βρίσκονται συνδεδεμένες είτε σε σειρά, είτε παράλληλα μεταξύ τους. Οι κανόνες αυτοί είναι, προφανώς, αντίστοιχοι με τους κανόνες του Πίνακα 1.1 και δίνονται στον Πίνακα 4.1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

Στοιχεία	Τρόπος Σύνδεσης	
	Σε σειρά	Παράλληλα

Σύνθετες Αντιστάσεις	$\mathbf{Z}_{\text{συν}} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \dots + \mathbf{Z}_n$	$\frac{1}{\mathbf{Z}_{\text{συν}}} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \dots + \frac{1}{\mathbf{Z}_n}$
Σύνθετες Αγωγιμότητες	$\frac{1}{\mathbf{Y}_{\text{συν}}} = \frac{1}{\mathbf{Y}_1} + \frac{1}{\mathbf{Y}_2} + \dots + \frac{1}{\mathbf{Y}_n}$	$\mathbf{Y}_{\text{συν}} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \dots + \mathbf{Y}_n$

4.3.4.2 Η έννοια του μιγαδικού διαιρέτη τάσης ή ρεύματος

Από τον ορισμό της μιγαδικής αντίστασης και την αντίστοιχη έκφραση του νόμου του Ohm προκύπτει εύκολα ότι, σε πλήρη αντιστοιχία με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.6.3, κάθε κύκλωμα με στοιχεία μιγαδικής αντίστασης μπορεί να λειτουργεί ως κύκλωμα διαίρεσης της μιγαδικής τάσης ή του μιγαδικού ρεύματος που εφαρμόζεται στην είσοδό του.

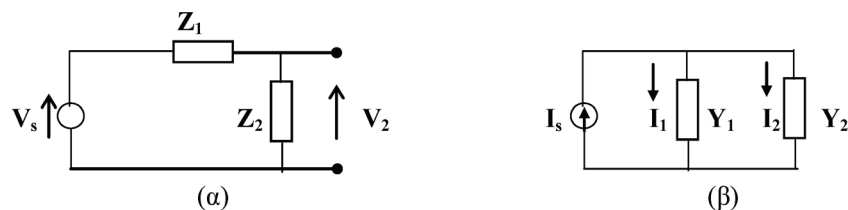
Πράγματι, το απλό κύκλωμα του σχήματος 4.28(α) είναι ένας διαιρέτης της μιγαδικής τάσης V_s ή, αλλιώς, λόγω των μιγαδικών στοιχείων Z_1 και Z_2 , ένας **μιγαδικός διαιρέτης τάσης** (=, AC τάσης), καθώς:

$$V_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_s = \frac{Z_2}{Z_{\text{συν}}} V_s \quad (4.96)$$

δηλ., η μιγαδική τάση στα άκρα κάθε μιγαδικού στοιχείου θα δίνεται από μια σχέση των μιγαδικών τους αντιστάσεων με μορφή παρόμοια με αυτήν της σχέσης (3.26) για τον ωμικό διαιρέτη του σχήματος 3.27(α).

Αντιστοίχως, το κύκλωμα στο σχήμα 4.28(β) είναι ένας διαιρέτης του μιγαδικού ρεύματος I_s ή, αλλιώς, ένας μιγαδικός διαιρέτης AC ρεύματος, καθώς, σε αντιστοιχία προς τη σχέση (3.27) του ωμικού διαιρέτη του σχήματος 3.27(β), θα είναι:

$$I_2 = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2} I_s = \frac{Y_2}{Y_{\text{συν}}} I_s \quad (4.97)$$



Σχήμα 4.28. Σχηματική παράσταση μιγαδικού διαιρέτη (α) AC τάσης και (β) AC ρεύματος.

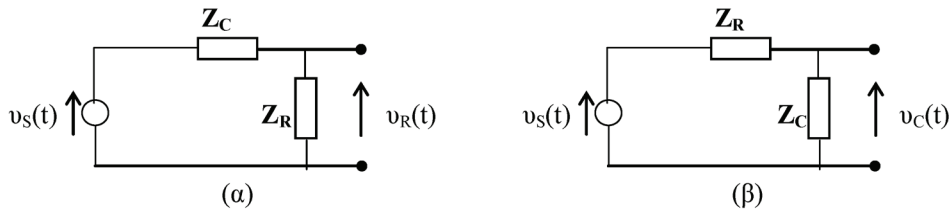
Επισημαίνεται, βεβαίως, ότι οι σχέσεις (4.96) και (4.97) είναι σχέσεις των μιγαδικών εκφράσεων των αντίστοιχων τάσεων και ρευμάτων και, συνεπώς, για τον προσδιορισμό της ισοδύναμης πραγματικής έκφρασής τους ως συνάρτησης του χρόνου θα πρέπει να υπολογιστούν οι αντίστοιχες τιμές μέτρου και ορίσματος.

Για παράδειγμα, θεωρώντας ένα ημιτονικό σήμα τάσης $v_s(t)$ στην είσοδο του κυκλώματος RC στο σχήμα, η ισοδύναμη λειτουργία του – είτε ως κυκλώματος διαφόρισης, είτε ως κυκλώματος ολοκλήρωσης – θα είναι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.29, λειτουργία μιγαδικού διαιρέτη AC τάσης και θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$V_R = \frac{Z_R}{Z_C + Z_R} V_s = \frac{Z_R}{Z_{\text{συν}}} V_s \quad (4.98)$$

και

$$V_C = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} V_s = \frac{Z_C}{Z_{\text{συν}}} V_s \quad (4.99)$$



Σχήμα 4.29. Σχηματική παράσταση των κυκλωμάτων (α) διαφορίσης και (β) ολοκλήρωσης ως AC διαιρετών τάσης.

οπότε, επειδή
και, ακόμη, $Z_R=R$ και $Z_C=1/\omega C$, η ημιτονική τάση $v_R(t)$ στα άκρα της αντίστασης θα είναι:

$$v_R(t) = \frac{|Z_R|}{|Z_{\sigma\omega}|} \cdot v_s(t) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot v_s(t)$$

(4.100)

και, αντιστοίχως, η τάση στα άκρα του πυκνωτή C θα είναι:

$$v_C(t) = \frac{|Z_C|}{|Z_{\sigma\omega}|} \cdot v_s(t) = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot v_s(t)$$

(4.101)

Οι σχέσεις (4.100) και (4.101) δίνουν τη μόνιμη απόκριση τάσης στην αντίσταση και τον πυκνωτή και, μάλιστα, σε ότι αφορά τα πλάτη των ημιτονικών αυτών σημάτων τάσης, οι σχέσεις αυτές είναι ίδιες με τις σχέσεις (4.52) και (4.55), που προσδιορίζονται με τις κλασικές μεθόδους.

Επίσης, το όρισμα φ της Z συν βρίσκεται ότι είναι:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{(-1/\omega C)}{R} \Rightarrow \varphi = -\tan^{-1}(1/\omega RC)$$

(4.102)

οπότε, οι τιμές της διαφοράς φάσης φ_R ή φ_C των αντίστοιχων ημιτονικών τάσεων $v_R(t)$ ή $v_C(t)$ σε σχέση με την τάση εισόδου $v_s(t)$ θα δίνονται από τις σχέσεις :

$$\varphi_R = \angle \frac{Z_R}{Z_{\sigma\omega}} = \angle Z_R - \angle Z_{\sigma\omega} = 0 - \varphi = \tan^{-1}(1/\omega RC)$$

(4.103)

και

$$\varphi_C = \angle \frac{Z_C}{Z_{\sigma\omega}} = \angle Z_C - \angle Z_{\sigma\omega} = \frac{\pi}{2} - \varphi = \cot^{-1}(-1/\omega RC) = -\tan^{-1} \omega RC$$

(4.104)

που είναι ίδιες με τις σχέσεις (4.53) και (4.56), αντιστοίχως.

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονισθεί ότι η γωνία φ , που δίνεται από τη σχέση (4.102), είναι το όρισμα της συνολικής μιγαδικής αντίστασης $Z_{\sigma\omega}$, όπως αυτή «φαίνεται» στην είσοδο ενός κυκλώματος. Έτσι, στο συγκεκριμένο κύκλωμα RC – και ανεξαρτήτως του αν το «βλέπουμε» ως κύκλωμα διαφορίσης ή ολοκλήρωσης – η γωνία φ προσδιορίζει την αναπτυσσόμενη διαφορά φάσης μεταξύ των (μιγαδικών) διανυσμάτων ρεύματος και τάσης εισόδου του κυκλώματος λόγω της παρουσίας του πυκνωτή και όχι τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης εισόδου και μιας θεωρούμενης τάσης εξόδου. Το γεγονός ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση, η σύγκριση της σχέσης (4.102) με την (4.53) δείχνει ότι $\varphi = -\varphi_R$, αφενός μεν σχετίζεται με το ότι η γωνία φ αναφέρεται στον παρονομαστή της σχέσης (4.100) ή (4.101) και, συνεπώς, το αρνητικό της πρόσημο υποδηλώνει – σύμφωνα και με τη σχέση (4.84) – την προήγηση του διανύσματος \mathbf{I}_s ως προς το \mathbf{V}_s λόγω της παρουσίας του πυκνωτή, αφετέρου δε, επιβεβαιώνει τη σχέση μεταξύ των στιγμιαίων τιμών του ρεύματος $i_s(t)=i_R(t)$, που διαρρέει την αντίσταση R, και της τάσης $v_R(t)$, που αναπτύσσεται στα άκρα της.

4.3.4.3 Χωρητική και επαγωγική συμπεριφορά κυκλώματος

Τέλος, με τον ίδιο τρόπο βρίσκεται ότι σ' ένα κύκλωμα αντίστασης R και πηνίου L σε σειρά, θα είναι:

$$v_R(t) = \frac{|Z_R|}{|Z_{\text{συν}}|} \cdot v_S(t) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot v_S(t) \quad (4.105)$$

και

$$v_L(t) = \frac{|Z_L|}{|Z_{\text{συν}}|} \cdot v_S(t) = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot v_S(t) \quad (4.106)$$

Επίσης, επειδή το όρισμα φ της $|Z_{\text{συν}}| = |Z_R + Z_L|$ είναι:

$$\varphi = \tan^{-1}(\omega L/R) \quad (4.107)$$

οι τιμές της διαφοράς φάσης φ_R ή φ_L μεταξύ των τάσεων $v_R(t)$ ή $v_L(t)$ προς την τάση εισόδου $v_S(t)$ θα είναι αντιστοίχως:

$$\varphi_R = \angle Z_R - \angle Z_{\text{συν}} = 0 - \varphi = -\tan^{-1}(\omega L/R) \quad (4.108)$$

και

$$\varphi_L = \angle Z_L - \angle Z_{\text{συν}} = \frac{\pi}{2} - \varphi = \cot^{-1}(\omega L/R) = \tan^{-1}(R/\omega L) \quad (4.109)$$

ενώ το θετικό πρόσημο της γωνίας φ δείχνει την καθυστέρηση του διανύσματος του ρεύματος εισόδου $I_s = I_L$, ως προς το αντίστοιχο διάνυσμα τάσης V_s λόγω του πηνίου.

Συμπεραίνεται, λοιπόν, ότι όταν το όρισμα φ της συνολικής μιγαδικής αντίστασης εισόδου ενός κυκλώματος (ή, απλώς, ενός μιγαδικού φορτίου) έχει αρνητική τιμή, τότε το κύκλωμα λέγεται ότι εμφανίζει χωρητική συμπεριφορά, ενώ όταν αυτό έχει θετική τιμή, τότε το κύκλωμα λέγεται ότι εμφανίζει επαγωγική συμπεριφορά.

4.4 Ανάλυση της λειτουργίας των κυκλωμάτων στο μιγαδικό επίπεδο

Η μιγαδική έκφραση των σημάτων τάσης ή ρεύματος διευκολύνει σημαντικά την εκτέλεση των αναγκαίων μαθηματικών πράξεων για την ανάλυση και μελέτη της λειτουργίας κυκλωμάτων, που περιλαμβάνουν και μη ωμικά στοιχεία και, μάλιστα, εφόσον η επίλυσή τους γίνεται με την εφαρμογή των ίδιων ακριβώς μεθόδων και τεχνικών, που χρησιμοποιούνται κατά την επίλυση ωμικών κυκλωμάτων και είδαμε στο Κεφάλαιο 3.

Έτσι, συνδυάζοντας τις παρατηρήσεις της προηγούμενης παραγράφου με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.5, η χρήση μιγαδικών εκφράσεων οδηγεί στην ενιαία – από πλευράς μαθηματικού φορμαλισμού – αντιμετώπιση DC και AC μεγεθών, καθώς, ο διαχωρισμός αυτός ανάγεται, απλώς, στη θεώρηση των περιπτώσεων $\omega=0$ και $\omega \neq 0$, απ' όπου προκύπτει και το αντίστοιχο DC ή AC ισοδύναμο του αρχικού κυκλώματος.

Γενικότερα, τώρα, αυτή καθ' αυτή η χρήση μιγαδικών εκφράσεων ισοδυναμεί με τη «μεταφορά» της ανάλυσης ενός κυκλώματος από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Ωστόσο, ανάλογα με τον τρόπο «μεταφοράς» από το ένα πεδίο στο άλλο, δηλ. ανάλογα με το είδος του μετασχηματισμού που υπόκεινται τα αντίστοιχα μεγέθη και σχέσεις, η ανάλυση αυτή θα αναφέρεται είτε στη *συνολική λειτουργία*¹⁸, περιλαμβάνοντας τόσο τη μεταβατική, όσο και τη μόνιμη απόκριση του κυκλώματος, είτε μόνο στη μόνιμη λειτουργία του.

Στην περίπτωση αυτή, αν η διέγερση ενός κυκλώματος θεωρείται ότι είναι ένα ημιτονικό σήμα τάσης ή ρεύματος με σταθερό πλάτος και ορισμένη συχνότητα, τότε η απόκρισή του θα είναι και πάλι ημιτονικό σήμα τάσης ή ρεύματος με την ίδια συχνότητα αλλά με διαφορετικό πλάτος και φάση. Με την έννοια αυτή, η ανάλυση της μόνιμης λειτουργίας ενός κυκλώματος έχει ιδιαίτερη σημασία, καθώς η εύρεση της απόκρισής του για ημιτονική διέγερση μιας συχνότητας υποδηλώνει σαφώς τη γνώση της απόκρισής του και για κάθε άλλη ημιτονική διέγερση με διαφορετική συχνότητα και, γενικώς, για κάθε διέγερση με περιοδικό σήμα.

Πράγματι, εφόσον ένα περιοδικό σήμα αναλύεται κατά Fourier σε έναν πεπερασμένο αριθμό ημιτονικών συνιστω-
18H περιγραφή της συνολικής απόκρισης ενός κυκλώματος γίνεται στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας $s = \sigma + j\omega$, με χρήση μετασχηματισμού Laplace των αντίστοιχων σχέσεων του πεδίου του χρόνου, ενώ η ανάλυση της μόνιμης (ημιτονικής) απόκρισής του – που θα μας απασχολήσει εδώ – αντιστοιχεί στην περίπτωση, κατά την οποία $\sigma=0$.

σών κατάλληλου πλάτους και συχνότητας¹⁹, η χρήση των μιγαδικών εκφράσεων, που αποτελεί έναν ιδιαίτερα εύχρηστο τρόπο περιγραφής ημιτονικών σημάτων, προσφέρεται κατ' εξοχήν για την ανάλυση της AC λειτουργίας και τον προσδιορισμό της απόκρισης οποιουδήποτε κυκλώματος, στην είσοδο του οποίου εφαρμόζεται ένα περιοδικό σήμα, καθώς αυτή θα είναι, κατά τα γνωστά²⁰, το άθροισμα των αποκρίσεων του συγκεκριμένου κυκλώματος στις επί μέρους ημιτονικές συνιστώσες του περιοδικού σήματος διέγερσής του.

4.4.1 Η έννοια της Συνάρτησης Μεταφοράς

Η χαρακτηριστική συνάρτηση ενός κυκλώματος – κατά την ανάλυση τη λειτουργίας του στο πεδίο του χρόνου – είναι ο λόγος δύο συναρτήσεων του χρόνου, αυτής του σήματος εξόδου προς αυτήν του σήματος εισόδου του. Κατά την ανάλυση της μόνιμης λειτουργίας ενός κυκλώματος στο μιγαδικό επίπεδο, μια τέτοια χαρακτηριστική συνάρτηση θα είναι ο λόγος των αντίστοιχων μιγαδικών διανυσμάτων των σημάτων αυτών.

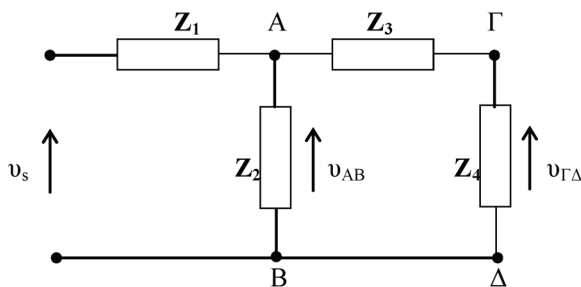
Πράγματι, ο λόγος αυτός θα είναι μια μιγαδική συνάρτηση $\mathbf{H}(j\omega)$, που περιγράφει τη σχέση μεταξύ ημιτονικής διέγερσης και απόκρισης στο μιγαδικό επίπεδο και ονομάζεται **συνάρτηση μεταφοράς** (transfer function) του κυκλώματος. Το μέτρο $\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{H}(\omega)$ της συνάρτησης αυτής ονομάζεται **συχνотική συνάρτηση μεταφοράς** και περιγράφει τη μόνιμη λειτουργία του συγκεκριμένου κυκλώματος στο πεδίο της συχνότητας²¹ ή, αλλιώς, την συχνотική του απόκριση.

Έτσι, εφόσον το πλάτος και η φάση ενός ημιτονικού σήματος με συχνότητα ω προσδιορίζει το αντίστοιχο μιγαδικό διάνυσμα (φάσορα), το μέτρο των μιγαδικών διανυσμάτων τάσης ή ρεύματος ενός κυκλώματος θα εξαρτάται τόσο από τα στοιχεία του συγκεκριμένου κυκλώματος, δηλ. από το μέτρο της σύνθετης ή μιγαδικής τους αντίστασης, όσο και από τη συχνότητα ω του ημιτονικού σήματος διέγερσης.

Συνεπώς, η συνάρτηση μεταφοράς $\mathbf{H}(j\omega)$ ενός κυκλώματος περιγράφει τη λειτουργία του, όπως αυτή δίνεται από το λόγο των μιγαδικών διανυσμάτων των σημάτων διέγερσης και απόκρισης και, μάλιστα, το μέτρο $\mathbf{H}(\omega)$ της $\mathbf{H}(j\omega)$ δίνει το λόγο των στιγμιαίων τιμών πλάτους των σημάτων εξόδου και εισόδου και το όρισμά της, $\angle\mathbf{H}(j\omega)$, τη διαφορά φάσης $\varphi(\omega)$ των δύο σημάτων αυτών, ως συναρτήσεων της συχνότητας ω .

4.4.1.1 Παράδειγμα προσδιορισμού της συνάρτησης μεταφοράς ενός κυκλώματος

Έστω, το κύκλωμα του σχήματος 4.30, που αποτελείται από στοιχεία με μιγαδικές ή σύνθετες αντιστάσεις Z_1, Z_2, Z_3 και Z_4 . Ζητείται να προσδιοριστεί η έκφραση της τάσης (α) μεταξύ των σημείων A, B, και (β) μεταξύ των σημείων Γ, Δ, καθώς επίσης και να διατυπωθούν οι αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς, όταν στην είσοδο εφαρμόζεται μια ημιτονική τάση $v_s(t)$.



Σχήμα 4.30. Παράδειγμα απλού κυκλώματος για τον προσδιορισμό των τάσεων v_{AB} και v_{GD} .

Εφόσον το σήμα εισόδου είναι μια τάση της μορφής π.χ. $v_s(t) = V_{sm} \cos \omega t$ και, ταυτόχρονα, είναι γνωστές οι σύνθετες αντιστάσεις των στοιχείων του, ο προσδιορισμός των τάσεων $v_{AB}(t)$ και $v_{GD}(t)$ – προφανώς, συναρτήσει της $v_s(t)$ – γίνεται εύκολα βάσει όσων αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.3.4.2 για τους μιγαδικούς διαιρέτες AC τάσεων.

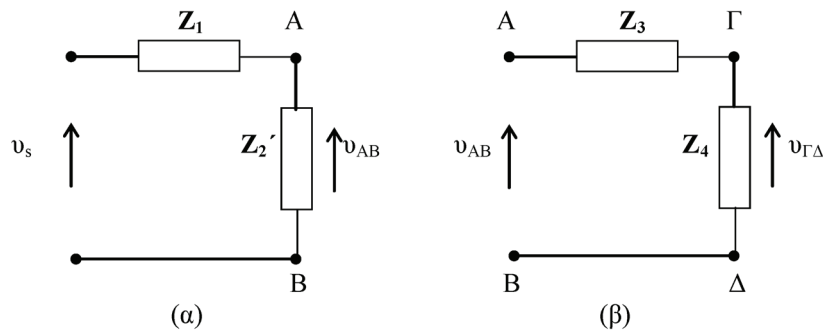
Πράγματι, στην περίπτωση της ζητούμενης AC τάσης v_{AB} είναι φανερό ότι μεταξύ των σημείων A και B, το στοιχείο με σύνθετη αντίσταση Z_2 βρίσκεται παράλληλα συνδεδεμένο προς τον συνδυασμό των στοιχείων Z_3 και Z_4 , που είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους σε σειρά. Επομένως, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.31(α), η ζητούμενη τάση v_{AB} θα είναι η τάση στα άκρα ενός ισοδύναμου στοιχείου με σύνθετη αντίσταση Z_2' , η τιμή της οποίας θα είναι:

$$Z_2' = Z_2 // (Z_3 + Z_4) = \frac{Z_2(Z_3 + Z_4)}{Z_2 + Z_3 + Z_4}$$

¹⁹Βλέπε παράγραφο 2.5.

²⁰Προφανώς, αναφερόμαστε στην ισχύ της αρχής της επαλληλίας ή υπέρθεσης, καθώς τα παθητικά κυκλώματα, αντιστάσεων, πυκνωτών και πηνίων είναι γραμμικά κυκλώματα.

²¹Η έκφραση $\mathbf{H}(j\omega)$ της συνάρτησης μεταφοράς προκύπτει ως ειδική περίπτωση της έκφρασής της $\mathbf{H}(s)$, στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας $s = \sigma + j\omega$, για $\sigma = 0$, οπότε το μέτρο της, $\mathbf{H}(\omega)$, αναφέρεται στο πεδίο πραγματικών συχνοτήτων.



Σχήμα 4.31. Ισοδύναμη μορφή του κυκλώματος στο σχήμα 4.30 για τον προσδιορισμό των τάσεων (α) v_{AB} και (β) $v_{\Gamma\Delta}$.

Έτσι, λόγω του μιγαδικού διαιρέτη (Z_1, Z_2') της τάσης $v_s(t)$, η ζητούμενη τάση $v_{AB}(t)$ θα δίνεται συναρτήσει των μέτρων των σύνθετων αντιστάσεων Z_1 και Z_2' :

$$v_{AB}(t) = \frac{|Z_2'|}{|Z_{\text{συν}}|} \cdot v_s(t) = \frac{|Z_2'|}{|Z_1 + Z_2'|} \cdot v_s(t)$$

(4.111)

Με αντίστοιχο τρόπο, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.31(β)²², η ζητούμενη τάση $v_{\Gamma\Delta}(t)$ θα είναι η τάση στα άκρα του στοιχείου Z_4 , του μιγαδικού διαιρέτη (Z_3, Z_4) της τάσης $v_{AB}(t)$, δηλ.:

$$v_{\Gamma\Delta}(t) = \frac{|Z_4|}{|Z_3 + Z_4|} \cdot v_{AB}(t)$$

(4.112)

και, με χρήση της σχέσης (4.111):

$$v_{\Gamma\Delta}(t) = \frac{|Z_4|}{|Z_3 + Z_4|} \cdot \frac{|Z_2'|}{|Z_1 + Z_2'|} \cdot v_s(t)$$

(4.113)

όπου η σύνθετη αντίσταση Z_2' δίνεται από τη σχέση (4.110).

Αν, τώρα, για τον προσδιορισμό των τάσεων $v_{AB}(t)$ και $v_{\Gamma\Delta}(t)$ θεωρήσουμε μιγαδικές εκφράσεις, τότε η ημιτονική τάση εισόδου $v_s(t)$ γράφεται ως:

$$v_s(t) = V_{sm} \cos \omega t = \text{Re}[V_s] = \text{Re}[V_{sm} e^{j\omega t}]$$

όπου, με V_{sm} συμβολίζεται το μιγαδικό διάνυσμα, δηλ. ο φάσοντας της τάσης V_s , που εδώ είναι $V_{sm} = V_{sm} e^{j0}$.

Έτσι, οι σχέσεις (4.110) και (4.111) θα έχουν, αντιστοίχως, τις ισοδύναμες μορφές:

$$\mathbf{V}_{AB} = \frac{\mathbf{Z}_2'}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2'} \cdot \mathbf{V}_s \quad \text{και} \quad \mathbf{V}_{\Gamma\Delta} = \frac{\mathbf{Z}_4}{\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4} \cdot \mathbf{V}_{AB}$$

(4.114)

όπου, προφανώς, τα μιγαδικά σήματα τάσης V_{AB} και $V_{\Gamma\Delta}$ θα συνδέονται με τα αντίστοιχα μιγαδικά διανύσματα τάσης V_{ABm} και $V_{\Gamma\Delta m}$ με τις σχέσεις:

$$\mathbf{V}_{AB} = V_{ABm} e^{j\omega t} \quad \text{και} \quad \mathbf{V}_{\Gamma\Delta} = V_{\Gamma\Delta m} e^{j\omega t}$$

(4.115)

Επίσης, για τα μιγαδικά αυτά διανύσματα, θα ισχύουν:

$$\mathbf{V}_{ABm} = V_{ABm} e^{j\phi_1} \quad \text{ή} \quad \mathbf{V}_{ABm} = V_{ABm} \angle \phi_1$$

και

(4.116)

$$\mathbf{V}_{\Gamma\Delta m} = V_{\Gamma\Delta m} e^{j\phi_2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{V}_{\Gamma\Delta m} = V_{\Gamma\Delta m} \angle \phi_2$$

όπου, όπως φαίνεται από τις σχέσεις (4.114), η μεν γωνία ϕ_1 αποτελεί το όρισμα της μιγαδικής τάσης V_{AB} ως προς τη μιγαδική τάση V_s , η δε γωνία ϕ_2 , το όρισμα της μιγαδικής τάσης $V_{\Gamma\Delta}$ ως προς την V_{AB} (και όχι ως προς την V_s).

²²Σαν άσκηση μπορείτε να διαπιστώσετε ότι η μορφή του κυκλώματος στο σχήμα 4.31(β) προκύπτει κατά Thevenin ως προς τα άκρα A και B του αρχικού (γραμμικού) κυκλώματος στο σχήμα 4.30, δηλ. στα άκρα του στοιχείου Z_2' .

Επομένως, η (μικαδική) συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος του σχήματος 4.30 για την περίπτωση που ως έξοδος θεωρούνται τα σημεία A και B, βρίσκεται αμέσως ότι θα είναι:

$$\mathbf{H}_{AB}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{V}_s} = \frac{\mathbf{V}_{ABm}}{\mathbf{V}_{sm}} \cdot e^{j\varphi_1} \quad (4.117)$$

με μέτρο:

$$|\mathbf{H}_{AB}(j\omega)| = H_{AB}(\omega) = \frac{|\mathbf{V}_{AB}|}{|\mathbf{V}_s|} = \frac{V_{ABm}}{V_{sm}} \quad (4.118)$$

όπου V_{ABm} και V_{sm} είναι τα πλάτη των αντίστοιχων ημιτονικών σημάτων εξόδου $v_{AB}(t)$ και εισόδου $v_s(t)$, συχνότητας ω , και όρισμα φ_1 τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημάτων αυτών, δηλ.:

$$\angle \mathbf{H}_{AB}(j\omega) = \angle e^{j\varphi_1} = \varphi_1 \quad (4.119)$$

Με παρόμοιο τρόπο, στην περίπτωση που ως έξοδος του κυκλώματος του σχήματος 4.29 θεωρούνται τα σημεία Γ και Δ, η συνάρτηση μεταφοράς βρίσκεται ότι είναι:

$$\mathbf{H}_{\Gamma\Delta}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_{\Gamma\Delta}}{\mathbf{V}_s} = \frac{\mathbf{V}_{\Gamma\Delta m}}{\mathbf{V}_{sm}} \cdot e^{j\varphi} \quad (4.120)$$

με μέτρο:

$$|\mathbf{H}_{\Gamma\Delta}(j\omega)| = H_{\Gamma\Delta}(\omega) = \frac{|\mathbf{V}_{\Gamma\Delta}|}{|\mathbf{V}_s|} = \frac{V_{\Gamma\Delta m}}{V_{sm}} \quad (4.121)$$

και όρισμα:

$$\angle \mathbf{H}_{\Gamma\Delta}(j\omega) = \angle e^{j\varphi} = \varphi \quad (4.122)$$

Εδώ, θα πρέπει να διευκρινισθεί ότι οι σχέσεις (4.120), (4.121) και (4.122) αναφέρονται στη σχέση του (μικαδικού) σήματος τάσης $V_{\Gamma\Delta}$ μεταξύ των σημείων Γ και Δ ως προς την τάση εισόδου V_s του κυκλώματος του σχήματος 4.30 και όχι ως προς το αντίστοιχο σήμα τάσης V_{AB} μεταξύ των σημείων A και B.

Έτσι, όπως μπορεί εύκολα να αποδειχθεί, η γωνία φ , που στην προκειμένη περίπτωση αποτελεί τη διαφορά φάσης μεταξύ των μικαδικών διανυσμάτων των τάσεων $V_{\Gamma\Delta}$ και V_s , θα δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

ενώ, ταυτόχρονα, θα ισχύουν:

$$\varphi_1 = \angle |\mathbf{Z}_2| - \angle |\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2|$$

και

$$\varphi_2 = \angle |\mathbf{Z}_4| - \angle |\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4|$$

4.4.2 Συχνотικά διαγράμματα πλάτους και φάσης

Είδαμε, προηγουμένως, ότι η συνάρτηση μεταφοράς $\mathbf{H}(j\omega)$ ενός κυκλώματος περιγράφει τη μόνιμη λειτουργία του με όρους μικαδικών διανυσμάτων στο μικαδικό επίπεδο πεδίο, υποδεικνύοντας με το μέτρο $H(\omega)$ και το όρισμά της $\varphi(\omega)$, αντιστοίχως, την εξάρτηση του πλάτους και της φάσης του ημιτονικού σήματος εξόδου από τη συχνότητα ω του ημιτονικού σήματος εισόδου.

Η εξάρτηση των χαρακτηριστικών αυτών μεγεθών ενός κυκλώματος από την κυκλική (ω) ή τη φυσική συχνότητα ($f=2\pi/\omega$) του σήματος εισόδου απεικονίζεται γραφικώς σε κατάλληλα διαγράμματα, στα οποία η συχνότητα ω ή f αποτελεί την ανεξάρτητη μεταβλητή και τα οποία ονομάζονται συχνотικά διαγράμματα.

Για κάθε κύκλωμα μπορούν να σχεδιασθούν δύο τέτοια διαγράμματα: το συχνотικό διάγραμμα πλάτους και το συχνотικό διάγραμμα φάσης. Στο πρώτο, η εξάρτηση του μέτρου $H(\omega)$ της συνάρτησης μεταφοράς $\mathbf{H}(j\omega)$ του κυκλώματος από τη συχνότητα των σημάτων του αντιστοιχεί στην απεικόνιση του λόγου του πλάτους του σήματος εξόδου προς αυτό του σήματος εισόδου ως προς τη συχνότητα, ενώ, στο δεύτερο, απεικονίζεται η εξάρτηση του ορίσματος $\angle \mathbf{H}(j\omega) = \varphi(\omega)$

της $H(j\omega)$ ή, αλλιώς, της διαφοράς φάσης φ μεταξύ των σημάτων εξόδου-εισόδου από τη συχνότητα ω .

Σημειώνεται ότι όταν η συνάρτηση μεταφοράς ενός κυκλώματος αναφέρεται σε σήματα τάσης, ο λόγος $H(\omega)$ των πλατών των σημάτων εξόδου-εισόδου θα είναι ο συντελεστής ενίσχυσης (δηλ. η απολαβή) τάσης του συγκεκριμένου κυκλώματος, που, αντί να είναι ένας σταθερός αριθμός, όπως συμβαίνει στα ωμικά κυκλώματα, στην περίπτωση αυτή η τιμή του θα είναι μια συνάρτηση της συχνότητας των σημάτων.

Το ίδιο ισχύει και όταν τα σήματα εισόδου και εξόδου είναι ημιτονικά σήματα έντασης ρεύματος, οπότε το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς θα υποδεικνύει την εξάρτηση της αντίστοιχης ενίσχυσης ή απολαβής έντασης ρεύματος του κυκλώματος από τη συχνότητα, ενώ, όπως θα δούμε παρακάτω, με ανάλογο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς ενός κυκλώματος μπορεί να δίνει την αντίστοιχη εξάρτηση του συντελεστή διαντίστασης ή διαγωγιμότητάς του.

4.4.2.1 Λογαριθμικά συχνοτικά διαγράμματα - Διαγράμματα Bode

Για την κάλυψη μιας ευρείας περιοχής τιμών για τα μεγέθη που απεικονίζονται στα συχνοτικά διαγράμματα, ένας ή και οι δύο άξονές τους βαθμονομούνται ως προς τους δεκαδικούς λογαρίθμους των τιμών των αντίστοιχων μεγεθών.

Πράγματι, τόσο στην περίπτωση των διαγραμμάτων πλάτους, όσο και των διαγραμμάτων φάσης, ο οριζόντιος άξονας, στον οποίο συνήθως αντιστοιχεί η συχνότητα, βαθμονομείται σε κλίμακα δεκαδικών λογαρίθμων της φυσικής συχνότητας ($\log f$) ή, αλλιώς, σε κλίμακα δεκάδας συχνότητας²³ (Dec), δηλ. ξεκινώντας από την αρχή των αξόνων τίθενται με αύξουσα σειρά: $10^0=1\text{Hz}$ ($\log 1=0$), $10^1=10\text{Hz}$ ($\log 10=1$), $10^2=100\text{Hz}$ ($\log 100=2$), κ.ο.κ..

Στα συχνοτικά διαγράμματα πλάτους, ο άξονας τιμών των λόγων πλάτους των σημάτων εξόδου-εισόδου, δηλ. των τιμών του αντίστοιχου συντελεστή ενίσχυσης, βαθμονομείται, επίσης, σε λογαριθμική κλίμακα, οπότε η γραφική παράσταση του λόγου των πλατών αυτών σε μονάδες decibel (dB), σύμφωνα με τη σχέση (1.44) ή (1.45), είναι απεικόνιση της συχνοτικής εξάρτησης της ισχύος εξόδου προς την ισχύ εισόδου.

Έτσι, για πρακτικούς λόγους, τα συχνοτικά διαγράμματα πλάτους (ισχύων) ή φάσης είναι, αντιστοίχως, λογαριθμικά ή ημιλογαριθμικά διαγράμματα και, μάλιστα, η «ανάγνωση» τους γίνεται συνήθως με τη βοήθεια συγκεκριμένων προσεγγίσεων, που είναι γνωστές ως προσεγγίσεις Bode, με αποτέλεσμα τα διαγράμματα αυτά να λέγονται και **διαγράμματα Bode**.

4.4.2.2 Διαγράμματα Bode στο κύκλωμα RC σε σειρά

Ως παράδειγμα για τις προσεγγίσεις Bode στα συχνοτικά διαγράμματα πλάτους και φάσης, θεωρούμε το απλό κύκλωμα RC, που μελετήθηκε εκτενώς στην παράγραφο 4.2.2. Όπως είδαμε, η λειτουργία του κυκλώματος αυτού διαφοροποιείται ανάλογα με το αν ως σήμα εξόδου λαμβάνεται το σήμα τάσης στα άκρα της αντίστασης [σχήμα 4.12(α)] – οπότε έχουμε λειτουργία κυκλώματος διαφόρισης και συχνοτική συμπεριφορά υψηλερατού φίλτρου – ή το σήμα τάσης στα άκρα του πυκνωτή [σχήμα 4.12(β)] – οπότε έχουμε λειτουργία ολοκλήρωσης της τάσης εισόδου και συμπεριφορά χαμηλοπερατού φίλτρου. Προφανώς και στις δύο περιπτώσεις, η συχνότητα αποκοπής f_c θα είναι η ίδια, καθώς αυτή θα δίνεται από τη σχέση (4.61) συναρτήσει των τιμών των στοιχείων R και C.

Στην πρώτη περίπτωση, το μέτρο $H_R(\omega)$ της συνάρτησης μεταφοράς του κυκλώματος μπορεί να διατυπωθεί εύκολα, συνδυάζοντας τα όσα αναφέρθηκαν στις παραγράφους 4.3.4.2 και 4.4.1.1 – και οδήγησαν, αντιστοίχως, στις σχέσεις (4.100) και (4.121) – με τη σχέση (4.52). Έτσι, θα είναι:

$$H_R(\omega) = \frac{V_R}{V_s} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \quad (4.123)$$

από την οποία, μετά από πράξεις και με χρήση της σχέσης (4.61), προκύπτει:

$$H_R(f) = \frac{V_R}{V_s} = \frac{(f/f_c)}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}} \quad (4.124)$$

²³ Η δεκάδα συχνότητας είναι μια λογαριθμική μονάδα ορισμού της αριθμητικής σχέσης δύο συχνοτήτων με τιμές π.χ. f_1 και f_2 . Έτσι, αν $f_2=1000f_1=10^3f_1$, η συχνότητα f_2 λέγεται ότι είναι τρεις δεκάδες μεγαλύτερη της f_1 , ενώ η συχνότητα $f_3=200f_1=0.5f_2$ θα είναι μισή δεκάδα κάτω από την f_2 .

Αντίστοιχη μονάδα για την αριθμητική σχέση δύο συχνοτήτων είναι και η οκτάβα συχνότητας (oct): μια συχνότητα f_1 είναι μια οκτάβα «πάνω» ή «κάτω» από μια συχνότητα f όταν $f_1=2f$ ή $f_1=0.5f$, δηλ. πρόκειται για μονάδα λογάριθμου με βάση το δύο, ($\log 2f$). Έτσι, στο προηγούμενο παράδειγμα των συχνοτήτων f_2 και f_3 , είναι φανερό ότι η συχνότητα f_2 είναι κατά μια οκτάβα μεγαλύτερη της f_3 ή, αλλιώς, η f_3 είναι κατά μια οκτάβα μικρότερη της f_2 , ενώ αν μια συχνότητα f_4 είναι κατά τρεις οκτάβες μεγαλύτερη της f_3 , αυτό σημαίνει ότι $f_4=2^3f_3=8f_3$.

οπότε, χρησιμοποιώντας μονάδες dB σύμφωνα με τη σχέση (1.44), ο λόγος A των πλατών τάσης του σήματος εξόδου προς το σήμα εισόδου σε dB, θα δίνεται από τη σχέση:

$$A(\text{dB}) = 20 \log[H_R(f)] = 20 \log(f/f_c) - 20 \log \sqrt{1 + (f/f_c)^2} \quad (4.125)$$

Ομοίως, το όρισμα της $H_R(j\omega)$ θα είναι η γωνία φ_R , που δίνεται από τη σχέση (4.53) ή (4.103), οπότε, με χρήση της (4.61), θα είναι:

$$\varphi_R = \tan^{-1}(f_c/f) \quad (4.126)$$

ενώ, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.2.2.4, η γωνία φ_R υποδεικνύει την προήγηση φάσης της τάσης στα άκρα της αντίστασης ως προς την τάση εισόδου και, συνεπώς, έχει θετικό πρόσημο.

Στη δεύτερη περίπτωση, από τις σχέσεις (4.55), (4.56) και (4.61), προκύπτει ότι:

$$H_C(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}} \quad (4.127)$$

ή

$$A(\text{dB}) = 20 \log[H_C(f)] = -20 \log \sqrt{1 + (f/f_c)^2} \quad (4.128)$$

και

$$\varphi_C = -\tan^{-1}(f/f_c) \quad (4.129)$$

όπου, βεβαίως, αρνητικό πρόσημο της γωνίας φ_C υποδεικνύει την αντίστοιχη καθυστέρηση φάσης της τάσης στα άκρα του πυκνωτή.

Στις σχέσεις αυτές, τώρα, όταν $f=f_c$, μπορούν να γίνουν οι εξής παρατηρήσεις:

- [σχέσεις (4.124) και (4.127)]:

$$H_R(f_c) = 1/\sqrt{2} \text{ και } H_C(f_c) = 1/\sqrt{2} \quad (4.130)$$

δηλ. στη συχνότητα αποκοπής f_c , το πλάτος του σήματος εξόδου γίνεται ίσο προς το $(1/\sqrt{2})=0.707$ του πλάτους του σήματος εισόδου, ανεξάρτητα από το αν πρόκειται για λειτουργία υψηλερατού ή χαμηλοπερατού φίλτρου.

- [σχέσεις (4.125) και (4.128)]:

$$A = -3\text{dB}$$

δηλ. στη συχνότητα αποκοπής, η ισχύς του σήματος στην έξοδο του κυκλώματος είναι η μισή της ισχύος του σήματος στην είσοδό του. Για το λόγο αυτό, η συχνότητα αποκοπής ενός κυκλώματος λέγεται και συχνότητα μισής ισχύος ή σημείο -3 dB.

Επίσης, στις λογαριθμικές σχέσεις (4.125) και (4.128) υπάρχει ένας κοινός όρος, η μορφή του οποίου μπορεί να απλοποιηθεί ανάλογα με τη θεωρούμενη σχέση μεγέθους μεταξύ f και f_c .

Έτσι, αν υποθεθεί ότι $f \gg f_c$, τότε θα ισχύει η προσέγγιση:

$$-20 \log \sqrt{1 + (f/f_c)^2} \cong -20 \log(f/f_c) \quad (4.131)$$

οπότε, από τη σχέση (4.125) προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} \text{για } f \ll f_c &\rightarrow A \rightarrow -\infty \text{ dB} \\ \text{για } f = f_c &\rightarrow A = -3 \text{ dB} \\ \text{και για } f \gg f_c &\rightarrow A \rightarrow 0 \text{ dB} \end{aligned} \quad (4.132)$$

ενώ, αν $f \ll f_c$, τότε:

$$-20 \log \sqrt{1 + (f/f_c)^2} \cong -20 \log 1 = 0 \quad (4.133)$$

και η σχέση (4.128) δίνει:

$$\begin{aligned} \text{για } f \ll f_c &\rightarrow A \rightarrow 0 \text{ dB} \\ \text{για } f = f_c &\rightarrow A = -3 \text{ dB} \\ \text{και για } f \gg f_c &\rightarrow A \rightarrow -\infty \text{ dB} \end{aligned} \quad (4.134)$$

Ανάλογες προσεγγίσεις μπορούν να γίνουν για τις σχέσεις (4.126) και (4.129), που δίνουν αντιστοίχως, τις γωνίες φ_R και φ_C .

Έτσι, για μεν τη γωνία φ_R , θα είναι:

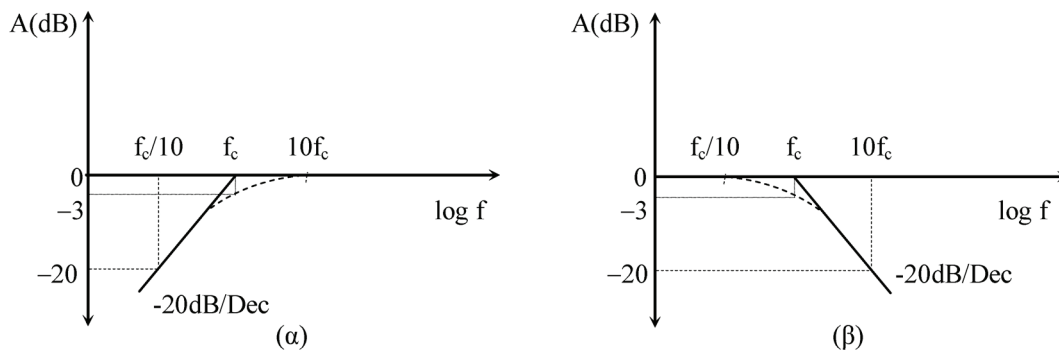
$$\begin{aligned} \text{αν } f \ll f_c \text{ ή } f \rightarrow 0 &\text{ τότε } \varphi_R \rightarrow \pi/2 \\ \text{αν } f = f_c &\text{ τότε } \varphi_R = \pi/4 \\ \text{και αν } f \gg f_c \text{ ή } f \rightarrow \infty &\text{ τότε } \varphi_R \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (4.135)$$

για δε τη γωνία φ_C :

$$\begin{aligned} \text{αν } f \ll f_c \text{ ή } f \rightarrow 0 &\text{ τότε } \varphi_C \rightarrow 0 \\ \text{αν } f = f_c &\text{ τότε } \varphi_C = -\pi/4 \quad (4.136) \\ \text{και αν } f \gg f_c \text{ ή } f \rightarrow \infty &\text{ τότε } \varphi_C \rightarrow -\pi/2 \end{aligned} \quad (4.136)$$

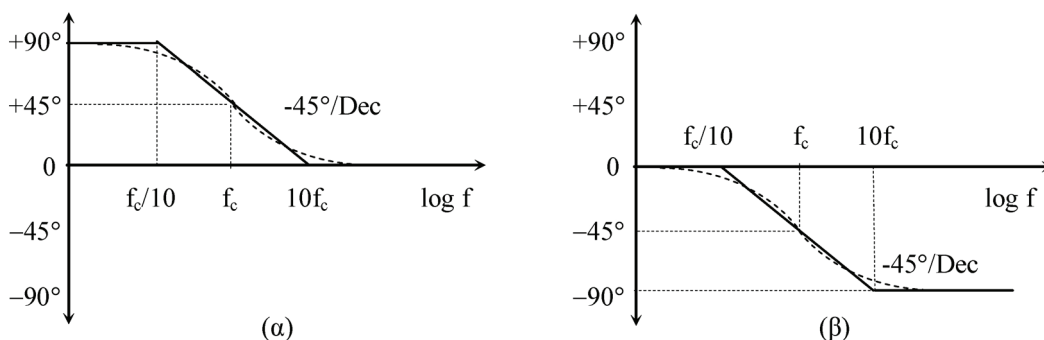
Οι προσεγγιστικές εκφράσεις του λόγου A (των ισχύων) σε dB και των γωνιών φ_R και φ_C , που δίνονται, αντιστοίχως, από τις σχέσεις (4.132), (4.134) και (4.135), (4.136), αποτελούν τις προσεγγίσεις Bode και επιτρέπουν την σχεδίαση των συχνοτικών διαγραμμάτων πλάτους και φάσης ενός μη ωμικού κυκλώματος, χρησιμοποιώντας ημιευθείες και ευθύγραμμα τμήματα κατάλληλης κλίσης.

Στα διαγράμματα πλάτους του σχήματος 4.32 δίνονται οι γραφικές παραστάσεις του λόγου A για τις δύο θεωρήσεις του κυκλώματος RC, όπου φαίνεται η αντίστοιχη υπερπερατή και χαμηλοπερατή απόκρισή τους. Κάθε μια απ' τις παραστάσεις αυτές αποτελείται από δύο ημιευθείες με κοινό σημείο το σημείο $f=f_c$ του άξονα των συχνοτήτων, όπου $A=0$ dB. Η μία εξ αυτών συμπίπτει με τον άξονα των x και καλύπτει συχνότητες από την τιμή $f=f_c$ είτε προς τιμές $f \gg f_c$, είτε προς τιμές $f \ll f_c$, ανάλογα με το είδος της απόκρισης, η δε άλλη έχει, αντιστοίχως, κλίση -20 dB ανά δεκάδα συχνότητας για τιμές $f \rightarrow 0$ ή $f \rightarrow \infty$.



Σχήμα 4.32. Διαγράμματα Bode πλάτους (α) υπερπερατής και (β) χαμηλοπερατής λειτουργίας κυκλώματος RC με συχνότητα αποκοπής f_c . Η καμπύλη με τη διακεκομμένη γραμμή απεικονίζει τις πραγματικές τιμές του A στην περιοχή της f_c .

Ομοίως, στο σχήμα 4.33 φαίνονται τα αντίστοιχα διαγράμματα φάσης, όπου η γωνία φ_R εμφανίζεται με θετική τιμή, ως γωνία προήγησης, και η φ_C με αρνητική τιμή, ως γωνία καθυστέρησης. Έτσι, για κάθε διάγραμμα χρησιμοποιούνται προσεγγιστικώς δύο ευθύγραμμα τμήματα, που αντιστοιχούν στις περιοχές συχνοτήτων από 0 έως $f_c/10$ και από $f_c/10$ έως $10f_c$ και μια ημιευθεία για συχνότητες από $10f_c$ προς το $+\infty$. Από τις προσεγγιστικές αυτές γραμμές, το ευθύγραμμο τμήμα από $f_c/10$ έως $10f_c$ έχει κλίση $-45^\circ/\text{Dec}$, ενώ το άλλο τμήμα, όπως και η ημιευθεία, είτε συμπίπτει, είτε βρίσκεται παράλληλα προς τον άξονα των συχνοτήτων.



Σχήμα 4.33. Διαγράμματα Bode φάσης (α) υψηλερατής και (β) χαμηλοπερατής λειτουργίας κυκλώματος RC με συχνότητα αποκοπής f_c . Η καμπύλη με τη διακεκομμένη γραμμή απεικονίζει τις πραγματικές τιμές των αντίστοιχων γωνιών φ_R και φ_C στην περιοχή συχνοτήτων από $f_c/10$ έως $10f_c$.

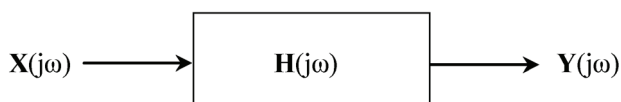
4.5 Σημασία της συνάρτησης μεταφοράς στην ανάλυση των κυκλωμάτων

Όπως αναφέρθηκε, ο προσδιορισμός του μέτρου και του ορίσματος της συνάρτησης μεταφοράς $H(j\omega)$ ενός κυκλώματος στην περιγραφή της μόνιμης λειτουργίας²⁴ στο πεδίο της συχνότητας, δηλ. την μόνιμη απόκριση πλάτους και φάσης του συναρτήσει της συχνότητας ω του (ημιτονικού) σήματος διέγερσης. Με την έννοια αυτή, η $H(j\omega)$ αντιστοιχεί στην χαρακτηριστική συνάρτηση, που περιγράφει τη μόνιμη λειτουργία ενός κυκλώματος (και, γενικότερα, ενός συστήματος) στο πεδίο του χρόνου.

Επομένως, σε σύγκριση με τη σχηματική παράσταση της λειτουργίας ενός κυκλώματος στο πεδίο του χρόνου του σχήματος 1.13, η παράστασή της, κατ' αρχήν, στο μιγαδικό επίπεδο και, στη συνέχεια, στο πεδίο της συχνότητας, θα έχει τη μορφή του σχήματος 4.34, ενώ η γενική σχέση (1.42) θα αντιστοιχεί στη σχέση:

$$Y(j\omega) = H(j\omega) \cdot X(j\omega) \quad (4.137)$$

όπου $X(j\omega)$ και $Y(j\omega)$ είναι μιγαδικές εκφράσεις των σημάτων τάσης ή ρεύματος εισόδου και εξόδου, δηλ. $x(t) \leftrightarrow X(j\omega)$ και $y(t) \leftrightarrow Y(j\omega)$ ή $x(t) = \text{Re}[X(j\omega)]$ και $y(t) = \text{Re}[Y(j\omega)]$.



Σχήμα 4.34. Σχηματική παράσταση της λειτουργίας ενός κυκλώματος στο μιγαδικό επίπεδο και μέσω των μέτρων και ορισμάτων των μιγαδικών μεγεθών στο πεδίο της συχνότητας.

Θεωρώντας, τώρα, τις τέσσερις βασικές μορφές λειτουργίας ενός κυκλώματος, που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 3.6.4, η συνάρτηση μεταφοράς $H(j\omega)$ μπορεί να είναι λόγος είτε σημάτων τάσης ή ρεύματος, είτε σήματος τάσης προς σήμα ρεύματος ή σήματος ρεύματος προς σήμα τάσης, οπότε θα δείχνει, αντιστοίχως, την εξάρτηση είτε της ενίσχυσης (απολαβής) τάσης ή ρεύματος, είτε του συντελεστή διαντίστασης ή διαγωγιμότητας ενός κυκλώματος, μαζί με την εξάρτηση της διαφοράς φάσης των αντίστοιχων σημάτων εξόδου-εισόδου από τη συχνότητά τους.

Τέλος, σημειώνεται ότι το τετράγωνο του μέτρου της $H(j\omega)$, δηλ. το μέγεθος $H^2(\omega)$, παρέχει την αντίστοιχη ενίσχυση ή απολαβή ισχύος του κυκλώματος, κάτι που είδαμε εμμέσως με τη σχέση (4.130) και τον ορισμό της συχνότητας αποκοπής f_c .

4.5.1 Αναλυτική μορφή της συνάρτησης μεταφοράς

Γενικώς, η συνάρτηση μεταφοράς $H(j\omega)$ ενός κυκλώματος είναι ένας λόγος μιγαδικών εκφράσεων, που παριστάνουν είτε τα αντίστοιχα διανύσματα των σημάτων εισόδου και εξόδου, είτε τις τιμές μιγαδικών αντιστάσεων ή αγωγιμοτήτων. Επίσης, η $H(j\omega)$ μπορεί να γραφτεί ως λόγος δύο μιγαδικών πολωνύμων, που προκύπτουν από κατάλληλους συνδυασμούς των σημάτων με τα ωμικά και μη ωμικά στοιχεία του αντίστοιχου κυκλώματος. Έτσι, θα είναι:

$$H(j\omega) = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = K \cdot \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = K \cdot \frac{N(\omega) \cdot e^{j\varphi_N(\omega)}}{D(\omega) \cdot e^{j\varphi_D(\omega)}} \quad (4.138)$$

όπου K είναι μια σταθερά αναλογίας²⁵, χωρίς ή με διαστάσεις (αντίστασης ή αγωγιμότητας), αναλόγως της λειτουργίας που περιγράφει η $H(j\omega)$.

Στην περίπτωση αυτή, ο όρος:

$$H(\omega) = |H(j\omega)| = K \cdot \frac{|N(j\omega)|}{|D(j\omega)|} = K \cdot \frac{N(\omega)}{D(\omega)}$$

²⁴Εδώ περιοριζόμαστε στην περιγραφή της μόνιμης απόκρισης ενός κυκλώματος στο πεδίο της συχνότητας και δεν επεκτεινόμαστε στην εισαγωγή και χρήση του μετασχηματισμού Laplace, με τον οποίο η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης για τη συνολική λειτουργία του στο πεδίο του χρόνου, «μεταφέρεται» στην επίλυση της ισοδύναμης αλγεβρικής έκφρασης στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας $s = \sigma + j\omega$, όπου η συνάρτηση $H(j\omega)$ έχει την γενική μορφή $H(s)$.

²⁵Η σταθερά αυτή μπορεί να θεωρηθεί είτε ότι είναι ίση με τη σταθερή τιμή K της σχέσης (1.42), είτε ότι αντιστοιχεί σε μια στιγμιαία τιμή της, όταν η K έχει τη μορφή συνάρτησης $K(t)$.

θα δίνει την εξάρτηση του μέτρου της $\mathbf{H}(j\omega)$ από τη συχνότητα ω , ενώ η αντίστοιχη εξάρτηση της διαφοράς φάσης $\varphi(\omega)$, θα δίνεται από τη σχέση:

$$\angle \mathbf{H}(j\omega) = \angle \mathbf{N}(j\omega) + \angle \frac{1}{\mathbf{D}(j\omega)} \quad (4.140)$$

ή, αλλιώς

$$\varphi(\omega) = \varphi_{\mathbf{N}}(\omega) - \varphi_{\mathbf{D}}(\omega) \quad (4.141)$$

Συμπεραίνεται, επομένως, ότι η μελέτη της λειτουργίας και ο προσδιορισμός των επιδόσεων ενός κυκλώματος, συναρτήσει της συχνότητας, ω ανάγεται, τελικώς και μέσω της σχέσης (4.138), στη διερεύνηση της αντίστοιχης εξάρτησης των μέτρων και των ορισμάτων των $\mathbf{N}(j\omega)$ και $\mathbf{D}(j\omega)$.

Πράγματι, γράφοντας τα πολυώνυμα αριθμητή και παρονομαστή της $\mathbf{H}(j\omega)$, ως γινόμενα παραγόντων της μεταβλητής $(j\omega)$, δηλ. με τη μορφή:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{K} \frac{(j\omega - \mathbf{z}_1)(j\omega - \mathbf{z}_2)\dots(j\omega - \mathbf{z}_n)}{(j\omega - \mathbf{p}_1)(j\omega - \mathbf{p}_2)\dots(j\omega - \mathbf{p}_m)} \quad (4.142)$$

προκύπτει ότι οι όροι $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n$ και $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m$, έχουν πλήθος n και m ίσο με τον αντίστοιχο βαθμό των πολυωνύμων $\mathbf{N}(j\omega)$ και $\mathbf{D}(j\omega)$ και επί πλέον αποτελούν συγκεκριμένες και ξεχωριστές μεταξύ τους εκφράσεις μιγαδικής συχνότητας, που, όπως θα δούμε, αντιστοιχούν σε διαφορετικούς συνδυασμούς στοιχείων του κυκλώματος.

Οι τιμές $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n$ λέγονται μηδενικά της $\mathbf{H}(j\omega)$, διότι όταν η μεταβλητή $(j\omega)$ παίρνει τις τιμές αυτές, η $\mathbf{H}(j\omega)$ μηδενίζεται, ενώ οι τιμές $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m$ λέγονται πόλοι της $\mathbf{H}(j\omega)$, καθώς για τις τιμές αυτές η $\mathbf{H}(j\omega)$ απειρίζεται. Επίσης, ισχύει $n-m \leq 1$.

Οι πόλοι και τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς ενός κυκλώματος ή συστήματος²⁶ – ανεξαρτήτως του αν αυτή αναφέρεται, ως $\mathbf{H}(j\omega)$, στη μόνιμη ή, ως $\mathbf{H}(s)$, στη συνολική λειτουργία του – αποτελούν κρίσιμες ή χαρακτηριστικές τιμές συχνότητας. Η φυσική υπόσταση των τιμών αυτών καθορίζεται από τα μη ωμικά στοιχεία του κυκλώματος και περιγράφει την εξάρτηση της λειτουργίας του από τη συχνότητα σε όλο το φάσμα της από $\omega=0$ έως $\omega=\infty$. Επίσης αποδεικνύεται ότι κάθε τέτοια τιμή συχνότητας συνδέεται με μια αντίστοιχη σταθερά χρόνου του κυκλώματος, με σχέσεις της μορφής $\square \mathbf{z}_n \square = 1/T_n$ και $\mathbf{p}_m = 1/T_m$.

Συμπληρώνοντας τα παραπάνω για ό,τι αφορά στην φυσική σημασία των πόλων και μηδενικών, αναφέρεται ότι:

- στην περίπτωση μιας συνάρτησης μεταφοράς με τη μορφή λόγου τάσεων ή ρευμάτων, οι πόλοι δηλώνουν τιμές συχνότητας σημάτων που μπορούν να υπάρξουν στην έξοδο του κυκλώματος ως φυσική απόκρισή του λόγω αποθηκευμένης ενέργειας, χωρίς, δηλαδή, την ταυτόχρονη εφαρμογή αντίστοιχου σήματος εισόδου, ενώ τα μηδενικά δηλώνουν τις τιμές συχνότητας σημάτων εισόδου η εφαρμογή των οποίων οδηγεί το κύκλωμα σε μηδενική απόκριση,
- στην περίπτωση μιας συνάρτησης μεταφοράς με διαστάσεις αντίστασης ή αγωγιμότητας, οι πόλοι υποδεικνύουν τις συχνότητες εκείνες όπου η τιμή της σύνθετης αντίστασης, όπως φαίνεται στα άκρα εξόδου του κυκλώματος, γίνεται άπειρη, δηλ. το αντίστοιχο ρεύμα εξόδου θα είναι μηδέν (ανοικτό κύκλωμα) ενώ στις συχνότητες των μηδενικών, η τιμή αυτής της αντίστασης θα μηδενίζεται, δηλ. η αντίστοιχη τάση εξόδου γίνεται μηδέν (βραχυκύκλωμα).

Επιστρέφοντας τώρα, στη συνάρτηση μεταφοράς με τη μορφή της σχέσης (4.142), είναι φανερό ότι κάθε όρος $(j\omega - \mathbf{z}_n)$ και $(j\omega - \mathbf{p}_m)$ αποτελεί μια διαφορά μιγαδικών συχνοτήτων, οπότε, ως μεμονωμένο μιγαδικό μέγεθος θα γράφεται, σε πολική μορφή, ως:

$$j\omega - \mathbf{z}_n = \mathbf{N}_n e^{j\varphi_{\mathbf{N}_n}} \quad \text{ή} \quad j\omega - \mathbf{p}_m = \mathbf{D}_m e^{j\varphi_{\mathbf{D}_m}} \quad (4.143)$$

και συνεπώς η σχέση (4.142) θα παίρνει τη μορφή:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{K} \cdot \frac{\mathbf{N}_1 \dots \mathbf{N}_n}{\mathbf{D}_1 \dots \mathbf{D}_m} \cdot e^{j(\varphi_{\mathbf{N}_1} + \dots + \varphi_{\mathbf{N}_n} - \varphi_{\mathbf{D}_1} - \dots - \varphi_{\mathbf{D}_m})} \quad (4.144)$$

με μέτρο:

²⁶Γενικότερα, η μελέτη των διαφόρων μορφών που μπορεί να έχει μια συνάρτηση μεταφοράς και οι μέθοδοι προσδιορισμού και απεικόνισης των πόλων και των μηδενικών της στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας αποτελεί ένα μεγάλο κεφάλαιο στη Θεωρία Κυκλωμάτων, με εφαρμογή τόσο στην «Ανάλυση», όσο και στην «Σύνθεση κυκλωμάτων», και με την έννοια αυτή ξεφεύγει κατά πολύ από τον εισαγωγικό χαρακτήρα του βιβλίου αυτού.

$$H(\omega) = K \cdot \frac{N_1 \dots N_n}{D_1 \dots D_m} \quad (4.145)$$

και όρισμα:

$$\varphi(\omega) = \varphi_{N_1} + \dots + \varphi_{N_n} - \varphi_{D_1} - \dots - \varphi_{D_m} \quad (4.146)$$

που αποτελούν αναλυτικές εκφράσεις των σχέσεων (4.139) και (4.141).

Οι τιμές, τώρα, των μηδενικών, z_n , και πόλων, p_m , ενός κυκλώματος αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές ω_{zn} και ω_{pm} της συχνότητας – που προκύπτουν από συνδυασμούς των στοιχείων του κυκλώματος – και οι οποίες ορίζονται από τις σχέσεις:

$$\omega_{zn} = |z_n| \text{ και } \omega_{pm} = |p_m| \quad (4.147)$$

Επομένως, για να υπολογιστεί το μέτρο $H(\omega)$ και το όρισμα $\varphi(\omega)$ μιας συνάρτησης μεταφοράς σε μια οποιαδήποτε τιμή συχνότητας ω , αρκεί και μόνο να εισαχθούν στις σχέσεις (4.145) και (4.146) οι αντίστοιχες, γι αυτή τη συχνότητα, τιμές των μέτρων $|z_n|$ και $|p_m|$ και των ορισμάτων φ_{N_n} και φ_{D_m} και, στη συνέχεια, να γίνουν οι απαραίτητες πράξεις, όπως δείχνουν οι παρακάτω εκφράσεις:

$$N_n = |-z_n + j\omega| = \sqrt{(-z_n)^2 + \omega^2} = |z_n| \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{z_n^2}}$$

$$\varphi_{N_n} = \tan^{-1}\left(-\frac{\omega}{z_n}\right)$$

και

$$D_m = |-p_m + j\omega| = \sqrt{(-p_m)^2 + \omega^2} = |p_m| \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{p_m^2}}$$

$$\varphi_{D_m} = \tan^{-1}\left(-\frac{\omega}{p_m}\right) \quad (4.148)$$

4.5.1.1 Εφαρμογή: Μόνιμη απόκριση κυκλώματος RC διαφόρισης

Έστω, ως παράδειγμα, η περίπτωση του κυκλώματος RC διαφόρισης, όπου το σήμα εξόδου λαμβάνεται στα άκρα της αντίστασης R. Σύμφωνα με όσα έχουν ήδη αναφερθεί, η συνάρτηση μεταφοράς της μόνιμης λειτουργίας του θα είναι:

$$\mathbf{H}_R(j\omega) = \frac{V_R}{V_s} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} \quad (4.149)$$

όπου V_R , V_s είναι, αντιστοίχως, τα μιγαδικά διανύσματα της (ημιτονικής) τάσης στα άκρα της R και στην είσοδο του κυκλώματος και Z_R , Z_C , οι τιμές των σύνθετων αντιστάσεων της αντίστασης R και του πυκνωτή C.

Η σχέση (4.151) γράφεται:

$$\mathbf{H}_R(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} = \frac{j\omega}{j\omega + \frac{1}{RC}} \quad (4.150)$$

οπότε, με απλή σύγκρισή της προς την έκφραση (4.142), φαίνεται ότι συνάρτηση μεταφοράς $H_R(j\omega)$ έχει τη μορφή λόγου πολωνύμων 1^{ου} βαθμού της μεταβλητής (jω) και, συνεπώς, έχει ένα μηδενικό και έναν πόλο.

Το μηδενικό αυτό αντιστοιχεί στη (μιγαδική) συχνότητα $z_1=0$, δηλ. $|z_1|=\omega_{z_1}=0$, και ο πόλος, στη συχνότητα $p_1=j(1/RC)$, δηλ. $|p_1|=\omega_{p_1}=(1/RC)$ ενώ με γρήγορη των εκκρούσεων (4.143) η σχέση (4.150) παίρνει τη μορφή:

$$\mathbf{H}_R(j\omega) = \frac{\omega \cdot e^{j90^\circ}}{\sqrt{\omega^2 + (1/RC)^2} \cdot e^{j \tan^{-1} \omega RC}} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (1/RC)^2}} \cdot e^{j \tan^{-1} (1/\omega RC)}$$

στην οποία είναι:

$$|\mathbf{H}_R(j\omega)| = H_R(\omega) = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (1/RC)^2}}$$

και

$$\varphi_R(\omega) = \angle \mathbf{H}_R(j\omega) = \tan^{-1}(1/\omega RC)$$

Οι σχέσεις (4.152) και (4.153), αν και προσδιορισμένες με διαφορετικό τρόπο, συμπίπτουν με τις σχέσεις (4.52) και (4.53), που δίνουν, αντιστοίχως, το λόγο του πλάτους της ημιτονικής τάσης V_R στα άκρα της αντίστασης R προς το πλάτος της τάσης εισόδου V_s και τη διαφορά φάσης φ_R μεταξύ της τάσης εξόδου στα άκρα της R και της τάσης εισόδου. Επίσης συμπίπτουν με τις σχέσεις (4.124) και (4.126), όπου, βεβαίως, έχει τεθεί $f_c = \omega_c/2\pi$.

Η σχέση (4.152) δείχνει, κατ' αρχήν, ότι το μέτρο $H(\omega)$ της συνάρτησης μεταφοράς του συγκεκριμένου κυκλώματος στη συχνότητα $\omega_{z_1} = 0$ είναι μηδέν, ενώ αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας ω , δηλ. για τιμές $\omega > \omega_{z_1}$, και μέχρις ότου αυτή γίνει συγκρίσιμη με την τιμή ω_{p_1} , οπότε πλησιάζει τη μέγιστη τιμή του.

Αυτή η μορφή εξάρτησης του μέτρου $H(\omega)$ από τη συχνότητα υποδηλώνει μια λειτουργία κυκλώματος που ευνοεί την διέλευση σημάτων με συχνότητα μεγαλύτερη της ω_{p_1} , για την οποία ισχύει: $\omega_{p_1} = (1/RC)$. Όμως, η τιμή ω_{p_1} συμπίπτει, όπως δείχνει η σχέση (4.61), με τη συχνότητα αποκοπής f_c κυκλώματος RC , και, συνεπώς, αποτελεί τη συχνότητα αποκοπής της μόνιμης λειτουργίας του συγκεκριμένου υπερπαραπέρατου κυκλώματος, καθώς $\omega_{p_1} = \omega_c = (1/RC)$.

Έτσι, θέτοντας στις σχέσεις (4.152) και (4.153) διάφορες τιμές της συχνότητας ω ως προς τη συχνότητα αποκοπής $\omega_{p_1} = \omega_c$, προκύπτουν τα εξής:

	για $\omega = 0$	⇒ $H_R(0) = 0$	και $\varphi_R(0) = 90^\circ$
	για $0 < \omega < (\omega_{p_1}/10)$	⇒ $H_R(\omega) \approx \omega$	και $\varphi_R(\omega) \approx 90^\circ$
	για $(\omega_{p_1}/10) < \omega < \omega_{p_1}$	⇒ $H_R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega_{p_1}^2}{\omega^2}}}$	και $90^\circ < \varphi_R(\omega) < 45^\circ$

	για $\omega = \omega_{p_1}$	⇒ $H_R(\omega_{p_1}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$	και $\varphi_R(\omega) = 45^\circ$
	για $\omega_{p_1} < \omega < 10\omega_{p_1}$	⇒ $H_R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega_{p_1}^2}{\omega^2}}}$	και $45^\circ < \varphi_R(\omega) < 0^\circ$
	για $\omega \gg \omega_{p_1}$	⇒ $H_R(\omega) \rightarrow 1$	και $\varphi_R(\omega) \rightarrow 0^\circ$

δηλ. τιμές του μέτρου και του ορίσματος της συνάρτησης μεταφοράς $H_R(j\omega)$ της σχέσης (4.150), η γραφική παράσταση των οποίων στα αντίστοιχα συχνотικά διαγράμματα Bode θα έχει την τυπική μορφή των σχημάτων 4.32 και 4.33.

Τέλος, αφήνεται στον αναγνώστη:

- να διαπιστώσει ότι οι τιμές $H_R(\omega)$ και $\varphi_R(\omega)$ των σχέσεων (4.154) επιβεβαιώνονται και από τις σχέσεις (4.145) και (4.146), θέτοντας σ' αυτές τις αντίστοιχες τιμές των N_1 , D_1 και φ_{N_1} , φ_{D_1} , που προκύπτουν από τις σχέσεις (4.148), για τις ίδιες τιμές της συχνότητας ω , και
- να δείξει ότι παρόμοια λειτουργία μπορεί να επιτευχθεί από ένα κύκλωμα αντίστασης-πηνίου (RL) σε σειρά, όπου η έξοδος λαμβάνεται στα άκρα του πηνίου L και η συχνότητα αποκοπής είναι $f_c = R/2\pi L$.

4.5.2 Παρατηρήσεις

Η ανάλυση της μόνιμης λειτουργίας ενός κυκλώματος στο πεδίο της συχνότητας, με χρήση της αντίστοιχης συνάρτησης μεταφοράς $H(j\omega)$, οδηγεί στις παρακάτω διαπιστώσεις, που αναδεικνύουν την ιδιαίτερη σημασία της, λόγω των πληροφοριών, που παρέχει για τη λειτουργία αυτή. Έτσι:

- Η εξάρτηση του μέτρου και του ορίσματος της $H(j\omega)$ ενός κυκλώματος από τη συχνότητα του σήματος διέγερσης (εισόδου) του προϋποθέτει την παρουσία μη ωμικών στοιχείων σ' αυτό – η σύνθετη αντίσταση των οποίων είναι συνάρτηση της συχνότητας – και αναφέρεται, προφανώς, στη δυναμική (AC) λειτουργία του.

- Η συνάρτηση $H(j\omega)$ ενός κυκλώματος είναι λόγος εκφράσεων μιγαδικής αντίστασης ή μιγαδικής αγωγιμότητας και προκύπτει από την αναλυτική διατύπωση του λόγου του σήματος εξόδου προς το αντίστοιχο σήμα εισόδου, σύμφωνα με τους δύο νόμους του Kirchhoff στη μιγαδική τους μορφή. Επειδή δε, οι νόμοι αυτοί είναι οι νόμοι που διέπουν την κατανομή της ηλεκτρικής ενέργειας στα στοιχεία ενός κυκλώματος, η $H(j\omega)$ συνδέει, τελικώς, την προσφερόμενη, τόσο με την αποθηκευόμενη, όσο και την καταναλισκόμενη ισχύ στο συγκεκριμένο κύκλωμα.
- Όταν ο αριθμητής και ο παρονομαστής της $H(j\omega)$ γράφονται ως πολώνυμα n και m βαθμού της μεταβλητής $(j\omega)$, αντιστοίχως, τότε θα υπάρχουν n μηδενικά και m πόλοι, συμπεριλαμβανόμενων και των τιμών μηδενικής ή άπειρης συχνότητας.
- Κάθε μηδενικό $z_n \neq 0$ και πόλος $p_m \neq 0$ της συνάρτησης μεταφοράς ενός κυκλώματος αντιπροσωπεύει ένα συγκεκριμένο συνδυασμό κάποιων από τα ωμικά και μη ωμικά στοιχεία του, κάθε ένας εκ των οποίων, στο μεν πεδίο της συχνότητας, αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη συχνότητα θλάσης ή αποκοπής ω_c ή f_c , στο δε πεδίο του χρόνου, σε μια διαφορετική σταθερά χρόνου $T=1/\omega_c$.
- Οι n και m τιμές των μηδενικών και των πόλων ενός κυκλώματος δεν είναι απαραίτητως διαφορετικές μεταξύ τους, δηλ. ένας πόλος μπορεί να συμπίπτει με ένα μηδενικό, οπότε και αλληλοαναιρούνται, ή μπορεί ένα μηδενικό ή ένας πόλος να είναι διπλός ή τριπλός, δηλ. από διαφορετικούς συνδυασμούς στοιχείων να προκύπτουν ίδιες τιμές συχνότητας αποκοπής.
- Κάθε απλός πόλος με μη μηδενική ή άπειρη τιμή αντιστοιχεί σε μια συχνότητα θλάσης ω_c και θα ισχύει: $H(\omega_c)=1/\sqrt{2}$ ή, αλλιώς, $H^2(\omega_c)=1/2$ (ω_c : συχνότητα μισής ισχύος), ενώ στην αντίστοιχη συχνότητα θλάσης κάθε μη μηδενικού ή άπειρου μηδενικού μηδενίζεται η τυχόν θετική ή αρνητική κλίση της απόκρισης μέχρι τη συχνότητα αυτή.

4.5.2.1 Ευστάθεια της λειτουργίας ενός κυκλώματος

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός κυκλώματος συνδέεται επίσης με την έννοια της ευστάθειας, όπως αυτή δόθηκε στην παράγραφο 2.7, κατά την οποία ένα κύκλωμα (ή σύστημα) χαρακτηρίζεται ως ευσταθές, όταν για ένα σήμα διέγερσης, που περιγράφεται από μια φραγμένη συνάρτηση στο πεδίο ορισμού της, το σήμα απόκρισής του δίνεται από μια αντιστοίχως φραγμένη συνάρτηση. Τέτοια κυκλώματα (ή συστήματα) χαρακτηρίζονται ως BIBO (bounded input – bounded output) και η ευστάθεια της λειτουργίας τους μπορεί να επιβεβαιωθεί από την θέση των πόλων της συνάρτησης μεταφοράς τους στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας.

Στην περίπτωση της συνάρτησης μεταφοράς $H(j\omega)$ της μόνιμης λειτουργίας ενός κυκλώματος, **η λειτουργία αυτή θα χαρακτηρίζεται ως ευσταθής, εάν και μόνον, το μέτρο $H(\omega)$ της συγκεκριμένης συνάρτησης είναι μια άνω και κάτω φραγμένη συνάρτηση της συχνότητας ω για κάθε $\omega \in [0, \infty)$** . Αυτό σημαίνει ότι η διέγερση του κυκλώματος με ένα ημιτονικό σήμα ορισμένου πλάτους θα έχει ως αποτέλεσμα την απόκρισή του με ένα ημιτονικό σήμα της ίδιας συχνότητας και οπωσδήποτε πεπερασμένου πλάτους.

Βεβαίως, η έννοια της ευστάθειας αναφέρεται στη συνολική λειτουργία ενός κυκλώματος και δεν περιορίζεται μόνον στη μόνιμη. Έτσι, η ευστάθεια ή όχι ενός κυκλώματος διαπιστώνεται μαθηματικώς είτε από το είδος των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης της αντίστοιχης διαφορικής – περιγραφή στο πεδίο του χρόνου – είτε από τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς του στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας²⁷.

Όπως αποδεικνύεται, ένα κύκλωμα είναι απολύτως ή χωρίς όρους ευσταθές (absolutely or unconditionally stable) όταν είτε οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης της διαφορικής εξίσωσης του κυκλώματος είναι πραγματικές και αρνητικές και απεικονίζονται στο αριστερό μιγαδικό επίπεδο, είτε κάθε πόλος p_m της συνάρτησης μεταφοράς του $H(s=\sigma+j\omega)$, είναι μιγαδικό μέγεθος με αρνητικό πραγματικό μέρος και απεικονίζεται στο αριστερό ημιεπίπεδο της μιγαδικής συχνότητας. Αντιστοίχως, στην περίπτωση της $H(j\omega)$, η μόνιμη λειτουργία του κυκλώματος θα είναι ευσταθής, όταν κάθε πόλος p_m έχει μηδενικό πραγματικό μέρος.

4.6 Ενεργός και φαινομενική ισχύς κατά την AC λειτουργία ενός κυκλώματος

Σύμφωνα με τον ορισμό, στην παράγραφο 1.3.3.2, σε μια ωμική αντίσταση R , που διαρρέεται από ρεύμα $i_R(t)=I_R \cos(\omega t+\theta)$, καταναλίσκεται ισχύς:

$$p(t) = v_R(t) \cdot i_R(t) = V_R I_R \cos^2(\omega t + \theta) = \frac{1}{2} V_R I_R [1 + \cos 2(\omega t + \theta)]$$

²⁷ Η μελέτη της ευστάθειας κυκλωμάτων αποτελεί ιδιαίτερης σημασίας κεφάλαιο της Θεωρίας των Κυκλωμάτων και με την έννοια αυτή ξεφεύγει από το χαρακτήρα του βιβλίου αυτού. Σημειώνεται, πάντως, ότι τα κυκλώματα απλών παθητικών στοιχείων είναι πάντοτε ευσταθή, ενώ τα κυκλώματα με ενεργά στοιχεία μπορεί να είναι: (α) απολύτως ευσταθή, όταν κάθε πόλος της $H(s=\sigma+j\omega)$ έχει αρνητικό πραγματικό μέρος και, συνεπώς, απεικονίζεται στο αριστερό ημιεπίπεδο της μιγαδικής συχνότητας, (β) ευσταθή υπό συνθήκες (conditionally stable), όταν υπάρχουν πόλοι της $H(s)$ με μηδενικό πραγματικό μέρος, και (γ) ασταθή (unstable), όταν οι πόλοι της $H(s)$ έχουν θετικό πραγματικό μέρος

(4.155)

όπου $v_R(t) = V_R \cos(\omega t + \theta)$ είναι η τάση της ίδιας μορφής, που αναπτύσσεται στα άκρα της R.

Από την σχέση αυτή προκύπτει, πρώτον, ότι η ισχύς στην R μεταβάλλεται με το χρόνο και, δεύτερον, ότι ο ρυθμός μεταβολής της εξαρτάται από τη συχνότητα των αντίστοιχων σημάτων τάσης και ρεύματος. Προφανώς, η $p(t)$ σε κάθε χρονική στιγμή t , παρέχει την στιγμιαία τιμή ισχύος, ή, αλλιώς, την στιγμιαία ισχύ στην R, ενώ είναι σαφής η μέγιστη στιγμιαία ισχύς p_{\max} :

$$p_{\max} = V_R \cdot I_R \quad (4.156)$$

καθώς και η μέση τιμή της, P_{av} , που, για $t \rightarrow \infty$, θα δίνεται ως γινόμενο των (σταθερών) ενεργών τιμών τάσης και ρεύματος των αντίστοιχων σημάτων [βλ. σχέση (2.22)], δηλ.:

$$P_{\text{av}} = \frac{V_R \cdot I_R}{2} = \frac{V_R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_R}{\sqrt{2}} = V_{\text{rms}} \cdot I_{\text{rms}} \quad (4.157)$$

Γενικότερα, θεωρώντας ένα στοιχείο μιγαδικής αντίστασης Z και χρησιμοποιώντας τα μιγαδικά διανύσματα για τα σήματα τάσης $v_Z(t)$ και ρεύματος $i_Z(t)$ σ' αυτό, η σχέση (4.155) θα έχει τη γενική μορφή:

$$p(t) = v_Z(t) \cdot i_Z(t) = \text{Re}[V_Z] \cdot \text{Re}[I_Z] = \text{Re}[V_{Zm} e^{j(\omega t + \theta)}] \cdot \text{Re}[I_{Zm} e^{j(\omega t + \theta + \varphi)}] \quad (4.158)$$

όπου V_{Zm} και I_{Zm} είναι τα πλάτη των αντίστοιχων σημάτων και φ η διαφορά φάσης (θετική ή αρνητική), που μπορεί να υπάρχει μεταξύ τους. Έτσι, προκύπτει ότι:

$$= \left[\frac{V_{Zm} I_{Zm}}{2} \cos \varphi \right] - \left[\frac{V_{Zm} I_{Zm}}{2} \cos(2\omega t + 2\theta + \varphi) \right] \quad (4.159)$$

ή, αλλιώς:

$$p(t) = [V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \varphi] - [V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(2\omega t + 2\theta + \varphi)] \quad (4.160)$$

Στην περίπτωση ημιτονικών σημάτων τάσης και ρεύματος σε μη ωμικά στοιχεία ή κύκλωμα, η στιγμιαία ισχύς $p(t)$ θα είναι ένα πραγματικό μέγεθος με δύο συνιστώσες: μία ανεξάρτητη του χρόνου και μία εξαρτώμενη απ' αυτόν. Έτσι, σε μια χρονική στιγμή t , η $p(t)$ μπορεί να έχει θετική ή αρνητική τιμή, οπότε θα δίνει το στιγμιαίο ρυθμό κατανάλωσης (από τα ωμικά στοιχεία) της προσφερόμενης ενέργειας και, αντιστοίχως, το στιγμιαίο ρυθμό απόδοσης (από μη ωμικά στοιχεία) της αποθηκευμένης ενέργειας. Συνεπώς, η ανεξάρτητη από το χρόνο συνιστώσα:

$$P = \frac{V_{Zm} I_{Zm}}{2} \cos \varphi = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \varphi \quad (4.161)$$

αποτελεί την μέση ισχύ, που πραγματικά καταναλώνεται (και δεν αποθηκεύεται) στο στοιχείο ή κύκλωμα και ονομάζεται ενεργός ή πραγματική ισχύς P ενώ, η εξαρτημένη από το χρόνο:

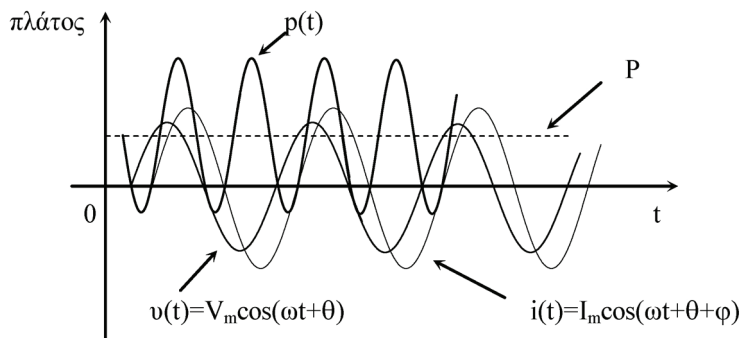
$$p = \frac{V_{Zm} I_{Zm}}{2} \cos(2\omega t + 2\theta + \varphi) = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(2\omega t + 2\theta + \varphi) \quad (4.162)$$

είναι μια ημιτονική συνιστώσα διπλάσιας συχνότητας, που καθορίζει την στιγμιαία τιμή της προσφερόμενης ισχύος $p(t)$ στο συγκεκριμένο κύκλωμα και δίνει το πλάτος και το ρυθμό μεταβολής της μέσης ισχύος P .

Το γινόμενο των ενεργών τιμών των αντίστοιχων σημάτων τάσης και ρεύματος, έχοντας διαστάσεις ισχύος, ονομάζεται φαινομενική ισχύς $S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$ και παρέχει τη μέγιστη τιμή ισχύος, που μπορεί γενικώς να καταναλωθεί ή να αποθηκευθεί σ' ένα στοιχείο ή κύκλωμα.

Ο όρος $\cos \varphi$ της μέσης ή ενεργού ισχύος, λέγεται συντελεστής ή παράγοντας ισχύος και συμβολίζεται και ως $F_p = P/S$, καθώς παρέχει την ενεργό ισχύ, που πραγματικά καταναλώνεται σ' ένα στοιχείο ή κύκλωμα, ως ποσοστό της φαινομενικής ισχύος S , που προσφέρεται σ' αυτό.

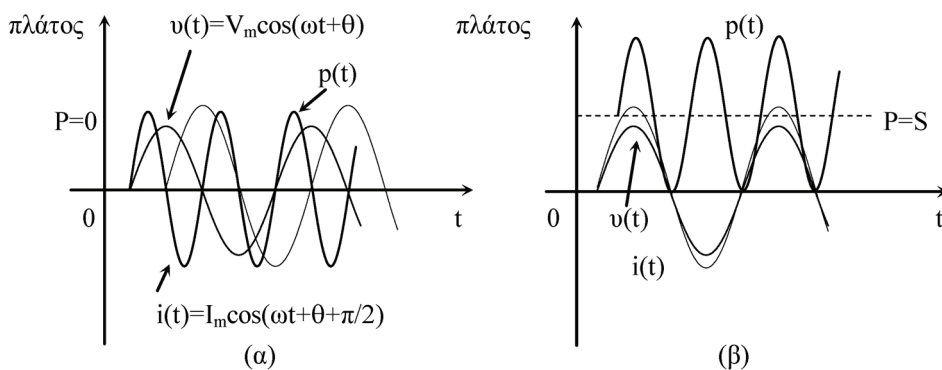
Στο σχήμα 4.35 δίνεται η τυπική κυματομορφή της ισχύος $p(t)$ ως προς τις ημιτονικές κυματομορφές τάσης και ρεύματος με διαφορά φάσης φ σ' ένα οποιοδήποτε στοιχείο ή κύκλωμα.



Σχήμα 4.35. Κυματομορφές τάσης $v(t)$, ρεύματος $i(t)$ και ισχύος $p(t)$ σ' ένα στοιχείο ή κύκλωμα και μέση ισχύς P .

Η φαινομενική ισχύς S , ως γινόμενο ενεργών τιμών, θα είναι επίσης ίση με το γινόμενο των μέτρων των δύο αντίστοιχων μιγαδικών διανυσμάτων τάσης και ρεύματος. Έτσι, αν υποθεθεί ότι η μέση ισχύς P της σχέσης (4.161) είναι το πραγματικό μέρος μιας μιγαδικής ποσότητας S με διαστάσεις ισχύος, δηλ. $S = P + jQ$, τότε το μέτρο της S είναι η φαινομενική ισχύς²⁸, δηλ. $S = |S|$, ενώ η ποσότητα $Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin\phi$, που είναι γνωστή ως ισχύς αντίδρασης ή αντιδραστική ισχύς (reactive power), θα είναι η τιμή της ισχύος που δεν καταναλώνεται αλλά αποθηκεύεται. Η μέση ή ενεργός ισχύς P μετριέται σε μονάδες VA (volt-ampere)²⁹, ενώ η ισχύς αντίδρασης Q σε μονάδες VAR (volt-ampere reactive).

Για παράδειγμα, όπως φαίνεται απ' τη σχέση (4.162), η μέση ή ενεργός ισχύς P , που καταναλώνεται σε (ιδανικό) πυκνωτή ή πηνίο όπου εφαρμόζεται ημιτονική τάση, είναι μηδέν (καθώς $\phi = \pm\pi/2$ οπότε $F_p = \cos\phi = 0$), ενώ η φαινομενική ισχύς S που του προσφέρεται, θα είναι εξ ολοκλήρου η ισχύς που αποθηκεύεται ή, αλλιώς, η ισχύς αντίδρασης, δηλ. $S = Q$, [καθώς $S = (P^2 + Q^2)^{1/2}$]. Μια τέτοια περίπτωση φαίνεται στο σχήμα 4.36(α), όπου δίνεται η κυματομορφή της ισχύος $p(t)$ όταν $\phi = \pm\pi/2$ και, συνεπώς, $P = 0$ και $S = Q$, ενώ στο σχήμα 4.36(β) δίνεται η αντίστοιχη κυματομορφή, όταν $\phi = 0$ και $P = P_{\text{max}} = S$. Έτσι, όταν $P = 0$, υπάρχει ανταλλαγή ισχύος μεταξύ της πηγής τάσης και του μη ωμικού στοιχείου στα άκρα της, καθώς η θετική ημιπερίοδος της $p(t)$ είναι η ισχύς που παρέχεται στο στοιχείο, αποθηκεύεται και αποδίδεται στην πηγή κατά την αρνητική ημιπερίοδο. Αντιστοίχως, όταν $P = S$, τότε η ισχύς $p(t)$ είναι συνεχώς θετική και καταναλώνεται.



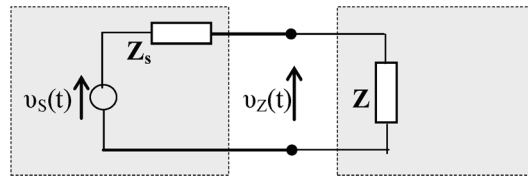
Σχήμα 4.36. Κυματομορφή της ισχύος $p(t)$ στα άκρα ενός στοιχείου ή κυκλώματος όταν η μέση ή ενεργός ισχύς είναι (α) $P = 0$ [περίπτωση μη ωμικού στοιχείου] και (β) $P = S$ [ωμικό στοιχείο].

Συνήθως η ενεργός ισχύς P είναι η μέση πραγματική ισχύς που καταναλώνεται από ένα κύκλωμα με ένα ή περισσότερα μη ωμικά στοιχεία, όταν αυτό εμφανίζεται να είναι συνδεδεμένο ως φορτίο μιας πηγής ή ενός άλλου κυκλώματος. Έτσι, θεωρώντας στο σχήμα 4.37 τη γενική περίπτωση, κατά την οποία ένας συνδυασμός στοιχείων, με συνολική μιγαδική αντίσταση $Z_{\text{συν}}$, ή ένα κύκλωμα, με μιγαδική αντίσταση εισόδου Z_{in} , συνδέεται ως μιγαδικό φορτίο $Z = R + jX$ στα άκρα μιας πηγής ημιτονικής τάσης $v_s(t) = \text{Re}[V_s] = \text{Re}[V_{\text{sm}} e^{j\omega t}]$ με μιγαδική αντίσταση εξόδου $Z_s = R_s + jX_s$, η τάση V_Z στα άκρα του φορτίου Z θα είναι:

$$V_Z = \frac{Z}{Z_s + Z} V_s \Leftrightarrow v_Z(t) = \frac{|Z|}{|Z_s + Z|} v_s(t)$$

²⁸Αποδεικνύεται εύκολα ότι η μιγαδική ισχύς S ορίζεται από τη σχέση: $S = V_Z \cdot I_Z^*$, όπου I_Z^* είναι η συζυγής μιγαδική έκφραση του ρεύματος $i_Z(t)$.

²⁹ Πολλές φορές η μέτρηση της ισχύος AC σημάτων γίνεται με μονάδα το 1 Watt (RMS) = 1 Volt (RMS) × 1 Ampere (RMS). Προφανώς, αυτό ισχύει είτε σε περιπτώσεις ωμικών κυκλωμάτων και στοιχείων, είτε σε περιπτώσεις μη ωμικών στοιχείων και κυκλωμάτων για την περιοχή εκείνη των συχνοτήτων, όπου ο συντελεστής ισχύος είναι μονάδα, δηλ. δεν υπάρχει διαφορά φάσης μεταξύ των αντίστοιχων ημιτονικών σημάτων τάσης και ρεύματος ($\phi = 0$).



Σχήμα 4.37. Σύνδεση πηγής τάσης με μιγαδική αντίσταση εξόδου Z_s σε μιγαδικό φορτίο Z .

Από τη σχέση αυτή φαίνεται αμέσως ότι αν π.χ. θέλουμε όλη η τάση της πηγής να εμφανίζεται στα άκρα του φορτίου Z (και προφανώς χωρίς διαφορά φάσης φ) θα πρέπει $Z_s + Z \cong Z$ ³⁰. Στην περίπτωση, τώρα, που ενδιφερόμαστε για τη μεταφορά της μέγιστης δυνατής – και, βεβαίως, πραγματικής – ισχύος από την πηγή στο φορτίο Z , αυτή θα είναι η μέγιστη τιμή της μέσης ή ενεργού ισχύος P_Z που θα καταναλώνεται στο πραγματικό μέρος R του Z . Επομένως, με χρήση της σχέσης (4.163), θα είναι:

$$P_Z = I_{s_{rms}}^2 \cdot \text{Re}[Z] = I_{s_{rms}}^2 \cdot R = \frac{V_{s_{rms}}^2 \cdot R}{|Z_s + Z|^2} = \frac{V_{s_{rms}}^2 \cdot R}{(R_s + R)^2 + (X_s + X)^2} \quad (4.164)$$

απ' την οποία προκύπτει³¹ ότι το φορτίο Z θα πρέπει να έχει τιμή ίση με τη συζυγή τιμή της μιγαδικής αντίστασης Z_s της πηγής τάσης, δηλ.:

$$Z_s = Z^* \Rightarrow R_s + jX_s = R - jX \Rightarrow \begin{cases} R_s = R \\ X_s = -X \end{cases} \quad (4.165)$$

Τέλος, είναι φανερό ότι η μορφή μιας πηγής τάσης σε σειρά με μια μιγαδική αντίσταση Z_s είναι η μιγαδική εκδοχή του ισοδύναμου κατά Thevenin ενός γραμμικού κυκλώματος με ωμικά και μη ωμικά στοιχεία.

4.7 Σύνθετα κυκλώματα

Η διατύπωση της συνάρτησης μεταφοράς $H(j\omega)$ ενός κυκλώματος με τη μορφή της σχέσης (4.142) επιτρέπει, ταυτόχρονα, τη διατύπωσή της ως ένα γινόμενο επί μέρους συναρτήσεων μεταφοράς, κάθε μια απ' τις οποίες θα θεωρείται ότι αντιστοιχεί σ' ένα τμήμα, π.χ. σ' έναν ή περισσότερους βρόχους, του αρχικού κυκλώματος.

Έτσι, μια συνάρτηση $H(j\omega)$, k βαθμού ως προς $(j\omega)$, μπορεί να πάρει τη μορφή γινομένου k συναρτήσεων 1^{ου} βαθμού, ως εξής:

$$H(j\omega) = H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega) \cdot \dots \cdot H_k(j\omega) \quad (4.166)$$

όπου $k = \max(n, m)$.

Σε μια τέτοια περίπτωση, η σχέση (4.166) δείχνει ότι η $H(j\omega)$ αναφέρεται σ' ένα σύνθετο κύκλωμα – όπως λέγεται, k τάξης – που αποτελείται από k επί μέρους κυκλώματα 1ης τάξης με συναρτήσεις $H_1(j\omega), \dots, H_k(j\omega)$, κάθε μια απ' τις οποίες θα έχει ένα πόλο και μέχρι ένα μηδενικό, έχει δε τυπική μορφή:

$$H_1(j\omega) = K_1 \frac{j\omega - z_1}{j\omega - p_1} \quad (4.167)$$

Σημειώνεται, επίσης ότι ο βαθμός της συνάρτησης μεταφοράς θα συμπίπτει με το βαθμό ή την τάξη της αντίστοιχης διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει τη μόνιμη απόκριση του κυκλώματος στο πεδίο του χρόνου.

Έτσι, η ανάλυση της συνάρτησης μεταφοράς k τάξης σε k επί μέρους συναρτήσεις 1^{ου} βαθμού είναι εφικτή μόνο όταν τα επί μέρους τμήματα του αρχικού κυκλώματος αποτελούνται από ένα ή περισσότερους βρόχους, στον καθένα από τους οποίους υπάρχει ένα είδος μη ωμικού στοιχείου, δηλ. μόνον εφόσον κάθε τέτοιο τμήμα περιέχει είτε μόνο

30 Δηλαδή θα πρέπει είτε η Z_s να είναι μια πολύ μικρή ωμική αντίσταση R_s , είτε το πραγματικό και φανταστικό μέρος της Z_s να είναι, αντιστοίχως, πολύ μικρότερο από το πραγματικό και φανταστικό μέρος της Z , τουλάχιστον για την περιοχή συχνοτήτων που ενδιαφέρει.

31 Αναφερόμενοι στις συνθήκες μεταφοράς μέγιστης ισχύος που είδαμε στην παράγραφο 1.5.5.2, εδώ απαιτείται να είναι $\partial P_Z / \partial R = 0$ και $\partial P_Z / \partial X = 0$.

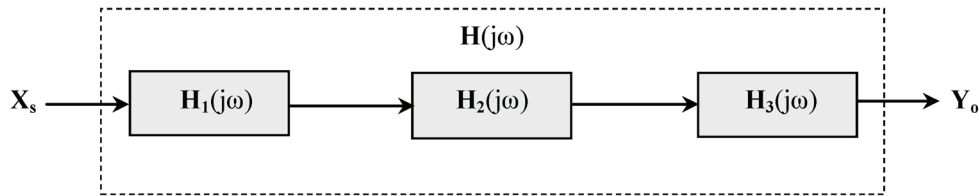
αντιστάσεις και πυκνωτές, είτε μόνο αντιστάσεις και πηνία.

Αν, τώρα, όταν σ' ένα κύκλωμα ενός ή το πολύ δύο βρόχων υπάρχουν ταυτόχρονα και πυκνωτές και πηνία, η σχέση του σήματος εξόδου προς το σήμα εισόδου στο πεδίο του χρόνου θα περιγράφεται υποχρεωτικώς από μια διαφορική εξίσωση 2^{ης} τάξης και, αντιστοίχως, στο πεδίο της συχνότητας, από μια συνάρτηση μεταφοράς 2^{ου} βαθμού με δύο πόλους και μέχρι δύο μηδενικά. Στην περίπτωση αυτή, η προσπάθεια για περαιτέρω ανάλυση δεν έχει πρακτικό νόημα, καθώς, συνήθως, πρόκειται για κυκλώματα συντονισμού, στα οποία – όπως θα δούμε παρακάτω – η ταυτόχρονη παρουσία πυκνωτών και πηνίων αποκτά ιδιαίτερη σημασία λόγω φαινομένων ανταλλαγής της αποθηκευμένης τους ενέργειας.

Γενικότερα, η μελέτη ενός σύνθετου κυκλώματος στο πεδίο της συχνότητας αντιστοιχεί πλήρως – και, βεβαίως, ανάλογα με τον τρόπο σύνδεσης των επί μέρους κυκλωμάτων ή τμημάτων τους – στα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.11 για τα σύνθετα τετράπολα και την εύρεση των χαρακτηριστικών τους στο πεδίο του χρόνου. Με την έννοια αυτή, η διατύπωση της σχέσης (4.166) αντιστοιχεί σε μια από τις μορφές εξάρτησης μιας συνάρτησης $H(j\omega)$ από επί μέρους συνιστώσες $H_1(j\omega), \dots, H_k(j\omega)$, ενώ, είναι φανερό ότι ο προσδιορισμός της συγκεκριμένης και τελικής κάθε φορά μορφής της εξαρτάται πλήρως από τον τρόπο σύνδεσης των αντίστοιχων επί μέρους κυκλωμάτων³² ή τμημάτων.

Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.38, στα τρία κυκλώματα με συναρτήσεις μεταφοράς $H_1(j\omega)$, $H_2(j\omega)$ και $H_3(j\omega)$ σε σύνδεση ανοικτού βρόχου, η σχέση μεταξύ των αντίστοιχων πλατών των σημάτων εξόδου Y_o και εισόδου X_s (και ανεξαρτήτως του αν ένα ή και τα δύο είναι σήματα τάσης ή ρεύματος) θα είναι μια σχέση, προφανώς, ισοδύναμη προς τη σχέση (3.101) ή (3.102), δηλ.:

$$\frac{Y_o}{X_s} = H(j\omega) = H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega) \cdot H_3(j\omega) \quad (4.168)$$



Σχήμα 4.38. Τυπική μορφή κυκλωμάτων σε σύνδεση ανοικτού βρόχου.

Για παράδειγμα, το κύκλωμα του σχήματος 4.30 είναι ένα τυπικό σύνθετο κύκλωμα, που προκύπτει από την σε σειρά σύνδεση (ανοικτού βρόχου) δύο απλών κυκλωμάτων, καθώς η συνάρτηση μεταφοράς του [σχέση (4.120)] γράφεται και ως:

$$H(j\omega) = H_2(j\omega) \cdot H_1(j\omega)$$

όπου $H_2(j\omega)$ θα είναι η συνάρτηση μεταφοράς του δεύτερου βρόχου του κυκλώματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.31(β), και $H_1(j\omega)$ η συνάρτηση μεταφοράς του πρώτου βρόχου [σχήμα 4.31(α)].

Στην περίπτωση αυτή, αν κάθε βρόχος περιέχει ένα μόνο είδος μη ωμικού στοιχείου, τότε οι επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς θα είναι 1^{ου} βαθμού και το αρχικό κύκλωμα 2^{ης} τάξης, ενώ, αν περιέχει π.χ. και πυκνωτή και πηνίο, οι αντίστοιχες συναρτήσεις θα είναι 2^{ου} βαθμού και το κύκλωμα 4^{ης} τάξης.

Αντιστοίχως, στο σύνθετο κύκλωμα του σχήμα 4.39, που αποτελεί μια τυπική περίπτωση σύνδεσης κλειστού βρόχου³³, η συνολική συνάρτηση μεταφοράς $H(j\omega) = Y_o / X_s$ της μόνιμης λειτουργίας του, βρίσκεται μετά από πράξεις και λαμβάνοντας υπόψη ότι ως έξοδος του σύνθετου κυκλώματος θεωρείται η έξοδος του κυκλώματος $H_2(j\omega)$, το κύκλωμα $H_3(j\omega)$ βρίσκεται στη διαδρομή επιστροφής, και στο σημείο σύγκρισης ή συμβολής ισχύει: $X_1 = X_s \pm X_f$. Άρα:

$$\frac{Y_o}{X_s} = H(j\omega) \Rightarrow \frac{Y_o}{X_1} = (1 \mp \frac{X_f}{X_1}) \cdot H(j\omega) \Rightarrow \frac{Y_o}{X_1} = (1 \mp \frac{Y_o}{X_1} \cdot \frac{X_f}{Y_o}) \cdot H(j\omega)$$

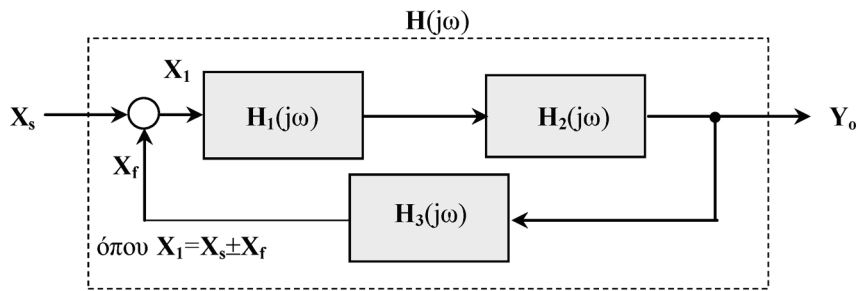
και, τελικά:

$$H(j\omega) = \frac{H_2(j\omega) \cdot H_1(j\omega)}{1 \mp H_2(j\omega) \cdot H_1(j\omega) \cdot H_3(j\omega)} = \frac{H_F(j\omega)}{1 \mp H_F(j\omega) \cdot H_B(j\omega)} \quad (4.169)$$

όπου, για μεν την κανονική διαδρομή του σήματος έχει τεθεί: $H_2(j\omega) \cdot H_1(j\omega) = H_F(j\omega)$ για δε την διαδρομή προς τα πίσω: $H_3(j\omega) = H_B(j\omega)$.

32 Για παράδειγμα δεξ τα κυκλώματα των σχημάτων 2.18 και 2.22 στην παράγραφο 2.8.1.

33 Προφανώς, στην τυπική αυτή σύνδεση κλειστού βρόχου κάθε μια από τις συναρτήσεις μεταφοράς των επί μέρους κυκλωμάτων ή τμημάτων μπορεί να έχει οποιαδήποτε από τις τέσσερις μορφές, που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.5.



Σχήμα 4.39. Τυπική μορφή σύνθετου κυκλώματος σε σύνδεση κλειστού βρόχου.

Πρέπει να τονιστεί ότι κάθε σύνδεση κλειστού βρόχου δύο ή περισσότερων επί μέρους απλών κυκλωμάτων για την συγκρότηση ενός πλήρους κυκλώματος είναι συνδεδεμένη με την έννοια της ανάδρασης ή επανατροφοδότησης, που είδαμε στην παράγραφο 3.11, και, μάλιστα, η σχέση (4.169) είναι η γενική σχέση που περιγράφει τη μόνιμη λειτουργία κάθε τέτοιου σύνθετου κυκλώματος ή συστήματος με ανάδραση.

Πράγματι, όπως μπορεί να διαπιστωθεί, ανάλογα με το αν τα σήματα εισόδου και επιστροφής, X_s και X_f , είναι σήματα τάσης ή ρεύματος και, αντιστοίχως, το σήμα εξόδου, Y_o , είναι σήμα τάσης ή ρεύματος, η σχέση (4.169) περιγράφει τη λειτουργία στο πεδίο της συχνότητας κάθε κυκλώματος στο οποίο χρησιμοποιείται μια από τις τέσσερις μορφές ανάδρασης. Επίσης, ανάλογα με το πρόσημο στην έκφραση του παρονομαστή της $H(j\omega)$ διακρίνονται δύο είδη ανάδρασης με τελείως διαφορετικές ιδιότητες³⁴. Έτσι:

- αν το πρόσημο είναι θετικό, το μέτρο της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς $H(j\omega)$ θα είναι μικρότερο από το μέτρο της $H_F(j\omega)$ και η ανάδραση χαρακτηρίζεται ως αρνητική με την έννοια ότι το σήμα X_f αφαιρείται από το σήμα εισόδου X_s , ενώ
- αν το πρόσημο είναι αρνητικό, τότε το X_f προστίθεται στο X_s με αποτέλεσμα το μέτρο της $H(j\omega)$ να γίνεται μεγαλύτερο από το μέτρο της $|H_F(j\omega)|$ και η ανάδραση να χαρακτηρίζεται ως θετική.

Τέλος, μια ειδική περίπτωση λειτουργίας κυκλωμάτων με ανάδραση αναδεικνύεται όταν ο παρονομαστής της σχέσης (4.169) για μια συγκεκριμένη συχνότητα ω_0 μηδενίζεται, δηλ. όταν ισχύει:

$$\mathbf{H_F(j\omega_0) \cdot H_B(j\omega_0) = 1} \quad (4.170)$$

Στην περίπτωση αυτή, όπως φαίνεται από τη σχέση (4.169), η συνολική συνάρτηση μεταφοράς $H(j\omega)$ απειρίζεται, που σημαίνει ότι η τιμή της συχνότητας ω_0 αποτελεί πόλο της $H(j\omega)$ και, συνεπώς, θα είναι η συχνότητα της φυσικής απόκρισης του κυκλώματος. Επειδή όμως, υπάρχει επανατροφοδότηση της εισόδου (μέσω του σημείου σύγκρισης) με το (ημιτονικό) σήμα της φυσικής απόκρισης είναι φανερό ότι το σήμα αυτό θα διατρέχει τόσο την κανονική διαδρομή, όσο και τη διαδρομή επιστροφής συνεχώς, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επ' άπειρον στην έξοδο του κυκλώματος και πάντα με το ίδιο πλάτος και φάση, χωρίς γι αυτό να απαιτείται εξωτερική διέγερση.

Έτσι, αν σε ένα κύκλωμα με ανάδραση υπάρχει «αυθόρμητη» έναρξη μιας τέτοιας λειτουργίας, αυτή ονομάζεται λειτουργία αρμονικής ταλάντωσης και η σχέση (4.170) αποτελεί τη λεγόμενη οριακή συνθήκη του Barkhausen για τη συντήρησή της. Αντιστοίχως, το κύκλωμα θα λέγεται ταλαντωτής. Αποδεικνύεται ότι αναγκαία και ικανή συνθήκη για την παραγωγή αυθόρμητων ταλαντώσεων σε κυκλώματα με ανάδραση είναι μια, τουλάχιστον, από τις (μιγαδικές) ρίζες της (4.170) να έχει θετικό πραγματικό μέρος, δηλ. η λειτουργία τους στη συγκεκριμένη συχνότητα ω_0 να είναι ασταθής.

4.8 Κυκλώματα συντονισμού

Τα κυκλώματα συντονισμού είναι, γενικώς, κυκλώματα, που περιέχουν και πυκνωτές και πηνία κατά τη λειτουργία των οποίων παρατηρούνται φαινόμενα ανταλλαγής της αποθηκευόμενης στα μη ωμικά στοιχεία τους ενέργειας. Γενικώς, τα κυκλώματα συντονισμού λειτουργούν ως κυκλώματα επιλογής μιας περιοχής ή ζώνης συχνοτήτων γύρω από μια συγκεκριμένη τιμή συχνότητας ω_0 , που ονομάζεται συχνότητα συντονισμού. Στη συχνότητα αυτή, η συνολική μιγαδική αντίσταση ή αγωγιμότητά τους έχει μόνο πραγματικό (ωμικό) μέρος, με συνέπεια, το αντίστοιχο σήμα απόκρισής τους να έχει το μέγιστο δυνατό πλάτος.

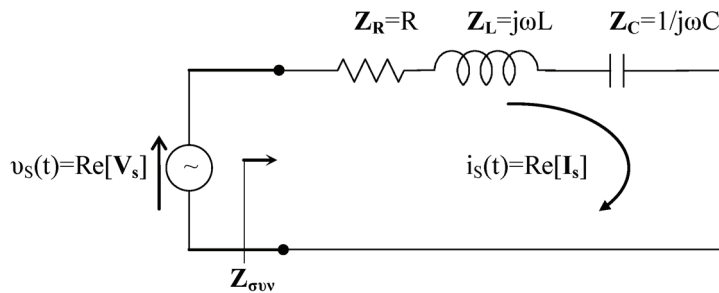
Παρακάτω, περιγράφονται δύο βασικές μορφές τέτοιων κυκλωμάτων, που είναι γνωστά ως *κυκλώματα RLC συντο-*
 34 Τα δύο αυτά είδη ανάδρασης – ανεξάρτητα από το αν πρόκειται για ανάδραση τάσης, ανάδραση ρεύματος, κ.λπ. – αποτελούν βασικές τεχνικές βελτίωσης της λειτουργίας και των χαρακτηριστικών των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Βεβαίως, επειδή και η ίδια η λειτουργία της ανάδρασης σ' ένα κύκλωμα εξαρτάται από τη συχνότητα των αντίστοιχων σημάτων, τα πλεονεκτήματα από τη χρήση ανάδρασης διατηρούνται, κατ' αρχήν, για εκείνες περιοχές συχνοτήτων όπου δεν παρατηρείται μεταβολή του είδους της ανάδρασης. Για τον ίδιο όμως λόγο είναι συνηθισμένο σε σύνθετα κυκλώματα να συνυπάρχουν για διαφορετικές περιοχές συχνοτήτων και τα δύο είδη ανάδρασης, με σκοπό την αντιστάθμιση τυχόν αλλαγής του προσήμου στον παρονομαστή της σχέσης (4.169) και εξισορρόπηση της καθορισμένης λειτουργίας τους.

νισμού σε σειρά και παράλληλου συντονισμού.

4.8.1 Κύκλωμα συντονισμού με στοιχεία RLC σε σειρά

Στο σχήμα 4.40 δίνεται ένα κύκλωμα που περιέχει μια αντίσταση R, ένα πηνίο L και ένα πυκνωτή C συνδεδεμένα σε σειρά. Το κύκλωμα αυτό εμφανίζει συνολική μιγαδική αντίσταση $Z_{\text{συν}}$, τέτοια ώστε όταν στην είσοδό του εφαρμόζεται μια ημιτονική τάση της μορφής $v_s(t) = V_{\text{sm}} \cos(\omega t + \theta) = \text{Re}[V_s]$, το ρεύμα της μόνιμης λειτουργίας του θα είναι επίσης ημιτονικής μορφής, με πλάτος I_{sm} , που εξαρτάται από το μέτρο της $Z_{\text{συν}}$, και διαφορά φάσης φ που εξαρτάται από την τιμή του φανταστικού μέρους $X_{\text{συν}}$ της $Z_{\text{συν}}$ στη συχνότητα του σήματος εισόδου, δηλ.:

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}_{\text{συν}}} = \frac{V_{\text{sm}} e^{j(\omega t + \theta)}}{Z_{\text{συν}} e^{j\angle Z_{\text{συν}}}} = I_{\text{sm}} e^{j(\omega t + \theta + \varphi)} \quad (4.171)$$



Σχήμα 4.40. Εφαρμογή ημιτονικής τάσης $v_s(t)$ σε κύκλωμα RCL σε σειρά.

Σύμφωνα με τις σχέσεις (4.93), (4.94) και (4.95), η $Z_{\text{συν}}$ θα είναι:

$$\mathbf{Z}_{\text{συν}} = R + j\omega L + 1/j\omega C = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (4.172)$$

με μέτρο

$$Z_{\text{συν}} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (4.173)$$

και όρισμα

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{(\omega L - 1/\omega C)}{R} \quad (4.174)$$

Η σχέση (4.172) δείχνει αμέσως ότι για κατάλληλες τιμές της αυτεπαγωγής L και της χωρητικότητας C, θα υπάρχει μια τιμή ω_0 της συχνότητας ω για την οποία το φανταστικό μέρος της $Z_{\text{συν}}$ θα μηδενίζεται, δηλ.:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad (4.175)$$

απ' την οποία προκύπτει ότι:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.176)$$

Η συχνότητα ω_0 είναι η συχνότητα συντονισμού του συγκεκριμένου κυκλώματος RLC συντονισμού σειράς, καθώς για $\omega = \omega_0$ ισχύει:

$$Z_{\text{συν}}(\omega_0) = R \text{ και } \varphi(\omega_0) = 0$$

ενώ, το ρεύμα, που ορίζεται από τη σχέση (4.171), θα είναι:

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{V}_s}{R} = \frac{V_{\text{sm}} e^{j(\omega_0 t + \theta)}}{R} = I_{\text{sm}} e^{j(\omega_0 t + \theta)}$$

ή, αλλιώς

$$i_s(t) = \frac{v_s(t)}{R} = \frac{V_{sm}}{R} \cos(\omega_0 t + \theta) = I_{sm} \cos(\omega_0 t + \theta) \quad (4.177)$$

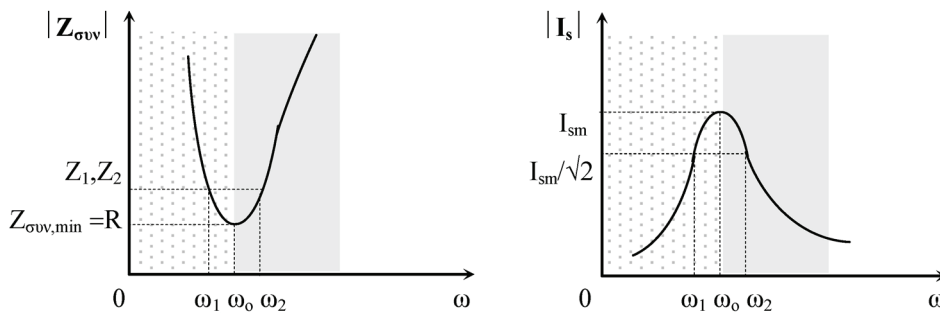
Επομένως, στη συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος αυτού, το πλάτος I_{sm} του αντίστοιχου ρεύματος [σχέση (4.177)] θα είναι το μέγιστο δυνατό, καθώς ο μηδενισμός του φανταστικού μέρους της συνολικής μιγαδικής αντίστασης $Z_{\sigma\upsilon\nu}$ οδηγεί το μέτρο της στην ελάχιστη τιμή του, δηλ. $Z_{\sigma\upsilon\nu, \min} = Z_{\sigma\upsilon\nu}(\omega_0) = R$. Αυτό σημαίνει ότι, αν ως έξοδος θεωρηθούν τα άκρα της αντίστασης R , το μέτρο της αντίστοιχης συνάρτησης μεταφοράς $H_R(j\omega) = V_R/V_s = R/Z_{\sigma\upsilon\nu}$ ($V_R = RI_s$) θα παίρνει τη μέγιστη τιμή του, δηλ. $H_R(\omega_0) = 1$.

4.8.1.1 Χωρητική και επαγωγική συμπεριφορά

Από τη σχέση (4.172) προκύπτει ότι στο συγκεκριμένο κύκλωμα με συχνότητα συντονισμού ω_0 , για κάθε συχνότητα $\omega < \omega_0$, θα είναι $\omega L < 1/\omega C$, και για κάθε $\omega > \omega_0$, θα είναι $\omega L > 1/\omega C$, και, μάλιστα, όταν $\omega \rightarrow 0$ ή $\omega \rightarrow \infty$, το μέτρο της $Z_{\sigma\upsilon\nu}$ να τείνει στο άπειρο, καθώς όταν $\omega \rightarrow 0$, η $Z_{\sigma\upsilon\nu}$ ακολουθεί την χωρητική αντίσταση του πυκνωτή που τείνει στο ∞ ενώ, όταν $\omega \rightarrow \infty$, θα ακολουθεί αντιστοίχως την επαγωγική αντίσταση του πηνίου που τείνει στο ∞ .

Επακόλουθο αυτού του τρόπου μεταβολής της $Z_{\sigma\upsilon\nu}$ είναι το πλάτος I_{sm} του ρεύματος στο κύκλωμα να μεταβάλλεται με ακριβώς αντίστροφο τρόπο, δηλ. για $\omega \rightarrow 0$ και $\omega \rightarrow \infty$ να τείνει στο μηδέν. Όμως, όπως φαίνεται και από τη σχέση (4.174), στην πρώτη περίπτωση θα είναι $\phi \rightarrow -\pi/2$, δηλ. το διάνυσμα του ρεύματος I_s θα προηγείται του αντίστοιχου της τάσης V_s λόγω της επικράτησης της χωρητικής έναντι της επαγωγικής αντίστασης στην $Z_{\sigma\upsilon\nu}$ - χωρητική συμπεριφορά του κυκλώματος - και, στη δεύτερη, θα είναι $\phi \rightarrow +\pi/2$, δηλ. το I_s θα καθυστερεί ως προς το V_s - επαγωγική συμπεριφορά - ενώ, όπως είδαμε, όταν $\omega = \omega_0$, οπότε $\phi = 0$, θα παίρνει τη μέγιστη τιμή του [σχέση (4.177)].

Στο σχήμα 4.40(α) φαίνεται η μεταβολή του μέτρου $Z_{\sigma\upsilon\nu} = Z_{\sigma\upsilon\nu}$ με τη συχνότητα ω στο κύκλωμα συντονισμού σειράς, ενώ στο σχήμα 4.40(β) δίνεται η αντίστοιχη μεταβολή του μέτρου του ρεύματος I_s .



Σχήμα 4.40. Γραφική παράσταση της μεταβολής (α) του μέτρου της $Z_{\sigma\upsilon\nu}$ και (β) του μέτρου του ρεύματος I_s με τη συχνότητα σε κύκλωμα συντονισμού σειράς: η εστιασμένη περιοχή είναι η περιοχή χωρητικής του συμπεριφοράς και η σκιασμένη, η περιοχή επαγωγικής συμπεριφοράς.

4.8.1.2 Αποθηκευόμενη και καταναλισκόμενη ισχύς

Από φυσικής πλευράς και με όρους προσφερόμενης και καταναλισκόμενης ισχύος, συμπεραίνεται αμέσως ότι στη λειτουργία ενός κυκλώματος συντονισμού διακρίνονται δύο κύρια χαρακτηριστικά. Το πρώτο είναι η αποθήκευση μέρους της προσφερόμενης ενέργειας με δύο μορφές και, το δεύτερο, η μεταβολή του ποσοστού της αποθηκευόμενης προς την καταναλισκόμενη ενέργεια ανάλογα με τη συχνότητα του σήματος διέγερσης.

Πράγματι, θεωρώντας το κύκλωμα του σχήματος 4.39 στις δύο ακραίες περιπτώσεις τιμών της συχνότητας της τάσης εισόδου, δηλ. για $\omega \rightarrow 0$ και $\omega \rightarrow \infty$, η προσφερόμενη σ' αυτό ισχύς, στη μεν πρώτη περίπτωση, θα αποθηκεύεται στον πυκνωτή C ως ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου - καθώς, όπως δείχνει η σχέση (4.173), επικρατεί η χωρητική αντίσταση - στη δε δεύτερη, στο πηνίο L ως ενέργεια μαγνητικού πεδίου. Για τις άλλες τιμές συχνότητας, ένα μέρος της προσφερόμενης ισχύος θα αποθηκεύεται και στον πυκνωτή και το πηνίο, σε ποσοστά ανάλογα προς τις αντίστοιχες τιμές της χωρητικής και επαγωγικής αντίστασης, ενώ, το υπόλοιπο, θα είναι η ισχύς που καταναλώνεται στην ωμική αντίσταση R . Συνεπώς, σε κάθε χρονική στιγμή και για οποιαδήποτε συχνότητα ω , η αποθηκευόμενη ενέργεια στον πυκνωτή C , θα είναι [σχέση (4.6)]:

$$w_C(t) = \frac{1}{2} C v_s^2(t) = \frac{1}{2} C V_{sm}^2 \cos^2(\omega t + \theta)$$

και η αντίστοιχη ενέργεια στο πηνίο L :

$$w_L(t) = \frac{1}{2} Li_s^2(t) = \frac{1}{2} LI_{sm}^2 \cos^2(\omega t + \theta + \varphi)$$

τότε είναι φανερό ότι το άθροισμά τους θα είναι σταθερό και ίσο προς τη μέγιστη αποθηκευμένη ενέργεια είτε στον πυκνωτή όταν $\omega=0$, είτε στο πηνίο όταν $\omega=\infty$, δηλ.:

$$W_{\max} = [w_C(t) + w_L(t)] = W_{C,\max} = W_{L,\max} \quad (4.178)$$

και, συνεπώς, θα ισχύει:

$$W_{\max} = \frac{1}{2} CV_{sm}^2 = \frac{1}{2} LI_{sm}^2 \quad (4.179)$$

όπου W_{\max} είναι, τελικώς, η προσφερόμενη ενέργεια στην είσοδο του κυκλώματος και I_{sm} , το πλάτος του ρεύματος, που, όπως φαίνεται από τη σχέση (4.177), είναι το ίδιο με το πλάτος του μέγιστου ρεύματος στη συχνότητα συντονισμού ω_0 . Όμως, στη συχνότητα συντονισμού ω_0 , όλη η ενέργεια, που προσφέρεται στη διάρκεια μιας περιόδου $T_0=2\pi/\omega_0$ του σήματος εισόδου, θα καταναλώνεται στην ωμική αντίσταση R , δηλ.:

$$W_{\max} = I_{s,rms}^2 R \cdot T_0 = \frac{I_{sm}^2}{2} R \cdot T_0 \quad (4.180)$$

όπου $I_{s,rms}$ είναι η ενεργός τιμή του ημιτονικού ρεύματος με πλάτος I_{sm} στην R .

4.8.1.3 Εύρος ζώνης και συντελεστής ποιότητας

Η σχέση που δίνει τη μέγιστη καταναλισκόμενη ισχύ W_{\max} σ' ένα κύκλωμα συντονισμού – όπως η σχέση (4.180) για το κύκλωμα του σχήματος 4.39 - είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς συνδέει τη W_{\max} με το μέγιστο πλάτος του αντίστοιχου σήματος απόκρισης και τη συχνότητα συντονισμού, ενώ, ταυτόχρονα, υποδηλώνει ότι στη συχνότητα συντονισμού δεν αποθηκεύεται ενέργεια.

Έτσι, αν στο κύκλωμα συντονισμού σειράς στο σχήμα 4.39, θεωρήσουμε ως σήμα απόκρισης το σήμα ρεύματος $i_s(t)$ και αναζητήσουμε τις τιμές συχνότητας για τις οποίες η καταναλισκόμενη ισχύς P_R γίνεται η μισή της W_{\max}/T_0 , η σχέση (4.180) γράφεται:

$$\frac{1}{2} P_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_{sm}^2 R}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{W_{\max}}{T_0} \quad (4.181)$$

απ' όπου διαπιστώνεται ότι υπάρχουν άπειρα ζεύγη τιμών T_1 και T_2 , τέτοια ώστε, όταν $T_1 > T_0$ και $T_2 < T_0$, να ισχύει $(T_1 + T_2) = 2T_0$ και, συνεπώς, όταν τίθενται στη σχέση (4.181), αυτή να εξακολουθεί επίσης να ισχύει.

Κάθε τέτοιο ζεύγος τιμών T_1 και T_2 αντιστοιχεί σ' ένα ζεύγος τιμών κυκλικής συχνότητας $\omega_1 = 2\pi/T_1$ και $\omega_2 = 2\pi/T_2$, που, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.40(β), βρίσκονται υποχρεωτικώς εκατέρωθεν της ω_0 . Το ποιο από τα άπειρα αυτά ζεύγη αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο κύκλωμα RLC εξαρτάται από τις τιμές Z_1 και Z_2 στην καμπύλη μεταβολής της $Z_{\sigma\omega\omega}$, δηλ. από τις τιμές των C και L [σχήμα 4.40(α)].

Αρα θα πρέπει, αφενός μεν η σχέση (4.181) να σχετισθεί με τις σχέσεις (4.178) και (4.179), αφετέρου δε, να παρατηρηθεί ότι στις συχνότητες ω_1 και ω_2 το πλάτος του ρεύματος γίνεται $I_{sm}/\sqrt{2}$ και, συνεπώς, ισχύει:

$$Z_1(\omega_1) = Z_2(\omega_2) = \frac{V_{sm}}{I_{sm}/\sqrt{2}} = R\sqrt{2} = Z_{\sigma\omega\omega}(\omega_0) \cdot \sqrt{2} \quad (4.182)$$

Επομένως, εφόσον για την ποιοτική ερμηνεία της ύπαρξης των δύο τιμών ω_1 και ω_2 υποθέσαμε ότι αυτές υποδεικνύουν συχνότητες στις οποίες η ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα μειώνεται στο μισό της μέγιστης τιμής της, P_R , είναι φανερό ότι οι συχνότητες αυτές θα εμφανίζονται ως συχνότητες αποκοπής ή θλάσης για το σήμα απόκρισης του κυκλώματος και το οποίο, στη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι το σήμα ρεύματος $i_s(t)$ ή, αλλιώς, το σήμα τάσης στα άκρα της αντίστασης R . Με άλλα λόγια, οι συχνότητες ω_1 και ω_2 είναι οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς $H_R(j\omega) = V_R/V_s$, οπότε $H_R(\omega_1) = 1/\sqrt{2}$ και $H_R(\omega_2) = 1/\sqrt{2}$, ή, αν θεωρηθεί η συνάρτηση $H_1(j\omega) = I_s/V_s$, τότε, επειδή $H_1(\omega_0) = R$, θα είναι $H_1(\omega_1) = R/\sqrt{2}$ και $H_1(\omega_2) = R/\sqrt{2}$.

Αυτό σημαίνει ότι ένα κύκλωμα συντονισμού λειτουργεί ως κύκλωμα επιλογής μιας περιοχής ή ζώνης συχνοτήτων (ω_1, ω_2) με κεντρική συχνότητα τη συχνότητα συντονισμού $\omega_0 = 2\pi f_0$, στην οποία το σήμα απόκρισής του έχει το μέγιστο πλάτος, δηλ. το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς του παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

Οι τιμές $\omega_1=2\pi f_1$ και $\omega_2=2\pi f_2$ ορίζουν το εύρος της περιοχής διέλευσης συχνοτήτων ή, όπως λέγεται, το εύρος ζώνης B (bandwidth) του κυκλώματος και είναι:

$$B = f_2 - f_1 \text{ όπου } f_1 < f_0 < f_2 \quad (4.183)$$

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.40, το εύρος ζώνης B ενός κυκλώματος συντονισμού RLC εξαρτάται από την «οξύτητα» των καμπυλών συντονισμού ή, αλλιώς, των καμπυλών μεταβολής³⁵ των $Z_{\text{συν}}$ και I_{sm} , δηλ. ουσιαστικά εξαρτάται από τις τιμές των στοιχείων R,L,C και τη συχνότητα συντονισμού ω_0 .

Πράγματι, ορίζοντας ως συντελεστή ποιότητας ενός κυκλώματος συντονισμού, έναν παράγοντα Q, που είναι ο λόγος της μέγιστης ισχύος, που είναι αποθηκευμένη σ' αυτό στη συχνότητα συντονισμού, προς την αντίστοιχη μέγιστη ισχύ, που μπορεί να καταναλωθεί σ' αυτήν, επί τη συχνότητα συντονισμού, δηλ.:

$$Q = \omega_0 \cdot \frac{\text{μέγιστη αποθηκευμένη ισχύς}}{\text{καταναλισκόμενη ισχύς}} \quad (4.184)$$

στην περίπτωση του κυκλώματος συντονισμού σειράς, ο συντελεστής ποιότητας Q_{ser} προσδιορίζεται με χρήση του σήματος απόκρισης, δηλ. του σήματος ρεύματος, οπότε και προκύπτει ότι:

$$Q_{\text{ser}} = \omega_0 \frac{(1/2)LI_{\text{sm}}^2 T_0}{(I_{\text{sm}}^2/2)RT_0} = \omega_0 \frac{L}{R} \quad (4.185\alpha)$$

ή, με χρήση της σχέσης (4.176)

$$Q_{\text{ser}} = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad (4.185\beta)$$

Για τον προσδιορισμό των δύο ακραίων τιμών f_1 και f_2 του εύρους ζώνης B του συγκεκριμένου κυκλώματος συντονισμού εκφράζουμε, κατ' αρχήν, τη συνολική μιγαδική αντίσταση $Z_{\text{συν}}$ συναρτήσει του συντελεστή ποιότητας Q_{ser} , οπότε, από τη σχέση (4.172), θα είναι:

$$Z_{\text{συν}} = R \cdot \left[1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{\omega_0 L}{R} - \frac{\omega_0}{\omega} \cdot \frac{1}{\omega_0 RC} \right) \right] = R \cdot \left[1 + jQ_{\text{ser}} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

ή

$$Z_{\text{συν}} = R \cdot \left[1 + jQ_{\text{ser}} \cdot \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right] \quad (4.186)$$

με μέτρο:

$$Z_{\text{συν}} = |Z_{\text{συν}}| = R \cdot \left[1 + Q_{\text{ser}}^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.187)$$

Θεωρώντας, στη συνέχεια, την αντιστοιχία: $f_1 \leftrightarrow Z_1$ και $f_2 \leftrightarrow Z_2$, καθώς και τις σχέσεις (4.182), προκύπτει εύκολα ότι οι τιμές f_1 και f_2 είναι οι πραγματικές και θετικές ρίζες των δύο εξισώσεων ως προς f:

$$f^2 \mp \frac{1}{Q_{\text{ser}}} f_0 f - f_0^2 = 0$$

οπότε

$$f_{1,2} = \mp \frac{f_0}{2Q_{\text{ser}}} + \sqrt{\left(\frac{f_0}{2Q_{\text{ser}}} \right)^2 + f_0^2}$$

³⁵ Η διατύπωση αυτή ισχύει ανεξαρτήτως της τοπολογίας του κυκλώματος συντονισμού, δηλ. ανεξαρτήτως του αν η συνολική ωμική αντίσταση $Z(\omega_0)=R$ στη συχνότητα συντονισμού είναι η ελάχιστη ή η μέγιστη δυνατή τιμή της $Z_{\text{συν}}$ στο συγκεκριμένο κύκλωμα ή, αντιστοίχως, αν το πλάτος του ρεύματος (ή της τάσης) στα άκρα εξόδου κατά το συντονισμό έχει τη μέγιστη ή την ελάχιστη δυνατή τιμή του.

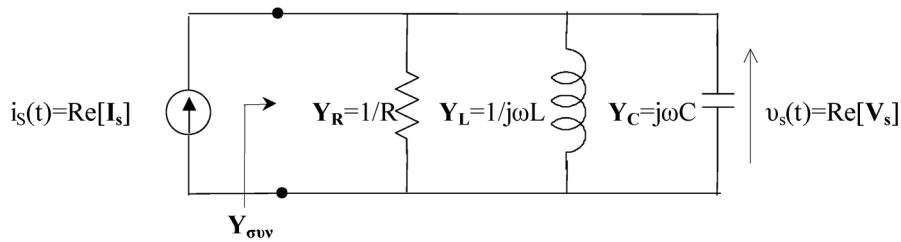
και, τελικά

$$B = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q_{\text{ser}}}$$

4.8.2 Κύκλωμα με στοιχεία RLC παράλληλα

Με την ίδια, όπως και προηγουμένως, μεθοδολογία διαπιστώνεται ότι το κύκλωμα του σχήματος 4.41, με τα στοιχεία RLC συνδεδεμένα παράλληλα μεταξύ τους, είναι ένα κύκλωμα παράλληλου συντονισμού, όπως λέγεται, καθώς περιέχει και πυκνωτή και πηνίο και, ακόμη, υπάρχει μια τιμή συχνότητας ω_0 , για την οποία το φανταστικό μέρος της συνολικής μιγαδικής του αγωγιμότητας μηδενίζεται, οπότε και θα είναι:

$$Y_{\text{συν}}(\omega_0) = 1/Z_{\text{συν}}(\omega_0) = 1/R_{\text{συν}}$$



Σχήμα 4.41. Εφαρμογή ημιτονικού ρεύματος $i_s(t)$ σε κύκλωμα παράλληλων στοιχείων RCL.

Πράγματι, όπως φαίνεται αμέσως, θα είναι:

$$Y_{\text{συν}} = \frac{1}{Z_{\text{συν}}} = Y_R + Y_L + Y_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

οπότε στη συχνότητα

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

θα είναι:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

και, συνεπώς $Y_{\text{συν}}(\omega_0) = 1/Z_{\text{συν}}(\omega_0) = 1/R$ και $\varphi(\omega_0) = 0$

Άρα, αν στο κύκλωμα παράλληλου συντονισμού στο σχήμα 4.41, στο οποίο εφαρμόζεται ως σήμα διέγερσης το σήμα ρεύματος $i_s(t) = \cos(\omega t + \theta) = \text{Re}[I_s]$, θεωρηθεί ως σήμα εξόδου το σήμα τάσης $v_s(t)$ στα άκρα του, τότε, επειδή στη συχνότητα συντονισμού ω_0 θα είναι $Y_{\text{συν}}(\omega_0) = Y_{\text{συν}, \text{min}} = 1/R$, το πλάτος V_{sm} της τάσης στα άκρα της θα έχει τη μέγιστη δυνατή τιμή του και θα είναι:

$$V_s = I_s R = I_{\text{sm}} e^{j(\omega_0 t + \theta)} \cdot R = V_{\text{sm}} e^{j(\omega_0 t + \theta)}$$

ή, αλλιώς

$$v_s(t) = i_s(t) \cdot R = R \cdot I_{\text{sm}} \cos(\omega_0 t + \theta) = V_{\text{sm}} \cos(\omega_0 t + \theta)$$

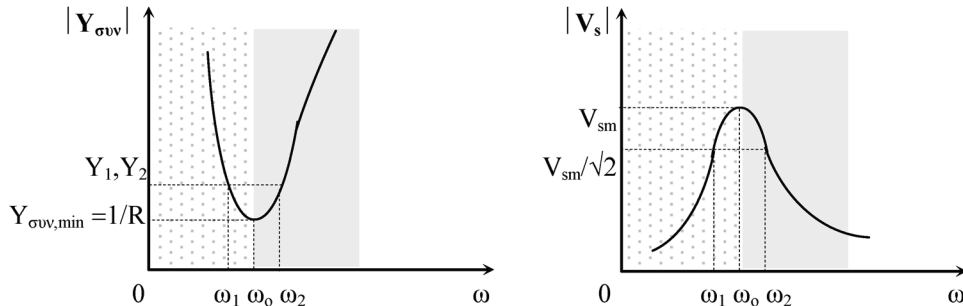
Επομένως, για τον προσδιορισμό του συντελεστή ποιότητας Q_{par} του κυκλώματος παράλληλου συντονισμού του σχήματος 4.41, λαμβάνονται οι εκφράσεις της μέγιστης αποθηκευμένης και καταναλισκόμενης ισχύος που αναφέρονται στην τάση που επικρατεί στα άκρα των στοιχείων RLC και, συνεπώς, θα είναι:

$$Q_{\text{par}} = \omega_0 \frac{(1/2) C V_{\text{sm}}^2 T_0}{(V_{\text{sm}}^2 / 2R) T_0} = \omega_0 RC$$

ενώ, χρησιμοποιώντας και πάλι τη σχέση (4.176) ή την (4.191), θα ισχύει επίσης:

$$Q_{\text{par}} = \frac{R}{\omega_0 L} \quad (4.193\beta)$$

Στο σχήμα 4.42 δίνονται οι καμπύλες μεταβολής των μέτρων της $Y_{\text{συν}} = 1/Z_{\text{συν}}$ και της τάσης V_s με τη συχνότητα ω στο κύκλωμα του σχήματος 4.41, για το οποίο εύκολα μπορεί να συμπεράνει κανείς ότι όταν $\omega < \omega_0$ η συμπεριφορά του θα είναι επαγωγική, ενώ, όταν $\omega > \omega_0$, χωρητική.



Σχήμα 4.42. Γραφική παράσταση της μεταβολής (α) του μέτρου της $Y_{\text{συν}}$ και (β) του μέτρου της τάσης V_s με τη συχνότητα ω σε κύκλωμα RLC παράλληλου συντονισμού: η εστιασμένη περιοχή είναι η περιοχή επαγωγικής του συμπεριφοράς και η σκιασμένη, η περιοχή χωρητικής συμπεριφοράς.

Τέλος οι τιμές $\omega_1 = 2\pi f_1$ και $\omega_2 = 2\pi f_2$, με τις οποίες ορίζεται και εδώ το εύρος ζώνης $B = f_2 - f_1$ (με $f_1 < f_0 < f_2$) του συγκεκριμένου κυκλώματος, προσδιορίζονται εύκολα – μέσω της αντιστοιχίας $f_1 \leftrightarrow Y_1 = 1/Z_1$, $f_2 \leftrightarrow Y_2 = 1/Z_2$ – από το συνδυασμό της σχέσης (4.190) με τις σχέσεις (4.193) για το συντελεστή ποιότητας Q_{par} και εφόσον, βεβαίως, ληφθεί υπόψη ότι στις συχνότητες ω_1 και ω_2 η καταναλισκόμενη ισχύς θα έχει το $1/2$ της μέγιστης τιμής της (οπότε $Y_1(\omega_1) = Y_2(\omega_2) = Y_{\text{συν}}(\omega_0) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}/R$).

Έτσι, μετά από πράξεις, βρίσκεται και πάλι ότι:

$$f_{1,2} = \mp \frac{f_0}{2Q_{\text{par}}} + \sqrt{\left(\frac{f_0}{2Q_{\text{par}}}\right)^2 + f_0^2} \quad (4.194)$$

και, τελικώς

$$B = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q_{\text{par}}} \quad (4.195)$$

4.8.3 Παρατηρήσεις

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε κατά την περιγραφή της λειτουργίας των κυκλωμάτων RLC συντονισμού σειράς και παράλληλου συντονισμού στις δύο προηγούμενες παραγράφους, αποτελεί την τυπική διαδικασία ανάλυσης κάθε κυκλώματος στο οποίο συνυπάρχουν πυκνωτές και πηνία, μια και η παρουσία τους οδηγεί στον καθορισμό μέσω της σχέσης (4.176) μιας αντίστοιχης τιμής συχνότητας συντονισμού ω_0 .

Όπως αναφέρθηκε, ένα από τα χαρακτηριστικά της λειτουργίας των κυκλωμάτων συντονισμού είναι ο ορισμός μιας ζώνης διέλευσης συχνοτήτων, η κεντρική τιμή της οποίας είναι η συχνότητα συντονισμού ω_0 που είναι και η συχνότητα για την οποία το σήμα απόκρισης του αντίστοιχου κυκλώματος εμφανίζει το μέγιστο πλάτος του.

Το εύρος B της ζώνης αυτής καθορίζεται από τον αντίστοιχο συντελεστή ποιότητας Q του συγκεκριμένου κάθε φορά κυκλώματος συντονισμού. Ο συντελεστής Q πρέπει να προσδιορίζεται κατ' ευθείαν από τη σχέση (4.184), που είναι η γενική σχέση ορισμού του. Σε κάθε περίπτωση, όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής Q , τόσο στενότερο είναι το εύρος ζώνης B και, συνεπώς, τόσο 'επιλεκτικότερη' εμφανίζεται η λειτουργία ενός κυκλώματος συντονισμού στο πεδίο της συχνότητας, καθώς όταν στην είσοδό του εφαρμόζεται ένα σύνθετο σήμα τάσης ή ρεύματος, τότε το σήμα απόκρισης στην έξοδό του θα αποτελείται από τις συνιστώσες εκείνες με που εμπίπτει στην καθορισμένη ζώνη διέλευσης και, βεβαίως, ανάμεσα σ' αυτές θα υπάρχει μία με συχνότητα ίση προς τη συχνότητα συντονισμού που θα έχει το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Σημειώνεται ότι με μια τέτοια διαδικασία επιτυγχάνεται ο συντονισμός ενός ραδιοφωνικού ή τηλεοπτικού δέκτη ή,

γενικότερα, η επιλογή της συχνότητας εκπομπής-λήψης, ως φυσικού καναλιού επικοινωνίας μεταξύ ενός συστήματος πομπού-δέκτη.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι αν και στη συχνότητα συντονισμού ωο το σήμα απόκρισης - και στις δύο περιπτώσεις, που είδαμε - αναφέρεται στην αντίστοιχη ωμική συνιστώσα της συνολικής μιγαδικής αντίστασης ή αγωγιμότητας και, συνεπώς, έχει μηδενική διαφορά φάσης ως προς το αντίστοιχο σήμα διέγερσης, σήματα απόκρισης εμφανίζονται και στα μη ωμικά στοιχεία.

Συγκεκριμένα, στην περίπτωση του κυκλώματος RLC συντονισμού σειράς, δηλ. του κυκλώματος του σχήματος 4.39, τόσο στα άκρα του πυκνωτή, όσο και στα άκρα του πηνίου, εμφανίζονται αλληλοαναιρούμενες συνιστώσες τάσης με διαφορά φάσης 180 μοιρών μεταξύ τους, το πλάτος των οποίων όμως είναι Q_{ser} φορές μεγαλύτερο του πλάτους V_{sm} του σήματος τάσης $v_s(t)$ στην είσοδο. Έτσι, τόσο το πλάτος V_C της τάσης στα άκρα του πυκνωτή, όσο και το πλάτος V_L της τάσης στα άκρα του πηνίου, θα είναι:

$$V_C = \frac{1}{\omega_o C} I_{sm} = \frac{1}{\omega_o RC} \cdot R I_{sm} = Q_{ser} \cdot V_{sm} = \frac{\omega_o L}{R} R I_{sm} = \omega_o L I_{sm} = V_L \quad (4.196)$$

και ονομάζεται υπέρταση, πρέπει δε να λαμβάνεται υπόψη για την αντοχή του διηλεκτρικού του πυκνωτή.

Αντιστοίχως, στην περίπτωση του κυκλώματος RLC παράλληλου συντονισμού, δηλ. του κυκλώματος του σχήματος 4.41, τόσο στο πηνίο, όσο και στον πυκνωτή, εμφανίζονται αλληλοαναιρούμενες συνιστώσες ρεύματος με διαφορά φάσης 180 μοιρών μεταξύ τους, το πλάτος των οποίων είναι Q_{par} φορές μεγαλύτερο του πλάτους I_{sm} του σήματος ρεύματος $i_s(t)$ στην είσοδο. Έτσι, τόσο το πλάτος I_L του ρεύματος στο πηνίο, όσο και το πλάτος I_C του ρεύματος στο πηνίο, θα είναι:

$$I_L = \frac{1}{\omega_o L} V_{sm} = \frac{R}{\omega_o L} \cdot \frac{V_{sm}}{R} = Q_{par} \cdot V_{sm} = \omega_o CR \frac{V_{sm}}{R} = \omega_o CV_{sm} = I_C \quad (4.197)$$

και ονομάζεται **υπερένταση**, πρέπει δε να λαμβάνεται υπόψη για την αντοχή του σύρματος του πηνίου.

Βιβλιογραφία

- Kuo F.F., "Network Analysis and Synthesis", J.Wiley & Sons, 2nd Ed., 1966.
- Gray P.E. and Searle G.L., "Electronic Principles: Physics, Models, and Circuits", J.Wiley & Sons, 1969.
- Zepler E.E., and Nichols K.G., "Transients in Electronic Engineering, 1971.
- Van Valkenburg M.E., "Network Analysis", Prentice-Hall, 3rd Ed., 1974.
- Καραγιάννης Γ., "Σήματα και Συστήματα», Αθήνα, 1987.
- Horowitz P. and Hill W., "The Art of Electronics", Cambridge University Press, 1991.
- Dorf R.C., "The Electrical Engineering Handbook", CRC Press, 1993.
- R. L. Boylestad "Introductory Circuit Analysis", 11th Edition, Prentice Hall, 2006.
- Τόμπρας Γ. Σπ., "Εισαγωγή στην Ηλεκτρονική", Εκδόσεις Δίαυλος, 2η Εκδ., 2006.

Λίστα ενδεικτικών όρων

- Αγωγιμότητα
- μιγαδική ή σύνθετη
- άεργος ή αντιδραστική ισχύς
- Ανάδραση
- αρνητική θετική
- Ανάλυση
- αρμονική ή συχνοτική
- Ανταλλαγή ισχύος
- Αντίδραση
- Αντίσταση
- μιγαδική ή σύνθετη ή εμπέδηση
- επαγωγική
- χωρητική
- ωμική
- Αποδεκτότητα
- Απόκριση
- αναγκαστική ή εξαναγκασμένη
- βηματική
- ελεύθερη ή φυσική
- μεταβατική
- μόνιμη
- παλμική
- συχνοτική
- συνολική
- Απολαβή ή κέρδος
- ισχύος
- Δεκάδα συχνότητας
- Δέσμια φορτία
- Διαιρέτες τάσης και ρεύματος
- μιγαδικοί ή AC
- Ενεργός ή πραγματική ισχύς
- Επαγωγική συμπεριφορά
- Ευστάθεια
- Ισχύς
- αντιδραστική
- ενεργός ή πραγματική
- μέση
- στιγμιαία
- συντελεστής ισχύος
- φαινομενική
- παραδείγματα κυκλωμάτων
- διαφορίσης και ολοκλήρωσης
- συντονισμού
- Μόνιμη απόκριση
- Ohm
- μιγαδική έκφραση
- Οκτάβα συχνότητας
- Πηνίο
- Πυκνωτής
- εκφόρτιση
- ηλεκτρολυτικός
- Σημείο -3dB
- Σταθερά χρόνου
- Συνάρτηση μεταφοράς
- Συνθήκη Barkhausen

- Συντελεστής ποιότητας
- Συχνότητα
- αποκοπής ή θλάσης
- μισής ισχύος
- συντονισμού
- Συχνοτικά διαγράμματα
- Bode
- πλάτους
- φάσης
- Ταλαντωτής
- Τρόπος σύνδεσης στοιχείων
- Υπερένταση
- Υπέρταση
- Χρόνος αποκατάστασης
- Χωρητική συμπεριφορά
- Barkhausen
- BIBO
- Bode

5. Εισαγωγή στους τελεστικούς ενισχυτές τάσης

5.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια δόθηκαν οι ορισμοί των βασικών χαρακτηριστικών των ηλεκτρικών στοιχείων και κυκλωμάτων και έγινε μια εκτεταμένη εισαγωγή στις μεθόδους ανάλυσης της λειτουργίας τους τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Τα όσα αναφέρθηκαν αποσκοπούσαν στην κατανόηση, πρώτον, ότι η λειτουργία ενός οποιουδήποτε κυκλώματος είναι κατ' αρχήν μια απλή φυσική διαδικασία μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας, δεύτερον, ότι η διαδικασία υπόκειται σε συγκεκριμένους νόμους και, τρίτον, ότι η ποσοτική και ποιοτική αξιολόγησή της είναι αποτέλεσμα επεξεργασίας της πληροφορίας που εισάγεται στο κύκλωμα με τη διέγερσή του και αποδίδεται με την απόκρισή του. Με την έννοια αυτή, η διατύπωση των δύο κανόνων του Kirchhoff για την κατανομή της ενέργειας στα στοιχεία ενός κυκλώματος και, στη συνέχεια, της αρχής της ισοδυναμίας και των θεωρημάτων για την ισοδύναμη μελέτη της λειτουργίας στοιχείων και κυκλωμάτων αποτελούν μαζί με τα κατάλληλα πρότυπα της λειτουργίας τους το αναγκαίο σύνολο εργαλείων για την ανάλυση και κατανόηση της λειτουργίας κάθε είδους κυκλώματος.

Στο Κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με την εφαρμογή των παραπάνω στη μελέτη της λειτουργίας μιας σειράς «πραγματικών» κυκλωμάτων, κύριο χαρακτηριστικό των οποίων είναι η χρήση, ως βασικού συστατικού τους στοιχείου, του τελεστικού ενισχυτή (operational amplifier). Όπως θα δούμε, ως τελεστικός ενισχυτής – ή, πληρέστερα, ως τελεστικός ενισχυτής τάσης – ορίζεται ένα προκατασκευασμένο και πλήρες ηλεκτρονικό κύκλωμα, που θεωρείται και χρησιμοποιείται ως αυτόνομο ηλεκτρονικό στοιχείο, με λειτουργία, η οποία στη βασική της μορφή ισοδυναμεί με αυτήν ενός ενισχυτή διαφοράς σημάτων τάσης με πολύ μεγάλο συντελεστή ενίσχυσης (απολαβή) τάσης.

Έτσι, μετά από μια σύντομη αναφορά στην εξέλιξη των τελεστικών ενισχυτών, παρουσιάζονται τα γενικά τους χαρακτηριστικά και δίνονται οι αντίστοιχοι ορισμοί της λειτουργίας και των βασικών χαρακτηριστικών του ιδανικού και του πραγματικού τελεστικού ενισχυτή γενικής χρήσης (general purpose operational amplifier). Στη συνέχεια, μελετάται η λειτουργία μιας σειράς απλών και βασικών, γραμμικών και μη, κυκλωμάτων, με σκοπό την ανάδειξη – έστω και σε εισαγωγικό επίπεδο – των βασικών πλεονεκτημάτων της χρήσης τελεστικών ενισχυτών στα σύγχρονα κυκλώματα, καθώς επίσης και των επιπτώσεων που έχει σε ορισμένα απ' αυτά η αναγκαία, όπως θα δούμε, χρήση ανάδρασης.

5.2 Χαρακτηριστικά των τελεστικών ενισχυτών

5.2.1 Γενικά

Η έννοια του τελεστικού ενισχυτή (T.E.) πρωτοεμφανίστηκε κατά τη διάρκεια του 2^{ου} Παγκόσμιου Πολέμου, όταν έτοιμα κυκλώματα ηλεκτρονικών λυχνιών με μικρές σχετικά διαστάσεις χρησιμοποιήθηκαν ως δομικές μονάδες για την κατασκευή, έλεγχο και λειτουργία σύνθετων συστημάτων και διατάξεων. Η ονομασία των κυκλωμάτων αυτών περιέγραφε μια λειτουργία αντίστοιχη προς αυτήν ενός μαθηματικού τελεστή, καθώς η ίδια δομική μονάδα - κύκλωμα μπορούσε να πραγματοποιεί διαφορετικές μαθηματικές πράξεις με την απλή προσθήκη εξωτερικών στοιχείων (αντιστάσεων, πυκνωτών, κ.λπ.), γεγονός που πολύ σύντομα οδήγησε στην ανάπτυξη των πρώτων αναλογικών υπολογιστών της εποχής.

Η ανάπτυξη των T.E., από την εμφάνισή τους μέχρι τη σημερινή τους μορφή, σηματοδεύτηκε από δύο γεγονότα - ορόσημα στην ανάπτυξη της Ηλεκτρονικής. Το πρώτο ήταν η εφεύρεση, στα τέλη της δεκαετίας του 40, του διπολικού τρανζίστορ, μιας ημιαγωγικής διάταξης που άλλαξε πλήρως την κατεύθυνση ανάπτυξης της ηλεκτρονικής τεχνολογίας. Πράγματι, τα μέχρι τότε ηλεκτρονικά στοιχεία ελέγχου της ροής του ηλεκτρικού ρεύματος σ' ένα κύκλωμα, δηλ. οι ηλεκτρονικές λυχνίες, άρχισαν να αντικαθίστανται από διατάξεις ημιαγωγών, όπως οι δίοδοι επαφής και τα τρανζίστορ, οπότε, με τη χρήση τέτοιων στοιχείων, οι νέοι T.E. διακρίνονταν πλέον από πολύ μικρότερες φυσικές διαστάσεις, πολύ μικρότερη κατανάλωση ενέργειας και πολύ μεγαλύτερη αξιοπιστία λειτουργίας και διάρκεια ζωής. Το δεύτερο και καθοριστικό γεγονός ήταν η κατασκευή το 1965 του πρώτου τελεστικού ενισχυτή μονολιθικής κατασκευής¹. Το επίτευγμα αυτό άνοιξε το δρόμο στην κατασκευή μεγάλης ποικιλίας ολοκληρωμένων, όπως λέγονται, κυκλωμάτων (Integrated Circuits) και οδήγησε στην ανάπτυξη τεχνικών ολοκλήρωσης ολοένα και μεγαλύτερης κλίμακας με αποτέλεσμα, σήμερα, να κατασκευάζονται κυκλώματα εκατοντάδων χιλιάδων και εκατομμυρίων τρανζίστορ και διόδων².

Τα τελευταία χρόνια, οι τελεστικοί ενισχυτές αποτελούν τα πιο διαδεδομένα ηλεκτρονικά εξαρτήματα για τη σχεδίαση και κατασκευή αναλογικών, αλλά και ψηφιακών κυκλωμάτων. Πράγματι, η δυνατότητα χρήσης τους σε πολλές και τελείως διαφορετικές μεταξύ τους εφαρμογές και οι επιδόσεις, που επιτυγχάνονται, σε συνδυασμό με την απλότητα, το

1 Πρόκειται για τον τελεστικό ενισχυτή $\mu A709$ που σχεδιάστηκε από τον B.Widlar και κατασκευάστηκε από την Fairchild Semiconductor

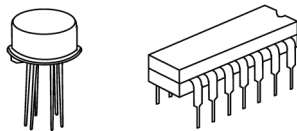
2 Ξεκινώντας από τα κυκλώματα μικρής και μέσης κλίμακας ολοκλήρωσης της δεκαετίας του 70, ήδη, από τις αρχές της δεκαετίας του 80, αναπτύχθηκαν κυρίως ψηφιακά κυκλώματα μεγάλης και, πολύ γρήγορα, πολύ μεγάλης κλίμακας ολοκλήρωσης (Large Scale και Very Large Scale Integration: LSI, VLSI).

μικρό μέγεθος και το χαμηλό κόστος, αποτελούν σημαντικότερα πλεονεκτήματα σε σχέση με τα αντίστοιχα κυκλώματα διακριτών στοιχείων. Επί πλέον, η λειτουργία, οι επιδόσεις και τα χαρακτηριστικά κάθε κυκλώματος με Τ.Ε. καθορίζονται από τα εξωτερικά στοιχεία του, δηλ. είναι ανεξάρτητα από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου Τ.Ε..

Το πλεονέκτημα αυτό είναι αποτέλεσμα των λειτουργικών χαρακτηριστικών των Τ.Ε. από την κατασκευή τους και έχει ως συνέπεια η λειτουργία κάθε κυκλώματος με Τ.Ε. να αναλύεται με απευθείας εφαρμογή των τεχνικών και κανόνων, που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, χωρίς να είναι αναγκαία η γνώση του εσωτερικού τους κυκλώματος και της λειτουργίας των διαφόρων τμημάτων του. Όπως θα δούμε παρακάτω, με τους κανόνες αυτούς και τη γνώση της μαθηματικής σχέσης, που περιγράφει τη λειτουργία του Τ.Ε., είναι δυνατόν να μελετηθεί η λειτουργία ενός μεγάλου αριθμού γραμμικών και μη γραμμικών κυκλωμάτων, δίνοντας με τον τρόπο αυτό, μια πιο «φιλική» εικόνα για την Ηλεκτρονική και τα κυκλώματά της.

5.2.2 Τυπική μορφή, λειτουργία και σύμβολο Τ.Ε.

Ο Τ.Ε. είναι ένα πλήρες ηλεκτρονικό κύκλωμα, το οποίο, στην τυπική του μορφή, αποτελείται από μερικές δεκάδες έως εκατοντάδες στοιχεία, όπως τρανζίστορ, διόδοι, αντιστάσεις και, λιγότερο, πυκνωτές, και έχει τη λειτουργία ενός ενισχυτή διαφοράς σημάτων τάσης με πολύ μεγάλο συντελεστή ενίσχυσης. Με κατάλληλη τεχνική, τα στοιχεία αυτά αναπτύσσονται ως ενιαίο κύκλωμα σε ένα λεπτό φύλλο κρυστάλλου πυριτίου με διαστάσεις <math><1\text{mm}^2</math> (μονολιθική κατασκευή) το οποίο, στη συνέχεια, τοποθετείται – μόνο του ή και με άλλα ίδια – σε ένα μικρό πλαστικό κυλινδρικό ή παραλληλεπίπεδο περίβλημα. Από το περίβλημα αυτό, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1, προεξέχουν μεταλλικοί ακροδέκτες, κάθε ένας από τους οποίους συνδέεται εσωτερικά με ένα συγκεκριμένο σημείο του κυκλώματος, όπως, π.χ., τα άκρα εισόδου και εξόδου, τα σημεία εφαρμογής των τάσεων τροφοδοσίας, καθώς και σημεία σύνδεσης πρόσθετων εξωτερικών στοιχείων κ.λπ..



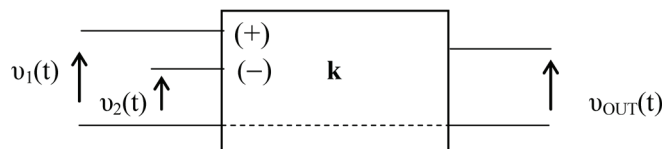
Σχήμα 5.1. Εξωτερική μορφή Τ.Ε.

Στην πράξη, ο Τ.Ε. είναι ένα αυτόνομο ηλεκτρονικό εξάρτημα, το οποίο χρησιμοποιείται ως δομική μονάδα διαφόρων τύπων απλών ή σύνθετων κυκλωμάτων και διατάξεων και, συνεπώς, για λόγους απλότητας θεωρείται σαν ένα σύνθετο ενεργό ηλεκτρονικό στοιχείο με ιδιαίτερο σύμβολο και λειτουργία, η οποία εξετάζεται στο πλαίσιο των κανόνων και τεχνικών, που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3.

Έτσι, η σχηματική παράσταση της λειτουργίας του Τ.Ε. ως ενισχυτή διαφοράς τάσεων μπορεί να έχει τη μορφή ενός σύνθετου τετράπολου, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.2, για το οποίο θα ισχύει:

$$v_{OUT}(t) = k \cdot [v_1(t) - v_2(t)] \tag{5.1}$$

όπου $k (>>1)$ είναι ο αντίστοιχος συντελεστής ενίσχυσης.

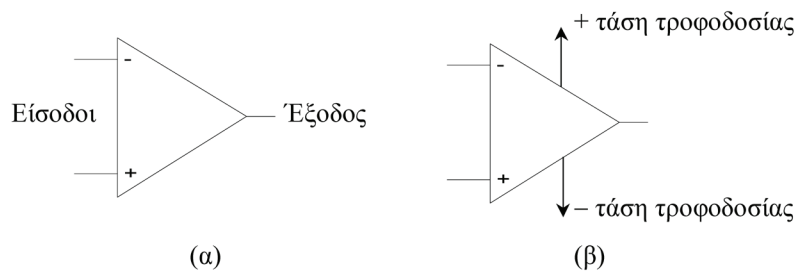


Σχήμα 5.2. Σχηματική παράσταση της λειτουργίας Τ.Ε. ως ενισχυτή διαφοράς σημάτων τάσεων.

Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη τα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 1.3.2.1 για την DC τάση τροφοδοσίας των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, είναι φανερό ότι κάθε Τ.Ε. ως αυτόνομο ηλεκτρονικό κύκλωμα εκτός από τους ακροδέκτες για τις δύο εισόδους και την έξοδο των αντίστοιχων σημάτων τάσης, που φαίνονται στο σχήμα 5.2, πρέπει να έχει και δύο πρόσθετους ακροδέκτες και για την ή τις τάσεις τροφοδοσίας του.

Στο σχήμα 5.3 φαίνονται οι δύο συνήθεις τρόποι συμβολισμού των τελεστικών ενισχυτών. Συγκεκριμένα, στο σχήμα 5.3(α) δίνεται η απλή μορφή του σύμβολου ενός Τ.Ε. με τους βασικούς ακροδέκτες εισόδου και εξόδου του, ενώ η πλήρης μορφή του, που περιλαμβάνει και τους ακροδέκτες της τάσης τροφοδοσίας, φαίνεται στο σχήμα

5.3(β). Οι πέντε αυτοί ακροδέκτες αποτελούν τον ελάχιστο αριθμό ακροδεκτών ενός τυπικού Τ.Ε. γενικής χρήσης³, ενώ υπάρχουν τελεστικοί ενισχυτές με πρόσθετους ακροδέκτες, που προορίζονται για τη σύνδεση στοιχείων για τον έλεγχο και τη βελτίωση συγκεκριμένων παραμέτρων της λειτουργίας τους.

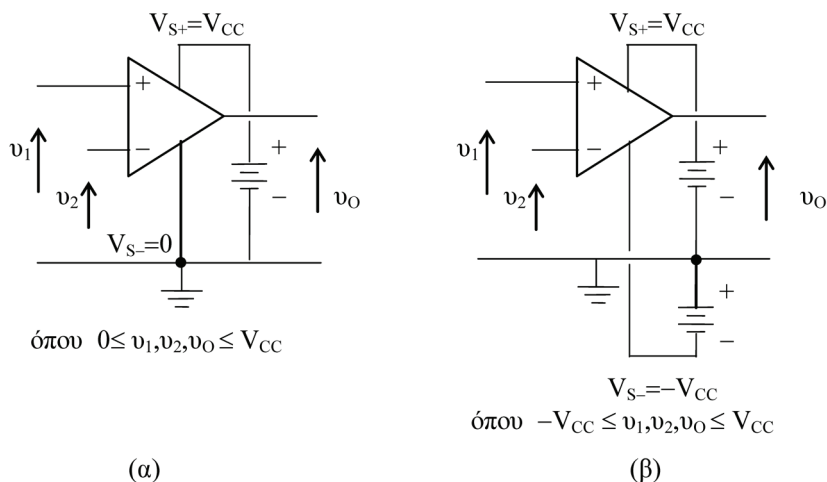


Σχήμα 5.3. Σύμβολο Τ.Ε.: (α) απλή μορφή και (β) τυπική μορφή με ακροδέκτες τροφοδοσίας.

5.2.3 Ορισμοί τάσεων και ρευμάτων στους Τ.Ε.

Ο προσδιορισμός της θετικής φοράς τόσο του σήματος τάσης $v_o(t)$ στην έξοδο ενός Τ.Ε., όσο και των σημάτων τάσεων που εφαρμόζονται σε μια ή και τις δύο εισόδους του, γίνεται κατά τα γνωστά ως προς τον κόμβο αναφοράς δηλ. τη γείωση του συνολικού κυκλώματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.4. Ως προς τον ίδιο κόμβο καθορίζεται επίσης και η σχετική πολικότητα των τάσεων τροφοδοσίας, κατ' αρχήν, του εσωτερικού κυκλώματος του Τ.Ε. και, τελικώς, ολόκληρου του κυκλώματος στο οποίο συμμετέχει.

Έτσι, με τις ενδείξεις (V_{S+}) και (V_{S-}), που στους ακροδέκτες τροφοδοσίας ενός Τ.Ε., υποδεικνύονται τα σημεία σύνδεσης της θετικότερης και της αρνητικότερης, αντιστοίχως, τάσης τροφοδοσίας του, ενώ ο τρόπος εφαρμογής, το πρόσημο και η τιμή των DC αυτών τάσεων προσδιορίζει ουσιαστικώς και την επιτρεπόμενη μέγιστη (θετική ή αρνητική) στιγμιαία τιμή των σημάτων τάσης στην είσοδο και έξοδο του Τ.Ε..



Σχήμα 5.4. Ορισμός σημάτων τάσης εισόδου και εξόδου σε Τ.Ε. και σύνδεση πηγών για (α) μονοπολική και (β) διπολική τροφοδοσία.

Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.4(α), στην περίπτωση κατά την οποία υπάρχει μια μόνο πηγή τάσης τροφοδοσίας, δηλ. – όπως λέγεται – χρησιμοποιείται μονοπολική τροφοδοσία, η σύνδεση των αντίστοιχων ακροδεκτών του Τ.Ε. γίνεται σύμφωνα με την ένδειξή τους: ο ακροδέκτης (V_{S+}) συνδέεται στο θετικό άκρο της πηγής και ο ακροδέκτης (V_{S-}) στο αρνητικό, ενώ ένας απ' αυτούς συνδέεται υποχρεωτικά στη γείωση του κυκλώματος⁴. Αν υπάρχουν δύο πηγές συνδεδεμένες με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα 5.4(β), δηλ. σε σειρά μεταξύ τους και με το κοινό τους σημείο στη γείωση, η τροφοδοσία λέγεται διπολική και επιτρέπει την εμφάνιση θετικών και αρνητικών

³Σήμερα, Τ.Ε. γενικής χρήσης θεωρούνται μόνον οι Τ.Ε. τάσης, καθώς τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί και οι λεγόμενοι Τ.Ε. διαγωγιμότητας (transconductance amplifiers), που χρησιμοποιούνται σε κυκλώματα με λειτουργία την ενίσχυση ρευμάτων και όχι τάσεων (κυκλώματα ρεύματος ή «τρόπου» ρεύματος: current mode circuits).

⁴Συνήθως, στην περίπτωση μονοπολικής τροφοδοσίας, στη γείωση συνδέεται ο αρνητικός πόλος της πηγής τροφοδοσίας με αποτέλεσμα όλες οι τάσεις στο κύκλωμα να εμφανίζονται θετικές ως προς τη γείωσή του. Αυτό όμως δεν αποκλείει και το αντίθετο, οπότε οι τάσεις θα θεωρούνται, αντίστοιχα, ως αρνητικές.

τιμών τάσης ως προς τη γείωση⁵. Στο σημείο αυτό επαναλαμβάνεται ότι οι τιμές των τάσεων τροφοδοσίας (π.χ. οι τιμές $+V_{CC}$ και $-V_{CC}$) αποτελούν τις μέγιστες επιτρεπόμενες στιγμιαίες τιμές της τάσης, που μπορεί να εμφανιστεί (ως προς τη γείωση) σε οποιοδήποτε ακραίο ή εσωτερικό σημείο του κυκλώματος κατά τη λειτουργία του.

Η ένταξη και λειτουργία ενός Τ.Ε σε οποιασδήποτε μορφής κύκλωμα έχει ως αποτέλεσμα οι ακροδέκτες του να αποτελούν κλάδους του κυκλώματος αυτού και να διαρρέονται από αντίστοιχα ρεύματα. Με την έννοια αυτή ο Τ.Ε., ως αυτόνομο ηλεκτρονικό στοιχείο ενός συνολικού κυκλώματος, μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας κόμβος ρευμάτων που εισέρχονται ή εξέρχονται απ' αυτόν και, συνεπώς, για τον «κόμβο» αυτό θα ισχύει ο αντίστοιχος κανόνας του Kirchhoff.

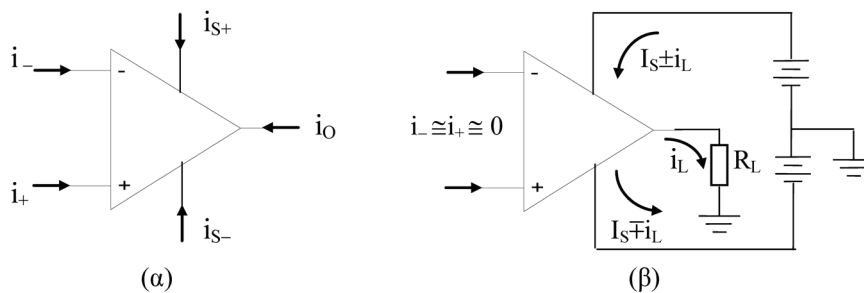
Έτσι, αν i_+ και i_- είναι τα ρεύματα των δύο εισόδων, i_O , το ρεύμα εξόδου και, i_{S+} και i_{S-} , τα ρεύματα στους ακροδέκτες τροφοδοσίας ενός Τ.Ε, τότε, όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.5(α), θα ισχύει:

$$i_+ + i_- + i_O + i_{S+} + i_{S-} = 0 \quad (5.2)$$

όπου, προφανώς, η φορά των ρευμάτων που εισέρχονται στον «κόμβο - Τ.Ε» λαμβάνεται ως θετική ανεξάρτητα από τη θεωρούμενη θετική τους φορά τους στο αντίστοιχο κύκλωμα. Επίσης επειδή, όπως θα δούμε παρακάτω, τα ρεύματα των δύο εισόδων είναι πρακτικώς μηδενικά, η σχέση (5.2) παίρνει τη μορφή:

$$i_O + i_{S+} + i_{S-} = 0 \quad (5.3)$$

που δείχνει ότι το ρεύμα εξόδου του Τ.Ε. ή, αλλιώς, το ρεύμα που διαρρέει ένα φορτίο R_L στην έξοδο του Τ.Ε. θα είναι ίσο προς τη διαφορά των ρευμάτων τροφοδοσίας του, καθώς στην πραγματικότητα τα ρεύματα i_{S+} και i_{S-} έχουν πάντοτε την ίδια φορά [βλ. σχήμα 5.5(β) όπου έχουν τεθεί: $i_L = -i_O$, $i_{S+} = I_S \pm i_L$ και $i_{S-} = -I_S \pm i_L$].



Σχήμα 5.5. (α) Θεώρηση του Τ.Ε. ως κόμβου των ρευμάτων των ακροδεκτών του σ' ένα κύκλωμα (η θετική φορά ορίζεται προς τον Τ.Ε.) (β) απεικόνιση της σχέσης (5.3) όταν $i_L = -i_O$, $i_{S+} = I_S \pm i_L$ και $i_{S-} = -I_S \pm i_L$.

5.3 Βασική λειτουργία και χαρακτηριστικά των Τ.Ε..

Η γενική σχέση (5.1) που ορίζει τη λειτουργία ενός τελεστικού ενισχυτή τάσης μπορεί να γραφεί με τη μορφή:

$$v_O = A \cdot (v_+ - v_-) \quad (5.4)$$

όπου με v_O συμβολίζεται το σήμα τάσης στην έξοδο, v_+ και v_- είναι τα σήματα τάσης που εφαρμόζονται στις εισόδους με τα σημεία (+) και (-), αντιστοίχως και A είναι ο **συντελεστής ενίσχυσης τάσης** ή, απλώς, **ενίσχυση ή απολαβή τάσης** του Τ.Ε..

Οι δύο εισοδοί (+) και (-) εκτός από το πρόσημο που τις συμβολίζει έχουν και διαφορετική ονομασία που σχετίζεται με την αλλαγή ή όχι του πρόσημου του σήματος εξόδου του Τ.Ε. που εμφανίζεται κατά τη λειτουργία του, όταν η τάση που εφαρμόζεται σε μια απ' αυτές είναι μηδενική. Πράγματι, όπως φαίνεται αμέσως, όταν

$$\begin{aligned} v_+ &= 0 & \text{τότε} & \quad v_O = -A \cdot v_- \\ v_- &= 0 & \text{τότε} & \quad v_O = A \cdot v_+ \end{aligned} \quad (5.5)$$

οπότε η είσοδος (-) ονομάζεται αναστρέφουσα είσοδος ή **είσοδος αναστροφής⁶** (ή αλλαγής προσήμου) και η είσοδος (+), **μη αναστρέφουσα** ή είσοδος μη αναστροφής.

⁵Κατά τη διπολική τροφοδοσία των Τ.Ε. αλλά και γενικότερα κάθε ηλεκτρονικού κυκλώματος δεν απαιτείται οι πηγές να παρέχουν ίση τάση.

⁶Στην παράγραφο 2.8.1 αναφέρθηκε ότι η πράξη της αναστροφής ενός σήματος, δηλ. της εισαγωγής διαφοράς φάσης 180° που ισοδυναμεί με αλλαγή πρόσημου, αποκαλείται συχνά και ως αντιστροφή, που μαθηματικώς είναι λάθος.

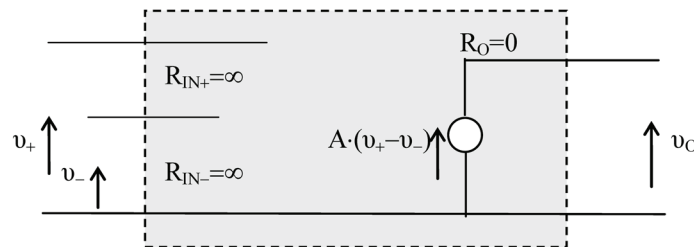
Κατά τη λειτουργία ενός Τ.Ε., κάθε μια από τις εισόδους του, όπως και η έξοδος του, χαρακτηρίζεται από μια τιμή αντίστασης, που ορίζεται κατά τα γνωστά μεταξύ των αντίστοιχων ζευγών ακροδεκτών. Αντίσταση ορίζεται επίσης και μεταξύ των δύο εισόδων του, η οποία ονομάζεται διαφορική αντίσταση εισόδου. Οι τιμές όλων των αντιστάσεων αυτών καθώς και η τιμή της ενίσχυσης A τόσο για τα συνεχή (DC), όσο και για τα (AC) σήματα – με την αντίστοιχη εξάρτηση από τη συχνότητά τους – αποτελούν βασικά λειτουργικά χαρακτηριστικά ενός Τ.Ε. και διαφοροποιούν τις επιδόσεις των διαφόρων τύπων Τ.Ε. που κατασκευάζονται.

Γενικότερα, τώρα, η θεώρηση του τελεστικού ενισχυτή ως αυτοτελούς ηλεκτρονικού στοιχείου με συγκεκριμένη λειτουργία επιτρέπει τον ορισμό και την αντίστοιχη μελέτη – σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.6.5.1 – του ιδανικού και του πραγματικού Τ.Ε.. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζονται τα αντίστοιχα λειτουργικά χαρακτηριστικά των Τ.Ε. βάσει των οποίων ερμηνεύεται, πρώτον, η δυνατότητα χρήσης τους σε διαφορετικά κυκλώματα και, δεύτερον, το γεγονός ότι τα χαρακτηριστικά λειτουργίας των κυκλωμάτων αυτών θα είναι θεωρητικώς – αλλά και πρακτικώς – ανεξάρτητα από τα χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου κάθε φορά Τ.Ε..

5.3.1 Ιδανικός Τ.Ε.

Ο **ιδανικός Τ.Ε.** είναι ένας ιδανικός ενισχυτής διαφοράς σημάτων τάσης με άπειρο συντελεστή ενίσχυσης, άπειρη αντίσταση σε κάθε είσοδο και μηδενική αντίσταση εξόδου, δηλ. $A=\infty$, $R_{IN+}=\infty$, $R_{IN-}=\infty$ και $R_O=0$.

Η λειτουργία του ιδανικού Τ.Ε. ορίζεται από τη σχέση (5.4) και ισοδυναμεί με τη λειτουργία μιας ιδανικής πηγής τάσης εξαρτημένης από τη διαφορά δύο εφαρμοζόμενων σημάτων τάσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.6, και, προφανώς, ανεξάρτητη από τη συχνότητα των εφαρμοζόμενων σημάτων τάσης.



Σχήμα 5.6. Ισοδύναμο κύκλωμα ιδανικού τελεστικού ενισχυτή.

Ο ορισμός των χαρακτηριστικών του ιδανικού Τ.Ε. και της λειτουργίας του διευκολύνει σε μεγάλο βαθμό την ανάλυση κάθε κυκλώματος με Τ.Ε., καθώς, όπως αποδεικνύεται, η λειτουργία του Τ.Ε. σ' ένα τέτοιο κύκλωμα παραμένει ανεπηρέαστη από την παρουσία των υπόλοιπων στοιχείων του. Πράγματι, εξετάζοντας τη σημασία κάθε χαρακτηριστικού του ιδανικού Τ.Ε. και βοηθούμενοι από τη μορφή του ισοδύναμου κυκλώματος του σχήματος 5.6, προκύπτουν τα εξής απλά συμπεράσματα:

- η άπειρη αντίσταση των εισόδων του ιδανικού Τ.Ε. έχει ως συνέπεια το ρεύμα κάθε εισόδου να είναι μηδέν, δηλ. $i_{IN+}=0$ και $i_{IN-}=0$, οπότε κάθε είσοδος του αποτελεί ιδανικό φορτίο για οποιαδήποτε πηγή ή κύκλωμα συνδέεται σ' αυτήν,
- η μηδενική αντίσταση εξόδου σημαίνει ότι υπάρχει πλήρης ανεξαρτησία της λειτουργίας του ιδανικού Τ.Ε. και της παρεχόμενης απ' αυτόν τάσης σε οποιασδήποτε τιμής ωμική ή σύνθετη αντίσταση φορτίου που συνδέεται στην έξοδό του,
- η λειτουργία του ιδανικού Τ.Ε., όντας ανεξάρτητη από τη συχνότητα των σημάτων του (άπειρο εύρος συχνοτήτων), χαρακτηρίζεται από μηδενικό χρόνο απόκρισης και μηδενική διαφορά φάσης μεταξύ σημάτων εισόδου και εξόδου,

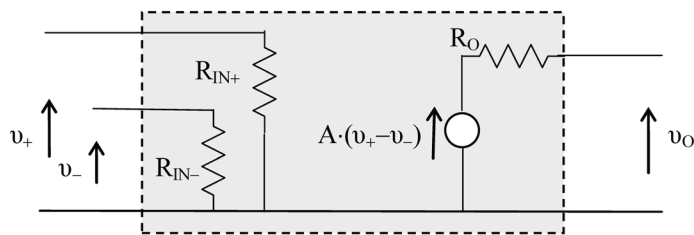
Συνεπώς, σε συνδυασμό των παραπάνω με την άπειρη ενίσχυση τάσης του Τ.Ε., **ο προσδιορισμός των χαρακτηριστικών ενός κυκλώματος, στο οποίο ο χρησιμοποιούμενος Τ.Ε. θεωρείται ιδανικός, γίνεται αποκλειστικά από τα υπόλοιπα στοιχεία και τον τρόπο σύνδεσής τους στο συγκεκριμένο κύκλωμα.**

5.3.2 Πραγματικός Τ.Ε.

Το τελικό συμπέρασμα της προηγούμενης παραγράφου αποτελεί, προφανώς, το «απόλυτο» πλεονέκτημα της χρήσης ενός Τ.Ε. ως αυτόνομου ηλεκτρονικού στοιχείου σ' ένα κύκλωμα. Βεβαίως, κάτι τέτοιο δεν είναι απολύτως υλοποιήσιμο, προσεγγίζεται όμως, σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό καθώς, ακόμα και οι πρώτοι πραγματικοί Τ.Ε. σχεδιάστηκαν και κατασκευάστηκαν με ακριβώς αυτό το στόχο και σκοπό.

Σήμερα, συγκρινόμενος με τον ιδανικό Τ.Ε., ο τυπικός πραγματικός Τ.Ε. είναι ένας ενισχυτής διαφοράς τάσεων με συντελεστή ενίσχυσης τάσης A της τάξης από 10^5 έως 10^6 , αντίσταση εισόδων της τάξης των 10^{12} Ω και αντίσταση εξόδου μικρότερη των 50 Ω , χαρακτηριστικά που αποτελούν μια πολύ καλή προσέγγιση των χαρακτη-

ριστικών του ιδανικού Τ.Ε.. Η προσέγγιση όμως αυτή ισχύει και διατηρείται μόνο για μια μικρή περιοχή χαμηλών συχνοτήτων – από 0 Hz (DC σήματα) έως π.χ. 100 Hz – καθώς υπάρχει μια σαφής εξάρτηση των τιμών τους από τη συχνότητα. Έτσι, οι τιμές των χαρακτηριστικών των πραγματικών Τ.Ε. ορίζονται συνήθως για DC σήματα και, ακριβώς, για το λόγο αυτό, οι πραγματικοί Τ.Ε. γενικής χρήσης χαρακτηρίζονται ως DC ενισχυτές⁷. Το ισοδύναμο κύκλωμα ενός τυπικού πραγματικού Τ.Ε. δίνεται στο σχήμα 5.7, όπου, προφανώς, με R_{IN+} , R_{IN-} , R_O και A συμβολίζονται οι DC τιμές των αντίστοιχων μεγεθών του.



Σχήμα 5.7. Ισοδύναμο κύκλωμα πραγματικού τελεστικού ενισχυτή.

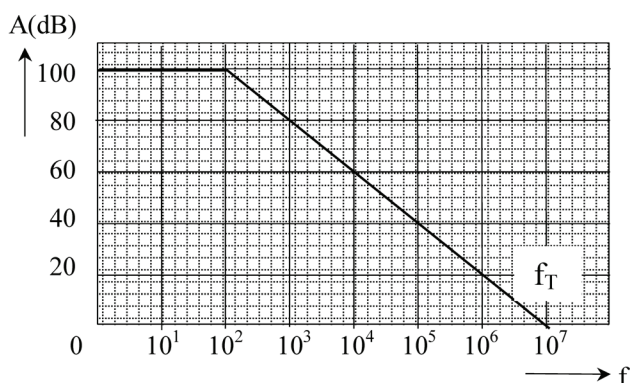
Εξετάζοντας την εξάρτηση των χαρακτηριστικών μεγεθών των πραγματικών Τ.Ε. από τη συχνότητα, διαπιστώνεται ότι η τιμή της ενίσχυσης τάσης A των περισσότερων πραγματικών Τ.Ε. μειώνεται κατά 20 dB ανά δεκάδα αύξησης της συχνότητας, καθώς επίσης μείωση εμφανίζουν και οι τιμές των αντιστάσεων των δύο εισόδων, ενώ, αντιστρόφως, η αντίσταση εξόδου τους αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας.

Συνήθως, η εξάρτηση των χαρακτηριστικών μεγεθών ενός πραγματικού Τ.Ε. από τη συχνότητα καθορίζεται από την τοπολογία του εσωτερικού του κυκλώματος και οφείλεται είτε στις παρασιτικές χωρητικότητες των διαφόρων (εσωτερικών) στοιχείων του που οδηγούν στην εμφάνιση αναπόφευκτων συνδυασμών ωμικών και χωρητικών αντιστάσεων με τη μορφή χαμηλοπερατών ή υψηλοπερατών φίλτρων (τυπικά κυκλώματα RC), είτε στην επιβεβλημένη χρήση πυκνωτών σε επιλεγμένα σημεία του για την εξασφάλιση ευσταθούς λειτουργίας ανεξαρτήτως των χαρακτηριστικών του όποιου εξωτερικού κυκλώματος στο οποίο συμμετέχει.

Έτσι, ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης A , ή, αλλιώς, η απολαβή ή το κέρδος τάσης A (voltage gain), είναι μια συνάρτηση της συχνότητας που συμβολίζεται ως $A(\omega)$ ή $A(f)$ και παριστάνει το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς του Τ.Ε. στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας, δηλ. σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.4.2.2 θα είναι:

$$A(jf) = \frac{A_0}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$

Στο σχήμα 5.8 δίνεται η τυπική μορφή του αντίστοιχου συχνοτικού διαγράμματος, όπου, όπως φαίνεται, η απολαβή τάσης διατηρείται σταθερή και ίση προς A (σε dB) για συχνότητες από 0 έως f_c , π.χ. $f_c=100$ Hz, ενώ, για μεγαλύτερες συχνότητες, η μείωσή της κατά 20 dB/dec οδηγεί σε μια τιμή συχνότητας f_T στην οποία ισχύει⁸ $A(f_T)=1$. Η συχνότητα αυτή αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος του συγκεκριμένου κάθε φορά Τ.Ε. και ονομάζεται συχνότητα μοναδιαίας απολαβής.



Σχήμα 5.8. Τυπική μορφή συχνοτικού διαγράμματος πλάτους πραγματικού τελεστικού ενισχυτή.

Στην πλειονότητα των Τ.Ε. γενικής χρήσης, η συχνότητα θάλασης f_c έχει μικρή τιμή (10-100 Hz), οπότε η συχνότητα 70 χαρακτηρισμός των Τ.Ε. ως DC ενισχυτών υποδεικνύει την δυνατότητα λειτουργίας τους με απευθείας εφαρμογή στις εισόδους του DC σημάτων τάσεων και ρευμάτων. Όμως, μια τέτοια εφαρμογή DC σημάτων στην είσοδο ενός κυκλώματος, όπως και η απευθείας σύνδεση διαφορετικών κυκλωμάτων ή τμημάτων ενός κυκλώματος, που λέγεται DC σύνδεση ή ζεύξη, θα πρέπει να έχει προβλεφθεί εξαρχής διότι αλλιώς μπορεί να οδηγήσει στην καταστροφή τους.

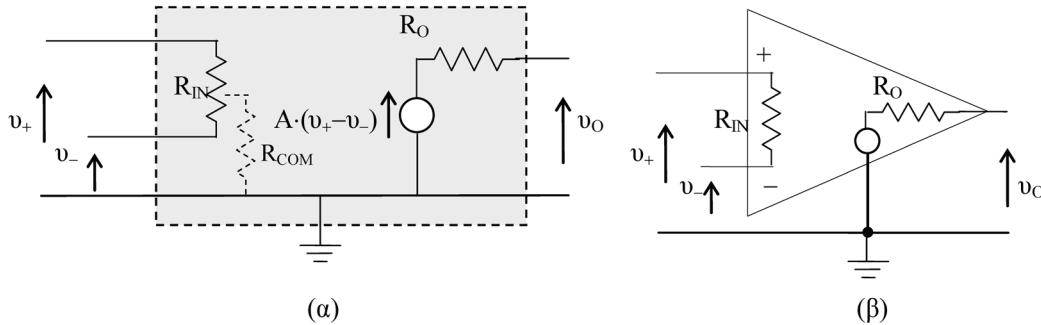
8Δηλ. $|A(jf_c)|=1$ και αντιστοίχως $|A(jf_c)|=A_0/\sqrt{2}$.

f_T λέγεται και εύρος ζώνης μοναδιαίας απολαβής και είναι ίση με ένα άλλο ευρέως χρησιμοποιούμενο μέγεθος που ονομάζεται γινόμενο κέρδους-εύρους ζώνης ($\text{Gain} \times \text{BandWidth}$: GBW) και από το οποίο προκύπτει ότι:

$$\text{GBW} \cong f_T = A_0 \cdot f_c = A(f) \cdot f \quad (5.6)$$

δηλ. αν A_0 είναι η απολαβή του Τ.Ε. για το εύρος διέλευσης από 0 έως f_c τότε μπορεί εύκολα να προσδιοριστεί και η τιμή της απολαβής του $A(f)$ σε μια οποιαδήποτε συχνότητα f στο διάστημα $f_c \ll f \ll f_T$.

Τέλος, οι δύο αντιστάσεις εισόδου R_{IN+} και R_{IN-} , που φαίνονται στο σχήμα 5.7, αποτελούν την ισοδύναμη παράσταση της αντίστασης⁹ που «φαίνεται» μεταξύ κάθε εισόδου και γείωσης σε σχέση με το αντίστοιχο τμήμα του εσωτερικού κυκλώματος του Τ.Ε.. Για το λόγο αυτό, πολλές φορές στο ισοδύναμο κύκλωμα ενός πραγματικού Τ.Ε., ως αντίσταση εισόδου R_{IN} του θεωρείται η διαφορική αντίσταση μεταξύ των δύο εισόδων του, η «ύπαρξη» της οποίας σχετίζεται με μια αντίσταση R_{COM} προς τη γείωση και για την οποία, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.9(α), όταν σχεδιάζεται, χρησιμοποιείται, διακεκομμένη γραμμή.



Σχήμα 5.9. (α) Ισοδύναμο κύκλωμα πραγματικού τελεστικού ενισχυτή με απεικόνιση της διαφορικής αντίστασης μεταξύ των δύο εισόδων του και της κοινής τους αντίστασης προς τη γείωση και (β) αντίστοιχος συμβολισμός Τ.Ε..

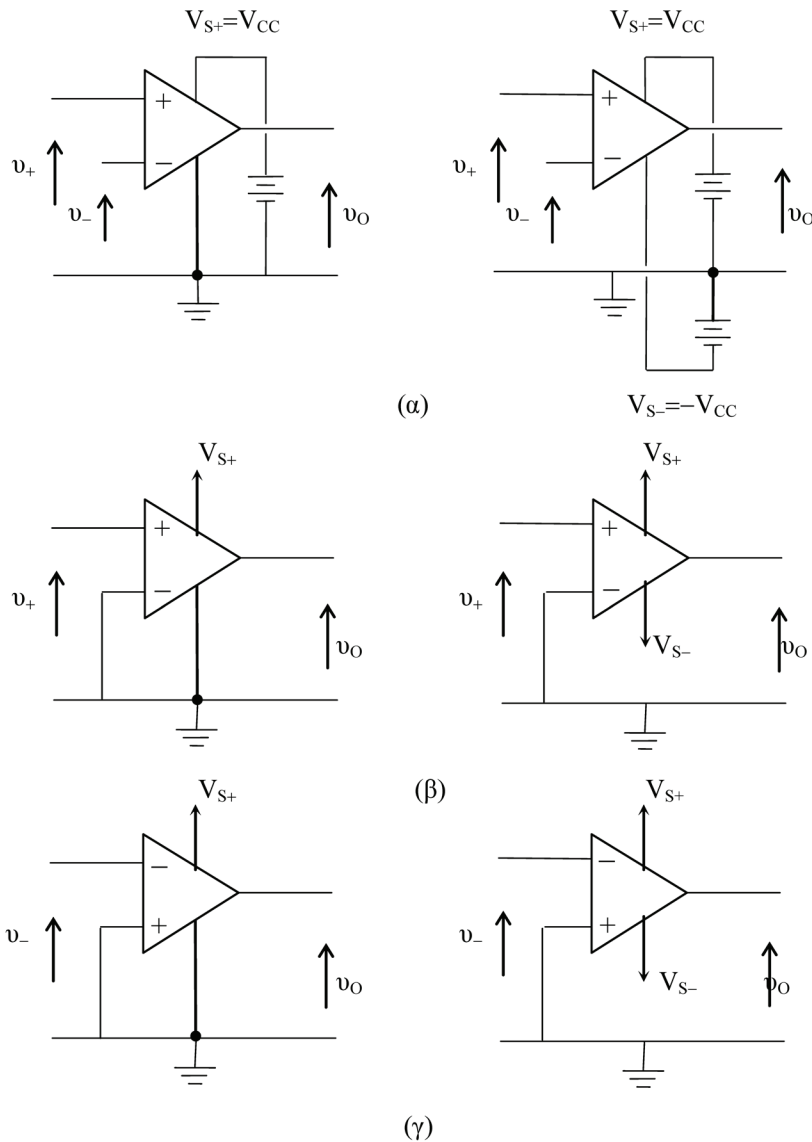
5.3.3 Διερεύνηση της λειτουργίας των Τ.Ε..

Όπως αναφέρθηκε ήδη, στην τυπική του μορφή ο Τ.Ε. είναι ένα κύκλωμα ενίσχυσης τάσης με δύο εισόδους και μία έξοδο, η βασική λειτουργία του οποίου, όπως ορίζεται και περιγράφεται από τη γενική σχέση (5.4), είναι η ενίσχυση της διαφοράς των σημάτων τάσης των εισόδων του. Όμως, όπως είδαμε με τις σχέσεις (5.5), όταν η τάση σε μια από τις δύο εισόδους του θεωρείται ίση προς το μηδέν, π.χ. όταν μια απ' τις δύο αυτές εισόδους είναι συνδεδεμένη στη γείωση του κυκλώματος, η λειτουργία του Τ.Ε. παίρνει τη μορφή της απλής ενίσχυσης ενός σήματος τάσης.

Έτσι, υπάρχουν δύο χαρακτηριστικοί τρόποι λειτουργίας των Τ.Ε. ως αποτέλεσμα του τρόπου σύνδεσής τους σ' ένα κύκλωμα. Ο πρώτος, λέγεται **διαφορικός τρόπος** (differential mode) ή διαφορική λειτουργία και αναφέρεται στην ενίσχυση της διαφοράς σημάτων τάσης σύμφωνα με τη σχέση (5.4), ενώ, ο δεύτερος, που λέγεται **απλός τρόπος** (single mode), αναφέρεται στην απλή λειτουργία του, δηλ. την ενίσχυση – με ή χωρίς αναστροφή – ενός μόνο σήματος τάσης σύμφωνα με μια από τις σχέσεις (5.5).

Στο σχήμα 5.10 δίνονται παραστατικά οι τρόποι σύνδεσης ενός Τ.Ε. για διαφορική και απλή λειτουργία, ενώ υπενθυμίζεται ότι οι μέγιστες θετικές ή αρνητικές τιμές των σημάτων τάσης στις εισόδους και στην έξοδό του, καθορίζονται πάντοτε από τις τιμές τάσης της μονοπολικής ή διπολικής τροφοδοσίας του.

⁹Εννοείται ότι αν ληφθεί υπόψη η συχνοτική τους εξάρτηση, τότε οι αντιστάσεις αυτές, όπως και η αντίσταση εξόδου του πραγματικού Τ.Ε. θα θεωρούνται, κατά τα γνωστά, ως μιγαδικά μεγέθη.



Σχήμα 5.10. Σύνδεση Τ.Ε. με μονοπολική (αριστερά) και διπολική τροφοδοσία (δεξιά): (α) για διαφορικό τρόπο λειτουργίας: $v_o = A \cdot (v_+ - v_-)$, (β) για απλό τρόπο λειτουργίας χωρίς αναστροφή: $v_o = A \cdot v_+$ και (γ) για απλό τρόπο με αναστροφή, $v_o = -A \cdot v_-$

Η βασική σχέση (5.4) γράφεται γενικώς ως:

$$v_o(t) = v_d(t) \cdot A \quad (5.7)$$

όπου με $v_d(t)$ παριστάνεται το ουσιαστικό σήμα εισόδου στον Τ.Ε., δηλ. η διαφορά δυναμικού ($v_+ - v_-$) μεταξύ των δύο εισόδων του. Από την έκφραση αυτή φαίνεται ότι ο συνδυασμός των στιγμιαίων τιμών του σήματος $v_d(t)$ με την τάξη μεγέθους του συντελεστή ενίσχυσης τάσης A – τόσο για ιδανικό, όσο και για πραγματικό Τ.Ε. – οδηγεί στον προσδιορισμό μιας οριακής τιμής της διαφοράς των τάσεων των δύο εισόδων, v_{dk} , για την οποία, όταν $|v_d(t)| \geq |v_{dk}|$, το σήμα τάσης v_o στην έξοδο του Τ.Ε. θα παίρνει τη μέγιστη (θετικότερη ή αρνητικότερη) τιμή του.

Πράγματι, όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 5.2.3, όταν η (θετική και αρνητική) τάση τροφοδοσίας του Τ.Ε.¹⁰ είναι $\pm V_s$, θα ισχύει:

$$\max |v_o(t)| \leq |V_s| \quad (5.8)$$

οπότε και η σχέση (5.7) για την τυπική λειτουργία ενός Τ.Ε., είτε ιδανικού, είτε πραγματικού – για σήματα συχνοτήτων τέτοιων ώστε να ισχύει $A(\omega) = A$ – θα εκφράζεται ως:

$$v_o(t) = \begin{cases} v_d(t) \cdot A & \text{αν } |v_d| < |v_{dk}| \\ |V_s| & \text{αν } |v_d| \geq |v_{dk}| \end{cases} \quad \text{όπου } |v_{dk}| = |V_s| / A \quad (5.9)$$

¹⁰ Στο εξής, αν δεν αναφέρεται διαφορετικά, η τροφοδοσία των Τ.Ε. και των κάθε είδους κυκλωμάτων τους θα θεωρείται ως διπολική, όπως ακριβώς φαίνεται στο δεξί τμήμα του σχήματος 5.10.

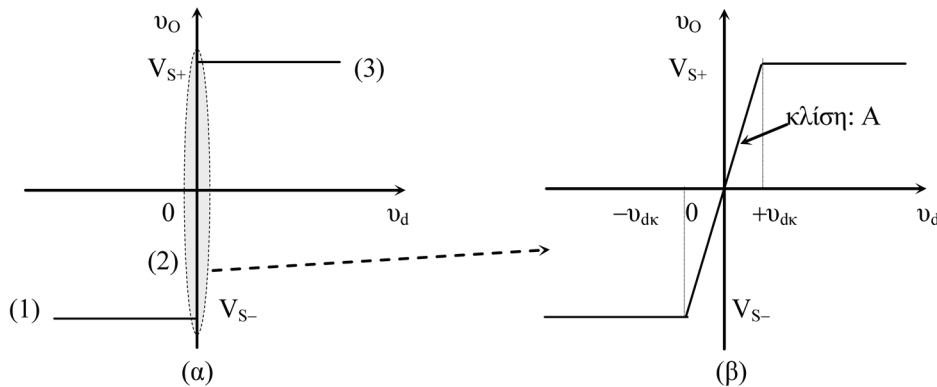
Η μαθηματική αυτή διατύπωση αποτελεί την αναλυτική έκφραση της χαρακτηριστικής συνάρτησης τάσης εισόδου-εξόδου ενός Τ.Ε. και, μάλιστα, οι δύο εκδοχές της περιγράφουν, αντιστοίχως, τις προϋποθέσεις **γραμμικής ή μη γραμμικής λειτουργίας** του, ανάλογα με τις τιμές της τάσης εισόδου $v_d(t)$.

Έτσι, όταν η διαφορά των σημάτων στις εισόδους του Τ.Ε. παίρνει τιμές $vd(t)$ τέτοιες ώστε $|v_d(t)| < |v_{dk}|$ με $|v_{dk}| = |V_s|/A$, η τάση εξόδου του θα είναι ανάλογη της συνολικής τάσης εισόδου, δηλ. $v_o(t) = v_d(t) \cdot A$, και, προφανώς, μικρότερη από την τάση τροφοδοσίας, δηλ. $|v_o(t)| < |V_s|$. Επομένως, τα ζεύγη τιμών $\{v_d(t), v_o(t)\}$ για τα οποία ισχύουν αυτές οι σχέσεις οριοθετούν την περιοχή γραμμικής λειτουργίας του Τ.Ε.

Σε αντιδιαστολή, ο Τ.Ε. θα λειτουργεί, όπως λέγεται, στη μη γραμμική περιοχή όταν $|v_d(t)| \geq |v_{dk}|$, οπότε και το σήμα εξόδου του, v_o , θα παίρνει ανάλογα με το πρόσημο της τάσης v_d είτε τη μέγιστη επιτρεπόμενη θετική, είτε τη μέγιστη αρνητική τιμή τάσης του Τ.Ε.. Οι μέγιστες αυτές τιμές της τάσης εξόδου του Τ.Ε. συμβολίζονται με $\pm v_{ok}$ και ονομάζονται τιμές τάσης κόρου ή, απλώς, τάσεις κόρου, θεωρούνται δε περίπου ίσες με τις αντίστοιχες τιμές της τάσης τροφοδοσίας, δηλ. $+v_{ok} \cong V_{s+}$ και $-v_{ok} \cong V_{s-}$.

Η γραφική παράσταση των παραπάνω αποτελεί την τυπική μορφή της χαρακτηριστικής τάσης εισόδου-εξόδου ($v_d - v_o$) ενός Τ.Ε. γενικής χρήσης, η οποία, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.11, αποτελείται από τρία ευθύγραμμα τμήματα, που σημειώνονται με τους αριθμούς (1), (2) και (3):

- Τα τμήματα (1) και (3) είναι παράλληλα προς τον άξονα τιμών της τάσης εισόδου v_d - δηλ. της διαφοράς των τάσεων των δύο εισόδων του Τ.Ε. - και αντιστοιχούν σε τιμές $|v_d(t)| \geq |v_{dk}|$, υποδεικνύοντας έτσι, δύο «περιοχές» μη γραμμικής λειτουργίας του Τ.Ε., μια «περιοχή» για τιμές $v_d(t) < -v_{dk}$ και μια για τιμές $v_d(t) > +v_{dk}$, σύμφωνα με το δεύτερο σκέλος της σχέσης (5.9).
- Με τον ίδιο τρόπο και σύμφωνα με το πρώτο σκέλος της σχέσης (5.9), το τμήμα (2) περιγράφει την περιοχή γραμμικής λειτουργίας του Τ.Ε.. Η περιοχή αυτή είναι εξ' ορισμού περιορισμένη και φαίνεται να ταυτίζεται με τον κάθετο άξονα, καθώς η απαίτηση $|v_d(t)| < |v_{dk}|$ συνδυάζεται με τη διαπίστωση ότι για $A \rightarrow \infty \Rightarrow |v_{dk}| \rightarrow 0$. Έτσι, τα όρια της περιοχής γραμμικής λειτουργίας του Τ.Ε. θα φαίνονται μόνο εφόσον η κλίμακα βαθμονόμησης του άξονα x για τις τιμές της τάσης εισόδου v_d έχει διευρυνθεί καταλλήλως, όπως π.χ. στο σχήμα 5.11(β).



Σχήμα 5.11. (α) Τυπική μορφή χαρακτηριστικής τάσης εισόδου - εξόδου Τ.Ε. (με διπολική τροφοδοσία) και (β) διευρυμένη απεικόνιση της γραμμικής περιοχής της για $|v_d(t)| < |v_{dk}|$.

Εδώ, θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι όλα τα παραπάνω ισχύουν ανεξάρτητα από το αν ο τρόπος λειτουργίας του Τ.Ε. θεωρείται διαφορικός ή απλός. Πράγματι, από τη σχέση (5.9), φαίνεται αμέσως ότι αν και η συνθήκη γραμμικής λειτουργίας $|v_d(t)| < |v_{dk}|$ αναφέρεται, κατ' αρχήν, στο διαφορικό τρόπο λειτουργίας του Τ.Ε., στην περίπτωση του απλού μπορεί εύκολα να διατυπωθεί με τη μορφή:

$$\text{είτε } |v_+(t)| < |v_{dk}| \text{ όταν } v_-(t) = 0, \text{ είτε } |v_-(t)| < |v_{dk}| \text{ όταν } v_+(t) = 0,$$

οπότε και θα ισχύει:

$$v_o(t) = \begin{cases} v_+(t) \cdot A & \text{αν } |v_+| < |v_{dk}| \\ |V_s| & \text{αν } |v_+| \geq |v_{dk}| \end{cases} \text{ και } v_-(t) = 0 \quad (5.10\alpha)$$

ή

$$v_o(t) = \begin{cases} -v_-(t) \cdot A & \text{αν } |v_-| < |v_{dk}| \\ -|V_s| & \text{αν } |v_-| \geq |v_{dk}| \end{cases} \text{ και } v_+(t) = 0 \quad (5.10\beta)$$

όπου, και πάλι, $|v_{dk}| = |V_s|/A$.

5.4 Χαρακτηριστικά των κυκλωμάτων με τελεστικούς ενισχυτές

Το σημαντικότερο ίσως πλεονέκτημα της χρήσης Τ.Ε. στα διάφορα κυκλώματα είναι το γεγονός ότι τα χαρακτηριστικά λειτουργίας ενός κυκλώματος με Τ.Ε. – όπως π.χ. οι αντιστάσεις εισόδου και εξόδου και οι απολαβές τάσης και έντασης – είναι στην πράξη ανεξάρτητα από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου Τ.Ε.. Αυτό, βεβαίως, σε καμία περίπτωση δεν σημαίνει ότι και η λειτουργία ενός τέτοιου κυκλώματος θα είναι ανεξάρτητη από τη λειτουργία του Τ.Ε.. Το αντίθετο, μάλιστα. Η συμμετοχή ενός Τ.Ε. σ' ένα οσοδήποτε απλό ή σύνθετο κύκλωμα είναι συμμετοχή ενός αυτόνομου και αυτοτελούς στοιχείου και, συνεπώς, ο χαρακτηρισμός της συνολικής λειτουργίας του κυκλώματος θα εξαρτάται και από τον τρόπο λειτουργίας του Τ.Ε., όπως ακριβώς εξαρτάται από τη λειτουργία και των υπολοίπων στοιχείων του.

Έτσι, όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 3.4.1, εφόσον η λειτουργία ενός κυκλώματος είναι γραμμική ή μη γραμμική ανάλογα με το αν οι χαρακτηριστικές συναρτήσεις των στοιχείων του είναι, αντιστοίχως, γραμμικές ή όχι¹¹, είναι φανερό ότι η λειτουργία κυκλωμάτων με γραμμικά στοιχεία και έναν ή περισσότερους Τ.Ε. θα καθορίζεται από τον τρόπο λειτουργίας αυτών των Τ.Ε.. Με την έννοια αυτή, η χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου ενός κυκλώματος, π.χ. με έναν Τ.Ε., θα έχει αντίστοιχη μορφή με τη χαρακτηριστική συνάρτηση του Τ.Ε..

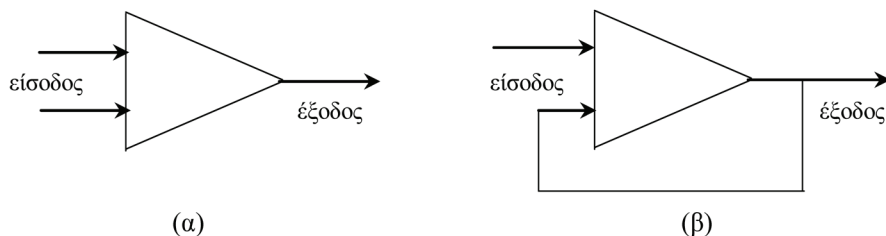
Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται τα πιο γνωστά κυκλώματα-εφαρμογές των Τ.Ε.. Τα κυκλώματα αυτά διακρίνονται σε γραμμικά και σε μη γραμμικά ανάλογα με τη γραμμικότητα ή μη της λειτουργίας του αντίστοιχου Τ.Ε., σύμφωνα με από τις αντίστοιχες προϋποθέσεις των σχέσεων (5.9) ή (5.10) και τρόπο σύνδεσης του Τ.Ε. με τα υπόλοιπα στοιχεία του κάθε κυκλώματος.

Σημειώνεται, εδώ, ότι ο χαρακτηρισμός «μη γραμμικό κύκλωμα» δεν αναφέρεται σε μια λειτουργία κυκλώματος που περιγράφεται από μια γενικώς μη γραμμική σχέση του σήματος εξόδου προς το σήμα εισόδου, αλλά σε μια λειτουργία, όπου το κύριο χαρακτηριστικό της είναι ότι το σήμα εξόδου παίρνει τιμές που σχετίζονται άμεσα με τις τιμές κόρου του αντίστοιχου Τ.Ε.. Έτσι, η κατανόηση της λειτουργίας των μη γραμμικών κυκλωμάτων με Τ.Ε. προκύπτει εύκολα χρησιμοποιώντας, απλώς, τη βασική σχέση ορισμού της λειτουργίας ενός Τ.Ε. με τη μορφή της σχέσης (5.4) ή (5.7) και τον περιορισμό της σχέσης (5.8).

Από την άλλη πλευρά, τα γραμμικά κυκλώματα με Τ.Ε. παρουσιάζουν ειδικό ενδιαφέρον, καθώς η λειτουργία τους στηρίζεται μεν στη γραμμική λειτουργία του αντίστοιχου Τ.Ε., αυτή, όμως, αναφέρεται σε μια ιδιαίτερα περιορισμένη περιοχή τιμών της τάσης εισόδου του v_a , όπως δείχνουν οι σχέσεις (5.9) ή (5.10). Επομένως, για τη διασφάλιση επαρκούς περιοχής γραμμικής λειτουργίας τους χρησιμοποιούνται ειδικές τεχνικές που είναι γνωστές ως τεχνικές αρνητικής ανάδρασης και οι οποίες, με την κατάλληλη σύνδεση του Τ.Ε. με τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος, οδηγούν στον ορισμό συγκεκριμένων κάθε φορά ορίων γραμμικής λειτουργίας, που πρακτικώς είναι ανεξάρτητα από τα αντίστοιχα όρια του Τ.Ε.

Έτσι, κάθε κύκλωμα με Τ.Ε. στο οποίο γίνεται χρήση ανάδρασης ισοδυναμεί με ένα σύνθετο τετράπολο, τα επί μέρους τμήματα του οποίου είναι συνδεδεμένα σε κλειστό βρόχο και με τέτοιο τρόπο ώστε οι μεν εισοδοί του Τ.Ε. να αντιστοιχούν στο «σημείο συμβολής», η δε έξοδος – που, συνήθως, είναι και η έξοδος ολόκληρου του κυκλώματος – στο «σημείο λήψης», που είδαμε στις παραγράφους 3.11 και 4.7 και τα σχήματα 3.81(β) και 4.39.

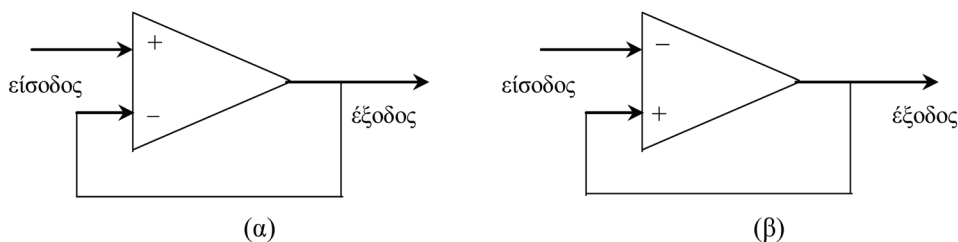
Στο σχήμα 5.12 δίνεται παραστατικά η μορφή ενός κυκλώματος με Τ.Ε. με και χωρίς τη χρήση ανάδρασης. Όπως φαίνεται αμέσως, με τη χρήση ανάδρασης το σήμα εξόδου του κυκλώματος – ή ένα τμήμα (κλάσμα) του – επιστρέφει στην είσοδο, ως σήμα ανάδρασης, συμβάλλει με το σήμα εισόδου – ή το ανάλογο τμήμα του – και προκαλεί μια ανάλογη μεταβολή του σήματος εξόδου. Όταν, λοιπόν, η μεταβολή αυτή είναι της ίδιας πολικότητας (φοράς) με την πολικότητα του σήματος ανάδρασης, η ανάδραση χαρακτηρίζεται ως θετική, ενώ όταν είναι αντίθετης πολικότητας χαρακτηρίζεται ως αρνητική.



Σχήμα 5.12. Σχηματική παράσταση κυκλώματος με Τ.Ε. (α) χωρίς ανάδραση (ανοικτή σύνδεση) και (β) με ανάδραση (σύνδεση κλειστού βρόχου).

¹¹Η διατύπωση αυτή, αν και, γενικώς, είναι ορθή και ισχύει για κάθε ηλεκτρονικό κύκλωμα και για κάθε είδος ενεργών ή παθητικών στοιχείων, δεν πρέπει να οδηγεί σε μια «μηχανιστική» αναζήτηση των γραμμικών και μη στοιχείων για τον χαρακτηρισμό της λειτουργίας ενός κυκλώματος, καθώς, εκτός από την απαραίτητη διερεύνηση των αρχικών συνθηκών, είναι σύνηθες η παρουσία επί μέρους μη γραμμικών στοιχείων σ' ένα κύκλωμα (όπως π.χ. διόδων) να σχετίζεται με τη διασφάλιση των αναγκαίων (DC) συνθηκών για γραμμική λειτουργία (στο AC) και, συνεπώς, δεν συνδέεται αναγκαστικά με μια συνολικώς μη γραμμική λειτουργία.

Στο σχήμα 5.13 δίνονται οι αντίστοιχες μορφές ενός κυκλώματος με Τ.Ε. με χρήση αρνητικής και θετικής ανάδρασης, όπου είναι φανερό ότι η επιστροφή μιας εκδοχής του σήματος εξόδου στην αναστρέφουσα είσοδο του Τ.Ε. θα προκαλεί πάντοτε μια αντίθετης πολικότητας (φοράς) μεταβολή του σήματος εξόδου (αρνητική ανάδραση), ενώ, με την επιστροφή του στην μη αναστρέφουσα είσοδο, η μεταβολή αυτή θα είναι πάντοτε της ίδιας πολικότητας (θετική ανάδραση).



Σχήμα 5.13. Σχηματική παράσταση κυκλώματος με Τ.Ε. και χρήση (α) αρνητικής ανάδρασης και (β) θετικής ανάδρασης.

Επομένως, όπως θα δούμε και αναλυτικά παρακάτω, η χρήση αρνητικής ανάδρασης λειτουργεί περιοριστικά σε ότι αφορά τη δυνατότητα ενός κυκλώματος να οδηγηθεί στις μέγιστες τιμές του σήματος εξόδου του (δηλ. τις τιμές κόρου του αντίστοιχου Τ.Ε.) και, συνεπώς, διασφαλίζει – όσο αυτό είναι δυνατό και προβλέπεται και από την όλη σχεδίαση του κυκλώματος – μια επαρκή περιοχή γραμμικής λειτουργίας.

Στην παρουσίαση των κυκλωμάτων που ακολουθεί, οι χρησιμοποιούμενοι Τ.Ε. θεωρούνται μεν ως πραγματικοί έχοντας, κατά τα γνωστά, πολύ μεγάλη αντίσταση εισόδου, πολύ μικρή αντίσταση εξόδου και απολαβή τάσης που, γενικώς, ακολουθεί την τυπική μορφή του συχνοτικού διαγράμματος πλάτους του σχήματος 5.8, αποφεύγεται όμως οποιαδήποτε αναφορά σε ορισμένα ειδικότερα χαρακτηριστικά, που υπάρχουν και σχετίζονται με κατασκευαστικές ή λειτουργικές ασυμμετρίες τους. Με την έννοια αυτή, η ανάλυσή τους γίνεται υποθέτοντας ότι κάθε Τ.Ε. συμπεριφέρεται περίπου ως ιδανικός και, συνεπώς, μπορεί να λαμβάνεται με τη μορφή του ισοδύναμου κυκλώματος του σχήματος 5.6.

Τέλος, θα πρέπει να επισημανθεί ότι η ανάλυση κάθε κυκλώματος με Τ.Ε. διευκολύνεται σημαντικά, καθώς με την αναγνώριση της ύπαρξης ή όχι ανάδρασης και, στην περίπτωση ύπαρξης, του είδους της ανάδρασης – δηλ. αν πρόκειται για αρνητική ή θετική – ισχύει, γενικώς, ότι:

- η απουσία ανάδρασης ή η χρήση θετικής ανάδρασης προδιαγράφει τη μη γραμμική λειτουργία του κυκλώματος, όπως αυτή προσδιορίστηκε προηγουμένως, ενώ,
- η παρουσία αρνητικής ανάδρασης υποδεικνύει σαφώς τη δυνατότητα γραμμικής λειτουργίας, τα όρια της οποίας και πρέπει να προσδιοριστούν.

5.5 Γραμμικά κυκλώματα με Τ.Ε..

Με τη θεώρηση, στο 2^ο Κεφάλαιο, των κυκλωμάτων της Ηλεκτρονικής ως συστημάτων επεξεργασίας σημάτων και την ταξινόμησή τους σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με τη λειτουργία τους, είναι φανερό ότι ως γραμμικά κυκλώματα θεωρούνται, γενικώς, τα κυκλώματα ενίσχυσης και άθροισης σημάτων, τα κυκλώματα διαμόρφωσης και ολοκλήρωσης, καθώς και τα κυκλώματα διέλευσης ή απόρριψης συχνοτήτων.

Τα κυκλώματα, που παρουσιάζονται παρακάτω, ανήκουν σ' αυτές τις κατηγορίες, η δε λειτουργία των αντίστοιχων Τ.Ε. διέπεται κατ' αρχήν από τα γενικά χαρακτηριστικά, που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Τα κυκλώματα αυτά έχουν ως κοινό χαρακτηριστικό το ότι η γραμμικότητα της λειτουργίας τους – και, συνεπώς, η γραμμικότητα της λειτουργίας των αντίστοιχων Τ.Ε. – εξασφαλίζεται με τη χρήση κάποιας μορφής αρνητικής ανάδρασης¹², επί πλέον δε τα βασικά λειτουργικά χαρακτηριστικά τους εξαρτώνται, κατά κύριο λόγο, από τα υπόλοιπα στοιχεία τους και τον τρόπο σύνδεσής τους, δηλ. είναι κατ' αρχήν ανεξάρτητα από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά των Τ.Ε..

5.5.1 Ενισχυτής τάσης χωρίς αναστροφή

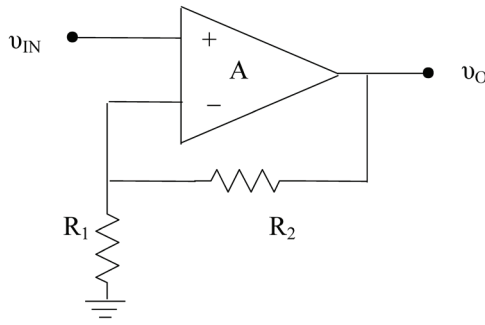
Στο σχήμα 5.14 δίνεται ένα απλό κύκλωμα με Τ.Ε., το οποίο εμφανίζει τα εξής χαρακτηριστικά:

- ως σήμα εισόδου του κυκλώματος θεωρείται ένα σήμα τάσης v_{IN} που εφαρμόζεται στην μη αναστρέφουσα είσοδο του Τ.Ε.,
- ένα κλάσμα του σήματος εξόδου v_O του Τ.Ε. επιστρέφει και εφαρμόζεται στην αναστρέφουσα είσοδό του, μέσω του συνδυασμού των αντιστάσεων R_1 και R_2 , δηλ. σύμφωνα με όσα προκαταρκτικά έχουν αναφερθεί, υπάρχει αρνητική ανάδραση.

Στην ανάλυση που ακολουθεί, θα δείξουμε ότι το κύκλωμα αυτό είναι ένας ενισχυτής τάσης με συντελεστή ενίσχυσης (απολαβή) τάσης, $A_v = v_O/v_{IN}$, που εξαρτάται μόνον από τις τιμές των δύο αντιστάσεων R_1 και R_2 . Ο ενισχυτής αυτός ονομάζεται **ενισχυτής χωρίς αναστροφή** ή **μη αναστροφικός ενισχυτής** (non-inverting amplifier), επειδή η λειτουργία

¹²Αναφερόμαστε στα είδη ανάδρασης που είδαμε συνοπτικά στην παράγραφο 3.11.

του δεν εισάγει διαφορά φάσης 180° (δηλ. δεν προκαλεί αλλαγή προσήμου) μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου.



Σχήμα 5.14. Κύκλωμα Τ.Ε. σε συνδεσμολογία ενισχυτή τάσης χωρίς αναστροφή.

Πράγματι, θεωρώντας κατ' αρχήν ότι ο Τ.Ε. έχει ιδανικά χαρακτηριστικά και λειτουργεί με διπολική τροφοδοσία με τάσεις $\pm V_s$ (η απεικόνιση της οποίας συνήθως παραλείπεται), έτσι ώστε η τάση εξόδου του (άρα και του κυκλώματος) να παίρνει τιμές $-V_s \leq v_o \leq +V_s$, από τον τρόπο σύνδεσής του με τα υπόλοιπα στοιχεία του συγκεκριμένου κυκλώματος, παρατηρούμε ότι:

όπου, λόγω του διαιρέτη τάσεων που σχηματίζουν οι αντιστάσεις R_2 και R_1 , θα είναι¹³:

$$v_{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_o$$

(5.11)

Άρα, η βασική σχέση ορισμού της λειτουργίας του Τ.Ε., δηλ. η σχέση:

$$v_o = A v_d = A(v_+ - v_-) \quad (5.12)$$

θα έχει τη μορφή:

$$v_o = A \cdot \left(v_{IN} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_o \right)$$

(5.13)

δηλ. το σήμα τάσης v_d μεταξύ των δύο εισόδων του Τ.Ε. είναι η διαφορά της σήματος τάσης v_{IN} στην είσοδο του κυκλώματος και ενός κλάσματος του σήματος εξόδου v_o με τη μορφή του σήματος τάσης v_{R_1} στα άκρα της αντίστασης R_1 . Άρα, η λειτουργία του κυκλώματος, όπως περιγράφεται από τη σχέση (5.13), χαρακτηρίζεται από την παρουσία αρνητικής ανάδρασης που διαμορφώνει την τιμή του σήματος v_d στον Τ.Ε..

Έτσι, σύμφωνα με τη σχέση (5.9), με την οποία, η γραμμικότητα ή όχι της λειτουργίας ενός Τ.Ε. καθορίζεται ουσιαστικά από την τιμή του σήματος v_d είναι φανερό ότι η χρήση αρνητικής ανάδρασης στο συγκεκριμένο κύκλωμα προσδιορίζει τελικώς και τη γραμμικότητα της συνολικής του λειτουργίας.

Έστω, λοιπόν, ότι ο Τ.Ε. στο κύκλωμα του σχήματος 5.14 λειτουργεί στη γραμμική του περιοχή. Στην περίπτωση αυτή, επειδή θεωρείται ιδανικός, ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης του θα τείνει στο άπειρο ($A \rightarrow \infty$), οπότε θα πρέπει η τάση v_d να έχει μια τιμή ε τέτοια ώστε $v_d = \varepsilon \rightarrow 0$, ή, αλλιώς, λόγω της (5.13):

$$\left(v_{IN} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_o \right) = \varepsilon \rightarrow 0$$

δηλ.:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot v_{IN}$$

(5.14)

Η σχέση (5.14) δείχνει ότι η λειτουργία του κυκλώματος του σχήματος 5.14 είναι μια τυπική λειτουργία ενίσχυσης τάσης και, μάλιστα, χωρίς αλλαγή προσήμου μεταξύ των αντίστοιχων σημάτων εισόδου και εξόδου. Επί πλέον, ο συντελεστής ενίσχυσης (απολαβή) τάσης, A_v , του κυκλώματος είναι ανεξάρτητος από τον συντελεστή A του Τ.Ε. και εξαρτάται μόνο από τις τιμές των αντιστάσεων R_1 και R_2 :

$$A_v = \frac{v_o}{v_{IN}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

(5.15)

¹³Θυμίζουμε ότι η αντίσταση των δύο εισόδων ενός ιδανικού Τ.Ε. θεωρείται άπειρη και η αντίσταση εξόδου του μηδέν.

Επομένως, το κύκλωμα του σχήματος 5.14 είναι ένα κύκλωμα Τ.Ε. σε συνδεσμολογία, όπως λέγεται, ενισχυτή τάσης χωρίς αναστροφή, η συνολική λειτουργία του οποίου, σε συνδυασμό με την αντίστοιχη του Τ.Ε. για το σήμα τάσης $v_d = e$, χαρακτηρίζεται από τη χρήση αρνητικής ανάδρασης, η οποία και εξασφαλίζει τη γραμμικότητά της ή όχι, σύμφωνα με τη σχέση:

$$v_o(t) = \begin{cases} A_v \cdot v_{IN} & \text{αν } |v_{IN}| < |v_{IN,max}| \\ |V_S| & \text{αν } |v_{IN}| \geq |v_{IN,max}| \end{cases} \quad \text{όπου } |v_{IN,max}| = |V_S|/A_v \quad (5.16)$$

Στο σημείο, όμως, αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι η σχέση (5.14) – και, στη συνέχεια, η (5.15) – προκύπτει με την υπόθεση ότι ο θεωρούμενος Τ.Ε. είναι ιδανικός. Έτσι, παρακάτω, διερευνώνται οι τυχόν προϋποθέσεις με τις οποίες οι συγκεκριμένες σχέσεις ισχύουν ή όχι και στην περίπτωση πραγματικού Τ.Ε.

5.5.1.1 Λειτουργία του ενισχυτή χωρίς αναστροφή με πραγματικό Τ.Ε.

Θεωρώντας ότι ο Τ.Ε. στο κύκλωμα του σχήματος 5.14 είναι πραγματικός, η σχέση (5.13) εξακολουθεί να ισχύει αρκεί η αντίσταση $R_{IN(-)}$ της αναστρέφουσας εισόδου του να είναι αρκούντως μεγαλύτερη από την R_1 , έτσι ώστε, ταυτόχρονα, να ισχύει και η σχέση (5.11). Γράφοντας, επομένως, τη σχέση (5.13) με τη μορφή:

$$v_o = A \cdot (v_{IN} - \beta \cdot v_o)$$

όπου, προφανώς, έχει τεθεί

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (5.17)$$

μετά από απλές πράξεις, προκύπτει η έκφραση

$$A_v = \frac{A}{1 + \beta A} \quad (5.18)$$

που συνδέει τον συντελεστή ενίσχυσης τάσης, A_v , ολόκληρου του κυκλώματος με τον αντίστοιχο συντελεστή A του Τ.Ε., αλλά και τον παράγοντα β .

Επομένως, αν ισχύει:

$$\beta A \gg 1 \quad (5.19)$$

τότε η έκφραση (5.18) παίρνει τη μορφή της σχέσης (5.15):

$$A_v \cong \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

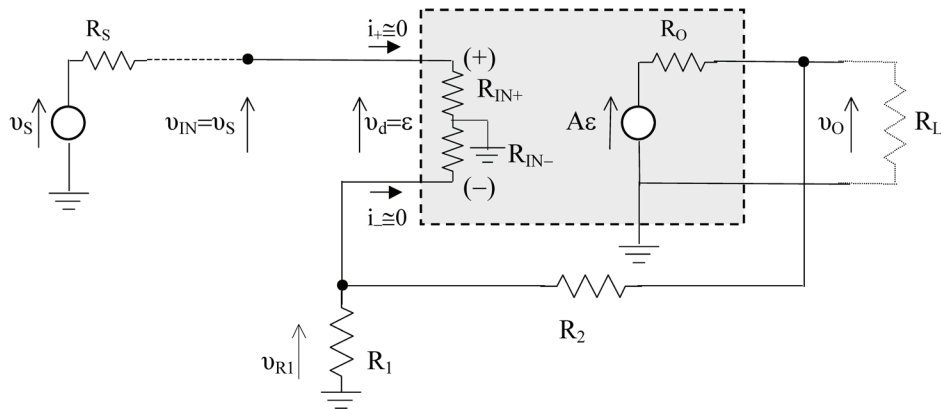
και καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η λειτουργία του κυκλώματος του ενισχυτή τάσης χωρίς αντιστροφή περιγράφεται από τη σχέση (5.14) και στην περίπτωση πραγματικού Τ.Ε., αρκεί οι αντιστάσεις R_1 και R_2 να επιλέγονται έτσι ώστε να ισχύει η σχέση (5.19) ή, αλλιώς:

$$A \gg \frac{R_2}{R_1} \quad (5.20)$$

Έτσι, αν θεωρηθεί ότι το κύκλωμα του συγκεκριμένου ενισχυτή χωρίς αναστροφή λειτουργεί σε πραγματικές συνθήκες δηλ. ότι το σήμα εισόδου v_{IN} προέρχεται από μια πραγματική πηγή τάσης v_s με αντίσταση εξόδου R_s , τότε, από το ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 5.15, θα ισχύουν οι προσεγγίσεις:

$$\begin{aligned} \text{αν } R_s \ll R_{IN(+)} \text{ τότε } v_s &\cong v_{IN} = v_+ \\ \text{αν } R_1 \ll R_{IN(-)} \text{ τότε } v_{R1} &\cong v_- \quad (5.21) \\ \text{αν } R_o \ll (R_2 + R_1) \text{ τότε } A_e &\cong v_o = v_{R2} + v_{R1} \end{aligned}$$

από τις οποίες προκύπτει ότι για να ισχύει κανονικά η βασική σχέση (5.14), θα πρέπει οπωσδήποτε να είναι $A \gg 1$. Η απαίτηση όμως αυτή καλύπτεται πλήρως από την σχέσης (5.19) ή (5.20), οπότε, γενικεύοντας στην περίπτωση πραγματικών κυκλωμάτων ενισχυτών χωρίς αναστροφή, που λειτουργούν με τις προϋποθέσεις των σχέσεων (5.20) και (5.21), η συνολική τους λειτουργία είναι ουσιαστικώς ανεξάρτητη από τα χαρακτηριστικά του αντίστοιχου Τ.Ε., όπως αυτή περιγράφεται από τη σχέση (5.14) και εξαρτάται μόνον από τις τιμές των αντιστάσεων R_1 και R_2 .



Σχήμα 5.15. Ισοδύναμο ενισχυτή χωρίς αναστροφή με πραγματικό T.E.

Ειδικότερα, τώρα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η τρίτη από τις σχέσεις (5.21) δείχνει ότι οι δύο αντιστάσεις R_2 και R_1 αποτελούν ουσιαστικά ένα φορτίο $R_{OL} = R_2 + R_1$ συνδεδεμένο στην έξοδο του T.E., δηλ. στην εξαρτημένη πηγή τάσης A_e του αντίστοιχου ισοδύναμου. Συνεπώς, ανατρέχοντας στα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.8, η εξάρτηση της λειτουργίας του ενισχυτή χωρίς αναστροφή από τις δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 , υποδηλώνει σαφώς τη καθοριστική συμμετοχή των αντιστάσεων αυτών και στον προσδιορισμό της ευθείας φόρτου και του σημείου λειτουργίας, κατ' αρχήν, του τμήματος εξόδου του T.E. και, τελικώς, ολόκληρου του κυκλώματος.

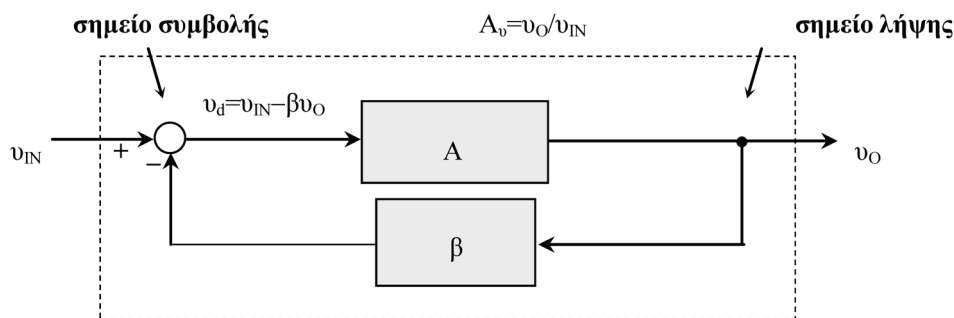
Αν, επομένως, στην έξοδο του κυκλώματος (δηλ. του T.E.) συνδεθεί, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.15, μια πρόσθετη αντίσταση φορτίου R_L (π.χ. η αντίσταση εισόδου ενός επόμενου κυκλώματος), τότε:

- αν $R_L \gg R_2 + R_1$, η πρόσθετη αυτή αντίσταση δεν θα έχει πρακτικώς καμιά επίπτωση στις τιμές των βασικών χαρακτηριστικών του κυκλώματος, ενώ
- αν $R_L \cong R_{OL}$ ή $R_L < R_{OL}$, τότε ίσως να πρέπει οι σχέσεις (5.14) και (5.15) να διαφοροποιηθούν αναλόγως.

5.5.1.2 Διερεύνηση της χρήσης ανάδρασης στον ενισχυτή χωρίς αναστροφή

Είδαμε, προηγουμένως, ότι η λειτουργία του ενισχυτή χωρίς αναστροφή στηρίζεται στην ενίσχυση του σήματος v_d από τον T.E., δηλ. του σήματος διαφοράς μεταξύ του σήματος εισόδου v_{IN} , που εφαρμόζεται στην (+) είσοδο του T.E., και ενός κλάσματος β του σήματος εξόδου v_o , που εφαρμόζεται ως σήμα ανάδρασης στην (-) είσοδό του. Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.16, η λειτουργία αυτή είναι ισοδύναμη με τη λειτουργία ενός σύνθετου κυκλώματος σε σύνδεση κλειστού βρόχου, δηλ. με ανάδραση, όπου ισχύουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned} v_o &= A_v \cdot v_{IN} \\ v_o &= A \cdot v_d \\ v_d &= v_{IN} - \beta v_o \end{aligned} \quad (5.22)$$



Σχήμα 5.16. Παράσταση του ενισχυτή χωρίς αναστροφή του σχήματος 5.14 ως σύνθετου κυκλώματος σε σύνδεση κλειστού βρόχου, δηλ. με χρήση ανάδρασης.

Πράγματι, με τη σύγκριση του πλήρους κυκλώματος του ενισχυτή, είτε με τη μορφή του σχήματος 5.14, είτε με την ισοδύναμη μορφή του στο σχήμα 5.15, με το σύνθετο κύκλωμα του σχήματος 5.16, είναι φανερό ότι υπάρχει αντιστοιχία των επιμέρους τμημάτων τους. Πραγματι, στην ευθεία διαδρομή των σημάτων, το σημείο συμβολής, απ' το οποίο προκύπτει το σήμα διαφοράς v_d , η μονάδα ενίσχυσής του, όπως και το σημείο λήψης στην έξοδο του κυκλώματος, αντιστοιχούν στη λειτουργία του T.E., ενώ, στη διαδρομή επιστροφής, ο διαιρέτης του σήματος τάσης εξόδου v_o , δηλ. ο συνδυασμός των αντιστάσεων R_2 και R_1 , αποτελεί το τμήμα ή το βρόχο ανάδρασης, στην έξοδο του οποίου προκύπτει

το σήμα ανάδρασης βv_o .

Επί πλέον, από τις σχέσεις (5.22), προκύπτουν τα εξής:

- ο συντελεστής A_v εκφράζει την τελική σχέση μεταξύ των σημάτων εισόδου v_{IN} και εξόδου v_o του πλήρους κυκλώματος και ονομάζεται **συντελεστής ενίσχυσης (απολαβή) τάσης κλειστού βρόχου**,
 - το σήμα εξόδου v_o του κυκλώματος είναι το σήμα εξόδου του Τ.Ε., που προκύπτει με την ενίσχυση του σήματος διαφοράς v_d επί τον αντίστοιχο συντελεστή A , ο οποίος ονομάζεται πλέον **συντελεστής ενίσχυσης τάσης ανοικτού βρόχου**, και
 - ο συντελεστής β διαμορφώνει την τιμή του *σήματος ανάδρασης* βv_o , δηλ. την τιμή του κλάσματος του σήματος εξόδου στο σημείο σύγκρισης ή συμβολής, και λέγεται **συντελεστής ανάδρασης**
- ενώ, όπως είδαμε, μεταξύ των τριών συντελεστών A , β , και A_v , ισχύει η σχέση (5.18):

$$A_v = \frac{A}{1 + \beta A}$$

όπου, προφανώς:

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

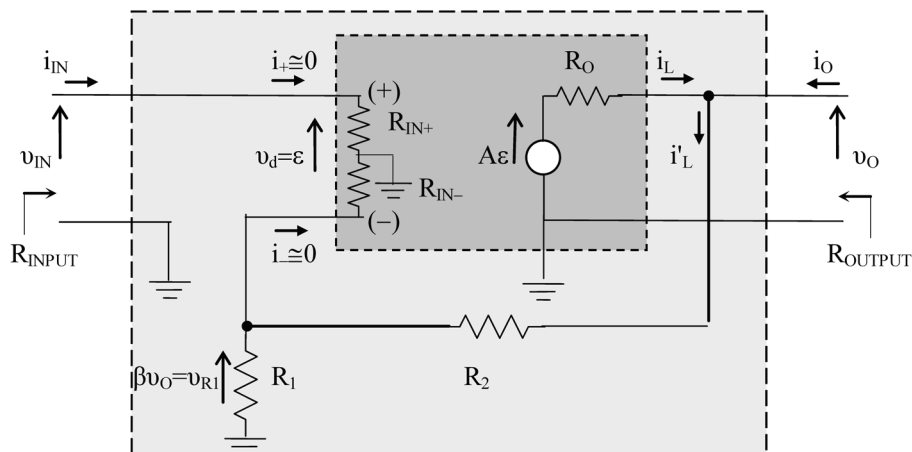
Σύμφωνα, λοιπόν, και με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.7, η μορφή της σχέσης (5.18) δείχνει καθαρά ότι η λειτουργία του κυκλώματος του Τ.Ε. σε συνδεσμολογία ενισχυτή τάσης χωρίς αναστροφή είναι αποτέλεσμα χρήσης **αρνητικής ανάδρασης**¹⁴. Επί πλέον, συνδυάζοντας την σχηματική παράσταση αυτής της λειτουργίας (σχήμα 5.16) με τα όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.11 για τις τέσσερις συνδεσμολογίες ανάδρασης, μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι η χρησιμοποιούμενη στο συγκεκριμένο κύκλωμα αρνητική ανάδραση είναι **ανάδραση τάσης**.

5.5.1.3 Χαρακτηριστικά λειτουργίας του ενισχυτή χωρίς αναστροφή

Με δεδομένη την ερμηνεία της συνολικής λειτουργίας του ενισχυτή τάσης με Τ.Ε. χωρίς αναστροφή και το ρόλο της αρνητικής ανάδρασης στον προσδιορισμό της χαρακτηριστικής της συνάρτησης, με τη μορφή είτε της σχέσης (5.14), είτε της σχέσης (5.15) που δίνει τον συντελεστή A_v , προχωρούμε, τώρα, στον προσδιορισμό και των υπολοίπων χαρακτηριστικών του, δηλ. του συντελεστή ενίσχυσης ρεύματος A_i και των αντιστάσεων εισόδου R_{INPUT} και εξόδου R_{OUTPUT} με σκοπό την εύρεση της τυχόν εξάρτησης των τιμών τους από την παρουσία ανάδρασης.

Έτσι, θεωρώντας, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.17, το ισοδύναμο του πραγματικού κυκλώματος του ενισχυτή χωρίς αναστροφή ως ένα απλό τετράπολο, οι ορισμοί των μεγεθών αυτών (με τη βασική μορφή που δόθηκε στην παράγραφο 3.9) θα είναι:

$$\begin{aligned} A_i &= i_o / i_{IN} \\ R_{INPUT} &= v_{IN} / i_{IN} \\ R_{OUTPUT} &= v_o / i_o \end{aligned} \quad (5.23)$$



Σχήμα 5.17. Παράσταση του ισοδύναμου του ενισχυτή χωρίς αναστροφή με τη μορφή τετράπολου για τον προσδιορισμό των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου του.

οπότε, παρατηρώντας ότι:

- όταν στο κύκλωμα εφαρμόζεται ένα σήμα τάσης εισόδου v_{IN} , το αντίστοιχο ρεύμα εισόδου i_{IN} θα είναι το $14Υ$ πενθυμίζεται ότι ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης (ή ρεύματος) ενός κυκλώματος αποτελεί έκφραση της χαρακτηριστικής συνάρτησής του στο πεδίο του χρόνου ή του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς του στο πεδίο της συχνότητας.

ρεύμα i_+ της μη αναστρέφουσας εισόδου του Τ.Ε., και

- όταν η τάση εξόδου του κυκλώματος είναι v_o , το ρεύμα εξόδου $i_o = -i_L$, εφόσον δεν υπάρχει συνδεδεμένο εξωτερικό φορτίο R_L (οπότε θα ήταν $i_o = -i_{RL}$), προσδιορίζεται συναρτήσει του ρεύματος i_L που διαρρέει τελικά το βρόχο ανάδρασης,

με απλούς συλλογισμούς διαπιστώνεται, κατ' αρχήν, ότι ο συντελεστής ενίσχυσης ρεύματος του κυκλώματος είναι ο αντίστοιχος συντελεστής της αυτόνομης λειτουργίας του Τ.Ε., ο οποίος σχετίζεται με τα εκ κατασκευής τεχνικά χαρακτηριστικά του Τ.Ε. ανεξαρτήτως συνδεσμολογίας και, στη συνέχεια, βρίσκεται ότι η αντίσταση εισόδου του κυκλώματος είναι:

$$R_{\text{INPUT}} = \frac{v_{\text{IN}}}{i_{\text{IN}}} = \frac{v_d + v_{R1}}{i_+} = \dots = R_{\text{IN}+} (1 + \beta A) \quad (5.24)$$

όπου $R_{\text{IN}+}$ είναι η αντίσταση της (+) εισόδου του Τ.Ε., ενώ, για την αντίσταση εξόδου του, θεωρώντας ότι $v_{\text{IN}} = 0$ και ότι $R_o \ll R_1 + R_2$, έτσι ώστε $i_o \approx -i_L$, εφαρμόζεται μια εξωτερική τάση v_o , οπότε:

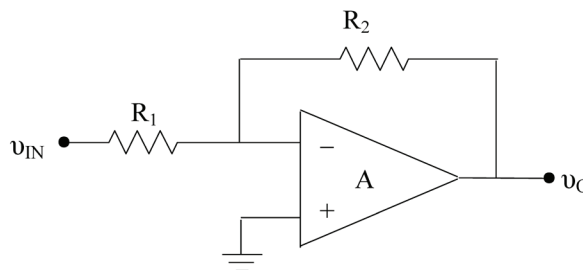
$$R_{\text{OUTPUT}} = \frac{v_o}{i_o} = \frac{v_o \cdot R_o}{v_o - A v_d} = \dots = \frac{R_o}{(1 + \beta A)} \quad (5.25)$$

5.5.2 Ενισχυτής τάσης με αναστροφή

Μια διαφορετική συνδεσμολογία κυκλώματος ενισχυτή τάσης με Τ.Ε. δίνεται στο σχήμα 5.18, όπου:

- η μη αναστρέφουσα είσοδος του Τ.Ε. είναι γειωμένη,
- το σήμα εισόδου του κυκλώματος, δηλ. το σήμα τάσης v_{IN} , εφαρμόζεται, μέσω μιας αντίστασης R_1 , στην αναστρέφουσα είσοδο του Τ.Ε., ενώ
- η παρουσία αρνητικής ανάδρασης υποδηλώνεται, αυτή τη φορά, με την «επιστροφή» (κλάσματος) του σήματος εξόδου του Τ.Ε. στην αναστρέφουσα είσοδό του, μέσω της αντίστασης R_2 .

Το κύκλωμα αυτό, όπως θα δούμε, έχει συντελεστή ενίσχυσης τάσης A_v που εξαρτάται και πάλι από τις τιμές των δύο αντιστάσεων R_1 και R_2 , ενώ, επειδή με τη λειτουργία του εισάγεται διαφορά φάσης 180° μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου, δηλ. υπάρχει αλλαγή προσήμου, ονομάζεται ενισχυτής αναστροφής ή **αναστροφικός ενισχυτής** (inverting amplifier).



Σχήμα 5.18. Κύκλωμα Τ.Ε. σε συνδεσμολογία ενισχυτή τάσης με αναστροφή.

Για την απλοποίηση της ανάλυσης του κυκλώματος, θεωρούμε τον Τ.Ε. ιδανικό και ξανασχεδιάζουμε το κύκλωμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.19, αντικαθιστώντας τον Τ.Ε. με το αντίστοιχο ισοδύναμό του, το δε σήμα εισόδου v_{IN} θεωρείται ότι παρέχεται από μια πηγή τάσης v_s με αντίσταση εξόδου $R_s = 0$ (ιδανική πηγή). Υπενθυμίζεται, επίσης, ότι τα ρεύματα και των δύο εισόδων του Τ.Ε. θεωρούνται μηδέν, δηλ. $i_- = i_+ = 0$, και, ακόμα, ότι η τάση εξόδου του (άρα και του κυκλώματος) παίρνει τιμές στο διάστημα $-V_s \leq v_o \leq +V_s$, όπου $\pm V_s$ είναι οι τάσεις της (διπολικής) τροφοδοσίας του.

Εφόσον, τώρα, η μη αναστρέφουσα είσοδος του Τ.Ε. είναι συνδεδεμένη στη γείωση του κυκλώματος, δηλ. $v_+ = 0$, η βασική σχέση λειτουργίας του Τ.Ε. στο συγκεκριμένο κύκλωμα θα έχει τη μορφή:

$$v_o = A v_d = A (v_+ - v_-) = -A \cdot v_- \quad (5.26)$$

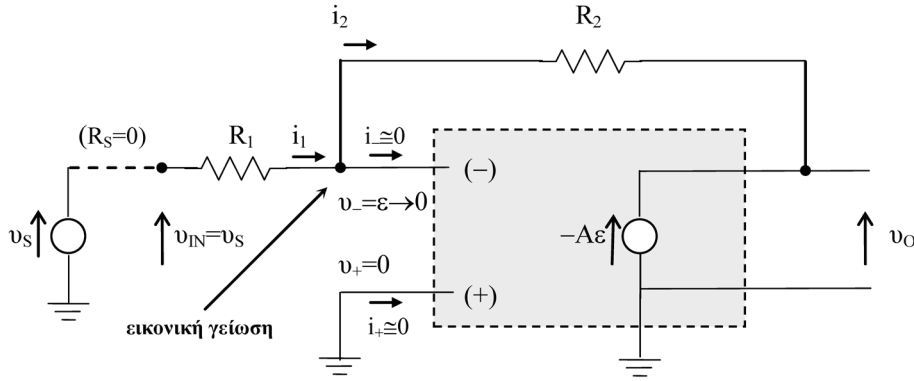
ή, αλλιώς, υποθέτοντας ότι ο Τ.Ε. λειτουργεί στη γραμμική του περιοχή:

$$v_o = -A \cdot \varepsilon \quad (5.27)$$

όπου, κατά τα γνωστά, επειδή $A \rightarrow \infty$, θα πρέπει $v_- = \varepsilon \rightarrow 0$.

Ακόμα, εφόσον $v_- = \varepsilon \approx 0$ και $v_+ = 0$, θα είναι $v_- - v_+ = \varepsilon \approx 0$, δηλ. ο κόμβος των αντιστάσεων R_1 , R_2 και της (-) εισόδου θα έχει δυναμικό περίπου ίσο με αυτό της γείωσης του κυκλώματος. Γι αυτό το λόγο, ο κόμβος αυτός ονομάζεται και **εικονική γείωση** (virtual earth).

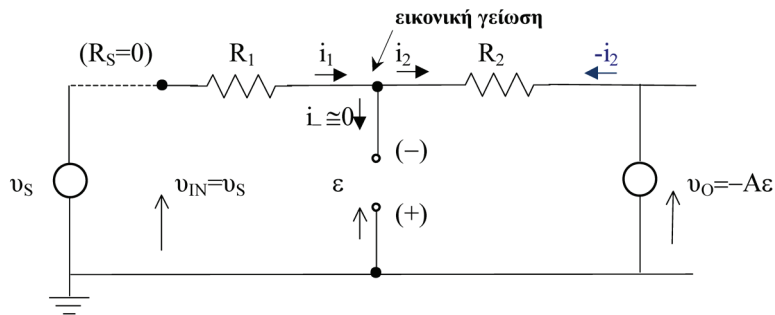
Με αυτά τα δεδομένα, η κατάλληλη επιλογή βρόχων και κόμβων και η εφαρμογή των αντίστοιχων νόμων του Kirchhoff οδηγεί εύκολα στον προσδιορισμό της σχέσης μεταξύ σήματος εισόδου και σήματος εξόδου, που περιγράφει τελικώς και τη συνολική λειτουργία του συγκεκριμένου κυκλώματος.



Σχήμα 5.19. Επανασχεδίαση του κυκλώματος του σχήματος 5.18 με χρήση του ισοδύναμου πρότυπου για τον ιδανικό Τ.Ε. και προσθήκη της πηγής τάσης v_s για το σήμα εισόδου.

Πράγματι, όπως φαίνεται καλύτερα στο απλοποιημένο ισοδύναμο του σχήματος 5.20, το κύκλωμα του σχήματος 5.19 αποτελείται από δύο τμήματα – βρόχους, όπου:

- το μεν πρώτο, αποτελεί το τμήμα εισόδου του κυκλώματος και περιλαμβάνει την πηγή τάσης v_s , την αντίσταση R_1 , καθώς και την τάση ε που εμφανίζεται μεταξύ της (-) εισόδου του Τ.Ε. και της γείωσης,
- το δε δεύτερο, αποτελείται από το βρόχο που σχηματίζεται έξω – και γύρω¹⁵ – από τον Τ.Ε. και περιλαμβάνει την τάση εξόδου v_o , την πτώση τάσης στην αντίσταση R_2 , καθώς και την τάση ε .



Σχήμα 5.20. Απλοποιημένο ισοδύναμο του κυκλώματος των σχημάτων 5.18 και 5.19 για την αναγνώριση βρόχων και κόμβων και εφαρμογή των αντίστοιχων νόμων.

Έτσι, στο βρόχο που αντιστοιχεί στο τμήμα εισόδου του κυκλώματος, θα ισχύει:

$$v_s = v_{IN} = v_{R1} + \varepsilon = i_1 \cdot R_1 + \varepsilon = i_1 \cdot R_1 \quad (5.28)$$

ενώ, στο βρόχο εξόδου, που χαρακτηρίζεται ως **βρόχος ανάδρασης** και αποτελεί γενικώς μέρος του τμήματος εξόδου του συγκεκριμένου κυκλώματος¹⁶, θα είναι:

$$v_o = -i_2 \cdot R_2 + \varepsilon \Rightarrow v_o = -i_2 \cdot R_2 \quad (5.29)$$

Θεωρώντας, τώρα, τον κόμβο σύνδεσης των δύο αντιστάσεων και της (-) εισόδου του Τ.Ε., είναι φανερό ότι μεταξύ των δύο ρευμάτων i_1 και i_2 θα ισχύει:

$$i_1 = i_2 + i^- \Rightarrow i_1 = i_2 \quad (5.30)$$

οπότε, συνδυάζοντας τις σχέσεις (5.28) και (5.29), μέσω της (5.30), θα προκύπτει:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_{IN}$$

¹⁵Με την έννοια ότι ένας κλάδος του (αυτός με την αντίσταση R_2) αποτελεί τη διαδρομή επιστροφής του σήματος εξόδου v_o του Τ.Ε. προς την είσοδό του.

¹⁶Συνήθως, ως κύριος βρόχος του τμήματος εξόδου ενός κυκλώματος θεωρείται κατ' αρχήν ο βρόχος που περιλαμβάνει την έξοδο του κυκλώματος και οποιοδήποτε συνδεδεμένο σ' αυτήν φορτίο ή κύκλωμα που δεν επιστρέφει στην είσοδό του. Σε περιπτώσεις, όμως, όπως αυτή του κυκλώματος του σχήματος 5.18, δηλ. όταν δεν υπάρχει τέτοιο φορτίο, ο βρόχος ανάδρασης αποτελεί ουσιαστικά τον μοναδικό βρόχο του τμήματος εξόδου του αντίστοιχου κυκλώματος.

(5.31)

δηλ. μια σχέση, η οποία δείχνει ότι, στο επιτρεπόμενο (λόγω του Τ.Ε.) διάστημα τιμών της τάσης εξόδου του, v_o , η λειτουργία του κυκλώματος του σχήματος 5.18 είναι μια λειτουργία ενίσχυσης του σήματος εισόδου, v_{IN} , με ταυτόχρονη – λόγω του αρνητικού πρόσημου – αναστροφή του σήματος εξόδου, δηλ. με ταυτόχρονη εισαγωγή διαφοράς φάσης 180° μεταξύ των δύο αυτών σημάτων.

Με άλλα λόγια, η σχέση (5.31) αποδεικνύει ότι το κύκλωμα του σχήματος 5.18 είναι ένας ενισχυτής τάσης με αναστροφή με συντελεστή ενίσχυσης τάσης, A_v , που δίνεται από τη σχέση:

$$A_v = \frac{v_o}{v_{IN}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

(5.32)

ενώ, όπως και στην αντίστοιχη περίπτωση του ενισχυτή χωρίς αναστροφή, θα πρέπει παρατηρηθεί ότι η σχέση (5.31) – άρα, και η σχέση (5.32) – προκύπτει με την υπόθεση ότι ο Τ.Ε. είναι σχεδόν ιδανικός και λειτουργεί στη γραμμική του περιοχή, δηλ. ότι ισχύει η σχέση (5.27), με $\varepsilon \rightarrow 0$, που επιτρέπει την απλοποίηση των σχέσεων (5.28) και (5.29) με την παράλειψη της τάσης ε .

Επομένως, για την πληρότητα της ανάλυσης, θα πρέπει να ελεγχθεί κατά πόσον η συγκεκριμένη υπόθεση, αφενός μεν δεν αναιρείται από το τελικό αποτέλεσμα, αφετέρου δε, ισχύει και για τη λειτουργία ενισχυτή αναστροφής με πραγματικό Τ.Ε.. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει η τάση ε να είναι αρκούντως μικρή, όχι μόνον ως προς την τάση εξόδου v_o [κάτι που ουσιαστικά εξαρτάται απ' την τιμή του συντελεστή A και επιβεβαιώνεται από τη σχέση (5.27)], αλλά και ως προς την τάση εισόδου, δηλ. να ισχύει, επί πλέον, $\varepsilon \ll v_{IN}$.

Πράγματι, από το συνδυασμό των σχέσεων (5.31) και (5.27) φαίνεται αμέσως ότι για να ισχύει η απαίτηση $\varepsilon \ll v_{IN}$, θα πρέπει:

$$A \gg \frac{R_2}{R_1}$$

(5.33)

Συμπεραίνεται, επομένως, ότι τόσο η σχέση (5.31), όσο και η (5.32), θα ισχύουν ανεξαρτήτως του αν ο Τ.Ε. θεωρείται ιδανικός ή είναι πραγματικός, αρκεί να ισχύει η σχέση (5.33) και, βεβαίως, ο Τ.Ε. να λειτουργεί στη γραμμική του περιοχή 17.

5.5.2.1 Ερμηνεία της λειτουργίας της ανάδρασης στον ενισχυτή με αναστροφή

Επιστρέφοντας στο κύκλωμα του σχήματος 5.18 και τη σχέση (5.32), είναι φανερό ότι ο συντελεστής A_v είναι ανεξάρτητος από τον αντίστοιχο συντελεστή A του Τ.Ε., αφού εξαρτάται μόνο από τις δύο αντιστάσεις R_1 , R_2 . Επί πλέον, εφόσον η αντίσταση R_2 ανήκει στο σχηματιζόμενο βρόχο ανάδρασης, η λειτουργία που περιγράφεται από τη σχέση αυτή – ή την (5.31) – είναι, προφανώς, αποτέλεσμα της παρουσίας αυτής της ανάδρασης και η οποία ουσιαστικά αποτελεί μηχανισμό ελέγχου της γραμμικότητας της λειτουργίας του Τ.Ε. και, τελικώς, ολόκληρου του κυκλώματος.

Έτσι, με απλά λόγια, ο Τ.Ε. λειτουργεί βάσει της σχέσης (5.7) για ένα σήμα τάσης $v_d = (v_+ - v_-)$, το οποίο, στη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι το σήμα τάσης $v_d = -\varepsilon$ που προκύπτει στην (-) είσοδο του Τ.Ε. από τη «συμβολή» του σήματος εισόδου v_{IN} του κυκλώματος (μέσω της R_1) και του σήματος εξόδου του, v_o , (μέσω της R_2). Όμως, επειδή τα δύο αυτά σήματα έχουν πάντοτε διαφορετικό πρόσημο, κάθε μεταβολή του v_{IN} θα προκαλεί μια ανάλογη μεταβολή του v_o αλλά με αντίθετο πρόσημο, η οποία, «επιστρέφοντας» στο σημείο συμβολής, δηλ. στην (-) είσοδο του Τ.Ε., τείνει να αντισταθμίσει την αρχική μεταβολή του v_{IN} , κ.ο.κ.. Συνεπώς, εάν, παράλληλα με την κατάλληλη επιλογή των αντιστάσεων R_1 και R_2 , ισχύει και:

$$|v_{IN}| \leq |v_{IN,max}| \quad \text{όπου} \quad |v_{IN,max}| = |v_{O,max}| / |A_v|$$

(5.34)

τότε η τάση ε , αν και μεταβαλλόμενη, θα παραμένει μέσα στα όρια γραμμικής λειτουργίας του Τ.Ε., δηλ. $|\varepsilon| \leq |v_{dk}|$, με αποτέλεσμα και το κύκλωμα να λειτουργεί σύμφωνα με τη σχέση (5.31).

Βάσει, λοιπόν, των παραπάνω, είναι φανερό ότι εφόσον ο συντελεστής A_v αναφέρεται στη λειτουργία ενίσχυσης τάσης ολόκληρου του κυκλώματος, θα είναι ο συντελεστής ενίσχυσης (ή απολαβή) τάσης κλειστού βρόχου ή, όπως αλλιώς λέγεται, ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης του κυκλώματος, ενώ ο συντελεστής A , ως χαρακτηριστικό μέγεθος του Τ.Ε., θα είναι, όπως και στην περίπτωση του ενισχυτή χωρίς αναστροφή, ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης ανοικτού βρόχου.

Για τον προσδιορισμό, τώρα, του συντελεστή ανάδρασης β στο συγκεκριμένο κύκλωμα, παρατηρούμε ότι η τάση ε μεταξύ των δύο εισόδων του Τ.Ε. εμφανίζεται να αποτελείται από δύο συνιστώσες, ε_{IN} και ε_o , που οφείλονται, αντιστοι-

17 Προφανώς, στην περίπτωση πραγματικού Τ.Ε., επειδή ο συντελεστής A εξαρτάται από τη συχνότητα f των σημάτων, η συνθήκη, που εκφράζει η σχέση (5.34), αναφέρεται στην τιμή $A(f)$ όπως αυτή προσδιορίζεται π.χ. από το αντίστοιχο συχνотικό διάγραμμα, [βλ. σχήμα 5.8].

χως, στα σήματα εισόδου v_{IN} και εξόδου v_O , δηλ.:

$$\varepsilon = \varepsilon_{IN} + \varepsilon_O \quad (5.35)$$

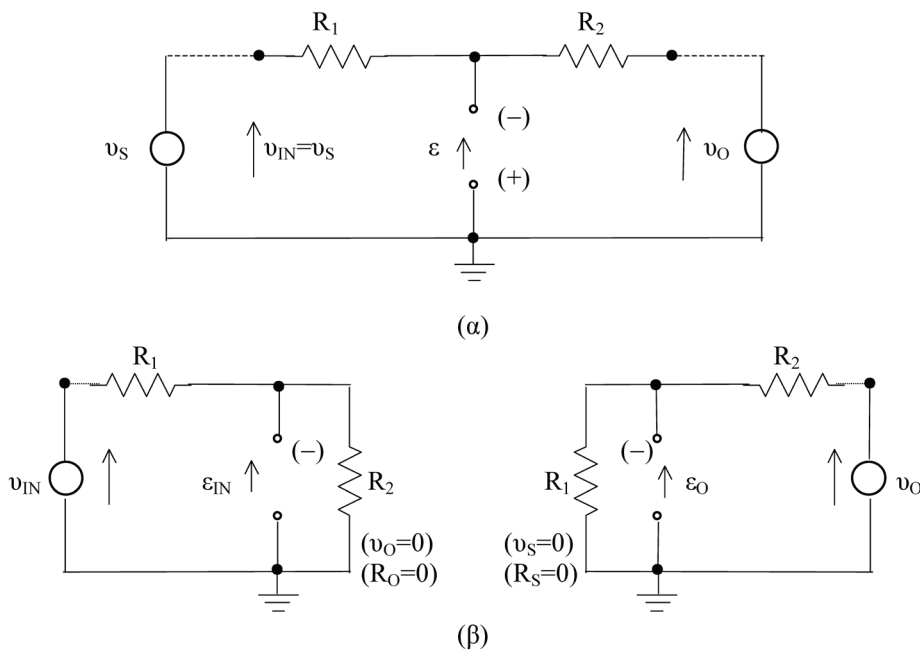
θεωρώντας δε ότι $\varepsilon_O = \beta v_O$, οι τιμές των δύο αυτών συνιστωσών μπορούν να προσδιοριστούν εύκολα αν υποθέσουμε για λίγο ότι αυτές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, δηλ. ότι είναι αποτέλεσμα δράσης ανεξάρτητων μεταξύ τους πηγών.

Έτσι, όπως φαίνεται αναλυτικά στο σχήμα 5.21, θεωρώντας ότι στο ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 5.20, υπάρχει και δρα, εκτός της πηγής $v_S = v_{IN}$, μια ανεξάρτητη πηγή τάσης v_O , τότε, εφαρμόζοντας κατά τα γνωστά την αρχή της επαλληλίας, διαπιστώνεται ότι:

$$\varepsilon_{IN} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_{IN} \quad \text{και} \quad \varepsilon_O = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_O \quad (5.36)$$

και, συνεπώς:

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (5.37)$$



Σχήμα 5.21. (α) «Ισοδύναμο» του κυκλώματος του σχήματος 5.20 (χωρίς τον Τ.Ε.) με χρήση εξωτερικής πηγής για την τάση v_O και (β) προσδιορισμός των συνιστωσών τάσης ε_{IN} και ε_O με εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας.

Βεβαίως, η υπόθεση ότι οι δύο τάσεις ε_{IN} και ε_O είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους χρησιμοποιείται μόνο για την εύρεση της εξάρτησής τους από τα εκτός του Τ.Ε. στοιχεία του κυκλώματος, δηλ. τις αντιστάσεις R_1 και R_2 , και τις τάσεις v_{IN} και v_O . Για το λόγο αυτό και η εφαρμογή της v_O από μια εξωτερική και ανεξάρτητη πηγή τάσης στο ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 5.21(α) έχει έννοια μόνον εφόσον ο Τ.Ε. θεωρείται ότι έχει αφαιρεθεί¹⁸ απ' αυτό, ενώ, οι σχέσεις (5.36), που προκύπτουν με τον τρόπο αυτό, θα ισχύουν και στην περίπτωση ολόκληρου του κυκλώματος.

Πράγματι, επαναφέροντας τον Τ.Ε. στο κύκλωμα και θεωρώντας την πολικότητα της τάσης ε με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα 5.21(α), θα ισχύει η σχέση (5.27):

$$-v_O = A v = A \varepsilon$$

οπότε, με την αρχική υπόθεση-απαιτήση για γραμμική λειτουργία του Τ.Ε., δηλ. να είναι $\varepsilon \rightarrow 0$, θα πρέπει:

$$\varepsilon_{IN} \cong -\varepsilon_O \quad (5.38)$$

και, συνεπώς, λόγω των σχέσεων (5.36), θα ισχύει:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_{IN} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_O$$

ή, αλλιώς, η σχέση (5.31), δηλ.:

$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} v_{IN}$$

¹⁸ Εδώ ο αναγνώστης πρέπει να συνδυάσει τα παραπάνω με τις παρατηρήσεις της παραγράφου 3.8.1.1, καθώς η παρουσία ενός Τ.Ε. σ' ένα κύκλωμα με αρνητική ανάδραση δεν εξασφαλίζει από μόνη της τη γραμμικότητα της λειτουργίας του.

Με τον τρόπο αυτό επιβεβαιώνεται ότι η λειτουργία του ενισχυτή με αναστροφή του σχήματος 5.18, όπως περιγράφεται από τη σχέση (5.31), είναι αποτέλεσμα «συμβολής» ή «σύγκρισης» στην (-) είσοδο του Τ.Ε. των κλασμάτων ε_{IN} και ε_O των σημάτων εισόδου v_{IN} και εξόδου v_O , αντιστοίχως. Όμως, όπως δείχνουν οι σχέσεις (5.28) και (5.29), η συμβολή των δύο αυτών τάσεων επιτυγχάνεται με τη βοήθεια του ρεύματος $i=i_1=i_2$, που διαρρέει τις δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 , καθώς μια μεταβολή του σήματος εισόδου v_{IN} ως προς την τάση $\varepsilon=\varepsilon_{IN}+\varepsilon_O$ της (-) εισόδου του Τ.Ε. προκαλεί ίδιας φοράς μεταβολή του ρεύματος i , η οποία, με τη σειρά της, προκαλεί αντίθετης φοράς μεταβολή του σήματος εξόδου v_O (διότι $v_O=\varepsilon-iR_2$), κ.ο.κ., έτσι ώστε, τελικώς, να ισχύουν οι εκφράσεις:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{IN} &= (1-\beta)v_{IN} \\ \varepsilon_O &= \beta v_O\end{aligned}\tag{5.39}$$

$$\varepsilon_{IN} \cong -\varepsilon_O$$

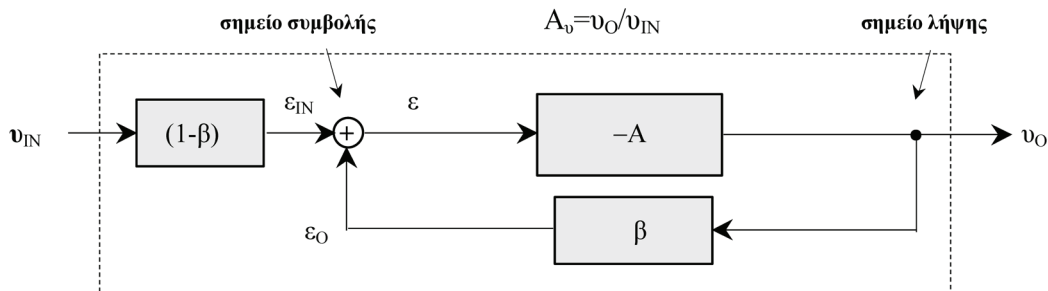
όπου β είναι ο συντελεστής ανάδρασης που δίνεται από τη σχέση (5.37).

Συμπεραίνεται λοιπόν ότι στο κύκλωμα του ενισχυτή με αναστροφή, η ανάδραση είναι ανάδραση τάσης εξόδου – ρεύματος εισόδου, η δε σχηματική παράσταση της συνολικής λειτουργίας του κυκλώματος είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 5.22, όπου από τις σχέσεις (5.27), (5.35) και (5.39), προκύπτει ότι:

$$\frac{v_O}{\varepsilon_{IN}} = -\frac{A}{1+A\beta}\tag{5.40}$$

και, τελικώς:

$$\frac{v_O}{v_{IN}} = A_v = -\frac{A(1-\beta)}{1+A\beta}\tag{5.41}$$



Σχήμα 5.22. Παράσταση της λειτουργίας¹⁹ του ενισχυτή αναστροφής όπως περιγράφεται από τη σχέση (5.41).

Τέλος, από την σχέση (5.40) ή την (5.41) φαίνεται αμέσως ότι η συμβολή των σημάτων ε_O και ε_{IN} έχει ως αποτέλεσμα τη λειτουργία του κυκλώματος με συντελεστή ενίσχυσης τάσης $|A_v|$ που είναι μικρότερος από τον συντελεστή $|A|$ της ευθείας διαδρομής και, συνεπώς, η ανάδραση είναι αρνητική.

5.5.2.2 Χαρακτηριστικά λειτουργίας του ενισχυτή με αναστροφή

Για τον προσδιορισμό, τώρα, των αντιστάσεων εισόδου, R_{INPUT} και εξόδου, R_{OUTPUT} του ενισχυτή αναστροφής με Τ.Ε., χρησιμοποιούμε και πάλι τις γενικές σχέσεις ορισμού τους, ενώ, όπως και στην περίπτωση του ενισχυτή χωρίς αναστροφή, ο προσδιορισμός του συντελεστή ενίσχυσης ρεύματος, $A_i=i_O/i_{IN}$, δεν έχει έννοια.

Έτσι, με τη βοήθεια του κυκλώματος του σχήματος 5.23, θα είναι:

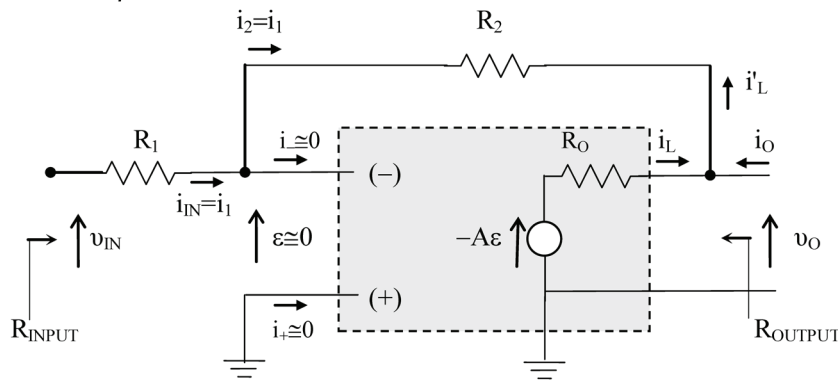
$$R_{INPUT} = \frac{v_{IN}}{i_{IN}} = \frac{v_{IN}}{i_2} = \frac{v_{IN}R_2}{\varepsilon - v_O} = \dots = R_1\tag{5.42}$$

ενώ, με τον ίδιο τρόπο, όπως και στην περίπτωση του ενισχυτή χωρίς αναστροφή, προκύπτει ότι:

$$R_{INPUT} = \frac{v_{IN}}{i_{IN}} = \frac{v_{IN}}{i_2} = \frac{v_{IN}R_2}{\varepsilon - v_O} = \dots = R_1$$

¹⁹ Η μορφή της λειτουργίας του ενισχυτή αναστροφής του σχήματος 5.18 αντιστοιχεί στην ισοδύναμη περιγραφή της με τις συνιστώσες τάσης ε_{IN} και ε_O και όχι με τη θεώρηση του ρεύματος $i=i_1=i_2$. Στην περίπτωση αυτή, ανατρέχοντας κανείς στο σχήμα 3.82, θα έπρεπε αντί άθροισης στο σημείο συμβολής να υπάρχει ένας απλός κόμβος ρευμάτων, η τάση του οποίου θα ήταν η ε , καθώς επίσης και οι μονάδες διαίρεσης τάσης $(1-\beta)$ και β να έχουν αντικατασταθεί από δύο αντίστοιχες μονάδες διαγωγιμότητας $(1/R_1)$ και $(1/R_2)$.

καθώς, για $v_{IN}=0$, θα είναι $\varepsilon=\varepsilon_O=\beta v_O$.



Σχήμα 5.23. Ισοδύναμο του κυκλώματος του σχήματος 5.18 για την εύρεση των αντιστάσεων εισόδου και εξόδου του.

Τέλος, σημειώνεται ότι το τμήμα του ισοδύναμου κυκλώματος του σχήματος 5.23 χωρίς την αντίσταση R_1 , αντιστοιχεί στις προϋποθέσεις εφαρμογής του 1^{ου} Θεωρήματος Miller (παράγραφος 3.10.1) και, μάλιστα, η εφαρμογή²⁰ του οδηγεί τόσο στην επαλήθευση της τιμής της αντίστασης εισόδου, που δίνεται απ' τη σχέση (5.42), όσο και της σχέσης (5.32) για το συντελεστή ενίσχυσης τάσης A_v του κυκλώματος.

Θα πρέπει όμως να επισημανθεί ότι δεν ισχύει το ίδιο για την αντίσταση εξόδου, καθώς ο τρόπος προσδιορισμού της που είδαμε παραπάνω και οδηγεί στη σχέση (5.43), αν και γίνεται με την υπόθεση ότι $v_{IN}=0$, εμπεριέχει την εξάρτηση λόγω ανάδρασης μεταξύ της τάσης στην (-) είσοδο και της εφαρμοζόμενης εξωτερικής τάσης v_O , κάτι που δεν είναι δυνατόν να συμβεί με τη χρήση του θεωρήματος Miller²¹.

5.5.3 Παρατηρήσεις

Τα δύο κυκλώματα ενισχυτών τάσης με Τ.Ε. που παρουσιάστηκαν αποτελούν τις δύο μοναδικές μορφές συνδεσμολογίας με την οποία μπορεί ένας Τ.Ε. να χρησιμοποιηθεί σε γραμμικά κυκλώματα. Κοινό χαρακτηριστικό των κυκλωμάτων αυτών είναι η χρήση αρνητικής ανάδρασης, με διαφορετική όμως μορφή στο καθένα λόγω της διαφορετικής συνδεσμολογίας τους.

Πράγματι, στον ενισχυτή χωρίς αναστροφή, η συνδεσμολογία του Τ.Ε. υποδεικνύει ξεκάθαρα ότι αυτός λειτουργεί σύμφωνα με το διαφορικό τρόπο λειτουργίας που περιγράφεται από τη βασική σχέση (5.4), ενώ, στον ενισχυτή με αναστροφή, ο Τ.Ε. είναι συνδεδεμένος για απλή λειτουργία, έχοντας γειωμένο τον ακροδέκτη της μη αναστρέφουσας εισόδου του.

Συμπεραίνεται, επομένως, ότι όταν πρόκειται για κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών, που εν δυνάμει έχουν γραμμική λειτουργία, τότε:

- θα υπάρχει οπωσδήποτε αρνητική ανάδραση, και
 - η μορφή της ανάδρασης αυτής θα καθορίζεται από τον τρόπο λειτουργίας του αντίστοιχου Τ.Ε.,
- οπότε, με βάση την ερμηνεία της λειτουργίας των δύο κυκλωμάτων:
- στην περίπτωση διαφορικής λειτουργίας (ή συνδεσμολογίας) ενός Τ.Ε. σε γραμμικό κύκλωμα, η αρνητική ανάδραση που χρησιμοποιείται είναι ανάδραση τάσης ή, αλλιώς, ανάδραση τάσης εξόδου – τάσης εισόδου, σύμφωνα με τη σχηματική παράσταση του σχήματος 5.16, ενώ
 - στην περίπτωση απλής λειτουργίας του αντίστοιχου Τ.Ε., η χρησιμοποιούμενη (αρνητική) ανάδραση είναι ανάδραση τάσης – ρεύματος ή, αλλιώς, ανάδραση τάσης εξόδου – ρεύματος εισόδου, με ισοδύναμη παράσταση όπως αυτή του σχήματος 5.22.

Σε σχέση, τώρα, με τη χρήση αρνητικής ανάδρασης στις δύο αυτές συνδεσμολογίες, θα πρέπει να σημειωθεί ότι με δεδομένη την εξ' ορισμού πολύ μεγάλη τιμή του συντελεστή A των Τ.Ε., η δυνατότητα γραμμικής λειτουργίας είτε σε διαφορική, είτε σε απλή σύνδεσή τους, είναι πολύ περιορισμένη και αυτό φαίνεται με τις σχέσεις (5.9) και (5.10). Η κατάσταση αυτή, λοιπόν, αλλάζει, όταν μέρος του σήματος εξόδου χρησιμοποιείται έτσι ώστε να αντισταθμίζεται στην παραπέρα αύξησή του. Όπως είδαμε, αυτό ισοδυναμεί με την επαναφορά του σε εκείνη την είσοδο του Τ.Ε., που θα προκαλέσει αντίθετης φοράς μεταβολή, δηλ. στην (-) είσοδο, και, τελικά, λειτουργία του αντίστοιχου κυκλώματος με συντελεστή ενίσχυσης τάσης $A_v \ll A$.

Με τον τρόπο αυτό, επιτυγχάνεται μια «απειαισθητοποίηση» της λειτουργίας του Τ.Ε., καθώς, αντί σε κάθε χρονική

²⁰ Για την εφαρμογή του θεωρήματος Miller αρκεί στη θέση του συντελεστή ενίσχυσης τάσης του αρχικού τετράπολου, που στις σχέσεις (3.92) και (3.93) συμβολίζεται με A_v , να τεθεί ο συντελεστής A του Τ.Ε. δηλ. ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης ανοικτού βρόχου του κυκλώματος.

²¹ Γενικώς και τα δύο θεωρήματα Miller, αν και διατυπώνονται για τετράπολα με ανάδραση, εφαρμόζονται μόνο κατά την «ορθή» φορά λειτουργίας του κυκλώματος, δηλ. από την είσοδο προς την έξοδο (μονόδρομη εφαρμογή).

στιγμή να ενισχύεται το σήμα τάσης που εφαρμόζεται στην είσοδο του κυκλώματος, ενισχύεται η τρέχουσα μεταβολή του, όπως αυτή καταγράφεται ως διαφορά (στο σημείο συμβολής ή σύγκρισης) της τρέχουσας τιμής του και ενός κλάσματος του σήματος εξόδου που ήδη έχει παραχθεί²².

Η «απευαισθητοποίηση» αυτή συντελείται αποκλειστικά στο πλαίσιο του πλήρους κυκλώματος που συμμετέχει ο Τ.Ε., οπότε ο μεν Τ.Ε. λειτουργεί με απολαβή τάσης A για την τρέχουσα μεταβολή του σήματος εισόδου, το δε κύκλωμα, με απολαβή τάσης A_0 αλλά για το ίδιο το σήμα εισόδου του.

Επί πλέον, όπως δείχνουν οι σχέσεις (5.15) και (5.32), που αντιστοιχούν στα κυκλώματα ενίσχυσης χωρίς και με αναστροφή, ο κάθε συντελεστής ενίσχυσης τάσης κλειστού βρόχου A_0 είναι, κατ' αρχήν, πολύ μικρότερος από τον αντίστοιχο συντελεστή A (ανοικτού βρόχου) και, τελικώς, ανεξάρτητος από τον A , καθώς εξαρτάται μόνον από εκείνα τα στοιχεία του κυκλώματος, που καθορίζουν το μέτρο του κλάσματος του σήματος εξόδου που επιστρέφεται στην είσοδο του Τ.Ε., δηλ. από τις αντιστάσεις R_1 και R_2 του αντίστοιχου συντελεστή ανάδρασης β [βλ. σχέσεις (5.17) και (5.37)].

Βεβαίως, οι σχέσεις (5.15) και (5.32) προκύπτουν με την παραδοχή ότι $\beta A \gg 1$, που απλοποιεί την μαθηματική περιγραφή της λειτουργίας της χρησιμοποιούμενης ανάδρασης. Επομένως, αν πάρουμε τις αντίστοιχες πλήρεις εκφράσεις, δηλ. τις σχέσεις (5.18) για τον ενισχυτή χωρίς αναστροφή και (5.41) για τον ενισχυτή με αναστροφή, διαπιστώνουμε αμέσως ότι η επίπτωση της ανάδρασης, δηλ. της παρουσίας διαδρομής επιστροφής από την έξοδο προς της είσοδο του βασικού τμήματος του κάθε κυκλώματος, περιγράφεται από τον παράγοντα $(1+\beta A)$, που εμφανίζεται στον παρονομαστή κάθε μιας απ' τις σχέσεις αυτές²³.

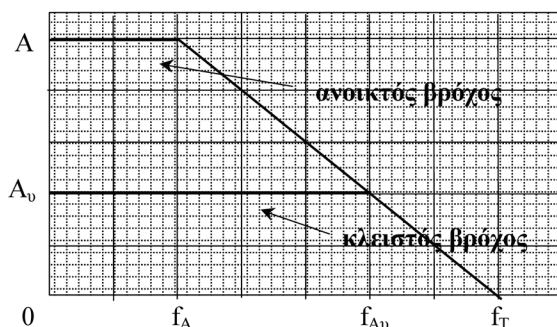
Ο παράγοντας αυτός ονομάζεται παράγοντας ανάδρασης του κυκλώματος ή παράγοντας απευαισθητοποίησης του Τ.Ε. στο αντίστοιχο κύκλωμα και αποτελεί ένα μέτρο ποσοτικής περιγραφής της επίπτωσης της ανάδρασης στα χαρακτηριστικά λειτουργίας του²⁴. Με την έννοια αυτή, ο παράγοντας ανάδρασης ενός κυκλώματος με ανάδραση αποτελεί ουσιαστικά χαρακτηριστικό μέγεθος του συγκεκριμένου κυκλώματος.

Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις (5.24), (5.25) και (5.42), (5.43) για τις αντιστάσεις εισόδου και εξόδου και των δύο συνδεσμολογιών ενισχυτών τάσης με Τ.Ε., και συνδυάζοντάς τες με το είδος της χρησιμοποιούμενης αρνητικής ανάδρασης συμπεραίνονται τα εξής:

- όταν η ανάδραση ενός κυκλώματος αναφέρεται στην τάση εξόδου του, τότε η αντίσταση εξόδου του κυκλώματος μειώνεται κατά τον αντίστοιχο παράγοντα ανάδρασης,
- όταν η ανάδραση αυτή αναφέρεται στην τάση εισόδου, η αντίστοιχη αντίσταση εισόδου αυξάνεται κατά τον παράγοντα ανάδρασης, ενώ
- όταν η ανάδραση αναφέρεται στο ρεύμα εισόδου, η αντίστοιχη αντίσταση μειώνεται κατά τον παράγοντα ανάδρασης του κυκλώματος²⁵.

Επίσης, αναφερόμενοι στο συχνοτικό διάγραμμα του σχήματος 5.8 και την εξάρτηση του συντελεστή A από τη συχνότητα, θα πρέπει να τονιστεί ότι απ' τη στιγμή που η χρήση αρνητικής ανάδρασης στις δύο συνδεσμολογίες ενισχυτών τάσης με Τ.Ε. έχει ως αποτέλεσμα η λειτουργία των αντίστοιχων κυκλωμάτων να χαρακτηρίζεται από ένα νέο συντελεστή ενίσχυσης τάσης, A_0 , για τον οποίο ισχύει, γενικώς, $A_0 \ll A$, ο νέος αυτός συντελεστής θα διατηρεί σταθερή – και ανεξάρτητη από τη συχνότητα – την τιμή του για μια αντιστοιχώς διευρυμένη περιοχή των συχνοτήτων.

Επί πλέον, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.24, με δεδομένη τη σχέση μεταξύ A και f στους πραγματικούς Τ.Ε., δηλ. $A=A(f)$, η παρουσία του παράγοντα ανάδρασης, με τη μορφή $[1+\beta A(f)]$, στον παρονομαστή των σχέσεων (5.15) και (5.41) και η επακόλουθη επίδρασή του στη διαμόρφωση της τιμής του A_0 μειώνεται για συχνότητες $f > f_A$ και λήγει από τη συχνότητα f_{A0} και πέρα, καθώς για $f \geq f_{A0}$ θα ισχύει $\beta A(f) \ll 1$.



22 Είναι δηλ. φανερό ότι βασική παράμετρος για την επιτυχία αυτής της τεχνικής είναι ο χρόνος, με την έννοια ότι η σύγκριση αυτή στηρίζεται στον πραγματικό χρόνο που απαιτείται μεταξύ διέγερσης και απόκρισης του Τ.Ε.. Χωρίς να επεκταθούμε περισσότερο, σημειώνουμε ότι όταν ο χρόνος αυτός είναι ανεξάρτητος από τη συχνότητα των αντίστοιχων σημάτων τότε και ο συντελεστής A διατηρεί σταθερή τιμή.

23 Προκύπτει εύκολα ότι όταν $(1+\beta A) > 1$, η ανάδραση χαρακτηρίζεται ως αρνητική.

24 Ο ορισμός του παράγοντα ανάδρασης ενός κυκλώματος ισχύει γενικότερα για κάθε ενεργό κύκλωμα με ανάδραση και όχι μόνο για κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών.

25 Παρά το γεγονός ότι η σχέση (5.42) δείχνει ότι η αντίσταση εισόδου του ενισχυτή αναστροφής με Τ.Ε. είναι ίση απλώς με την τιμή της αντίστασης R_1 , γενικώς, αποδεικνύεται ότι η τιμή αυτή είναι πράγματι μικρότερη από την αντίστοιχη τιμή της αντίστασης εισόδου χωρίς ανάδραση κατά τον παράγοντα ανάδρασης του συγκεκριμένου κυκλώματος.

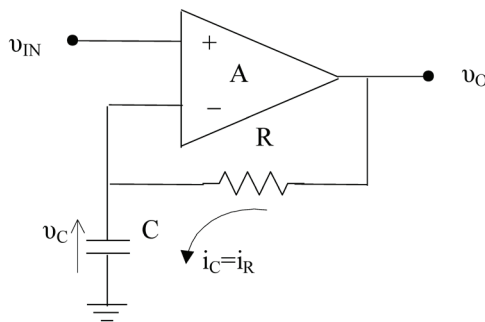
Σχήμα 5.24. Συχνотικό διάγραμμα για τον συντελεστή ενίσχυσης τάσης A_v (κλειστού βρόχου) κυκλώματος ενισχυτή με πραγματικό Τ.Ε. σε σχέση με το αντίστοιχο για το συντελεστή A (ανοικτού βρόχου) του Τ.Ε.. Είναι φανερό ότι $f_{Av} \gg f_A$.

Τέλος, θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι όλα τα παραπάνω δεν ισχύουν μόνο στην περίπτωση κυκλωμάτων με Τ.Ε. και ωμικά στοιχεία (αντιστάσεις), αλλά – σε πλήρη ταύτιση με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 4.3 – και στις περιπτώσεις κυκλωμάτων τελεστικών ενισχυτών με μη ωμικά (μιγαδικά) στοιχεία, όπως πυκνωτές και, σπανιότερα, πηνία²⁶. Επομένως, για την ανάλυση ενός οποιουδήποτε τέτοιου κυκλώματος αρκεί να γίνει εφαρμογή μιας από τις αντίστοιχες τεχνικές που παρουσιάστηκαν στο 4^ο Κεφάλαιο.

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε την περίπτωση της μη αναστρέφουσας συνδεσμολογίας του Τ.Ε. στον ενισχυτή χωρίς αναστροφή, όπου η αντίσταση R_1 έχει αντικατασταθεί από ένα πυκνωτή C . Όπως φαίνεται αμέσως από το αντίστοιχο σχήμα 5.25, η σχέση λειτουργίας του Τ.Ε. διατηρεί τη βασική μορφή της, προσαρμοσμένη, όμως, στα δεδομένα του συγκεκριμένου κυκλώματος, δηλ. θα ισχύει:

$$v_o = A(v_+ - v_-) = A(v_{IN} - v_C)$$

και, συνεπώς, ανάλογα με τη ζητούμενη ανάλυση, είτε θα προσδιορίζεται η αντίστοιχη (λόγω πυκνωτή) διαφορική εξίσωση, είτε θα γίνεται απλή χρήση μιγαδικών εκφράσεων.



Σχήμα 5.25. Μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία Τ.Ε. σε κύκλωμα με αντίσταση και πυκνωτής.

Έτσι, για γραμμική λειτουργία θα πρέπει, κατά τα γνωστά, να είναι: $v_+ \cong v_-$, δηλ. $v_{IN} \cong v_C$, οπότε επειδή:

$$v_R = R \cdot i_C = RC \frac{dv_{IN}}{dt}$$

$$v_o = v_{IN} + v_R \text{ και}$$

στη μεν πρώτη περίπτωση, η πλήρης απόκριση του κυκλώματος του σχήματος 5.25 θα δίνεται από την διαφορική εξίσωση:

$$v_o = v_{IN} + RC \frac{dv_{IN}}{dt} \tag{5.44}$$

στη δε δεύτερη περίπτωση, με τη βοήθεια μιγαδικών εκφράσεων, θα είναι:

$$V_{IN} = V_C = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} V_O$$

ή, αλλιώς

$$v_{IN} = v_C = \frac{|Z_C|}{|Z_R + Z_C|} v_O$$

οπότε, η μόνιμη απόκριση του κυκλώματος (για ημιτονική διέγερση) θα δίνεται από την έκφραση:

$$v_o = \frac{|Z_R + Z_C|}{|Z_C|} v_{IN} \tag{5.45α}$$

ή, μετά από πράξεις,

$$v_o = v_{IN} \sqrt{(\omega CR)^2 + 1} \tag{5.45β}$$

όπου $\omega = 2\pi f$.

²⁶ Γενικώς η χρήση πηνίων αποφεύγεται, κυρίως, λόγω των μεγάλων συγκριτικά διαστάσεών τους, ενώ, όπου αυτή είναι απολύτως αναγκαία, χρησιμοποιούνται και τεχνικές προσομοίωσης της αντίστοιχης ηλεκτρικής συμπεριφοράς τους.

Από τα παραπάνω, συμπεραίνονται τα εξής:

- η παρουσία μη ωμικών (μιγαδικών) στοιχείων σε κυκλώματα με Τ.Ε. δεν επηρεάζει τις βασικές σχέσεις ορισμού της λειτουργίας του αντίστοιχου Τ.Ε. και, κατ' ακολουθίαν, τον προσδιορισμό των αντίστοιχων σχέσεων μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου,
- η εξάρτηση του μέτρου των μιγαδικών αντιστάσεων από τη συχνότητα των εφαρμοζόμενων σημάτων έχει ως αποτέλεσμα, τόσο η συνολική λειτουργία κάθε τέτοιου κυκλώματος, όσο και τα βασικά χαρακτηριστικά και επιδόσεις του, να εξαρτώνται από τη συχνότητα αυτή.

Άρα, γραμμικά κυκλώματα με Τ.Ε. που περιλαμβάνουν αντιστάσεις και πυκνωτές προσφέρονται για την υλοποίηση ενεργών, όπως λέγονται, φίλτρων, δηλ. κυκλωμάτων, που με τη μόνιμη απόκρισή τους στο πεδίο της συχνότητας επιτυγχάνουν την ενίσχυση ή τον υποβιβασμό ενός ή περισσότερων τμημάτων του φάσματος συχνοτήτων των αντίστοιχων σημάτων.

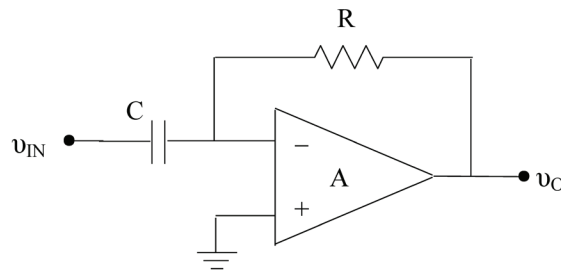
Επί πλέον, εφόσον, όπως είδαμε, η περιγραφή στο πεδίο του χρόνου της πλήρους λειτουργίας κυκλωμάτων τελεστικών ενισχυτών με αντιστάσεις και πυκνωτές γίνεται με τη διατύπωση των αντίστοιχων διαφορικών εξισώσεων, είναι φανερό ότι κυκλώματα τέτοιας μορφής προσφέρονται, όπως δείχνει και η σχέση (5.44), για την υλοποίηση κυκλωμάτων σχετικών με πράξεις διαφορίσης ή ολοκλήρωσης επί σημάτων.

5.5.4 Κυκλώματα διαφορίσης και ολοκλήρωσης με Τ.Ε..

Σε εφαρμογή της τελευταίας παρατήρησης, αποδεικνύεται εύκολα ότι η παρουσία πυκνωτή στη θέση οποιασδήποτε από τις δύο αντιστάσεις της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας του Τ.Ε. οδηγεί, αντιστοίχως, στον ορισμό των λεγόμενων κυκλωμάτων διαφορίσης και ολοκλήρωσης με Τ.Ε., με χαρακτηριστικά λειτουργίας ανάλογα με αυτά των απλών κυκλωμάτων αντίστασης – πυκνωτή, που μελετήθηκαν στο Κεφάλαιο 4.

Πράγματι, στο σχήμα 5.26 δίνεται ένα κύκλωμα με ένα Τ.Ε. σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία, στο οποίο το σήμα εισόδου εφαρμόζεται στην (-) είσοδό του μέσω ενός πυκνωτή C, ενώ στον κλάδο ανάδρασης υπάρχει η ωμική αντίσταση R. Το κύκλωμα αυτό είναι γνωστό ως **κύκλωμα διαφορίσης με Τ.Ε.** καθώς, χρησιμοποιώντας τις βασικές σχέσεις που είδαμε κατά την ανάλυση του ενισχυτή με αναστροφή, δηλ. ότι $v_- \cong v_+ = 0$ και $i_{IN} = i_C \cong i_R$, προκύπτει αμέσως ότι η συνολική λειτουργία του περιγράφεται από τη σχέση:

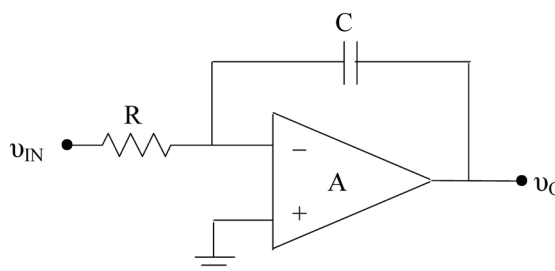
$$v_O = -v_C = -RC \frac{dv_{IN}}{dt} \quad (5.46)$$



Σχήμα 5.26. Κύκλωμα διαφορίσης με Τ.Ε..

Με τον ίδιο τρόπο αποδεικνύεται ότι το κύκλωμα του σχήματος 5.27, όπου ο πυκνωτής C βρίσκεται συνδεδεμένος μεταξύ της εξόδου και της (-) εισόδου του Τ.Ε., αποτελεί ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης με Τ.Ε., η σχέση λειτουργίας του οποίου θα έχει τη μορφή:

$$v_O = -v_R = -\frac{1}{RC} \int v_{IN} dt \quad (5.47)$$



Σχήμα 5.27. Κύκλωμα ολοκλήρωσης με Τ.Ε..

5.5.4.1 Παρατηρήσεις

Είναι προφανές ότι η ονομασία των δύο αυτών κυκλωμάτων ως κυκλωμάτων διαφόρισης και ολοκλήρωσης οφείλεται στην αντίστοιχη μορφή των σχέσεων (5.46) και (5.47). Από τη σύγκριση των σχέσεων αυτών με τις σχέσεις (4.24) και (4.25), των απλών κυκλωμάτων αντίστασης - πυκνωτή του σχήματος 4.12, προκύπτει ότι η λειτουργία του Τ.Ε. (μόνο όμως με τη συγκεκριμένη συνδεσμολογία) οδηγεί σε καθαρές σχέσεις μεταξύ των σημάτων τάσης εισόδου και εξόδου.

Έτσι, εφόσον η εξαγωγή των σχέσεων (5.46) και (5.47) γίνεται με τον ίδιο τρόπο όπως και η ανάλυση της λειτουργίας του κυκλώματος ενισχυτή τάσης με αναστροφή, η ισχύς της βασικής σχέσης (5.4) για τη λειτουργία του Τ.Ε. σε συνδυασμό με την παρουσία αρνητικής ανάδρασης και τις γνωστές πλέον προϋποθέσεις γραμμικής λειτουργίας των κυκλωμάτων με Τ.Ε. δείχνει ότι τα κυκλώματα διαφόρισης και ολοκλήρωσης με Τ.Ε. είναι ουσιαστικά γραμμικά κυκλώματα ενίσχυσης με αναστροφή της παραγώγου ή του ολοκληρώματος του σήματος τάσης στην είσοδό τους.

Τέλος, θα πρέπει, να επισημανθούν τα εξής:

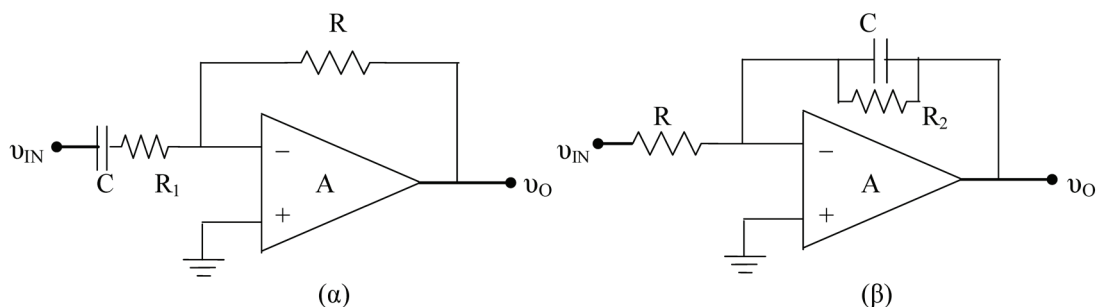
- Η ανάλυση της πλήρους λειτουργίας των κυκλωμάτων αυτών στο πεδίο του χρόνου οδηγεί, κατά τα γνωστά, σε κατάλληλες εκφράσεις τόσο για τη μεταβατική, όσο και για τη μόνιμη λειτουργία τους, με μόνο περιορισμό το ότι η τάση εξόδου δεν μπορεί να έχει τιμή μεγαλύτερη από την αντίστοιχη (θετική ή αρνητική) τάση τροφοδοσίας.
- Όσα αναφέρθηκαν για τη διαφορά φάσης (προήγηση ή καθυστέρηση) που συνοδεύει τη λειτουργία των κυκλωμάτων RC διαφόρισης και ολοκλήρωσης ισχύουν, λαμβάνοντας υπόψη την εξ ορισμού αλλαγή προσήμου, δηλ. την εισαγωγή της διαφοράς φάσης 180° , μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου.
- Ομοίως, η απεικόνιση στα αντίστοιχα διαγράμματα Bode της συχνοτικής συμπεριφοράς των κυκλωμάτων διαφόρισης και ολοκλήρωσης με Τ.Ε. δείχνει ότι η ισοδύναμη υπερηρατή ή χαμηλοπερατή λειτουργία τους συνοδεύεται από την αύξηση ή, αντιστοίχως, μείωση του συντελεστή ενίσχυσης τάσης με τη συχνότητα. Αυτό φαίνεται καθαρά απ' το ότι και στις δύο αυτές περιπτώσεις κυκλωμάτων, ο αντίστοιχος συντελεστής ανάδρασης β είναι συνάρτηση του μέτρου της σύνθετης αντίστασης του πυκνωτή και, συνεπώς, κατ' αναλογία προς τη σχέση (5.31), ισχύουν:

$$v_O = -(\omega RC)v_{IN} \quad (\text{για το κύκλωμα διαφόρισης})$$

$$v_O = -\frac{1}{\omega RC}v_{IN} \quad (\text{για το κύκλωμα ολοκλήρωσης})$$

Για την τελευταία αυτή περίπτωση, αναφέρεται μόνο ότι η λειτουργία κυκλωμάτων διαφόρισης ή ολοκλήρωσης με καθορισμένη συχνοτική συμπεριφορά, δηλ. με καθορισμένη περιοχή διέλευσης συχνοτήτων και σταθερό συντελεστή ενίσχυσης τάσης, ισοδυναμεί με τη λειτουργία ενός κανονικού υπερηρατού ή χαμηλοπερατού ενεργού φίλτρου, όπου, όμως, απαιτείται ένα άνω όριο στην τιμή του αντίστοιχου συντελεστή ενίσχυσης $A_v(f) = v_O/v_{IN}$.

Έτσι, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.28 και χωρίς να επεκταθούμε περισσότερο, αυτό επιτυγχάνεται με τη σύνδεση μιας πρόσθετης αντίστασης σε σειρά ή, αντιστοίχως, παράλληλα προς τον πυκνωτή, οπότε η σταθερά χρόνου του συνδυασμού τους θα ορίζει μια αντίστοιχη τιμή συχνότητας αποκοπής, πάνω ή κάτω από την οποία, η λειτουργία κάθε κυκλώματος θα εμφανίζει πλέον σταθερό συντελεστή ενίσχυσης. Πράγματι, μπορεί εύκολα να αποδειχθεί ότι σε κάθε ένα από τα κυκλώματα αυτά η μέγιστη τιμή του αντίστοιχου συντελεστή ενίσχυσης θα είναι ίση προς $A_{v(\max)} = -(R/R_1)$, για $\omega \gg (1/CR_1)$, ή $A_{v(\max)} = -(R_2/R)$, για $\omega \ll (1/CR_1)$, ενώ οι αντίστοιχες τιμές της συχνότητας αποκοπής θα δίνονται από τη σχέση: $\omega_c = 1/RC$



Σχήμα 5.28. Κυκλώματα με Τ.Ε. (α) διαφόρισης και (β) ολοκλήρωσης με λειτουργία υπερηρατού και χαμηλοπερατού φίλτρου, αντιστοίχως.

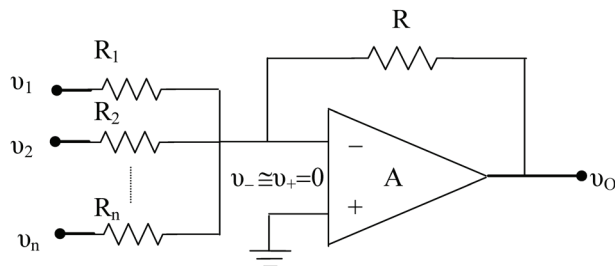
5.5.5 Κυκλώματα ενισχυτών άθροισης και διαφοράς σημάτων τάσης

Η μελέτη των δύο βασικών συνδεσμολογιών του Τ.Ε. σε κυκλώματα ενίσχυσης τάσης επιτρέπει την κατανόηση της λειτουργίας κάθε κυκλώματος που θα είναι παραλλαγή αυτών των συνδεσμολογιών.

Έτσι, το κύκλωμα του Τ.Ε. του σχήματος 5.29, είναι γνωστό ως κύκλωμα ενισχυτή άθροισης σημάτων τάσης και

αποτελεί ένα απλό παράδειγμα του πώς το βασικό κύκλωμα του ενισχυτή με αναστροφή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την υλοποίηση μαθηματικών πράξεων για ένα πλήθος σημάτων / συνιστωσών με διαφορετικό για το καθένα συντελεστή βάρους (ενίσχυσης). Επομένως, εφαρμόζοντας τις βασικές προϋποθέσεις γραμμικής λειτουργίας, που είδαμε στις προηγούμενες παραγράφους, και, προφανώς, σε συνδυασμό με την αρχή της επαλληλίας για τα διαφορετικά σήματα τάσης στις αντίστοιχες εισόδους του κυκλώματος, η σχέση που περιγράφει τη συνολική λειτουργία του προκύπτει ότι έχει τη μορφή:

$$v_o = -\left(\frac{R}{R_1} v_1 + \frac{R}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R}{R_n} v_n\right) \quad (5.48)$$



Σχήμα 5.29. Κύκλωμα ενισχυτή άθροισης σημάτων τάσης με Τ.Ε..

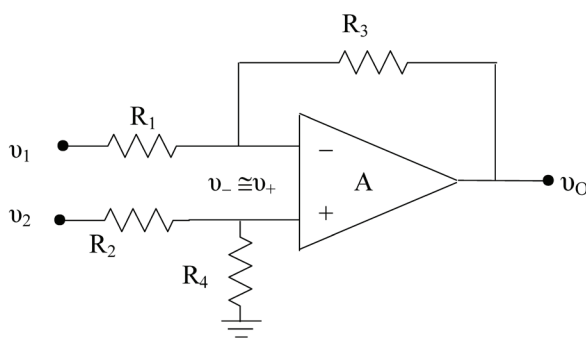
Με παρόμοιο τρόπο διαπιστώνεται ότι το κύκλωμα του σχήματος 5.30, που είναι γνωστό ως κύκλωμα ενισχυτή διαφοράς σημάτων τάσης, αποτελεί συνδυασμό και των δύο συνδεσμολογιών γραμμικής λειτουργίας ενός Τ.Ε. σε κύκλωμα με εξωτερικά στοιχεία, η δε λειτουργία του αποδεικνύεται εύκολα ότι περιγράφεται από τη γενική σχέση:

$$v_o = \left(\frac{R_1 + R_3}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_2 + R_4}\right) \cdot v_2 - \left(\frac{R_3}{R_1}\right) \cdot v_1 \quad (5.49)$$

και, μάλιστα, αν τεθεί $R_1=R_2$ και $R_3=R_4$, τότε:

$$v_o = \frac{R_3}{R_1} (v_2 - v_1) \quad (5.50)$$

ενώ, αν τεθεί $R_1=R_3$ και $R_2=R_4$, προφανώς: $v_o=v_2-v_1$



Σχήμα 5.30. Κύκλωμα ενισχυτή διαφοράς σημάτων τάσης με Τ.Ε..

Σημειώνεται, τέλος, ότι τα δύο αυτά κυκλώματα μπορούν προφανώς να συνδυασθούν και με τα κυκλώματα διαφοράς και ολοκλήρωσης, έτσι ώστε να υλοποιούνται κυκλώματα με σήμα τάσης στην εξόδου, που να είναι μια σύνθετη μαθηματική έκφραση των σημάτων συνιστωσών στις αντίστοιχες εισόδους τους.

5.5.6 Κυκλώματα ειδικών εφαρμογών με Τ.Ε..

Όπως αναφέρθηκε στις πρώτες παραγράφους του Κεφαλαίου αυτού και φάνηκε από τα κυκλώματα που έχουν παρουσιαστεί, η χρήση των Τ.Ε. ως αυτοτελών ενεργών στοιχείων στα διάφορα κυκλώματα έχει ως βασικό πλεονέκτημα τη δυνατότητα υλοποίησης κυκλωμάτων με διαφορετική λειτουργία και χαρακτηριστικά, ως αποτέλεσμα συνδυασμού

ενός μικρού αριθμού διαφορετικών εξωτερικών ωμικών ή μη στοιχείων.

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τρία απλά κυκλώματα Τ.Ε., η μορφή και η λειτουργία των οποίων στηρίζεται στις δύο βασικές συνδεσμολογίες γραμμικής λειτουργίας των Τ.Ε. και χρησιμοποιούνται ως κυκλώματα ειδικών εφαρμογών.

5.5.6.1 Κύκλωμα απομόνωσης ή προσαρμογής – Ακολουθητής τάσης

Όπως είδαμε, ένας τυπικός πραγματικός Τ.Ε. χαρακτηρίζεται από πολύ μεγάλη αντίσταση εισόδου και, ταυτόχρονα, από πολύ μικρή αντίσταση εξόδου. Με τα χαρακτηριστικά αυτά, η αντίσταση εισόδου ενός Τ.Ε. αποτελεί το ιδανικό φορτίο για το οποιοδήποτε κύκλωμα ή τμήμα κυκλώματος παρέχει το σήμα τάσης εξόδου του οποίου σ' αυτήν. Αντιστοίχως, το σήμα τάσης στην έξοδο του Τ.Ε. μπορεί να αναπτυχθεί σε κάθε είδους φορτίο, η τιμή αντίστασης του οποίου, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν π.χ. στην παράγραφο 3.3.5.1, είναι αρκούντως μεγαλύτερη από την ισοδύναμη αντίσταση εξόδου του Τ.Ε..

Αναφερόμενοι, τώρα, στις δύο συνδεσμολογίες γραμμικής λειτουργίας του Τ.Ε. (όπου υπάρχει αρνητική ανάδραση), είδαμε ότι στην περίπτωση της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας, η χρησιμοποιούμενη ανάδραση οδηγεί μεν στη μείωση της αντίστασης εξόδου του Τ.Ε., παράλληλα όμως – και σε αντιδιαστολή προς την μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία – προκαλεί μείωση και της αντίστοιχης αντίστασης εισόδου.

Επομένως, ένα κύκλωμα ενισχυτή χωρίς αναστροφή με Τ.Ε. αποτελεί την κατάλληλη μορφή γραμμικού κυκλώματος για εφαρμογές που απαιτείται ιδιαίτερα μεγάλη αντίσταση εισόδου και, ταυτόχρονα, ιδιαίτερα μικρή αντίσταση εξόδου. Τέτοιες εφαρμογές αναφέρονται σε περιπτώσεις σύνδεσης είτε τμημάτων του ίδιου κυκλώματος, είτε ανεξάρτητων κυκλωμάτων ή, ακόμα, σύνδεσης ενός φορτίου σ' ένα κύκλωμα, όπου, , ένα σήμα τάσης πρέπει να αναπτυχθεί στα άκρα μιας μικρής σχετικά (ωμικής ή όχι) αντίστασης εισόδου ή φορτίου, αλλά δεν υπάρχει η δυνατότητα παροχής της απαιτούμενης για αυτό έντασης ρεύματος.

Άρα, με την παρεμβολή ενός κυκλώματος με Τ.Ε. σε μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία, επιτυγχάνεται λειτουργική απομόνωση των επί μέρους αυτών τμημάτων ή, αλλιώς, «προσαρμογή» – όπως λέγεται – της εξόδου του ενός στην είσοδο του άλλου, μέσω του συγκεκριμένου κυκλώματος του Τ.Ε., με αποτέλεσμα τη δυνατότητα ανάπτυξης της απαιτούμενης τάσης στα άκρα της μικρής αντίστασης εισόδου ή φορτίου.

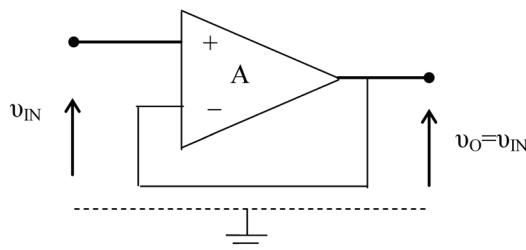
Βεβαίως, σε κάθε τέτοια περίπτωση, η ίδια η λειτουργία ενίσχυσης τάσης του κυκλώματος δεν είναι ούτε απαραίτητη – και πολλές φορές – ούτε επιθυμητή. Αντιθέτως, μειώνοντας τον αντίστοιχο συντελεστή ενίσχυσης τάσης, δηλ. αυξάνοντας τον αντίστοιχο παράγοντα ανάδρασης, αυξάνεται η αντίσταση εισόδου και μειώνεται η αντίσταση εξόδου του κυκλώματος και, μάλιστα, όπως δείχνουν οι σχέσεις (5.24) και (5.25), όταν ο συντελεστής A_v πάρει την ελάχιστη τιμή του, $A_{v,min}=1$, τότε η μεν αντίσταση εισόδου θα τείνει προς τη θεωρητικώς μέγιστη τιμή της, $R_{INPUT} \rightarrow \infty$, η δε αντίσταση εξόδου προς την αντίστοιχη ελάχιστη, $R_{OUTPUT} \rightarrow 0$.

Με βάση, λοιπόν, τα παραπάνω, το κύκλωμα που θα έχει σχεδόν ιδανικά χαρακτηριστικά για τη χρήση του ως κυκλώματος ή βαθμίδας, όπως λέγεται, απομόνωσης θα είναι ένα κύκλωμα ενισχυτή τάσης χωρίς αναστροφή με ενίσχυση $A_v=1$. Άρα η λειτουργία αυτού του κυκλώματος θα είναι απλώς η «μεταφορά» ή η προσαρμογή του όποιου σήματος τάσης στην είσοδό του (δηλ. στα άκρα της αντίστασης εισόδου του), κατ' ευθείαν στα άκρα του όποιου φορτίου στην έξοδό του. Δηλ., η τάση εξόδου του κυκλώματος ακολουθεί απλώς την τάση εισόδου του ($A_v=1$) και για το λόγο αυτό, το κύκλωμα ονομάζεται **ακολουθητής τάσης**²⁷.

Το κύκλωμα ενός ακολουθητή τάσης με Τ.Ε., προκύπτει εύκολα ως ειδική περίπτωση του ενισχυτή τάσης χωρίς αναστροφή θέτοντας στη σχέση (5.14) $R_2=0$, οπότε είναι $A_v=1$. Τότε, παραλείποντας και την R_1 , το κύκλωμα παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 5.31 για το οποίο θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$v_o = A(v_+ - v_-) = A(v_{IN} - \beta v_o) \text{ όπου } \beta = R_1 / (R_1 + 0) = 1$$

δηλ. για γραμμική λειτουργία θα είναι: $v_{IN} - v_o \cong \varepsilon \rightarrow 0$ ή $v_{IN} \cong v_o$.



Σχήμα 5.31. Κύκλωμα ακολουθητή τάσης με Τ.Ε..

5.5.6.2 Κύκλωμα μετατροπής ρεύματος σε τάση – Ενισχυτής διαντίστασης

27 Κυκλώματα ακολουθητών τάσης μπορούν να υλοποιηθούν και με χρήση άλλων στοιχείων, όπως τρανζίστορ και FET.

Από τη μελέτη του ενισχυτή τάσης με αναστροφή, που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 5.5.2, είδαμε ότι εκτός από τη βασική σχέση λειτουργίας του Τ.Ε. και την αντίστοιχη υπόθεση γραμμικής λειτουργίας του, η διατύπωση της τελικής σχέσης μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου στηρίζεται στην εφαρμογή του νόμου των ρευμάτων στον κόμβο της (-) εισόδου του Τ.Ε., όπου, κατά τα γνωστά, ισχύει: $i_- \cong 0$.

Έτσι, στο κύκλωμα του σχήματος 5.32, εφόσον, προφανώς, ισχύει $v_o = v_+ + R(-i_-)$, ο συνδυασμός των σχέσεων $i_{IN} \cong i_-$ και $v_- \cong v_+ = 0$ θα οδηγήσει στη σχέση:

$$v_o = -i_{IN}R \quad (5.51)$$

Η σχέση (5.51) δείχνει, με απλό τρόπο, ότι η λειτουργία του κυκλώματος αυτού είναι η μετατροπή του ρεύματος εισόδου σε ανάλογη τάση εξόδου. Επομένως, σύμφωνα και με όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.6.5.3, το κύκλωμα του σχήματος 5.32 θα είναι ένα (γραμμικό) κύκλωμα ενισχυτή διαντίστασης με αναστροφή, με τα εξής χαρακτηριστικά:

- συντελεστής διαντίστασης:

$$A_{tm} = \frac{v_o}{i_{IN}} = -R \quad (5.52)$$

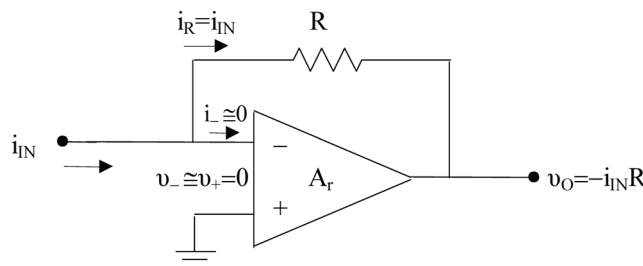
- αντίσταση εισόδου:

$$R_{INPUT} = \frac{v_{IN}}{i_{IN}} = \frac{\varepsilon}{i_{IN}} \rightarrow 0 \quad (5.53)$$

- αντίσταση εξόδου:

$$R_{OUTPUT} = \frac{v_o}{i_o} = \frac{v_o R_o}{v_o - (-A_r i_-)} = \frac{R_o}{1 + A_r \beta_{gm}} \quad (5.54)$$

όπου $A_r = (v_o/i_-)$ είναι ο ισοδύναμος συντελεστής διαντίστασης ανοικτού βρόχου (δηλ. του Τ.Ε.), $\beta_{gm} = (-i_-/v_o)$ ο αντίστοιχος συντελεστής ανάδρασης με διαστάσεις αγωγιμότητας και R_o η αντίσταση εξόδου του Τ.Ε.²⁸.



Σχήμα 5.32. Κύκλωμα ενισχυτή διαντίστασης με Τ.Ε..

5.5.6.3 Κυκλώματα μετατροπής τάσης σε ρεύμα – Ενισχυτές διαγωγιμότητας

Ομοίως, εξετάζοντας το κύκλωμα του απλού ενισχυτή με αναστροφή ως προς το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_2 διαπιστώνουμε ότι από τις αντίστοιχες σχέσεις (5.29) και (5.31) προκύπτει ότι:

$$-i_2 = \frac{v_o}{R_2} = -\frac{1}{R_1} v_{IN} \quad (5.55)$$

Έτσι, αν στο κύκλωμα του σχήματος 5.18, για το οποίο γράφεται και ισχύει η σχέση (5.55), τεθούν $R_1 = R$ και $R_2 = R_L$ τότε, όπως φαίνεται και από το σχήμα 5.33, η σχέση αυτή παίρνει τη μορφή:

$$i_L = -\frac{1}{R} v_{IN} \quad (5.56)$$

που δείχνει ότι αν ως σήμα εξόδου θεωρηθεί το ρεύμα i_L που διαρρέει την αντίσταση R_L στο βρόχο ανάδρασης, τότε η λειτουργία του κυκλώματος είναι η μετατροπή της τάσης εισόδου v_{IN} σε ρεύμα i_L . Στην περίπτωση αυτή, η αντίσταση

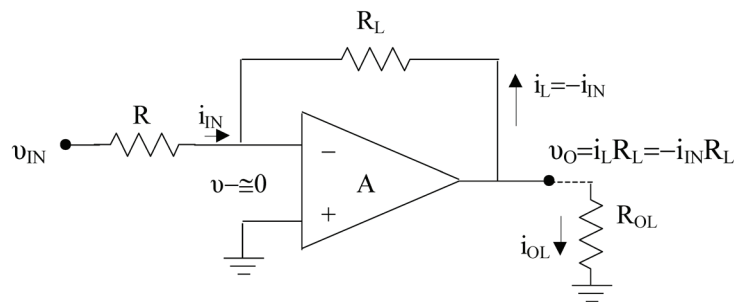
²⁸ Εδώ, για τον προσδιορισμό της R_{OUTPUT} , εφαρμόζεται εξωτερική τάση v_o , οπότε, θεωρώντας $i_{IN} = 0$ και, ακόμη, ότι στο ισοδύναμο του Τ.Ε. η πηγή της τάσης εξόδου του είναι $(-A_r i_-)$ καθώς και ότι $R_o \ll R$, στη σχέση (5.54) θα είναι $i_- = -i_-$.

R_L έχει τη θέση ενός επιπλέοντος²⁹ (floating) φορτίου, η δε λειτουργία μετατροπής της τάσης εισόδου v_{IN} στο ρεύμα i_L είναι λειτουργία ενισχυτή διαγωγιμότητας, με αντίστοιχο συντελεστή:

$$A_{gm} = \frac{i_L}{v_{IN}} = -\frac{1}{R} \quad (5.57)$$

Η λειτουργία αυτή είναι, ουσιαστικώς, ανεξάρτητη τόσο από την τιμή του φορτίου R_L , όσο και από τη τυπική λειτουργία ενίσχυσης τάσης, που έτσι κι αλλιώς ορίζεται ως προς την τάση εξόδου v_O στα άκρα ενός άλλου φορτίου R_{OL} συνδεδεμένου κανονικά στην έξοδο του κυκλώματος και για την οποία θα ισχύει:

$$v_O = R_{OL} i_{OL} = -\frac{R_L}{R} v_{IN} \quad \text{αλλά και } v_O \cong v_L$$



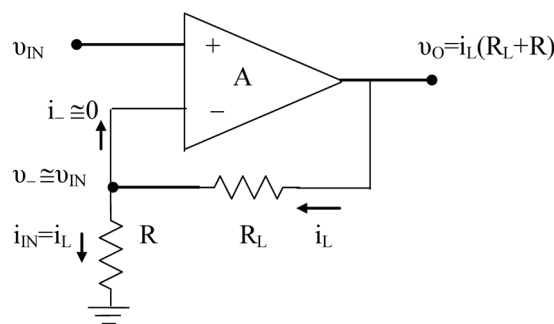
Σχήμα 5.33. Κύκλωμα αναστρέφοντος ενισχυτή τάσης με λειτουργία μετατροπής τάσης σε ρεύμα.

Λειτουργία μετατροπής τάσης σε ρεύμα μπορεί επίσης να διαπιστωθεί και στο κύκλωμα του ενισχυτή χωρίς αναστροφή, όπου, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.34, ως επιπλέον φορτίο θεωρείται και πάλι η αντίσταση R_L που συνδέει την έξοδο με την (-) είσοδο του αντίστοιχου Τ.Ε.. Στην περίπτωση αυτή ισχύουν οι σχέσεις:

$$v_O = \left(1 + \frac{R_L}{R}\right) v_{IN} \quad \text{και} \quad v_O = i_L (R_L + R)$$

που οδηγούν κατ' ευθείαν στη σχέση $i_L = \frac{v_{IN}}{R} \cong i_{IN}$, οπότε και ο συντελεστής διαγωγιμότητας, ως προς το επιπλέον φορτίο R_L , θα είναι:

$$A_{gm} = \frac{i_L}{v_{IN}} = \frac{1}{R} \quad (5.59)$$

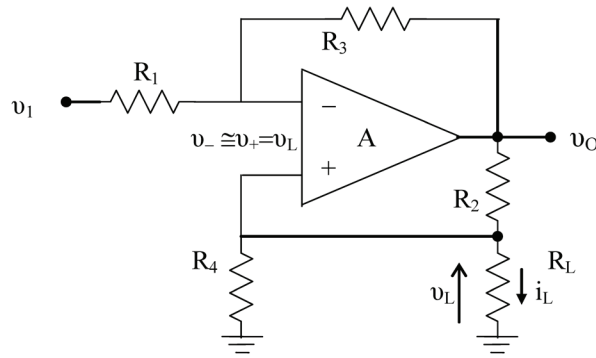


Σχήμα 5.34. Κύκλωμα μη αναστρέφοντος ενισχυτή τάσης για τη μετατροπή τάσης σε ρεύμα.

Τέλος, αποδεικνύεται ότι από τον ενισχυτή διαφοράς του σχήματος 5.30, όπως δίνεται στο σχήμα 5.35, υπάρχει λειτουργία μετατροπής της τάσης εισόδου v_{IN} σε ρεύμα i_L ως προς ένα φορτίο R_L συνδεδεμένο κανονικά στη γείωση του κυκλώματος, οπότε, αν $R_1=R_2=R_3=R_4=R$, τότε θα ισχύει $2v_L = v_{IN} + v_O$ και, τελικώς:

$$i_L = -\frac{v_{IN}}{R} \quad (5.60)$$

²⁹ Ως επιπλέοντα συνδεσμολογία ενός φορτίου (επιπλέον φορτίο) θεωρείται ο τρόπος σύνδεσής του μεταξύ δύο σημείων κανένα απ' τα οποία δεν είναι η γείωση (η κοινή στάθμη αναφοράς των τάσεων) του αντίστοιχου κυκλώματος



Σχήμα 5.35. Κύκλωμα μετατροπής της τάσης εισόδου σε ρεύμα στο γειωμένο φορτίο RL .

5.6 Μη γραμμικά κυκλώματα με Τ.Ε..

Αναφέρθηκε στην παράγραφο 5.4 ότι η λειτουργία κυκλωμάτων με τελεστικούς ενισχυτές χαρακτηρίζεται ως γραμμική ή μη ανάλογα με την ισχύ ή όχι της περιοριστικής σχέσης (5.8) για τη μέγιστη τιμή της τάσης εξόδου v_o ως προς την αντίστοιχη θετική και αρνητική τιμή της τάσης τροφοδοσίας τους (άρα και του Τ.Ε.).

Έτσι, γενικεύοντας όσα αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.4.1, υπάρχουν δύο περιπτώσεις για τις οποίες η λειτουργία ηλεκτρονικών κυκλωμάτων μπορεί να χαρακτηριστεί ως μη γραμμικής:

- η πρώτη, εξαρτάται από τη μαθηματική σχέση μεταξύ των σημάτων εισόδου – εξόδου του αντίστοιχου κυκλώματος, δηλ. τη μορφή της χαρακτηριστικής συνάρτησης (στο πεδίο του χρόνου) ή της συνάρτησης μεταφοράς (στο πεδίο της συχνότητας), στην κανονική περιοχή λειτουργίας του, δηλ. την περιοχή εκείνη τιμών των σημάτων εισόδου και εξόδου για τις οποίες δεν υπάρχει περιορισμός από τις αντίστοιχες τιμές της τάσης τροφοδοσίας,
- η δεύτερη, είναι ουσιαστικώς ανεξάρτητη από τη μορφή της σχέσης μεταξύ των αντίστοιχων σημάτων εισόδου και εξόδου, καθώς το σήμα εξόδου έχει ως επιτρεπτές τιμές μόνον τις τιμές κόρου, όπως αυτές καθορίζονται από τις αντίστοιχες τιμές της τάσης τροφοδοσίας του κυκλώματος.

Στα κυκλώματα με Τ.Ε., η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε μια χαρακτηριστική λειτουργίας (χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου), όπως αυτή του σχήματος 3.9(α), προϋπόθεση της οποίας είναι η διεύρυνση της κανονικής περιοχής λειτουργίας, δηλ. είναι αναγκαία η παρουσία κάποιας μορφής αρνητικής ανάδρασης.

Αντιθέτως, στη δεύτερη περίπτωση, η απουσία αρνητικής ή η παρουσία θετικής ανάδρασης περιορίζει τόσο πολύ την περιοχή κανονικής λειτουργίας του αντίστοιχου κυκλώματος (με ή χωρίς Τ.Ε.), ώστε η τάση εξόδου να μεταπίπτει αναμασά στην κατάσταση θετικού και αρνητικού κόρου [βλ. σχήμα 5.11(α)].

Κυκλώματα με τέτοια μορφή μη γραμμικής λειτουργίας ονομάζονται γενικώς δισταθή (bistable) κυκλώματα και χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές διάκρισης ή σύγκρισης καταστάσεων (σημάτων) αποτελώντας πολλές φορές το «συνδεδεικμένο κρίκο» μεταξύ αναλογικών και ψηφιακών κυκλωμάτων.

5.6.1 Κυκλώματα Τ.Ε. με παρουσία μη γραμμικών στοιχείων

Εφόσον, σύμφωνα με τα προηγούμενα, μη γραμμική λειτουργία ενός κυκλώματος με Τ.Ε. μπορεί να διαπιστωθεί από τη μορφή της σχέσης μεταξύ σήματος εισόδου και εξόδου και, μάλιστα, με την προϋπόθεση της παρουσίας αρνητικής ανάδρασης, είναι φανερό ότι για τη λειτουργία του ίδιου του Τ.Ε. θα ισχύει η βασική σχέση (5.4) με τον περιορισμό, κατά τα γνωστά, της σχέσης (5.8).

Έτσι, η ανάλυση του αντίστοιχου κυκλώματος γίνεται με τις παραδοχές ότι:

$$v_+ \approx v_- \text{ ή } v_+ - v_- = \varepsilon \rightarrow 0$$

και, ταυτόχρονα,

$$i_+ \approx i_- \approx 0,$$

ενώ η συνδεσμολογία του αντίστοιχου Τ.Ε. σ' ένα τέτοιο μη γραμμικό κύκλωμα μπορεί να είναι είτε η αναστρέφουσα, είτε η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία των γραμμικών κυκλωμάτων με Τ.Ε..

Επομένως – και χωρίς να επεκταθούμε περισσότερο – αν, έστω και ένα, από τα εξωτερικά ωμικά ή μη στοιχεία των γραμμικών κυκλωμάτων, που είδαμε στις προηγούμενες παραγράφους, αντικατασταθεί από ένα στοιχείο, στο οποίο η σχέση τάσης-ρεύματος είναι μη γραμμική, τότε η ανάλυση της λειτουργίας του κυκλώματος που προκύπτει οδηγεί αναπόφευκτα στη διατύπωση μιας αντιστοίχως μη γραμμικής σχέσης μεταξύ π.χ. των σημάτων τάσης εισόδου – εξόδου του. Από κει και πέρα, ανάλογα με την επιζητούμενη χρήση του κυκλώματος, η σχέση αυτή μπορεί να προσεγγισθεί είτε ολόκληρη, είτε κατά τμήματα, από κατάλληλες γραμμικές εκφράσεις.

Χαρακτηριστικές εφαρμογές, που απαιτούν τέτοιας μορφής μη γραμμική λειτουργία των αντίστοιχων κυκλωμάτων, αποτελούν διατάξεις επεξεργασίας σημάτων που αποσκοπούν π.χ. στο διαχωρισμό θετικών και αρνητικών τιμών των σημάτων ή τον προσδιορισμό της απόλυτης τιμής ενός σήματος, στον πολλαπλασιασμό μεταξύ σημάτων ή τον πολλαπλασιασμό της συχνότητας ενός σήματος, καθώς, επίσης, στη μετατροπή συνεχών σημάτων σε διακριτά, κ.λπ.. Ειδικότερα, θεωρώντας ως ενδεικτική την περίπτωση της λειτουργίας της δειγματοληψίας, όπως δόθηκε συνοπτικά με τη σχηματική παράστασή της στα σχήματα 2.27 και 2.28, είναι φανερό ότι η μη γραμμικότητα της λειτουργίας αυτής – με τα συγκεκριμένα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της – είναι αποτέλεσμα χρήσης διακόπτη.

5.6.2 Δισταθή κυκλώματα με Τ.Ε..

Από τη διερεύνηση της λειτουργίας ενός Τ.Ε., όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 5.3.3, είναι εύκολο να συμπεράνει κανείς ότι η μορφή της σ' ένα κύκλωμα, η τάση εξόδου του οποίου παίρνει μια από τις δύο αντίστοιχες τιμές κόρου, που αναφέρθηκαν προηγουμένως, περιγράφεται πλήρως από το δεύτερο σκέλος της σχέσης (5.9) και, βεβαίως, είναι αποτέλεσμα της βασικής σχέσης (5.4) για τη λειτουργία του Τ.Ε..

Με άλλα λόγια, η συγκεκριμένη μορφή μη γραμμικής λειτουργίας των δισταθών κυκλωμάτων με Τ.Ε. αναφέρεται γενικώς στη σχέση (5.4), όπου, όμως, – και αυτό πρέπει να τονιστεί ιδιαίτερος – αν και ισχύει η παραδοχή ότι:

$$i_+ \cong i_- \cong 0$$

σε καμιά περίπτωση δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι $v_+ \cong v_-$, καθώς είναι ακριβώς το πρόσημο της διαφοράς $v_d = v_+ - v_-$ που καθορίζει και το πρόσημο της τάσης κόρου $v_{Οκ}$ στην έξοδο του αντίστοιχου κυκλώματος, δηλ.:

$$v_O = \begin{cases} +v_{Οκ} = V_{S+} & \text{όταν } v_d > 0 \\ -v_{Οκ} = V_{S-} & \text{όταν } v_d < 0 \end{cases}$$

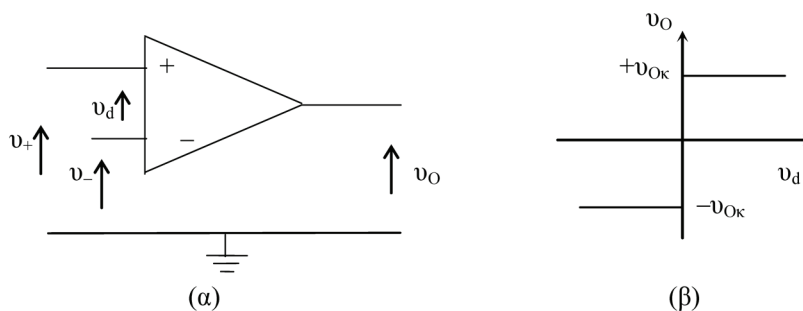
(5.61)

όπου V_{S+} , V_{S-} είναι οι αντίστοιχες τιμές των τάσεων τροφοδοσίας, ενώ $v_d = (v_+ - v_-)$ και, προφανώς, $|v_d| > |v_{dk}|$ [υπενθυμίζεται ότι $|v_{dk}| = |V_S|/A$].

Παρακάτω, τα παραδείγματα δισταθών κυκλωμάτων με Τ.Ε. που δίνονται, είναι αντιπροσωπευτικά των δύο κατηγοριών, στις οποίες διακρίνονται αυτά τα κυκλώματα, ανάλογα με την απουσία ανάδρασης ή τη χρήση θετικής ανάδρασης.

5.6.2.1 Κυκλώματα σύγκρισης τάσεων

Στο κύκλωμα του σχήματος 5.36(α) ο Τ.Ε. χρησιμοποιείται χωρίς εξωτερικά στοιχεία – και, συνεπώς, χωρίς ανάδραση – η δε τιμή της τάσης εξόδου του, v_O , καθορίζεται σε κάθε στιγμή από το πρόσημο της διαφοράς των αντίστοιχων τιμών τάσης στις δύο εισόδους του, v_d , σύμφωνα με τη γενική σχέση (5.61). Στο σχήμα 5.36(β) δίνεται, επίσης, η χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου του κυκλώματος αυτού, η μορφή της οποίας δείχνει καθαρά τον δισταθή χαρακτήρα της μη γραμμικής λειτουργίας του.

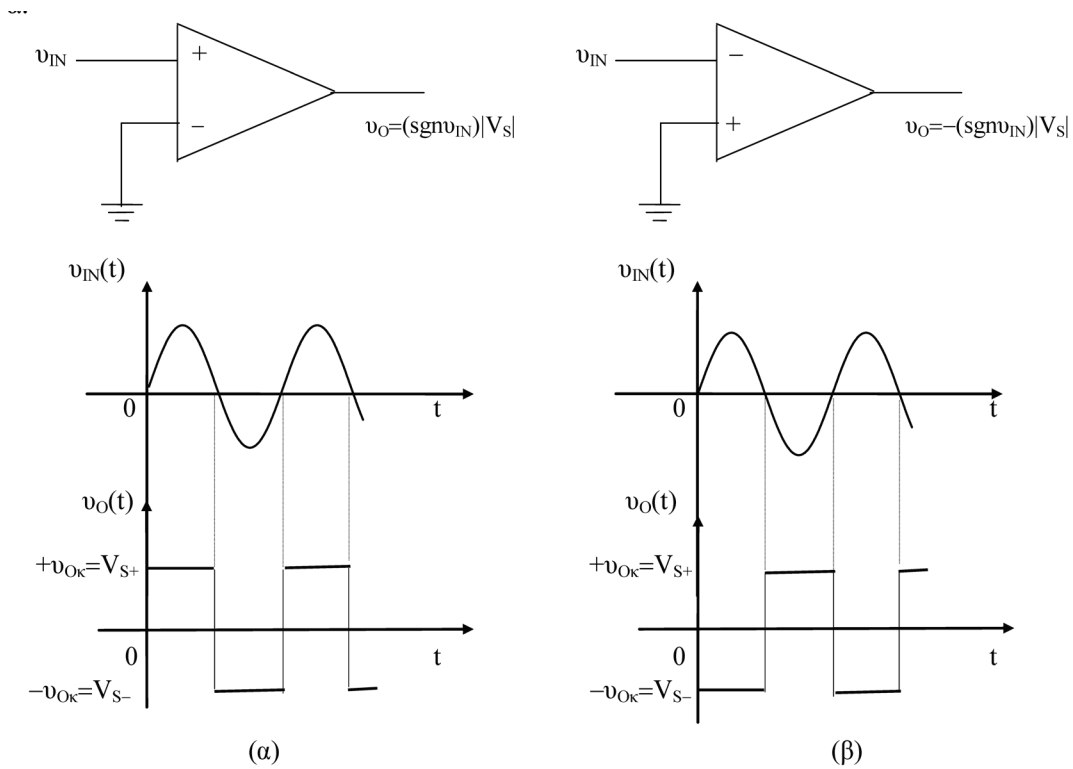


Σχήμα 5.36. (α) Τυπική μορφή δισταθούς κυκλώματος με Τ.Ε. και (β) χαρακτηριστική εισόδου – εξόδου.

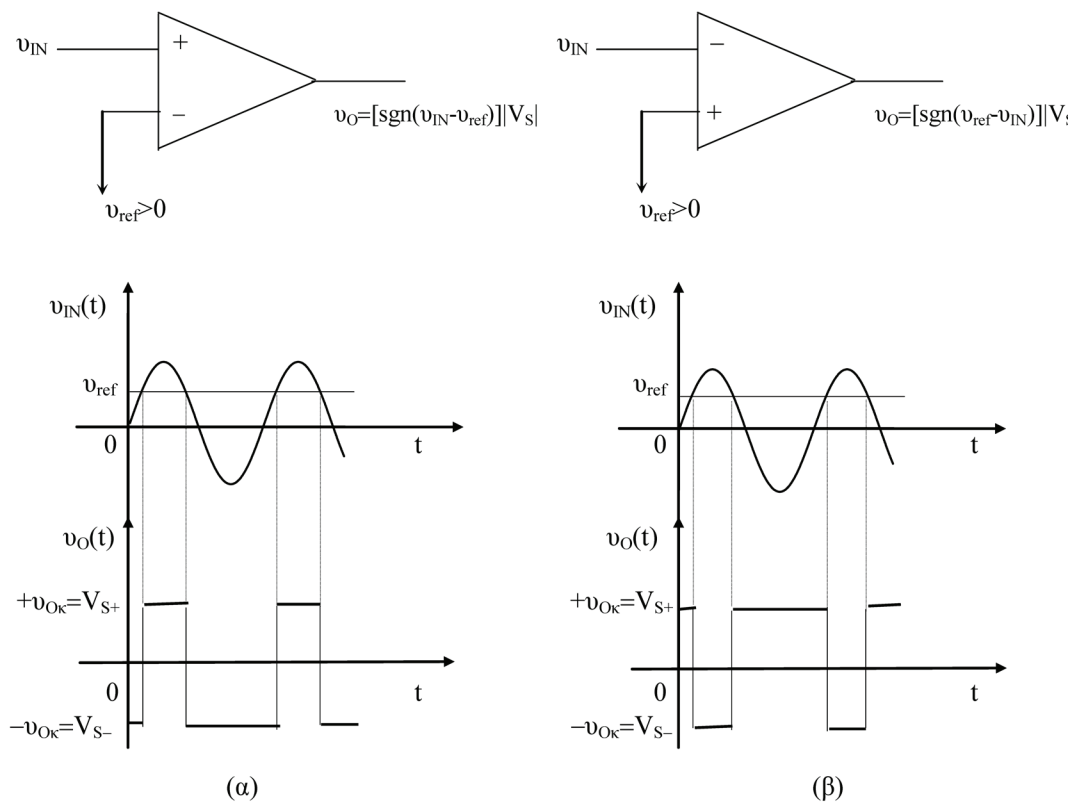
Από τα παραπάνω, διαπιστώνεται εύκολα ότι κυκλώματα αυτής της μορφής μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πλήθος εφαρμογών, κύριο και κοινό χαρακτηριστικό των οποίων είναι ότι κάθε μια από τις επιτρεπτές στάθμες (τιμές) της τάσης εξόδου τους θα υποδεικνύει το αποτέλεσμα της σύγκρισης των τάσεων στις εισόδους του Τ.Ε. η, αλλιώς, το πρόσημο της τάσης v_d .

Έτσι, ως χαρακτηριστικά παραδείγματα αναφέρονται τα κυκλώματα αναγνώρισης (διάκρισης) προσήμου ή σύγκρισης ως προς το μηδέν³⁰ (σχήμα 5.37) και τα κυκλώματα σύγκρισης ως προς μια τάση αναφοράς v_{ref} (σχήμα 5.38), η λειτουργία των οποίων γίνεται αμέσως κατανοητή από την αντιστοίχιση των κυματομορφών των σημάτων τάσης εισόδου και εξόδου τους, που δίνονται ενδεικτικά στα αντίστοιχα σχήματα.

³⁰ Βλέπε και παράγραφο 2.8.6.



Σχήμα 5.37. Κυκλώματα T.E. αναγνώρισης του πρόσημου του σήματος εισόδου $v_{IN}(t)$ ή σύγκρισής του προς το μηδέν και αντίστοιχες κυματομορφές εισόδου και εξόδου : (α) όταν $v_{IN}(t) > 0 \Rightarrow v_O(t) = +v_{Oκ}$ και (β) όταν $v_{IN}(t) < 0 \Rightarrow v_O(t) = -v_{Oκ}$.



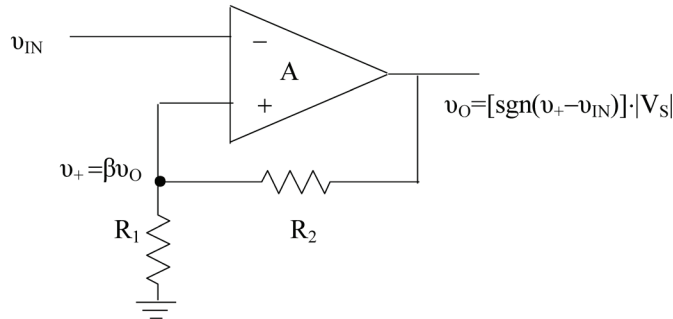
Σχήμα 5.38. Κυκλώματα T.E. για τη σύγκριση του σήματος εισόδου $v_{IN}(t)$ ως προς μια τάση αναφοράς $v_{ref} > 0$ και αντίστοιχες κυματομορφές εισόδου και εξόδου: (α) όταν $v_{IN}(t) > v_{ref} \Rightarrow v_O(t) = +v_{Oκ}$ και (β) όταν $v_{IN}(t) < v_{ref} \Rightarrow v_O(t) = -v_{Oκ}$.

5.6.2.2 Κύκλωμα Schmitt trigger

Στο σχήμα 5.39 δίνεται ένα κύκλωμα T.E., στο οποίο υπάρχει θετική ανάδραση, καθώς, μέσω του διαιρέτη τάσης που

σχηματίζουν οι αντιστάσεις R_1 και R_2 , ένα κλάσμα της τάσης εξόδου του εφαρμόζεται στην μη αναστρέφουσα (+) είσοδο του.

Το κύκλωμα αυτό είναι γνωστό ως κύκλωμα Schmitt trigger και αποτελεί παραλλαγή των κυκλωμάτων σύγκρισης τάσεων, που είδαμε παραπάνω, διότι, όπως μπορεί να δει κανείς αμέσως, η λειτουργία του στηρίζεται, κατ' αρχήν, στη σύγκριση των τάσεων των δύο εισόδων του Τ.Ε. και η τάση εξόδου του παίρνει δύο συγκεκριμένες τιμές, σύμφωνα με τη σχέση (5.61). Όμως, λόγω της παρουσίας θετικής ανάδρασης, η λειτουργία αυτή εμφανίζει ένα χαρακτηριστικό «μνήμης», αποτέλεσμα του οποίου είναι: κάθε μια απ' τις δύο επιτρεπτές στάθμες της τάσης εξόδου του να αντιστοιχεί και να υποδεικνύει μια συγκεκριμένη φορά μεταβολής του σήματος εισόδου.



Σχήμα 5.39. Κύκλωμα Schmitt trigger.

Πράγματι, αν ληφθεί υπόψη ότι η τάση που ουσιαστικά εφαρμόζεται στη μη αναστρέφουσα είσοδο του Τ.Ε. δίνεται από την έκφραση:

$$v_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_O = \beta v_O$$

όπου, προφανώς,

$$v_O = \begin{cases} +v_{Oκ} = V_{S+} & \text{όταν } v_d > 0 \\ -v_{Oκ} = V_{S-} & \text{όταν } v_d < 0 \end{cases}$$

(5.62)

και, βεβαίως

$$v_d = v_+ - v_-$$

τότε, αν στην (-) είσοδο εφαρμόζεται ένα σήμα τάσης v_{IN} , η λειτουργία του κυκλώματος θα περιγράφεται από τη σχέση:

$$v_O = [\text{sgn}(v_+ - v_{IN})] \cdot |V_S|$$

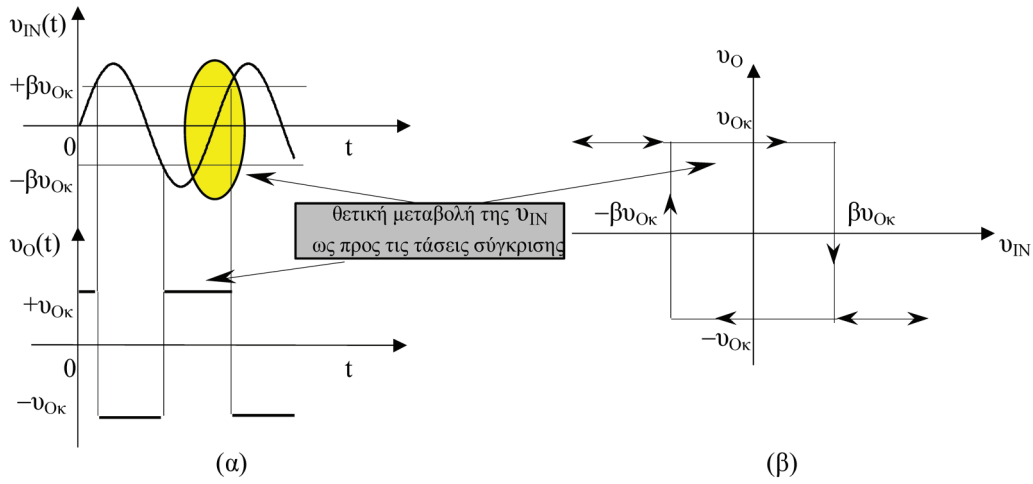
ή, αλλιώς,

$$v_O = \begin{cases} +v_{Oκ} = V_{S+} & \text{όταν } |v_{IN}| < |\beta v_O| \\ -v_{Oκ} = V_{S-} & \text{όταν } |v_{IN}| > |\beta v_O| \end{cases}$$

(5.63)

Στο σχήμα 5.40(α) δίνονται οι κυματομορφές τάσης εισόδου και εξόδου κατά τη λειτουργία του Schmitt trigger για ένα ημιτονικό σήμα εισόδου $v_{IN}(t)$, ενώ, στο σχήμα 5.40(β), δίνεται η χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου, όπου ο βρόχος υστέρησης, που αναπτύσσεται ακολουθώντας τη φορά των βελών, αναδεικνύει το χαρακτηριστικό «μνήμης» του κυκλώματος με το οποίο και γίνεται δυνατή η αναγνώριση της φοράς μεταβολής του αντίστοιχου σήματος εισόδου.

Έτσι, όπως φαίνεται και από τις σχέσεις (5.63), υποθέτοντας για ευκολία ότι, με την εφαρμογή της τάσης εισόδου, η έξοδος του κυκλώματος βρίσκεται ήδη – όπως λέγεται – στο θετικό κόρο, δηλ. $v_O = +v_{Oκ}$, το πρόσημο της διαφοράς $\beta v_{Oκ} - v_{IN} = v_d$ θα διατηρήσει την τάση εξόδου στην αρχική της τιμή $+v_{Oκ}$ μέχρις ότου, αυξανόμενη η v_{IN} μεταβάλλει το πρόσημο της τάσης v_d και η έξοδος βρεθεί στον αρνητικό κόρο, οπότε, στη συνέχεια, η νέα σύγκριση της v_{IN} θα γίνει με την τιμή $v_+ = -\beta v_{Oκ}$ κ.ο.κ.. Με άλλα λόγια, σε κάθε χρονική στιγμή, η στάθμη της τάσης εξόδου θα δείχνει τη φορά μεταβολής της τάσης εισόδου σε σχέση προς τις δύο συγκεκριμένες τιμές σύγκρισής της, δηλ. τις τιμές $\pm \beta v_{Oκ}$.

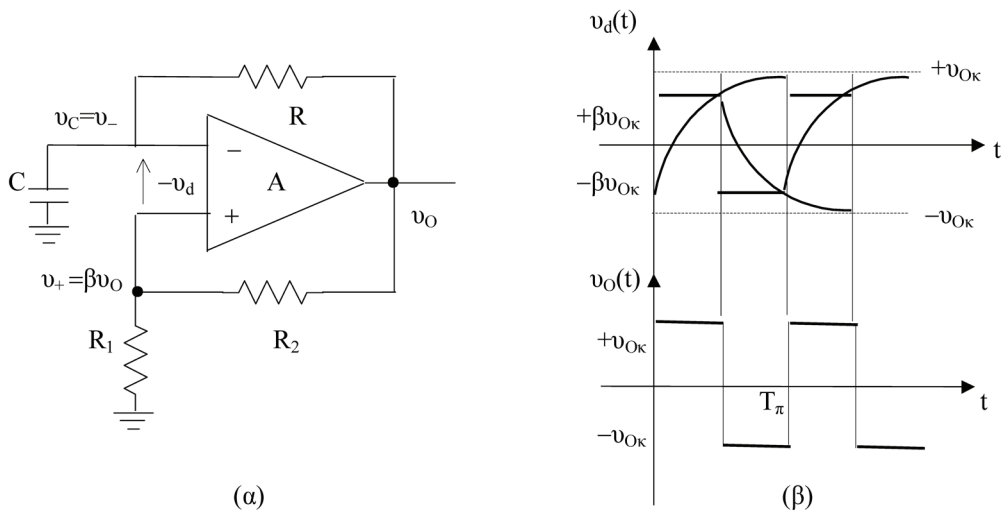


Σχήμα 5.40. (α) Κυματομορφές εισόδου-εξόδου κατά τη λειτουργία του κυκλώματος Schmitt trigger για ημιτονικό σήμα εισόδου και (β) χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου με ανάδειξη του βρόχου υστέρησης.

5.6.2.3 Γεννήτρια ορθογώνιων παλμών με Τ.Ε..

Το κύκλωμα του σχήματος 5.41(α) είναι ένα κύκλωμα γεννήτριας ορθογώνιων παλμών με Τ.Ε. που μπορεί να θεωρηθεί ως εφαρμογή της αρχής λειτουργίας του κυκλώματος Schmitt trigger.

Η ερμηνεία της λειτουργίας του προκύπτει εύκολα από τις κυματομορφές τάσης στις δύο εισόδους και την έξοδο του Τ.Ε., όπως δίνονται στο σχήμα 5.41(β), και αφήνεται ως άσκηση για τον αναγνώστη. Σημειώνεται μόνον ότι η περίοδος T_π των παραγόμενων ορθογώνιων παλμών προσδιορίζεται συναρτήσει της χωρητικότητας σταθεράς χρόνου $T=RC$, της τάσης εξόδου $|v_O|=|V_S|$ και των αντιστάσεων R_1, R_2 .



Σχήμα 5.41. (α) Γεννήτρια ορθογώνιων παλμών με Τ.Ε. και (β) κυματομορφές τάσης.

Βιβλιογραφία

- Clayton G.B., “Operational Amplifiers”, Butterworth & Co., 2nd Ed. 1979.
- Horowitz P. and Hill W., “The Art of Electronics”, Cambridge University Press, 1991.
- Dorf R.C., “The Electrical Engineering Handbook”, CRC Press, 1993.
- R. L. Boylestad “Introductory Circuit Analysis”, 11th Edition, Prentice Hall, 2006.
- Τόμπρας Γ. Σπ., “Εισαγωγή στην Ηλεκτρονική”, Εκδόσεις Δίαυλος, 2η Εκδ., 2006.

Λίστα ενδεικτικών όρων

- Ακολουθητής τάσης
- Απολαβή ή κέρδος τάσης
- Βρόχος
- ανάδρασης
- υστέρησης
- Γινόμενο κέρδους-εύρους ζώνης (GBW)
- Γεννήτρια ορθογώνιων παλμών
- Δισταθή κυκλώματα
- Εικονική γείωση
- Επιπλέον ή αιωρούμενο φορτίο
- Επιπλέουσα ή αιωρούμενη συνδεσμολογία
- Εύρος ζώνης
- διέλευσης
- μοναδιαίας απολαβής
- κυκλώματα με τελεστικό ενισχυτή
- Schmitt Trigger
- ακολουθητή τάσης
- γεννήτρια ορθογώνιων παλμών
- διαφόρισης
- ενισχυτής άθροισης σημάτων τάσης
- ενισχυτής διαγωγιμότητας
- ενισχυτής διαντίστασης με αναστροφή
- ενισχυτής διαφοράς σημάτων τάσης
- ενισχυτής τάσης με αναστροφή
- συντελεστής ανάδρασης
- ενισχυτής τάσης χωρίς αναστροφή
- συντελεστής ανάδρασης
- ολοκλήρωσης
- σύγκρισης τάσεων
- Παράγοντας ανάδρασης
- απευαισθητοποίησης
- Συντελεστής
- ενίσχυσης τάσης ανοικτού/κλειστού βρόχου TE
- Τάση
- κόρου
- Τελεστικός Ενισχυτής, TE
- ακροδέκτες τροφοδοσίας
- αναστρέφουσα είσοδος
- απλός τρόπος λειτουργίας
- απολαβή τάσης
- κλειστού βρόχου
- γινόμενο κέρδους-εύρους ζώνης
- γραμμική ή μη γραμμική λειτουργία
- διαφορικός τρόπος λειτουργίας
- διπολική τροφοδοσία
- ιδανικός
- μη αναστρέφουσα είσοδος
- μονοπολική τροφοδοσία
- παράγοντας ανάδρασης
- πραγματικός
- τάσεις κόρου
- χαρακτηριστική τάσης εισόδου-εξόδου
- Χαρακτηριστική
- τάσης εισόδου-εξόδου TE
- Bistable
- Schmitt Trigger