



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας
Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής & Τηλεπικοινωνιών

Τεχνητή Νοημοσύνη

Ενότητα 5: Αναπαράσταση Γνώσης με Λογική

Αν. καθηγητής Στεργίου Κωνσταντίνος

kstergiou@uowm.gr

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών



Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ψηφιακά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Προτασιακή Λογική



Αναπαράσταση Γνώσης με Λογική

- Πράκτορες Βασισμένοι στη Γνώση (*Knowledge-based agents*).
- Ένα παράδειγμα: **Wumpus world**.
- Γενικά για Λογική.
- Προτασιακή (*Boolean*) λογική.
 - Μοντέλα, ισοδυναμία, εγκυρότητα, ικανοποιησιμότητα.
 - Κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων και απόδειξη θεωρημάτων.
 - ✓ forward chaining.
 - ✓ backward chaining.
 - ✓ resolution.
 - Αποδοτικές μέθοδοι.
- Λογική Πρώτης Τάξης (*first-order logic*).



Πράκτορες Βασισμένοι στη Γνώση (1/5)

- Οι πράκτορες που βασίζονται στη γνώση (*knowledge-based agents*) μπορούν να γίνουν αντιληπτοί ως πράκτορες που **ξέρουν** πράγματα σχετικά με το περιβάλλον και **συλλογίζονται** σχετικά με τις ενέργειες που θα εκτελέσουν
- **Βασικά συστατικά:**
 - Η **Βάση Γνώσης** (*Knowledge Base*) είναι ένα σύνολο προτάσεων σχετικά με τον κόσμο σε κάποια επίσημη γλώσσα.
 - Η **Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης** (*Knowledge Representation Language*) είναι μια γλώσσα της οποίας οι προτάσεις αντιπροσωπεύουν γεγονότα σχετικά με τον κόσμο.



Πράκτορες Βασισμένοι στη Γνώση (2/5)

- **Βασικά συστατικά:**

- Λειτουργίες για:

- ✓ Προσθήκη πληροφοριών (προτάσεων) στη βάση γνώσης:

- TELL.

- ✓ Ερωτήσεις σχετικά με το τι είναι γνωστό:

- ASK.

- ✓ Παρόμοια με updates και queries στις βάσεις δεδομένων.

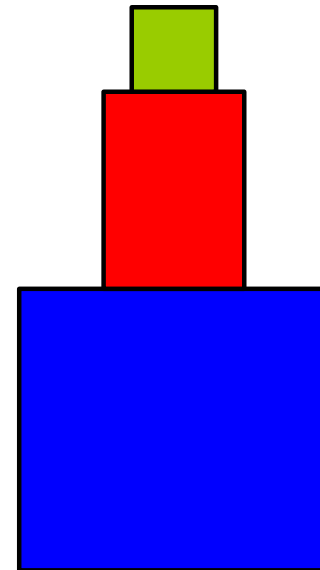
- Ο **μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων** (*inference mechanism*) είναι ένας μηχανισμός που προσδιορίζει τι **συνεπάγεται** από την πληροφορία που έχει προστεθεί στη βάση γνώσης.

- ✓ Οι ερωτήσεις που γίνονται στη βάση χρησιμοποιούν αυτό τον μηχανισμό.



Παράδειγμα Εξαγωγής Συμπερασμάτων (1/2)

- **Δεδομένων:**
 - “Ο κόκκινος κύβος είναι πάνω από τον μπλε κύβο”.
 - “Ο πράσινος κύβος είναι πάνω από τον κόκκινο κύβο”.
- **Συμπέρανε:**
 - “Ο πράσινος κύβος είναι πάνω από τον μπλε κύβο”.
 - “Οι κύβοι σχηματίζουν έναν πύργο”.



Παράδειγμα Εξαγωγής Συμπερασμάτων (2/2)

- **Δεδομένων:**

Αν έχει ηλιοφάνεια σήμερα, τότε ο ήλιος λάμπει στην οθόνη.
Αν ο ήλιος λάμψει στην οθόνη, τότε οι κουρτίνες πρέπει να τραβηχτούν. Οι κουρτίνες δεν είναι τραβηγμένες.

- **Απάντηση:**

Έχει ηλιοφάνεια σήμερα;



Πράκτορες Βασισμένοι στη Γνώση (3/5)

- Μπορούμε να περιγράψουμε έναν πράκτορα που βασίζεται στη γνώση σε τρία επίπεδα:
 - Το **επίπεδο γνώσης ή επιστημολογικό επίπεδο**:
 - ✓ Σε αυτό το επίπεδο μπορούμε να περιγράψουμε τον πράκτορα προσδιορίζοντας τι ξέρει για τον κόσμο.
 - Το **λογικό επίπεδο**:
 - ✓ Σε αυτό το επίπεδο η γνώση κωδικοποιείται σε προτάσεις κάποιας γλώσσας αναπαράστασης γνώσης.
 - Το **επίπεδο υλοποίησης**:
 - ✓ Σε αυτό το επίπεδο οι προτάσεις υλοποιούνται (π.χ. με μια γλώσσα προγραμματισμού).



Πράκτορες Βασισμένοι στη Γνώση (4/5)

- Παράδειγμα:
 - **Επίπεδο γνώσης ή επιστημολογικό επίπεδο:**
 - ✓ Ο αυτοματοποιημένος οδηγός ταξί ξέρει ότι το Ρίο και το Αντίριο συνδέονται με γέφυρα.
 - **Λογικό επίπεδο:**
 - ✓ Ο αυτοματοποιημένος οδηγός ταξί έχει την πρόταση (σε λογική πρώτης τάξης) *Συνδέει (Γέφυρα, Ρίο, Αντίριο)*.
 - **Το επίπεδο υλοποίησης:**
 - ✓ Σε αυτό το επίπεδο η πρόταση *Συνδέει (Γέφυρα, Ρίο, Αντίριο)* υλοποιείται με μια γλώσσα προγραμματισμού (π.χ. C).



Πράκτορες Βασισμένοι στη Γνώση (5/5)

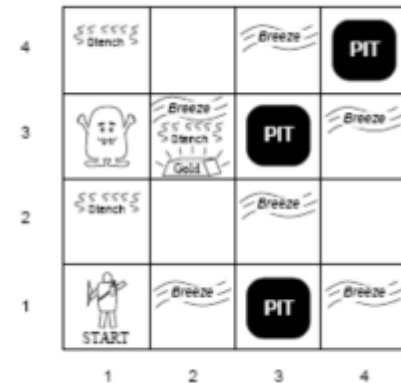
```
function KB-AGENT(percept) returns an action  
  static: KB, a knowledge base  
         t, a counter, initially 0, indicating time  
  TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, t))  
  action ← ASK(KB, MAKE-ACTION-QUERY(t))  
  TELL(KB, MAKE-ACTION-SENTENCE(action, t))  
  t ← t + 1  
  return action
```

- Ο πράκτορας πρέπει να:
 - Αναπαριστά καταστάσεις, ενέργειες, κτλ.
 - Εισάγει νέες αντιλήψεις.
 - Ανανεώνει την εσωτερική αναπαράσταση του κόσμου.
 - Εξάγει κρυφές ιδιότητες του κόσμου.
 - Εξάγει κατάλληλες ενέργειες.



Ο κόσμος του Wumpus

- **Μέτρο απόδοσης:**
 - +1000 για χρυσό.
 - -1000 για wumpus, παγίδα (γούβα).
 - -1 για κάθε βήμα.
 - -10 για βέλος.
- **Περιβάλλον:**
 - Πιθανότητα 20% για παγίδα
 - Σε Τετράγωνο δίπλα στο Wumpus υπάρχει δυσοσμία και σε τετράγωνο δίπλα σε παγίδα υπάρχει αύρα, στο τετράγωνο όπου είναι ο χρυσός υπάρχει μια λάμψη, κτλ.
- **Μηχανισμοί δράσης:**
 - Μετακίνηση.
 - Στροφή 90° .
 - Αρπαγή.
 - Εξακόντιση.
- **Αντιλήψεις:**
 - [Δυσοσμία, Αύρα, Λάμψη, Γδούπος, Κραυγή].



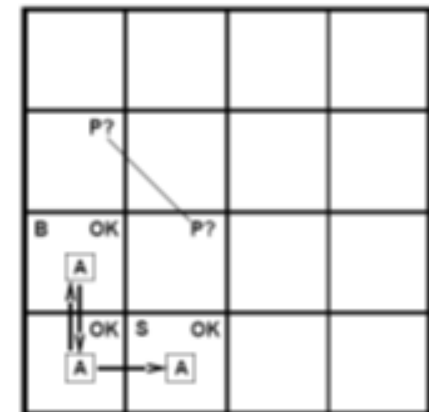
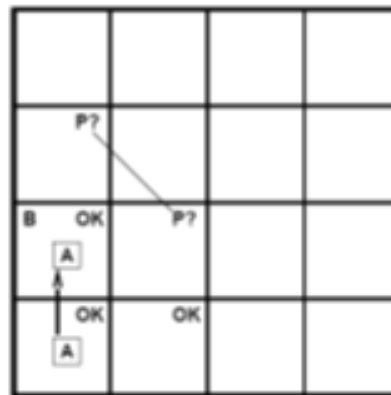
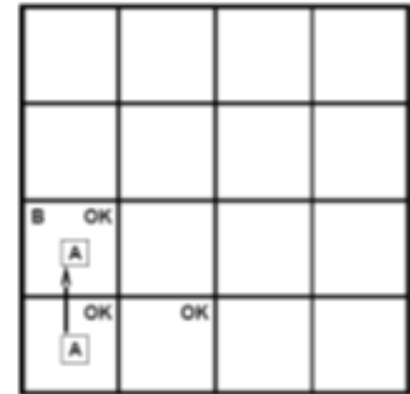
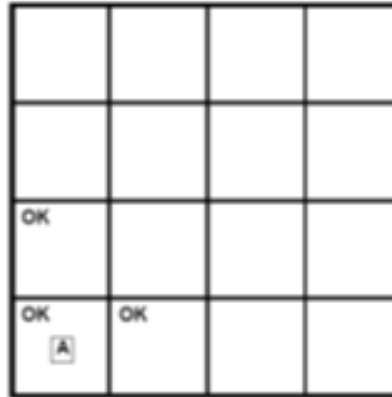
Το περιβάλλον του Wumpus

- **Πλήρως παρατηρήσιμο;**
 - Όχι – μόνο τοπική παρατήρηση.
- **Αιτιοκρατικό;**
 - Ναι – τα αποτελέσματα των ενεργειών είναι προκαθορισμένα.
- **Επεισοδιακό;**
 - Όχι – ακολουθιακό σε ότι αφορά τις ενέργειες.
- **Στατικό;**
 - Ναι – το Wumpus και οι παγίδες (pits) δεν μετακινούνται.
- **Διακριτό;**
 - Ναι.
- **Μονοπρακτορικό;**
 - Ναι – το Wumpus είναι μέρος του περιβάλλοντος, δεν είναι πράκτορας.



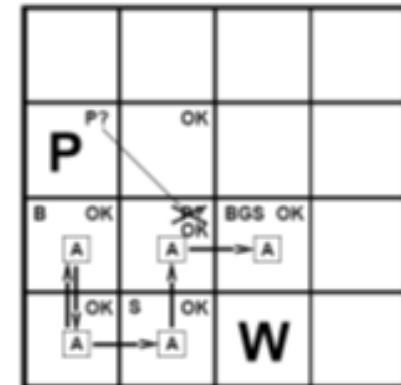
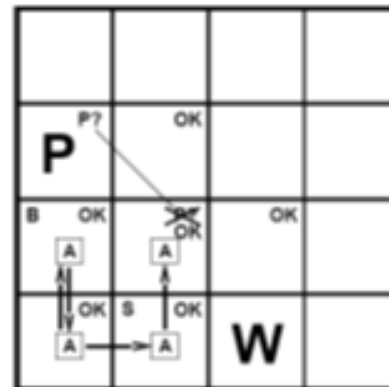
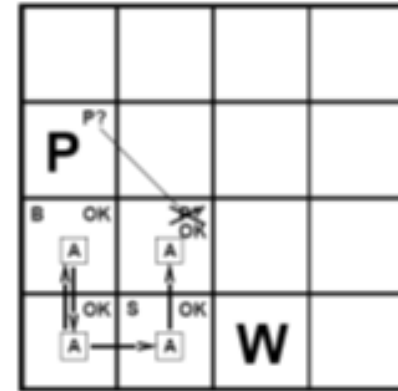
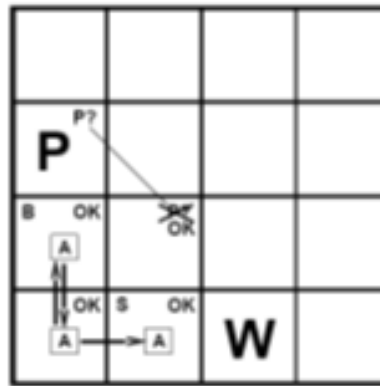
Εξερεύνηση στον κόσμο του Wumpus (1/3)

A = Πράκτορας
B = Αύρα
OK = Ασφαλές τετράγωνο
P = Παγίδα
S = Οσμή
G = Λάμψη



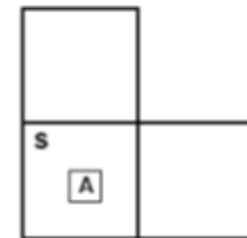
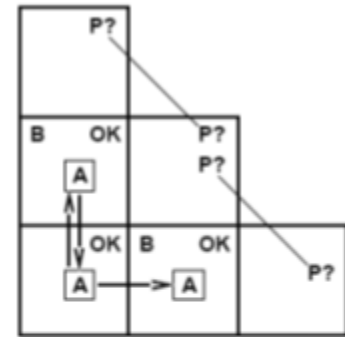
Εξερεύνηση στον κόσμο του Wumpus (2/3)

A = Πράκτορας
B = Αύρα
OK = Ασφαλές τετράγωνο
P = Παγίδα
S = Οσμή
G = Λάμψη



Εξερεύνηση στον κόσμο του Wumpus (3/3)

- Αν έχει αύρα στα $[1,2]$ και $[2,1]$ \rightarrow δεν υπάρχουν ασφαλείς κινήσεις:
 - αν υποθέσουμε ότι οι παγίδες είναι κατανεμημένες ομοιόμορφα τότε το $[2,2]$ έχει παγίδα με πιθανότητα 0.86 (αντί για 0.31).
- Αν έχει δυσσομία στο $[1,1]$ \rightarrow δεν μπορεί ο πράκτορας να κινηθεί.
 - μπορεί να χρησιμοποιήσει την εξής στρατηγική:
Ρίξε βέλος ευθεία:
Αν το Wumpus ήταν εκεί \rightarrow νεκρό \rightarrow ασφαλές.
Αν το Wumpus δεν ήταν εκεί \rightarrow ασφαλές.



Γενικά για Λογική

- Οι **λογικές** είναι επίσημες γλώσσες για την αναπαράσταση πληροφορίας:
 - έτσι ώστε να μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα.
- Η **σύνταξη** καθορίζει τη μορφή των προτάσεων της γλώσσας προσδιορίζοντας ποιες προτάσεις είναι καλά διατυπωμένες.
- Η **σημασιολογία** καθορίζει τη σημασία των προτάσεων;
 - κατά πόσο οι προτάσεις ισχύουν (*είναι αληθείς*) σε κάθε **δυνατό κόσμο**.
- **Για παράδειγμα η γλώσσα της αριθμητικής:**
 - $x + 2 \geq y$ είναι μια καλά διατυπωμένη πρόταση; ενώ η $x^2 + y >$ δεν είναι καλά διατυπωμένη πρόταση.
 - $x + 2 \geq y$ είναι αληθές αν και μόνο αν το νούμερο $x + 2$ δεν είναι μικρότερο από το νούμερο y .
 - $x + 2 \geq y$ είναι αληθές σε έναν κόσμο όπου $x=7$; $y =1$.
 - $x + 2 \geq y$ ψευδές σε έναν κόσμο όπου $x=0$; $y =6$.



Λογική

- Μια γλώσσα αναπαράστασης γνώσης (*KR language*) ορίζεται από την **σύνταξη** (*syntax*) και τη **σημασιολογία** (*semantics*) της:
 - Η **σύνταξη** αποτελείται από το σύνολο των συμβόλων που χρησιμοποιεί η γλώσσα και των κανόνων σύμφωνα με του οποίους τα σύμβολα μπορούν να συνδυαστούν.
 - Η **σημασιολογία** καθορίζει μια αντιστοιχία μεταξύ συμβόλων, συνδυασμών συμβόλων, προτάσεων της γλώσσας και εννοιών του κόσμου στις οποίες αναφέρονται.
- Μια πρόταση μιας KR γλώσσας δε σημαίνει τίποτα από μόνη της:
 - Η σημασιολογία (*δηλ. το νόημα*) της πρότασης πρέπει να προσδιοριστεί από συγγραφέα της γλώσσας μέσω μιας **ερμηνείας** (*interpretation*).



Μοντέλα

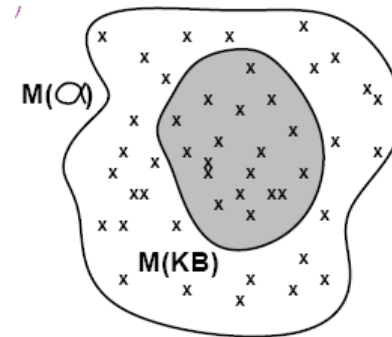
- Συνήθως στη λογική χρησιμοποιείται ο όρος **μοντέλο** αντί για “δυνατός κόσμος”:
 - το m είναι μοντέλο της α θα σημαίνει ότι η πρόταση α είναι αληθής στο μοντέλο m .
 - $M(\alpha)$ είναι το σύνολο όλων των μοντέλων της α .
- Ένα μοντέλο είναι μια μαθηματική αφαίρεση ενός πραγματικού περιβάλλοντος:
 - Π.χ. αν x και y είναι οι αριθμοί των ανδρών και γυναικών που παίζουν σε ένα παιχνίδι μπριτζ τότε η πρόταση $x+y=4$ είναι αληθής όταν 4 συνολικά άτομα παίζουν.
 - όλα τα δυνατά μοντέλα είναι όλες οι δυνατές αναθέσεις τιμών στις μεταβλητές x και y (μπορεί να είναι άπειρα σε πλήθος).
- Μια πρόταση λέγεται **αληθής** κάτω ένα συγκεκριμένο μοντέλο αν οι καταστάσεις του πραγματικού κόσμου τις οποίες αναπαριστά ισχύουν.



Λογική Κάλυψη (*Entailment*)

- Η **λογική κάλυψη** (*entailment*) απλά σημαίνει ότι μια πρόταση εξάγεται, προκύπτει λογικά, από κάποιες άλλες.
- Επίσημα λέμε ότι μια πρόταση α **λογικά καλύπτεται** (*is entailed*) από τις προτάσεις μιας βάσης γνώσης ($BΓ$) όταν οποτεδήποτε οι προτάσεις της $BΓ$ είναι αληθείς τότε και η α είναι αληθής:
 - σε όλα τα μοντέλα που είναι αληθής η $BΓ$ είναι αληθής και η α .
 - Η λογική κάλυψη συμβολίζεται συνήθως ως $KB \models \alpha$.

$KB \models \alpha$ αν και μόνο αν $M(KB) \subseteq M(\alpha)$



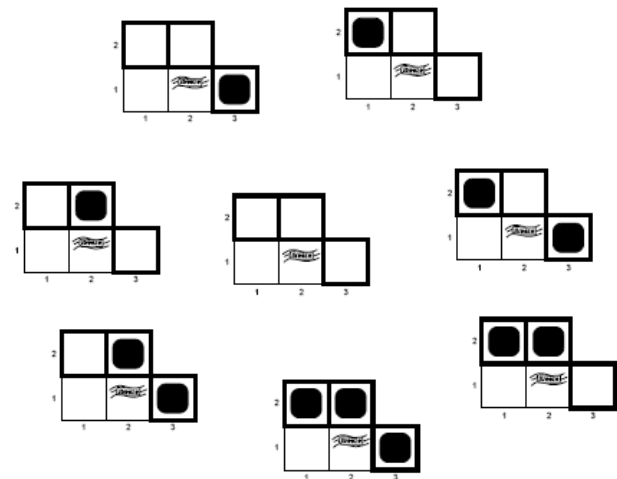
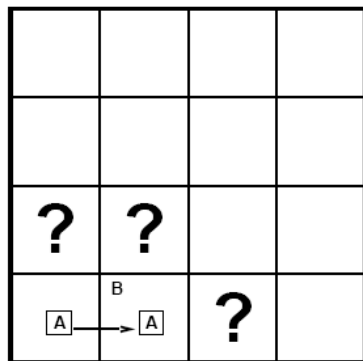
Λογική Κάλυψη

- Η πρόταση “*Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών εδρεύει στην Κοζάνη*” είναι **αληθής** σύμφωνα με το μοντέλο του κόσμου όπου:
 - Το «*Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών*» αφορά το συγκεκριμένο τμήμα του Παν. Δυτ. Μακεδονίας.
 - Η «*Κοζάνη*» αφορά την συγκεκριμένη πόλη της Δυτ. Μακεδονίας.
- Η ίδια πρόταση **δεν είναι αληθής** κάτω από το μοντέλο όπου:
 - η «*Κοζάνη*» αφορά το ομώνυμο ζαχαροπλαστείο της Θεσ/νίκης.
 - “*Η Ρεάλ Μαδρίτης κέρδισε και η Μπαρτσελόνα κέρδισε*”
|= “*Κέρδισε η Ρεάλ Μαδρίτης ή η Μπαρτσελόνα*”.
 - $(x + y = 4) \models (4 = x + y)$.



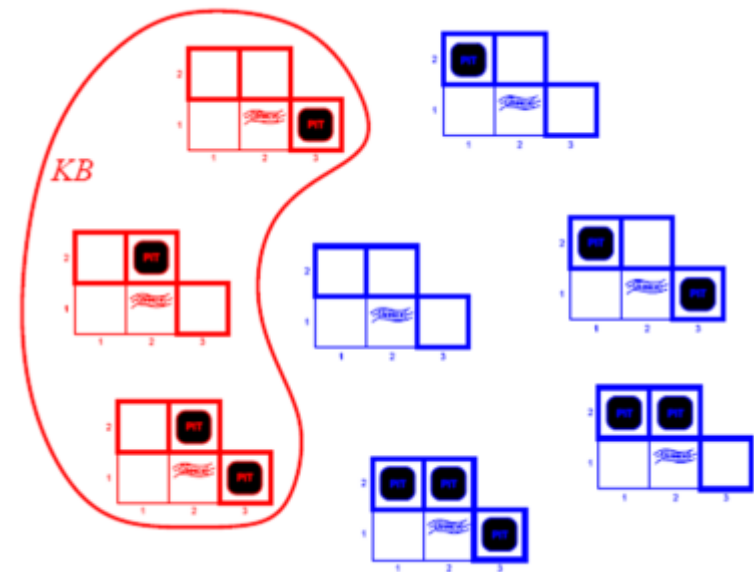
Entailment στον κόσμο του Wumpus (1/4)

- Η κατάσταση αφού ο πράκτορας δε βρει τίποτα στο $[1,1]$, μετακινηθεί δεξιά, και βρει αύρα στο $[2,1]$:
 - ποια είναι τα μοντέλα των τετραγώνων σε ότι αφορά παγίδες;
 - 3 δυαδικές επιλογές $\rightarrow 8$ πιθανά μοντέλα.



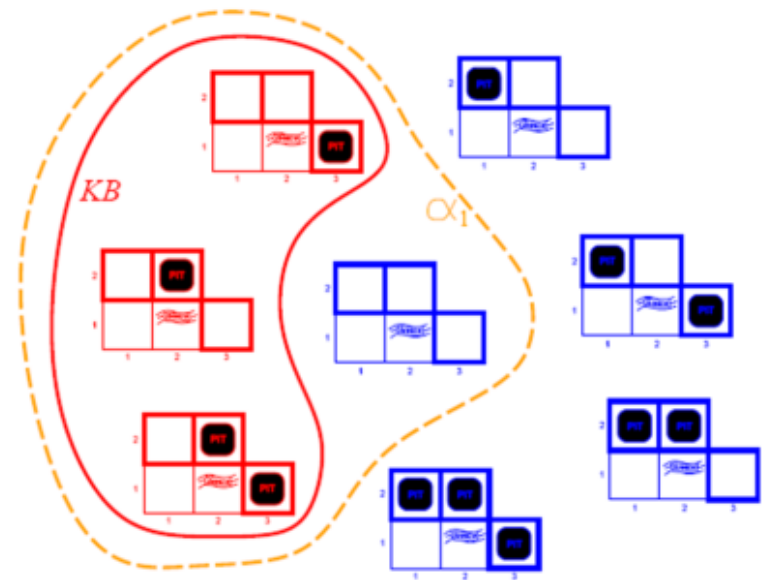
Entailment στον κόσμο του Wumpus (2/4)

- Η Βάση Γνώσης αποτελείται από:
 - τους κανόνες του κόσμου του Wumpus.
 - τα δεδομένα που ισχύουν σύμφωνα με τις παρατηρήσεις του πράκτορα.
- Υπάρχουν 3 μοντέλα για τα οποία η ΒΓ είναι αληθής.



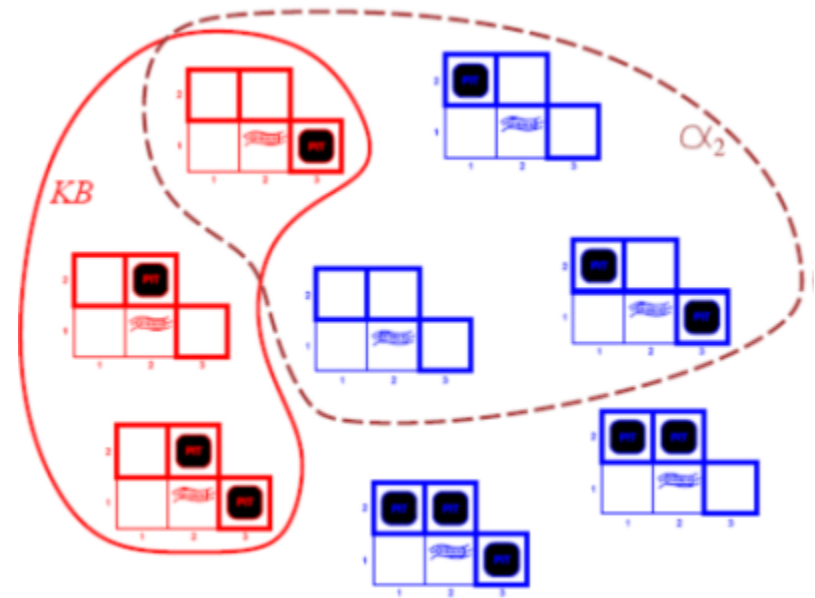
Entailment στον κόσμο του Wumpus (3/4)

- Η Βάση Γνώσης αποτελείται από:
 - τους κανόνες του κόσμου του Wumpus.
 - τα δεδομένα που ισχύουν σύμφωνα με τις παρατηρήσεις του πράκτορα.
- Η πρόταση α1: “το [1,2] είναι ασφαλές” είναι entailed από τη ΒΓ:
 - σε κάθε μοντέλο όπου η α1 είναι αληθής, η ΒΓ είναι αληθής.



Entailment στον κόσμο του Wumpus (4/4)

- Η πρόταση α2: “δεν υπάρχει παγίδα στο [2,2]” **δεν είναι entailed** (\models) από τη ΒΓ:
 - σε μερικά μοντέλα η ΒΓ είναι αληθής, η α2 είναι ψευδής
 - άρα ο πράκτορας δεν μπορεί να συμπεράνει ότι δεν υπάρχει παγίδα στο [2,2].
 - ✓ Χωρίς αυτό να σημαίνει ότι σίγουρα υπάρχει.



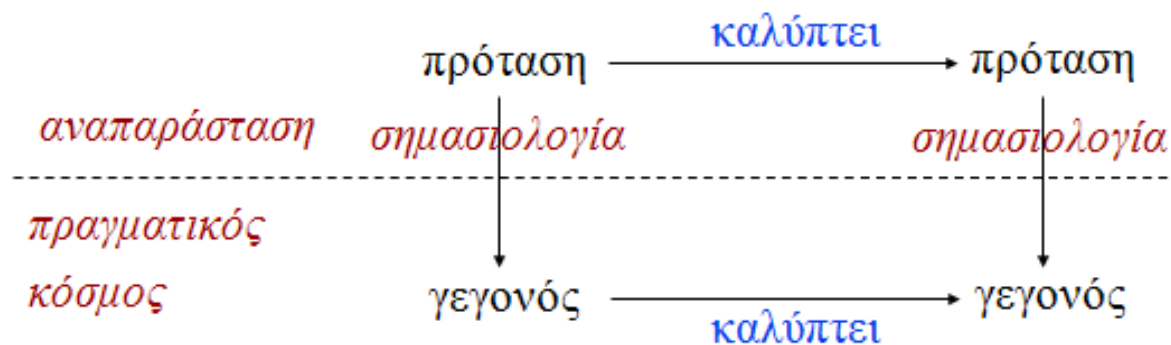
Εξαγωγή Συμπερασμάτων & Αποδείξεις (1/2)

- Ο **Λογικός Συμπερασμός** (*logical inference*) είναι η διαδικασία της μηχανικής κατασκευής προτάσεων που εξάγονται από μια βάση γνώσης:
 - Μια μορφή λογικού συμπερασμού (**έλεγχος μοντέλων**) είναι η διαδικασία απαρίθμησης όλων των μοντέλων για να ελεγχθεί αν μια πρόταση α είναι αληθής σε όλα τα μοντέλα όπου μια $B\Gamma$ είναι αληθής.
 - Αν μια πρόταση α εξάγεται από μια $B\Gamma$ χρησιμοποιώντας έναν μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων i , γράφουμε $B\Gamma \vdash_i \alpha$.
 - Ένας μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων είναι **ορθός** (*sound*) αν κατασκευάζει μόνο προτάσεις που εξάγονται από τη $B\Gamma$.
 - ✓ ο έλεγχος μοντέλων είναι ορθός;
 - Ένας μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων είναι **πλήρης** (*complete*) αν κατασκευάζει όλες τις προτάσεις που εξάγονται από τη $B\Gamma$.



Εξαγωγή Συμπερασμάτων & Αποδείξεις (2/2)

- Τα βήματα που απαιτούνται για να δημιουργηθεί μια πρόταση α από ένα σύνολο προτάσεων $B\Gamma$ ονομάζεται **απόδειξη** (*proof*):
 - **Θεωρία απόδειξης** (*proof theory*) είναι ένα σύνολο από κανόνες για τη δημιουργία εξαγόμενων προτάσεων από ένα σύνολο προτάσεων.
- Αν και μια διαδικασία συμπερασμού επενεργεί στη σύνταξη (στις προτάσεις της γλώσσας λογικής), υπάρχει σαφής σχέση με τον πραγματικό κόσμο.



Γλώσσες Αναπαράστασης Γνώσης

- Θα κάνουμε μια σύντομη επισκόπηση μιας βασικής γλώσσας αναπαράστασης γνώσης:
 - **Προτασιακή Λογική** (*Propositional Logic*).
- Άλλες γλώσσες λογικής:
 - **Λογική Πρώτης Τάξης ή Κατηγορηματική Λογική** (*First Order Logic or Predicate Logic*).
- Γενικά μια **λογική** είναι ένα σύστημα που αποτελείται από:
 - **Σύνταξη.**
 - **Σημασιολογία.**
 - **Θεωρία Απόδειξης.**
- Γιατί δε χρησιμοποιούμε φυσική γλώσσα ή γλώσσες προγραμματισμού για αναπαράσταση γνώσης;



Προτασιακή Λογική - Σύνταξη (1/2)

- Ατομικές προτάσεις:
 - Προτασιακά σύμβολα: $P, Q, R, W_{1,3}, \Gamma_{3,1}, \text{Αληθές}, \text{Ψευδές}$
 - Π.χ. το σύμβολο $W_{1,3}$ αντιπροσωπεύει την ατομική πρόταση «το Wumpus είναι στο τετράγωνο [1,3].
- Λογικά συνδετικά:
 - Άρνηση, $\neg W_{1,3}$.
 - Λεκτικά (literals), Θετικό λεκτικό: $W_{1,3}$, Αρνητικό λεκτικό: $\neg W_{1,3}$.
 - Σύζευξη, $W_{1,3} \wedge \Gamma_{3,1}$.
 - Συζευκτέοι.
 - Διάζευξη, $(W_{1,3} \wedge \Gamma_{3,1}) \vee W_{2,2}$.
 - Διαζευκτέοι.
 - Συνεπαγωγή, $(W_{1,3} \wedge \Gamma_{3,1}) \Rightarrow \neg W_{2,2}$.
 - προϋπόθεση ή προηγούμενο, συμπέρασμα ή επακόλουθο,
 - κανόνες, προτάσεις εάν-τότε,
 - Ισοδυναμία, $W_{1,3} \Leftrightarrow \neg W_{2,2}$.



Προτασιακή Λογική - Σύνταξη (2/2)

- Η παρακάτω BNF γραμματική ορίζει τις **καλά σχηματισμένες προτάσεις** (well-formed sentences) της ΠΛ.

Πρόταση \rightarrow Ατομική Πρόταση \mid Περίπλοκη Πρόταση

Ατομική Πρόταση $\rightarrow P_1 \mid P_2 \mid \dots$

Περίπλοκη Πρόταση \rightarrow (Πρόταση) $\mid \neg$ Πρόταση \mid

Πρόταση Δυαδικό Συνδετικό Πρόταση

Δυαδικό Συνδετικό $\rightarrow \wedge \mid \vee \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow$

- Η γραμματική είναι πολύ αυστηρή με τις παρενθέσεις:
 - π.χ. πρέπει να γράφουμε $((A \wedge B) \Rightarrow \Gamma)$ κι όχι $A \wedge B \Rightarrow \Gamma$.
- Η προτεραιότητα των συνδετικών βοηθάει στην αναγνωσιμότητα:
 - Προτεραιότητα: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
 - Π.χ. $\neg P \vee Q \wedge R \Rightarrow S$ ισοδυναμεί με $((\neg P) \vee (Q \wedge R)) \Rightarrow S$.



Προτασιακή Λογική-Σημασιολογία (1/2)

- Ένα **προτασιακό σύμβολο** μπορεί να συμβολίζει οτιδήποτε θέλουμε και μπορεί να είναι αληθές ή ψευδές.
 - Δηλαδή η ερμηνεία του μπορεί να είναι οποιοδήποτε γεγονός ή έννοια του πραγματικού κόσμου
 - Το γεγονός αυτό θα είναι είτε αληθές είτε ψευδές στον πραγματικό κόσμο
 - Τι ακριβώς είναι η ερμηνεία;
- Ας θεωρήσουμε ένα σύνολο P προτασιακών συμβόλων. Μια **ερμηνεία** (*interpretation*) του P είναι μια αντιστοίχιση
$$I : P \rightarrow \{\text{true}, \text{false}\}$$
Δηλαδή καθορίζει ένα μοντέλο για τα σύμβολα:
 - ✓ για παράδειγμα $W1,1 = \text{false}$, $W2,1 = \text{false}$, $W1,2 = \text{true}$.
- Η έννοια της ερμηνείας μπορεί να επεκταθεί σε οποιαδήποτε καλά σχηματισμένη πρόταση χρησιμοποιώντας την ερμηνεία των λογικών συνδετικών.



Προτασιακή Λογική-Σημασιολογία (2/2)

Η σημασιολογία της ΠΛ πρέπει να καθορίζει πως υπολογίζεται η τιμή αληθείας οποιασδήποτε πρότασης με δεδομένο ένα μοντέλο:

- Εφόσον όλες οι προτάσεις κατασκευάζονται από ατομικές προτάσεις και τα συνδετικά, πρέπει να καθορίσουμε:
 1. πως υπολογίζεται η αλήθεια των ατομικών προτάσεων,
 2. πως υπολογίζεται η αλήθεια των προτάσεων που σχηματίζονται με καθένα από τα συνδετικά.
- **Το πρώτο είναι απλό:**
 - Η *true* είναι αληθής σε κάθε μοντέλο και η *false* είναι ψευδής σε κάθε μοντέλο.
 - Η τιμή αληθείας κάθε άλλου προτασιακού συμβόλου καθορίζεται άμεσα στο μοντέλο (π.χ. $W1,1 = false$, $W2,1 = false$, $W1,2 = true$).
- **Για το δεύτερο έχουμε κανόνες:**
 - Π.χ. Για οποιαδήποτε πρόταση s και μοντέλο m , η πρόταση $\neg s$ είναι αληθής στο m εάν και μόνο η s είναι ψευδής στο m .



Σημασιολογία-Πίνακες Αληθείας (1/4)

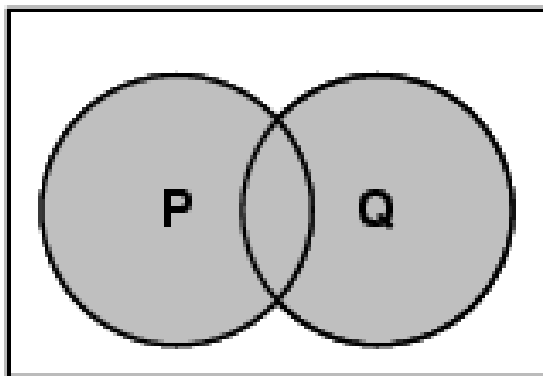
- Οι κανόνες για το κάθε συνδετικό μπορούν να συνοψιστούν σε έναν **πίνακα αληθείας** (*truth table*):
 - με χρήση των πινάκων μπορεί να υπολογιστεί η τιμή αληθείας κάθε πρότασης αναδρομικά.

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
ψευδές	ψευδές	αληθές	ψευδές	ψευδές	αληθές	αληθές
ψευδές	αληθές	αληθές	ψευδές	αληθές	αληθές	ψευδές
αληθές	ψευδές	ψευδές	ψευδές	αληθές	ψευδές	ψευδές
αληθές	αληθές	ψευδές	αληθές	αληθές	αληθές	αληθές

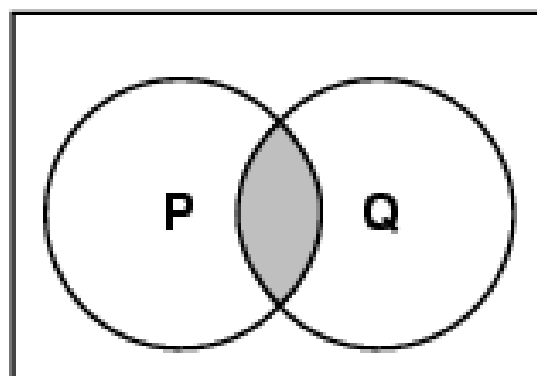


Σημασιολογία-Πίνακες Αληθείας (2/4)

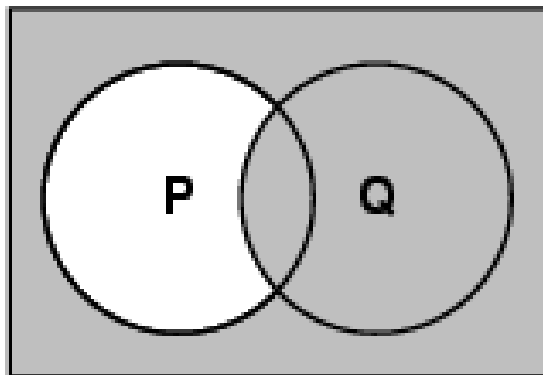
$P \vee Q$



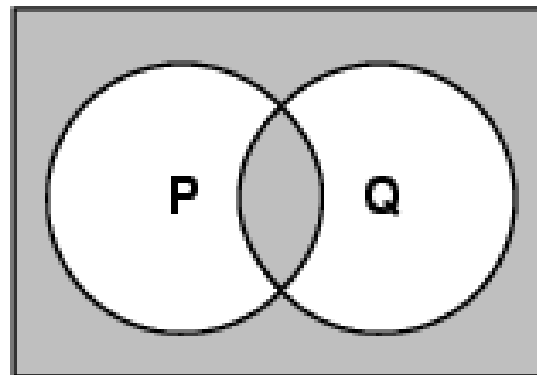
$P \wedge Q$



$P \Rightarrow Q$



$P \Leftrightarrow Q$



Σημασιολογία-Πίνακες Αληθείας (3/4)

- Οι πίνακες αληθείας είναι σύμφωνοι με την ανθρώπινη διαίσθηση:
 - προσοχή στο $P \cup Q$ (είναι αληθές όταν P και Q είναι αληθή).
Εκτός από την περίπτωση του $P \cap Q$
 - P συνεπάγεται Q (αν P τότε Q).
 - ✓ Στην ΠΛ δεν χρειάζεται να υπάρχει σχέση αιτιότητας ή συνάφειας μεταξύ P και Q . Η πρόταση «βρέχει στην Κοζάνη \Rightarrow η Κρήτη είναι νησί» είναι απόλυτα σωστή στην ΠΛ.
 - ✓ οποιαδήποτε συνεπαγωγή είναι αληθής όταν η προϋπόθεση της είναι ψευδής. Π.χ. «η Κοζάνη είναι νησί \Rightarrow θα χιονίσει τα Χριστούγεννα» είναι αληθής πρόταση άσχετα με το αν θα χιονίσει τα Χριστούγεννα ή όχι.
 - ✓ $P \supset Q$ στην ΠΛ μας λέει «**Αν ισχύει το P ισχυρίζομαι ότι είναι αληθές το Q , αλλιώς δεν ισχυρίζομαι τίποτα**».
 - Αυτό είναι ψευδές μόνο αν το P είναι αληθές και το Q ψευδές.



Σημασιολογία-Πίνακες Αληθείας (4/4)

- Ο πίνακας αληθείας για την ισοδυναμία δείχνει ότι το $P \hat{=} Q$ είναι αληθές όταν είναι αληθές το $P \supset Q$ και το $Q \supset P$.
- Ας σκεφτούμε τους κανόνες του κόσμου του Wumpus. Πως θα γράψουμε τον κανόνα που μας λέει ότι ένα τετράγωνο έχει αύρα αν ένα γειτονικό τετράγωνο έχει παγίδα;
 $B_{1,1} \hat{=} (P_{1,2} \cup P_{2,1})$
ή
 $B_{1,1} \supset (P_{1,2} \cup P_{2,1})$
 - Η συνεπαγωγή απαιτεί να υπάρχει παγίδα αν υπάρχει αύρα αλλά δεν αποκλείει να υπάρχει παγίδα όταν δεν υπάρχει αύρα:
 - ✓ αυτό το κάνει η ισοδυναμία.



Μια απλή βάση γνώσης

- Θα ασχοληθούμε μόνο με τις παγίδες (γούβες):
 - $R_1: \neg \Gamma_{1,1}$
 - $R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$.
 - $R_3: A_{2,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1})$.
 - $R_4: \neg A_{1,1}$
 - $R_5: A_{2,1}$
- Βάση γνώσης: Σύζευξη προτάσεων
 - $KB \equiv R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$.

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 Γ?	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 Π A OK	3,1 Γ?	4,1



Συμπερασμός με απαρίθμηση

- Θέλουμε να απαντάμε σε ερωτήσεις της μορφής: $KB \models \alpha$;
- 7 μεταβλητές: $A_{1,1}, A_{2,1}, \Gamma_{1,1}, \Gamma_{1,2}, \Gamma_{2,1}, \Gamma_{2,2}$ και $\Gamma_{3,1}$.
- $2^7=128$ δυνατά μοντέλα.
- Η KB είναι αληθής σε 3 από αυτά.
 - $KB \models \neg\Gamma_{1,2}$
 - $KB \not\models \Gamma_{2,2}$
 - $KB \not\models \neg\Gamma_{2,2}$.
- Χρονική πολυπλοκότητα: $O(2^n)$.
- Χωρική πολυπλοκότητα: $O(n)$.
 - όπου n το πλήθος των προτασιακών συμβόλων.
- *Κάθε γνωστός πλήρης αλγόριθμος συμπερασμού για την προτασιακή λογική έχει μια πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης που είναι εκθετική ως προς το μέγεθος της εισόδου.*



Λογική ισοδυναμία

Δύο προτάσεις είναι λογικά ισοδύναμες αν είναι αληθείς στο ίδιο σύνολο μοντέλων:

- $(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$ αντιμεταθετικότητα του \wedge .
- $(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$ αντιμεταθετικότητα του \vee .
- $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$ προσεταιριστικότητα του \wedge .
- $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$ προσεταιριστικότητα του \vee .
- $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$ απαλοιφή διπλής άρνησης.
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$ αντιθετοαντιστροφή.
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$ απαλοιφή συνεπαγωγής.
- $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$ απαλοιφή αμφίδρομης υποθετικής πρότασης.
- $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ νόμος De Morgan.
- $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ νόμος De Morgan.
- $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$ επιμεριστικότητα του \wedge ως προς το \vee .
- $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$ επιμεριστικότητα του \vee ως προς το \wedge .



Έγκυρες και Ικανοποιήσιμες προτάσεις

- **Έγκυρες προτάσεις:** Είναι αληθείς σε όλα τα μοντέλα.
 - π.χ. $P \vee \neg P$
- **Ικανοποιήσιμες προτάσεις:** Είναι αληθείς σε τουλάχιστον ένα μοντέλο.
 - Η πρόταση α είναι αληθής στο μοντέλο m . Το m ικανοποιεί την α . Το m είναι ένα μοντέλο της α .
 - π.χ. $P, P \vee Q, (P \wedge R) \vee Q$
- **Μη ικανοποιήσιμες προτάσεις:** δεν είναι αληθείς σε κανένα μοντέλο.
 - π.χ. $P \wedge \neg P$
- Η α είναι έγκυρη εάν και μόνο αν η $\neg\alpha$ δεν είναι ικανοποιήσιμη.
- Απαγωγή σε άτοπο:
 - $\alpha \vDash \beta$ εάν και μόνο εάν η πρόταση $(\alpha \wedge \neg\beta)$ είναι μη ικανοποιήσιμη.



Πολυπλοκότητα στην Προτασιακή Λογική

- **Θεώρημα:** Το πρόβλημα του καθορισμού αν μια πρόταση της ΠΛ είναι ικανοποιήσιμη είναι **NP-complete** (Cook, 1971):
 - Το πρόβλημα του καθορισμού αν μια πρόταση του ΠΛ είναι έγκυρη είναι **co-NP-complete**.
 - Είναι πολύ απίθανο να βρούμε έναν πολυωνυμικό αλγόριθμο για αυτά τα προβλήματα.
- Μια πρόταση της ΠΛ καλείται **πρόταση Horn** αν είναι της μορφής
$$P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \Rightarrow Q$$
ή ισοδύναμα
$$\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \dots \vee \neg P_n \vee Q$$
- **Θεώρημα:** Αν η φ είναι μια σύζευξη προτάσεων Horn τότε το αν η φ είναι ικανοποιήσιμη μπορεί να βρεθεί σε πολυωνυμικό χρόνο.



Κανόνες Εξαγωγής

Συμπερασμάτων στην ΠΛ (1/2)

- Ένας κανόνας εξαγωγής συμπερασμάτων είναι ένας κανόνας της μορφής:

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$$

όπου οι $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ είναι προτάσεις που ονομάζονται **συνθήκες** (*conditions*) και η β είναι μια πρόταση που ονομάζεται **συμπέρασμα** (*conclusion*).

- Όποτε έχουμε ένα σύνολο προτάσεων που ταιριάζουν με τις συνθήκες ενός κανόνα τότε μπορούμε να εξάγουμε την πρόταση που είναι το συμπέρασμα του κανόνα.



Κανόνες Εξαγωγής

Συμπερασμάτων στην ΠΛ (2/2)

- **Modus Ponens** (τρόπος του «θέτειν»): $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge \alpha \models \beta$
- **And-Elimination** (απαλοιφή του «και»): $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n \models \alpha_i$
- **And-Introduction** (εισαγωγή του «και»): $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n$
- **Or-Introduction** (εισαγωγή του «ή»): $\alpha_i \models \alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \dots \vee \alpha_n$
- **Double-Negation Elimination** (απαλοιφή διπλής άρνησης): $\neg \neg \alpha \models \alpha$
- **Unit Resolution** (μοναδιαία ανάλυση): $(\alpha \vee \beta) \wedge \neg \beta \models \alpha$
- **Resolution** (ανάλυση): $(\alpha \vee \beta) \wedge (\neg \beta \vee \gamma) \models (\alpha \vee \gamma)$



Πρότυπα συλλογιστικής στην προτασιακή λογική



Μέθοδοι Απόδειξης

- Οι μέθοδοι απόδειξης χωρίζονται σε δύο γενικές κατηγορίες:
 - **Εφαρμογή κανόνων συμπερασμού:**
 - Ορθός τρόπος παραγωγής νέων προτάσεων από υπάρχουσες.
 - Απόδειξη = μια ακολουθία εφαρμογής κανόνων συμπερασμού.
 - Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους κανόνες συμπερασμού ως τις πιθανές ενέργειες σε έναν γενικό αλγόριθμο αναζήτησης.
 - **Επαλήθευση Μοντέλων:**
 - Απαρίθμηση πίνακα αληθείας (*πάντα με εκθετικό κόστος*).
 - βελτιωμένη αναζήτηση υπαναχώρησης (*Davis-Putnam-Logemann-Loveland αλγόριθμος*).
 - ευριστική αναζήτηση στο χώρο μοντέλων (*ορθή αλλά όχι πλήρης*).
 - π.χ., hill-climbing αλγόριθμοι.



Κανόνες συμπερασμού

Modus ponens («τρόπος του θέτειν»)

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \quad \alpha}{\beta}$$

Απαλοιφή του ΚΑΙ

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$$

Όλες οι λογικές ισοδυναμίες, π.χ.

$$\frac{\alpha \Leftrightarrow \beta}{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}$$

$$\frac{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}{\alpha \Leftrightarrow \beta}$$



Παράδειγμα (1/3)

• Θα αποδείξουμε το $\neg \Gamma_{1,2}$:

– $R_6: (A_{1,1} \Rightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})) \wedge ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$

– $R_7: ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$

– $R_8: (\neg A_{1,1} \Rightarrow \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}))$

– $R_9: \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$

– $R_{10}: \neg \Gamma_{1,2} \wedge \neg \Gamma_{2,1}$

– $R_{11}: \neg \Gamma_{1,2}$

$R_1: \neg \Gamma_{1,1}$

$R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$

$R_3: A_{2,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1})$

$R_4: \neg A_{1,1}$

$R_5: A_{2,1}$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 Γ?	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 Π A OK	3,1 Γ?	4,1



Αποδείξεις

- Η παραπάνω συλλογιστική διαδικασία ονομάζεται **απόδειξη**:
 - Η εύρεση αποδείξεων είναι ακριβώς σαν την εύρεση λύσεων σε προβλήματα αναζήτησης:
 - ✓ Αρχική κατάσταση; Μετάβαση μεταξύ καταστάσεων (συνάρτηση διαδόχων);
 - ✓ Μπορούν να εφαρμοστούν όλοι οι γενικοί αλγόριθμοι αναζήτησης.
- Διαδικασία αναζήτησης:
 - **Προς τα εμπρός.**
 - **Προς τα πίσω.**
 - είναι πολύ πιο αποδοτική από την απαρίθμηση μοντέλων στην πράξη
 - ✓ Επειδή αγνοεί πολλές άσχετες ατομικές προτάσεις.
- **Μονοτονικότητα**:
 - εάν $KB \models \alpha$ τότε $KB \wedge \beta \models \alpha$.



Παράδειγμα (2/3)

- Από τις προτάσεις:

- $R_1: \neg \Gamma_{1,1}$
- $R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$
- $R_3: A_{2,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1})$
- $R_4: \neg A_{1,1}$
- $R_5: A_{2,1}$
- $R_6: (A_{1,1} \Rightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})) \wedge ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$
- $R_7: ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$
- $R_8: (\neg A_{1,1} \Rightarrow \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}))$
- $R_9: \neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$
- $R_{10}: \neg \Gamma_{1,2} \wedge \neg \Gamma_{2,1}$

- και πηγαίνοντας από το [2,1] στο [1,1] και μετά στο [1,2], όπου υπάρχει δυσοσμία αλλά όχι αύρα, προκύπτουν...

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 W!	2,3	3,3	4,3
1,2 □ Δ OK	2,2 OK	3,2	4,2
1,1 E OK	2,1 A E OK	3,1 Γ!	4,1



Παράδειγμα (3/3)

- (συνέχεια...)
 - $R_{11}: \neg A_{1,2}$
 - $R_{12}: A_{1,2} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{1,3})$
- Εφαρμόζοντας αντιθετοαντιστροφή και modus ponens παίρνουμε:
 - $R_{13}: \neg \Gamma_{2,2}$
 - $R_{14}: \neg \Gamma_{1,3}$
- Από τις R_3 και R_5 παίρνουμε:
 - $R_{15}: \Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{2,2} \vee \Gamma_{3,1}$
- Από την R_{15} και την R_{13} παίρνουμε:
 - $R_{16}: \Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{3,1}$
- Τέλος από την R_{16} και την R_1 παίρνουμε:
 - $R_{17}: \Gamma_{3,1}$



Ανάλυση (*resolution*)

Μοναδιαία ανάλυση (unit resolution)

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, \quad m}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k} \quad l_i = \neg m$$

Πλήρης ανάλυση

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n} \quad l_i = \neg m_j$$

Διαζευκτική πρόταση, συμπληρωματικά λεκτικά

Παράδειγμα:
$$\frac{\Gamma_{1,1} \vee \Gamma_{3,1}, \quad \neg \Gamma_{1,1} \vee \neg \Gamma_{2,2}}{\Gamma_{3,1} \vee \neg \Gamma_{2,2}}$$



Πληρότητα

- Οποιοσδήποτε πλήρης αλγόριθμος αναζήτησης που εφαρμόζει μόνο τον κανόνα της ανάλυσης μπορεί να συνάγει οποιοδήποτε συμπέρασμα που καλύπτεται λογικά από οποιαδήποτε βάση γνώσης της προτασιακής λογικής.
- Με δεδομένο το A δεν μπορεί να «αποδείξει» το $A \vee B$.
- Μπορεί όμως να απαντήσει εάν το $A \vee B$ είναι αληθές ή ψευδές.
 - Πληρότητα διάψευσης.



Συζευκτική κανονική μορφή (*conjunctive normal form, CNF*)

- Κάθε πρόταση της προτασιακής λογικής είναι λογικά ισοδύναμη με μια σύζευξη διαζεύξεων λεκτικών.

Αλγόριθμος

- Απάλειψε τις \Rightarrow με τον κανόνα $(p \Rightarrow q)$ ισοδυναμεί με $(\neg p \vee q)$.
- Χρησιμοποίησε τους κανόνες de Morgan's ώστε οι αρνήσεις να εφαρμόζονται σε ατομικά λεκτικά.
- Επιμερισμός των \vee και \wedge για να πάρουμε σύζευξη διαζεύξεων.
- Διαδικασία μετατροπής σε CNF (παράδειγμα για R_2):
 - $R_2: A_{1,1} \Leftrightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})$
 - $(A_{1,1} \Rightarrow (\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1})) \wedge ((\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \Rightarrow A_{1,1})$
 - $(\neg A_{1,1} \vee \Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \wedge (\neg(\Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \vee A_{1,1})$
 - $(\neg A_{1,1} \vee \Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \wedge ((\neg \Gamma_{1,2} \wedge \neg \Gamma_{2,1}) \vee A_{1,1})$
 - $(\neg A_{1,1} \vee \Gamma_{1,2} \vee \Gamma_{2,1}) \wedge (\neg \Gamma_{1,2} \vee A_{1,1}) \wedge (\neg \Gamma_{2,1} \vee A_{1,1})$



Αλγόριθμος ανάλυσης (1/2)

- Για να αποδείξουμε το $KB \models \alpha$, αποδεικνύουμε ότι η $(KB \wedge \neg\alpha)$ είναι μη ικανοποιήσιμη:
 - Εισάγουμε στην KB την $\neg\alpha$.
 - Μετατρέπουμε την $(KB \wedge \neg\alpha)$ σε μορφή CNF.
 - Εφαρμόζουμε τον κανόνα της ανάλυσης σε οποιοδήποτε ζεύγος προτάσεων όπου μπορεί να εφαρμοστεί.
 - Εάν καταλήξουμε σε άτοπο, η πρόταση α καλύπτεται από την KB .
 - άτοπο σημαίνει κενή πρόταση (*false*)
 - Ειδάλλως δεν καλύπτεται...



Αλγόριθμος ανάλυσης (2/2)

```
function PL-RESOLUTION( $KB, \alpha$ ) returns true or false
  inputs:  $KB$ , the knowledge base, a sentence in propositional logic
            $\alpha$ , the query, a sentence in propositional logic
   $clauses \leftarrow$  the set of clauses in the CNF representation of  $KB \wedge \neg\alpha$ 
   $new \leftarrow \{ \}$ 
  loop do
    for each  $C_i, C_j$  in  $clauses$  do
       $resolvents \leftarrow$  PL-RESOLVE( $C_i, C_j$ )
      if  $resolvents$  contains the empty clause then return true
       $new \leftarrow new \cup resolvents$ 
  if  $new \subseteq clauses$  then return false
   $clauses \leftarrow clauses \cup new$ 
```



Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Σημείωμα Αναφοράς

- Copyright Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Στεργίου Κωνσταντίνος. «**Τεχνητή Νοημοσύνη**». Έκδοση: 1.0. Κοζάνη 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.uowm.gr/courses/ICTE103/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Όχι Παράγωγα Έργα Μη Εμπορική Χρήση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως Μη Εμπορική ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους
υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- Τεχνητή Νοημοσύνη, Μια σύγχρονη προσέγγιση, S. Russel, P. Norvig, Εκδόσεις Κλειδάριθμος

