

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδακτική Ενότητα: ΔΥΝΑΜΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ

Διάρκεια διδασκαλίας: 37 λεπτά

- E. Θα ήθελα κάποιος να μας θυμίσει γιατί μιλήσαμε στο τελευταίο μας μάθημα. Ελένη.
- Ελένη. Για την πρόσθεση, την αφαίρεση και τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων .
- E. Μιλήσαμε λοιπόν για την πρόσθεση , την αφαίρεση και τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων. Κατερίνα, υπάρχει διαφορά ανάμεσα στην πρόσθεση, την αφαίρεση και τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων;
- Κατερίνα. Ναι.
- E. Σίγουρα, πραξιακή διαφορά θα υπάρχει. Ουσιαστική υπάρχει;
- Κατερίνα. Ναι, ήθελα να πω για τα ομώνυμα.
- E. Ααα ... κάτι για τα ομώνυμα. Ναι.
- Κατερίνα. Στον πολλαπλασιασμό δε χρειάζεται να είναι ομώνυμα...
- E. Στον πολλαπλασιασμό δε χρειάζεται να τα κάνουμε ομώνυμα....
- ΦΑΝΗΣ Όπως και στη διαίρεση....
- E Όπως και στη διαίρεση... Δεν έχουμε πει όμως Φάνη για τη διαίρεση. Εγώ, τώρα αυτό που θα ήθελα να συζητήσουμε όλοι..... είχα κάποια άλλα πράγματα στο μυαλό μου να συζητήσουμε, αλλά θυμήθηκα ότι αμέσως μετά τον πολλαπλασιασμό των φυσικών αριθμών είπαμε και κάτι ακόμα. Ποιος θυμάται να μας πει. Σέργιε.
- Σέργιος. Νομίζω είπαμε για την αντιμεταθετική ...
- E. Είπαμε για τις ιδιότητες, έτσι; Δε νομίζω όμως ότι ήταν αυτό... Κάτι άλλο ήταν. ..Κάτι καινούργιο είπαμε... Κάτι καινούργιο... Δέσποινα.
- Δέσποινα. Για τον πολλαπλασιασμό των κλασμάτων.
- E. Ωραία. Τον πολλαπλασιασμό των κλασμάτων τον μάθαμε. Για θύμισέ μας τώρα πως πολλαπλασιάζουμε κλάσματα.
- Δέσποινα. E.. τον αριθμητή με τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον παρονομαστή.
- E. Ωραία. Εγώ κάτι άλλο θυμόμουνα μετά τον πολλαπλασιασμό που είπαμε. Φάνη.
- Φάνης. Σύγκριση κλασμάτων;
- E. Όχι..Για τους φυσικούς. Αφήστε για λίγο τα κλάσματα ... ας πάμε ενάμιση μήνα πριν. Φανταστείτε μας λοιπόν τέλος Σεπτεμβρίου να συζητάμε για τον πολλαπλασιασμό των φυσικών αριθμών. Μαρία.
- Μαρία. Είπαμε ότι όταν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε, να προσθέσουμε οτιδήποτε ένα φυσικό αριθμό με ένα κλάσμα το πώς το μετατρέπουμε...
- E. Πρόσεχε,.. μιλάς πάλι στο πλαίσιο του πολλαπλασιασμού κλασμάτων. Αυτό που με ενδιαφέρει είναι να θυμηθείτε τους φυσικούς (τονίζεται). Δεν είναι Δεκέμβριος τώρα είναι Σεπτέμβριος.. Πέτρο.
- Πέτρος. Δε γίνεται να πολλαπλασιάσουμε δύο διαφορετικά πράγματα.

- E. Όχι, όχι αυτό γίνεται..... Ποιος θα μας πει κάτι γι αυτό που λέει ο Πέτρος;
- Πέτρος. Είχαμε πει για παράδειγμα ότι δε γίνεται να πολλαπλασιάσουμε μπανάνες με ντομάτες.
- Μαρία. Να προσθέσουμε...
- E. Να προσθέσουμε. Βλέπεις η Μαρία σε διορθώνει. Ελένη.
- Ελένη. ..Ότι ένας φυσικός αριθμός μπορεί να γίνει κλάσμα με παρονομαστή το 1.
- E. Επιμένετε πάνω στα κλάσματα. Εμένα μου ήρθε στο μυαλό αυτό εδώ.

(γράφει στον πίνακα 2.2.2.2)

(μαθητές: κύριε , κύριε,.. ααα,... αυτό,... αυτό ήθελα να πω...)

- E. Ααα. Τι ααα!!!! Τι είναι αυτό εδώ Σταμάτη που έχω γράψει στον πίνακα;
- Σταμάτης. Πολλοί πολλαπλασιασμοί μαζί.
- E. Άσχετοι όμως;
- Σταμάτης. Όχι ίδιοι, οπότε μπορεί.....
- E. Τι εννοείς ίδιοι;
- Σταμάτης. ... Ίδιοι..
- E. Ίδιοι πολλαπλασιασμοί... αφού είναι μία πράξη... μόνο πολλαπλασιασμός.... Κάτι άλλο μήπως είναι ίδιο;
- Σέργιος. Παράγοντες;
- E. Αααα... Ίδιοι παράγοντες. Δηλαδή τι κάνω εγώ εδώ;
- Σταμάτης. Πολλαπλασιάζω τον ίδιο αριθμό μία-δύο-τρεις-τέσσερις φορές.
- E. Άρα **πολλαπλασιάζω ίδιο αριθμό κάποιες φορές** (γράφει την έκφραση στον πίνακα). Αυτό σας είπα να θυμηθείτε από τους φυσικούς και η Δήμητρα κόλλησε το μυαλό της στα κλάσματα.... Τι είπαμε ότι λέμε ένα-δύο-τρία... ξεκολλάμε και προχωράμε. Έτσι, τι χρώμα έχει η ντομάτα;
- Τάξη. Κόκκινο!!!
- E. Για να δούμε τώρα. Αυτό εδώ είναι βολικό να το γράφουμε έτσι..... Γιάννη;
- Γιάννης. Όχι, γιατί άμα υπάρχουν πολλοί περισσότεροι αριθμοί μπορεί να κουραστούμε κιόλας και δε θα είναι...
- E. Τι κάνουμε λοιπόν γι αυτό το λόγο;
- Γιάννης. Κάνουμε μία δύναμη..
- E. Αααα... Ένα καινούργιο σύμβολο κάναμε. Τη δύναμη. Ναι.. ναι ..ναι ..
- Γιάννης. Που είναι...
- E. Πολύ ενδιαφέρουσα άποψη αυτή εδώ.
- Γιάννης. ...Που είναι η βάση που βάζουμε τον αριθμό που θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε.
- E. Δηλαδή εδώ θα βάλω ποιο;
- Γιάννης. Το 2, και έχουμε και τον εκθέτη που δείχνει πόσες φορές θα πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό... τέσσερις.
- E. Τέσσερα.

(συμπληρώνει $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$)

- ... Όλο αυτό λοιπόν είναι τι πράγμα Γιάννη;
- Γιάννης . Μία δύναμη.
Ε. Μία δύναμη. Χμμ... Οπότε τώρα ο προβληματισμός μου είναι ο εξής. Μπορώ να κάνω Κατερίνα κάτι τέτοιο και με τα κλάσματα;
- Κατερίνα. Ναι.
Ε. Έχω το δικαίωμα; Γιατί κορίτσι μου έχω το δικαίωμα;
Κατερίνα. Γιατί μπορεί να πολλαπλασιάζεται το δύο πρώτα με το δύο πρώτα, το δύο πρώτα με το δύο πρώτα.....
- Ε. Α.... πάρα πολύ ωραία. Η Κατερίνα κοιτάζει τι ωραία λέει: Μα τι λέτε Κύριε, τα κλάσματα –συχνά- οι φυσικοί μπορούν να γίνουν κλάσματα. Δηλαδή αυτό μπορεί να γίνει δύο πρώτα- δύο πρώτα- δύο πρώτα- δύο πρώτα.
- (γράφει στον πίνακα $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} =$)
- Για να ρωτήσω όμως κάτι Κατερίνα, δε θα αλλάξει και το αποτέλεσμα;
- Κατερίνα. **Ναι.**
Ε. Γιατί;
Κατερίνα. Γιατί το δύο πρώτα έχει παρονομαστή το δύο και αντί το δύο έχουμε βάλει παρονομαστή το ένα.
Ε. Έχουμε βάλει παρονομαστή το ένα. Όχι ξέρεις τι... εμένα με ενδιαφέρει τώρα να πάρω αυτό εδώ το μοντέλο..
- (δείχνει $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$)
- από τους φυσικούς αριθμούς και να το κάνω να ισχύει και στα κλάσματα. Να δω κατά πρώτον αν μπορώ να το κάνω. Αν έχω το δικαίωμα. Η ιδέα σου μου αρέσει πάρα πολύ. Ότι πήγες και έκανες το δύο κλάσμα μου αρέσει πάρα πολύ. Αλλά σαν αποτέλεσμα τώρα να δούμε, θα αλλάξει κάτι;
- Κατερίνα. Όχι
Ε. Όχι γιατί όμως; Γιατί δε θα αλλάξει;
Κατερίνα. Ο παρονομαστής....
Ε. Γιατί ο Γιάννης, πρόσεξε να δεις λίγο Κατερίνα τι εννοώ..... ίσως δεν έγινα σαφής..... Ο Γιάννης μας είπε λοιπόν ότι όταν είναι τα δυάρια μόνο αυτό το αποτέλεσμα κάνει δύο εις την τετάρτη. Εμένα με ενδιαφέρει να ξέρω θα είναι το ίδιο αν το κάνω το δύο (2) κλάσμα;. .. αυτό με ενδιαφέρει.
- Κατερίνα. Θα είναι δύο πρώτα
Ε. Ααα... δύο πρώτα. Τι;.. δύο πρώτα. Αχά..... δηλαδή εδώ (**δείχνει το δεύτερο μέλος της $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$**) δε θα αλλάξει κάτι; Θα είναι το ίδιο;
- Κατερίνα. Ναι.
Ε. Δε με πείθεις όμως. Δηλαδή θα πολλαπλασιάσω το δύο πρώτα και θα βγάλει δύο εις την τετάρτη πρώτα πάλι;. Κάτι δε μου κολλάει, κάτι δε μου αρέσει. Σταμάτη;
- Σταμάτης. Νομίζω... εγώ.... πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.
Ε. Ααα..

- Σταμάτης ..Ένα επί ένα επί ένα επί ένα και βγάζει πάλι ένα οπότε... δύο επί δύο..
- E. Δηλαδή εδώ κανονικά στο αποτέλεσμα του Γιάννη... για να δούμε λιγάκι εδώ κάτι γίνεται τώρα.. κάτι.. κάτι ..κάτι πάει να γίνει. Δηλαδή τι προτείνεις να κάνουμε εδώ Σταμάτη;
- Σταμάτης. Παρονομαστής είναι πάλι το ένα..
- E. Γιατί;
- Σταμάτης. Αφού ένα επί ένα επί ένα.
- E. Αααα....
- (συμπληρώνει $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2^4}{1}$)**
- Συμφωνούμε τώρα όλοι για αυτό;
- Κάποιοι. Ναι.
- E. Αυτό είπαμε από ποιόν κανόνα βγαίνει Δέσποινα; Πως βρέθηκε το ένα επί ένα επί ένα κάτω στον παρονομαστή μας;
- Δέσποινα. .. Για να κάνουμε έναν αριθμό κλάσμα ...
- E . Το κάναμε αυτό πάει. Σου λέω αυτό πως βρέθηκε; ... αυτό που λες είναι εδώ (δειχνει το πρώτο μέλος της $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2^4}{1}$) δεν είναι εδώ (δειχνει το δεύτερο μέλος της ίδιας).
- Δέσποινα. Για να γίνειεεε.....
- E. Βενετία.
- Βενετία. Αφού πολλαπλασιάσαμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.....
- E. Πως βρέθηκαν αυτοί οι άσσοι; Ένας επί ένας επί ένας.
Πολλαπλασιάζουμε λοιπόν τους παρονομαστές, πολλαπλασιάζουμε όμως και τους αριθμητές.
- (γράφει στον πίνακα $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} =$)**
- Βλέπεις Κατερίνα ότι αυτό έχει μεγαλύτερη πειθώ. Με πείθει καλύτερα γιατί έχει και κανόνες μέσα έχει πολύ πράγμα δεν είναι κάτι το κατευθείαν. Οπότε Σταμάτη για συνέχισε λίγο εδώ.
- Σταμάτης. Μπορούμε να κάνουμε δύο εις την τετάρτη..
- E. Πολύ ωραία.
- Σταμάτης. .. τώρα επί ένα εις την τετάρτη, εντάξει..
- E. Όχι επί..
- Σταμάτης. Ναι ένα εις την τετάρτη..
- E. Προς ένα εις την Τετάρτη. Ωραία.
- (συμπληρώνει την ισότητα $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{2^4}{1^4}$)**
- Αχά... μπορώ. Αυτό πάει λιγάκι το μυαλό μου και τελικά.. να ρωτήσω κάτι, βγάζει αυτό δύο εις την τετάρτη σαν αποτέλεσμα τελικό Ελένη;
- Ελένη. Ναι
- E. Γιατί κορίτσι μου;
- Ελένη. Όσο εύκολα μπορούμε να βάλουμε το ένα μπορούμε και να το βγάλουμε δεν επηρεάζει..
- E. Ένα εις την τετάρτη πόσο βγάζει δηλαδή.;
- Ελένη. Ένα
- E. Ωραία. Ναι Γιάννη.

- Γιάννης. Έχω μία ερώτηση (διατύπωση άποψης)
 Ε. Βεβαίως
 Γιάννης. Για να βγει το ίδιο αποτέλεσμα πρέπει να είναι η μονάδα παρονομαστής. Αν είναι κάποιος άλλος αριθμός δε γίνεται να είναι.
 Ε. Για να δούμε τώρα. Εμένα τώρα με προβληματίζει αυτό που λέει ο Γιάννης, αλλά από την άλλη έχω μία αίσθηση ότι μπορώ να πολλαπλασιάζω... όχι μπορώ να πολλαπλασιάζω, μάλλον κάποιος να μας βγάλει ένα συμπέρασμα από αυτό που βλέπει στον πίνακα. Σαν αυτό όμως (δείχνει τη γραμμένη στον πίνακα έκφραση πολλαπλασιάζω ίδιο αριθμό κάποιες φορές)
 ... Δηλαδή τι μπορούμε να έχουμε τελικά; Δημήτρη
 Δημήτρη. Μπορούμε να έχουμε δυνάμεις στους όρους των κλασμάτων αλλά όχι σε όλο το κλάσμα..
 Ε. Όχι στο ίδιο το κλάσμα.
 Δημήτρη. .. είναι δύο επί δύο τέσσερα, τρία επί τρία εννιά. Τέσσερα ένατα επί δύο τρίτα δεν είναι ισοδύναμα...
 Ε. Έχασες όμως Δημήτρη την ουσία της δύναμης. Όταν λέμε δύναμη τι ακριβώς εννοούμε;
 Δημήτρη. Συνεχόμενοι πολλαπλασιασμοί του ιδίου αριθμού.
 Ε. Του ιδίου αριθμού. Άρα λοιπόν εγώ κρατάω αυτό το πράγμα στο μυαλό μου και το δύο τρίτα είπες; για να πάω να περάσω το δύο τρίτα, πόσες φορές θες να το πολλαπλασιάσω με τον εαυτό του;.
 Δημήτρη. Τρεις
 Ε. Τρεις.
 (συγχρόνως γράφει στον πίνακα $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} =$)
 Έχω το δύο τρίτα.... έχω βασικά αυτό το δικαίωμα να το κάνω;
 Δημήτρη. Ναι
 Ε. Βεβαίως. Μπορώ να πολλαπλασιάζω κλάσματα, ειδικά αν είναι το ίδιο. Ωραία. Για να δούμε λοιπόν αυτό εδώ, Βενετία, τι ιδέα έχεις τι να το κάνω αυτό;
 Βενετία. Να το κάνουμε δύναμη.
 Ε. Να το κάνουμε δύναμη. Ποια δύναμη θα γίνει;
 Βενετία. Θα γίνει δύο εις την τρίτη και τρία εις την Τρίτη.
 Ε. Γιατί όμως;
 Βενετία. Γιατί πολλαπλασιάζουμε το δύο τρεις φορές και το τρία τρεις φορές.
 Ε. Γιατί; Με τους φυσικούς το κατάλαβα. Εδώ δεν ξέρω τι γίνεται τώρα. Γιατί ήδη ο Γιάννης λέει κύριε πήρατε βολικό αριθμό. Πήρατε το ένα, εντάξει, εδώ τι γίνεται όμως. Εύα
 Εύα. Γιατί πολλαπλασιάζουμε τους αριθμητές με τους αριθμητές και τους παρονομαστές
 Ε. Αααα... Βλέπετε ότι δεν κάνω τίποτε άλλο από το να παίρνω τι μου έχει πει ο πολλαπλασιασμός των κλασμάτων. Εύα δυνατά λίγο να σε ακούσουμε.
 Εύα. Πως στον πολλαπλασιασμό των κλασμάτων πολλαπλασιάζω τους αριθμητές με τους αριθμητές και τους....
 Ε. Άρα τι θα γράψω εδώ;
 Εύα και Ε. Δύο επί δύο επί δύο και τρία επί τρία επί τρία.

$$(\text{συμπληρώνει την ισότητα } \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3})$$

Ε. Οπότε τώρα στην ουσία τι έχω κερδίσει με αυτό τον τρόπο; Παύλε, με την ιδέα της Εύας, τι έχω κερδίσει;

Παύλος. Να κάνω το δύο επί δύο επί δύο ως δύο εις την τρίτη.

Ε. Πάρα πολύ ωραία.

$$(\text{συμπληρώνει το προηγούμενο } \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^3}{3^3})$$

Δηλαδή τι έχουμε κερδίσει να το δούμε και λίγο πιο έτσι..

Παύλος. Να μικρύνουμε

Ε. Χμμ . Δε μικραίνει στην ουσία. Το δύο επί δύο επί δύο θα γίνει οκτώ.. μικραίνει; Τι έχουμε κερδίσει έτσι; Κωνσταντίνε.

Κωνσταντίνος Έχουμε φτιάξει μία δύναμη από τους αριθμητές.

Ε. Νάτο. Μόνο αγόρι μου από τους αριθμητές;

Κωνσταντίνος. Και από τους παρονομαστές.

Ε. Εγώ θα το έλεγα λίγο διαφορετικά γιατί βλέπω η Κατερίνα το ακούει περίεργα. Τι έχω λοιπόν καταφέρει να κάνω;. Έχω έναν επαναλαμβανόμενο πολλαπλασιασμό στον αριθμητή και έναν επαναλαμβανόμενο πολλαπλασιασμό στον παρονομαστή. Άρα έχω μία δύναμη στον αριθμητή και μία δύναμη στον παρονομαστή. Άρα λοιπόν εδώ έχω το δύο εις την τρίτη και κάτω έχω ποιο;

Μαθητές. Το τρία εις την τρίτη

Ε. Ερώτηση κρίσεως. Υπήρχε ποτέ περίπτωση, προσέξτε, να το πούμε και αυτό και μετά να αρχίσουμε να σχολιάζουμε. Εγώ λοιπόν ισχυρίζομαι το εξής .. προσέξτε, τι ισχυρίζομαι ... έχω βρει έναν τρόπο, δε σας λέω όμως ποιόν, γιατί είναι μαγικός και δε θέλω να φανερωθώ,

$$(\text{γράφει στον πίνακα } \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \dots \dots = \frac{2^{723}}{3^{852}})$$

έχω πολλαπλασιάσει λοιπόν το δύο τρίτα κάποιες φορές δε σας λέω πόσες, και έχω καταφέρει να βγάλω, το δύο σε κάποιον εκθέτη ως πούμε το δύο εις την 723 και το τρία εις την οκτακόσια πενήντα δύο.

Τάξη

Ε. Το έχω καταφέρει, έχω πολλαπλασιάσει, δε σας λέω με ποιόν, ούτε και πόσες φορές πολλαπλασίασα, και θέλω να μου πει κάποιος αν αυτό που έχω καταφέρει, πολλαπλασίασα το δύο τρίτα κάποιες φορές..... Πριν ξεκινήσουμε να το σχολιάζουμε Φάνη, μπορείς να βρεις κάποια διαφορά ανάμεσα στα δύο αποτελέσματα;

Φάνης . Ότι το ένα, το δύο τρίτα έχει τον ίδιο εκθέτη..

Ε. Μισό λεπτό

$$(\text{γράφει δίπλα στην } \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^3}{3^3} \text{ ίδιο εκθέτη})$$

άρα λοιπόν εδώ βλέπουμε [τον ίδιο εκθέτη] ...συμφωνούμε; Ωραία ενώ εδώ Φάνη;

Φάνης. Έχει διαφορετικό εκθέτη..

Ε. Έχω βρει εγώ λοιπόν ένα τρόπο, δε σας λέω ποιόν, βασικά όταν θα φύγει η κυρία ... θα σας τον πω, γιατί δε θέλω να το πω στην κυρία ..., επειδή είναι και συνάδελφος να μη φανερώνομαι, να είμαστε εμείς οι καλύτεροι και οι πιο έξυπνοι. Είναι σωστό αυτό; Είναι;

Κάποιοι μαθητές. Ναι

Ε. Η γνώση για ποιόν είναι;

Μαρία. Για όλους

Ε. Για όλους.

Πέτρος.. Για μένα

Ε. Έτσι

(γράφει δίπλα στην $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \dots \dots = \frac{2^{723}}{3^{852}}$ **διαφορετικοί εκθέτες**)

διαφορετικοί λοιπόν εκθέτες.

Θα ήθελα λοιπόν κάποιος από εσάς με ωραίο λόγο να μας εξηγήσει αν αυτό που σκέφτομαι το έχω καταφέρει κιόλας. Δηλαδή έχω βρει τον τρόπο. Γιάννη;

Γιάννης. Κύριε δε θα μπορούσαμε να λέγαμεααα λάθος

Ε. Για να δω. Βασικά συμφωνούμε; Γίνεται να το κάνω αυτό; Μη ξεχνάτε ξέρω πολλά μαθηματικά. Όχι μόνο για την πρώτη γυμνασίου και ακόμα μαθαίνω μαθηματικά, αλλά επειδή ξέρω κάποια περισσότερα από εσάς έχω βρει έναν τρόπο. Δήμητρα.

Δήμητρα. Λέω δε γίνεται.

Ε. Αααα.... δε γίνεται. Γιατί;

Δήμητρα. Γιατί ένα κλάσμα έχει έναν εκθέτη και μία βάση.

Ε. (απογοητευμένος) έναν εκθέτη και μία βάση..

Δήμητρα. Άρα πιο πολύ είναι η βάση

Ε. Κάπου λίγο τα μπερδεύεις. Λίγο ο λόγος σου δεν είναι καθαρός. Πιάνω ένα νόημα αλλά δεν είναι ... δεν το καταλαβαίνει η Εύα.

Δήμητρα. Δε μπορεί να είναι περισσότεροι οι παρονομαστές από τους αριθμητές.

Ε. Τι θα πει όμως αυτό; Δε γίνεται!.....Γιατί να μη γίνεται αυτό ρε Δήμητρα;

Δήμητρα. Ε... δε γίνεται.

Ε. Γιατί δε γίνεται ...να είναι οι περισσότεροι. Ξέρω τι εννοείς εδώ (δείχνει τον αριθμητή 2^{723}).

Ότι εδώ το δύο πολλαπλασιάζεται πόσες φορές;

Δήμητρα. Επτακόσιες είκοσι τρεις.

Ε. Και εδώ;

(δείχνει τον παρονομαστή 3^{852}).

Δήμητρα. Οκτακόσιες πενήντα δύο.

Ε. Και γιατί να μη γίνεται. Αφού σου λέω ξέρω μαθηματικά. Και πολλά. Έχω βρει τον τρόπο. Το κάνω αυτό . γιατί να μη γίνεται; Το έχεις βρε πουλάκι μου γλυκό. (από την τάξη ακούγονται μαθητές κύριε, κύριε...). Ε;;; κοίτα ο Παύλος θα μου βγάλει το μάτι. Ο φάνης δε, άμα πέσω κάτω θα με φάει. Παύλε.

Παύλος. Γιατί πολλαπλασιάζουμε πάνω κάτω..

Ε. Ααα... επειδή;

Παύλος. Επειδή έχει τους ίδιους αριθμητές

Ε. (γεμάτος έκπληξη) Ααααα..... Για λίγο κάντο.... σουλούπωσέ το.

Παύλος. Δύο επί δύο επί δύο..

Ε. Δηλαδή όσες

Παύλος. Όσες φορές πολλαπλασιάζεται και το κάτω

- E.φάνη
Φάνης. Όσες φορές πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή πρέπει να πολλαπλασιάσουμε και τον παρονομαστή.
- E. Έτσι δεν είναι; Αυτό έπρεπε να πεις(απευθύνομαι στον προηγούμενο μαθητή) το είχες αλλά δεν το είπες ωραία. Εφόσον πολλαπλασιάζω, το ξεκίνησε η Δήμητρα, κοιτάξτε να δείτε... Αυτό σημαίνει γνώση μαθηματική. Ξεκινάει κάποιος έχει μία ιδέα την παίρνει η Δήμητρα την αλλάζει, την παίρνει ο Παύλος την αλλάζει. Για να δούμε τελικά μπορεί κάποιος να καταλήξει σε ένα συμπέρασμα; .. Δηλαδή όλο αυτό που έγινε το ξεκίνησε η Δήμητρα το συνέχισε ο Παύλος και το ολοκλήρωσε ο Φάνης λίγο να μας τοΒενετία
- Βενετία. Όσες φορές θα πολλαπλασιαστεί ο αριθμητής θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί και ο παρονομαστής.
- E. Γιατί αυτό γίνεται κορίτσι μου;
Βενετία. Γιατί αλλιώς δε θα είναι το ίδιο κλάσμα.
- E. Αα..... Κάπου δηλαδή δε θα πολλαπλασιάζεται το 2/3. Ενώ εμείς έχουμε πει δύναμη τι είναι Βενετία;
Βενετία. Είναιείναι ο πολλαπλασιασμός του ίδιου αριθμού.
E. Του ίδιου αριθμού κάποιες φορές.
Βενετία. Ναι.
E. Δηλαδή εδώ, μπορείς Βενετία να μας εξηγήσεις πως είναι δυνατόν να εμφανιστεί το τρία σε μία δύναμη διαφορετική από το δύο , σε έναν εκθέτη συγνώμη διαφορετικό από το δύο;.
- Βενετία. Μπορεί κάποια στιγμή να πολλαπλασιάστηκε το 2/3 επτακόσιες είκοσι τρεις φορές και μετά να έχει αλλάξει το κλάσμα αλλά με παρονομαστή το 3 και μετά να έχει βάλει αυτό...
- E. Δηλαδή;... το τρία...
Βενετία. ..Να παραμένει ίδιο
E. Δε παραμένει ίδιο.
Βενετία. Να έχει πολλαπλασιαστεί πιο πολλές φορές.
E. Να εμφανίζεται δηλαδή και άλλες φορές. Μάλιστα. (ακούγεται ένα κύριε) ναι Μαρία.
- Μαρία. Κύριε, όμως μια δύναμη δε θα μπορεί να ισούται με τον πολλαπλασιασμό διαφορετικών κλασμάτων (αχνά)
- E. Άρα που καταλήγουμε μετά από όλη αυτή την ιστορία. Να σηκωθεί κάποιος ή να μου πει να γράψω, γιατί κουτσουρέψαμε και λίγο την ώρα, ..Να μου πει κάποιος να γράψω τι συμπέρασμα βγαίνει από αυτό. E... .από όλη αυτή την ιστορία που τη συζητήσαμε τώρα το πήρε ο ένας το πήρε ο άλλος τι βγαίνει τελικά . Φάνη
- Φάνης. Ότι όσες φορές πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή πρέπει και τον παρονομαστή.
- E. Ωραία. Αυτό εδώ λοιπόν θέλω να μου το κάνεις κάπως αλλιώς.
Φάνης. Για παράδειγμα...;
E. Δε μπορώ να σου πω, άμα το πω θα είναι σα να απαντάω. Να το κάνεις κάπως διαφορετικό δηλαδή. Το όσες φορές πολλαπλασιάζω ...
Φάνης. Ότι πρέπει... ίδιες φορές..

- Ε. Μισό λεπτό
(γράφει στον πίνακα «όσες φορές πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή πρέπει και τον παρονομαστή»)
- Φάνης (επαναλαμβάνει την πρόταση και συμπληρώνει).. αλλιώς θάναι λάθος
Κάποιοι μαθητές κάτι μου λένε
- Ε. Μισό λεπτό να γράψω την πρόταση για να έχουμε μια βάση.
αλλιώς, πώς το είπες;... θάναι λάθος;
- Φάνης ...θα βγει λάθος πράξη..... ξέρω γω;
- Ε .. λανθασμένο εγώ θα έλεγα.. ωραία.. Τι είπες Πέτρο;
- Πέτρος. Υπάρχει άλλος τρόπος να το πεις..
- Ε. Για πες τον
- Πέτρος. Ότι, αν κάνεις ένα κλάσμα δύναμη πρέπει να έχει τον ίδιο εκθέτη.
- Ε. ..Γίνεται να είναι διαφορετικό;
- Πέτρος. Αυτό είπα..
- Ε. Κάτι πάει να πει ο Πέτρος. ... αλλά τα έχει μάλλον συγχυσμένα στο μυαλό του. Σέργιος
- Σέργιος. Πρέπει με τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού...
- Φάνης Με τον ίδιο εκθέτη..
- Ε. Τι είπες Φάνη..
- Φάνης. Όταν τους πολλαπλασιάζουμε θα πρέπει να έχουν ίδιο εκθέτη;
- Ε. Ααα.... Καλά. Δηλαδή από όλα αυτάΧρίστο
- Χρίστος. Υπάρχει μία ισότητα.
- Ε. Ποια θα είναι η ισότητα; Για να έχω ισότητα πρέπει να έχω δύο μέλη.
Πες μου το ένα.
- Χρίστος. Το ένα είναι το κλάσμα που πολλαπλασιάζω
- Ε. Ωραία
- Χρίστος. Και το άλλο είναι το αποτέλεσμα
- Εγώ. Το αποτέλεσμα. ...Ας ξεκινήσουμε λοιπόν . Παίρνουμε την πρόταση του Φάνη και προσπαθούμε να την κάνουμε εδώ, να βάλω συγκεκριμένο κλάσμα ή να βάλω μεταβλητές;
- Παιδιά. Συγκεκριμένο
- Ε. Συγκεκριμένο. Ας πάρουμε το δύο τρίτα, που είχαμε προηγουμένως.
Δύο τρίτα, αυτό σας φαίνεται να είναι δύναμη;
- Τάξη. Όχι
- Ε. Όχι. Πως θα το κάνω αυτό δύναμη; Σπύρο
- Σπύρος. Θα βάλω κάποιον εκθέτη. Δηλαδή πόσες φορές θα το πολλαπλασιάσω
- Ε. Ωραιότατα. Να ρωτήσω κάτι, βάζω το πέντε.
(γράφει $\frac{2^5}{3}$)
- Είναι σωστό αυτό που γράφω;
- Τάξη. Όχι
- Ε. Γιατί Σπύρο;
- Σπύρος. Πρέπει να τον βάλουμε και στον παρονομαστή.
- Ε. Να βάλω και τον ίδιο εκθέτη και στον παρονομαστή; Νομίζω τότε δε θα είναι δύναμη κλάσματος. Θα είναι μια δύναμη στον αριθμητή και μία δύναμη στον παρονομαστή. Έτσι δεν είναι; Δηλαδή αν βάλω εδώ το πέντε

$$\left(\text{γράφει}\frac{2^5}{3^5}\right)$$

- μιλάω για δύναμη ενός κλάσματος;
- Μαθητής. Ναι.
- Μαθητές. Όχι.
- Ε. Δε νομίζω. Εγώ αυτό ..αλλιώς θα το έλεγα. Θα έλεγα ένα κλάσμα που έχει τι;... Εύα
- Εύα. Άλλον εκθέτη στον αριθμητή και άλλον στον παρονομαστή
- Ε. Όχι, ίδιο έχει
- Εύα. Εννοώ πως..
- Ε. Αντί ... δύναμη θέλεις να πεις.
- Εύα. Δεν βάζω έναν εκθέτη
- Ε. Δεν βάζω, λέει, έναν εκθέτη, ακούστε τι γίνεται. Δε βάζω λέει έναν εκθέτη, βάζω δύο. Άρα έχω μια δύναμη στον αριθμητή και μια δύναμη..
- Ε και Εύα. Στον παρονομαστή.
- Ε. Σωστά; Άρα δε μιλάμε για δύναμη κλάσματος.
- Πέτρος. Και αυτό που είπατε και πριν είναι σωστό.
- Ε. Περίμενε λίγο, γιατί τώρα θέλει να μιλήσει η Εύα και της στερείς το λόγο, αυτό δεν είναι δημοκρατικό που θέλεις να παρουσιάξω και για δημοκρατικός. Εδώ τώρα, Εύα, πως θα βάλω έναν εκθέτη;
- Εύα. Εκεί που είναι το κλάσμα θα βάλω έναν εκθέτη που θα είναι για όλο το κλάσμα
- Ε. Και πως θα δείξω ότι θα είναι για όλο το κλάσμα; Έχω πρόβλημα σε αυτό.
- Εύα. Θα πολλαπλασιάσω δύο τρίτα επί δύο τρίτα επί ...
- Ε. Τι είναι αυτό που στα μαθηματικά κάνει ένα αποτέλεσμα; .. Στα μαθηματικά είναι ένα σύμβολο που όταν το βλέπω λέω, αυτό είναι ένα αποτέλεσμα. Πέτρο
- Πέτρος. Το ίσον
- Ε. Όχι. ..Μαρία.
- Μαρία. Σε παρένθεση
- Ε. Παρένθεση. Δηλαδή τι να βάλω τώρα, το δύο σε παρένθεση; Μαρία
- Μαρία. Όλο το κλάσμα
- Ε. Όλο το κλάσμα. Αχαα
- $$\left(\text{γράφει}\left(\frac{2}{3}\right)^5\right)$$
- Φάνης. Κύριε δε θα έχει όμως πράξη πουθενά στην παρένθεση;
- Ε. Τι;; ένα κλάσμα. Άρα λοιπόν όταν θα δω αυτό εδώ το σύμβολο τι θα καταλάβω; Μαρία.
- Μαρία. Ότι ο εκθέτης είναι σε όλο το κλάσμα.
- Ε. Με παιδεύει βρε παιδί μου. Νομίζω ότι πιο ισχυρή πληροφορία, Μελίκα..
- Μαρία. Ότι η βάση του είναι όλο
- Ε. Αααα. Δηλαδή εδώ τι έχω; μία δύναμη, να μας πει η Μελίκα, έχουμε μία δύναμη ...
- Μελίκα. Ενός κλάσματος.

- E. Μια δύναμη ενός κλάσματος. Δε μου λέει κάτι με μπερδεύει. Μια δύναμη
- Μελίκα. Μια δύναμη(επαναλαμβάνει και γέλια)
- E. Και δυο δυνάμεις να μη σου πω!...
- Μελίκα Μια δύναμη ενός κλάσματος
- E Μια δύναμη ενός κλάσματος δε μου λέει κάτι, με μπερδεύει... Για σκέψου λίγο μια δύναμη πως δημιουργείται.
- Μελίκα. Βάζουμε ένα εκθέτη, με τη βάση και τον εκθέτη.
- E. Ωραία. Γιατί ξεκίνησες από τη βάση;
- Μελίκα. Επειδή είναι το πρώτο μέρος
- E. Το πρώτο!!.. Είπαμε. Όταν κάναμε δυνάμεις γίνεται να πω εις την τετάρτη; Εε;;; μπορώ να το πω αυτό;;
- Φάνης. Έναν αριθμό εις την τετάρτη.
- E. Ωραία. Έναν αριθμό εις την τετάρτη. Άρα τι είναι αυτό μία δύναμη; ..Γιατί να είναι μια καινούργια δύναμη και να μην είναι παλιά;.
- Μελίκα. Μια δύναμη.... με ένα κλάσμα εις την πέμπτη.
- E. Τι θα πει αυτό; Αυτό με μπερδεύει. Όταν λέμε δύναμη ενός κλάσματος τι ακριβώς εννοούμε. Εκεί θέλω..... Ακούω τις λέξεις δύναμη ενός κλάσματος, τι θα φανταστώ; Εύα.
- Εύα. Είναι.....αντί για βάση ένα φυσικό αριθμό έχουμε ένα κλάσμα.
- E. Δηλαδή είναι μια δύναμη που έχει βάση ένα, τι;
- Εύα κλάσμα.
- E. (γράφει στο πίνακα την έκφραση «δύναμη που έχει βάση ένα κλάσμα»)
- E. Να ρωτήσω.. Τι ήταν αυτό που μας έδειξε Μαρία ότι αυτή είναι δύναμη που έχει βάση ένα κλάσμα;
- Μαρία. Η παρένθεση.
- E. Η παρένθεση.
Πάρα πολύ ωραία. Πως θα καταλάβω ότι έχω δύναμη που έχει βάση ένα κλάσμα; Θα το ξεχωρίσω από την παρένθεση.
(γράφει στο πίνακα την έκφραση «ξεχωρίσω από την παρένθεση»)
Δηλαδή τώρα αν σβήσω εγώ την παρένθεση,
(σβήνει την παρένθεση και είναι στον πίνακα η μορφή $\frac{2^5}{3}$)
τι θα καταλάβετε; Κων/νε
- Κωνσταντίνος. Ότι είναι ένα κλάσμα που έχει στον αριθμητή μία δύναμη.
- E. Ωραία. Το γράφουμε και αυτό.
Ακριβώς λοιπόν από κάτω για να μάθουμε να ξεχωρίζουμε τη διαφορά γράφουμε αυτό το παράδειγμα..... Κων/νε πως το είπες;... Αυτά τα παραδείγματα τα θέλω οπωσδήποτε... Αυτό πως το είπες;
(δείχνει τη μορφή $\frac{2^5}{3}$)
- Κων/νος. Ένα κλάσμα με αριθμητή μια δύναμη.
- E. (Επαναλαμβάνει την πρόταση και γράφει στον πίνακα «ένα κλάσμα που έχει αριθμητή μια δύναμη»).
- E. Πάρα πολύ ωραία... Και επειδή ξέρετε με τον Κων/νο δε τα πάω και τόσο καλά, να πάρω το πεντάρι από εδώ και να το βάλω εδώ.
(σβήνει τον εκθέτη του αριθμητή και σχηματίζει τη μορφή $\frac{2}{3^5}$)

- Μαριάνα. Τι θα αλλάξει τότε Μαριάνα;
Τότε θα είναι ένα κλάσμα που θα έχει στον παρονομαστή του μία δύναμη.
- Ε. Μπορώ να πω ότι αυτό είναι δύναμη κλάσματος;
Μαριάνα. Όχι
- Ε. Όχι, πάρα πολύ ωραία. Να το αφήσουμε έτσι λοιπόν το δεύτερο παράδειγμα. Μαθαίνω να ξεχωρίζω κατ' αρχάς τι πράγμα;. Ε;;; τι έπρεπε να ξεχωρίσεις Βασιλική για να μιλήσεις για δύναμη κλάσματος.
- Βασιλική. Πότε είναι η δύναμη του αριθμητή και πότε του παρονομαστή και πότε είναι όλο το κλάσμα.
- Ε. Πάρα πολύ ωραία. Μας είπε λοιπόν η Βασιλική όταν βλέπω δυνάμεις και κλάσματα ξεχωρίζω.. μία ακόμη φορά το θέλω Βασιλική..... λίγο δυνατά σε παρακαλώ.
- Βασιλική. Πότε η δύναμη είναι του αριθμητή και πότε του παρονομαστή και πότε όλου του κλάσματος.
- Ε. Ελένη και τι είπαμε είναι αυτό που ξεχωρίζει τις καταστάσεις;
Ελένη. Η παρένθεση.
- Ε. Η παρένθεση... Ωραία.... Αυτό εδώ παραμένει, δε το έχουμε εξηγήσει του Φάνη.... τι γίνεται με τα κλάσματα και τις δυνάμεις και όλα αυτά... Άρα μέχρι στιγμής υπάρχει περίπτωση να δούμε μια δύναμη Σέργιε, μέσα σε κλάσματα, σε αριθμητικές δηλαδή παραστάσεις και να μη μπορούμε να ξεχωρίσουμε ποια είναι η δύναμη τίνος;
- Σέργιος. Όχι.
- Ε. Όχι. Άρα το σβήνω αυτό και προχωράμε να δούμε τι γίνεται εδώ.
(γράφει τη μορφή $\left(\frac{2}{3}\right)^5$)
Αυτό είναι δύναμη η οποία έχει ως βάση ένα κλάσμα... Ελένη, και συγκεκριμένα ποιο κλάσμα κορίτσι μου;
- Ελένη. Το δύο τρίτα.
- Ε. Ας ξεκινήσουμε από το τι σημαίνει δύναμη.... Δηλαδή βλέποντας Ιάσωνα - δε σε άκουσα σήμερα- δύο τρίτα εις την πέμπτη, τι σημαίνει δύο τρίτα εις την πέμπτη;
- Ιάσων. Ότι έχουμε πάρει το δύο τρίτα και το πολλαπλασιάζουμε πέντε φορές.
- Ε. Προσέξτε όσες-τόσες (τονίζει την έκφραση)..... δε το ξεκαθαρίσαμε προ ολίγου που απάντησε ο Φάνης.... όσες για τον αριθμητή τόσες και για τον παρονομαστή. Πάμε να δούμε τι σημαίνει αυτό το πράγμα. Τι είπες Ιάσωνα;
- Ιάσων. Αααα ναι. Θα πολλαπλασιάσουμε το δύο τρίτα πέντε φορές.
- Ε. Πολύ ωραία.... δύο τρίτα, επί δύο τρίτα,.....
(συμπληρώνει την προηγούμενη μορφή $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$)
Λευτέρη, πολλαπλασίασα το δύο τρίτα πέντε φορές..... πώς να προχωρήσω τώρα;
- Λευτέρης. Πρέπει να κάνω....
- Ε. Ναι..... σε βοηθάω λίγο...

(συμπληρώνει την προηγούμενη μορφή με μεγάλη

$$\text{γραμμή κλάσματος } \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \dots)$$

Ενώ εκεί είχες πέντε κλάσματα εδώ εγώ σου βάζω μια γραμμή κλάσματος.

Λευτέρης.

Να κάνω..πέντε...

Ε.

Δε το θέλω αγόρι μου κατευθείαν, όπως βλέπεις σου έβαλα μία αρκετά μεγάλη γραμμή κλάσματος (τονίζει το αρκετά)..... Κάτι περιμένω να μου πεις,, δε σε βοηθάει δηλαδή αυτό.... Η γραμμή κλάσματος; Τι είναι Πέτρο.

Πέτρος.

Ααα. Δύο επί δύο επί δύο.....

Ε.

Δηλαδή τι κάνεις ακριβώς;.... Το εξηγείς λίγο. Γιατί ο Λευτέρης..

Πέτρος.

Κάνω την πράξη.

Ε.

Τι θα πει κάνω την πράξη.

Πέτρος .

Πολλαπλασιάζω το δύο τρίτα με το δύο τρίτα....

Ε.

Το είπαμε αυτό, πέντε φορές.

Πέτρος,

Και απλά πρέπει να το βάλουμε στο.....

Ε.

Ενώ μας το είπες ωραία γιατί δεν το εξηγείς καλά; Ναι Εύα.

Εύα.

Πολλαπλασιάζουμε τους αριθμητές με τους αριθμητές και μετά...

Ε.

Γί αυτό έβαλα μία γραμμή κλάσματος! Πως θα γίνει αυτό (δείχνει) ένα κλάσμα; Λέει η Εύα, πολλαπλασιάζω τους αριθμητές πολλαπλασιάζω και τους παρονομαστές. Οπότε τώρα Γιάννη για συνέχισε.....

Γιάννης.

...δύο εις την πέμπτη.

Ε.

Ωραίος.

Γιάννης.

Και τρία εις την πέμπτη.

$$\text{(συμπληρώνει την προηγούμενη ισότητα } \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^5}{3^5})$$

Ε.

Και;;; πρόσθεση θα βάλω δηλαδή;

Γιάννης.

Όχι, όχι.

Ε.

Προς. Συμφωνούμε;.. Έχουμε εφαρμόσει αυτό που είπε ο Φάνης το όσες – τόσες;... που φαίνεται αυτό τώρα; Το όσες-τόσες από πού το καταλάβαμε; Για να δω χέρια. Κων/να που δε σε άκουσα σήμερα. Από πού καταλάβαμε το όσες-τόσες, που είπε ο Φάνης; Όσες φορές πολλαπλασιάζω τον αριθμητή πρέπει τόσες να πολλαπλασιάσω και τον παρονομαστή. Αλλιώς θα βγει λανθασμένο, λέει. Από πού το κατάλαβες;

Κων/να.

Εκεί το τρία είναι εις την πέμπτη, βασικά όλα είναι εις την πέμπτη.

Ε.

Όλα είναι εις την Πέμπτη (τονίζει την έκφραση). ... Όταν λες όλα; γίνεται πιο ακριβής σε παρακαλώ.

Κων.να.

Και ο αριθμητής και ο παρονομαστής.

Ε

Και ο αριθμητής και ο παρονομαστής (επαναλαμβάνει). Που τι ήταν αυτό το πέντε Κων/να;

Κων/να.

Ο εκθέτης

Ε.

Ο εκθέτης. Ποιος εκθέτης;

Κων/να .

Της δύναμης.

Ε.

Της δύναμης.... Ποιάς δύναμης; την ψάχνουμε στο κάμπους σαν..;

Κων/να.

Δύο εις την πέμπτη.

- E. Ωραία, εκεί θα καταλήξουμε. Ο εκθέτης ποιάς δύναμης ήταν το πέντε;..... Χρίστο.
- Χρίστος. Ότι ο Όχι, μπερδεύτηκα!
- E. Δηλαδή ο εκθέτης της δύναμηςδε σε άκουσα Κατερίνα λίγο πιο δυνατά.
- Κατερίνα. Ο εκθέτης της δύναμης του κλάσματος.
- E. Του κλάσματος. Ωραία πάρα πολύ ωραία. Να σας ρωτήσω κάτι τώρα. Αν σας έλεγα επιτρέπεται να σβήσετε κάτι από τον πίνακα , προφανώς όχι τα λόγια γιατί μετά ποιος τον ακούει τον Φάνη. Αν λοιπόν θέλετε να σβήσετε κάτι από τον πίνακα ποιο θα ήταν αυτό;
- Μαρία. Οποιοδήποτε από τον πίνακα;
- E. Ναι. Σας επιτρέπω να σηκωθείτε. Μαρία σήκω στον πίνακα, σου επιτρέπω να σβήσεις ένα κομμάτι του πίνακα... ποιο θα ήταν αυτό που θα έσβηνες;
- Μαρία. Από αυτά;
- E. Εννοείται από αυτά
- Μαρία. Ανάμεσα στα δύο ίσον έτσι;
- E. Εννοείται
- Μαρία. Οποιοδήποτε
- E. Σβήσε κάτι.

$$(σβήνει το \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3})$$

Κάποιοι μαθητές. Εγώ άλλο έσβησα, εγώ άλλο

- E. Ποιο;
- Μαθητής. Το δύο εις την πέμπτη επί δύο εις την πέμπτη ..
- E. Ωραία, αλλά κάθε φορά που θα σβήνουμε θα κοιτάζουμε, βγαίνει νόημα από αυτά που μένουν;..... Από αυτά που μένουν βγαίνει νόημα; (δείχνει την παράσταση) E; ..
- ΦΩΝΟΣ
- Ναι.
- E. Βγαίνουν. Μετά θα σας πω τι νόημα βγαίνει. Ή, κάποιος να μου πει τι νόημα βγαίνει. Γιατί ενώ εμείς τα κάναμε ωραία-ωραία και αναλυτικά-αναλυτικά , σηκώθηκε η Μαρία η κακούργα και έσβησε ένα κομμάτι. Εύα.
- Εύα. Αυτό που έσβησε η Μαρία ήταν σα να ξαναγράφουμε το πρώτο κομμάτι
- E. Άρα; Μπορούσαμε να μην το γράψουμε.. ωραία.
- Εύα. Ναι.
- Χτυπάει κουδούνι
- E. Επειδή μας έχει προλάβει το κουδούνι, ας έρθει λοιπόν και ο μαθηματικός να κάνει μια επέμβαση. Εγώ θα έσβηνα και αυτό
- $$(σβήνει το \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3})$$
- Βγαίνει νόημα; Ποιο νόημα;..... Κωνσταντίνε;
- Κωνσταντίνος. Βγαίνει νόημα ότι, είναι σα να πολλαπλασιάζουμε και τον αριθμητή και τον παρονομαστή διότι, αφού όλο το κλάσμα είναι εις την πέμπτη πολλαπλασιάζουμε όλο....
- E. Πες το αλλιώς... Τι κάναμε;... Βγαίνει ένα πολύ νόημα νομίζω και αυτό θα κρατήσουμε στο μυαλό μας. Τα ενδιάμεσα βήματα δε

χρειάζονται. Όχι ότι είναι περιττά, απλά δε χρειάζονται... Τι νόημα λοιπόν βγαίνει από εδώ;

(δείχνει αυτό που έμεινε τελικά $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \dots = \frac{2^5}{3^5}$)

- Πέτρος; Ότι είναι ισοδύναμα μεταξύ τους.
- Πέτρος. Ότι είναι ισότητα..
- Ε ..ότι το δύο τρίτα εις την πέμπτη είναι το ίδιο με το δύο εις την πέμπτη προς...
- Πέτρος Και τι σημαίνει αυτό τώρα; Τι συμπέρασμα βγάζω; Να τα φέρω και δίπλα –δίπλα, να μην είναι μακριά.
- Ε (γράφει $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$)
- Βασιλική. Αφού το 5 ήταν όλου του κλάσματος γίνεται και του αριθμητή και του παρονομαστή.
- Ε. Δηλαδή τι κάναμε, (μαζί με τη Βασιλική) βγάζουμε την παρένθεση και τι βάζουμε;..... Σταμάτη.
- Σταμάτης. Βάζουμε τον εκθέτη του κλάσματος και στον αριθμητή και στον παρονομαστή.
- Εγώ, (επαναλαμβάνει και γράφει στον πίνακα «Βάλαμε τον εκθέτη του κλάσματος ξεχωριστά στον αριθμητή και στον παρονομαστή»).
- Μαθητής. Κύριε δεν είναι σα να κάναμε τη δύναμη κλάσμα;
- Ε. Ναι τη δύναμη κλάσματος την κάναμε κλάσμα τελικά πως; Ξεχωρίζοντας τον αριθμητή και τον παρονομαστή.