

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΣΧΟΛΗ – ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΕΝΟΤΗΤΑ: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Χ. ΛΕΜΟΝΙΔΗΣ

ΣΕΛΑΛΜΑΖΙΔΟΥ Σ.-Ρ. (Α.Μ. 716)

ΤΟΥΡΑ Β. (Α.Μ. 722)

ΤΣΙΓΓΕΡΛΙΩΤΗ Α. (Α.Μ. 692)

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ- ΙΟΥΝΙΟΣ 2017

Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	3
ΠΡΩΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ	3
Α΄ Μέρος (Επιλογή/ τροποποίηση /κατασκευή προβλήματος)	3
Β΄ Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)	5
Γ΄ Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών) ...	7
ΔΕΥΤΕΡΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ	9
Β΄ Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)	12
Γ΄ Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών) .	12
ΤΡΙΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ.....	15
Β΄ Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)	18
Γ΄ Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών) .	19

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το εκπαιδευτικό σύστημα και τα αναλυτικά προγράμματα στην Ελλάδα είναι αρκετά οριοθετημένα, με αποτέλεσμα να μην δίνεται το περιθώριο στους εκπαιδευτικούς και η ευκαιρία στους μαθητές να ασχοληθούν με προβλήματα μοντελοποίησης. Το γεγονός αυτό θα δυσκολέψει πολύ τους μαθητές τις πρώτες φορές που θα επιχειρήσουν να λύσουν ένα τέτοιο πρόβλημα καθώς εκτός των άλλων θα ‘σπάσει’ και το διδακτικό συμβόλαιο με τον εκπαιδευτικό αναφορικά με τα προβλήματα που γνωρίζουν να επιλύουν (οι μαθητές θεωρούν πως κάθε πρόβλημα έχει μία λύση και το αποτέλεσμα είναι συγκεκριμένη αριθμητική τιμή). Για τον λόγο αυτό, ο ρόλος του δασκάλου είναι καθοριστικός στη διαδικασία, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν θα υπάρχουν α-διδακτικές καταστάσεις.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τρία προβλήματα από τα σχολικά βιβλία των Μαθηματικών της Β΄ και Στ΄ Δημοτικού και Γ΄ Γυμνασίου, τα οποία έχουν διαμορφωθεί έτσι, ώστε να γίνουν προβλήματα μοντελοποίησης. Επίσης, παρουσιάζονται προτάσεις διδασκαλίας, καθώς επίσης και τρόποι διαμορφωτικής και συγκριτικής αξιολόγησης για το καθένα ξεχωριστά.

ΠΡΩΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Α΄ Μέρος (Επιλογή/ τροποποίηση /κατασκευή προβλήματος)

Πρωτότυπο πρόβλημα (Β΄ Δημοτικού: Ενότητα 8^η, εργασία 2η σελ. 49)

Τα έσοδα από μια παράσταση ήταν 1.000 ευρώ. Κάθε εισιτήριο κόστιζε 5 ευρώ. Πόσα εισιτήρια έκοψε ο ταμίας;

Πρόβλημα μοντελοποίησης:

Υπολόγισε τα έσοδα από μια θεατρική παράσταση, της οποίας το εισιτήριο κοστίζει 5 ευρώ.

Αυτό το έργο θεωρείται κατάλληλο για τους μαθητές του Δημοτικού και μπορεί κάλλιστα να χρησιμοποιηθεί και για μαθητές Γυμνασίου, ώστε να εντοπίσουν τις κοινές σχέσεις μεταξύ των μαθηματικών και των ιδιαίτερων πτυχών του πραγματικού κόσμου (π.χ στην φορολογία). Εξαιτίας της συγκεκριμένης διατύπωσης, βοηθάει στο να ενθαρρύνουμε τις δεξιότητες παραγωγής υποθέσεων, στην ανάπτυξη

κλίματος συζήτησης, ώστε οι μαθητές να επικοινωνούν με ακρίβεια και αποτελεσματικότητα.

1^η ταξινόμηση: Το έργο ανήκει στην κοινωνική ζωή και μπορεί εύκολα να διαπραγματευτεί από τα παιδιά καθώς η επίσκεψη και η παρακολούθηση θεατρικής παράστασης είναι μέρος της σχολικής ζωής.

2^η ταξινόμηση: Μπορεί να εφαρμοστεί στην σχολική τάξη σύμφωνα με τις προσδοκίες του προγράμματος σπουδών αφού σε αυτό προτείνονται καταστάσεις – προβλήματα που στοχεύουν στην εμπλοκή των παιδιών στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών, στην ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης, στην ανάπτυξη μαθηματικής διερεύνησης. Τα παιδιά στην επίλυση και την κατασκευή προβλημάτων χρησιμοποιούν μοντέλα και αναπαραστάσεις για να τεκμηριώσουν τις λύσεις που προτείνουν και να τις κοινοποιήσουν σε άλλους.

3^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα δεν δίνει όλες τις πληροφορίες, κι έτσι οι μαθητές μπορούν προχωρήσουν σε περισσότερες από μια λύσεις. Επιπλέον, τα απαραίτητα στοιχεία που λείπουν, δίνουν την δυνατότητα για περαιτέρω υποθέσεις, ώστε να διερευνηθεί σε διαφορετικά επίπεδα. Θεωρείται, επομένως, ανοιχτό αφού οδηγεί σε διαφορετικές λύσεις και παρουσιάζονται διαφορετικές διαδικασίες επίλυσης και προσεγγίσεις.

4^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα είναι βγαλμένο από την πραγματικότητα και μπορεί να προκαλέσει το ενδιαφέρον των παιδιών και την διερεύνηση μέσα από την χρήση εργαλείων και πηγών. Δίνεται έμφαση και τονίζεται η διασύνδεση των μαθηματικών με άλλες επιστήμες και περιοχές του Α.Π.Σ. (Θέατρο), ενώ ταυτόχρονα αναδεικνύεται η συνεργατική μάθηση και η συλλογική διαπραγμάτευση εννοιών και δεδομένων.

5^η ταξινόμηση: Το έργο ανήκει στην θεματική ενότητα: αριθμοί (Αριθμητική) και δίνει την δυνατότητα στα παιδιά να εξασκηθούν σε νοερούς υπολογισμούς, να αναπτύξουν στρατηγικές ώστε να υπολογίζουν με ακρίβεια και να εκτελούν πράξεις. Δεν προτείνεται στους μαθητές ως υλικό προς επεξήγηση αλλά ως πλαίσιο μέσα στο οποίο ενθαρρύνεται η δημιουργική εμπλοκή, το οποίο μπορεί να διαχειριστεί από τον εκπαιδευτικό σε βάθος χρόνου.

Οι μαθητές της Β΄ Δημοτικού πιθανόν να μην είναι εξοικειωμένοι με την μοντελοποίηση και γι' αυτό η επιλογή αυτού του προβλήματος στηρίζεται στο ότι έχουν έρθει σε επαφή με παρόμοιο στο σχολικό βιβλίο, ενώ η βοήθεια που θα τους δοθεί θα γίνει μεθοδευμένα, ώστε να εμπλακούν βαθύτερα σε δραστηριότητες για να διερευνήσουν και αιτιολογήσουν το μαθηματικό περιεχόμενο. Το πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί με την βοήθεια εικόνας με αφορμή την παρακολούθηση θεατρικής παράστασης του σχολείου.

Β΄ Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)

Με αφορμή την επίσκεψη του σχολείου σε κεντρικό Θέατρο της πόλης, η εκπαιδευτικός συνεργάζεται με τα παιδιά για την καλύτερη οργάνωση και προετοιμασία της επίσκεψης. Συζητούν για το κόστος επίσκεψης και υπολογίζουν νοερά και με ακρίβεια το συνολικό ποσό για την αγορά των εισιτηρίων τους. Σε επόμενο στάδιο παρουσιάζει την παρακάτω εικόνα (εικ. 1) αναθέτοντας τους το πρόβλημα: *Υπολόγισε τα έσοδα από μια παράσταση, της οποίας το εισιτήριο κοστίζει 5 ευρώ.*



Εικόνα 1: Παρακολούθηση θεατρικής παράστασης

Εξαιτίας της απουσίας βασικών πληροφοριών, είναι απαραίτητο το πρόβλημα να γίνει κατανοητό από τα παιδιά. Η κατανόηση πιθανόν να είναι μια αρκετά δύσκολη διαδικασία για τα παιδιά, αφού προϋποθέτει την διαχείριση των δεδομένων που δίνονται. Την αναγνώριση γνωστών και νέων καταστάσεων, την επιλογή διαφόρων ενδεχομένων και παραμέτρων που επηρεάζουν την λύση του προβλήματος. Ο εκπαιδευτικός παρεμβαίνει ώστε να διευκολύνει και να καθοδηγεί τους μαθητές προς αυτήν την κατεύθυνση.

Αρχικά, τοποθετεί την εικόνα σε κεντρικό σημείο της τάξης και ενθαρρύνει τα παιδιά στην εύρεση της λύσης. Προτείνει το κάθε παιδί να εκφράσει την άποψη του, να την καταγράψει στο χαρτί και να την αναρτήσει στον πίνακα δίπλα από την εικόνα. Σε επόμενη φάση οι προτάσεις αυτές διαβάζονται στην ολομέλεια ώστε να αξιολογηθούν και να ομαδοποιηθούν. Η τεχνική αυτή (καταιγισμός ιδεών) βασίζεται στις προηγούμενες γνώσεις και εμπειρίες των μαθητών αλλά και στη διαφορετικότητα των μελών. Έτσι, κάθε μαθητής θα έχει την ευκαιρία να προσφέρει στην ομαδική διερεύνηση του θέματος τη δική του πτυχή, κάνοντας τη συνολική οπτική πλουσιότερη. Η ομαδοποίηση στη συνέχεια των ιδεών γίνεται με κατηγορίες (όπως προέκυψε από την συζήτηση) καθώς οι μαθητές περιγράφουν τον τρόπο σκέψης τους, κάνοντας το αποτέλεσμα δικό τους δημιούργημα. Εφόσον κριθεί αναγκαίο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να προτείνει την συγκέντρωση πληροφοριών κατόπιν συνεργασίας του μαθητή με την οικογένεια του. Τα νέα δεδομένα αναλύονται, ανταλλάσσονται και οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες προκειμένου να αναζητηθούν τα κατάλληλα εργαλεία (διαδικασίες και μέθοδοι) για την επίλυση του προβλήματος. Εφόσον βρεθεί λύση, η κάθε ομάδα την παρουσιάζει στην ολομέλεια της τάξης με την χρήση αναπαραστάσεων, περιγράφοντας τον συλλογισμό επίλυσης.

Πιθανή λύση:

Τα παιδιά αρχικά αποφασίζουν ότι η θεατρική παράσταση αφορά την πόλη της Θεσσαλονίκης και καταγράφουν τα θέατρα που υπάρχουν σε αυτή. Αν και η τιμή του εισιτηρίου είναι δεδομένη (5 ευρώ), επισημαίνουν ότι ορισμένα θέατρα προσφέρουν εκπαιδευτικά ή/και ομαδικά εισιτήρια. Χωρίζονται σε ομάδες και η κάθε μια αναλαμβάνει να συλλέξει, να καταγράψει τα δεδομένα και να παρουσιάσει τα αποτελέσματα από ένα συγκεκριμένο Θέατρο. Ενδεικτικά:

Θέατρο	Χωρητικότητα	Εισιτήριο κανονικό	Εκπαιδευτικό	Ομαδικό
Ράδιο Σίτυ	1.100	5 ευρώ	Παρέχουν μέχρι 20 ανά παράσταση Τιμή εισιτηρίου: 3 ευρώ	Άνω των 8 ατόμων, τιμή εισιτηρίου: 3 ευρώ
Συνολικά έσοδα: 5.186 ευρώ				

Παράμετροι που θα ληφθούν υπόψη

- Σε ποιο θέατρο γίνεται η παράσταση;
- Τι χωρητικότητας είναι;
- Πόσα εκπαιδευτικά εισιτήρια υπάρχουν;
- Πόσα ομαδικά εισιτήρια κόπηκαν;
- Πόσες ακυρώσεις εισιτηρίων υπάρχουν;

Ουσιαστική μάθηση μπορεί να επιτευχθεί στο βαθμό που οι αποκτημένες γνώσεις των παιδιών θα ενεργοποιηθούν έξω από το πλαίσιο διδασκαλίας χωρίς να υποδεικνύει ο εκπαιδευτικός τι πρέπει να κάνουν (α – διδακτική κατάσταση).

Γ' Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών)

Κατά την διαμορφωτική αξιολόγηση ο εκπαιδευτικός ενημερώνεται για την πρόοδο που κάνουν οι μαθητές καθώς εργάζονται για την λύση του προβλήματος. Είναι πολύ σημαντικό να δοθεί αρχικά αρκετός χρόνος στα παιδιά για σκέψη προκειμένου να το κατανοήσουν πριν ξεκινήσουν να εργάζονται σε αυτό. Καθοδηγεί ο εκπαιδευτικός την σκέψη των παιδιών με κατάλληλες ερωτήσεις ώστε να εντοπίσουν βασικές παραμέτρους που προκύπτουν. Μπορεί αρχικά να προβληματίσει τα παιδιά για την φύση του προβλήματος «Πιστεύετε ότι είναι ένα αληθινό πρόβλημα;». Κατόπιν της συζήτησης (όπως αναφέρθηκε παραπάνω) μοιράζεται με τους μαθητές τους αρχικούς στόχους, συνοψίζοντας τι πρέπει να κάνουν. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι στόχοι ορίζονται ως εξής:

- Να εργαστούν τα παιδιά σε ομάδες ώστε να βρουν χρήσιμα δεδομένα όταν κατασκευάζουν ένα μοντέλο.
- Να εξασκηθούν σε πράξεις πολλαπλασιασμού, πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Καθώς τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες ο εκπαιδευτικός περνάει ανάμεσά τους, διατυπώνει ερωτήσεις ανοιχτού τύπου ή χρησιμοποιεί διαφοροποιημένα κάποιες οδηγίες σύμφωνα με τις ιδιαιτερότητες των παιδιών προκειμένου να κατανοήσει καλύτερα την σκέψη και τις στρατηγικές που υιοθετούν οι μαθητές. Για να έχει μια πλήρη εικόνα η χρήση του ημερολόγιου βοηθά ώστε ο εκπαιδευτικός να παρέχει κατάλληλη ανατροφοδότηση και να οδηγεί τους μαθητές στην αυτογνωσία. Έτσι οι

μαθητές ασκούνται στο να επικεντρώνονται στα σημεία που τονίζει ο εκπαιδευτικός και οργανώνουν την σκέψη τους καθώς ασκούνται στην κριτική στάση της δικής τους εργασίας και των συμμαθητών τους.

Παραδείγματα ερωτήσεων: Τι μπορείτε να πείτε για τα έσοδα μιας παράστασης; Πώς θα αναδιατυπώνετε το νόημα του προβλήματος; Ποια παραδείγματα από θέατρα μπορείτε να βρείτε; Πώς θα λύσουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας ό,τι έχουμε μάθει για την χωρητικότητα των θεάτρων; Τι στοιχεία μπορείτε να βρείτε για τα εκπτωτικά εισιτήρια που δίνουν τα θέατρα; Ποια είναι η σχέση μεταξύ του εκπτωτικού και του ομαδικού εισιτηρίου; Τι θα αναφέρατε για να υπερασπιστείτε τις ενέργειες αναζήτησης; Ποιες πληροφορίες θα χρησιμοποιούσατε, για να στηρίξετε την άποψη ότι το αποτέλεσμά που παρουσιάσατε είναι ορθό; Πώς εξηγείτε ότι η κάθε ομάδα παρουσίασε διαφορετικό αποτέλεσμα; Ποια είναι η καλύτερη απάντηση από αυτές που παρουσίασαν οι ομάδες;

Κατά την διαδικασία της συγκριτικής αξιολόγησης ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει κριτήρια ώστε να κρίνει τις απαντήσεις και τις λύσεις των παιδιών στο πρόβλημα. Μπορεί να συντάξει μια λίστα με τις λύσεις των μαθητών επιχειρηματολογώντας για τις επιλογές τους και γιατί θεωρεί μια λύση καλύτερη από μια άλλη. Τα κριτήρια που θα μπορούσε να θέσει: Δείχνουν οι μαθητές μια λογική συνέχεια στο έργο τους; Δηλώνουν ξεκάθαρα τις υποθέσεις που έκαναν; Τεκμηριώνουν τις επιλογές τους; Αναπτύσσουν στρατηγικές επίλυσης που χρησιμοποίησαν στο παρελθόν;

Για την οργάνωση των κριτηρίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί «ο κύκλος της μοντελοποίησης» και να κατασκευάσει ο εκπαιδευτικός μια λίστα ώστε να μπορεί με ευχέρεια να την χρησιμοποιεί και να ανατρέχει στο περιεχόμενο της προκειμένου να καταγράψει την ανάπτυξη των ικανοτήτων μοντελοποίησης στους μαθητές.

Η αξιολόγηση δεν είναι μια εύκολη διαδικασία για τον εκπαιδευτικό καθώς απαιτεί μεθοδευμένο προγραμματισμό. Το ημερολόγιο και το portfolio του μαθητή είναι ένα αξιολογικό εργαλείο καταγραφής των δεδομένων. Κατά την επίλυση του προβλήματος ο εκπαιδευτικός καλείται να αξιολογήσει τον βαθμό κατανόησης του έργου, την επιλογή των δεδομένων από τους μαθητές, τις εκτιμήσεις που διατύπωσαν και την ορθότητα των πράξεων.

Οικοδομώντας το μοντέλο	Δουλεύοντας με ακρίβεια	Ερμηνεύοντας	Έλεγχος εγκυρότητας κι αναστοχασμός	Παρουσίαση
3	1	2	3	3
Οι μαθητές μπορούν να εντοπίσουν και να χρησιμοποιήσουν ένα εύρος πληροφοριών για να απλοποιήσουν μια κατάσταση.	Οι μαθητές χρειάζονται βοήθεια για να αποφασίσουν στα μαθηματικά και δεν εργάζονται πάντα με ακρίβεια.	Με βοήθεια οι μαθητές (π.χ θέτοντας τις κατάλληλες ερωτήσεις) είναι ικανοί να ερμηνεύσουν μια κατάσταση.	Οι μαθητές έχουν επίγνωση της εγκυρότητας των περισσότερων, αλλά όχι όλων των πτυχών του μοντέλου τους.	Οι μαθητές μπορούν μόνοι τους να δημιουργήσουν μια καλή περιγραφή της δουλειάς τους .

ΔΕΥΤΕΡΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Α΄ Μέρος (Επιλογή/ τροποποίηση /κατασκευή προβλήματος)

Πρωτότυπο πρόβλημα (Μαθηματικά ΣΤ΄ , βιβλίο μαθητή σελ 18, εφαρμογή 1^η)

Η Φωτεινή μάζεψε 18,85 ευρώ. Πόσα χρήματα πρέπει να προσθέσει ακόμη στις οικονομίες της, ώστε να συγκεντρώσει 35,60 ευρώ και να αγοράσει μια συσκευή DVD για τον υπολογιστή της.

Εφαρμογή 1η

Η Φωτεινή μάζεψε 18,85 €. Πόσα χρήματα πρέπει να προσθέσει ακόμα στις οικονομίες της, ώστε να συγκεντρώσει 35,60 € και να αγοράσει μια συσκευή DVD για τον υπολογιστή της;

Λύση - Απάντηση

Τα χρήματα που χρειάζεται να συγκεντρώσει θα είναι τόσα ώστε αν προστεθούν στο αρχικό ποσό, το άθροισμα να είναι ίσο με 35,60 €.

Δηλαδή $18,85 + \text{άγνωστο ποσό} = 35,60 \text{ €}$.

Ξέροντας ότι η αφαίρεση είναι πράξη αντίστροφη της πρόσθεσης, λύνω το πρόβλημα κάνοντας την πράξη: $35,60 - 18,85 = \dots\dots\dots \text{ €}$



Πρόβλημα μοντελοποίησης

Ο υπολογιστής

Η Φωτεινή θέλει να αγοράσει ένα σταθερό υπολογιστή για να κάνει τις εργασίες της. Πόσα χρήματα θα χρειαστεί;

Σκέψεις για την επίλυση

Οι μαθητές για μπορέσουν να λύσουν το πρόβλημα θα πρέπει να σκεφτούν κάποιες παραμέτρους. Η βασικότερη παράμετρος που θα πρέπει να αναλογιστούν και να επιλέξουν θα επηρεάσει όλη την πορεία της λύσης. Αυτή η παράμετρος είναι η ανάγκη της Φωτεινής. Για ποιο λόγο η Φωτεινή θέλει να αγοράσει υπολογιστή. Για να κάνει τις εργασίες της; Για να παίζει παιχνίδια; Για να σερφάρει στο διαδίκτυο; Αυτή είναι η βασικότερη παράμετρος γιατί ανάλογα με αυτή θα επιλέξει και τον υπολογιστή που είναι καταλληλότερος γι' αυτή. Αφού επιλέξουν λοιπόν οι μαθητές για ποιο λόγο τελικά η Φωτεινή θα αγοράσει υπολογιστή θα πρέπει να σκεφτούν ποια χαρακτηριστικά του υπολογιστή είναι κατάλληλα γι' αυτήν την ανάγκη.

Αρχικά θα πρέπει να κάνουν μία λίστα με τα μέρη του υπολογιστή (οθόνη, κεντρική μονάδα, πληκτρολόγιο, ποντίκι, εκτυπωτής πιθανόν). Στη συνέχεια θα πρέπει να αποφασίσουν

1. Πόσες ίντσες θα είναι η οθόνη;
2. Θα αγοράσει ενσύρματο ή ασύρματο ποντίκι;
3. Θα αγοράσει ενσύρματο ή ασύρματο πληκτρολόγιο;
4. Τι χαρακτηριστικά θα έχει; (μνήμη, επεξεργαστής, δίσκος, κάρτα γραφικών).
5. Θα πάρει εκτυπωτή; Ο εκτυπωτής θα είναι έγχρωμος ή ασπρόμαυρος; Απλός ή Laser;

Πιθανή λύση

Τα παιδιά στην Στ' Δημοτικού χρειάζονται τον υπολογιστή για να παίζουν παιχνίδια. Επομένως και η ανάγκη της Φωτεινής κατά πάσα πιθανότητα είναι αυτή. Επομένως χρειάζεται έναν υπολογιστή με μεγάλη οθόνη, ασύρματο ποντίκι και πληκτρολόγιο, ηχεία, κάμερα και μία κεντρική μονάδα με καλή κάρτα γραφικών, μεγάλη μνήμη και επεξεργαστή τελευταίας τεχνολογίας. Εκτυπωτή δε χρειάζεται. Ετοιμάζουμε λοιπόν έναν πίνακα με όλα όσα χρειαζόμαστε.

Περιφερειακές μονάδες	Τιμή σε ευρώ
Οθόνη	129,90
Κεντρική μονάδα	449,00
Πληκτρολόγιο	28,00

Ποντίκι	9,95
Ηχεία	19,90
Κάμερα	25,50
Σύνολο	662,25

Ταξινόμηση

1^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα είναι καθημερινής ζωής καθώς κάθε άνθρωπος έχει βρεθεί σε αυτή τη θέση. Οι μαθητές/τριες αναμένεται με το πέρας της δραστηριότητας, να είναι σε θέση να μπορούν να αναλογίζονται παρόμοια διλήμματα της καθημερινής ζωής και να ανταπεξέρχονται σε αυτά με όσο το δυνατόν καλύτερο τρόπο.

2^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα συμβαδίζει με το Α.Π.Σ. γιατί έχει ως μαθηματικό στόχο την πρόσθεση ακέραιων και δεκαδικών αριθμών όπως και το πρωτότυπο πρόβλημα.

3^η ταξινόμηση: Το έργο είναι αρκετά ανοιχτό καθώς δίνει την επιλογή στους μαθητές να επιλέξουν μία σειρά από χαρακτηριστικά που θα έχει ο υπολογιστής, όπως και στην καθημερινή ζωή. Ο καθένας ανάλογα με τις ανάγκες του, επιλέγει το μηχανήμα που πιστεύει ότι είναι κατάλληλο για να τις καλύψει. Οι ανάγκες του καθενός οδηγούν σε διαφορετικές προσεγγίσεις του προβλήματος. Επομένως το πρόβλημα έχει αρκετές λύσεις.

4^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα σχετίζεται άμεσα με τους μαθητές γιατί ο υπολογιστής είναι ένα εργαλείο που όλοι θέλουν να αποκτήσουν. Οι περισσότεροι μαθητές/τριες γνωρίζουν ίσως περισσότερο και από τους εκπαιδευτικούς τα χαρακτηριστικά ενός καλού υπολογιστή. Γι' αυτό το λόγο θα έχουν κίνητρα για να επιλύσουν το πρόβλημα.

5^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα ανήκει στην αριθμητική καθώς οι μαθητές/τριες θα πρέπει να κάνουν πράξεις με αριθμούς.

Το πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί με τη μορφή κειμένου και οι μαθητές/τριες να το λύσουν απλώς με τις γνώσεις που έχουν ή μπορεί να δοθεί σε φύλλο εργασίας για να δουλέψουν με τους υπολογιστές που θα έχουν πρόσβαση στο διαδίκτυο για να είναι σε θέση να επισκεφθούν ιστοσελίδες με hardware.

Β' Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)

Στο πρόβλημα του υπολογιστή πρέπει πρώτα να αφήσουμε τους μαθητές μας να σκεφτούν πως θα μπορούσε να λυθεί το πρόβλημα. Μια καλή πρακτική για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι το παιχνίδι ρόλων. Ένας μαθητής θέλει να αγοράσει έναν υπολογιστή και ένας άλλος είναι ο υπάλληλος του καταστήματος υπολογιστών. Αυτό μπορεί να γίνει με περισσότερα από ένα ζευγάρια, μέχρι να καταλήξουμε μέσα από τον διάλογο τους στις παραμέτρους που θα μας βοηθήσουν να λύσουμε το πρόβλημα. Αυτή η μέθοδος συνιστάται για παιδιά μικρότερης ηλικίας. Για μεγαλύτερα παιδιά θα μπορούσε να γίνει ένας καταγισμός ιδεών καθώς είναι πολύ πιο εξοικειωμένοι με το αντικείμενο και τα μέρη του υπολογιστή.

Ο ρόλος του δασκάλου και στις δύο περιπτώσεις είναι καθοδηγητικός και δεν παρεμβαίνει στις απαντήσεις των μαθητών. Αφήνει τους μαθητές να αυτενεργήσουν και να αυτοαξιολογήσουν τις απαντήσεις τους. Αφού ολοκληρωθεί είτε η μία διαδικασία είτε η άλλη, οι μαθητές μπορούν να επιλύσουν το πρόβλημα στην ομάδα τους. Στο τέλος μία ομάδα παρουσιάζει τη λύση της και η ολομέλεια της τάξης αξιολογεί τη διαδικασία και το αποτέλεσμα. Σε αυτό το σημείο ο εκπαιδευτικός μπορεί να αξιολογήσει την προσπάθεια των μαθητών και να συμπληρώσει κάποια στοιχεία που πιθανόν να παρέλειψαν οι μαθητές.

Γ' Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών)

Διαμορφωτική αξιολόγηση

Σε πρώτη φάση, ο εκπαιδευτικός είτε ορίζει τους στόχους μαζί με τους μαθητές είτε τους ανακοινώνει σε αυτούς ώστε να γνωρίζουν και να κατανοήσουν τι πρόκειται να μάθουν. Στο πρόβλημα του υπολογιστή έχουμε ως στόχους οι μαθητές:

- Να μπορούν να κάνουν συσχετίσεις και εκτιμήσεις, όταν κατασκευάζουν ένα μοντέλο.
- Να εξασκηθούν στις πράξεις με δεκαδικούς.
- Να εκφράσουν την άποψή τους, να επιχειρηματολογήσουν και να συνεργαστούν ώστε να επιλύσουν ένα πρόβλημα.

Στη συνέχεια, είτε έχει χρησιμοποιήσει ο εκπαιδευτικός τον καταγισμό ιδεών είτε το παιχνίδι ρόλων στη διδασκαλία, μπορεί να γίνει ο ρόλος του καθοδηγητικός

για τη διαμορφωτική αξιολόγηση κάνοντας κάποιες ρωτήσεις στα παιδιά που είτε θα τους βοηθήσουν να κάνουν μία αρχή, εάν είναι πολύ αρχάριοι στη μοντελοποίηση, είτε θα τους βοηθήσουν να ξεκαθαρίσουν ποια είναι τα σημαντικά στοιχεία που θα χρειαστεί να λάβουν υπόψη.

Για αρχή μπορεί να χρησιμοποιήσει ερωτήσεις του τύπου:

- «Ποιες είναι οι πληροφορίες που χρειάζεστε για την επίλυση του;» Οι μαθητές αναμένουμε να απαντήσουν ότι χρειαζόμαστε τις τιμές των προϊόντων.
- «Τι αναμένουμε να βρούμε ως αποτέλεσμα;» Αναμένεται να απαντήσουν ότι θα καταλήξουμε σε μία τιμή.
- «Πού θα βρείτε τιμές για τα μέρη του υπολογιστή;» Αναμένεται να απαντήσουν ότι θα ψάξουν σε διαφημιστικά φυλλάδια ή στο διαδίκτυο σε σελίδες από γνωστά καταστήματα με είδη υπολογιστή.
- «Πώς θα επιλέξετε την τιμή για κάθε μέρος του υπολογιστή;» Εδώ περιμένουμε ότι οι μαθητές/τριες θα αναλογιστούν το λόγο που η Φωτεινή θα αγοράσει υπολογιστή. Για να παίξει παιχνίδια δηλαδή»

Όταν ολοκληρωθεί το πρόβλημα μπορούν να γίνουν ερωτήσεις για να αναστοχαστούν οι μαθητές την εμπειρία επίλυσης ενός ανοικτού προβλήματος. Οι επιπλέον αυτές ερωτήσεις θα δώσουν στους μαθητές σημαντικές προοπτικές που θα τους βοηθήσουν στο να κάνουν επιτυχείς μοντελοποιήσεις στο μέλλον. Κάποιες από αυτές τις ερωτήσεις είναι οι εξής:

- «Χρειάστηκε να αναθεωρήσετε το μοντέλο σας σε κάποιο σημείο κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας; Αν ναι, γιατί; Πώς διορθώσατε το μοντέλο σας;». Ίσως οι μαθητές επιλέξουν στοιχεία τα οποία δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα ή ακόμη και να παραλείψουν σημαντικούς παράγοντες που θα πρέπει οπωσδήποτε να ληφθούν υπόψη για την επιτυχή ολοκλήρωση του προβλήματος(πχ να μην λάβουν υπόψη βασικά μέρη του υπολογιστή).
- «Τι συμβουλή θα δίνετε σε έναν συμμαθητή σας ή ακόμη και στον εαυτό σας για την ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου;»
- «Θα αλλάζατε κάποια από τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσατε; Εάν είχατε περισσότερο χρόνο τι θα κάνατε;»

Συγκριτική αξιολόγηση

Η συγκριτική αξιολόγηση μπορεί να ξεκινήσει προσδιορίζοντας τι κάνει μία λύση καλή ή όχι τόσο καλή. Μία καλή λύση θα είναι αυτή που συνδυάζει τις πραγματικές ανάγκες της Φωτεινής και την οικονομία. Έτσι ταξινομούμε τις λύσεις των μαθητών μας σε καλές και όχι τόσο καλές και έπειτα κάνουμε μία λίστα με τα σημεία του προβλήματος που εμείς θεωρούμε σημαντικά και θέλουμε να τα αξιολογήσουμε. Σίγουρα θέλουμε να αξιολογήσουμε σε ποιο βαθμό κατανόησαν το πρόβλημα και να μπορούν να εξηγήσουν πώς δούλεψαν. Επίσης, αν ακολούθησαν μία έγκυρη μέθοδο και αν αυτό έγινε σωστά και αν χρησιμοποίησαν διαφορετικούς τρόπους να δουν το πρόβλημα ή αν προσπάθησαν να το επεκτείνουν. Μία επέκταση στο συγκεκριμένο πρόβλημα θα μπορούσε να είναι, σε περίπτωση που η Φωτεινή θέλει να αγοράσει ένα υπολογιστή για να παίζει παιχνίδια, η αγορά μαζί με τον υπολογιστή και κάποιων παιχνιδιών, προγράμματα προστασίας από υιούς ή ακόμη και να κάνει σύνδεση στο διαδίκτυο για να κατεβάζει παιχνίδια σε περίπτωση που δεν έχει πρόσβαση.

Για να γίνει σωστά μία συγκριτική αξιολόγηση, θα πρέπει πάντα να έχουμε στο νου μας τον κύκλο της μοντελοποίησης. Πρόκειται για ένα πρόβλημα πραγματικού κόσμου, αφού οι περισσότεροι, αν όχι όλοι, μαθητές ήθελαν ή θέλουν κάποια στιγμή να αγοράσουν έναν υπολογιστή δικό τους. Ας λάβουμε υπόψη ότι λίγοι από τους μαθητές της Στ' τάξης έχουν δικό τους υπολογιστή και δεν το μοιράζονται με κάποιο άλλο μέλος της οικογένειας ή με όλη την οικογένεια. Στη συνέχεια, οι μαθητές οικοδομούν το μαθηματικό πρόβλημα. Πρέπει να βρουν τιμές για τα προϊόντα που πρέπει να αγοράσουν και έπειτα να οδηγηθούν στη μαθηματική λύση που είναι μία πρόσθεση δεκαδικών και ακεραίων αριθμών. Τέλος, ερμηνεύουν τη λύση στον πραγματικό κόσμο και ελέγχουν την εγκυρότητα του. Είναι λογικό το κόστος του υπολογιστή; Είναι εφικτή η αγορά ενός τέτοιου υπολογιστή από τη μέση ελληνική οικογένεια για ένα παιδί; Τι θα μπορούσατε να αλλάξετε ώστε να έχουμε καλύτερο αποτέλεσμα (είτε οικονομικότερο είτε καλύτερο μηχανήμα, ανάλογα με το αποτέλεσμα του προβλήματος);

Πιθανή εξέλιξη σε περίπτωση που γίνει η επίλυση του προβλήματος στην τάξη.

Σύμφωνα με τον πίνακα αξιολόγησης που αναπτύσσει ποιοτικές περιγραφές για κάθε επικεφαλίδα-κλειδί και λαμβάνοντας υπόψη τα όσα γνωρίζουν οι μαθητές σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα, αναμένουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Οικοδομώντας το μοντέλο	Δουλεύοντας με ακρίβεια	Ερμηνεύοντας	Έλεγχος εγκυρότητας κι αναστοχασμός	Παρουσίαση
2	4	3	2	2
Οι μαθητές μπορούν να εντοπίσουν και να χρησιμοποιήσουν κάποιες απαραίτητες πληροφορίες ώστε να φτιάξουν στρατηγικές δράσης.	Οι μαθητές χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα και τα σύμβολα με ακρίβεια.	Οι μαθητές είναι ικανοί να ερμηνεύσουν την κατάσταση, όχι όμως σε βάθος.	Οι μαθητές έχουν επίγνωση της εγκυρότητας κάποιων, αλλά όχι όλων των πτυχών του μοντέλου τους.	Με βοήθεια και καθοδήγηση μπορούν να παρουσιάσουν ικανοποιητικά το πώς εργάστηκαν.

ΤΡΙΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Α΄ Μέρος (Επιλογή/ τροποποίηση /κατασκευή προβλήματος)

Πρωτότυπο πρόβλημα (Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου, Πρόβλημα- Εφαρμογή 2^η, σελ. 35) *Μια βιοτεχνία ρούχων για να κατασκευάσει x πουκάμισα ζοδεύει ημερησίως 500€ για μισθούς υπαλλήλων, 10€ για τα υλικά που απαιτεί κάθε πουκάμισο (ύφασμα, κλωστές, ...) και $1/10 x^2$ € για τα υπόλοιπα έξοδά της (μεταφορικά, ηλεκτρικό ρεύμα...). Πόσα ζοδεύει ημερησίως για την κατασκευή x πουκαμίσων; Ποια θα είναι τα έξοδα της βιοτεχνίας, αν κατασκευάσει 50 πουκάμισα;*

2 Μια βιοτεχνία ρούχων για να κατασκευάσει x πουκάμισα ξοδεύει ημερησίως 500 € για μισθούς υπαλλήλων, 10 € για τα υλικά που απαιτεί κάθε πουκάμισο (ύφασμα, κλωστές, ...) και $\frac{1}{10}x^2$ € για τα υπόλοιπα έξοδά της (μεταφορικά, ηλεκτρικό ρεύμα ...). Πόσα ξοδεύει ημερησίως για την κατασκευή x πουκαμίσων; Ποια θα είναι τα έξοδα της βιοτεχνίας, αν κατασκευάσει 50 πουκάμισα;

Λύση

Τα έξοδα των υλικών για την κατασκευή ενός πουκάμισου είναι 10 €, οπότε για τα x πουκάμισα τα έξοδα των υλικών θα είναι $10x$ €. Το συνολικό ποσό σε €, που ξοδεύει ημερησίως η βιοτεχνία είναι

$$P(x) = \frac{1}{10}x^2 + 10x + 500$$

Για την κατασκευή 50 πουκαμίσων τα έξοδα είναι:

$$P(50) = \frac{1}{10}50^2 + 10 \cdot 50 + 500 = \frac{1}{10}2500 + 500 + 500 = 1250 \text{ €}$$

Πρόβλημα μοντελοποίησης:

Υπολογίστε τα ελάχιστα έσοδα που πρέπει να έχει μια μικρή βιοτεχνία ρούχων, ώστε να είναι βιώσιμη ως επιχείρηση, αν γνωρίζετε ότι συνεργάζεται με μεγάλη αλυσίδα καταστημάτων, απασχολεί 10 υπαλλήλους και ότι η μονάδα παραγωγής καταλαμβάνει έκταση 400 τετραγωνικών μέτρων;

Σκέψεις για την επίλυση

Οι μαθητές για να μπορέσουν να λύσουν το πρόβλημα θα πρέπει να σκεφτούν κάποιες παραμέτρους. Θα πρέπει να αναλογιστούν πως για να είναι βιώσιμη μια επιχείρηση, θα πρέπει τα κέρδη της να είναι περισσότερα από τα έξοδά της. Έτσι, θα πρέπει να γίνει μια εκτίμηση για τα έσοδα και τα έξοδα που μπορεί να έχει. Μια πιθανή λίστα με τις παραμέτρους που οφείλουν να αξιοποιήσουν οι μαθητές είναι η παρακάτω:

Παράμετροι

1. Πάγια έξοδα (ενοίκιο, ηλεκτρικό ρεύμα, μισθοί υπαλλήλων, ...)
2. Λειτουργικά έξοδα (υλικά, υφάσματα, μεταφορικά...)
3. Έσοδα (συμφωνία με συνεργαζόμενη αλυσίδα καταστημάτων)

Πιθανή λύση

Αρχικά, οι μαθητές εκτιμούν το ενοίκιο που μπορεί να πληρώνει μια επιχείρηση για επαγγελματική στέγη 400 τετραγωνικών μέτρων. Ψάχνοντας στο διαδίκτυο σε σελίδες μεσιτικών γραφείων, αποφασίζουν πως τα 1.500 € είναι μια

λογική τιμή. Στη συνέχεια, υπολογίζουν το κόστος σε ηλεκτρικό ρεύμα, πρώτες ύλες, μεταφορικά και καταλήγουν πως σε σύνολο θα είναι κοντά στα 1.200 € το μήνα. Τέλος, βρίσκουν πως ο μέσος υπάλληλος βιοτεχνίας πληρώνεται με 650 € το μήνα, οπότε για τους 10 υπαλλήλους το ποσό ανέρχεται στα 6.500 € μηνιαίως. Έτσι, αθροίζοντας τα ποσά, εκτιμούν πως ο βιοτέχνης χρειάζεται 9.200 € το μήνα τουλάχιστον για να καλύψει τις πάγιες ανάγκες της επιχείρησής του.

Εν συνεχεία, οι μαθητές πρέπει να διερευνήσουν πόσα περίπου έσοδα έχει η επιχείρηση. Εδώ, οι μαθητές κατανοούν πως τα έσοδα της βιοτεχνίας δεν εξαρτώνται από την ημερήσια παραγωγή, καθώς η επιχείρηση έχει συνάψει συμφωνία με αλυσίδα καταστημάτων, αλλά από τις μηνιαίες απολαβές από τη διεύθυνση της τελευταίας. Εικάζουν πως για να είναι συμφέρουσα η συμφωνία, οι μηνιαίες απολαβές θα πρέπει να είναι μεγαλύτερες από 9.200 €, και για να έχει έσοδα (μισθό) και ο βιοτέχνης, οι απολαβές θα πρέπει να υπερβαίνουν τις 10.000 €.

Ταξινόμηση

1^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα είναι **καθημερινής ζωής**, καθώς σχετίζεται με την οικονομία της αγοράς. Οι μαθητές/τριες αναμένεται με το πέρας της δραστηριότητας, να είναι σε θέση να μπορούν να αναλογίζονται παρόμοια διλήμματα της καθημερινής ζωής και να ανταπεξέρχονται σε αυτά με όσο το δυνατόν καλύτερο τρόπο.

2^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα συμβαδίζει με το Α.Π.Σ. γενικά, μια και «ένας από τους σημαντικότερους στόχους των αναλυτικών προγραμμάτων και της διδασκαλίας των Μαθηματικών σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, είναι να καταστήσει τους μαθητές ικανούς να λύνουν προβλήματα και να αξιοποιούν τα συμπεράσματά τους. Το πρόβλημα και η λύση του αποτελούν την πεμπτούσια των Μαθηματικών και της διδασκαλίας τους», όπως αναφέρεται στο βιβλίο εκπαιδευτικού (Αργυράκης, Δ. κ.ά., 2011).

3^η ταξινόμηση: Το έργο είναι αρκετά ανοιχτό καθώς δίνει την επιλογή στους μαθητές να επιλέξουν μία σειρά από χαρακτηριστικά- παραμέτρους που ενδεχομένως να επηρεάζουν το αποτέλεσμα, όπως και στην καθημερινή ζωή. Ο καθένας ανάλογα

με τα βιώματά του και την αναζήτηση που κάνει στο διαδίκτυο, επιλέγει τις παραμέτρους που θεωρεί σημαντικότερες. Έτσι, ο καθένας οδηγείται σε διαφορετικές προσεγγίσεις του προβλήματος και γίνεται κατανοητό πως το πρόβλημα έχει αρκετές λύσεις.

4^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα σχετίζεται άμεσα ή έμμεσα με τους μαθητές, καθώς, δυνητικά, όλοι οι μαθητές μπορούν να παραλληλίσουν το πρόβλημα αυτό με προβλήματα που αντιμετωπίζουν οικεία τους πρόσωπα (είτε στην οικογένεια είτε στο ευρύτερο κοινωνικό τους περιβάλλον). Γι' αυτό το λόγο θα έχουν κίνητρα για να επιλύσουν το πρόβλημα.

5^η ταξινόμηση: Το πρόβλημα είναι πρόβλημα Άλγεβρας. Εάν η διδασκαλία γίνει σε μαθητές/τριες Γ' τάξης Γυμνασίου, οι μαθητές/τριες θα χρειαστούν αρκετή βοήθεια, καθώς δεν έχουν εξασκηθεί σε προβλήματα μοντελοποίησης. Εάν το πρόβλημα δοθεί σε μαθητές/τριες Λυκείου, τότε θα υπάρξει πάλι καθοδήγηση- για τον ίδιο λόγο, αλλά μικρότερη λόγω της μεγαλύτερης ωριμότητας των παιδιών. Το πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί με τη μορφή κειμένου και οι μαθητές/τριες να το λύσουν απλώς με τις γνώσεις που έχουν ή μπορεί να δοθεί σε φύλλο εργασίας για να δουλέψουν με τους υπολογιστές που θα έχουν πρόσβαση στο διαδίκτυο.

Β' Μέρος (Καταγραφή της μεθόδου διδασκαλίας του προβλήματος στους μαθητές)

Στο πρόβλημα της βιωσιμότητας της επιχείρησης πρέπει πρώτα να αφήσουμε τους μαθητές μας να σκεφτούν πώς θα μπορούσε να λυθεί το πρόβλημα. Μια καλή πρακτική για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι ο καταιγισμός ιδεών, αρχικά σε επίπεδο ομάδων 2-3 μαθητών και εν συνεχεία σε επίπεδο τάξης. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι συμβουλευτικός- καθοδηγητικός και μη παρεμβατικός στις απαντήσεις των μαθητών. Ο καθηγητής αφήνει τους μαθητές να αυτενεργήσουν και να αυτοαξιολογήσουν τις απαντήσεις τους. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία, οι μαθητές μπορούν να επιλύσουν το πρόβλημα στην ομάδα τους. Στο τέλος, η κάθε ομάδα παρουσιάζει τη λύση της και η ολομέλεια της τάξης αξιολογεί τη διαδικασία και το αποτέλεσμα. Σε αυτό το σημείο ο εκπαιδευτικός μπορεί να αξιολογήσει την προσπάθεια των μαθητών και να συμπληρώσει κάποια στοιχεία που πιθανόν να παρέλειψαν οι μαθητές.

Γ' Μέρος (Διαμορφωτική και συγκριτική αξιολόγηση τις συμπεριφοράς των μαθητών)

Διαμορφωτική αξιολόγηση

Σε πρώτη φάση, ο εκπαιδευτικός είτε ορίζει τους στόχους μαζί με τους μαθητές είτε τους ανακοινώνει σε αυτούς ώστε να γνωρίζουν και να κατανοήσουν τι πρόκειται να μάθουν. Στο πρόβλημα της επιχείρησης έχουμε θέσει ως στόχους οι μαθητές:

- Να μπορούν να κάνουν συσχετίσεις και εκτιμήσεις, όταν κατασκευάζουν ένα μοντέλο.
- Να διαπιστώνουν την ευρύτητα των εφαρμογών που έχουν τα Μαθηματικά και γενικά να διευρύνουν με γνώσεις συμπληρωματικές το πεδίο των γνώσεών τους.
- Να εξασκηθούν στην αναζήτηση πληροφοριών.
- Να εκφράσουν την άποψή τους, να επιχειρηματολογήσουν και να συνεργαστούν ώστε να επιλύσουν ένα πρόβλημα.

Στη συνέχεια, ο ρόλος του εκπαιδευτικού μπορεί να γίνει καθοδηγητικός για τη διαμορφωτική αξιολόγηση, κάνοντας κάποιες ρωτήσεις στα παιδιά που είτε θα τους βοηθήσουν να κάνουν μία αρχή, εάν είναι πολύ αρχάριοι στη μοντελοποίηση, είτε θα τους βοηθήσουν να ξεκαθαρίσουν ποια είναι τα σημαντικά στοιχεία που θα χρειαστεί να λάβουν υπόψη.

Για αρχή μπορεί να χρησιμοποιήσει ερωτήσεις του τύπου:

- «Ποιες είναι οι πληροφορίες που χρειάζεστε για την επίλυση του;» Οι μαθητές αναμένεται να απαντήσουν ότι χρειαζόμαστε περισσότερα δεδομένα ή εκτιμήσεις σχετικά με τα πάγια και τα λειτουργικά έξοδα μιας επιχείρησης.
- «Τι πιστεύετε να βρούμε ως αποτέλεσμα;» Αναμένεται να απαντήσουν ότι θα καταλήξουμε σε μία τιμή.
- «Πού θα βρείτε τιμές ενοικίων επαγγελματικών χώρων;» Αναμένεται να απαντήσουν ότι θα ψάξουν στο διαδίκτυο σε σελίδες μεσιτικών γραφείων ή απλώς στη μηχανή αναζήτησης της Google.

Όταν ολοκληρωθεί το πρόβλημα μπορούν να γίνουν ερωτήσεις για να αναστοχαστούν οι μαθητές την εμπειρία επίλυσης ενός ανοικτού προβλήματος. Οι επιπλέον αυτές ερωτήσεις θα δώσουν στους μαθητές σημαντικές προοπτικές που θα

τους βοηθήσουν στο να κάνουν επιτυχείς μοντελοποιήσεις στο μέλλον. Κάποιες από αυτές τις ερωτήσεις είναι οι εξής:

- «Χρειάστηκε να αναθεωρήσετε το μοντέλο σας σε κάποιο σημείο κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας; Αν ναι, γιατί; Πώς διορθώσατε το μοντέλο σας;». Ίσως οι μαθητές επιλέξουν στοιχεία τα οποία δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα ή ακόμη και να παραλείψουν σημαντικούς παράγοντες που θα πρέπει οπωσδήποτε να ληφθούν υπόψη για την επιτυχή ολοκλήρωση του προβλήματος(πχ να μην λάβουν υπόψη τους μισθούς των υπαλλήλων).
- «Τι συμβουλή θα δίνετε σε έναν συμμαθητή σας ή ακόμη και στον εαυτό σας για την ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου;»
- «Θα αλλάζατε κάποια από τις στρατηγικές που χρησιμοποίησατε; Εάν είχατε περισσότερο χρόνο τι θα κάνατε;»

Συγκριτική αξιολόγηση

Η συγκριτική αξιολόγηση μπορεί να ξεκινήσει προσδιορίζοντας τι κάνει μία λύση καλή ή όχι τόσο καλή. Μία καλή λύση θα είναι αυτή που λαμβάνει υπόψη της όσο το δυνατόν περισσότερες παραμέτρους και εμπεριέχει καλές εκτιμήσεις. Έτσι, ταξινομούμε τις λύσεις των ομάδων των μαθητών σε καλές και όχι τόσο καλές και έπειτα κάνουμε μία λίστα με τα σημεία του προβλήματος που εμείς θεωρούμε σημαντικά και θέλουμε να τα αξιολογήσουμε. Σίγουρα θέλουμε να αξιολογήσουμε σε ποιο βαθμό κατανόησαν το πρόβλημα και να μπορούν να εξηγήσουν πώς δούλεψαν. Επίσης, αν ακολούθησαν μία έγκυρη μέθοδο κι έχουν καταστρώσει ένα σχέδιο επίλυσης (εικασίες, υποθέσεις, στρατηγικές), το οποίο είναι σε θέση να εκτελέσουν. Το τελευταίο βήμα είναι να αξιολογήσουμε εάν έχουν ελέγξει το αποτέλεσμα και αν έχουν χρησιμοποιήσει όλα τα δεδομένα που τους δόθηκαν.

Για να γίνει σωστά μία συγκριτική αξιολόγηση, θα πρέπει πάντα να έχουμε στο νου μας τον κύκλο της μοντελοποίησης. Πρόκειται για ένα πρόβλημα πραγματικού κόσμου, αφού οι περισσότεροι, αν όχι όλοι οι μαθητές μπορούν να παραλληλίσουν το πρόβλημα αυτό με προβλήματα που αντιμετωπίζουν οικεία τους πρόσωπα (είτε στην οικογένεια είτε στο ευρύτερο κοινωνικό τους περιβάλλον). Στη συνέχεια, οι μαθητές οικοδομούν το μαθηματικό πρόβλημα. Πρέπει να βρουν τιμές

για τις παραμέτρους που έθεσαν, να κάνουν εκτιμήσεις, και έπειτα να οδηγηθούν στη μαθηματική λύση. Τέλος, ερμηνεύουν τη λύση στον πραγματικό κόσμο και ελέγχουν την εγκυρότητα του. Είναι λογικά τα νούμερα που βγήκαν; Είναι τα ποσά πραγματικά; Τι θα μπορούσατε να αλλάξετε ώστε να έχουμε καλύτερο αποτέλεσμα;

Πιθανή εξέλιξη σε περίπτωση που γίνει η επίλυση του προβλήματος στην τάξη.

Σύμφωνα με τον πίνακα αξιολόγησης που αναπτύσσει ποιοτικές περιγραφές για κάθε επικεφαλίδα-κλειδί και λαμβάνοντας υπόψη τα όσα γνωρίζουν οι μαθητές σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα, αναμένουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Οικοδομώντας το μοντέλο	Δουλεύοντας με ακρίβεια	Ερμηνεύοντας	Έλεγχος εγκυρότητας κι αναστοχασμός	Παρουσίαση
4	4	3	3	3
Οι μαθητές μπορούν να εντοπίσουν και να χρησιμοποιήσουν τις περισσότερες απαραίτητες πληροφορίες ώστε να φτιάξουν στρατηγικές δράσης.	Οι μαθητές χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα και τα σύμβολα με ακρίβεια.	Οι μαθητές είναι ικανοί να ερμηνεύσουν την κατάσταση, όχι όμως στην ολότητά της.	Οι μαθητές έχουν επίγνωση της εγκυρότητας των περισσότερων, αλλά όχι όλων των πτυχών του μοντέλου τους.	Με μικρή βοήθεια και καθοδήγηση μπορούν να παρουσιάσουν ικανοποιητικά το πώς εργάστηκαν.