

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΣΜΩΝ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΚΑΙ ΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Ορισμός και Εικόνα έννοιας

Για την κατανόηση μιας έννοιας, εκτός από την γνώση του ορισμού της έννοιας (concept definition), αναγκαία προϋπόθεση είναι και ο σχηματισμός μιας επαρκούς και συνεκτικής εικόνας της έννοιας (concept image).

Εικόνα έννοιας

- Εικόνα έννοιας είναι η γνωστική δομή που έχει σχηματίσει ένα άτομο αναφορικά με την έννοια (D. Tall & S. Vinner, 1981)
- Η εικόνα έννοιας ενός ατόμου περιλαμβάνει όλες τις νοητικές εικόνες, ιδιότητες, προτάσεις και διαδικασίες που συνδέονται με την έννοια και γνωρίζει το άτομο.
- Ο ορισμός της έννοιας, αν τον γνωρίζει το άτομο, είναι μέρος της εικόνας της έννοιας.

Σύνδεση ορισμού και εικόνας έννοιας

Ο Vinner (1991) θεώρησε την ύπαρξη δύο διαφορετικών «κελιών» στη γνωστική δομή που έχει διαμορφώσει ένα άτομο για την έννοια. Το ένα κελί αφορά στον *ορισμό της έννοιας* και το δεύτερο στην *εικόνα της έννοιας* (χωρίς να περιλαμβάνεται σε αυτό ο ορισμός).

Ορισμός
Έννοιας

Εικόνα
Έννοιας

Παράδειγμα αρχικού σχηματισμού εικόνας έννοιας: Σύστημα συντεταγμένων

- Ένας μαθητής μπορεί να διαθέτει μια εικόνα έννοιας για την έννοια των συστημάτων συντεταγμένων ως αποτέλεσμα της θέασης πολλών γραφικών παραστάσεων σε διάφορες καταστάσεις.
- Σύμφωνα με αυτήν την εικόνα έννοιας, οι δύο άξονες ενός συστήματος συντεταγμένων είναι μεταξύ τους κάθετοι.

Πιθανή εξέλιξη μετά τη διδασκαλία του τυπικού ορισμού

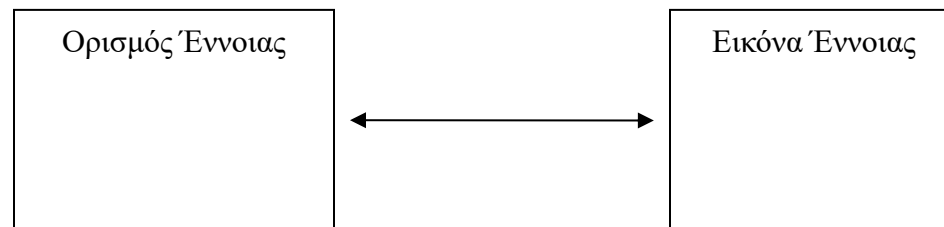
- **Ο τυπικός ορισμός διευρύνει την προϋπάρχουσα εικόνα της έννοιας.**
Η εικόνα έννοιας μεταβάλλεται και συμπεριλαμβάνει και τα συστήματα συντεταγμένων, των οποίων οι άξονες δεν σχηματίζουν ορθή γωνία.

- **Η προϋπάρχουσα εικόνα της έννοιας καθορίζει το περιεχόμενο του κελιού με τον ορισμό της έννοιας και αλλοιώνει τον τυπικό ορισμό.**

Η εικόνα έννοιας μπορεί να παραμείνει αμετάβλητη. Το κελί του ορισμού θα περιέχει τον τυπικό ορισμό για λίγο αλλά σύντομα θα ξεχαστεί ή θα διαστρεβλωθεί και όταν ο μαθητής κληθεί να ορίσει ένα σύστημα συντεταγμένων θα αναφερθεί σε σύστημα του οποίου οι άξονες σχηματίζουν μια ορθή γωνία.

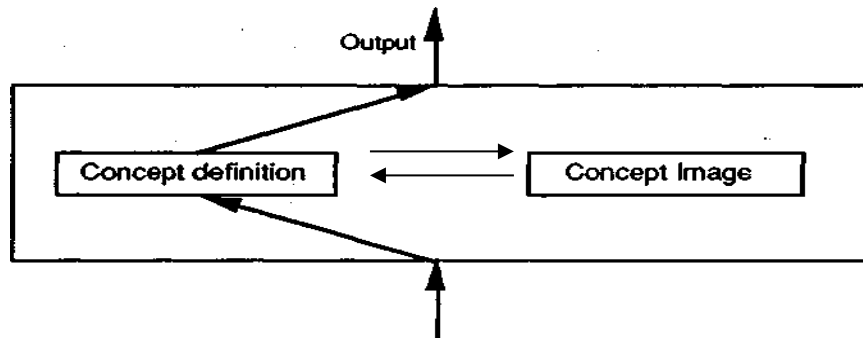
- **Τα δύο κελιά παραμένουν αμετάβλητα.**
Όταν ο μαθητής καλείται να ορίσει ένα σύστημα συντεταγμένων ανακαλεί τον τυπικό ορισμό. Όταν σκέφτεται σύστημα συντεταγμένων θεωρεί ότι οι άξονες είναι κάθετοι.

- Μια παρόμοια διαδικασία ενδέχεται να εμφανιστεί όταν μια έννοια εισάγεται αρχικά μέσω ενός ορισμού. Εδώ, το κελί της εικόνας έννοιας είναι κενό αρχικά. Μετά από πολλά παραδείγματα και επεξηγήσεις γεμίζει βαθμιαία.

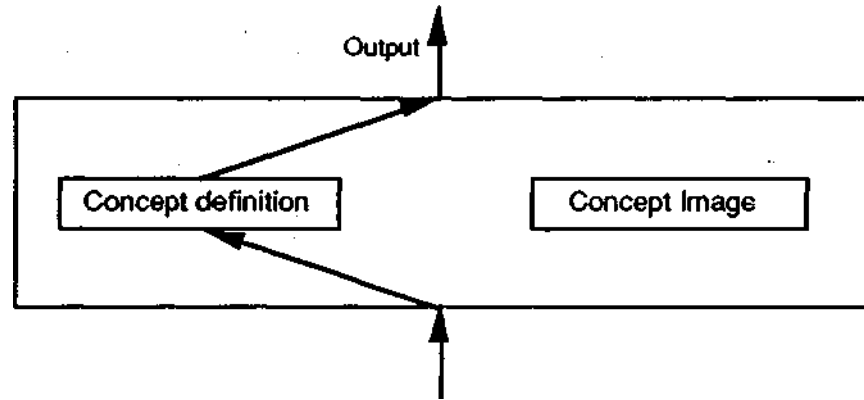


Ρόλος των ορισμών κατά την
επίλυση προβλήματος

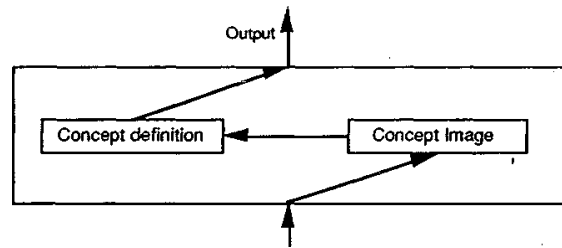
Αποδεκτές διαδικασίες



Αλληλεπίδραση μεταξύ του ορισμού και της εικόνας



Καθαρὰ τυπική αφαίρεση

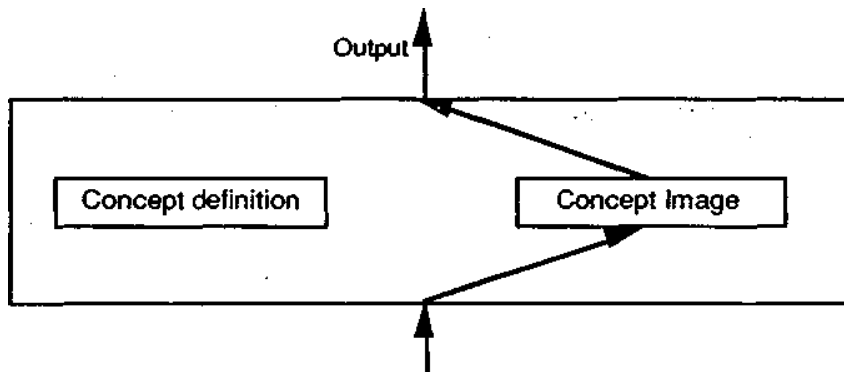


Αφαίρεση μετά από τη διαισθητική σκέψη

Κοινό στοιχείο των αποδεκτών διαδικασιών

Τελικό συμπέρασμα με βάση τον τυπικό
ορισμό

Συνήθης διαδικασία



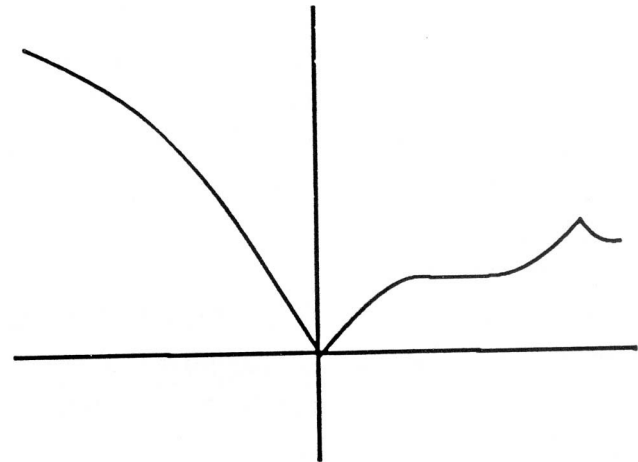
Ερευνητικά δεδομένα

Χώρα: Μεγάλη Βρετανία

Δείγμα έρευνας: 147 μαθητές που είχαν τα μαθηματικά ως κύριο μάθημα στις δύο τελευταίες τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

1. Κατά την άποψή σας τι είναι συνάρτηση;
2. Υπάρχει συνάρτηση στην οποία κάθε αριθμός διάφορος του μηδενός αντιστοιχίζεται στο τετράγωνό του και το 0 αντιστοιχίζεται στο -1;
3. Υπάρχει συνάρτηση στην οποία κάθε θετικός αριθμός αντιστοιχίζεται στο 1, κάθε αρνητικός αντιστοιχίζεται στο -1 και το 0 στο 0;
4. Προκύπτει αυτή η γραφική παράσταση από μια συνάρτηση;



Αποτελέσματα

Ερώτηση 1

- Το 57% απάντησε σωστά
- Το 14% των μαθητών απάντησε ότι μια συνάρτηση είναι ένας κανόνας αντιστοίχισης και απέρριψε τη δυνατότητα μιας αυθαίρετης συνάρτησης.
- Το 14% των μαθητών υποστήριξε ότι μια συνάρτηση είναι ένας αλγεβρικός τύπος, μια εξίσωση ή μια αριθμητική πράξη.
- Οι υπόλοιποι μαθητές έδωσαν λανθασμένη απάντηση διαφορετική από τις παραπάνω ή δεν απάντησαν.

Ερωτήσεις 2 και 3:

Από τις απαντήσεις στις ερωτήσεις 2 και 3 προέκυψε ότι ένας αριθμός μεταξύ του ενός τρίτου και των δύο τρίτων των μαθητών θεωρούν ότι:

- Μια συνάρτηση θα πρέπει να δίνεται από ένα κανόνα ή, αν δίνονται δύο κανόνες, τότε τα πεδία ορισμού τους θα πρέπει να είναι ημιευθείες ή διαστήματα.
- Ένας κανόνας για ένα μοναδικό σημείο, όπως στην ερώτηση 2, δεν επιτρέπεται.
- Αντιστοιχίες οι οποίες δεν δίνονται από έναν αλγεβρικό κανόνα δεν είναι συναρτήσεις, εκτός αν η μαθηματική κοινότητα τις θεωρεί ως συναρτήσεις με το να τους δώσει ένα όνομα ή έναν ειδικό συμβολισμό. (Αυτό φάνηκε στις απαντήσεις της ερώτησης 3).

Ερώτηση 4:

- Περίπου το 60% των μαθητών απάντησε σωστά
- Το υπόλοιπο περίπου 40% των μαθητών πιστεύουν πως η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης πρέπει να είναι κανονική, να αυξάνει μέσα σε λογικά πλαίσια κλπ.

- Μόνο το ένα τρίτο των μαθητών που έδωσαν το σωστό ορισμό της συνάρτησης απάντησε επίσης σωστά στις ερωτήσεις 2-4.
- Κανένας μαθητής από αυτούς που έδωσαν λανθασμένο ορισμό δεν απάντησε στις ερωτήσεις 2-4 σωστά.