

Η διδακτική αξιοποίηση της αριθμητικής γραμμής στα κλάσματα

Οι Siegler, Thompson, & Schneider, (2011, οπ. αναφ. Riconscente, 2012) αναφέρουν ότι: *‘το να κατανοείς τα κλάσματα ως αφηρημένη έννοια σημαίνει να αναγνωρίζεις πως είναι αριθμοί και μπορούν να τοποθετηθούν στην αριθμογραμμή’*. Προς την ίδια κατεύθυνση, ο Wu (2008) υποστηρίζει πως «η χρήση της αριθμογραμμής έχει το άμεσο πλεονέκτημα ότι προσδίδει συνοχή στη μελέτη των αριθμών στα μαθηματικά του σχολείου. Οι δεκαδικοί αναπροσδιορίζονται ως ένα ιδιαίτερο είδος κλασμάτων ενώ, τόσο τα θετικά όσο και τα αρνητικά κλάσματα, γίνονται σημεία της αριθμογραμμής αυτή η συνοχή απουσίαζε από τα μαθηματικά του σχολείου για πολύ καιρό».

Σύμφωνα με τον Wu (2011) οι κλασματικές μονάδες αποτελούν τα βασικά δομικά στοιχεία των κλασμάτων, με τον ίδιο τρόπο που ο αριθμός 1 αποτελεί τη βάση για όλους τους ακέραιους αριθμούς. Έτσι, το μοντέλο της αριθμογραμμής είναι ιδανικό για την αναπαράσταση των κλασμάτων, καθώς προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλες αναπαραστάσεις. Συγκεκριμένα, σε αντίθεση με τα μοντέλα που έχουν εμβαδό, όπως πίτσες και ορθογώνια παραλληλόγραμμα, στην αριθμογραμμή είναι ευκολότερο να διαιρέσει κανείς το όλο σε ίσα τμήματα/ κλασματικές μονάδες, μιας και πρέπει να λάβει υπόψη του μόνο το μήκος, και έτσι οι προσθέσεις και αφαιρέσεις των κλασμάτων μοντελοποιούνται ευκολότερα. Ωστόσο, επειδή είναι σίγουρο πως, ιδιαίτερα σε έναν μαθητή τρίτης τάξης, θα πάρει περισσότερο χρόνο η εξοικείωση με την αριθμογραμμή, συγκριτικά με την ορθογώνια επιφάνεια, χρειάζεται, από διδακτική σκοπιά, περισσότερη εξάσκηση και επιπρόσθετος διδακτικός χρόνος. Για παράδειγμα, μια κύρια δυσκολία του μαθητή ο οποίος χρησιμοποιεί την αριθμογραμμή, είναι ότι δεν καταφέρνει συχνά να αντιληφθεί σωστά τη μονάδα αναφοράς. Όταν ο Novillis- Larson (1980, όπ. αναφ. Hannula, 2003) έδωσε σε μαθητές έργα στα οποία έπρεπε να τοποθετήσουν κλάσματα πάνω σε αριθμογραμμή, η οποία αποτελούνταν από 2 μονάδες, περισσότεροι από το $\frac{1}{4}$ των μαθητών χρησιμοποίησε όλη τη αριθμογραμμή ως μονάδα αναφοράς.

Η αναπαράσταση των αριθμητικών μεγεθών σε αριθμογραμμή μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη κατανόηση του μεγέθους των αριθμών και σε σωστότερες απαντήσεις (Booth & Siegler, 2008, Ni & Zhou, 2005). Η αριθμογραμμή μπορεί να λειτουργήσει σαν χάρακας, καθώς μπορεί να παρουσιάσει τη μονάδα αλλά και τις υποδιαιρέσεις της, ενώ είναι ένα συνεχές μοντέλο αναπαράστασης (Cramer & Wyberg, 2009, Wu 2011) και προσφέρει μια οπτική διακρίτοτητα των αριθμητικών μεγεθών δίνοντας παράλληλα εικονικές αλλά και συμβολικές πληροφορίες.

Βέβαια ενώ για τους περισσότερους μαθητές είναι εύκολο να τοποθετούν τους φυσικούς αριθμούς σε μια αριθμογραμμή είτε αυτή είναι αριθμημένη είτε κενή, με τα κλάσματα συναντούν δυσκολία. Αυτό συμβαίνει καθώς οι φυσικοί αριθμοί είναι διακριτοί αριθμοί, ενώ μεταξύ δυο κλασμάτων υπάρχουν άπειρα κλάσματα και δεν υπάρχει το επόμενο ή το προηγούμενο κλάσμα. Παρόλο που η αριθμογραμμή είναι δυσκολότερη για τα κλάσματα προτείνεται ως ένα χρήσιμο αναπαραστατικό εργαλείο και για τους ρητούς αριθμούς καθότι μπορεί να βοηθήσει στην κατανόηση της σχέσης των κλασμάτων με τους φυσικούς αριθμούς, στην κατανόηση της πυκνότητας των ρητών και της σχέσης των κλασμάτων με τη μονάδα (Saxe et. al. 2007, Kilpatrick et. al., 2001).

Επίσης όταν τα παιδιά αποτυγχάνουν στην αριθμογραμμή αυτό δεν σημαίνει ότι δεν έχουν την ικανότητα να κατανοήσουν τη σημασία της για τα κλάσματα. Αυτό οφείλεται στην ελλιπή εξάσκηση πάνω σε αυτήν καθώς έχουν συνηθίσει αναπαραστάσεις του τύπου «μέρος-όλου» και δεν καταλαβαίνουν την έννοια της μέτρησης για ένα κλάσμα. Αυτό που χρειάζεται είναι μια σωστή καθοδήγηση για το πώς να χρησιμοποιούν την αριθμογραμμή για τους ρητούς αριθμούς, ώστε να κατανοήσουν ότι τα κλάσματα είναι αριθμοί με διαφορετική συμβολική αναπαράσταση (Ni, 2000).

Ο εντοπισμός των κλασμάτων στην αριθμογραμμή έχει επισημανθεί από πολλούς μαθηματικούς και ερευνητές ως ουσιώδης για την κατανόηση τους ως αριθμούς και όχι μόνο ως μέρη μιας πίτσας. Οι μαθητές πρέπει να μάθουν να εντοπίζουν ένα κλάσμα στην αριθμογραμμή και να το συγκρίνουν σε σχέση με άλλους αριθμούς και η αριθμογραμμή είναι σε θέση να βοηθά να απεικονίζει τέτοιες θέσεις. Επιπλέον και οι πράξεις με τα κλάσματα όπως η πρόσθεση και η αφαίρεση μπορούν να οπτικοποιηθούν πάνω στην αριθμογραμμή, η οποία με την σειρά της δίνει την δυνατότητα να λειτουργήσει και σαν ένα εννοιολογικό εργαλείο για την καλύτερη κατανόηση των πραγματικών αριθμών (Ernest, 1985). Έτσι με την χρήση αριθμογραμμών για την αναπαράσταση των αριθμητικών μεγεθών οι μαθητές μπορούν να καταλάβουν καλύτερα ότι τα κλάσματα είναι αριθμητικά μεγέθη (Fazio & Siegler, 2011).

Παρακάτω παρουσιάζονται βασικά σημεία από τη διδασκαλία των κλασμάτων με παραδείγματα όπου μπορεί να χρησιμοποιηθεί η αριθμογραμμή.

Εισαγωγή της αριθμογραμμής

Αρχικά ένας βασικός στόχος είναι η εισαγωγή της αναπαράστασης των κλασμάτων πάνω στην αριθμογραμμή (**3.Κ.3α** και **3.Κ.3β**).

3.Κ.3. Αναγνωρίζουν και αναπαριστούν κλάσματα ως αριθμούς πάνω στην αριθμογραμμή.

3.Κ.3α. Αναπαριστούν το μοναδιαίο κλάσμα $\frac{1}{\beta}$ πάνω στην αριθμογραμμή θεωρώντας ως όλο το διάστημα από 0 έως 1 και διαιρώντας αυτό σε β ίσα μέρη. Αναγνωρίζουν ότι κάθε μέρος έχει μέγεθος $\frac{1}{\beta}$ και στο 0 αντιστοιχεί το $\frac{0}{\beta}$ ενώ στο 1 το $\frac{\beta}{\beta}$.

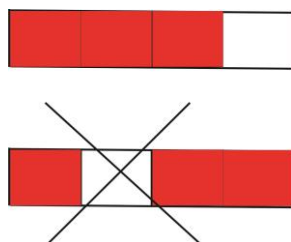
3.Κ.3β. Αναπαριστούν ένα κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ πάνω στην αριθμογραμμή μετρώντας από το 0 α φορές το τμήμα $\frac{1}{\beta}$. Αναγνωρίζουν ότι το τμήμα που προκύπτει με αυτόν τον τρόπο έχει μήκος $\frac{\alpha}{\beta}$ και το τελικό του σημείο αναπαριστά τον αριθμό $\frac{\alpha}{\beta}$ επάνω στην αριθμογραμμή.

Εισαγωγική βιωματική δραστηριότητα: Από τις λωρίδες του κλάσματος στην αριθμογραμμή.

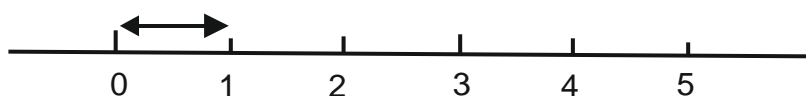
Μέσα – Υλικά. **Κατασκευή λωρίδων.** Λωρίδες από χαρτόνι μήκους 10 εκατοστών, και πλάτους 2 εκατοστών χωρισμένες σε ίσα μέρη. Ο χωρισμός σε 2, 4 ή 8 μέρη μπορεί να πραγματοποιηθεί και από τους ίδιους τους μαθητές κάνοντας μια, δύο ή τρεις διπλώσεις αντίστοιχα. Μπορούμε να έχουμε χωρισμό της λωρίδας σε 10 μέρη, χωρίζοντας με το χάρακα ανά 1 εκατοστό ή χωρισμό της λωρίδας σε 5 μέρη χωρίζοντας τη λωρίδα ανά δύο εκατοστά. Η κατασκευή των λωρίδων μπορεί να γίνει στο μάθημα των εικαστικών.

Μπορούμε να εκτυπώσουμε τη σελίδα και να έχει κάθε μαθητής σε φωτοτυπία έτοιμες τις λωρίδες των κλασμάτων, τις οποίες θα κόψει για να τις χρησιμοποιήσει.

1^η Φάση: Σχηματίζουμε κλάσματα με τις λωρίδες. Αρχικά οι μαθητές σχηματίζουν κλάσματα επάνω στις λωρίδες. Κάθε μαθητής ή ανά δύο οι μαθητές, όπως κάθονται στα θρανία, έχουν μπροστά τους τις λωρίδες. Ο δάσκαλος προτείνει κάθε φορά ένα κλάσμα και αυτοί το δημιουργούν χρωματίζοντας στις λωρίδες. Για παράδειγμα, αν ο δάσκαλος προτείνει το $\frac{3}{4}$ οι μαθητές επιλέγουν τη λωρίδα που είναι χωρισμένη σε 4 ίσα μέρη και σε αυτήν χρωματίζουν τα 3 πρώτα μέρη και έτσι δημιουργούν το $\frac{3}{4}$. Ο δάσκαλος προτείνει στους μαθητές, όταν χρωματίζουν τις λωρίδες, να μην αφήνουν κενά μεταξύ των κομματιών αλλά να χρωματίζουν τα κομμάτια συνεχόμενα το ένα μετά το άλλο.

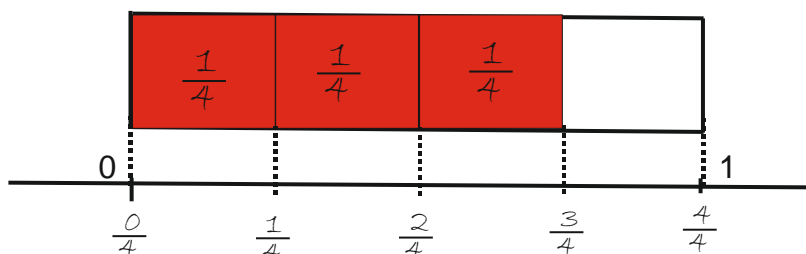


2^η Φάση: Σχηματίζουμε και παρατηρούμε την αριθμογραμμή. Οι μαθητές χαράσσουν με το χάρακα ένα οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα επάνω στο οποίο, στην άκρη αριστερά σημειώνουν τον αριθμό 0. Μετά μετρούν με το χάρακά τους μια απόσταση 2 εκατοστών και σημειώνουν τον αριθμό 1. Λέμε ότι το διάστημα από 0 μέχρι 1 θα είναι η μονάδα μέτρησης. Έτσι από το σημείο 1 μετρούμε άλλα 2 εκατοστά και τοποθετούμε το 2. Μετά στα 2 εκατοστά από το 2 τον αριθμό 3, κοκ. Παρατηρούμε με τους μαθητές πώς μπορούμε να τοποθετήσουμε τους αριθμούς πάνω στην ευθεία. Βλέπουμε τις ομοιότητες με το χάρακα που είναι μια ευθεία που έχει πάνω αριθμούς σε ίση απόσταση μεταξύ τους. Επισημαίνουμε με τους μαθητές ότι τη μονάδα μέτρησης δηλαδή την απόσταση από το 0 μέχρι το 1 μπορούμε την επιλέγουμε εμείς και μπορεί να έχει όσο μήκος θέλουμε, αρκεί κάθε φορά να επαναλαμβάνουμε το ίδιο μήκος ώστε οι αριθμοί να έχουν ίσες αποστάσεις μεταξύ τους.



3^η Φάση: Περνάω τις κλασματικές μονάδες από τις λωρίδες στην αριθμογραμμή.

Σε αυτήν την φάση ζητούμε από τους μαθητές να χαράξουν μια αριθμογραμμή, όπου να φαίνεται μόνο το 0 και το 1. Η απόσταση μεταξύ του 0 και του 1 ορίζουμε να είναι 10 εκατοστά. Οι μαθητές παίρνουν τις λωρίδες του κλάσματος που δημιούργησαν στην 1^η φάση και τις μεταφέρουν επάνω στην αριθμογραμμή. Η αντιστοίχιση των κλασματικών μονάδων από τις λωρίδες στην αριθμογραμμή γίνεται όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



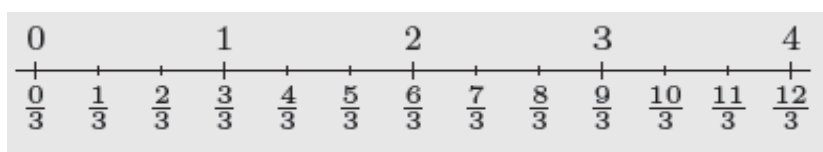
Ευθυγραμμίζουμε τις δύο άκρες της λωρίδας στα σημεία 0 και 1 της αριθμογραμμής γιατί έχουν το ίδιο μήκος. Στο σημείο 0 της αριθμογραμμής αντιστοιχεί το κλάσμα $\frac{0}{4}$ που κάνει 0. Η πρώτη κλασματική μονάδα αντιστοιχεί στο σημείο που το ονομάζουμε $\frac{1}{4}$, τη δεύτερη στο $\frac{2}{4}$, η επόμενη στο $\frac{3}{4}$ και η τελευταία στο σημείο $\frac{4}{4}$ ή 1. Με αυτόν τον τρόπο βαθμολογήθηκε η ευθεία από το 0 μέχρι το 1 με τις κλασματικές μονάδες του $\frac{1}{4}$.

Απαρίθμηση μοναδιαίων κλασμάτων στην αριθμογραμμή

Μια σημαντική δραστηριότητα είναι η απαρίθμηση μοναδιαίων κλασμάτων στην αριθμογραμμή. Οι μαθητές απαριθμούν μοναδιαία κλάσματα επάνω σε μια

αριθμογραμμή η οποία είναι χωρισμένη σε ίσα μέρη με μονάδα μέτρησης μια κλασματική μονάδα. Η άσκηση αυτή δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να κατανοήσουν το αριθμητικό μέγεθος των κλασμάτων ως σύνθεση κλασματικών μονάδων (π.χ. $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$). Η απαρίθμηση βοηθά επίσης τους μαθητές να αντιληφθούν ότι το κλάσμα μπορεί να είναι μια μονάδα μέτρησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί επαναληπτικά.

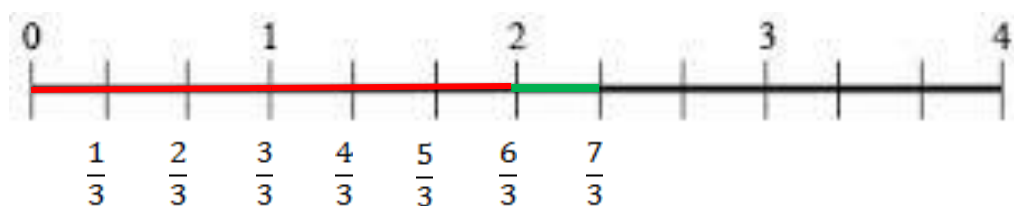
Παράδειγμα



Καταχρηστικά κλάσματα - μεικτοί αριθμοί.

Η αριθμογραμμή μπορεί να λειτουργήσει και για την κατανόηση των καταχρηστικών κλασμάτων και μεικτών αριθμών των οποίων η αξία ξεπερνάει τη μονάδα. Συνήθως οι μαθητές δυσκολεύονται να αντιληφθούν ότι ο μεικτός αριθμός είναι ένας ακέραιος αριθμός που ακολουθείται από ένα κλάσμα και αναπαριστά το άθροισμα των δυο π.χ. $2\frac{1}{3} = 2 + 1/3$. Αυτός ο τρόπος γραφής μπορεί να προκαλέσει σύγχυση στους μαθητές, δεδομένου ότι η παράθεση των δυο αυτών αριθμών υποδηλώνει συνήθως πολλαπλασιασμό. Οι μαθητές θα μπορέσουν να κατανοήσουν το αριθμητικό μέγεθος των καταχρηστικών κλασμάτων και των μεικτών αριθμών ως ανάλυση μιας πρόσθεσης πάνω στην αριθμογραμμή και να αντιληφθούν την αριθμητική τους αξία σε σχέση με τους ακεραίους.

Παράδειγμα



Το κλάσμα $\frac{7}{3}$ αποτελείται από 2 ολόκληρες μονάδες και $\frac{1}{3}$. Άρα $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

Ισοδύναμα κλάσματα

Με βάση την εικόνα βρίσκω και γράφω το μισό με έκτα, δέκατα και δωδέκατα.



1											
$\frac{1}{2}$						$\frac{1}{2}$					
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{10}$$

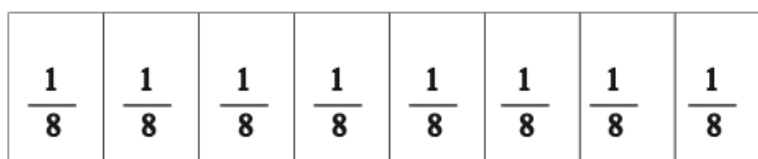
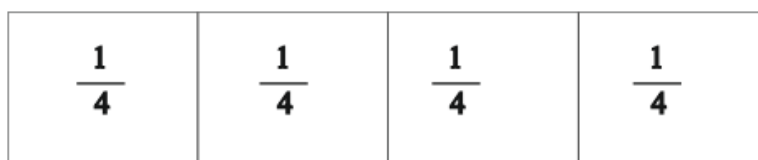
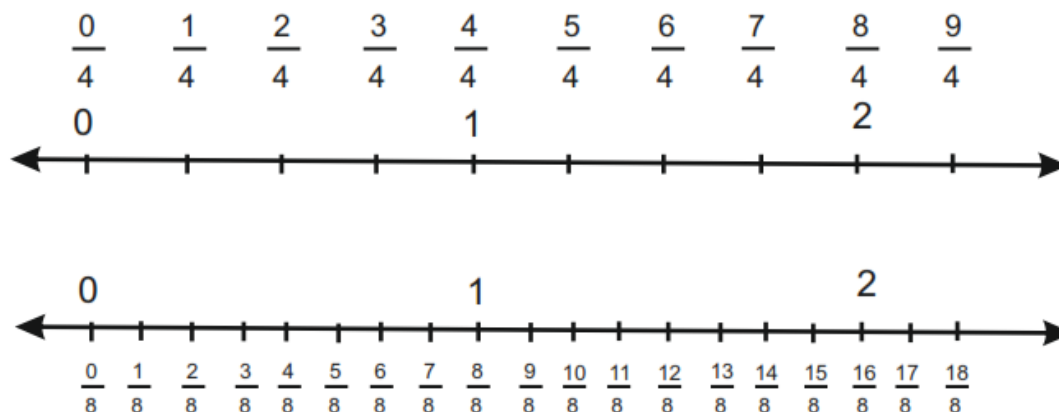
$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{12}$$

Άρα

$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



Με τη βοήθεια των αριθμογραμμών και των λωρίδων βρίσκω και γράφω τα ισοδύναμα κλάσματα.



Πράξεις με κλασματικούς αριθμούς

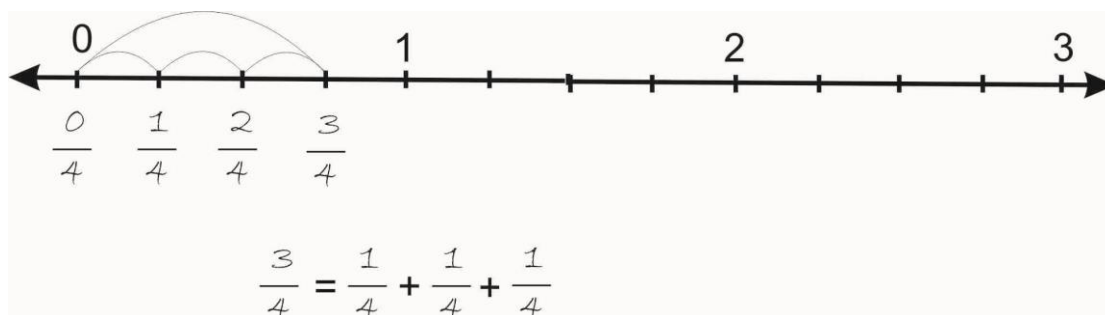
Η αριθμογραμμή αποτελεί κατάλληλο διδακτικό εργαλείο και στις πράξεις με κλάσματα (πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων, πρόσθεση και αφαίρεση μεικτών αριθμών, πολλαπλασιασμός ακεραίου με κλάσμα) όπου δίνεται η δυνατότητα οπτικοποίησης των αποτελεσμάτων των πράξεων, προσδίδοντας με τον τρόπο αυτό μεγαλύτερο νόημα στη διαδικασία ώστε να κατανοήσουν τα παιδιά τη σημασία των πράξεων αυτών.

Ανάλυση και σύνθεση κλασμάτων με βάση τα μοναδιαία κλάσματα

4.Κ.3. Αναγνωρίζουν το κλάσμα $\frac{a}{\beta}$ με $a > 1$ ως άθροισμα a κλασματικών μονάδων $\frac{1}{\beta}$.

4.Κ.3α. Μπορούν να πραγματοποιούν και να δικαιολογούν, με τη χρήση οπτικών μοντέλων των κλασμάτων, την ανάλυση ενός κλάσματος σε άθροισμα ομωνύμων κλασμάτων με πολλούς τρόπους. Για παράδειγμα: $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ή $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4} = 1+1+1+\frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$


4.Κ.3γ1. Μετατρέπουν μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και καταχρηστικά κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς. Για παράδειγμα: $2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$.








**Πόσες είναι όλες μαζί οι κλασματικές μονάδες;
Γράφω το αποτέλεσμα με κλάσμα και με μεικτό αριθμό.**

1


 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots = \frac{6}{4}$


 $\frac{6}{4} = \frac{4}{4} + \frac{2}{4} = 1 + \frac{1}{2}$

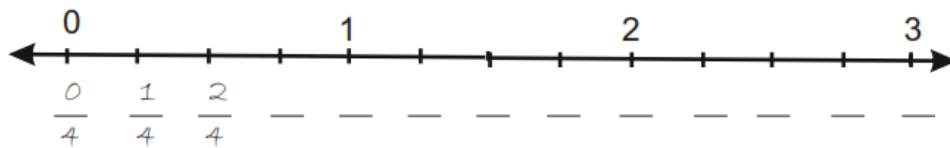

 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \dots = \dots$


 $\frac{6}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = 1 + \frac{3}{3} = 1 + 1 = 2$



**Ανεβαίνω μια-μια κλασματική μονάδα.
Παρατηρώ και συμπληρώνω τα κλάσματα.**

2



$$\frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$$

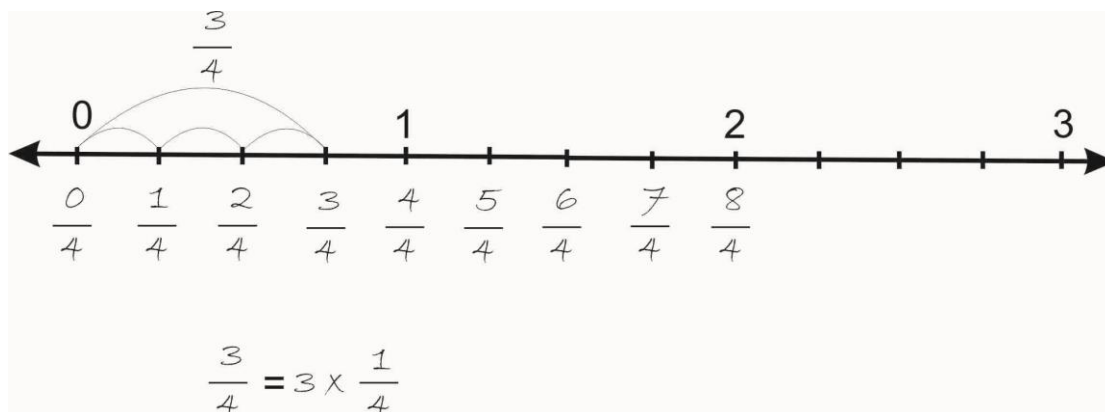
$$\frac{7}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} \quad \text{ή} \quad \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} \quad \frac{9}{4} = \frac{4}{4} + \frac{5}{4} \quad \text{ή} \quad \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{4} = \dots$$

$$\frac{6}{4} + \frac{1}{4} = \dots$$

$$\frac{7}{4} + \frac{2}{4} = \dots$$

Το κλάσμα ως πολλαπλάσιο του μοναδιαίου κλάσματος ή πολλαπλασιασμός κλασματικής μονάδας με ακέραιο αριθμό



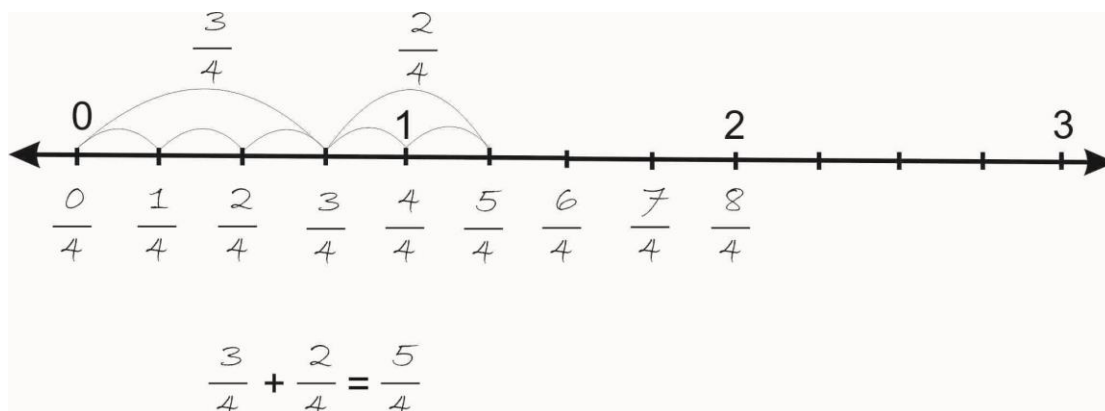
Πολλαπλασιασμός ακεραίου με κλάσμα

Πολλαπλασιασμός ακεραίου με κλάσμα

Συμπεραίνω

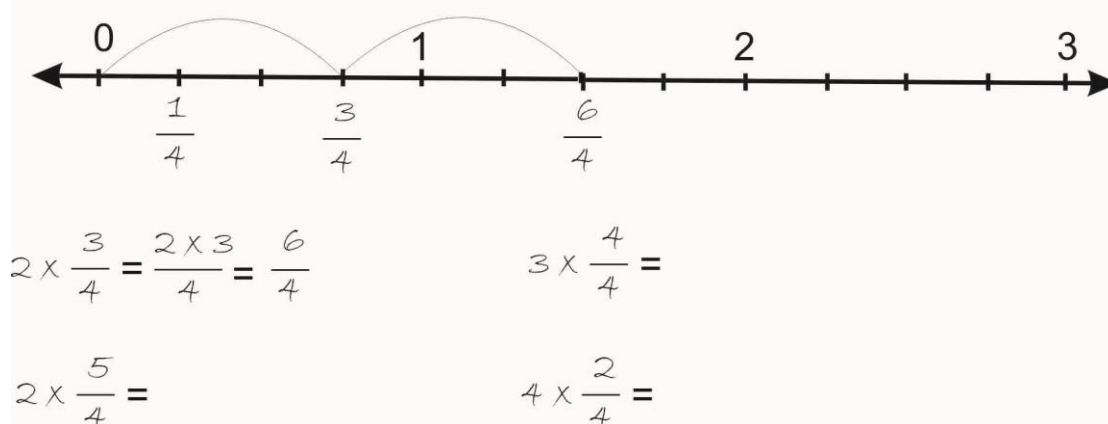
Για να πολλαπλασιάσω έναν ακέραιο με ένα κλάσμα π.χ. $3 \times \frac{2}{5}$
 θεωρώ το κλάσμα $\frac{2}{5}$ ως γινόμενο του αριθμητή επί το μοναδιαίο κλάσμα $2 \times \frac{1}{5}$
 πολλαπλασιάζω τον ακέραιο επί τον αριθμητή και επί το μοναδιαίο κλάσμα $3 \times 2 \times \frac{1}{5}$
 Άρα $3 \times \frac{2}{5} = 3 \times 2 \times \frac{1}{5} = 6 \times \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

Πρόσθεση ομώνυμων κλασμάτων



Πολλαπλασιασμός ακεραίου με κλάσμα

Βρίσκω το γινόμενο και το τοποθετώ στην αριθμογραμμή.
Σημειώνω πόσες φορές μεγάλωσε το κλάσμα.



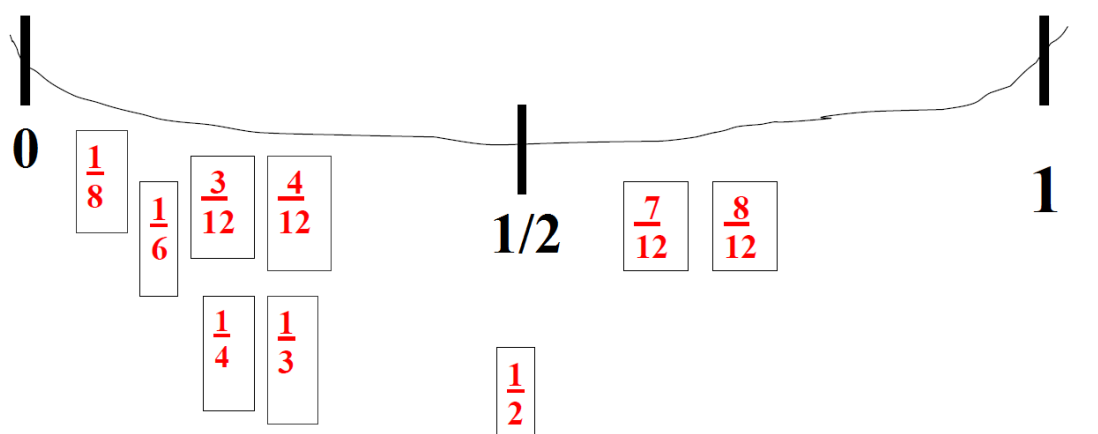
Σύγκριση κλασμάτων

Η αριθμογραμμή μπορεί να αξιοποιηθεί και για τη σύγκριση κλασμάτων. Οι μαθητές μπορεί να εξασκηθούν να εντοπίζουν ένα κλάσμα στην αριθμογραμμή και να το συγκρίνουν με άλλα κλάσματα για να διαπιστώσουν αν είναι ισοδύναμα μεταξύ τους ή να συγκρίνουν τα μεγέθη δύο κλασμάτων ή να συγκρίνουν το κλάσμα με τα σημεία αναφοράς 0, $\frac{1}{2}$ και 1.

Συγκρίνω το $\frac{3}{5}$ και το $\frac{8}{10}$



Σύγκριση κλασμάτων με σημεία αναφοράς.



Εκτιμώ την αξία του κάθε κλάσματος στα παρακάτω κλάσματα και τα τοποθετώ στη σωστή θέση, αιτιολογώντας κάθε φορά την επιλογή μου.

$$\frac{1}{10}, \frac{5}{6}, \frac{4}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{6}, \frac{8}{9}, \frac{5}{10}, \frac{2}{6}, \frac{10}{11}, \frac{10}{20}.$$

Ανάμεσα στο 0 και στο $\frac{1}{2}$	Ακριβώς στο $\frac{1}{2}$	Ανάμεσα στο $\frac{1}{2}$ και το 1.
$\frac{1}{10}$		

Για να συγκρίνω τα κλάσματα, τα συγκρίνω με το $\frac{1}{2}$ και το 1.

Συγκρίνω τα κλάσματα $\frac{2}{4}$ και $\frac{5}{8}$

Συγκρίνω και τα δύο με το $\frac{1}{2}$

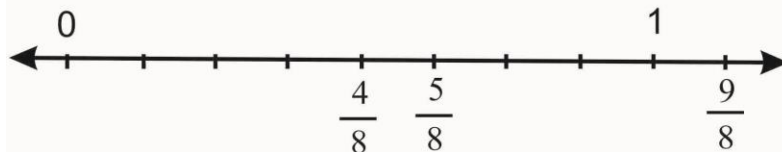
$$\frac{2}{4} \dots\dots \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{8} \dots\dots \frac{1}{2}$$

Άρα $\frac{2}{4} \dots\dots \frac{5}{8}$

Συγκρίνω τα κλάσματα $\frac{5}{8}$ και $\frac{9}{8}$

Το $\frac{9}{8} > 1$ ενώ το $\frac{5}{8} < 1$



Άρα $\frac{5}{8} \dots\dots \frac{9}{8}$

Συμπεραίνω

Πολλές φορές, όταν συγκρίνουμε κλάσματα, βοηθάει να τα συγκρίνουμε με βάση το $\frac{1}{2}$ ή το 1.

Π.χ. αν είναι να συγκρίνουμε το $\frac{3}{4}$ και το $\frac{5}{12}$ παρατηρούμε ότι το $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ ενώ το $\frac{5}{12} < \frac{1}{2}$ άρα $\frac{3}{4} > \frac{5}{12}$.

Π.χ. αν θέλουμε να συγκρίνουμε το $\frac{4}{7}$ και το $\frac{5}{4}$ παρατηρούμε ότι το $\frac{5}{4} > 1$ ενώ το $\frac{4}{7} < 1$, άρα $\frac{5}{4} > \frac{4}{7}$.

Αναφορές

Booth J. L., & Siegler, R. S., (2008). Numerical Magnitude Representations Influence Arithmetic Learning, *Child Development*, 79(4), p. 1016 - 1031

Cramer, K., Wyberg, T. (2009). Efficacy of Different Concrete Models for Teaching the Part-Whole Construct for Fractions. *Mathematical Thinking and Learning*, 11:4, 226-257.

Ernest P. (1985). The number line as a teaching aid. *Educational Studies in Mathematics*, 16,411-424.

Fazio, L.& Siegler, R. (2011). Teaching fractions. Vol. 22 of *Educational practices series*, Geneva: International Academy of Education-International Bureau of Education.[pdf](#)

Hannula, M. S. (2003). Locating Fraction on a Number Line. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 17-24.

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. (2001). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Mathematics Learning Study Committee.

Ni, Y. J. (2000). How Valid is it to Use Number Lines to Measure Children's Conceptual Knowledge about Rational Number? *Experimental Educational Psychology*, 20:2, 139-152.

Ni, Y. J., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and Learning Fraction and Rational Numbers: The Origins and Implications of Whole Number Bias. *Educational Psychologist*, 40:1, 27-52.

Riconscente, M. (2012). *Mobile Learning Game Improves 5th Graders' Fraction Knowledge and Attitudes*. Los Angeles: GameDesk Institute.

Saxe, G. B., Shaughnessy, M. M., Shannon, A., Langer-Osuna, J. M., Chinn, R., Gearhart, M. (2007). Learning about Fractions as Points on a Number Line. *The Learning of Mathematics*, NCTM Sixty-ninth Yearbook.

Wu, H. (2008). Fractions, decimals, and rational numbers. Retrieved from <http://math.berkeley.edu/~wu/NMPfractions4.pdf>

Wu, H. (2010). Teaching fractions: Is it poetry or mathematics? Paper presented at the 2010 National Council of Teachers of Mathematics Annual Meeting and Exposition, San Diego, CA.

Wu, H. (2011). Teaching Fractions According to the Common Core Standards. *Understanding Numbers in Elementary School Mathematics*, American Mathematical Society.