

Τα εκπαιδευτικά υλικά μπορούν είτε να αγοραστούν, είτε να κατασκευαστούν από τους εκπαιδευτικούς. Στον κατάλογο με τα υλικά που κυκλοφορούν στο εμπόριο, συγκαταλέγονται το κινέζικο τετράγωνο (Tangram), οι ράβδοι Cuisenaire, οι κύβοι Dienes, οι κύβοι Unifix, οι ράβδοι Cuisenaire (Cuisenaire Rods), τα σχήματα μοτίβων (pattern blocks), οι βελονοπίνακες (geoboards), οι κλασματικοί κύκλοι (Fraction Circles), οι λωρίδες κλασμάτων (Fraction Tiles), τα τετράγωνα δεκαδικών (Decimal Squares) κλπ.



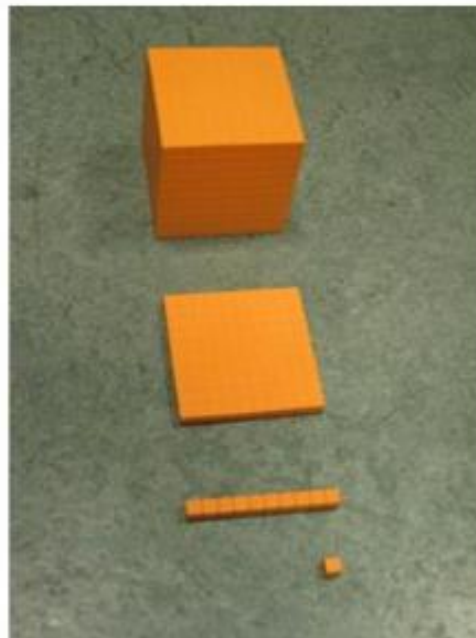
Παρακάτω παρατίθεται ένας πίνακας με τα εκπαιδευτικά υλικά που μπορεί να χρησιμοποιηθούν στη διδασκαλία των μαθηματικών.

## Ενδεικτικός Κατάλογος Εκπαιδευτικών Υλικών

	<b>Εκπαιδευτικό Υλικό</b>	<b>Ενότητα – Θέμα</b>
1	Κύβοι Dienes	Αξία θέσης ψηφίου, πράξεις ακεραίων, αισθητοποίηση δεκαδικών, πράξεις δεκαδικών (εμβαδόν, όγκος)
2	Κύβοι Unifix	Αρίθμηση, αισθητοποίηση αριθμών, πράξεις σε μικρές τάξεις, μοτίβα
3	Χρωματιστές Χάντρες	Μοτίβα, αισθητοποίηση αριθμών σε μικρές τάξεις, αξία θέσης ψηφίου
4	Ράβδοι Cuisenaire (Cuisenaire Rods)	Αισθητοποίηση ακέραιων αριθμών, σύγκριση, σειροθέτηση, πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση ακέραιων αριθμών (σε μικρές τάξεις), κλάσματα (έννοια, ισοδυναμία, απλοποίηση, σύγκριση, σειροθέτηση, πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων και ετερόνυμων κλασμάτων, πολλαπλασιασμός, διαίρεση), λόγος-αναλογία
5	Σχήματα Μοτίβων (Pattern Blocks)	Κλάσματα, μοτίβα, κάλυψη επιφάνειας, εμβαδόν
6	Κλασματικοί Κύκλοι (Fraction Circles) – Λωρίδες Κλασμάτων (Fraction Tiles)	Κλάσματα (έννοια, ισοδυναμία, απλοποίηση, σύγκριση, πράξεις ομώνυμων και ετερόνυμων κλασμάτων, μεικτοί αριθμοί, καταχρηστικά κλάσματα)
7	Τετράγωνα Δεκαδικών (Decimal Squares)	Αισθητοποίηση δεκαδικών, σύνδεση με κλάσματα, μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα, σύγκριση-σειροθέτηση δεκαδικών, πράξεις δεκαδικών
8	Βελονοπίνακες, κάρτες δραστηριοτήτων για βελονοπίνακες	Τρίγωνα, τετράπλευρα, πολύγωνα, συμμετρία, γωνίες, παραλληλία, περίμετρος, εμβαδόν (τριγώνου, παραλληλογράμου κ.τ.λ.)
9	Σχήματα Ιδιοτήτων	Μοτίβα, αναγνώριση ιδιοτήτων σχημάτων και μεταξύ τους σχέσεων, περίμετρος, εμβαδόν, σχέσεις μεταξύ σχημάτων
10	Κινέζικο Τετράγωνο (Tangram)	Έννοιες χώρου, εμβαδόν, περίμετρος, ιδιότητες σχημάτων, σχέσεις μεταξύ σχημάτων
11	Στερεά Σχήματα (ξύλινα και πλαστικά, διάφανα-πλαστικά)	Πρίσματα, κύλινδρος, κώνος, πυραμίδες κ.τ.λ., αναγνώριση έδρας, ακμής, κορυφής, παράλληλες και κάθετες ευθείες, όγκος, χωρητικότητα, εμβαδόν εξωτερικής επιφάνειας, παράπλευρη επιφάνεια
12	Αναπτύγματα (Nets)	Στερεά, αναγνώριση και δημιουργία αναπτυγμάτων κύβου, πυραμίδας κ.ά., χωρική αντίληψη
13	Μοιρογνωμόνιο τάξης	Μέτρηση, κατασκευή γωνιών
14	Μέτρα, μετροταινία	Μέτρηση: μήκος, περίμετρος, εμβαδόν
15	Σχοινάκια	Μέτρηση: μήκος, περίμετρος, περιφέρεια
16	Ρολόγια, ρολοί τάξης	Χρόνος
17	Ζάρια	Πιθανότητες, δειγματικός χώρος, αξία θέσης ψηφίου, αρίθμηση, πρόσθεση-αφαίρεση
18	Κύκλοι πιθανοτήτων-δείκτες	Πιθανότητες, δειγματικός χώρος
19	Χρωματιστά αρκουδάκια	Πιθανότητες, μοτίβα, αρίθμηση

Υλικό Dienes									
Μονάδες	Δεκάδες	Εκατοντάδες	Χιλιάδες						
2885	364	180	28						

Υπό κανονικές συνθήκες ένα σετ αποτελείται από 1 χιλιάδα, 10 εκατοντάδες, 100 δεκάδες και 1000 μονάδες!  
 \*αρκετά μεγάλος αριθμός μονάδων έχουν αλλοιωθεί, αφού πάνω είναι γραμμένες κουκκίδες (ζάρι) ή αριθμοί.



Το υλικό των πολλαπλών βάσεων **Dienes** (κυβάκι =Μονάδα –λωρίδα =Δεκάδα – πλάκα = εκατοντάδα, κύβος= Χιλιάδα) έχει το πλεονέκτημα ότι επιδέχεται μια απλή επωνομασία, που είναι ισόμορφη με το λεξιλόγιο της δεκαδικής βάσης. Επίσης, στηρίζει την κατανόηση του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης, η οποία με τη σειρά της βοηθάει στην ουσιαστική κατανόηση των αλγορίθμων των πράξεων.

## Δραστηριότητες με υλικό Dienes:

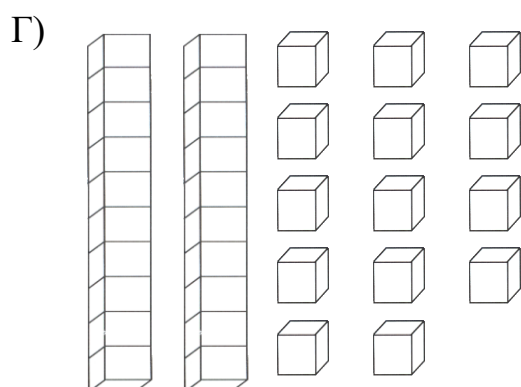
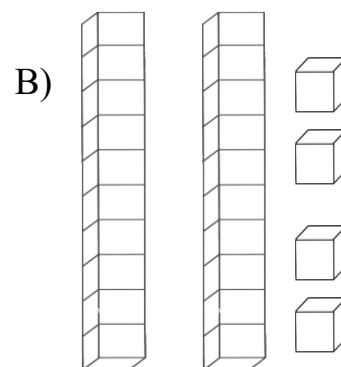
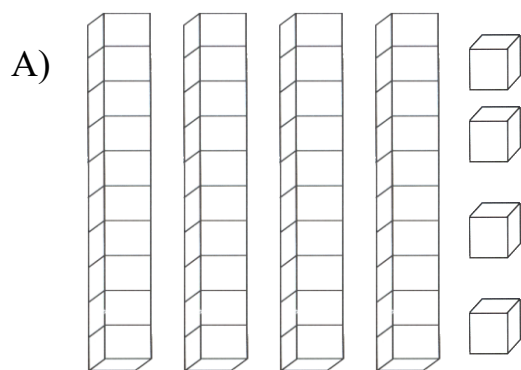
**ΕΝΝΟΙΑ:** Αισθητοποίηση αριθμών

1. Φτιάξε έναν τριψήφιο αριθμό που είναι:

- μεταξύ του 350 και του 500 - .....
- μεταξύ του 480 και του 650 - .....
- μεταξύ του 880 και του 920 - .....
- μικρότερος του 740 και μεγαλύτερος του 610 - .....
- το ψηφίο των εκατοντάδων διπλάσιο από το ψηφίο των μονάδων - .....
- το ψηφίο των δεκάδων να είναι το άθροισμα των ψηφίων των εκατοντάδων και των μονάδων - .....

**ΕΝΝΟΙΑ:** Αξία θέσης ψηφίου

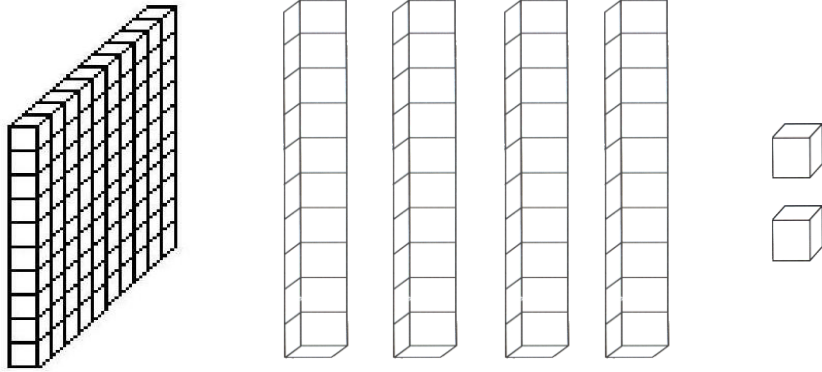
2. Φτιάξε με τη βοήθεια του υλικού τον αριθμό 34 και βάλε σε κύκλο την ομάδα με τα σύμβολα που τον αναπαριστούν.







4. Έχεις τα πιο κάτω υλικά:



Ποιούς αριθμούς μπορείς να κατασκευάσεις μ' αυτά τα υλικά όταν προσθέσεις 5 μπλοκ (κουκκίδες, γραμμές, τετράγωνα)  
 Για παράδειγμα μπορείς να προσθέσεις 2 τετράγωνα και 3 γραμμές για να κατασκευάσεις τον αριθμό 372.

**ENNOIA:** Πράξεις ακεραίων (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση)

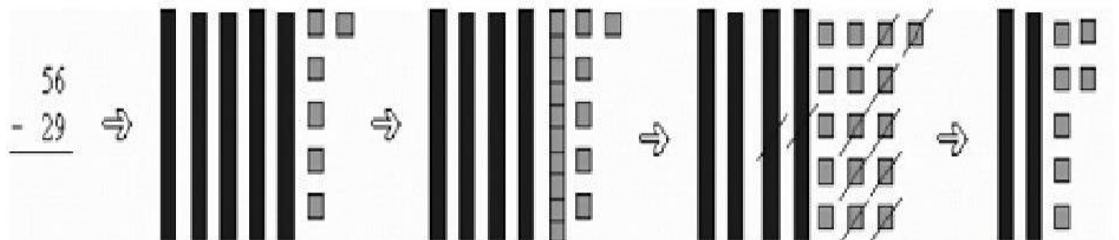
5. Αλγόριθμος πρόσθεσης με υλικό Dienes:

$$\begin{array}{r} 34 = 30 + 4 \\ + 27 = 20 + 7 \\ \hline 50 + 11 = 61 \end{array}$$

Βάλτε όλα τα υλικά μαζί.

Αντικαταστήστε όπου χρειάζεται

6. Αλγόριθμος αφαίρεσης με το υλικό Dienes:



56  
- 29

⇒

Αναπαραστήστε τον αριθμό 56 με την βοήθεια του υλικού. Μπορείτε να αφαιρέσετε τον αριθμό 29;

⇒

Ανταλλάξτε μια δεκάδα με δέκα μονάδες.

⇒

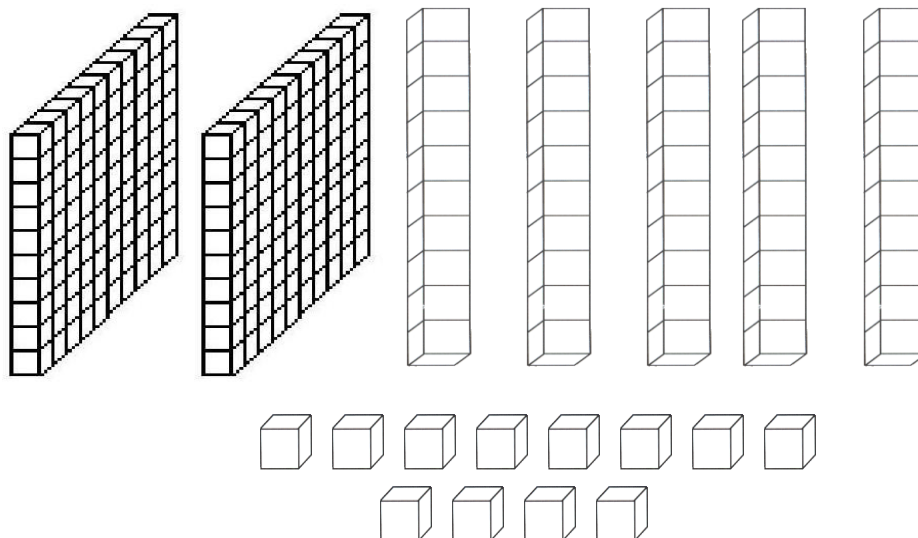
Αφαιρέστε 29 μπλοκ.

⇒

Μένουν 27 μπλοκ.

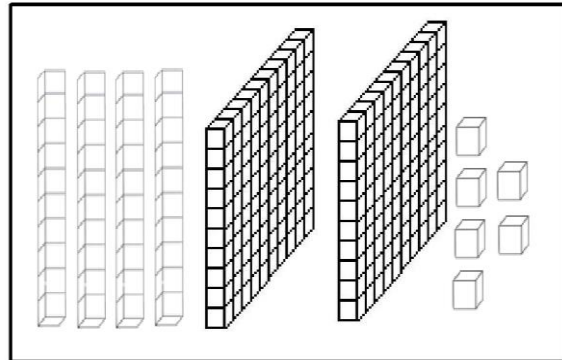
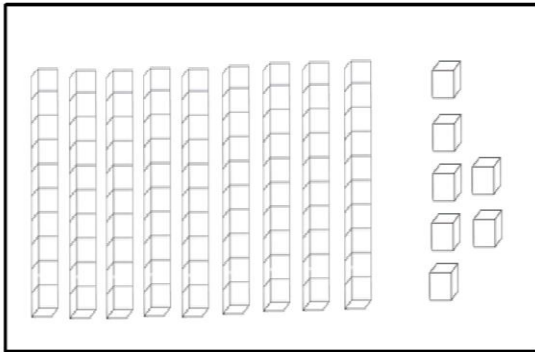
$$\begin{array}{r} 56 \\ - 29 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} (50 + 6) \\ - (20 + 9) \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} (40 + 16) \\ - (20 + 9) \\ \hline (20 + 7) = 27 \end{array}$$

7. Έχεις τα πιο κάτω υλικά:



Αφαιρέσε 8 μπλοκς. Ο αριθμός στον οποίο θα καταλήξεις πρέπει να είναι μεταξύ του 145 και 160.

8. Χρησιμοποίησε κυβάκια, ράβδους και πλάκες. Ένωσε τα υλικά που βρίσκονται στα δύο κουτάκια, ζωγράφισε το αποτέλεσμα μέσα στη σακούλα και γράψε το αριθμητικά στο κουτάκι από κάτω.





Διαδραστικές δραστηριότητες στο διαδίκτυο

Dienes

1) [http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_152\\_g\\_1\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_152_g_1_t_1.html)

(Αναπαράσταση αριθμών)

The screenshot shows a web-based interface for representing numbers using Dienes blocks. At the top, there is a navigation bar with 'Back', 'Parent/Teacher', 'Standards', and 'Instructions' buttons. Below this is a workspace with four columns. Above each column is a small icon representing a block: a cube, a square, a rod, and another cube. To the right of the workspace is a control panel with a 'Clear' button, the instruction 'Use blocks to represent a number', and three dropdown menus for 'Dec. Places = 0', 'Base = 10', and 'Columns = 4'. At the bottom right of the control panel is a trash icon and a 'Show a Problem' button.

2) [http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_155\\_g\\_1\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_155_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html)

(Πρόσθεση – Αφαίρεση ακεραίων)

The screenshot shows a web-based interface for integer addition and subtraction using Dienes blocks. At the top, there is a navigation bar with 'Back', 'Parent/Teacher', 'Standards', and 'Instructions' buttons. Below this is a workspace with four columns labeled '1000's', '100's', '10's', and '1's'. To the right of the workspace is a control panel with a 'Create Problem' button, the instruction 'Solve the problem', and a 'Next Problem' button. The workspace shows a subtraction problem: 33 minus 28. The number 33 is represented by three blue rods in the '10's' column and three blue cubes in the '1's' column. The number 28 is represented by two red rods in the '10's' column and eight red cubes in the '1's' column. A dashed horizontal line is drawn across the workspace, separating the two numbers.

3) [http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_264\\_g\\_1\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_264_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html)

(Πρόσθεση – Αφαίρεση ακεραίων και δεκαδικών αριθμών)

The interface shows a grid with four columns labeled 10's, 1's, 1/10's, and 1/100's. The top row represents 24.11, and the bottom row represents 33.19. The total sum is 57.30. The interface includes a navigation bar with Back, Parent/Teacher, Standards, and Instructions. A sidebar on the right contains a 'Create Problem' button, 'Solve the problem' text, the equation  $24.11 + 33.19$ , and controls for 'Dec. Places = 2', 'Base = 10', and 'Columns = 4'. A 'Next Problem' button is at the bottom.

4) <http://www.arcytech.org/java/b10blocks/b10blocks.html>  
(Αναπαράσταση αριθμών με υλικό Dienes)

The interface features a toolbar with icons for a mouse, eraser, hammer, glue, and string. A 'Name?' field is present. On the left, there are color-coded blocks (green, blue, red) and a place value chart with columns for 100, 10, and 1. A trash can icon is at the bottom left. The main area is a large grid for building numbers.

5) <http://www.learningbox.com/Base10/BaseTen.html>

The interface shows a yellow banner with the equation  $x = 20$ . The number 20 is represented by two vertical rods (tens) and two horizontal rods (ones). To the right, there is a pile of 20 green blocks. Below the banner, a small character is next to a text box that says "Make x = 10 blocks. ?". To the left of the character are three purple and green blocks with the digits 0, 2, and 0. Below the character is a ruler with a yellow arrow pointing to the number 20.

6) <http://www.learningbox.com/base10/CatchTen.html>

(Σχηματισμός δεκάδων)

The game interface shows a river with a waterfall. A brown bear is sitting in the water. There are several green blocks floating in the river. In the top left corner, it says "Blocks Left: 14". In the bottom left corner, it says "Tens Caught: 1". Below the "Tens Caught" text, there is a small instruction: "Click a floating block to toss it to BT Bear. Help BT make a stack ten cubes long."

## Κύβοι Unifix: 651



Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν τους κύβους Unifix για να αναγνωρίσουν, να αντιγράψουν, και να δημιουργήσουν μοτίβα. Τα Unifix μπορούν επίσης εύκολα να χρησιμοποιηθούν για την εξερεύνηση των μονάδων και των δεκάδων. Οι κύβοι είναι τέλεια εποπτικά υλικά και για να ερευνήσουν οι μαθητές την πρόσθεση και την αφαίρεση, αφού μπορούν εύκολα να ενωθούν μαζί και να χωριστούν. Ο πολλαπλασιασμός είναι επαναλαμβανόμενη πρόσθεση. Αυτό φαίνεται εύκολα με τη χρήση των κύβων Unifix. Επιπρόσθετα, οι κύβοι Unifix είναι κατάλληλοι και για την ανάπτυξη της έννοιας του κλάσματος. Δηλαδή μπορούν οι μαθητές να αναπαραστήσουν το κλάσμα ως μέρος ενός συνόλου και την έννοια του παρανομαστή και του αριθμητή. Ένας κύβος Unifix είναι καλή μονάδα μέτρησης ειδικά για τα μικρά χέρια των παιδιών.

## Δραστηριότητες με το υλικό Unifix

**ΕΝΝΟΙΑ:** Μοτίβο

### 1. Πύργοι

- Καθ' ένας από εσάς έχει κύβους Unifix δύο διαφορετικών χρωμάτων, 20 για κάθε χρώμα. Κάντε όσο το δυνατόν περισσότερους πύργους με διαφορετικό μοτίβο κάθε φορά.

**ΕΝΝΟΙΑ:** Αρίθμηση

2. Οι μαθητές μπορούν να μετρήσουν τους κύβους Unifix με ποικίλους τρόπους. Ένας από αυτούς είναι ο πιο κάτω:

Αρχικά πέντε κύβοι διαφορετικού χρώματος θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για να μετρήσουν μέχρι το πέντε. Οι δάσκαλοι μπορούν επίσης να χρησιμοποιήσουν ένα δεύτερο αντικείμενο για την αρίθμηση που μπορεί να αντιστοιχεί με τους κύβους που μετριοούνται. Παραδείγματος χάριν, για να μετρήσουν μέχρι το πέντε θα είχαν 5 κύβους Unifix και 5 ξυλάκια. Οι μαθητές μπορούν να μετρούν τους κύβους και να τους κινούν καθώς μετρούν, 1 ..2 ..3 ..4, και 5. Κατόπιν θα μπορούσαν να μετρήσουν τα ξυλάκια και να τοποθετούν ένα σε κάθε κύβο καθώς μετρούν, μετρώντας μέχρι το πέντε πάλι.

**ΕΝΝΟΙΑ:** Σύστημα αρίθμησης με βάση το 10

3. Δίνω σε κάθε μαθητή 20 κύβους, 10 ενός χρώματος και 10 ενός άλλου χρώματος (π.χ. 10 μαύροι κύβοι και 10 άσπροι κύβοι).

Οι μαθητές πρέπει να καθίσουν σε ομάδες των 5 ή περισσότερων και τους δίνω τις εξής οδηγίες:

- 1) Αναπαραστήστε τον αριθμό 14. Για να φτιάξετε μια δεκάδα συνδέστε τους 10 κύβους του ίδιου χρώματος.
- 2) Αναπαραστήστε τον αριθμό "27." Συνεργαστείτε με το διπλανό σας.
- 3) Αναπαραστήστε τον αριθμό "54," Μοιραστείτε γρήγορα τους κύβους μέσα στην ομάδα σας για να τον κάνετε.

Για να ενισχύσουν την έννοια των δεκάδων, τα 10 πρέπει πάντα να είναι το ίδιο χρώμα.

**ΕΝΝΟΙΑ:** Πρόσθεση

4. Δίνω σε κάθε μαθητή 20 κύβους, 10 ενός χρώματος και 10 ενός άλλου χρώματος. Κάθε χρώμα θα χρησιμοποιηθεί για να αντιπροσωπεύσει έναν προσθετέο.

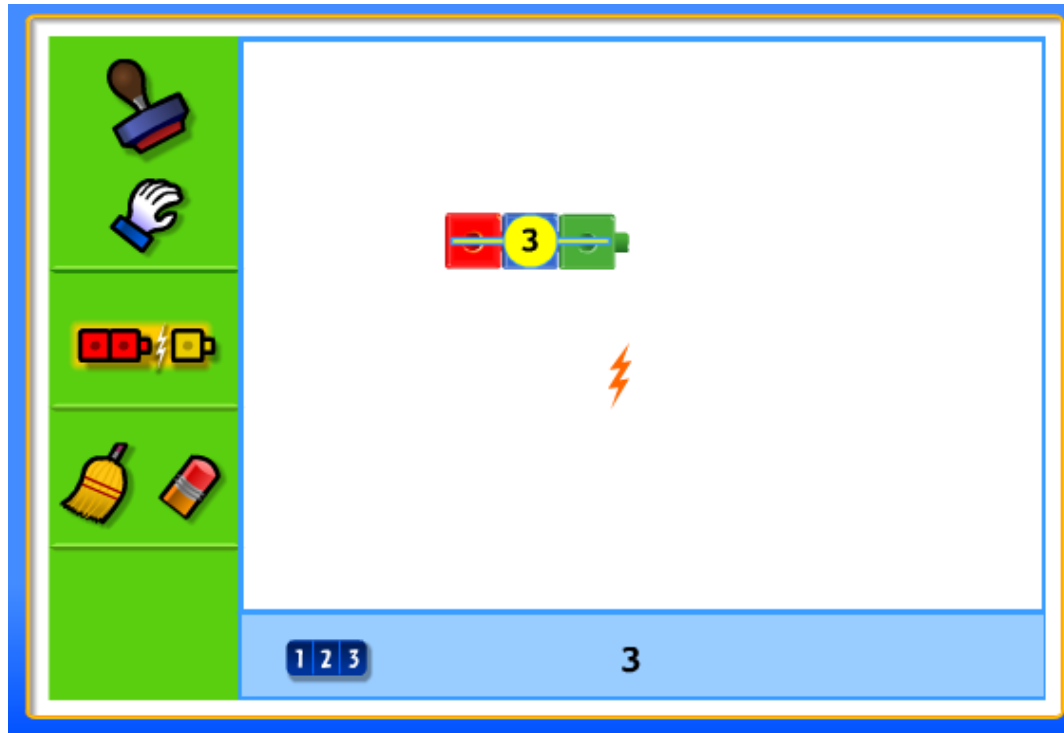
- 1) Λέω στα παιδιά τον αριθμό "2" και τους ζητάω να κάνουν το δύο με 2 ίδιου χρώματος κύβους (π.χ. 2 μπλε κύβοι).
- 2) Λέω στα παιδιά τον αριθμό "3" και τους ζητάω να κάνουν το 3 με τους άλλους κύβους.
- 3) Λέω στα παιδιά να βάλουν μαζί τους κύβους και τους ζητώ να παρουσιάσουν το  $2 + 3$ . Έπειτα τους ρωτώ: "Πόσους κύβους έχουμε τώρα;"
- 4) Έπειτα τους ζητώ να φτιάξουν ένα μεγαλύτερο αριθμό.

a. Χωρίζω την τάξη σε μικρές ομάδες των 4-5 παιδιών. Δίνω σε κάθε μαθητή φύλλα τετραγωνισμένου χαρτιού στο οποίο τα τετραγωνάκια είναι στις διαστάσεις κύβων Unifix. Σε κάθε ομάδα δίνω 2 σετ κύβων 2 διαφορετικών χρωμάτων. Έπειτα λέω στα παιδιά να σκιάσουν 5 τετράγωνα στο τετραγωνισμένο χαρτί και στη συνέχεια να καλύψουν τα σκιασμένα τετράγωνα με κύβους και των 2 δύο χρωμάτων. Στη συνέχεια ζητώ από τα παιδιά να μετρήσουν τους κύβους που χρησιμοποίησαν (π.χ. ένας μαθητής μετράει 2 μαύρους και 3 κόκκινους). Ακολούθως τους ζητώ να βρουν και άλλους τρόπους και να γράφουν τις μαθηματικές εξισώσεις στο τετράδιο τους.

b. Χρησιμοποιείτε 2 διαφορετικά χρώματα κύβων για να φτιάξετε τους αριθμούς 2, 4, 5, 6, 8.

## Unifix

- 1) [http://www.eduplace.com/cgi-bin/schtemplate.cgi?template=/kids/mw/manip/mn\\_popup.shtml&filename=connectingcubes&title=Connecting%20Cubes&grade=K](http://www.eduplace.com/cgi-bin/schtemplate.cgi?template=/kids/mw/manip/mn_popup.shtml&filename=connectingcubes&title=Connecting%20Cubes&grade=K)





Ράβδοι Cuisenaire
29 σετ
(1 σετ περιλαμβάνει: 22 άσπρο, 10 κόκκινο, 10 ανοικτό πράσινο, 6 μωβ, 4 κίτρινο, 4 σκούρο πράσινο, 4 μαύρο, 4 καφέ, 4 μπλε και 4 πορτοκαλί)
Υπήρχαν οι εχής χρωμαστές ράβδοι: 17 άσπρο, 12 κόκκινο, 42 ανοικτό πράσινο, 25 μωβ, 24 κίτρινο, 20 σκούρο πράσινο, 17 μαύρο, 14 καφέ, 16 μπλε και 101 πορτοκαλί



#### Ιστορικό ράβδων Cuisenaire:

Ο Βέλγος δάσκαλος George Cuisenaire εφηύρε το σύστημα Cuisenaire σε μια προσπάθεια του να βοηθήσει τους μαθητές του να κατανοήσουν αφηρημένες έννοιες. Χρησιμοποίησε χρωματιστές λωρίδες χαρτονιού, οι οποίες διέφεραν μεταξύ τους ως προς το μήκος. Οι λωρίδες αυτές αποτελούν την πρώτη μορφή των ράβδων Cuisenaire, οι οποίοι μπορούν να εξυπηρετήσουν με τη χρήση τους πολλαπλές έννοιες όπως αυτή της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Μια άλλη έννοια είναι τα κλάσματα. Η τυποποιημένη μέθοδος για να δείξουμε τα κλάσματα χρησιμοποιώντας τις ράβδους Cuisenaire είναι να τοποθετούμε τη μία ράβδο πάνω από άλλη, για να συγκρίνουμε το μέγεθός τους. Οι ράβδοι μπορούν να παρουσιαστούν κάθετα ή οριζόντια.



## Δραστηριότητες με ράβδους Cuisenaire:

**ΕΝΝΟΙΑ:** Αναπαράσταση κλασμάτων

1. Τοποθετήστε τις ράβδους σας έτσι ώστε να αναπαραστήσετε το  $1/2$  και το  $3/4$  χρησιμοποιώντας την μωβ ράβδο ως παρονομαστή.

$$2/4 = \begin{array}{c} \text{red} \\ \text{purple} \end{array}$$

$$3/4 = \begin{array}{c} \text{green} \\ \text{purple} \end{array}$$

Τοποθετήστε τις ράβδους σας έτσι ώστε να αναπαραστήσετε το  $1/6$  χρησιμοποιώντας τη ράβδο με σκούρο πράσινο χρώμα ως παρονομαστή.

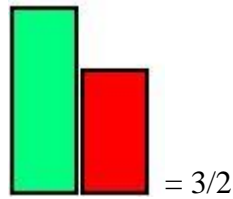
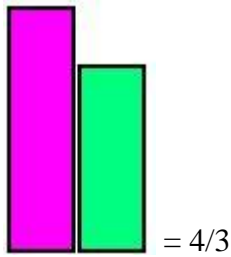
$$1/6 = \begin{array}{c} \text{white} \\ \text{dark green} \end{array}$$

2. Η πρώτη ράβδος του διαταγμένου ζευγαριού είναι ο αριθμητής και η δεύτερη ράβδος είναι ο παρονομαστής.

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{c} \text{white} \\ \text{red} \end{array} = 1/2$$

$$\begin{array}{c} \text{red} \\ \text{green} \end{array} = 2/3$$



**Τώρα προσπαθήστε μόνοι σας!**

Φτιάξτε τα πιο κάτω κλάσματα και ζωγραφίστε τις ράβδους που χρησιμοποιήσατε.

1.  $3/4 =$

2.  $6/8 =$

3.  $8/3 =$

4.  $5/4 =$

5.  $1/10 =$

**ΕΝΝΟΙΑ:** Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο

3. Για την ανεύρεση του ελάχιστου κοινού πολλαπλάσιου, για παράδειγμα των κλασμάτων  $1/2$  και  $1/3$ , πρέπει πρώτα να επιλέξουμε ράβδους, οι οποίες αναπαριστούν και τους δύο παρονομαστές. Σ' αυτή την περίπτωση ο παρονομαστής 2, θα μπορούσε ν' αναπαρασταθεί από την κόκκινη ράβδο, ενώ ο παρονομαστής 3 από την ανοιχτόχρωμη πράσινη. Τα παιδιά καλούνται να φτιάξουν ένα "τρένο" (ράβδοι σε σειρά) από κόκκινες ράβδους και ένα τρένο από ανοιχτόχρωμες πράσινες ράβδους μέχρι να έχουν ίσο μήκος. Αφού φτιάξουν τα δύο τρένα, ζητείται από τα παιδιά να βρουν τον συνολικό μήκος καθ' ενός. Όπως φαίνεται πιο κάτω, 3 κόκκινοι ράβδοι= 6cm και 2 ανοιχτόχρωμοι πράσινοι ράβδοι=6cm. Έτσι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των δύο παρονομαστών είναι το 6.



**ΕΝΝΟΙΑ:** Πράξεις κλασμάτων (Πρόσθεση και αφαίρεση)

4. Η πορτοκαλί ράβδος αντιπροσωπεύει το όλο. Με τη βοήθεια των ράβδων αναπτύσσουμε την ιδέα της αντιστοιχίας κλασμάτων. Π.χ  $2/2$  αντιστοιχούν με  $1/2+1/2$

- Βάλτε μπροστά σας κόκκινες ράβδους. Τι μέρος της πορτοκαλί ράβδου αποτελεί μια κόκκινη; Πόσες κόκκινες ράβδους βάλατε; Γράψτε την εξίσωση.

Ακολουθώ με τη βοήθεια των ράβδων καταλήγουν τα παιδιά σε κανόνες και διαδικασίες για την πρόσθεση και την αφαίρεση κλασμάτων.

5. Για την πρόσθεση κλασμάτων π.χ.  $1/2+1/3$  πρέπει πρώτα οι μαθητές ν' επιλέξουν τις ράβδους που αναπαριστούν καθ' ένα από τους δύο παρονομαστές. Έτσι για το 2 επιλέγουν την κόκκινη ράβδο και για το 3 επιλέγουν την ανοιχτόχρωμη πράσινη ράβδο. Φτιάχνουν δύο "τρενάκια" παράλληλα μεταξύ τους, με ίσο μήκος και μετρούν τα μήκη τους. Το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των δύο είναι ο αριθμός που προκύπτει όταν τα δύο "τρενάκια" έχουν το ίδιο μήκος. Έτσι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των δύο κλασμάτων είναι το 6.



Ακολουθώ, τα κλάσματα αλλάζουν ώστε να γίνουν ομώνυμα. Έτσι, πολλαπλασιάζουμε και τον αριθμητή του καθ' ενός από τα κλάσματα με τον αριθμό των ράβδων στο αντίστοιχο "τρενάκι".

$$1/2 = 1 \cdot 3 \text{ κόκκινες ράβδους} = 3/6$$

$$1/3 = 1 \cdot 2 \text{ ανοιχτόχρωμες πράσινες ράβδους} = 2/6$$

Αφού πλέον έχουμε μετατρέψει σε ομώνυμα τα κλάσματα μας, τα προσθέτουμε.

$$3/6 + 2/6 = 5/6$$

- Με τη βοήθεια των ράβδων λύστε τις πιο κάτω πράξεις:

$$1/2 + 3/4 =$$

$$5/6 + 2/3 =$$

$$3/5 + 1/10 =$$

**6.** Στα παιδιά δίνεται η πιο κάτω πράξη:

$$1/2 - 1/8 =$$

Αναμένεται απ' αυτά ακολουθώντας τα πιο κάτω στάδια να την επιλύσουν με τη βοήθεια του υλικού.

Πρώτα βρίσκουν το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο. (Επιλέγουν τις κατάλληλες για την αναπαράσταση των παρονομαστών ράβδους. Στην περίπτωση της πιο πάνω εξίσωσης είναι η κόκκινη ράβδος για το 2 και η καφέ για το 8.



Ακολουθώς φτιάχνουν τα δύο παράλληλα "τρενάκια" με τρόπο ώστε να έχουν το ίδιο μήκος.

Βρίσκουν ότι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των δύο είναι ο αριθμός 8.

Μετατρέπουν σε ομώνυμα τα κλάσματα.

$1/2 =$  πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή με τον αριθμό των ράβδων στο τρένο ( $1 \cdot 4$  κόκκινες ράβδους  $= 4/8$ )

$1/8 =$  πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή με τον αριθμό των ράβδων στο τρένο ( $1 \cdot 1$  καφέ ράβδο  $= 1/8$ )

Αφού μετατρέψουν τα κλάσματα, κάνουν την πράξη για να βρουν τ' αποτέλεσμα.

$$4/8 - 1/8 = 3/8$$

- Λύστε τις πιο κάτω αφαιρέσεις με τη βοήθεια του υλικού:

$$4/6 - 1/3 =$$

$$7/8 - 2/4 =$$

$$9/10 - 4/5 =$$

7. Για μεγαλύτερη πρόκληση, τα παιδιά καλούνται να λύσουν μια πιο σύνθετη πράξη:

$$1/2 + 2/3 - 1/4 =$$

Τρόπος επίλυσης με τις ράβδους:

Με βάση την σειρά εκτέλεσης των πράξεων, σπάζουμε την πράξη σε δύο μέρη και ξεκινούμε από την επίλυση του πρώτου μέρους της,  $1/2 + 2/3$ . Βρίσκουμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των δύο χρησιμοποιώντας τις ράβδους και ακολουθώντας την μέθοδο κατασκευής παράλληλων τρένων με ίσα μήκη και ακολούθως τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα για να λύσουμε την πράξη και να βρούμε αποτέλεσμα.

Έτσι,  $1/2 + 2/3 = 3/6 + 4/6 = 7/6$ .



Αφού βρήκαμε την απάντηση στο πρώτο μέρος της εξίσωσης μας συνεχίζουμε με το δεύτερο μέρος, όπου από το αποτέλεσμα που βρήκαμε στο πρώτο μέρος, αφαιρούμε  $1/4$ . Η "νέα" πράξη που έχουμε λοιπόν μπροστά μας είναι:

$$7/6 - 1/4$$

Βρίσκουμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο με τη βοήθεια των ράβδων, αφού φτιάχνουμε ίσου μήκους τρενάκια. Το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των δύο λοιπόν είναι το 12.



Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα:

$7/6 =$  πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή με τον αριθμό των ράβδων στο τρένο  
( $7 \cdot 2$  σκούροι πράσινοι ράβδοι =  $14/12$ )

$1/4 =$  πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή με τον αριθμό των ράβδων στο τρένο  
( $1 \cdot 3$  μωβ ράβδοι =  $3/12$ )

Αφού μετατρέψουμε σε ομώνυμα τα κλάσματα, κάνουμε τις πράξεις:

$$14/12 - 3/12 = 11/12$$

**ENNOIA:** Ισοδύναμα κλάσματα

8. Για την διδασκαλία της ισοδυναμίας κλασμάτων, μια από τις πιο αποτελεσματικές μεθόδους είναι αυτή της δημιουργίας τρένων με τη βοήθεια των ράβδων Cuisenaire. Τα παιδιά δημιουργούν τρενάκια ίσου μεγέθους από ένα μόνο χρώμα ράβδου κάθε φορά. Το τρενάκι με τον μικρότερο αριθμό από ράβδους,

αντιπροσωπεύει το μικρότερο κλάσμα Συγκεκριμένα τα παιδιά ακολουθούν την εξής διαδικασία:

Δίνουμε στα παιδιά την καφέ ράβδο της οποίας το μήκος είναι 8cm και τους ορίζουμε ότι αντιστοιχεί με το όλο (μονάδα).



Καφέ ράβδος= 1

Ζητούμε από τα παιδιά να βρουν αριθμούς που να διαιρούνται ακριβώς με το 8 και να βρουν και τις αντίστοιχες σε μήκος ράβδους. Στην περίπτωση αυτή, οι αριθμοί που διαιρούνται ακριβώς με το 8 είναι το 2, το 4 και το 1 και οι αντίστοιχες ράβδοι είναι η κόκκινη, η μωβ και η άσπρη. Τα παιδιά παίρνουν πρώτα τη ράβδο με το μεγαλύτερο μήκος (τον μεγαλύτερο δηλαδή αριθμό που διαιρεί το 8) και φτιάχνουν ένα τρενάκι με ίσο μήκος μ' αυτό της μονάδας (καφέ ράβδου). Ο αριθμός των ράβδων στο τρενάκι αυτό είναι ο παρονομαστής του κλάσματος. Ακολούθως, τοποθετούν παράλληλα με το τρενάκι που κατασκεύασαν μια μωβ ράβδο. Η ράβδος αυτή αποτελεί τον αριθμητή του κλάσματος.

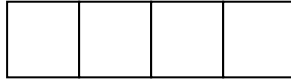


$1/2$

Την ίδια διαδικασία ακολουθούν και με τις άλλες δύο ράβδους για την κάθε μία ξεχωριστά.



2/4



4/8

Στα παιδιά δίνεται μία ακόμη δραστηριότητα του ίδιου τύπου με την πιο πάνω:

Η πορτοκαλί ράβδος, η οποία ισούται με 10cm αποτελεί το όλο (τη μονάδα). Χρησιμοποιώντας τις ράβδους Cuisenaire, βρείτε τα ισοδύναμα κλάσματα που προκύπτουν.

Χρησιμοποιώντας τις ράβδους Cuisenaire φτιάξτε τα πιο κάτω κλάσματα και βρείτε και κυκλώστε ποια από αυτά είναι ισοδύναμα.

1/2, 3/9, 3/6, 2/4, 5/6, 3/4

**ΕΝΝΟΙΑ:** Μέτρηση μήκους

9. Το μήκος κάθε πλευράς του άσπρου κύβου είναι 1 cm. Με τη βοήθεια του βρείτε το μήκος των άλλων ράβδων. Ακολουθώντας, χρησιμοποιήστε τις ράβδους για να μετρήσετε το μήκος και άλλων αντικειμένων στον χώρο, όπως το θρανίο.

*Οι δραστηριότητες που ασχολούνται με την επικάλυψη ράβδων Cuisenaire οδηγούν στην κατανόηση του μήκους των ράβδων αλλά επίσης βοηθούν τους μαθητές να εξερευνήσουν τις έννοιες της πρόσθεσης, του πολλαπλασιασμού και των κλασμάτων.*

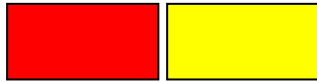
10. Χωρίζω τους μαθητές σε δυάδες και δίνω σε κάθε δυάδα ένα σετ ράβδων και ένα φύλλο τετραγωνισμένου χαρτιού. Αρχικά δίνω χρόνο στα παιδιά να εξερευνήσουν τις ράβδους για να ανακαλύψουν διάφορα χαρακτηριστικά τους. Το



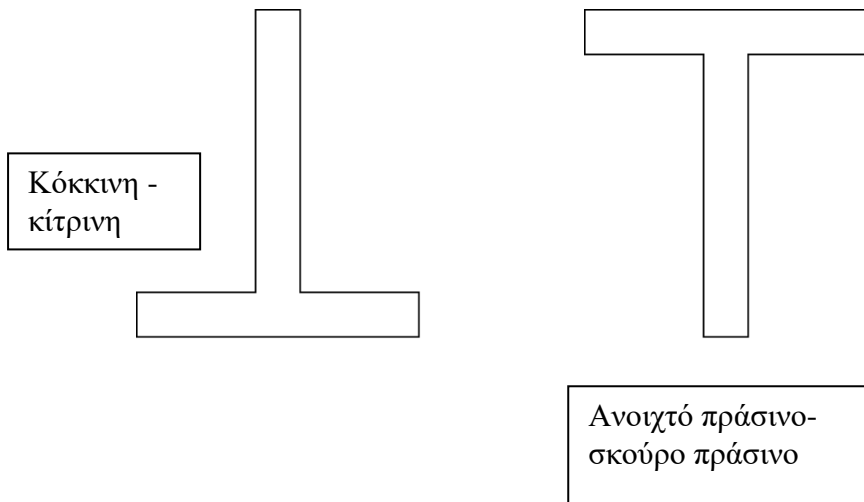
τετραγωνισμένο χαρτί θα το χρησιμοποιήσουν για να σχεδιάσουν τις παρατηρήσεις τους.

Στη συνέχεια δίνονται οι εξής ασκήσεις.

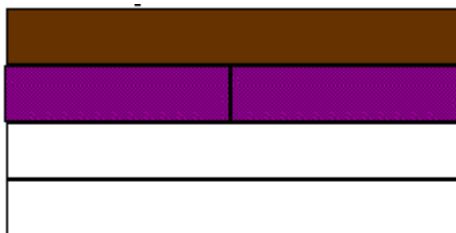
- Κάλυψε κάθε ορθογώνιο με το χρώμα της ράβδου που είναι χρωματισμένο. Ένα από τα χρώματα δεν είναι το σωστό. Πριν δοκιμάσεις κάνε μια πρόβλεψη για ποιο χρώμα είναι το λάθος.



- Κάλυψε κάθε σχήμα με τις ράβδους που γράφουν από κάτω. Ένα χρώμα δεν είναι σωστό. Πριν δοκιμάσεις κάνε μια πρόβλεψη για ποιο χρώμα είναι το λάθος.



- Βρες όλους τους τρόπους να κάνεις μονόχρωμα τρενάκια με ράβδους που θα έχουν το ίδιο μήκος με την καφέ ράβδο.



Αν η καφέ ράβδος είναι η μονάδα.

- Ποια είναι η αξία της μωβ ράβδου;
- Ποιο χρώμα ράβδου είναι το  $\frac{1}{4}$  της καφέ ράβδου;
- Ποιο χρώμα ράβδου είναι το  $\frac{1}{8}$  της καφέ ράβδου;
- Δείξε το  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$  χρησιμοποιώντας τις ράβδους.
- Βρες όλους τους τρόπους να κάνεις μονόχρωμα τρενάκια με ράβδους που θα έχουν το ίδιο μήκος με το τρενάκι μαύρη-καφέ ράβδος.

## Cuisenaire Rods

- 1) [http://www.learner.org/channel/courses/learningmath/number/session8/part\\_b/try.html](http://www.learner.org/channel/courses/learningmath/number/session8/part_b/try.html)



### Problem B1

**SOLUTION**

- What rod would you use as a unit to do computations with fifths?
- What rod would you use as a unit to do addition and subtraction with fifths and halves?
- How are the combinations of rods you can use related to factors?

### Problem B2

**SOLUTION**

- Model  $1/2 + 2/5$ .
- Model  $3/5 - 1/2$ .
- Model  $3/5 \cdot 1/2$ .
- Model  $4/5 \div 1/2$ .

- 2) <http://www.arcytech.org/java/integers/integers.html>



