ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

Διδάσκοντες

Μ. Καλδρυμίδου
Χ. Λεμονίδης
Ι. Παπαδόπουλος
Μ.Τζεκάκη

Περιεχόμενο μαθήματος

- Ο στόχος του μαθήματος είναι η εμβάθυνση στην τάξη των Μαθηματικών και στη μελέτη των διδακτικών φαινομένων.
- **Ενότητες**

1. Αλληλεπίδραση και διδακτικά φαινόμενα
2. Ανάπτυξη μαθηματικού νοήματος
3. Επαγγελματική Ανάπτυξη των εκπαιδευτικών
4. Χρήση εκπαιδευτικού υλικού και ΤΠΕ

2

Μαθηματική Εκπαίδευση

- ***Η*** *διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών ως* ***φαινόμενο****, ποιά άτομα, ποια στοιχεία και ποιές διαστάσεις εμπλέκονται;*
- Στο φαινόμενο εμπλέκονται

- άτομα, ομάδες ατόμων όπως και τα ιδιαίτερά τους χαρακτηριστικά καθώς δρουν, σκέφτονται αποφασίζουν και λειτουργούν σε μια κοινωνία και σε κάποια χρονική στιγμή,

- σε σχέση με μία επιστημονική ή πολιτισμική γνώση, όπως τα Μαθηματικά.

3

Έρευνα στη Μ. Ε.

- Υπάρχει **πολυπλοκότητα** και πυκνότητα των φαινομένων αλλά και ιδιαιτερότητα της μαθηματικής γνώσης (Sierpinska & Kiplatric, 1998).
- Ο συνδυασμός επιστημολογικών, ιστορικών, κοινωνικών, παιδαγωγικών, ψυχολογικών και πολιτισμικών στοιχείων **αλληλεπιδρούν** και δημιουργούν ιδιαίτερα φαινόμενα.

4

Κοινωνικές διερευνήσεις

- *Οι κοινωνικές διερευνήσεις* επικεντρώνεται σε ένα συλλογικό, **κοινωνικό νόημα που μοιράζεται**.
- Αναγνωρίζονται οι κοινωνικο- πολιτισμικές διαστάσεις της μάθησης και το ενδιαφέρον μεταφέρεται στο κοινωνικό – πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσεται αυτή η μάθηση (Lave, & Wenger, 1991, Ernest, 1995, Van Oers, 1996).
- Έτσι ένα μέρος της έρευνας αρχίζει να μελετά τη μάθηση ως κοινωνική κατασκευή (Lerman, 2006).

5

Κοινωνικές διερευνήσεις

Επιπλέον

- Η μελέτη της τάξης των Μαθηματικών αναπτύσσει ένα προβληματισμό για την **αλληλεπίδραση** που πραγματοποιείται σε αυτήν (Cobb & Bauersfeld, 1995, Steffe, 1996, Ernest, 1998, Lerman, 1998, Sullinan & Mousley, 2001)
- Σημαντικός εδώ αναδεικνύεται κι ο **ρόλος των εκπαιδευτικών**, οι γνώσεις και τα πιστεύω τους (Fennema, & Franke, 1992, Jaworski, 1994, Askew – Brown 1997, McDonough, & Clarke, 2003, Burton, 2002).

6

Έρευνα στη Μ. Ε.

- Όλες οι σύγχρονες προσεγγίσεις υποστηρίζουν ότι οι μαθηματικές γνώσεις δεν είναι κάτι που «μαθαίνεται» ή εφαρμόζεται (Sfard, 1996, Yackel, 2001), αλλά κάτι που **κατασκευάζεται**, γίνεται αποδεκτό και διαπραγματεύσιμο.
- Ωστόσο είναι αναγκαίο, αυτό που κατασκευάζεται, γίνεται αποδεκτό ή διαπραγματεύσιμο να συνδέεται με ότι θα δεχόμασταν ως μαθηματική γνώση (Steinbring, 1996)

7

Μορφές γνώσεις

- *Ακαδημαϊκή Γνώση* παραγόμενη από τους *Μαθηματικούς*
- *Μετασχηματισμός της σε γνώση* που πρέπει να διδαχτεί όπως ορίζεται από το *πρόγραμμα σπουδών*
- *Γνώση* που διδάσκουν οι *εκπαιδευτικοί*
- *Γνώση* που τελικά μαθαίνουν οι *μαθητές*

8

Θεσμικοί παράγοντες και χώροι

- Επιστημονική κοινότητα Μαθηματικών
- Πολιτική εκπαιδευτική εξουσία (υπουργοί, σύμβουλοι, σχεδιαστές προγραμμάτων)
- Εκπαιδευτικοί (περιεχόμενο και μέθοδος διδασκαλίας)
- Μαθητές

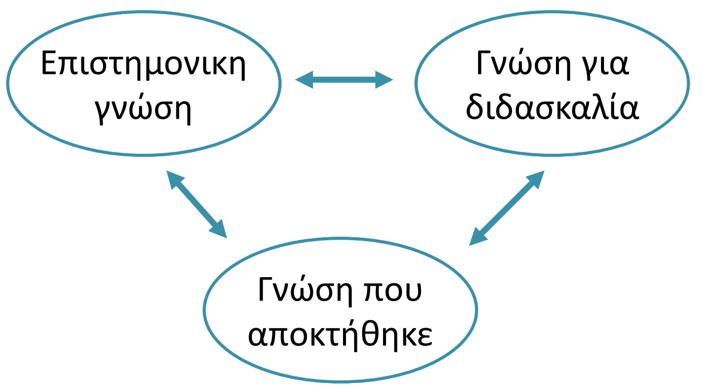
9

Αναγκαία σύνδεση

- Η σύνδεση όμως ανάμεσα στο **αντικείμενο που διδάσκεται** (teaching object) και το **μαθηματικό αντικείμενο** (mathematical object) είναι πιο σύνθετη από ότι δείχνει.
- Όπως αναφέρει ο Ernest (2006, p.73) «*τα περισσότερα από τα σχολικά Μαθηματικά δεν είναι μέρος των ακαδημαϊκών Μαθηματικών ή έχουν αλλάξει σε διαφορετικές μορφές του (και μέσα στην ιστορία)…*»

10

Ομάδες και χώροι



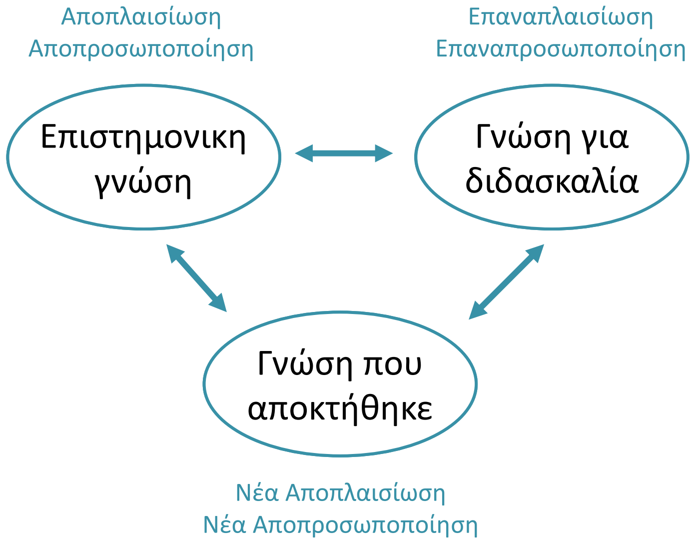
11

Ανάπτυξη παραληλισμών

- Εξετάζοντας ένα διδακτικό φαινόμενο μέσα σε μια σχολική τάξη των μαθηματικών, εξετάζοντας μια δραστηριότητα των παιδιών, μια κατασκευή, ένα διάλογο, μια αλληλεπίδραση κάτω από την οπτική της ανάπτυξης μαθηματικών νοημάτων ή μαθηματικών διαδικασιών, χρειαζόμαστε ένα **κοινό κριτήριο**: *γιατί κάποιος θα το ονομάσει μαθηματικό και κάποιος όχι.*
- Παράλληλα, η δράση που αναπτύσσεται στην τάξη καλείται να αντλήσει *από τους τρόπους ανάπτυξη της γνώσης*

12

Ομάδες και χώροι



13

Διαχείριση επιστημολογικών χαρακτηριστικών

- Η φύση της γνώσης υπό κατασκευή στη μαθηματική τάξη συνδέεται αναγκαία με το ρόλο και τη λειτουργία που οι έννοιες και οι διαδικασίας παίζουν στα Μαθηματικά.
- Είναι γενικά δεκτό ότι 'μαθαινω Μαθηματικά' σημαίνει κάνω Μαθηματικά' ή πιο γενικά μαθαίνω να λειτουργώ με μαθηματικό τρόπο (Schoenfeld, 1992) γεγονός που σημαίνει ότι χρησιμοποιώ τα ίδια μέσα όπως και η μαθηματική επιστήμη (Brousseau, 2006).

14

Διαχείριση επιστημολογικών χαρακτηριστικών

- Τα Μαθηματικά δημιουργούν έννοιες (θεωρητικά αντικείμενα) για τα οποία χρησιμοποιούνται ορισμοί στην αναγνώριση και διάκριση.
- Μελετά σε αυτά ιδιότητες και σχέσεις και χρησιμοποιεί θεωρήματα για να τα παρουσιάσει.
- Ακολουθεί επίσης διαδικασίες για τη διαχείριση των αντικειμένων και δημιουργία νέων.

15

Διαχείριση επιστημολογικών χαρακτηριστικών

- Όλα αυτά τα στοιχεία είναι διαφορετικής φύσης και χρησιμοποιούνται με επιστημολογικά διαφορετικούς τρόπους που χρειάζεται να είναι σαφή στην αντίληψη των μαθητών, αν δεν τους μαθαίνουμε μόνο διαδικασίες και κανόνες.
- Τα επιστημολογικά αυτά στοιχεία μοιάζουν απαραίτητα στην ανάλυση της αλληλεπίδρασης στην τάξη, για τη μελέτη των νοημάτων που παράγονται.

16

Διαχείριση επιστημολογικών χαρακτηριστικών

- Πώς ο δάσκαλος και ο μαθητές διαχειρίζονται το νόημα ενός ορισμού, ή πώς ένα θεώρημα λειτουργεί στη λύση, απόδειξη ή στην επαλήθευση μιας διαδικασίας.
- Γενικά αν και σε ποιό βαθμό τα σημαντικά αυτά χαρακτηριστικά της επιστημονικής δραστηριότητας αναδεικνύονται στην τάξη (Kaldrimidou, Sakonidis & Tzekaki, 2009).

17

Διαχείριση επιστημολογικών χαρακτηριστικών

- Ποιό συγκεκριμένα, ο δασκαλός και οι μαθητές διακρίνουν μια ειδική από μια γενική περίπτωση, μπορούν να ορίσουν ένα αντικείμενο, τι ιδιότητες χρησιμοποιούν (βασικές, συνεπαγόμενες, κλπ.);
- Λύνουν ή εξηγούν στη βάση ιδιοτήτων και σχέσεων ή απλά παρουσιάζουν διαδικασίες;
- Αναλύουν, συνθέτουν και κατασκευάζουν αντικείμενα ή απλά αναγνωρίζουν και περιγράφουν;

18

Κλασματικές παραστάσεις

Καθ.: Και τι θα πει κλασματική αλγεβρική παράσταση; Να μας πει η Ά.

Ά: Είναι μια παράσταση που έχει παρονομαστή μεταβλητή.

Καθ.: Πολύ ωραία, είναι μια παράσταση που έχει παρονομαστή μεταβλητή. Έτσι; Να σηκωθεί τώρα η Β. να μας γράψει μια τέτοια κλασματική αριθμητική παράσταση και να μου πει τι ακριβώς είχαμε.

[*Η Β. γράφει 1/χ*]

Καθ.: Ωραία, 1/χ. Το χ είναι μεταβλητή Χάρη;

Χάρης: Μάλιστα

19

Κλασματικές παραστάσεις

Καθ.: Και δεν μου λες παίρνει όλες τις τιμές;

Χάρης: Εκτός από το μηδέν.

Καθ.: Εκτός από το 0, πολύ ωραία. Γιατί δεν παίρνει την τιμή μηδέν Χριστίνα;

Χριστίνα: Γιατί μηδενίζεται ο παρονομαστής.

Καθ.: Δεν κατάλαβα τίποτα.

Χριστίνα: Μηδενίζεται ο παρονομαστής.

Καθ.: Ε; και τι πειράζει;

Χριστίνα: Δεν τον θέλουμε μηδέν.

Καθ.: Δεν τον θέλουμε μηδέν γιατί;

Χριστίνα: Δεν υπάρχει κλάσμα με παρονομαστή μηδέν.

20

Κλασματικές παραστάσεις

Καθ.: Δεν υπάρχει κλάσμα με παρονομαστή μηδέν, και πως το λέγαμε στο δημοτικό;

Γιώργος: Διαίρεση με το μηδέν.

Καθ.: Διαίρεση με το 0. Μπράβο καμάρι μου

21

Κοινωνικοί κανόνες

- Η τάξη είναι μια μικρή κοινότητα στην οποία ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι κρίσιμος.
- Προβάλλει και αναδεικνύει ζητήματα μέσα από τα οποία οι μαθητές αναγνωρίζουν το 'μαθηματικό' χαρακτήρα του υπό διαπραγμάτευση περιεχομένου.
- Τα σχόλια και οι ερωτήσεις που θέτει ο ίδιος και οι ερωτήσεις/απαντήσεις των μαθητών που ενθαρρύνει συμβάλλουν στην ανάπτυξη των κριτηρίων για τι είναι αποδεκτό στα Μαθηματικά (Yackel & Cobb, 1996)

22

Κοινωνικοί κανόνες

- Κανόνες *(Norms)*: Κριτήρια αξιών που αναπτύσσονται αλληλεπιδραστικά στην επικοινωνία της τάξης. Βασισμένα στις δηλώσεις των συμμετεχόντων και τους στόχους τους, προκύπτουν και γίνονται αποδεκτοί.
- … Που μοιράζονται (*taken as shared*). Κατανοητοί από όλα τα μέλη, μέσα από τη διαπραγμάτευση νοήματος. Δεν σημαίνει απαραίτητα ότι μοιράζονται γνώσεις. Είναι ένα εσωτερικό ζήτημα, ίσως όχι αντικειμενικό.

23

Κοινωνικοί κανόνες

- Οι νόρμες είναι ένα κοινωνιολογικό κατασκεύασμα και αναφέρεται στους όρους ή τις ερμηνείες που γίνονται κανονιστικοί ή παίρνονται ως δεδομένοι από την ομάδα.
- Περιγράφει τις προσδοκίες και τις υποχρεώσεις που διαμορφώνονται στη τάξη.

24

Κοινωνικομαθηματικοί κανόνες

- Οι κανόνες αυτοί αναπτύχθηκαν σαν ιδέα από τους Cobb & Yackel και αναπτύχθηκαν σε συνεργασία με τους Bauersfeld, για να εξειδικεύουν ένα κοινωνικό ζήτημα μέσα στην τάξη των Μαθηματικών.
- *Sociomathematical Norms*: Αποτελούν κανόνες κυρίως σχετικές με **λύσεις** ή **εξηγήσεις** μαθηματικών θεμάτων (βαθείς και ενορατικές ή κομψές).
- Αν και ο δάσκαλος αντιπροσωπεύει το σχολείο, την εκπαίδευση και τα Μαθηματικά, οι κανόνες σχετίζονται με την κατανόηση και στάση των μαθητών.

25

Κοινωνικομαθηματικοί κανόνες

- Είναι ένα σύνολο συμφωνημένων αρχών συνύπαρξης και συνδιαλλαγής των ατόμων μιας ομάδας που επιτελεί ένα σκοπό, ξεκινούν και καθοδηγούνται από το δάσκαλο και ενισχύουν τη μικροκουλτούρα της τάξης η οποία χαρακτηρίζεται από επεξήγηση, συζήτηση και επιχειρηματολογία.
- Αφορά ότι αναμένεται από τους μαθητές για την εξήγηση λύσεων ή τρόπον σκέψης.
- Αφορά ότι αναμένεται από τους μαθητές στις ερμηνείες και στις λύσεις τους ή των άλλων.

26

Όταν αφορούν εξηγήσεις

- Οι κανόνες αυτοί σχετίζονται με «τι μετράει ως αποδεκτή μαθηματική εξήγηση» (Yackel & Cobb, 1996). Και οι ερευνητές δίνουν τρεις κατηγορίες στις εξηγήσεις:
- Εξηγήσεις ως περιγραφές διαδικασιών
- Εξηγήσεις ως περιγραφές πράξεων πάνω σε μαθηματικά αντικείμενα, και
- Εξηγήσεις ως αντικείμενα σκέψης

27

Παράδειγμα εξηγήσεων

Μια τάξη μελετά την πρόσθεση με διψήφιους αριθμούς, πχ. 12+13:

- κάποια παιδιά δίνουν εξηγήσεις του τύπου «1 και 1 κάνει 2, 2 και 3 κάνει 5»

- κάποια άλλα δίνουν εξηγήσεις του τύπου «10 και 10 κάνει 20 και 2 και 3 κάνει 5»

Είναι αυτές οι εξηγήσεις ίδιες ως προς τη φύση τους? Τις αποδέχεται ο εκπαιδευτικός? Τι σχολιάζει?

28

Ανάλυση εξηγήσεων

- Οι Yackel & Cobb χαρακτηρίζουν την πρώτη ως περιγραφή διαδικασίας και τη δεύτερη ως περιγραφή πράξης πάνω τις δεκάδες και μονάδες (μαθηματικά αντικείμενα).
- Ο εκπαιδευτικός επικροτεί τη δεύτερη δημιουργώντας τον κανόνα στα παιδιά ότι οι εξηγήσεις πρέπει να αφορούν πράξεις δράσεις πάνω στα αντικείμενα κι όχι περιγραφές.
- Εξηγήσεις ως αντικείμενα σκέψης

29

Όταν αφορούν λύσεις

- Αναφορικά με τις λύσεις, οι κανόνες αυτοί σχετίζονται με το «τι θεωρείται ως μαθηματικά κατάλληλη λύση», πιο έξυπνη, πιο κομψή (Yackel, Cobb & Wood, 1998, 1996).
- Ζητώντας τέτοιες λύσεις κι αξιολογώντας ποια είναι απλή, καλή ή διαφορετική, ο εκπαιδευτικός οδηγεί την τάξη να διαμορφώσει κανόνες για το τι μετράει στα Μαθηματικά (Voigt, 1995)

30

Παράδειγμα λύσεων

Μια τάξη μελετά τρεις προσθέσεις με το 9: 27+9, 37+9, 47+9:

- κάποια παιδιά δίνουν κάνουν σωστά τις τρεις προσθέσεις και δίνουν τις απαντήσεις
- κάποια άλλα δίνουν μια λύση με ένα πιο γενικό κανόνα – την πρόσθεση με τη δεκάδα μείον 1.

Είναι αυτές οι λύσεις ίδιες ως προς τη φύση τους? Τις αποδέχεται ο εκπαιδευτικός? Τι σχολιάζει?

31

Ανάλυση λύσεων

- Οι Yackel & Cobb παρατηρούν ότι ο εκπαιδευτικός χαρακτηρίζει την πρώτη ως απλή λύση που είναι αποδεκτή, αλλά τη δεύτερη ως έξυπνη και την επικροτεί δημιουργώντας στα παιδιά τον κανόνα για το τι είναι έξυπνη και αποτελεσματική λύση.

32

Γενικά

- Οι μαθητές αρχικά προτείνουν διάφορες λύσεις χωρίς να ξέρουν πώς θα εκτιμηθεί από το δάσκαλο και χωρίς να έχουν προκαθορισμένα κριτήρια του τι σημαίνει μαθηματικά διαφορετικό.
- Με τη συμμετοχή τους στη συζήτηση, τα παιδιά μαθαίνουν πώς και ποιες ο δάσκαλος «νομιμοποιεί».

33

Διδακτικό Συμβόλαιο

- Ξεκινώντας με την ίδια λογική ο Brousseau (1997) ορίζει ως Διδακτικό Συμβόλαιο το σύνολο των συμπεριφορών του διδάσκοντος που αναμένονται από τον μαθητή και το σύνολο των συμπεριφορών του μαθητή που αναμένονται από τον διδάσκοντα.
- Αυτό το συμβόλαιο είναι το σύνολο των κανόνων που προσδιορίζουν εν μέρει ρητά αυτή τη σχέση, αλλά πάνω απ᾽ όλα άρρητα στο τι ο κάθε συμμετέχων στη διδακτική σχέση θα τη διαχειρίζεται με τον ένα ή τον άλλο τρόπο, ώστε να ανταποκρίνεται στις προσδοκίες του άλλου.

34

Διδακτικό Συμβόλαιο

- Το Διδακτικό Συμβόλαιο εξαρτάται από τη στρατηγική διδασκαλίας που έχει υιοθετηθεί. Δηλαδή ο τρόπος εργασίας που απαιτεί ο διδάσκων από τους μαθητές, οι παιδαγωγικές επιλογές του, η επιστημολογία του καθώς και οι διδακτικοί του στόχοι είναι ουσιαστικά τμήμα των βασικών χαρακτηριστικών του συμβολαίου. (Henry, 2003)

- Το συμβόλαιο αυτό «υπογράφεται» στα πρώτα στάδια της φοίτησης των παιδιών στο σχολείο.

35

Παραδείγματα άρρητων κανόνων

- Τα σχολικά προβλήματα με τα οποία έρχονται αντιμέτωποι οι μαθητές, έχουν κοινά χαρακτηριστικά τόσο ως προς τη παρουσίασή τους, όσο και ως προς τη διαδικασία επίλυσής τους. Η επανάληψη των πιο πάνω φαινομένων κατά τη διδασκαλία διαμορφώνει τη συμπεριφορά των μαθητών στην επίλυση τυπικών σχολικών προβλημάτων, τηρώντας τους κανόνες του ΔΣ. (Brousseau, 1981)
  - Στα μαθηματικά ένα πρόβλημα λύνεται κάνοντας πράξεις.
  - Όλα τα προβλήματα έχουν λύση.
  - Η λύση αυτή είναι ένας μοναδικός και ακριβής αριθμός.
  - Όλα τα στοιχεία που χρειάζονται για τη λύση ενός προβλήματος παρατίθενται στην εκφώνηση.
  - Η εκφώνηση οφείλει να μην έχει περιττά στοιχεία.
  - Οι ερωτήσεις που τίθενται δεν έχουν σχέση με την καθημερινή πραγματικότητα

36

Παραδείγματα άρρητων κανόνων

- Ο Bagni (1997) μελέτησε την επίδοση μαθητών 16-19 ετών στην επίλυση τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές, επηρεασμένοι από τον τριγωνομετρικό πίνακα που δίνεται κατά τη διδασκαλία, θεωρούν ότι δεν υπάρχει απάντηση για τιμές που δεν βρίσκονται στον πίνακα.
- Πχ, Όταν δοθεί άσκηση όπως βρείτε x ϵ R ώαρς ημx=1/3, οι μαθητές καταφεύγουν σε άλλους τρόπους επίλυσης των συναρτήσεων, όπως να απαντούν ότι πρόκειται για αδύνατη εξίσωση, να δίνουν απάντηση βασισμένη στην εκτίμηση σύμφωνα με τις κοντινότερες τιμές που βρίσκονται στον πίνακα ή να συσχετίζουν λανθασμένα τις τιμές.

37

Μια ανάλυση στο επεισόδιο

- Μια ανάλυση με βάση αυτό το μοντέλο μας επιτρέπει να εξετάσουμε τι μετράει ως αποδεκτή ‘μαθηματική εξήγηση’ σε μια τάξη, όπως υποβάλλεται από τον εκπαιδευτικό με τις ερωτήσεις και τις αποδεκτές απαντήσεις.
- Ωστόσο δεν επιτρέπει να καταλήξουμε στο να είναι πράγματι ‘μαθηματικό’ ή ‘μαθηματικά κατάλληλο’.

38

Μια ανάλυση στο επεισόδιο

- Έτσι διαπιστώνουμε ότι ο εκπαιδευτικός οδηγεί με τις ερωτήσεις
  - σε εξηγήσεις που περιγράφουν αντικείμενα (*μια παράσταση που έχει παρονομαστή μεταβλητή, Και δεν μου λες παίρνει όλες τις τιμές, Δεν υπάρχει κλάσμα με παρονομαστή μηδέν*),
  - σε εξηγήσεις που οδηγούν σε αντικείμενα σκέψης και κανόνες (*και τι πειράζει που μηδενίζεται ο παρονομαστής;)* καθώς ενθαρρύνει την τάξη στην εύρεση του κανόνα 'διαίρεσης με το μηδέν'.

39

Κι άλλο επεισόδιο

Καθ.: Για να δούμε παιδιά διάφορες από αυτές τις εξισώσεις. Γράφω την εξίσωση; $χ^2$-2χ=0, άλλη, $χ^2$-4=0, και $χ^2$-3χ+2=0. Τι παρατηρείτε παντού σε όλες αυτές τις εξισώσεις; Υπάρχει χ με εκθέτη τι;

Μαθητές: Δυο.

Καθ.: Όταν ο μεγαλύτερος εκθέτης του αγνώστου, δηλαδή για την περίπτωση μας, η εξίσωση λέγεται δευτέρου βαθμού, γιατί ο εκθέτης που έχει μια μεταβλητή λέγεται βαθμός της μεταβλητής αυτής. Τίνος βαθμού είναι σε αυτόν τον όρο το χ;

Μαθητές: 2ας

Καθ.: Η εξίσωση λοιπόν είναι δευτέρου βαθμού και στις 3 περιπτώσεις. Να ακούσω τη γνώμη σας παιδιά. Πως εσείς λέτε να λύσουμε την πρώτη εξίσωση;

40

Κι άλλο επεισόδιο

Καθ.: Τι θα κάνουμε το πρώτο μέλος; Μήπως εσείς έχετε καμιά ιδέα; Πως θα λύσουμε την εξίσωση; [$χ^2$-2χ=0] Γιώργο;

Γιώργος: Να χωρίσουμε γνωστούς από αγνώστους.

Καθ.: Εσύ λες να κάνουμε χωρισμό; Δε γίνεται γιατί άγνωστος είναι και ο ένας όρος, άγνωστος είναι και ο άλλος. Είπε ο Γιώργος τη γνώμη του. Άλλος;

Μαργαρίτα: Δε μπορούμε να κάνουμε παραγοντοποίηση;

Καθ.: Έτσι μπράβο, θα κάνουμε παραγοντοποίηση στο πρώτο μέλος, και τι θα έχουμε Μαργαρίτα; Άρα τι θα γίνει το πρώτο μέλος; Βγάζουμε κοινό παράγοντα το χ και τι θα έχουμε μέσα.

(Και λίγο πιο κάτω)

Κι άλλο επεισόδιο

Κώστας: Κυρία το πρώτο το παράδειγμα που έχουμε $χ^2$-2χ, αν το κάνουμε χ επί χ ίσον 2χ; Το χ απλοποιείται και μετά χ=2..

Καθ.: Πρόσεξε!! Ποια χ θα φύγουν.. αυτά τα χ πολλαπλασιάζονται,.. προτεραιότητα πράξεων… πρώτα κάνουμε πολλαπλασιασμό…

Κώστας: Κυρία, θα κάνουμε $χ^2$=2χ.. χ x χ=2χ..

Καθ.: Μα έχεις ρίζα! Απαγορεύεται! Εντάξει; Χάνεις ρίζα. Μην κάνετε τέτοιες απλοποιήσεις γιατί χάνετε ρίζα. Καταλάβατε τι είπε ο Κώστας; $χ^2$=2χ, φεύγει λέει το ένα χ με το χ, χάνει όμως έτσι τη ρίζα. Εντάξει; Όταν όμως βγάζουμε κοινό παράγοντα Δε χάνουμε τη ρίζα. χ=0,ε; βγαίνει το χ=0. Να μην κάνετε αυτές τις απλοποιήσεις, γιατί χάνουμε μια ρίζα ξανά….

Interactionism

- Η μαθηματική γνώση κατασκευάζεται δυναμικά μέσα στο κοινωνικό περιεχόμενο της τάξης.
- Δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί ως συγκεκριμένο ή οριστικό προϊόν αλλά ως κάτι που *σχηματίζεται αλληλεπιδραστικά* καθώς οι μαθητές επεξεργάζονται συγκεκριμένα προβλήματα.

43

Interactionism

- Τα προβλήματα αυτά κατά τον Steinbring (1999) αποτελούν *συγκεκριμένες αλλά αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις* που δίνουν υπόσταση στις υπό εξέταση μαθηματικές δομές.
- Αυτό σημαίνει ότι στο πλαίσιο της αλληλεπίδρασης στην τάξη οι μαθητές καλούνται να κατασκευάσουν τις μαθηματικές σχέσεις που εμπλέκονται στις συγκεκριμένες δραστηριότητες.

44

Interactionism

- Αυτή η κατασκευή δεν είναι φανερή στις δηλώσεις των μαθητών, αλλά χρειάζεται να αναζητηθεί όπως εμφανίζεται στο λόγο δασκάλων και μαθητών.
- Ο Steinbring (2000) υποστηρίζει ότι μέσα από μία επιστημολογική ανάλυση των λόγων αυτών μπορούμε να αναγνωρίσουμε το στάτους της μαθηματικής γνώσης που κατασκευάζεται.

45

Interactionism

- Δηλαδή πόσο κινείται προς γενικεύσεις ή παραμένει μέσα στο πλαίσιο της παλιάς και οικείας γνώσης ή αποτελεί μια περιορισμένη γνώση που αφορά την κάθε περίπτωση.
- Όμοια κι άλλοι επιστήμονες (Bauersfeld, Voight, 1995) υποστηρίζουν ότι ο εκπαιδευτικός εκτός από τους *κοινωνικομαθηματικούς κανόνες*, είναι ο καθοριστικός παράγοντας που προσδίδει τα επιστημολογικά χαρακτηριστικά στην γνώση υπό κατασκευή.

46

Interactionism

- Οι προσεγγίσεις αυτές είναι επικεντρωμένες επίσης στο κοινωνικό πλαίσιο, και αναλύουν τη διάδραση/αλληλεπίδραση, την κοινωνική κατασκευή μαθητών και δασκάλων, στη βάση της μαθηματικής επικοινωνίας και της διαπραγμάτευσης νοήματος (ανάλυση της εξέλιξης του μαθηματικού νοήματος in interaction, όχι στο άτομο, ούτε στην κουλτούρα).

47

Interactionism

- Επηρεασμένοι από τις προσεγγίσεις του Vygotsky οι ερευνητές της συμβολικής αλληλεπίδρασης (*Symbolic Interactionism Theory)* επικεντρώνονται στη φύση της κοινωνικής δράσης της τάξης και το ρόλο της σημειωτική δράσης του γραπτού και προφορικού λόγου καθώς το άτομο συμμετέχει σε μια *κοινότητα δράσης.*
- Δίνουν μεγάλη σημασία στο σύμβολο, θεωρώντας ότι η κατασκευή συμβόλων είναι ίδια με την κατασκευή εννοιών.

48

Παράδειγμα επεισοδίου

- Το σύμβολο του μαθηματικού αντικειμένου που εξετάζεται είναι η αλγεβρική έκφραση 1/x.
- Καθώς η διαπραγμάτευση προχωράει το πλαίσιο αναφοράς αλλάζει:

  - από αλγεβρική παράσταση σε κλασματικούς αριθμούς,

  - σε κλάσματα, σε αριθμητική πράξη.

49

Παράδειγμα επεισοδίου

- Όπως αλλάζει το πλαίσιο αναφοράς από αλγεβρική παράσταση σε ρητό αριθμό, η σχέση που θα μπορούσε να νομιμοποιήσει αυτές τις αλλαγές (πχ. ’δίνουμε τιμές‘) δεν συζητιούνται κι όλη η αλλαγή μένει άρρητη.
- Επίσης το σύμβολο παραμένει το ίδιο.
- Έτσι και το νόημα της έννοιας (αλγεβρική παράσταση) είναι μάλλον θολό.

50

Παράδειγμα επεισοδίου

- Αυτή η ανάλυση επιτρέπει να διακρίνουμε τις σχέσεις ανάμεσα στην έννοια και το πλαίσιο αναφοράς που χρησιμοποιούμε και τη φύση της έννοιας που αναδεικνύεται στην τάξη:

  η αλγεβρική παράσταση αντιμετωπίζεται ως αριθμός

51

Ας δούμε ένα παράδειγμα

Μαθητές της Γ' Γυμνασίου δοκιμάζουν σε ομάδες να λύσουν το ακόλουθο πρόβλημα για να οδηγηθούν στη *λύση συστημάτων πρώτου βαθμού*:

Η κ. Άννα και η κ. Βάσω ψώνισαν από τον μανάβη ντομάτες και πορτοκάλια. Η κ. Άννα πήρε 2 κιλά ντομάτες και 3 κιλά πορτοκάλια και πλήρωσε 13€ και η κ. Βάσω πήρε 1 κιλό ντομάτες και 4 κιλά πορτοκάλια και πλήρωσε 14€. Ποιες ήταν οι τιμές των προϊόντων;

52

Ας δούμε ένα παράδειγμα

Κ. Η πρώτη ομάδα σκέφτηκε το εξής: Έστω το κιλό οι ντομάτες κάνουν 3 € αυτό το σκέφτηκε λίγο και η ομάδα του Μιχάλη. Πήρε την εξίσωση την οποία την είχε δημιουργήσει από πριν 2 επί 3 συν 3χ όπου χ βάζουμε πόσο κάνουν τα πορτοκάλια, Έβαλε ότι 3 € κάνουν οι ντομάτες. Έβγαλε για την πρώτη 2.3+ 3χ= 13, άρα χ είναι περίπου 1,6. Το ίδιο έκανε και ο Μιχάλης.. Από εκεί ξεκίνησε , το ίδιο έκανε και η Κωνσταντίνα με την ομάδα της για την κυρία Βάσω. Και λένε ότι και αυτή αγόρασε τις ντομάτες 3€, άρα 3+4χ=14. Κι αν λύσεις. πόσο σου βγήκε το χ Κωνσταντίνα;

Μ. 2,75

53

Ας δούμε ένα παράδειγμα

Κ. Και κατέληξαν σε μια αντίφαση. Δε μπορεί λέει να κάνουν τα πορτοκάλια για τη μια κυρία 1,6 και για την άλλη 2,75. Που ήταν το λάθος για αυτή την αντίφαση; Ήταν λάθος Μιχάλη αυτό! Το κατάλαβαν τα κορίτσια. Δε μπορεί να γίνει αυτός ο τρόπος. Γιατί που είναι το πρόβλημα; Τα ίδια τα κιλά, το ίδιο είδος κάνει διαφορετική τιμή για τον ένα πελάτη και διαφορετική τιμή για τον άλλο. Νομικά είναι απαράδεκτο.

Μ Είναι λάθος..

Κ. Λογικά ποιο είναι το λάθος στην υπόθεση;

Μ….να βάλουμε κι άλλη μεταβλητή!

Κ. Γιατί λες Κωνσταντίνα;

Μ. Γιατί…

Κ. Γιατί απλούστατα το 3 είναι μια υποθετική τιμή.

54

Ας δούμε ένα παράδειγμα

Κ. Πάμε στην επόμενη, να μας πουν τα παιδιά τι έκαναν.

Μ. Θα βρίσκαμε την τιμή των πορτοκαλιών .. ύστερα θα βρίσκαμε από την δεύτερη εξίσωση να δούμε εάν επαληθεύει..

Κ. Λοιπόν..

Μ. Κυρία; υποθετικά;

Κ. Αυτός είναι ένας τρόπος.. γρήγορα να προλάβουν όλα τα παιδιά να μιλήσουν. Για πείτε μας τον τρόπο που σκεφτήκατε

Μ. Δημιουργούμε τις εξισώσεις..

Κ. Δημιουργούμε τις εξισώσεις τις οποίες είδα να δημιουργούνται και στην ομάδα του Ηλία..;;; μπράβο ακούω ..

Μ. Και μετά προσθέσαμε το 1 και στα 2 μέλη..

Κ. Η Γιώτα κατέφυγε σε ένα τέχνασμα, λοιπόν, προσπαθώντας να συνδυάσει τις 2 εξισώσεις. Λέει αν της προσθέσουμε το χ της πρώτης θα μοιάζει με την πρώτη. Άρα το 2χ+3ψ συν 1 της πρώτης θα είναι όσο της δεύτερης. Και ξανά πάλι με αυτό τον τρόπο δημιουργεί μια εξίσωση με 2 αγνώστους.

55

Ας δούμε ένα παράδειγμα

Μ Ναι αλλά … δεν θα έπρεπε; ...Προσπαθήσαμε να είναι ισοδύναμες οι εξισώσεις. Και να χρησιμοποιήσουμε τα αντίθετα μέλη για δημιουργηθούν οι άλλες.

Κ. Για πες μας τώρα;

Μ. Δεν ξέρω..

Κ. Είπες έκανα αντικατάσταση, που το αντικατέστησες; είχες μια εξίσωση χ+4ψ=14 και 2χ+3ψ ίσον με 13. Τι έκανες;.. Δε θα μας πεις;

Μ. Λύσαμε ως προς χ….

Κ. Α!! πως γίνεται; την ίδια εξίσωση την αντικαθιστάς ως προς χ και την λύνεις ως προς χ και ως προς ψ… και πάλι θα σου δημιουργηθεί μια εξίσωση… η άλλη ομάδα..

Μ. Κυρία να κάνω μια ερώτηση;..

Κ. Όχι, η άλλη η ομάδα.. δυνατά, όλοι θα παρουσιάσετε.. σκεφτείτε Αφροδίτη.. με πρόσθεση κατά μέλος. Την ίδια εξίσωση ;;; έκανε η Γιωτα.. λύνει ως προς χ και ως προς ψ. κατέληξε μάλλον σε αδιέξοδο. Έλα Αφροδίτη..

56

Ας δούμε ένα παράδειγμα

Μ Αποφασίσαμε να μην τη λύσουμε αλγεβρικά.. βρήκαμε 2 αγνώστους.

Κ. Αποφάσισαν να κάνουν μια γραφική επίλυση. Έκαναν πίνακα τιμών και γραφική παράσταση. Η γραφική παράσταση της Αφροδίτης ήταν για ποια εξίσωση;

Μ. 2χ+3ψ=14..

Κ… και της δημιουργήθηκε μια εξίσωση. Αφού έκανε τη γραφική παράσταση, ποια σκέψη της δημιουργήθηκε μετά;

Μ. Θα πάρουμε και τη δεύτερη με μια γραφική..

Κ. Με τη δεύτερη θα κάνουμε γραφική…προχώρησε καθόλου η σκέψη;

Μ. Αυτές θα συνδυαστούν.. (*δεν ξέρουν πως)*

Κ. Γρήγορα Αλέξη τη λύση σου.. με λίγα λόγια..

Μ. Λύνουμε την μια εξίσωση ως προς χ, οπότε πάμε στην παράσταση 2χ+3ψ=14. Αντικαθιστούμε το χ λεμε. 2 (14-4ψ) + 3ψ= 13.

Κ. Και τι δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο Αλέξη;

Μ. Βρίσκουμε το ψ, ψ=3€

Κ. Το ψ κατευθείαν.. Οπότε τι κάνουμε;.. Αντικατάσταση. Θα την ονομάσουμε μέθοδο της αντικατάστασης.

57

Μελέτη διδακτικών επεισοδίων

Ποιό είναι το μαθηματικό περιεχόμενο-στόχος

- *ΚΟΙΝΩΝΙΚΟΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΝΟΡΜΕΣ*
  - Εξηγήσεις ως περιγραφές διαδικασιών
  - Εξηγήσεις ως περιγραφές πράξεων πάνω σε μαθηματικά αντικείμενα, και
  -Εξηγήσεις ως αντικείμενα σκέψης
  - Λύση κατάλληλη μαθηματική στην τάξη
  - Λύση 'κομψή' για τον εκπαιδευτικό

58

Μελέτη διδακτικών επεισοδίων

Ποιά η σχέση του με το μαθηματικό περιεχόμενο

- *ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ*

  - Ποιά μαθηματικά αντικείμενα και πώς παρουσιάζονται; ορίζονται, περιορίζονται ή περιγράφονται;

  - Ποιές ιδιότητες ή σχέσεις και πως χρησιμοποιούνται: θεώρημα, σχέσεις ή διαδικασία εκτέλεσης, αναγνώριση μορφής;

59

Ενδεικτική Βιβλιογραφία

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. (chapter 3.3. pp. 29-37). Dordrecht: Kluwer.

Herbel-Eisenmann, B. (2003). *Examining "Norms" In Mathematics Education* Literature: Refining The Lens. *NCTM*. https://www.msu.edu/~jansenam/NCTM2003Norms.pdf

Kaldrimidou, M., Sakonidis, C. & Tzekaki, M. (2008). Comparative readings of the nature of the mathematical knowledge under construction in the classroom, *ZDM , Mathematics Education,* 40: 235-245.

Kaldrimidou, M., Sakonidis, C. & Tzekaki, M. (2011). Readings of the mathematical meaning shaped in the classroom: exploiting different lenses. In *Proceedings of 7th Congress of the European Society of Researches in Mathematics Education.* Http://www.Cerme7.Univ.Rzeszow.Pl/wg/17a/cerme7_wg17a_kaldrimidou_et_al..Pdf

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation and autonomy in maths. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27: 458-477.

Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and argumentation in Mathematics Classroom. In van den Heuvel- Panhuizen, M. (ed.). *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Intitute, Utrecht University. 1:1-9.