



# ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ II

## Διδάσκοντες

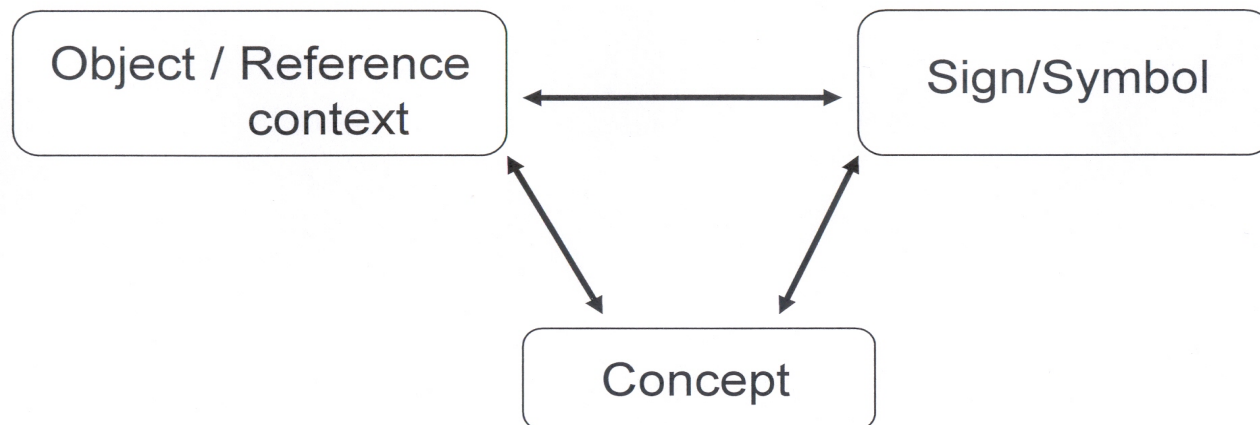
Μ. Καλδρυμίδου  
Χ. Λεμονίδης  
Ι. Παπαδόπουλος  
Μ. Τζεκάκη

# Αλληλεπίδραση στην τάξη

- Η μαθηματική γνώση δεν αποτελεί οριστικό προϊόν αλλά δυναμική κατασκευή που παράγεται *αλληλεπιδραστικά*, ανάμεσα σε δάσκαλο και μαθητές (Bauersfeld, Voight, 1995).
- Αυτή η κατασκευή μπορεί να αναζητηθεί μέσα στις *λεκτικές ανταλλαγές* δασκάλων και μαθητών (Steinbring, 1999).
- Στα μαθηματικά αποδίδεται σημασία στα σύμβολα (*Symbolic Interactionism Theory*) και στο χρησιμοποιούμενο λόγο.

# Επιστημολογικό τρίγωνο

- Ο Steinbring (2000) ασχολείται με την *επιστημολογική ανάλυση* των διαλόγων στην τάξη.
- Διακρίνει τις συγκεκριμένες εφαρμογές/ παραδείγματα, από τις έννοιες και τα σύμβολα



# Επιστημολογικό τρίγωνο



*Εικονιστικό πλαίσιο αναφοράς*

$$2 + 5 = 7$$

Αριθμητικές έννοιες:  
πράξεις

# Επιστημολογικό τρίγωνο

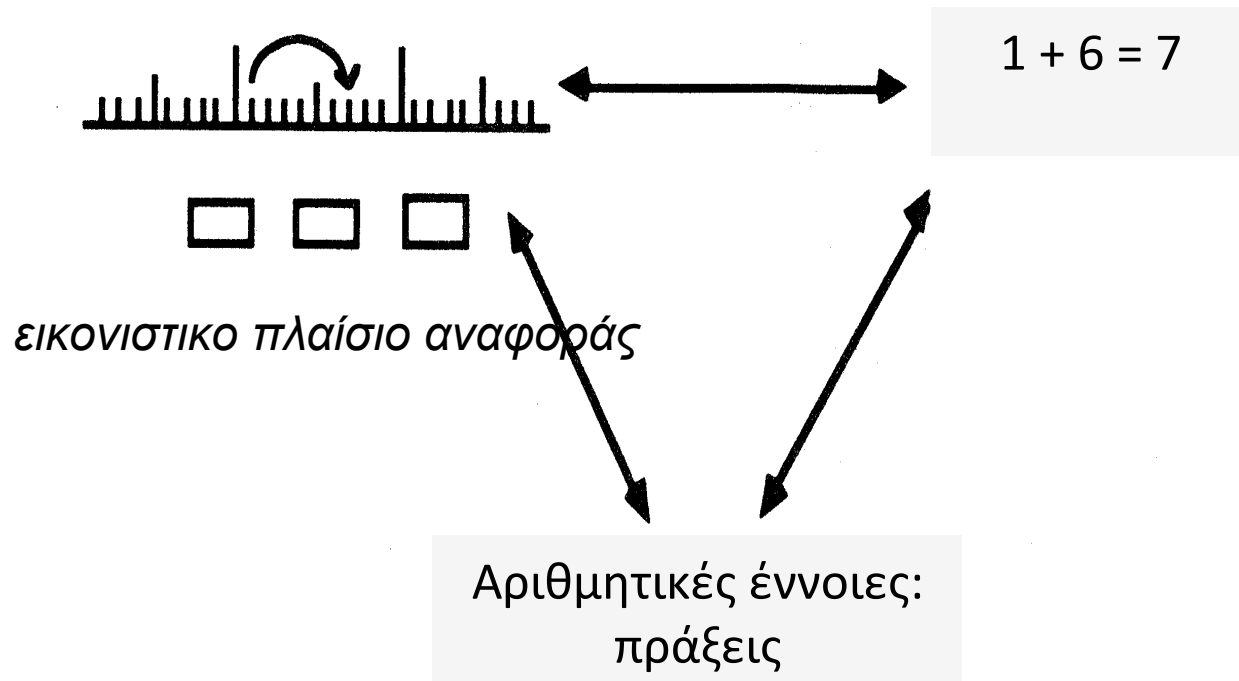


*Εμπειρικό πλαίσιο αναφοράς*

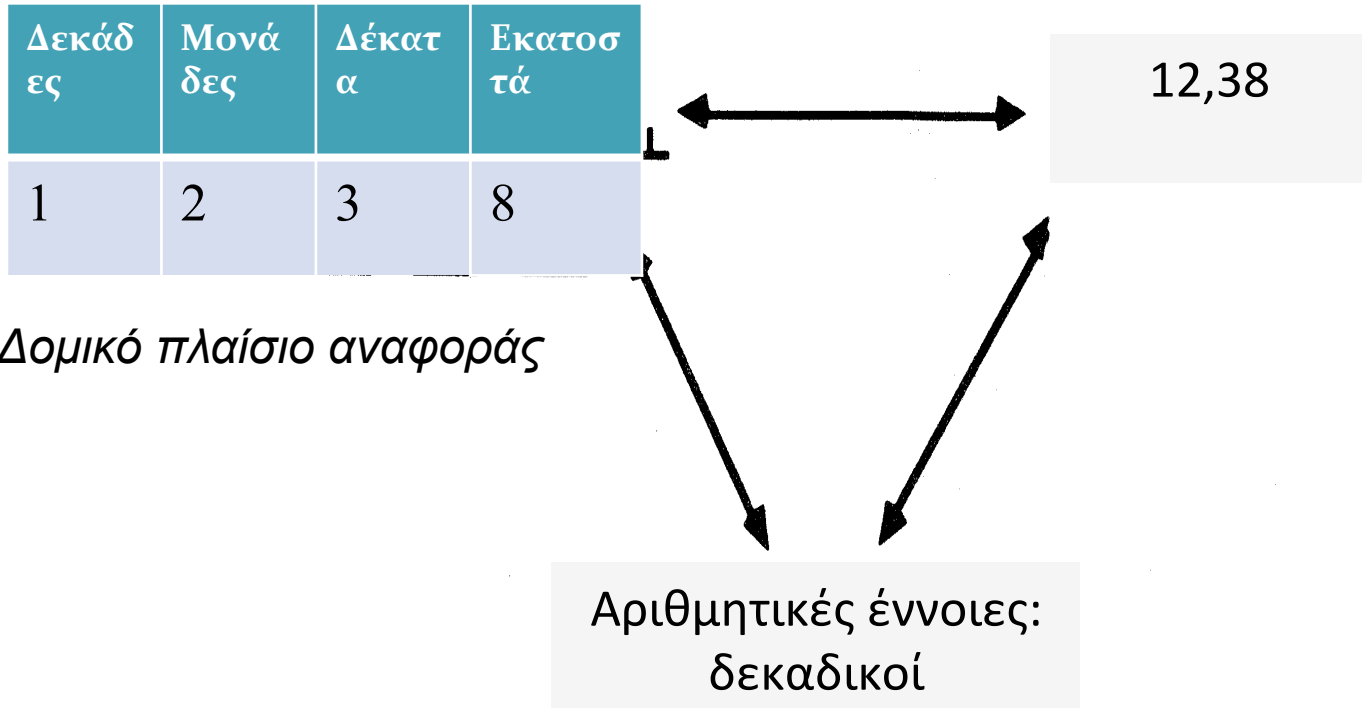
$$5-2=3$$

Αριθμητικές έννοιες:  
πράξεις

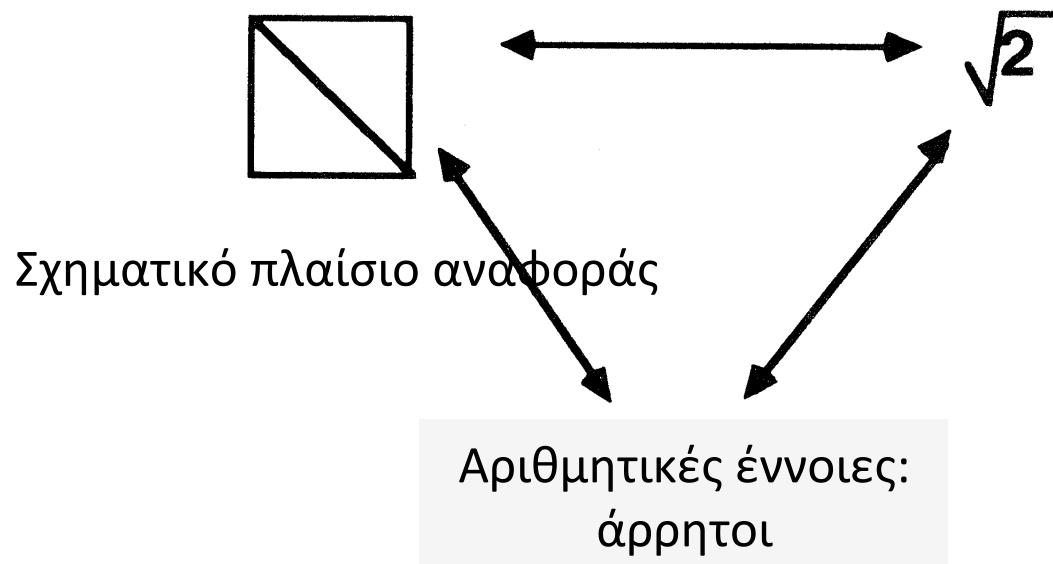
# Επιστημολογικό τρίγωνο



# Επιστημολογικό τρίγωνο



# Επιστημολογικό τρίγωνο

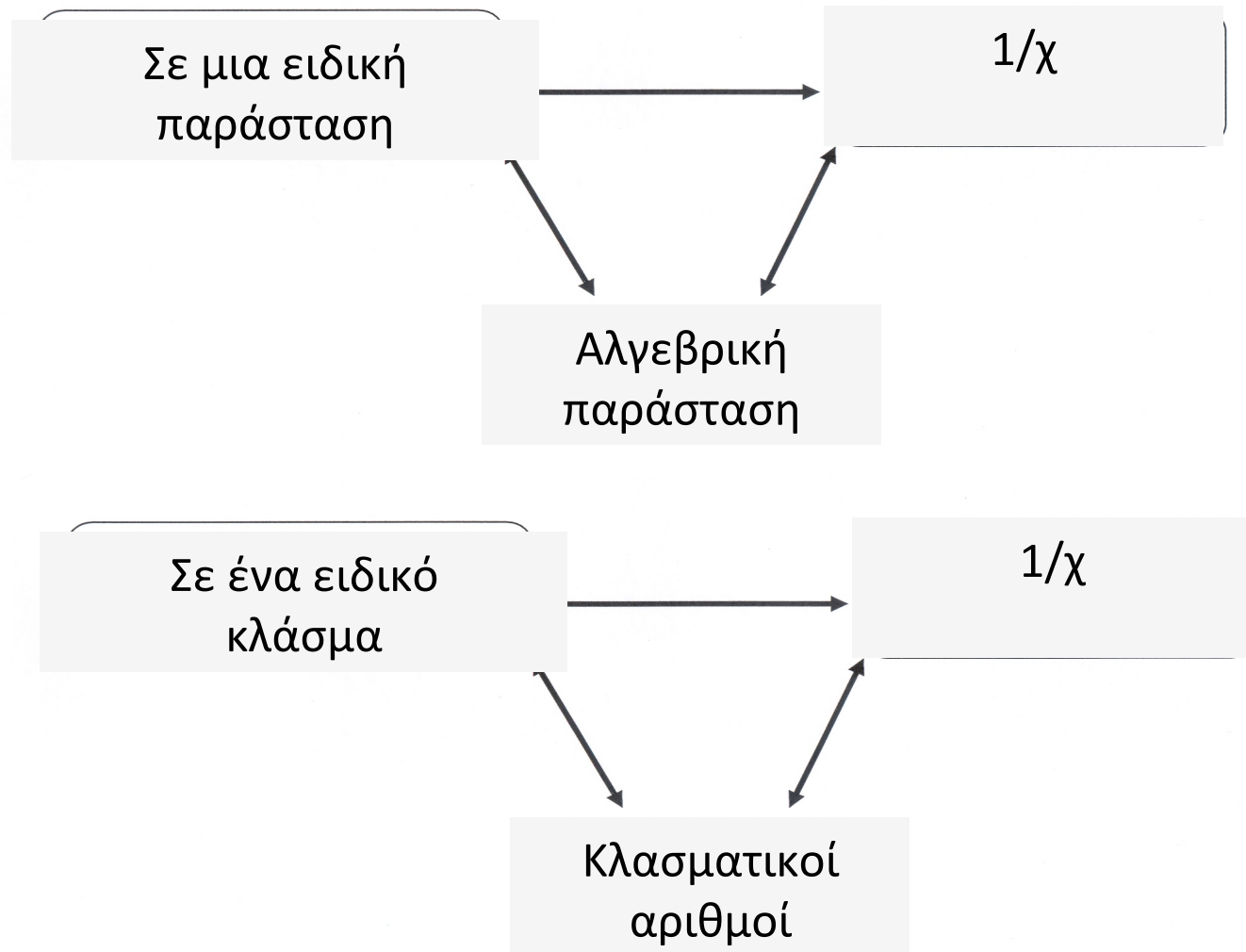




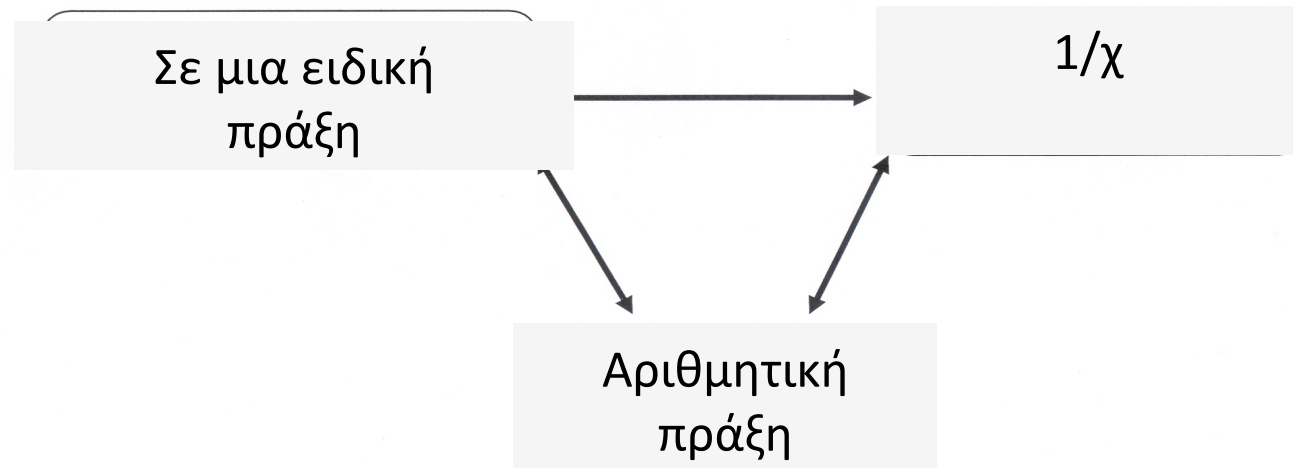
# Επιστημολογικό τρίγωνο

- Αυτή η ανάλυση επιτρέπει να διακρίνουμε τις σχέσεις ανάμεσα στην *έννοια* και το *πλαίσιο αναφοράς* που χρησιμοποιούμε και τη *φύση της έννοιας* που αναδεικνύεται από το *σύμβολο*:
- Στο παράδειγμα του επεισοδίου με την αλγεβρική παράσταση, η οποία καταλήγει να αντιμετωπίζεται ως αριθμός.
- Η ανάπτυξη νοήματος μέσα από την *κατάλληλη αλλαγή* του επιστημολογικού τριγώνου.

# Επιστημολογικό τρίγωνο



# Επιστημολογικό τρίγωνο



- Ποιό είναι το νόημα του ίδιου  $1/x$ ;
- Ποιό είναι το νόημα της έννοιας;

# ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

Πολλαπλές μορφές απόδοσης μαθηματικού νοήματος

- Λεκτικές διατυπώσεις, λέξεις με περιγραφές (*προφορική λειτουργία*)
- Επικοινωνία μέσω παρουσίασης και αναφοράς (*δεικτική λειτουργία*)
- Πίνακες, γεωμετρικά διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων (*εικονιστική λειτουργία*)
- Μαθηματικά σύμβολα: αριθμοί, συμβολισμοί πράξεων, γράμματα, μεταβλητές (*συμβολική λειτουργία*)

# Γλώσσα και διαχείριση

- Η γλώσσα παρουσιάζει γραπτά ή προφορικά τη σκέψη.
- Οι λέξεις ή τα σύμβολα είναι *φορείς των εννοιών* και επιδρούν όχι μόνο στην επικοινωνία αυτής της σημασίας αλλά και στην ίδια την επεξεργασία.
- Στην προβληματική για τη χρήση της γλώσσας στη μαθηματική εκπαίδευση εμπλέκονται διαφορετικά ερωτήματα και διαφορετικές θεωρήσεις.
- Η προσέγγιση του ζητήματος απαιτεί στοιχεία *γλωσσολογικά, σημασιολογικά, ψυχολογικά και κοινωνιολογικά*.

# Γλώσσα και διαχείριση

- Σχέση καθημερινής και μαθηματικής γλώσσας;
- Λειτουργία των Μαθηματικών ως μια γλώσσα και ποιιά;
- Σχέση της γλώσσας με τα διαφορετικά σημασιολογικά πεδία (σύμβολα ή άλλες αναπαραστάσεις);
- Μαθηματική γλώσσα ως ξεχωριστό σημασιολογικό πεδίο;
- Σχέση και λειτουργία γλώσσας στη μάθηση και τη διδασκαλία;

# Γλώσσα και διαχείριση

- Νοήματα «5 φορές ο αριθμός είναι 2 περισσότερο από 10 φορές ο αριθμός»
- Άγνωστοι όροι και σύμβολα «ολοκλήρωμα», «τελεστής»
- Καθημερινή και μαθηματική γλώσσα «γωνία», «τετράγωνο», «ρητός», «δύναμη».
- Μείξη καθημερινής και μαθηματικής γλώσσας στα λεκτικά προβλήματα

# Φυσική και μαθηματική γλώσσα

Διαστάσεις Φυσικής Γλώσσας	Μαθηματική γλώσσα (παραδείγματα)
Σημασία (Semantics)	Λογάριθμος, ή, αν και μόνο αν,
Σύνταξη (Syntax)	Διαφορά $2xy$ συγκριτικά με $2 \times \psi$ , δυνάμεις
Πραγματιστική (Pragmatics)	Επιχειρήματα, απαγωγή σε άτοπο
Φωνητική (Phonology)	Δανεισμένη από τη ΦΓ, διαφορετικοί τρόποι έκφρασης πχ. $5 \times (3 \times 7)$ σε σχέση με $(5 \times 3) \times 7$ , με τις κατάλληλες παύσεις
Μορφολογία (Morphology)	Τρίγωνο, δια-γώνιος
Πολυσημία	Υποστηρίζεται ότι υπάρχει αλλά μάλλον τα μαθητικά είναι μια μονοσημική γλώσσα, πχ.   σημαίνει διαιρώ και επίσης απόλυτη τιμή αλλά διαφορετικό σύμβολο $\alpha \mid \beta$ αλλά $ \alpha - \beta $



# Γλώσσα και ψυχολογικές προσεγγίσεις

- Για την *εποικοδομιστική θεώρηση* (και τις απόψεις του Piaget) η γλώσσα είναι έκφραση της σκέψης και *αποδίδει τα νοήματα* που το άτομο έχει αναπτύξει.
- Όπως υποστηρίζει ο Vergnaud (1997) το σύνολο των λεκτικών, παρασταστικών ή συμβολικών μέσων που σχετίζονται με το νόημα που αποδίδεται σε μια έννοια, αποτελούν *μία από τις τρεις συνιστώσες της*.

# Γλώσσα και ψυχολογικές προσεγγίσεις

- Για την *κοινωνικο-πολιτισμική θεώρηση* (και τις απόψεις του Vygotsky) η γλώσσα είναι μέσο πολιτισμικής μετάδοσης και *εργαλείο της σκέψης*.
- Σύμφωνα με αυτή η γλώσσα *διαμεσολαβεί* στη διαμόρφωση εννοιών, συμμετέχοντας στην ανάπτυξή τους.
- Όπως υποστηρίζει ο Davidon (1988) οι μαθηματικές λέξεις και τα σύμβολα επιδρούν στην ανάπτυξη των «επιστημονικών» νοημάτων από τους μαθητές.

# Γλώσσα και διαχείριση

- Σε ένα διδακτικό πλαίσιο, και οι δύο λειτουργίες.
- Ο μαθητής εκφράζει με λόγια μια ιδέα, μια λύση, μια κατασκευή ή δίνει μία εξήγηση, άρα αναπαράγει νοερά τη δράση του και οργανώνει τη σκέψη του με αποτέλεσμα να την αντιλαμβάνεται σε ένα πιο ουσιαστικό επίπεδο.
- Αντίστοιχα, όταν αλληλεπιδρά με τους ενήλικες ή τα άλλα παιδιά, προσλαμβάνει νέα νοήματα ή σημασίες που είναι φορείς εννοιών.
- Οι συλλογικά ή κοινωνικά διαμορφωμένες έννοιες λειτουργούν ανατροφοδοτικά στην ανάπτυξη και της δικής τους σκέψης.

# Γλώσσα και αλληλεπίδραση

- Στην αλληλεπίδραση (Bauerfeld, 1988) η γλώσσα και η επικοινωνία έχουν πολιτισμική λειτουργία καθώς η μάθηση είναι μια ατομική ανακατασκευή κοινωνικών νοημάτων ή μοντέλων.
- Οι εκφράσεις που ανταλλάσσονται και τα ερμηνευτικά λεκτικά σχήματα λειτουργούν καθοριστικά στην ανάπτυξη μαθηματικών νοημάτων.

# Γλώσσα και νόημα

- Η *ανάλυση του εκφέροντος λόγου* (Θεωρία του λόγου, *discourse theory*) αναδεικνύεται ιδιαίτερα σημαντική γιατί συνδέουν τη χρήση της γλώσσας με τα νοήματα.
- Ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζονται ή εκφράζονται οι μαθηματικές έννοιες ή τα νοήματα σηματοδοτούν τον τρόπο με τον οποίο γίνονται αντιληπτά τόσο από τους μαθητές όσο κι από τους δασκάλους.

# Γλώσσα και Μαθηματικά

- Η μαθηματική μάθηση απαιτεί κατάλληλη χρήση συμβατικών μαθηματικών όρων, σύνταξης και συμβόλων.
- Γνωρίζουμε ότι ένας μαθητής κατάλαβε μια λέξη ή σύμβολο αν το χρησιμοποιεί σωστά.
- Υποστηρίζεται ότι δεν αναφερόμαστε σε μαθηματική γλώσσα, αλλά σε *μαθηματικό λόγο*.
- Η ανάπτυξη νοημάτων συνδέεται τόσο με την κοινωνική (ενπολιτισμός – enculturation) όσο και στην εμπειρική της διάσταση.

# Γλώσσα και έρευνα

- Παλαιότερα η προφορική γλώσσα αντιμετωπίζονταν *ως δευτερεύουσα* στη διατύπωση μαθηματικού λόγου, σε σχέση με τα συμβολικά συστήματα των μαθηματικών, τη σύνταξη και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της μαθηματικής γλώσσας.
- Πιο πρόσφατα, εκτός από τα σημαντικά χαρακτηριστικά της μαθηματικής γλώσσας οι μελετητές εξετάζουν επίσης και τη χρήση της. Ήδη ο Bruner υποστήριζε ότι η πιο σημαντική χρήση της γλώσσας γίνεται μέσα στην πράξη.

# Γλώσσα και έρευνα

- Οι σύγχρονες θεωρήσεις υποστηρίζουν ότι δεν μπορεί να εξετάσει τη μαθηματική γλώσσα κανείς χωρίς να παίρνει υπόψη του το *γλωσσικό σύστημα που υιοθετείται όταν κάνουμε μαθηματικά* σε όλα τα επίπεδα.
- Σε αυτό συμπεριλαμβάνονται ο γραπτός και ο προφορικός λόγος, το συμβολικό σύστημα, τις παραστάσεις ακόμα και τις χειρονομίες (μη λεκτική επικοινωνία).



# Καθημερινή και μαθηματική γλώσσα

- Η αλήθεια των προτάσεων διαπιστώνεται με πολύ διαφορετικούς τρόπους, στην καθημερινή εμπειρικά, με υπόδειξη και στα μαθηματικά με μαθηματική διαδικασία
  - «πατέρας της ψυχανάλυσης» - «Σ. Φρόιντ»
  - Κλάσμα  $\frac{2}{3}$  και  $\frac{12}{18}$

# Σκέψη και δράση

Επίλυση της εξίσωσης  $7x+4 = 5x+ 8$

- Γ: Λοιπόν μπορούμε να δούμε, θα είναι σαν...  
Ξεκινάμε με το 4 και το 8, μπορούν να, ... οπ, ..8  
και 7, όχι 7 και 4, 7 και 4 μας κάνει 11, θα είναι  
ίσα με 2 ή 3 ή κάτι τέτοιο.
- Δ: Από που πήρες το 2 η 3?
- Γ: Απλά το σχεδιάζω μέσα στο μυαλό μου

# Εξήγηση, ερμηνεία, τεκμηρίωση

1  
2 3 4  
5 6 7 8 9  
10 11 12 13 14 15 16  
17 18 19 20 21 22 23 24 25  
26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36  
.....

Κανόνας για το μεσαίο όρο

Ε. Κάθε διαγώνιος δουλεύει ως εξής. 2 και 5 είναι 7, 7 και 7 είναι 14, 14 και 9 είναι 23...(γράφει)

Δ. Πρέπει να γράψεις ένα γενικό κανόνα.

M1. Ξεκινώντας από το κέντρο αφαιρείς αυτό τον αριθμό και 2 παραπάνω κάθε φορά.

M2. Δεν καταλαβαίνω!

Ε. Για το 7, στην 3η γραμμή ΟΚ; Χωρίς το 1, ο τρίτος περιττός αριθμός είναι όταν αρχίσεις 3, 5, 7, ..

M3. Δεν ξέρω τι προσπαθεί να πει, τα έχω μπερδέψει!

# Εξήγηση, ερμηνεία, τεκμηρίωση

- Δ. Να δω αν μπορώ να βοηθήσω. Ο Ε. Λέει ότι από το 3 στο 7 παραλείπουμε ένα περιττό, τον 5, από το 7 στο 13 παραλείπουμε δύο περιττούς, τους 9 και 11 κλπ. Αυτό λές Ε;
- Ε. Ε, όχι ακριβώς, θα κάνω ένα πίνακα να δείξω τους μεσαίους αριθμούς. Να έρθω;
- Δ. Έλα!
- Ε 1 και 1, 2, 1 και 2, 3 και μετά 4, 7, 13, ...
- Δ. Θα χρειαστεί να γράψεις ένα κανόνα...

# Για την άσκηση

Εξετάζουμε το επεισόδιο διακρίνοντας:

- Στα κλάσματα τη σχέση κατάσταση/  
πλαίσιο αναφοράς – σύμβολο – έννοια
- Στη συμμετρία χρήση γεωμετρικής  
γλώσσας

# Βιβλιογραφία

Για περισσότερες πληροφορίες βλέπε:

Pimm, D. (1989). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classroom*. [Routledge](#)

Steinbring, H, Bartolini Bussi, M., Giuseppina, G.M., & Sierpinska, A. (1998). *Language and communication in the mathematics classroom*, Reston, NCTM

Cobb, P., Yackel, E & McClain, K. ( 2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools and instructional design*. [Lawrence Erlbaum Associates](#)

Elerton, N., & Clarkson, P. (1996). Language Factors in Mathematics Teaching and Learning. In A. Bishop et als. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (vol.2), pp. 987-1043. Kluwer.

Πρακτικά CERME 4(2005) και 5 (2007) Working Group “Language and Mathematics”