



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ «ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

Θεωρητικά και ερευνητικά δεδομένα του πεδίου της Διδακτικής των Μαθηματικών

Διδάσκοντες: Χ. Λεμονίδης, Μ. Καλδρυμίδου, Μ. Τζεκάκη

Αξιολόγηση του κεφαλαίου

«Εμβαδά επίπεδων σχημάτων - Πυθαγόρειο θεώρημα»

Μαθηματικών Β΄ Γυμνασίου

Μια πενταδιάστατη ανάλυση των εργασιών

Θωμόγλου Κωνσταντίνα 00968

Θεσσαλονίκη, 2020

Περίληψη

Στα εγχειρίδια των μαθηματικών του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος συναντάμε διάφορες εργασίες, όπως δραστηριότητες, εφαρμογές, ερωτήσεις κατανόησης, ασκήσεις, που χρησιμοποιούνται τόσο από τους μαθητές όσο και από τους καθηγητές στη μαθηματική εκπαίδευση. Λαμβάνοντας υπόψη ότι ο σκοπός αυτών των εργασιών είναι να καταστήσει ικανούς τους μαθητές να συλλογίζονται ορθά, είναι αναγκαίο τα εγχειρίδια να συμπεριλαμβάνουν μια διευρυμένη ποικιλία εργασιών. Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να δείξει ότι, αξιολογώντας την ενότητα «Εμβαδά επίπεδων σχημάτων – Πυθαγόρειο θεώρημα» του σχολικού εγχειριδίου της Β΄ Γυμνασίου σύμφωνα με την πεντα – διάστατη ανάλυση του άρθρου «Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples» Glasnovic Gracin, D. (2018), στο εγχειρίδιο δεν παρουσιάζεται ένα πλήρες φάσμα τύπων εργασιών. Δίνεται βαρύτητα κυρίως σε υπολογιστικές ασκήσεις, στην εφαρμογή βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων για την εκτέλεση των εργασιών, ενώ απουσιάζει η επιχειρηματολογία, η συλλογιστική σκέψη, οι εργασίες ανοικτού τύπου και τα αυθεντικά προβλήματα.

Εισαγωγή

Στη χώρα μας τα νέα σχολικά βιβλία μαθηματικών του Γυμνασίου εισήχθησαν για πρώτη φορά στις τάξεις κατά το διδακτικό έτος 2007-2008 και αντικατέστησαν τα προηγούμενα, τα οποία είχαν ήδη συμπληρώσει εικοσαετή παρουσία στην εκπαίδευση (1987-2007). Τα νέα βιβλία γράφτηκαν με βάση το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών (Ε.Π.Π.Σ.Μ.), (Υπουργείο Παιδείας, 1997) και το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών – Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ.), (Υπουργείο Παιδείας, 2003).

Το διδακτικό υλικό, που είναι απαραίτητο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών αποτελείται από το «Βιβλίο για τον μαθητή», το «Βιβλίο για τον Καθηγητή» και το «Εποπτικό υλικό». Στην περίπτωση μας το βιβλίο του μαθητή είναι το «Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου», (Βλάμος, Π., Δρούτσας, Π., Πρέσβης, Γ., & Ρεκούμης, Κ., 2008), το περιεχόμενο του οποίου αποτελείται από δύο μέρη. Το Α΄ μέρος περιλαμβάνει τις Βασικές Θεματικές Περιοχές (ΒΘΠ) Άλγεβρα - Στατιστική και χωρίζεται σε τέσσερα κεφάλαια:

- Κεφάλαιο 1ο – Εξισώσεις – Ανισώσεις
- Κεφάλαιο 2ο – Πραγματικοί Αριθμοί
- Κεφάλαιο 3ο – Συναρτήσεις
- Κεφάλαιο 4ο – Περιγραφική Στατιστική

Το Β΄ Μέρος περιλαμβάνει τις Βασικές Θεματικές Περιοχές (ΒΘΠ) Γεωμετρία – Μέτρηση – Τριγωνομετρία και χωρίζεται, επίσης, σε τέσσερα κεφάλαια:

- Κεφάλαιο 1ο – Εμβαδά επίπεδων σχημάτων – Πυθαγόρειο Θεώρημα
- Κεφάλαιο 2ο – Τριγωνομετρία – Διανύσματα
- Κεφάλαιο 3ο – Μέτρηση Κύκλου
- Κεφάλαιο 4ο – Γεωμετρικά στερεά – Μέτρηση στερεών

Το σύνολο σχεδόν των ενοτήτων κάθε κεφαλαίου εισάγεται με έναν αριθμό λυμένων δραστηριοτήτων, παρουσιάζονται θεωρητικές γνώσεις και τεχνικές, ακολουθούν οι εφαρμογές (λυμένες ασκήσεις), και τέλος βρίσκουμε ερωτήσεις κατανόησης, που είναι συνήθως πολλαπλής επιλογής, ασκήσεις, προβλήματα και κάποιου είδους σπαζοκεφαλιές, «για διασκέδαση», όπως τις αποκαλεί το σχολικό βιβλίο.

Σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ. η επιλογή αυτών των δραστηριοτήτων έγινε με βάση συγκεκριμένα κριτήρια που αναφέρονται στους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και η διατύπωσή τους επιτρέπει την εμπλοκή, εφόσον είναι δυνατόν, του συνόλου των μαθητών της τάξης.

Συγκεκριμένα μια δραστηριότητα πρέπει: να είναι κατανοητή από όλους τους μαθητές και να μην επιτρέπει παρανοήσεις και υπονοούμενα, να αφήνει περιθώρια για έρευνα και αυτενέργεια, να ενθαρρύνει την συνεργατικότητα και την ομαδική εργασία, προτρέποντας τους μαθητές και τις ομάδες σε νοητικό ανταγωνισμό. Να μην επιτρέπει άμεση προσέγγιση σε μια και μοναδική λύση. Επιδιώκοντας τους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης μέσω επεξεργασίας κατάλληλων δραστηριοτήτων, οι μαθητές μαθαίνουν να ερευνούν, να αιτιολογούν κατ' αναλογία, να εκτιμούν την ισχύ πιθανών λύσεων, να επιχειρηματολογούν υπέρ της λύσης που προτείνουν και να εκφράζονται στη μαθηματική γλώσσα εκτιμώντας την ισχύ της ως εργαλείο επικοινωνίας. Αυτοί είναι οι πραγματικοί στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης, δηλαδή «οι στόχοι, αφορούν την ίδια τη διαδικασία μάθησης και δεν αποτελούν απλά μετρήσιμο αποτέλεσμα».

Όπως επισημαίνει το Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ., οι σύγχρονες απόψεις για τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών θεωρούν ότι τα Μαθηματικά αποτελούν όχι μόνο ένα σύνολο γνώσεων αλλά και διαδικασία μέσω της οποίας οικοδομούνται αυτές οι γνώσεις. Η μάθηση δεν είναι μια παθητική αποδοχή "έτοιμης" γνώσης, αλλά μια διαδικασία οικοδόμησης. Έτσι, η παράθεση του περιεχομένου θα πρέπει να συνοδεύεται και από τις διαδικασίες σύλληψης τεκμηρίωσης και οργάνωσης αυτού του περιεχομένου. Μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες μπορεί να αναδεικνύονται τόσο οι νέες γνώσεις όσο και το πεδίο εφαρμογής των γνώσεων που έχουν ήδη οικοδομηθεί. Στα σχολικά βιβλία θα πρέπει να αναδεικνύ-

εται η στενή σχέση των Μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο. Η πραγματικότητα μπορεί να αποτελεί τόσο σημείο εκκίνησης της διδασκαλίας όσο και στόχο της καθώς προσφέρει με άμεσο και βιωματικό τρόπο πρόσβαση στη γνώση.

Θεωρητικό πλαίσιο

Το θεωρητικό πλαίσιο της έρευνας βασίστηκε στο συνδυασμό των αυστριακών εκπαιδευτικών προτύπων – τα οποία περιγράφουν τις μαθηματικές ικανότητες μέσω ενός τρισδιάστατου μοντέλου (περιεχόμενο, δραστηριότητα, πολυπλοκότητα) – και του πλαισίου των Zhu και Fan. Για την ανάλυση των εργασιών του σχολικού βιβλίου αξιοποιούνται οι ακόλουθες πέντε πτυχές : περιεχόμενο, μαθηματικές δραστηριότητες, επίπεδα πολυπλοκότητας, μορφές απάντησης και χαρακτηριστικά πλαισίου.

1. Περιεχόμενο (Inhalt)

Το περιεχόμενο δίνει έμφαση στη διερεύνηση της μαθηματικής γνώσης που απαιτείται να έχει ο μαθητής για να ανταποκριθεί επιτυχώς στις εργασίες του βιβλίου. Το μαθηματικό περιεχόμενο του βιβλίου της Β΄ Γυμνασίου χωρίζεται στις εξής Βασικές Θεματικές Περιοχές (ΒΘΠ):

- Άλγεβρα – Στατιστική
- Γεωμετρία – Μέτρηση – Τριγωνομετρία

Το Α΄ μέρος του βιβλίου της Β΄ Γυμνασίου περιλαμβάνει τη ΒΘΠ Άλγεβρα – Στατιστική και το Β΄ μέρος τη ΒΘΠ Γεωμετρία – Μέτρηση – Τριγωνομετρία. Συγκεκριμένα:

Βασική Θεματική Περιοχή	Αριθμός κεφαλαίου	Τίτλος - Περιεχόμενο
Άλγεβρα – Στατιστική	1	Εξισώσεις – Ανισώσεις
	2	Πραγματικοί Αριθμοί
	3	Συναρτήσεις
	4	Περιγραφική Στατιστική
Γεωμετρία Μέτρηση – Τριγωνομετρία	1	Εμβαδά επίπεδων σχημάτων – Πυθαγόρειο Θεώρημα
	2	Τριγωνομετρία – Διανύσματα
	3	Μέτρηση Κύκλου
	4	Γεωμετρικά Σχήματα – Μέτρηση Στερεών

Με βάση τα αυστριακά πρότυπα και το Αναλυτικό Πρόγραμμα σπουδών των ελληνικών σχολικών βιβλίων το περιεχόμενο αυτών χωρίζεται σε: Άλγεβρα (I1), Στατιστική (I2), Γεωμετρία (I3), Τριγωνομετρία (I4).

2. Μαθηματικές δραστηριότητες (Handlungsbereiche)

Το πεδίο των μαθηματικών δραστηριοτήτων χωρίζεται σε: παραστάσεις και μοντελοποίηση, υπολογισμούς και πράξεις, επεξήγηση, επιχειρηματολογία και συλλογιστική. Η αναπαράσταση (H1) αφορά την «μετάφραση» κάποιων μαθηματικών δεδομένων σε μία άλλη μαθηματική αναπαράσταση (για παράδειγμα, μετατροπή από μία στατιστική αναπαράσταση σε άλλη). Η μοντελοποίηση περιλαμβάνει την αναγνώριση σχετικών μαθηματικών σχέσεων από τη δεδομένη κατάσταση και την έκφραση του ίδιου προβλήματος με μαθηματικό τρόπο (συμβολική, γραφική, κλπ.). Ο υπολογισμός (H2) αφορά τη διενέργεια στοιχειωδών πράξεων με συγκεκριμένους ή γενικευμένους αριθμούς. Η πράξη είναι η συγκεκριμένη, λογική και αποτελεσματική διεξαγωγή υπολογιστικών ή κατασκευαστικών βημάτων. Αναφέρεται επίσης σε μετασχηματισμό μονάδων μέτρησης, μετασχηματισμό μαθηματικών εκφράσεων, επίλυση εξισώσεων, εκτίμηση αποτελεσμάτων, προσεγγίσεις και διεξαγωγή στοιχειωδών γεωμετρικών κατασκευών. Η επεξήγηση (H3) αφορά την αναγνώριση των σχέσεων και των σχετικών δεδομένων που δίνονται στις μαθηματικές αναπαραστάσεις (γραφική, συμβολική και πίνακες) και την ερμηνεία τους στο δεδομένο πλαίσιο. Η επεξήγηση περιλαμβάνει την κατάλληλη ανάγνωση των γραφικών ή συμβολικών μαθηματικών αναπαραστάσεων και την ερμηνεία τους στο δεδομένο πλαίσιο. Η επιχειρηματολογία (H4) αναφέρεται στην περιγραφή των μαθηματικών πτυχών που μιλούν υπέρ ή κατά μιας συγκεκριμένης απόφασης. Απαιτεί συγκεκριμένη και την κατάλληλη εφαρμογή των μαθηματικών σχέσεων και χαρακτηριστικών, των μαθηματικών κανόνων καθώς και τη σωστή χρήση της μαθηματικής γλώσσας. Η συλλογιστική αφορά τη σειρά των σωστών επιχειρημάτων που οδηγούν σε ένα συμπέρασμα.

3. Επίπεδα πολυπλοκότητας (Komplexitätsbereiche)

Ο τομέας πολυπλοκότητας χωρίζεται σε: άμεση εφαρμογή των βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων, κατασκευή και αντιμετώπιση των συνδέσεων, συλλογισμός ή εφαρμογή συλλογιστικής γνώσης. Δηλαδή, το ίδιο το περιεχόμενο και οι δραστηριότητες δεν αρκούν για να προσδιορίσουν τις ικανότητες που απαιτούνται από τους μαθητές σε μια συγκεκριμένη εργασία του βιβλίου. Ορισμένες μαθηματικές εργασίες θα μπορούσαν να έχουν το ίδιο περιεχόμενο (για παράδειγμα, τον κύκλο) και την ίδια δραστηριότητα (για παράδειγμα, υπολογισμοί), αλλά θα μπορούσαν να διαφέρουν ως προς τη γνωστική πολυπλοκότητα. Για παράδειγμα, ένα έργο θα μπορούσε να απαιτήσει τις δεξιότητες σχετικά με το επίπεδο πολυπλοκότητας της αναπαραγωγής, ενώ ένα άλλο να απαιτεί την κατασκευή πιο σύνθετων συνδέσεων. Η εφαρμογή βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων (K1) περιλαμβάνει την αναπα-

ραγωγή ή την άμεση εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών, κανόνων, διαδικασιών και αναπαραστάσεων. Η δημιουργία συνδέσεων (Κ2) και η αντιμετώπιση των συνδέσεων αφορά σε πιο πολύπλοκα έργα, όπου απαιτείται να συνδυαστούν διάφορες έννοιες ή δραστηριότητες για την επίλυση του προβλήματος. Περιλαμβάνει, για παράδειγμα, τη σύνδεση μεταξύ μιας ποικιλίας όρων, θεωρημάτων, μεθόδων και αναπαραστάσεων. Η συλλογιστική σκέψη (Κ3) περιλαμβάνει το συλλογισμό μαθηματικών ιδεών που δεν είναι ευανάγνωστες από το συγκεκριμένο πρόβλημα. Η συλλογιστική γνώση σημαίνει την εφαρμογή δημιουργικών γνώσεων σχετικά με τα μαθηματικά.

4. Μορφές απάντησης (Answer forms)

Με βάση την πενταδιάστατη ανάλυση οι απαντήσεις των έργων διακρίνονται σε κλειστού τύπου (Α1), ανοικτού τύπου (Α2) και πολλαπλής επιλογής (Α3). Τα ανοιχτά έργα αφορούν εργασίες με αρκετές ή πολλές σωστές απαντήσεις, ενώ τα έργα κλειστού τύπου έχουν μόνο μία απάντηση. Η κλειστή κατασκευασμένη απάντηση μπορεί εύκολα να κριθεί ως σωστή ή λανθασμένη.

5. Χαρακτηριστικά πλαισίου (Contextual features)

Τα χαρακτηριστικά πλαισίου αναφέρονται σε ποιο βαθμό και με ποιους τρόπους ενσωματώνονται εμπειρίες του πραγματικού κόσμου στα έργα του βιβλίου. Έχουμε τα εξής χαρακτηριστικά πλαισίου: ενδομαθηματικό πλαίσιο, δηλαδή έργα μη εφαρμογής (C1), ρεαλιστικό – φανταστικό πλαίσιο (C2) και αυθεντικό πλαίσιο (C3). Ένα πρόβλημα μη εφαρμογής δεν σχετίζεται με τον πραγματικό κόσμο, ενώ ένα πρόβλημα εφαρμογής εμφανίζεται στο πλαίσιο μιας πραγματικής κατάστασης. Τα προβλήματα εφαρμογής μπορεί να είναι φανταστικά ή αυθεντικά. Τα φανταστικά προβλήματα εφαρμογής περιέχουν δεδομένα που κατασκευάζονται από τον συγγραφέα του βιβλίου. Τα αυθεντικά προβλήματα περιέχουν καταστάσεις της πραγματικής ζωής ή δεδομένα που συλλέγονται από τους ίδιους τους μαθητές από την καθημερινότητά τους.

Μέθοδος

Το εγχειρίδιο που εξετάστηκε είναι το σχολικό βιβλίο των Μαθηματικών της Β΄ Γυμνασίου (Βλάμος, Π., Δρούτσας, Π., Πρέσβης, Γ., και Ρεκούμης, Κ., 2008) και συγκεκριμένα από το Β΄ Μέρος του βιβλίου το κεφάλαιο 1^ο «Εμβαδά επίπεδων σχημάτων - Πυθαγόρειο θεώρημα» (σελ.113 – 131). Οι εργασίες του σχολικού βιβλίου αποτελούνται από εφαρμογές (λυμένες ασκήσεις), ερωτήσεις κατανόησης, ασκήσεις, προβλήματα και δραστηριότητες

«για διασκέδαση». Συνολικά αναλύθηκαν 57 εργασίες από τις οποίες οι 15 ήταν εφαρμογές (λυμένα παραδείγματα), οι 5 ερωτήσεις κατανόησης, οι 35 ασκήσεις – προβλήματα και τέλος 3 σπαζοκεφαλιές, «για διασκέδαση» όπως της ονομάζουν οι συγγραφείς του βιβλίου. Αναλυτικά παρουσιάζονται παρακάτω ανά ενότητα.

	Εφαρμογές	Ερωτήσεις κατανόησης	Ασκήσεις	Για διασκέδαση
1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας (6)	2	0	3	1
1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών (10)	2	2	6	0
1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων (26)	6	2	17	1
1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα (15)	4	1	9	1
Σύνολο	14	5	35	3

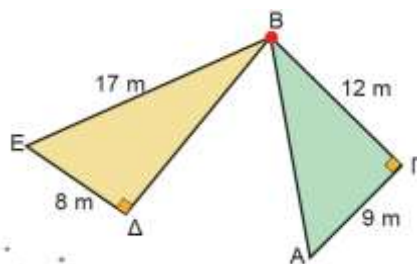
Κάθε εργασία αναλύθηκε με βάση την πενταδιάστατη ανάλυση (περιεχόμενο, μαθηματική δραστηριότητα, επίπεδο πολυπλοκότητας, μορφή απάντησης και χαρακτηριστικά πλαισίου). Οι πέντε διαστάσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση των εργασιών του σχολικού βιβλίου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Διάσταση	Ερώτηση	Λεπτομέρειες και κωδικοί
Μαθηματικό περιεχόμενο	Ποιο περιεχόμενο πρέπει να γνωρίζει ο μαθητής για να εκτελέσει μια συγκεκριμένη εργασία;	Άλγεβρα (I1) Στατιστική(I2) Γεωμετρία(I3) Τριγωνομετρία (I4)
Μαθηματική δραστηριότητα	Ποιες μαθηματικές δραστηριότητες πρέπει να εκτελεστούν για την επιτυχή εκτέλεση του έργου	Αναπαραστάσεις και μοντελοποίηση (H1) Υπολογισμός και Πράξη (H2) Επεξήγηση (H3) Επιχειρηματολογία και συλλογιστική (H4)
Επίπεδο πολυπλοκότητας	Ποια είναι η πολυπλοκότητα των γνώσεων και των δραστηριοτήτων που χρειάζεται ένας μαθητής για να εκτελέσει το έργο;	Άμεση εφαρμογή βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων(K1) Κατασκευή και αντιμετώπιση των συνδέσεων (K2) Συλλογισμός ή εφαρμογή συλλογιστικής γνώσης (K3)
Μορφή απάντησης	Ποια μορφή απάντησης απαιτεί η εργασία;	Κλειστή απάντηση (A1) Ανοικτή απάντηση (A2) Πολλαπλή επιλογή (A3)
Πλαίσιο	Ποιο είναι το πλαίσιο στο έργο;	Η ενδο-μαθηματική κατάσταση (C1) Ρεαλιστικό πλαίσιο (C2) Αυθεντικό πλαίσιο (C3)

Παρακάτω δίνονται τρία παραδείγματα εργασιών του σχολικού βιβλίου που αναλύθηκαν σύμφωνα με την πενταδιάστατη ανάλυση.

Παράδειγμα 1

Ποια από τις τοποθεσίες Ε, Δ, Α είναι πλησιέστερα στην πόλη Β;



Σε αυτή την άσκηση ο μαθητής αρκεί να εκτελέσει υπολογισμούς και πράξεις (H2). Απαιτείται η εφαρμογή του Πυθαγορείου θεωρήματος, δηλαδή, εφαρμογή βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων (K1). Η απαιτούμενη απάντηση είναι κλειστή (A1) και το έργο ενδομαθηματικό (C1).

Παράδειγμα 2

Ποια από τις μονάδες μέτρησης εμβαδού θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε, για να μετρήσουμε το εμβαδόν:

α) του δωματίου μας, β) της Κρήτης, γ) ενός αγρού, δ) ενός γραμματόσημου, ε) ενός φύλλου τετραδίου.

Ο μαθητής καλείται να εξηγήσει τη μονάδα μέτρησης που θα χρησιμοποιήσει σε κάθε περίπτωση (H3) και να συνδέσει τις γνώσεις του για τις μονάδες μέτρησης με τις γνώσεις του από την καθημερινή ζωή (K2). Αφορά ένα αυθεντικό έργο (C3) με κλειστή απάντηση (A1).

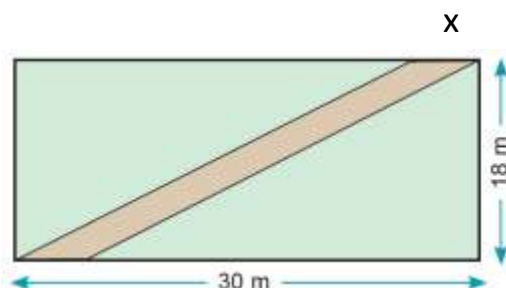
Παράδειγμα 3

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου, το οποίο διασχίζει διαγώνια ένας δρόμος σταθερού πλάτους.

α) Να αποδείξετε ότι τα τριγωνικά οικόπεδα που απομένουν έχουν ίσα εμβαδά.

β) Να υπολογίσετε το x , ώστε ο δρόμος να «αποκόπτει» από το οικόπεδο τμήμα

του οποίου το εμβαδόν να είναι ίσο με το του εμβαδού που απομένει στο οικόπεδο.

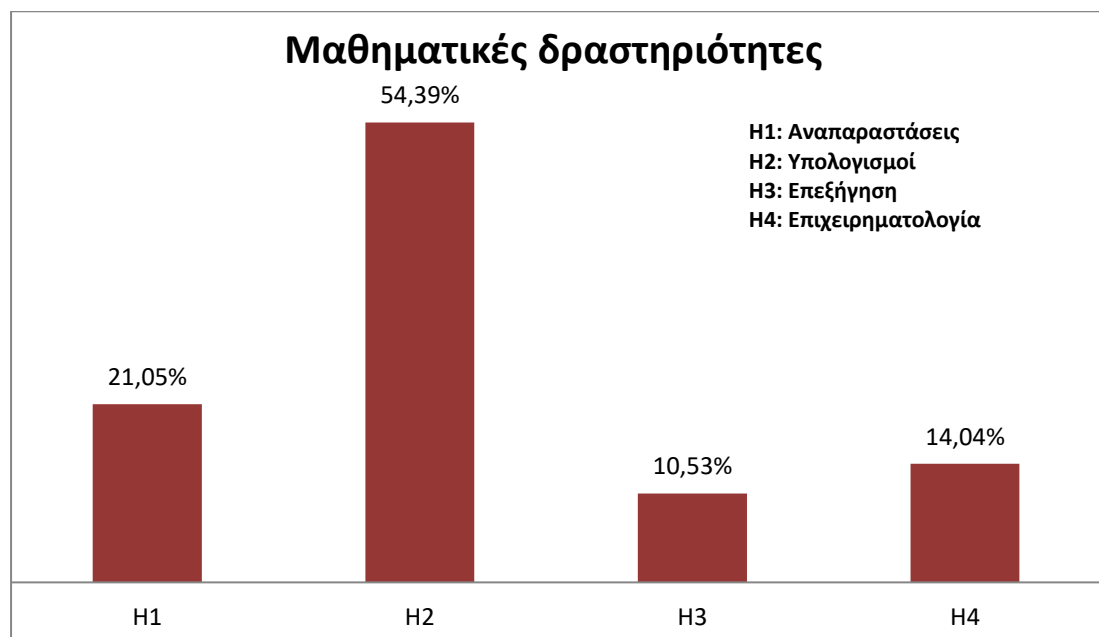


Το παραπάνω πρόβλημα απαιτεί από τον μαθητή συγκεκριμένη και κατάλληλη εφαρμογή μαθηματικών σχέσεων καθώς και τη σωστή χρήση της μαθηματικής γλώσσας (H4). Βρίσκεται σε υψηλό επίπεδο πολυπλοκότητας, αφού απαιτείται συλλογιστική σκέψη για την εκτέλεση του έργου (K3). Το πρόβλημα είναι ρεαλιστικό (C2) και η απάντηση είναι κλειστού τύπου.

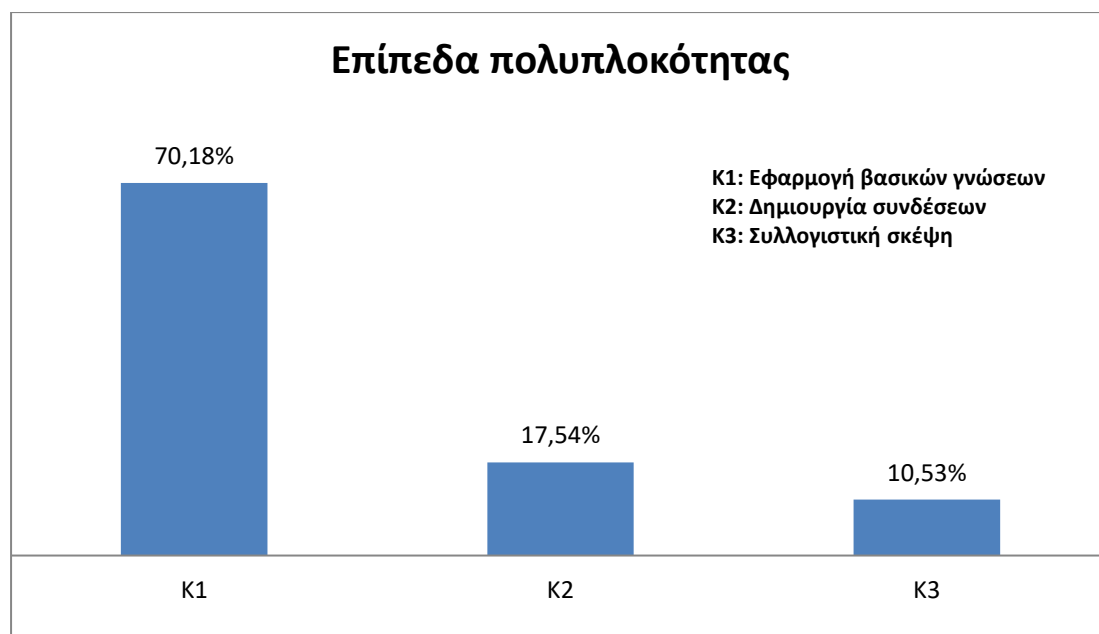
Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι εργασίες του σχολικού βιβλίου εστιάζουν κυρίως στους υπολογισμούς και στις πράξεις, ενώ το ποσοστό των προσπαθειών για επεξήγηση και επιχειρηματολογία βρίσκεται σε πολύ χαμηλό επίπεδο. Διαπιστώνεται, λοιπόν, ότι στο κε-

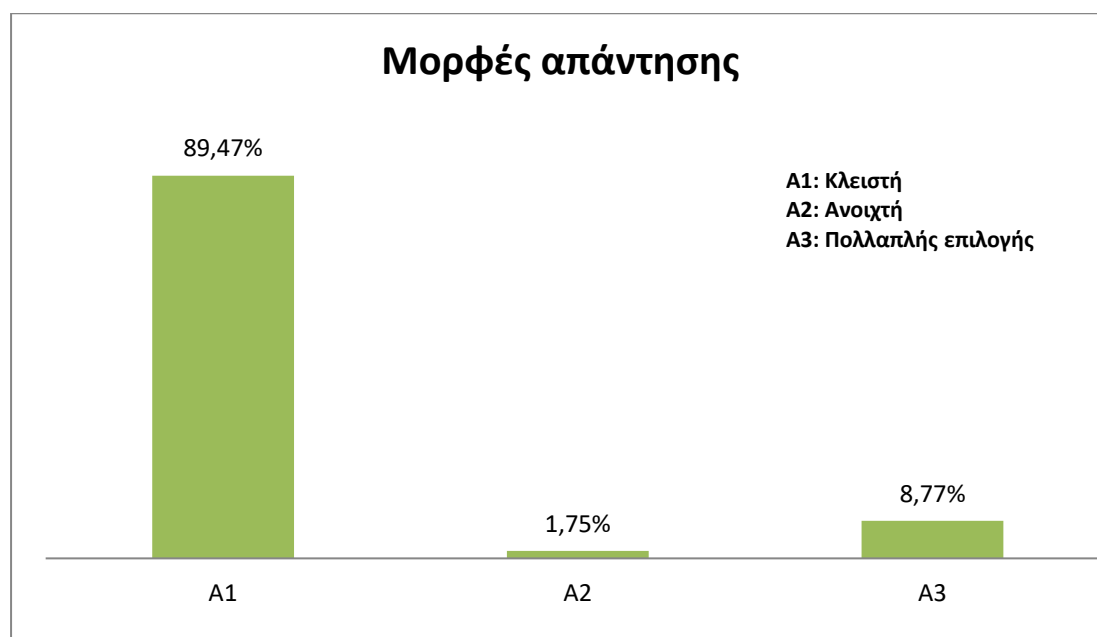
φάλαιο της Γεωμετρίας που αναλύουμε, το οποίο περιλαμβάνει εμβαδά επίπεδων σχημάτων και το πυθαγόρειο θεώρημα, γίνεται εκτεταμένη χρήση υπολογισμών και πράξεων με αποτέλεσμα η Γεωμετρία να μετατρέπεται σε Άλγεβρα.



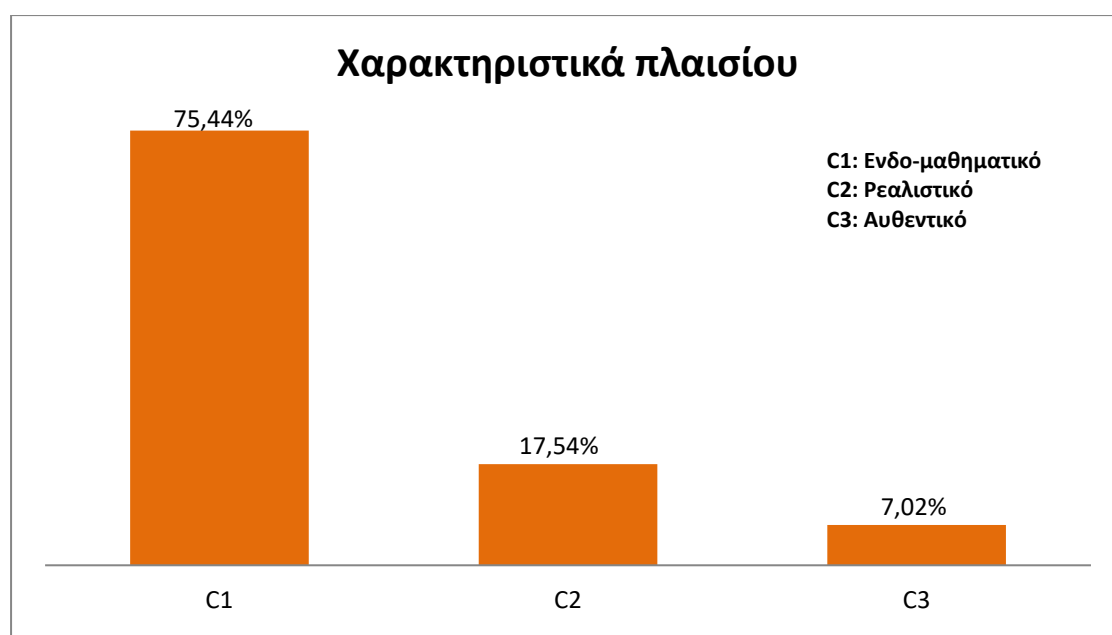
Όσον αφορά τα επίπεδα πολυπλοκότητας γίνεται αντιληπτό ότι ένα πολύ υψηλό ποσοστό των εργασιών, που αγγίζει το 70%, απαιτεί βασικές γνώσεις και δεξιότητες από τον μαθητή, παραμελώντας τη συλλογιστική σκέψη και τη δημιουργία συνδέσεων των γνώσεων. Βέβαια, το γεγονός αυτό οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στον τρόπο που είναι οργανωμένο το υλικό από τους συγγραφείς του βιβλίου.



Χαρακτηριστικό γνώρισμα, επίσης, αυτών των εργασιών είναι ότι κυριαρχούν οι απαντήσεις κλειστού τύπου (90%) συγκριτικά με τις απαντήσεις πολλαπλής επιλογής και ανοικτού τύπου.



Τέλος, παρατηρείται ότι το σχολικό βιβλίο δίνει βαρύτητα στα ενδομαθηματικά προβλήματα σε ποσοστό που ξεπερνά το 75%. Για παράδειγμα, ενώ το Πυθαγόρειο θεώρημα και η εύρεση εμβαδού αποτελούν πεδία εφαρμογής σε ζητήματα της καθημερινής ζωής, τελικά αυτά εμφανίζονται στο σχολικό εγχειρίδιο ως απλές υπολογιστικές εργασίες, που δε σχετίζονται με πρακτικά ζητήματα και πραγματικές ανάγκες της ζωής.



Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται ο αριθμός των εργασιών ανά ενότητα με βάση τις πέντε διαστάσεις ανάλυσης.

Ενότητα σχολικού βιβλίου (αριθμός εργασιών)	H1	H2	H3	H4	K1	K2	K3	A1	A2	A3	C1	C2	C3
1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας (6)	6	0	0	0	4	0	2	5	1	0	5	0	1
1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών (10)	0	9	1	0	9	1	0	8	0	2	9	0	1
1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων (26)	5	14	3	4	17	6	3	24	0	2	18	7	1
1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα (15)	1	8	2	4	10	3	1	14	0	1	11	3	1
Σύνολο	12	31	6	8	40	10	6	49	3	5	43	10	4

H1: Αναπαραστάσεις, H2: Υπολογισμοί, H3: Επεξήγηση, H4: Επιχειρηματολογία, K1: Εφαρμογή βασικών γνώσεων, K2: Συνδέσεις, K3: Συλλογιστική Σκέψη, A1: Κλειστή απάντηση, A2: Ανοικτή απάντηση, A3: Πολλαπλής επιλογής, C1: Ενδομαθηματικό πλαίσιο, C2: Ρεαλιστικό, C3: Αυθεντικό

Αξίζει να σημειωθεί ότι στην Ενότητα 1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών του κεφαλαίου από τις δέκα εργασίες που αναλύσαμε μόνο μία εργασία απαιτεί επεξήγηση από τον μαθητή και αναφέρεται σε ένα αυθεντικό πρόβλημα (βλ. παράδειγμα 2, σελ 7.) Ενώ ο μαθητής στις πρώτες εννέα εργασίες καλείται να εκτελέσει υπολογισμούς και πράξεις ξαφνικά του ζητείται να αντιμετωπίσει μία εργασία «εκτός πλαισίου» με αποτέλεσμα να πραγματοποιείται «ρήξη συμβολαίου».

Συζήτηση και συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα της έρευνας του σχολικού βιβλίου Μαθηματικών τη Β΄ Γυμνασίου στο κεφάλαιο «Εμβαδά επίπεδων σχημάτων» καθιστούν φανερό ότι υπάρχει ανισορροπία ως προς το είδος των έργων, καθώς κυριαρχούν οι υπολογισμοί, οι πράξεις και τα ενδομαθηματικά προβλήματα, δηλαδή δραστηριότητες που δεν προσφέρουν ευκαιρίες για επιχειρηματολογία και συλλογισμό. Εξάλλου, με δεδομένο ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των εργασιών δεν απαιτούν υψηλό επίπεδο βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων, οι περισσότερες από αυτές είναι αντιστοίχως χαμηλού επιπέδου. Αυτή η λογική κατευθύνει τους μαθητές, ακόμη και τους πιο ικανούς, στο «βόλεμα» των υπολογισμών και όχι στη παραγωγική σκέψη.

Ειδικότερα, όσον αφορά στη θεματολογία των εργασιών της Γεωμετρίας δίνεται έμφαση στις αλγεβρικές και υπολογιστικές διαδικασίες σε βάρος της κατανόησης των γεωμετρικών εννοιών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δυσχεραίνεται η αφομοίωση της γεωμετρίας, καθώς απουσιάζουν τα κατάλληλα ερεθίσματα για διατύπωση επιχειρημάτων.

Συνεπώς, τόσο το περιεχόμενο του σχολικού βιβλίου όσο και η πρακτική που ακολουθείται στη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών ακυρώνει στην πράξη το Α.Π.Σ. – Δ.Ε.Ε.Π.Σ., καθιστώντας το διδακτικό έργο φορμαλιστικό και εργαλειώδες.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω συμπεράσματα, προτείνονται εμπλουτισμένες εργασίες που θα ταιριάζουν στη φιλοσοφία του προγράμματος σπουδών, θα προσφέρουν

στους μαθητές τη δυνατότητα να συγκροτούν έννοιες και να εμβαθύνουν στην κατανόηση, θα προκαλούν σκέψη, θα προσφέρουν περιθώριο για ανοικτές απαντήσεις και, τέλος, θα εμπεριέχουν αυθεντικά προβλήματα, συνδεδεμένα με τις εμπειρίες και τις ανάγκες τους.

Τέτοιου είδους εμπλουτισμένες εργασίες υπάρχουν ως προτεινόμενες δραστηριότητες στο βιβλίο του εκπαιδευτικού της Β΄ Γυμνασίου. Για παράδειγμα, «Οι μαθητές ενός σχολείου θέλουν να βάψουν το θεατράκι του σχολείου τους. Ο Διευθυντής ζήτησε από τους μαθητές να μετρήσουν εσωτερικά το εμβαδόν των τοίχων της αίθουσάς τους, να ρωτήσουν και να μάθουν πόσο κοστίζει το κιλό η μπογιά, πόσα τετραγωνικά μέτρα καλύπτει κάθε κιλό μπογιάς και ποιο είναι το κόστος της μπογιάς για να βαφτεί το θεατράκι. Κάντε τη μέτρηση αυτή και στο δικό σας σχολείο» (σελ. 62). Αυτό είναι ένα αυθεντικό πρόβλημα, που όμως προκύπτει εύλογα το ερώτημα κατά πόσο το αξιοποιούν οι εκπαιδευτικοί και, επίσης, γιατί δε συμπεριλαμβάνεται στο βιβλίο του μαθητή, αλλά μόνο στο βιβλίο του εκπαιδευτικού.

Ο άνωθεν προβληματισμός μπορεί να αποτελέσει την αφορμή για τη διεξαγωγή μιας νέας έρευνας που θα εξετάσει το ζήτημα της αξιοποίησης του βιβλίου του εκπαιδευτικού ή και άλλων πηγών στη διδακτική πρακτική.

Αναφορές

Glasnovic Gracin, D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International journal of mathematical education in science and technology*, 49(7), 1003-1024.

Institut für Didaktik der Mathematik. Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe [Standards for the mathematical competencies of Austrian students at the end of the 8th grade]. Klagenfurt: Alpen-Adria-Universität; 2007. German.

Βλάμος, Π., Δρούτσας, Π., Πρέσβης, Γ., & Ρεκούμης, Κ. (2008). Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου. Βιβλίο μαθητή. Αθήνα: ΟΕΔΒ.

Βλάμος, Π., Δρούτσας, Π., Πρέσβης, Γ., & Ρεκούμης, Κ. (2008). Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου. Βιβλίο εκπαιδευτικού. Αθήνα: ΟΕΔΒ.

Καραβασίλης, Γ., & Κόσσυβας, Γ. (2016). Όψεις κριτικής αποτίμησης του σχολικού βιβλίου μαθηματικών της Β΄ Γυμνασίου: το εγχειρίδιο υποστηρίζει δραστηριότητες υψηλής γνωστικής βαρύτητας; *Έρκυνα, Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών – Επιστημονικών Θεμάτων*, Τεύχος 10ο, 68-84.

Υπουργείο Παιδείας (2003). Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ. ΦΕΚ, τ. Β΄, 303/13-3-2003