ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ Ι
Κεφάλαιο 3

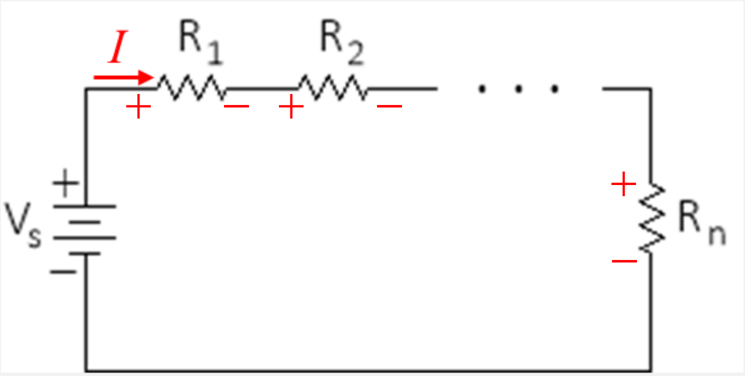
Απλά ωμικά στοιχεία

- Αντιστάσεις σε σειρά και παράλληλα.
- Κυκλώματα διαιρέτη τάσης και διαιρέτη ρεύματος.
- Ισοδυναμία κυκλωμάτων τριγώνου και αστέρα (Π-σε-Τ).

Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά

(Series resistance connection)

Εικ. (α): Αντιστάσεις R_1, R_2, …, R_N είναι **σε σειρά**
⇔ διαρρέονται από το **ίδιο ρεύμα *I***.



(α)

Εφαρμόζοντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff

$$V_s - I \cdot R_1 - I \cdot R_2 - \cdots - I \cdot R_N = 0$$

$$V_s = I(R_1 + R_2 + \cdots + R_N)$$

$$\mathbf{V_s} = I \cdot \mathbf{R_T}$$

(β)

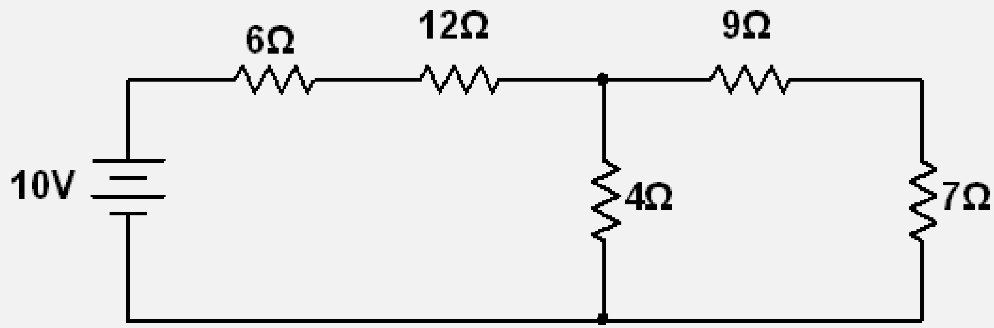
καταλήγουμε στο ισοδύναμο κύκλωμα, *εικ. (β)*

R_Tή $R_{IΣ}$ η ισοδύναμη ή ολική αντίσταση

$$\mathbf{R_T = R_1 + R_2 + \cdots + R_N}$$

Παράδειγμα 3.1

Αναγνωρίστε τις αντιστάσεις που συνδέονται σε σειρά στο παρακάτω κύκλωμα



Απάντηση

- 7 Ω και 9 Ω
- 6 Ω και 12 Ω

Παρατήρηση: Γενικότερα, τα τρία στοιχεία, η πηγή 10 V και οι αντιστάσεις 6 Ω και 12 Ω είναι σε σειρά (αποτελούν ενιαίο κλάδο, διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα)

Σύνδεση πηγών τάσης σε σειρά

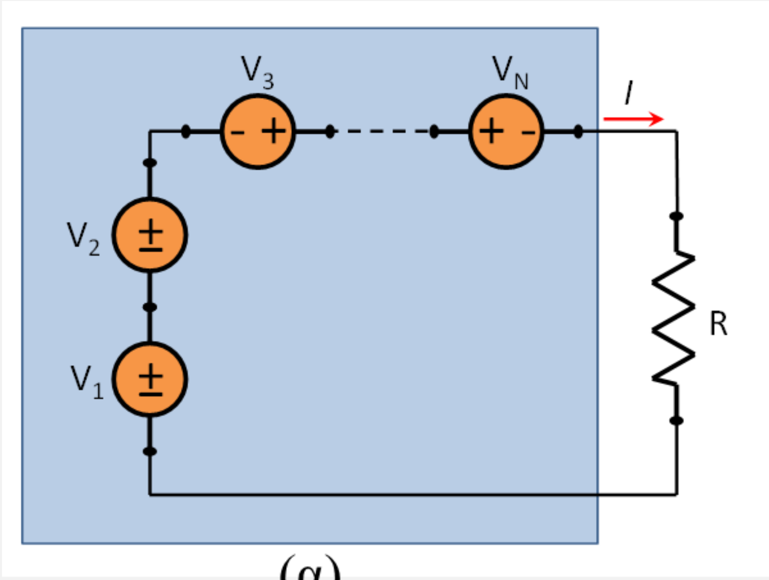
Εικ. (α): Ν πηγές τάσης, V_1, V_2, …, V_N, συνδέονται σε σειρά σε ένα κύκλωμα, δηλαδή, διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα *I*

μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε με μία ισοδύναμη πηγή τάσης, V_T (ή $V_{I\Sigma}$), *εικ. (β)*

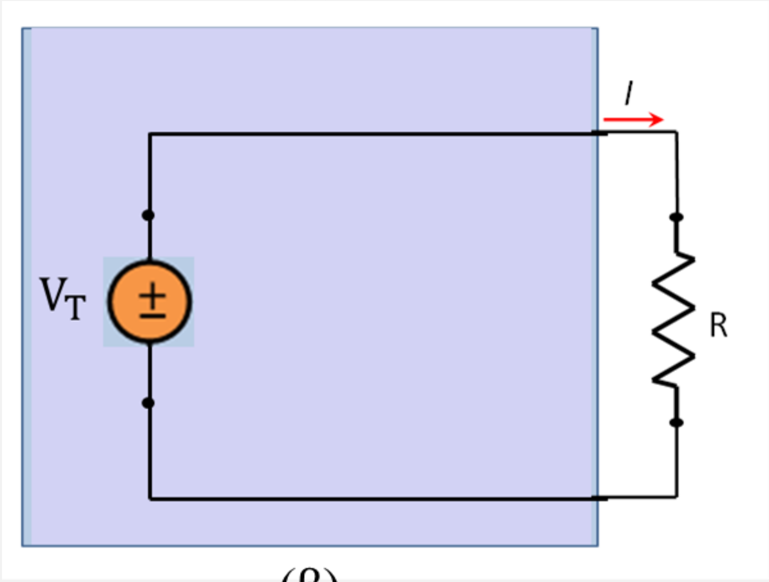
με τιμή ίση με το <u>αλγεβρικό</u> άθροισμα των τιμών των πηγών.

$$V_T = \pm V_1 \pm V_2 \pm \cdots \pm V_N$$

Προσοχή: Στο αλγεβρικό άθροισμα στον υπολογισμό της V_T λαμβάνεται υπόψη η σχετική <u>πολικότητα</u> των πηγών

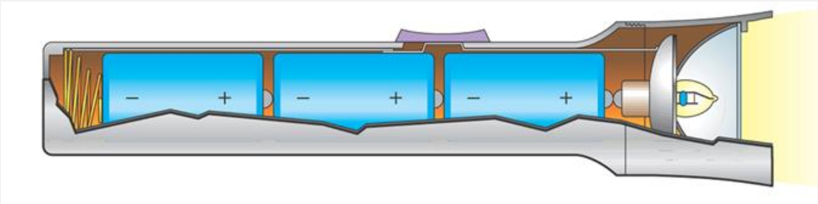


(α)



(β)

Παράδειγμα σύνδεσης σε σειρά πηγών τάσης

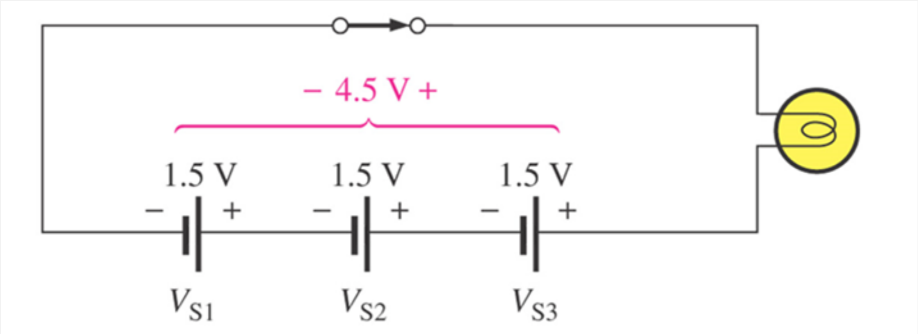


(α) Με την ίδια πολικότητα

$$V_S = V_{S1} + V_{S2} + V_{S3}$$

$$V_S = 1.5\ V + 1.5\ V + 1.5\ V$$

$$V_S = 4.5\ V$$

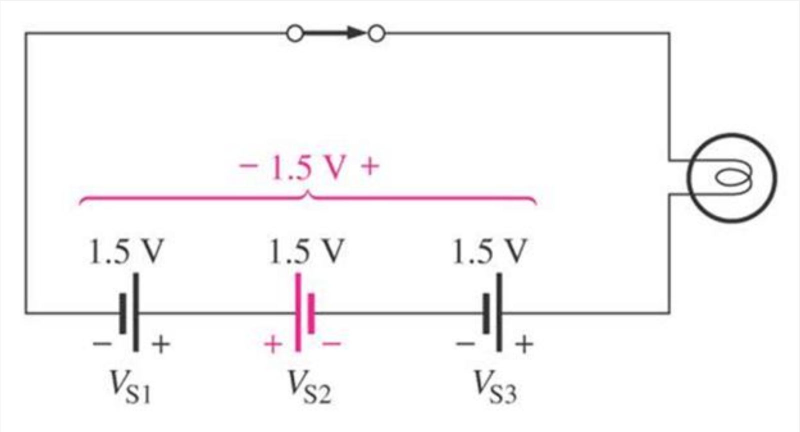


(β) Με αντίθετες πολικότητες

$$V_S = V_{S1} - V_{S2} + V_{S3}$$

$$V_S = 1.5\ V - 1.5\ V + 1.5\ V$$

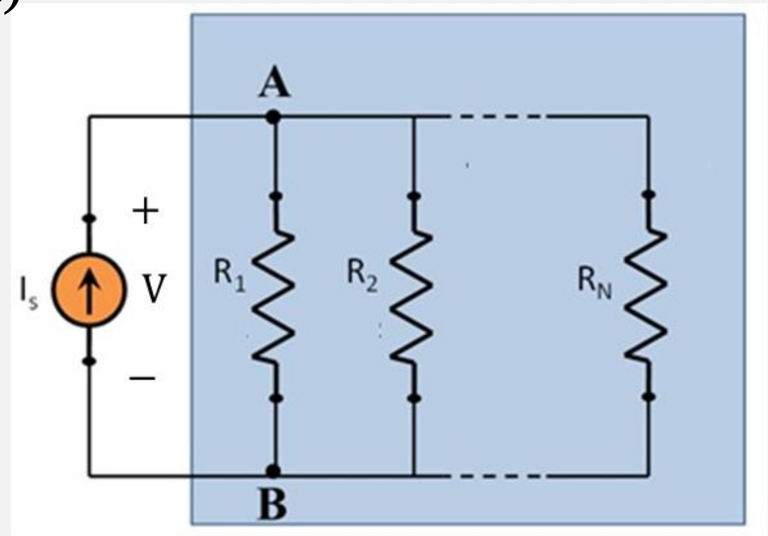
$$V_S = 1.5\ V$$



Παράλληλη σύνδεση
(Parallel connection)

Στοιχεία συνδεμένα σε ένα μοναδικό ζευγάρι κόμβων, όπως οι A και B, *εικ. (α)*, λέγονται **παράλληλα**.

Παράλληλα συνδεμένα κυκλωματικά στοιχεία έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους, τάση V, *εικ. (α)*



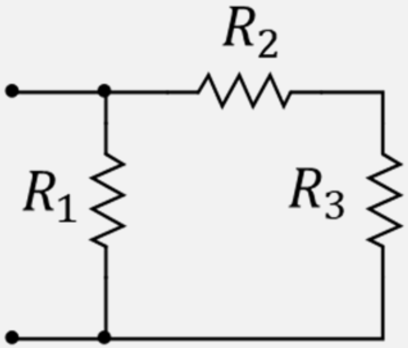
(α)

Προσοχή: Δύο στοιχεία <u>δεν</u> είναι παράλληλα απλώς επειδή είναι σχεδιασμένα παράλληλα σε ένα κυκλωματικό διάγραμμα.

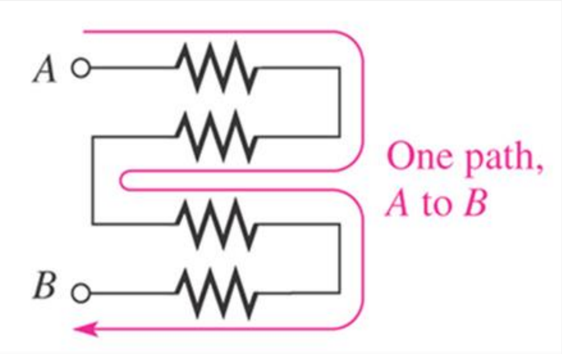
Παράδειγμα

Εικ. (β): οι αντιστάσεις R_1 και R_3 <u>δεν</u> είναι συνδεμένες παράλληλα

Εικ. (γ): οι τέσσερις αντιστάσεις δεν είναι παράλληλα (τί είναι;)

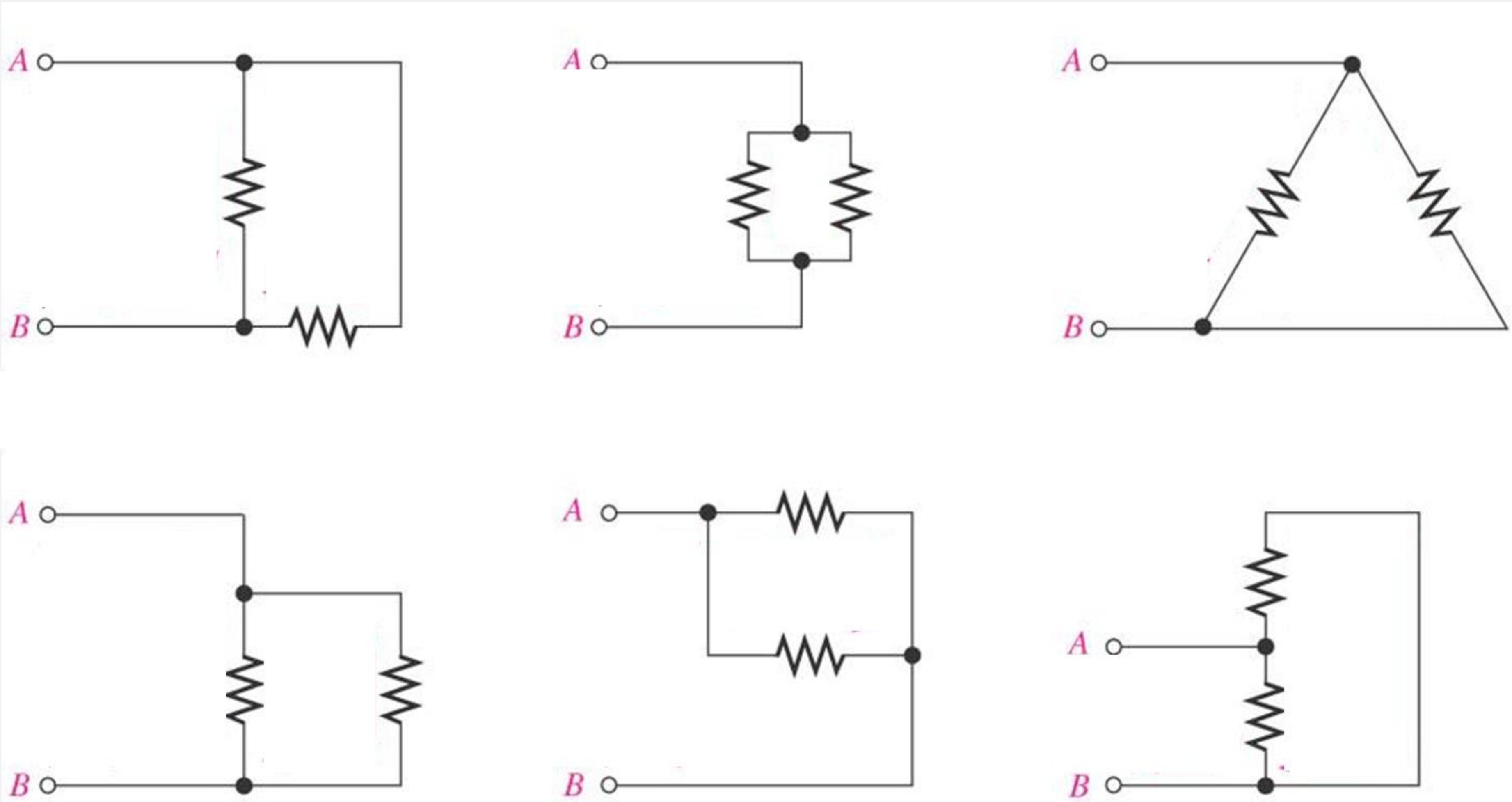


(β)



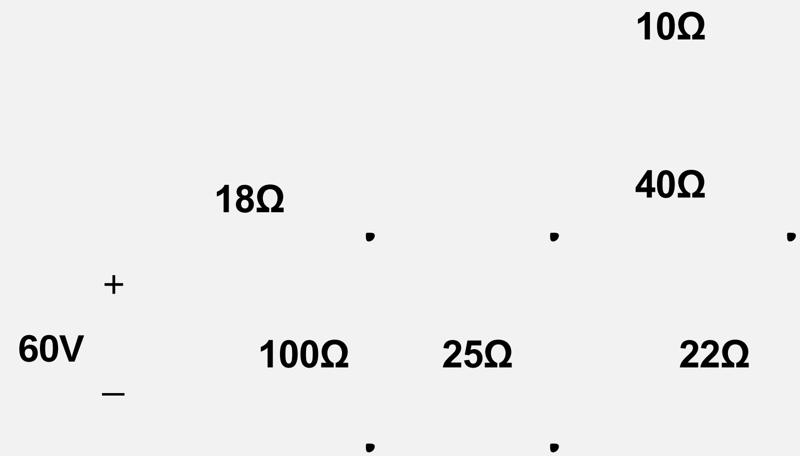
(γ)

Παραδείγματα κυκλωμάτων με δύο παράλληλους κλάδους



Παράδειγμα 3.2

Αναγνωρίστε τις αντιστάσεις που συνδέονται παράλληλα στο παρακάτω κύκλωμα



Απάντηση

- 10 Ω και 40 Ω
- 100 Ω και 25 Ω

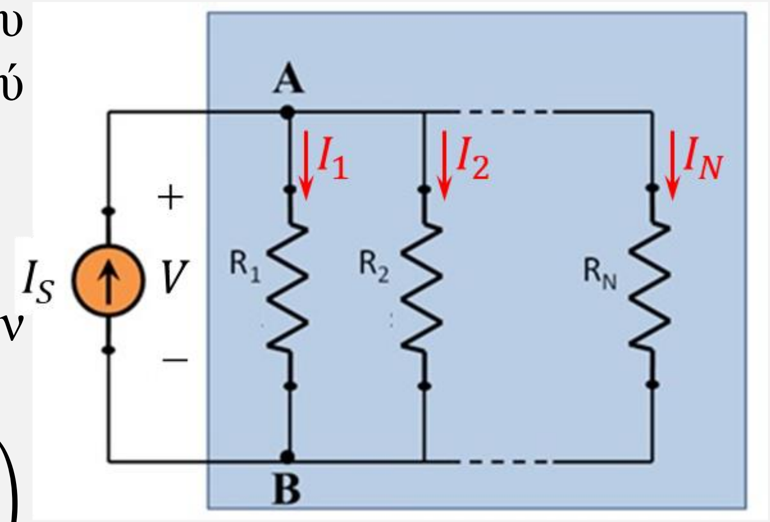
Ισοδύναμη παράλληλη αντίσταση

Εικ. (α): Εφαρμόζοντας το νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff σε έναν κόμβο του παράλληλου συνδυασμού (π.χ. στον κόμβο Α),

$$I_s = I_1 + I_2 + \cdots + I_N$$

και χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm με κοινή την τάση V, έχουμε

$$I_s = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \cdots + \frac{V}{R_N} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}\right)$$



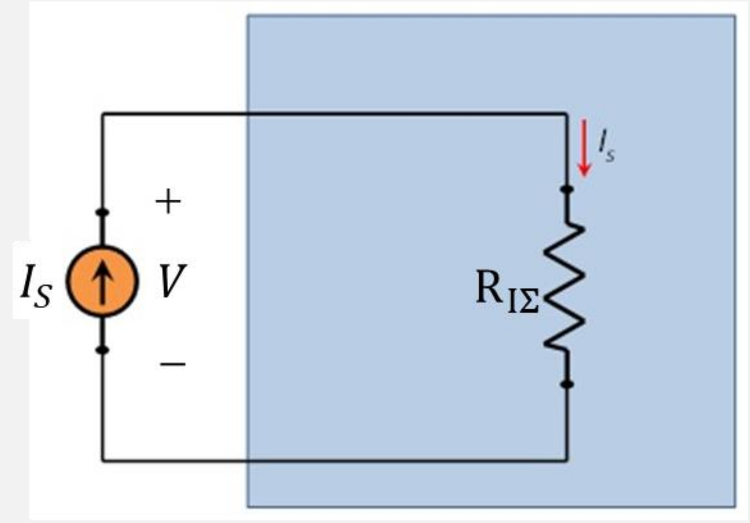
(α)

και καταλήγουμε στο ισοδύναμο κύκλωμα, *εικ. (β)*, όπου

$$I_s = \frac{V}{R_{\text{IΣ}}}$$

$R_{\text{IΣ}}$ η ισοδύναμη ή ολική (R_T) αντίσταση

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_{IΣ}}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} + \cdots + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_N}}$$



(β)

Ένας χρήσιμος πρακτικός κανόνας για τον έλεγχο του αποτελέσματος υπολογισμού της ολικής παράλληλης αντίστασης

Κατά τον υπολογισμό της ολικής αντίστασης οποιασδήποτε παράλληλης συνδεσμολογίας αντιστάσεων $R_1, R_2, \ldots, R_N$,

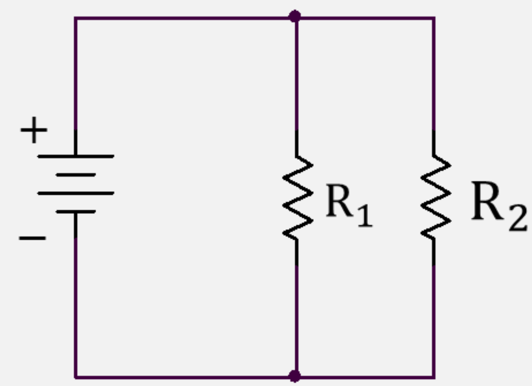
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

η ολική αντίσταση R_T **πρέπει να προκύπτει μικρότερη από τη μικρότερη** από τις συνδεμένες αντιστάσεις $R_1, R_2, \ldots, R_N$

Παράλληλη σύνδεση: ειδικές περιπτώσεις

- Η περίπτωση των δύο παράλληλων αντιστάσεων, *εικ. (α)*

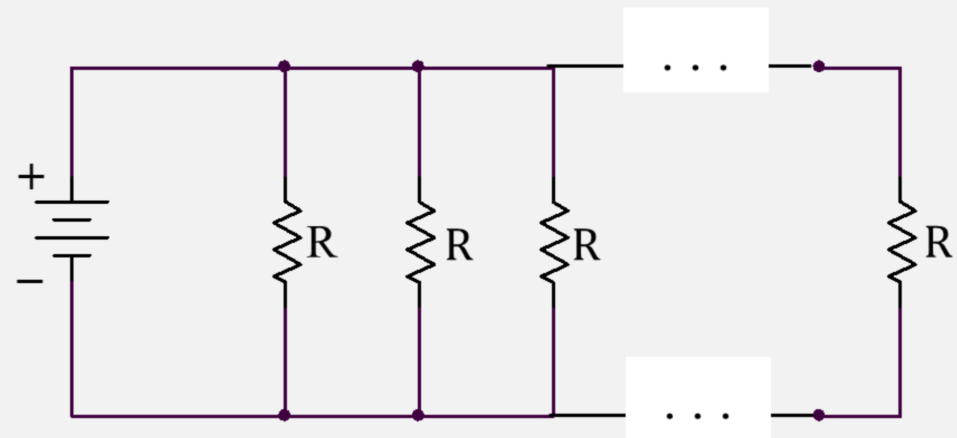
$$R_{I\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



(α)

- Η περίπτωση Ν ίσων παράλληλων αντιστάσεων, *εικ. (β)*

$$R_{I\Sigma} = \frac{R}{N}$$

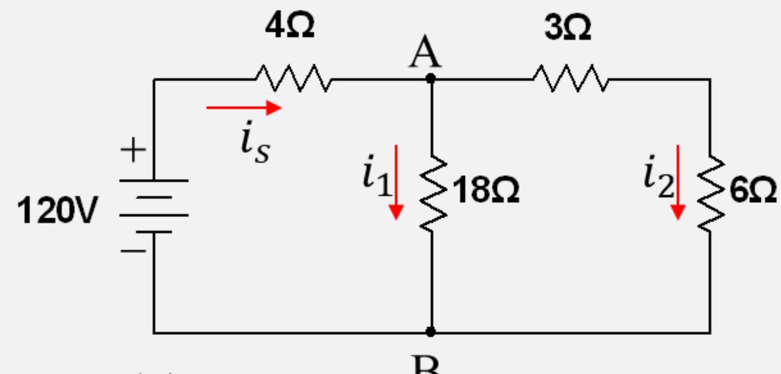


(β)

Παράδειγμα 3.3

(α) Απλοποιήστε το κύκλωμα της *εικ. (α)* αντικαθιστώντας τις εν σειρά και παράλληλα αντιστάσεις.

(β) Υπολογίστε τα ρεύματα i_s, i_1 και i_2

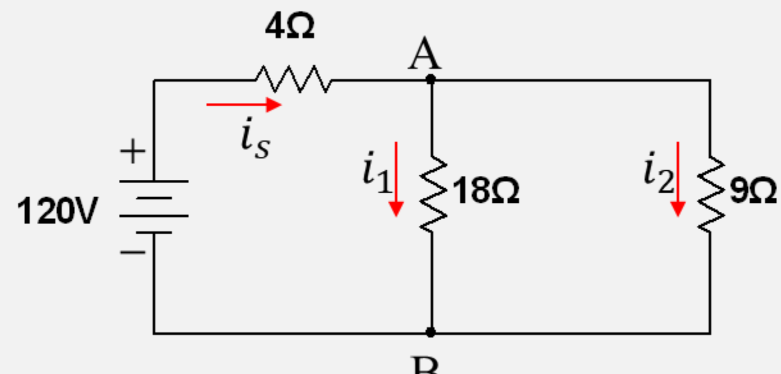


(α)

Λύση

(α) Οι αντιστάσεις 3 Ω και 6 Ω, συνδεδεμένες σε σειρά, μπορούν να αντικατασταθούν με μία ισοδύναμη, *εικ. (β)*, τιμής

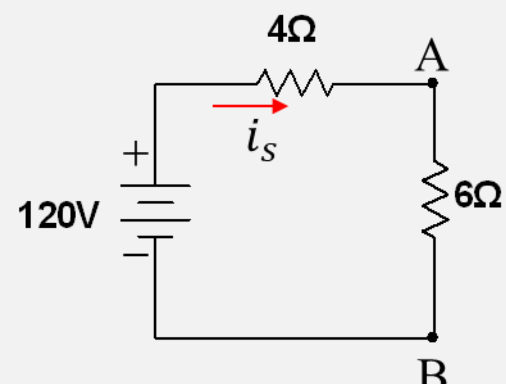
$$3\,\Omega + 6\,\Omega = 9\,\Omega$$



(β)

Οι αντιστάσεις 18 Ω και 9 Ω συνδέονται παράλληλα, μπορούν να αντικατασταθούν με μία ισοδύναμη, *εικ. (γ)*, τιμής

$$\frac{9 \cdot 18}{9 + 18} = 6\,\Omega$$



(γ)

(συνεχίζεται . . .)

Λύση (… συνέχεια)

(β) Από την εικ. (γ), η τιμή του ρεύματος i_s υπολογίζεται από το νόμο του Ohm

$$i_s = \frac{120\ V}{10\ \Omega} = 12\text{ A}$$

ενώ η τάση v_{AB} είναι:

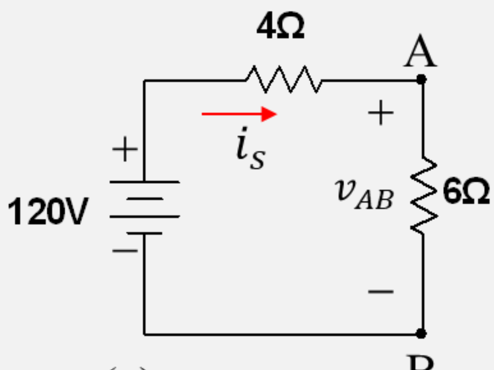
$$v_{AB} = (12\ A)(6\ \Omega) = 72\text{ V}$$

Γνωρίζοντας τη v_{AB}, επιστρέφοντας στο αρχικό κύκλωμα, *εικ. (α)*, υπολογίζουμε τα ρεύματα i_1 και i_2

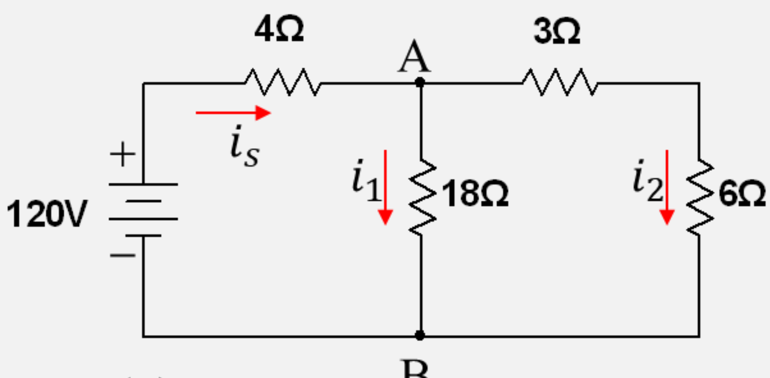
$$i_1 = \frac{72\ V}{18\ \Omega} = 4\text{ A}$$

$$i_2 = \frac{72\ V}{9\ \Omega} = 8\text{ A}$$

Ικανοποιεί το αποτέλεσμα το νόμο ρευμάτων του Kirchhoff ;



(γ)



(α)

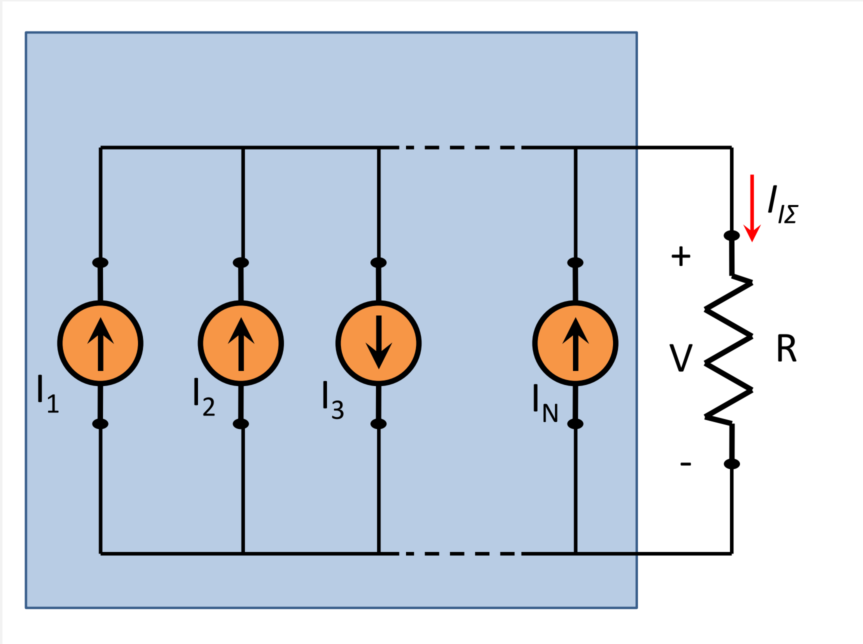
Έλεγξε την απάντηση στο Παράδειγμα 3.3 με το κύκλωμα
LNCh3_Circuit01
στο MulisimLive group ECE-UOWM MK18

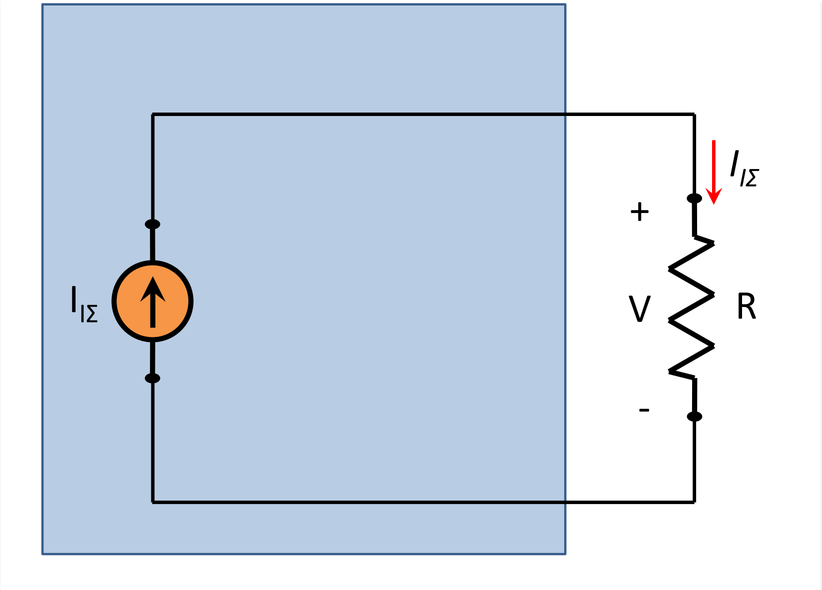
Παράλληλη σύνδεση πηγών ρεύματος

Ν παράλληλες πηγές ρεύματος, I_1, I_2, …, I_N, μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε με μία ισοδύναμη πηγή ρεύματος, $I_{I\Sigma}$ (ή I_T), με τιμή ίση με το <u>αλγεβρικό</u> άθροισμα των τιμών των πηγών,

$$\mathbf{I_{I\Sigma} = \pm I_1 \pm I_2 \pm \cdots \pm I_N}$$

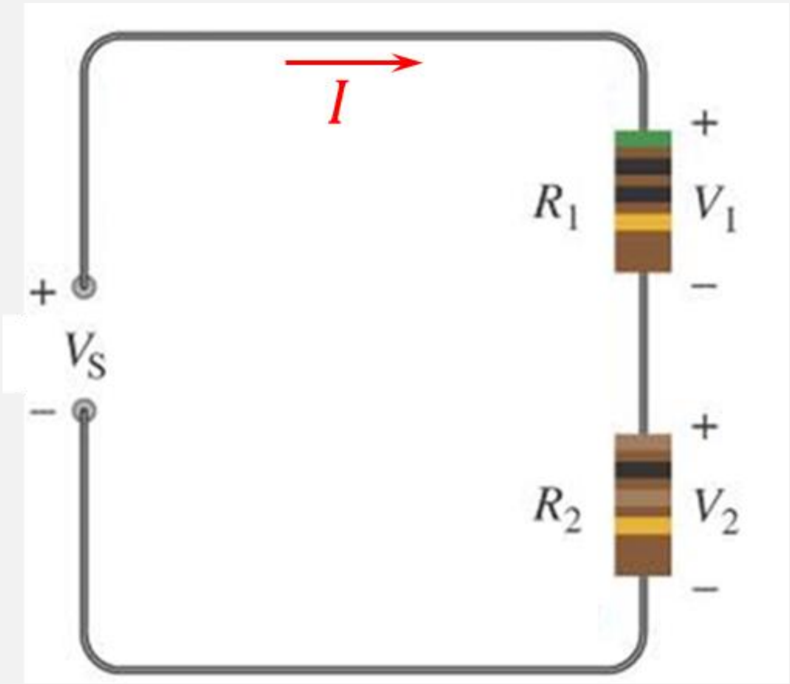
Προσοχή: Στον υπολογισμό της ολικού ρεύματος $I_{I\Sigma}$ πρέπει να λάβουμε υπόψη την σχετική φορά της κάθε πηγής ρεύματος.





ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΤΑΣΗΣ (Voltage divider)

Είναι κάθε συνδυασμός αντιστάσεων σε σειρά : Κοινό ρεύμα I – διαιρούν την τάση V_S σε V_1, V_2

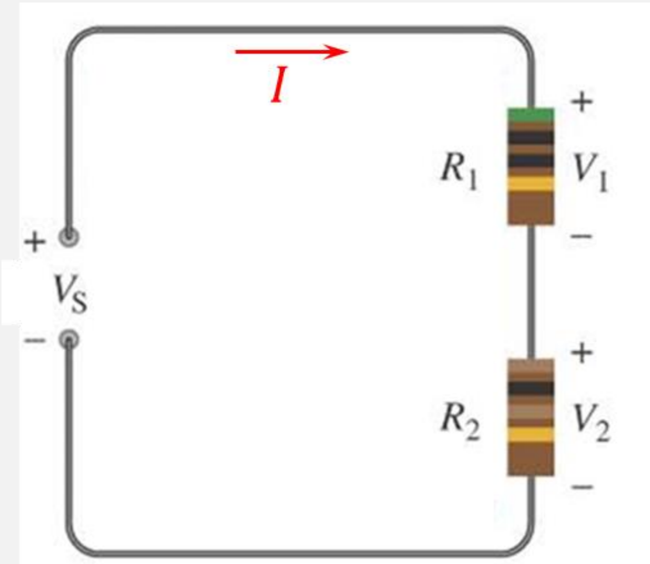


Οι τάσεις εξόδου του διαιρέτη τάσης

Από το νόμο των τάσεων του Kirchhoff βρίσκουμε το ρεύμα

$$V_S = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

$$I = \frac{V_S}{R_1 + R_2}$$



Με εφαρμογή του νόμου του Ohm, υπολογίζουμε τις τάσεις V_1 και V_2 στα άκρα των αντιστάσεων σε σειρά

$$V_1 = I \cdot R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_S$$

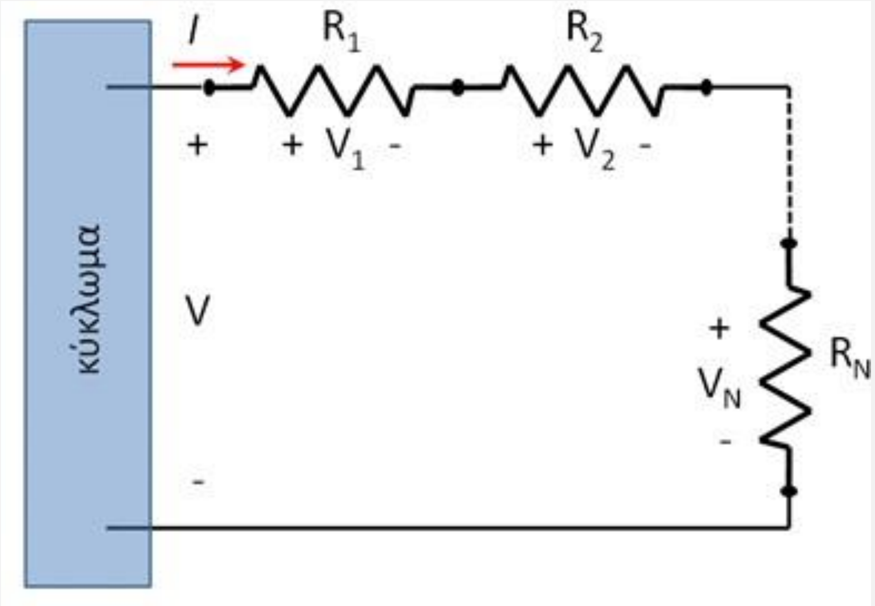
$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_S$$

Διαίρεση τάσης – Η γενική εξίσωση του διαιρέτη τάσης

$$V_i = \frac{R_i}{R_\mathrm{T}} \cdot V$$

όπου,

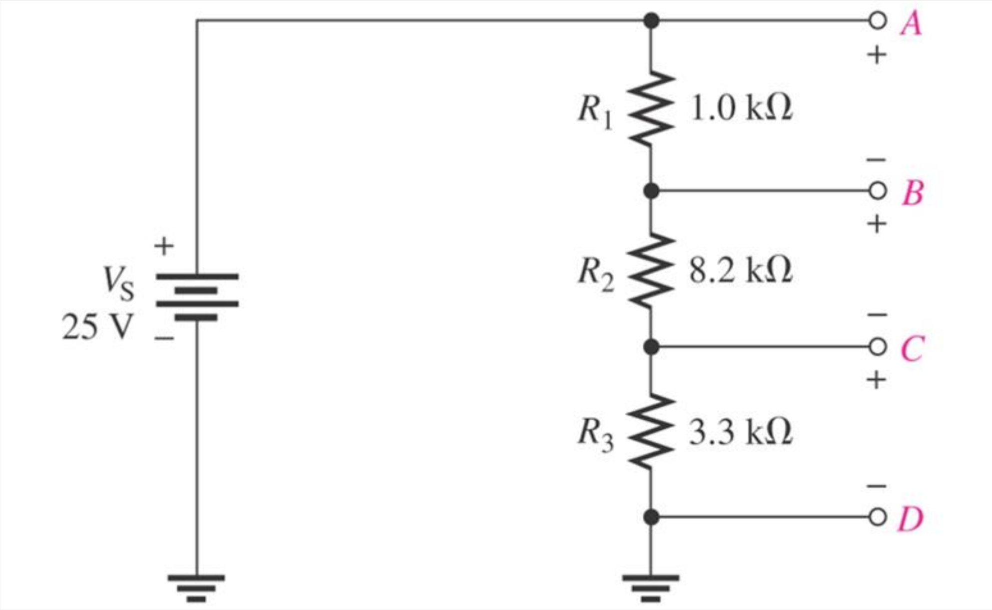
$$R_T = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$



Παράδειγμα 3.4

Υπολογίστε τις τάσεις V_{AB}, V_{AC}, V_{BC}, V_{BD} και V_{CD} στο κύκλωμα της εικόνας.

Λύση



$$R_{\mathrm{T}} = 1\ k\Omega + 8.2\ k\Omega + 3.3\ k\Omega = 12.5\ k\Omega$$

Επομένως,

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_{\mathrm{T}}} V_S = \frac{1}{12.5}(25\ V) = \mathbf{2\ V}$$

$$V_{AC} = \frac{R_1 + R_2}{R_{\mathrm{T}}} V_S = \frac{9.2}{12.5}(25\ V) = \mathbf{18.4\ V}$$

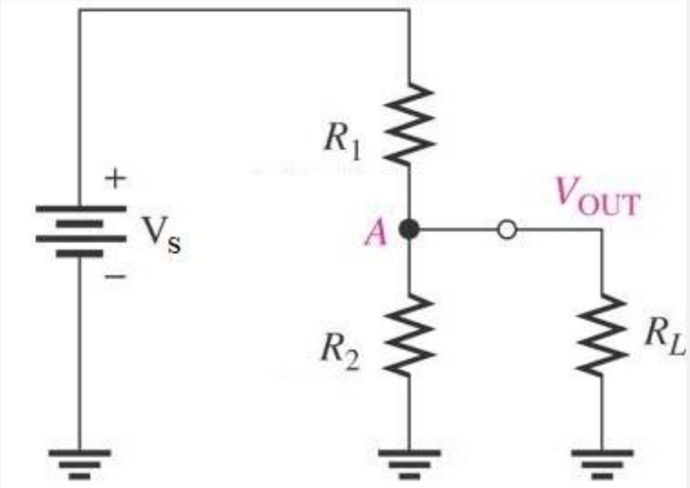
$$V_{BC} = \frac{R_2}{R_{\mathrm{T}}} V_S = \frac{8.2}{12.5}(25\ V) = \mathbf{16.4\ V}$$

$$V_{BD} = \frac{8.2 + 3.3}{12.5}(25\ V) = \mathbf{23\ V}$$

$$V_{CD} = \frac{3.3}{12.5}(25\ V) = \mathbf{6.6\ V}$$

Διαιρέτης τάσης υπό φορτίο

Πως επηρεάζεται η έξοδος V_{OUT} του διαιρέτη τάσης όταν συνδέεται αντίσταση R_L στην έξοδό του;



Η R_L συμπεριφέρεται ως **φορτίο*** (load) στο κύκλωμα διαιρέτη τάσης. Συνδέεται παράλληλα στην R_2

$$R_2 \parallel R_L = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

Τότε

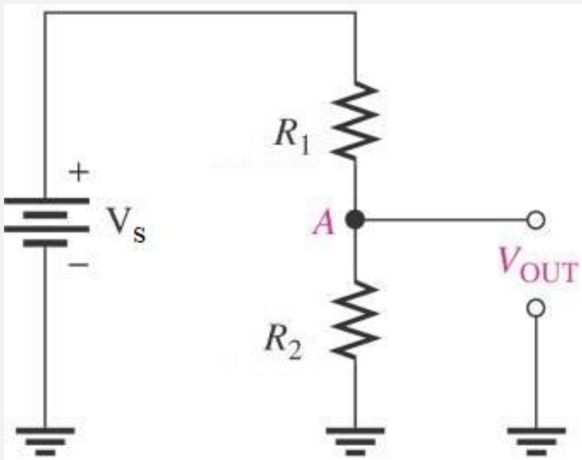
$$V_{\mathrm{OUT}} = \frac{R_2 \parallel R_L}{R_1 + R_2 \parallel R_L} V_S$$

$$V_{\mathrm{OUT}} = \frac{R_2}{R_1[1 + (R_2/R_L)] + R_2} V_S$$

* Φορτίο θεωρείται ένα ή περισσότερα κυκλωματικά στοιχεία που απορροφούν ισχύ από το κύκλωμα

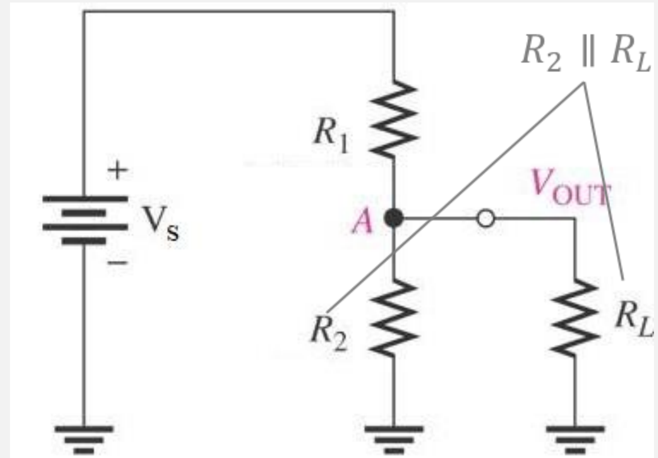
Διαιρέτης τάσης υπό φορτίο

Διαιρέτης τάσης χωρίς φορτίο (unloaded)



$$V_{OUT}^{unloaded} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_S$$

Διαιρέτης τάσης με φορτίο (loaded)



$$V_{OUT}^{loaded} = \frac{(R_2 \parallel R_L)}{R_1 + (R_2 \parallel R_L)} V_S$$

$$V_{OUT}^{loaded} = \frac{R_2}{R_1[1 + (R_2/R_L)] + R_2} V_S$$

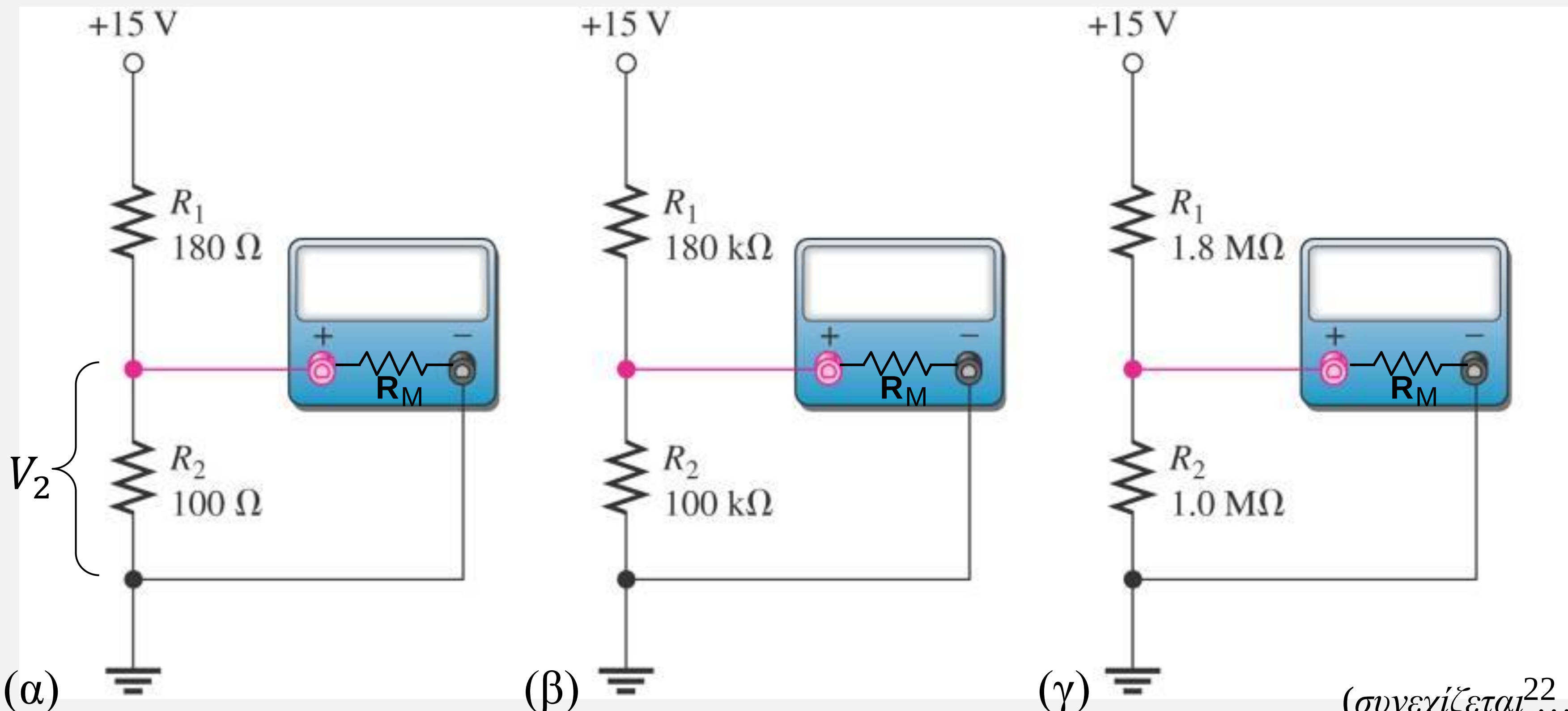
Συμπεράσματα

- $V_{OUT}^{loaded} < V_{OUT}^{unloaded}$
- Πρακτικά, για $R_L \gg R_2$, $V_{OUT}^{loaded} \cong V_{OUT}^{unloaded}$

Παράδειγμα 3.6 Φαινόμενο φόρτισης από βολτόμετρο

Κατά τη σύνδεση ενός βολτομέτρου στα άκρα μιας αντίστασης, όπως της R_2 στην εικόνα, για τη μέτρηση της τάσης της V_2, το βολτόμετρο λόγω της εσωτερικής του αντίστασης (R_M) βάζει ένα φορτίο στο κύκλωμα και, επομένως, επηρεάζει την τάση που πρόκειται να μετρηθεί.

Υπολογίστε, για κάθε κύκλωμα, πόσο επηρεάζει τη μετρούμενη τάση το ψηφιακό βολτόμετρο. Υποθέστε $R_M = 10\ \text{M}\Omega$.



(συνεχίζεται...)

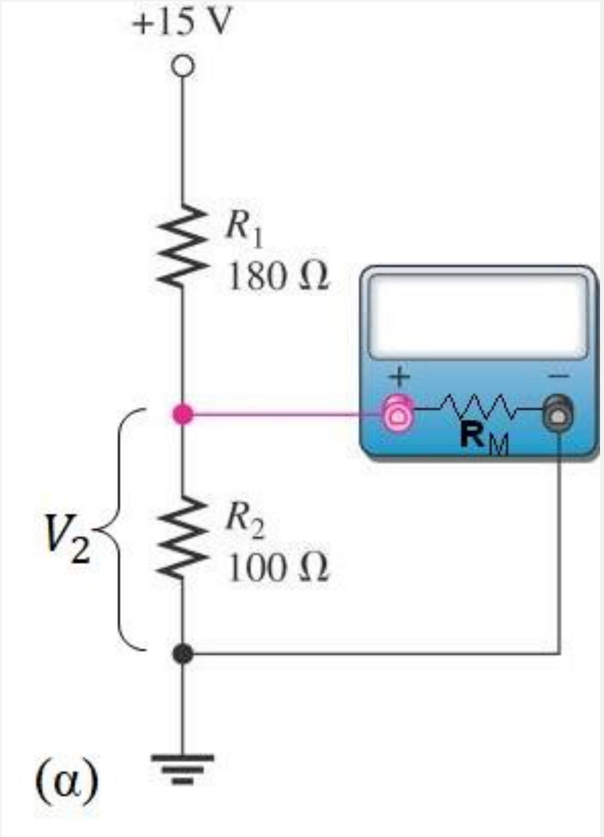
Λύση

Εικ. (α)

Η τάση V_2, πριν τη σύνδεση του βολτομέτρου (ή με ιδανικό βολτόμετρο, $R_M \rightarrow \infty$)

$$V_2^{unload} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}(15\ V) = \frac{100}{280}(15\ V)$$

$$V_2^{unload} = 5.35714\ V$$



Με τη σύνδεση του βολτομέτρου εσωτερικής αντίστασης εισόδου 10 MΩ, η τάση V_2 γίνεται

$$V_2^{load} = \frac{(R_2 \parallel R_M)}{R_1 + (R_2 \parallel R_M)}(15\ \mathrm{V})$$

$$V_2^{load} = \frac{(100 \parallel 10\mathrm{M})}{180 + (100 \parallel 10\mathrm{M})}(15\ \mathrm{V}) = 5.35711\ V$$

Σχετικό σφάλμα μέτρησης $(V_2^{load} - V_2^{unload})/V_2^{unload} = -0{,}0006\%$ (αμελητέο)

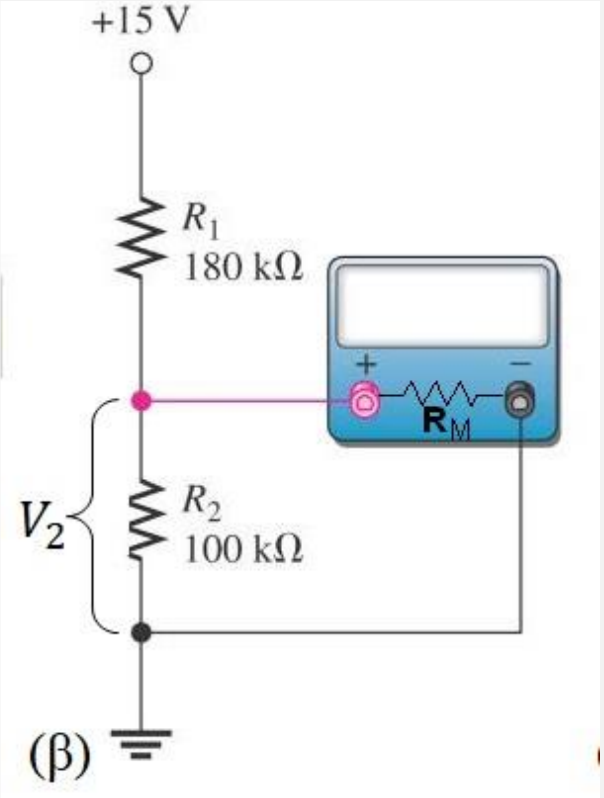
(συνεχίζεται...)

Λύση *(… συνέχεια)*

Εικ. (β)

Η τάση V_2, πριν τη σύνδεση του βολτομέτρου (ή με ιδανικό βολτόμετρο, $\mathrm{R_M} \to \infty$)

$$V_2^{unload} = \frac{100\ k}{280\ k}(15\ V) = 5.357\ V$$



Με τη σύνδεση του βολτομέτρου, η τάση V_2 γίνεται

$$V_2^{load} = \frac{(R_2 \parallel R_M)}{R_1 + (R_2 \parallel R_M)}(15\ \mathrm{V})$$

$$V_2^{load} = \frac{(100k \parallel 10\mathrm{M})}{180k + (100k \parallel 10\mathrm{M})}(15\ \mathrm{V}) = 5.323\ V$$

Σχετικό σφάλμα μέτρησης $(V_2^{load} - V_2^{unload})/V_2^{unload} = -0{,}6\%$ (πολύ μικρό)

(συνεχίζεται…)

Λύση *(… συνέχεια)*

Εικ. (γ)

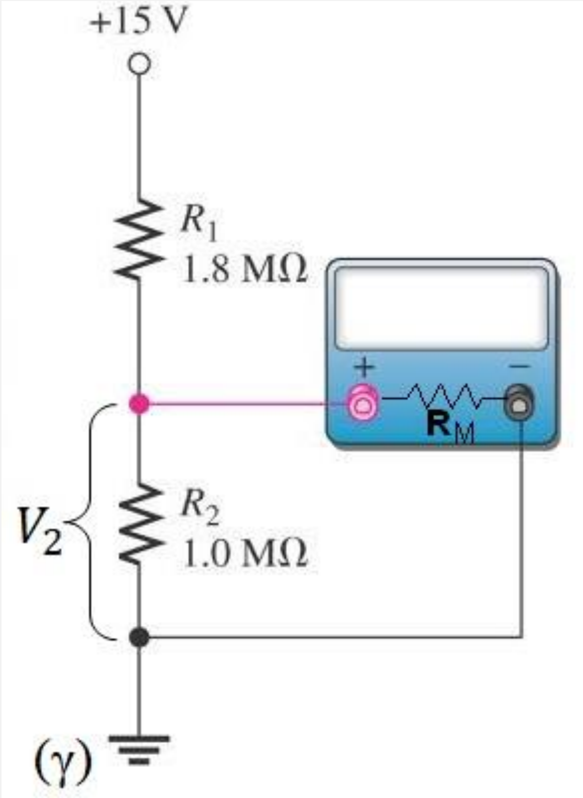
Η τάση V_2, πριν τη σύνδεση του βολτομέτρου (ή με ιδανικό βολτόμετρο, $R_M \to \infty$)

$$V_2^{unload} = \frac{1\ M}{2.8\ M}(15\ V) = 5.357\ V$$

Με τη σύνδεση του βολτομέτρου, η τάση V_2 γίνεται

$$V_2^{load} = \frac{(R_2 \parallel R_M)}{R_1 + (R_2 \parallel R_M)}(15\ \mathrm{V})$$

$$V_2^{load} = \frac{(1M \parallel 10\mathrm{M})}{1.8M + (1M \parallel 10\mathrm{M})}(15\ \mathrm{V}) = 5.034\ V$$



Σχετικό σφάλμα μέτρησης $(V_2^{load} - V_2^{unload})/V_2^{unload} = -6\%$ (σημαντικό σφάλμα)

(συνεχίζεται…)

Λύση (*… συνέχεια*)

- Το **φαινόμενο φόρτισης** (loading effect) που προκαλεί η σύνδεση του βολτόμετρου μπορεί να μειώσει την τιμή της μετρούμενης τάσης σημαντικά (π.χ., από 5.357 V σε 5.034 V).

- Παρατηρούμε, ότι όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση, στα άκρα της οποίας μετράμε την τάση, τόσο μεγαλύτερο είναι το φαινόμενο της φόρτισης από το βολτόμετρο.

ΚΑΝΟΝΑΣ: Η εσωτερική αντίσταση (αντίσταση εισόδου) ενός βολτομέτρου πρέπει να είναι τουλάχιστον δέκα φορές μεγαλύτερη από την αντίσταση, στα άκρα της οποίας συνδέεται, ώστε το φαινόμενο της φόρτισης να μπορεί να αγνοηθεί (το σφάλμα μέτρησης είναι μικρότερο από 10%)

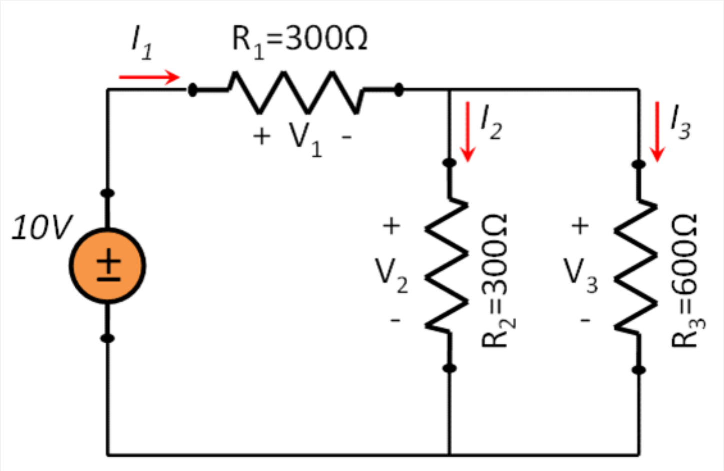
Παράδειγμα 3.7 Επίλυση κυκλώματος με τη βοήθεια του τύπου του διαιρέτη τάσης

Υπολογίστε όλες τις τάσεις και τα ρεύματα στο κύκλωμα της εικόνας (α)

Λύση

Εικ. (α): Απλοποιούμε το κύκλωμα αντικαθιστώντας τις παράλληλες αντιστάσεις R_2 και R_3 με την ισοδύναμή τους $R_{2,3}$

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{300 \cdot 600}{300 + 600} = 200\ \Omega$$



(α)

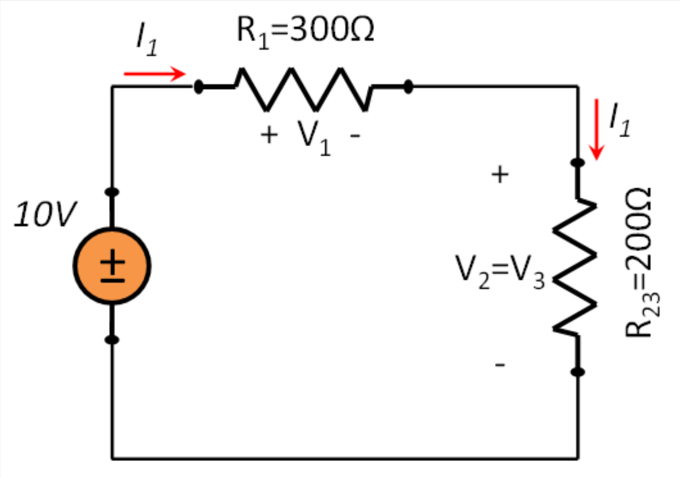
Εικ. (β): Στο ισοδύναμο κύκλωμα βρίσκουμε τις δύο τάσεις εφαρμόζοντας τη σχέση του διαιρέτη τάσης

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_{2,3}} \cdot 10V = \frac{300}{300 + 200} \cdot 10V$$

$$\boldsymbol{V_1 = 6\ V}$$

$$V_2 = V_3 = \frac{R_{2,3}}{R_1 + R_{2,3}} \cdot V = \frac{200}{300 + 200} \cdot 10V$$

$$\boldsymbol{V_2 = V_3 = 4\ V}$$

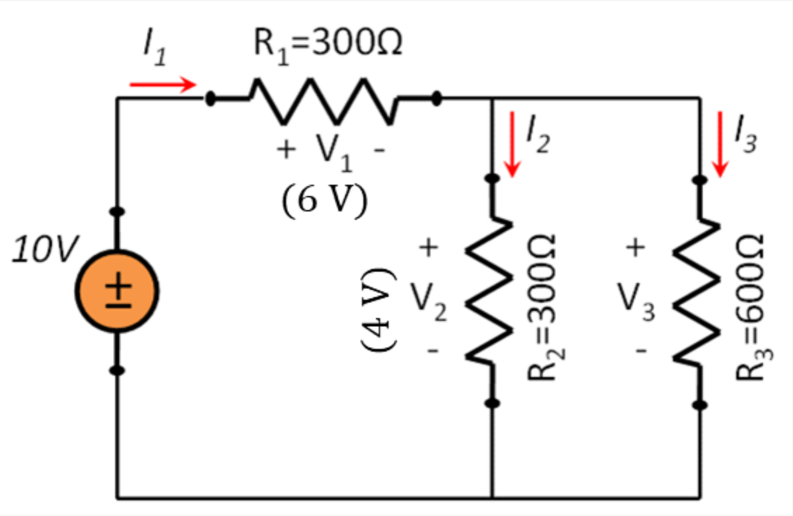


(β)

(*συνεχίζεται* . . .)

Λύση (. . . *συνέχεια*)

Επανερχόμενοι στο αρχικό κύκλωμα, *εικ. (α)*, αφού γνωρίζουμε τις τάσεις, υπολογίζουμε τα ρεύματα από το νόμο του Ohm



(α)

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6\ V}{300\ \Omega} = 0.02\ A = \mathbf{20\ mA}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{4\ V}{300\ \Omega} = 0.0133\ A = \mathbf{13.3\ mA}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{4\ V}{600\ \Omega} = 0.0067\ A = \mathbf{6.7\ mA}$$

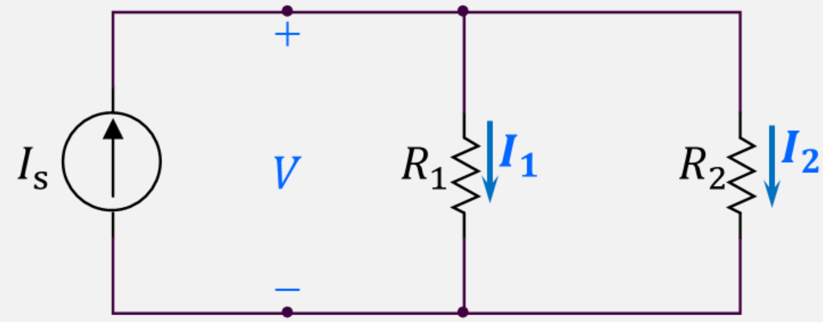
Κάθε παράλληλος συνδυασμός κλάδων αντιστάσεων: Κοινή τάση – διαιρούν το ρεύμα

ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Διαιρέτης ρεύματος

(Current divider)

Το κύκλωμα διαιρέτη ρεύματος (current-divider circuit) αποτελείται από δύο αντιστάσεις συνδεμένες <u>παράλληλα</u> στα άκρα μιας πηγής ρεύματος.



Ο διαιρέτης ρεύματος σχεδιάζεται ώστε να διαιρεί το ρεύμα I_s μεταξύ των αντιστάσεων R_1 και R_2.

Δεδομένου ότι η τάση V είναι κοινή, ο νόμος του Ohm για κάθε αντίσταση όσο και για το συνδυασμό τους $R_1 \parallel R_2$ γράφεται

$$V = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_s \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Επομένως,

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_s$$

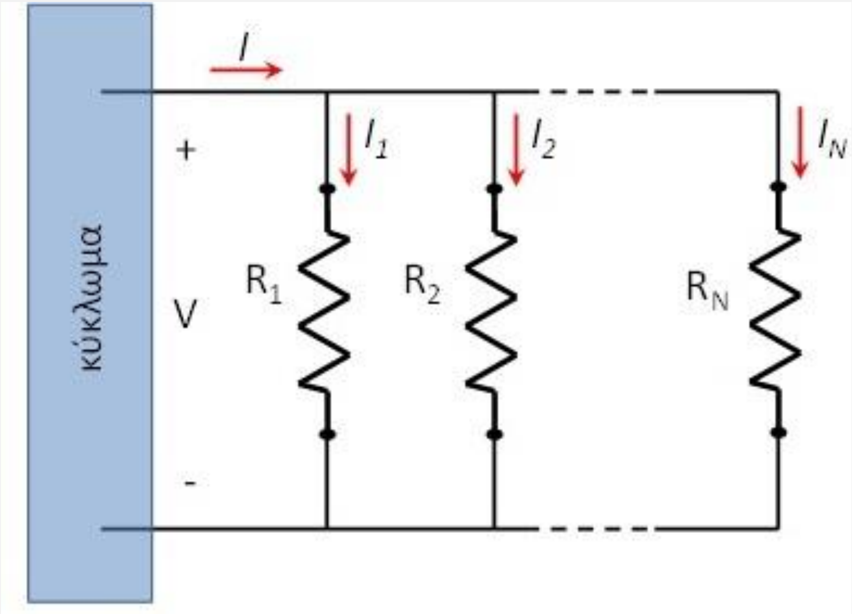
$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_s$$

Η γενική εξίσωση του διαιρέτη ρεύματος

$$I_i = \frac{R_{\mathrm{T}}}{R_i} \cdot I$$

όπου

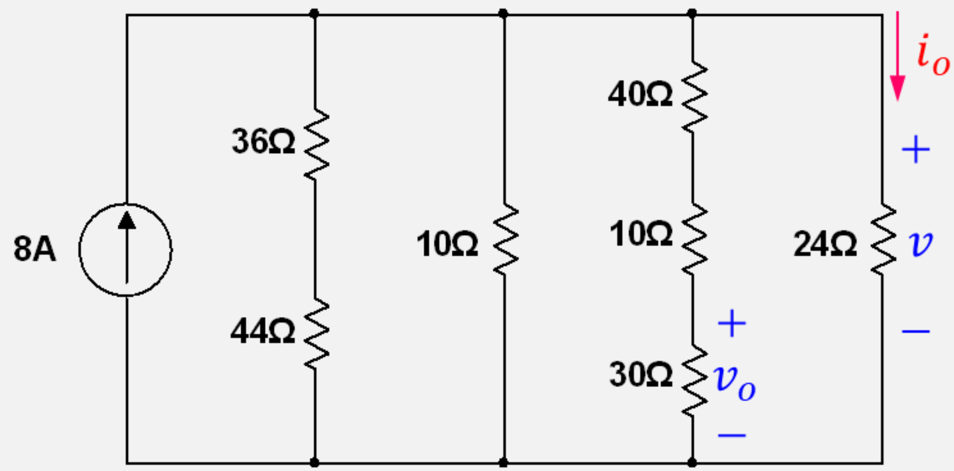
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$



Παράδειγμα 3.8 Επίλυση κυκλώματος με τη βοήθεια διαιρέτη ρεύματος

Χρησιμοποιείστε τις σχέσεις διαιρέτη ρεύματος για να βρείτε το ρεύμα i_o και διαιρέτη τάσης για να βρείτε την τάση v_o στο κύκλωμα της εικόνας (α).

Λύση



(α)

Για να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση διαίρεσης ρεύματος

$$i_i = \frac{R_{\mathrm{T}}}{R_i} \cdot i$$

απαιτείται να γνωρίζουμε την ολική αντίσταση, R_{T}

$$R_T = (36 + 44) \parallel (10) \parallel (40 + 10 + 30) \parallel (24)$$

$$R_T = (80) \parallel (10) \parallel (80) \parallel (24)$$

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{80} + \frac{1}{10} + \frac{1}{80} + \frac{1}{24}} = 6\ \Omega$$

Επομένως, $i_o = \frac{6}{24}(8\ \mathrm{A}) = \mathbf{2\ A}$

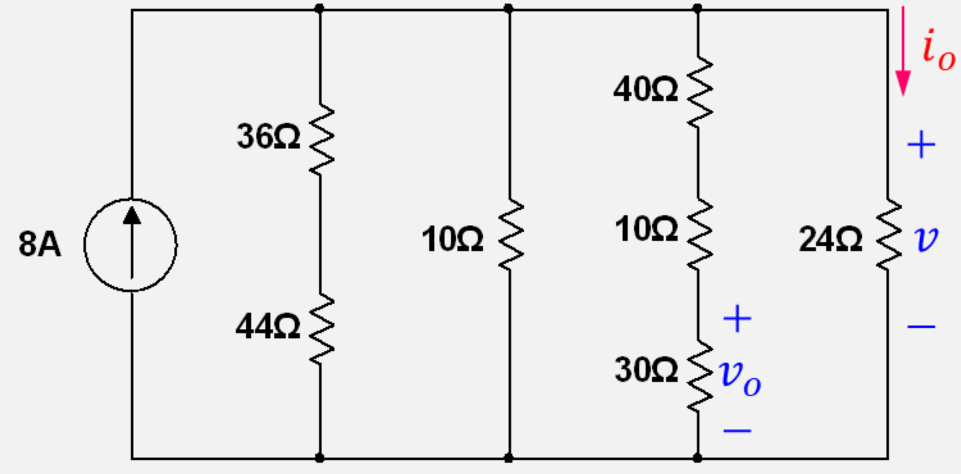
(συνεχίζεται . . .)

Λύση *(… συνέχεια)*

Εικ. (α): Χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm μπορούμε να βρούμε την πτώση τάσης στην αντίσταση 24 Ω.

$$v = (2\ \text{A})(24\ \Omega) = 48\ \text{V}$$

που είναι και η τάση στα άκρα του κλάδου των εν σειρά αντιστάσεων 40 Ω, 10 Ω και 30 Ω.



(α)

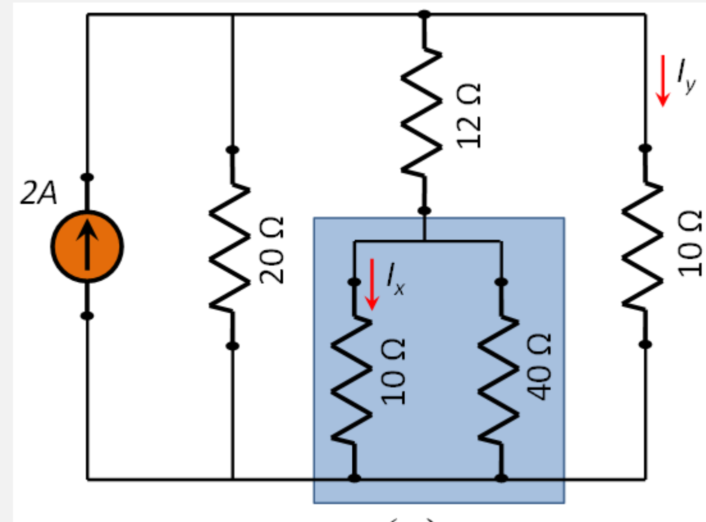
Χρησιμοποιώντας τη σχέση του διαιρέτη τάσης, βρίσκουμε:

$$v_o = \frac{30}{40 + 10 + 30}(48\ \text{V}) = 18\ \text{V}$$

Επιβεβαιώστε τα αποτελέσματα σχεδιάζοντας το κύκλωμα της εικ. (α) στο λογαριασμό σας στο *Multisim Live*

Παράδειγμα 3.9

Υπολογίστε το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση των 10 Ω στο κύκλωμα της εικόνας (α)

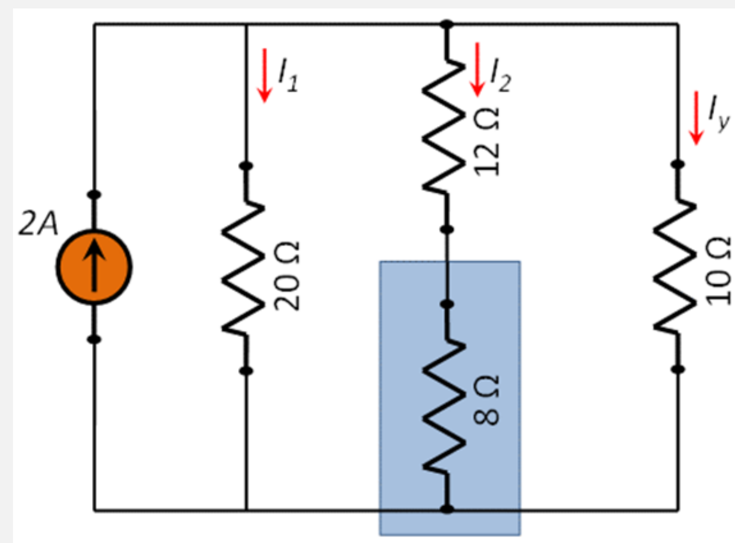


(α)

Λύση

Εικ. (α): Οι παράλληλες αντιστάσεις 10 Ω και 40 Ω μπορούν να αντικατασταθούν από μία ισοδύναμη αντίσταση

$$10 \parallel 40 = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = \frac{400}{50} = 8\ \Omega$$



(β)

Εικ. (β): Η αντίσταση 8 Ω είναι σε σειρά με την αντίσταση των 12 Ω, οπότε μπορούν να αντικατασταθούν από μία αντίσταση ίση με 8 + 12 = 20 Ω.

(συνεχίζεται . . .)

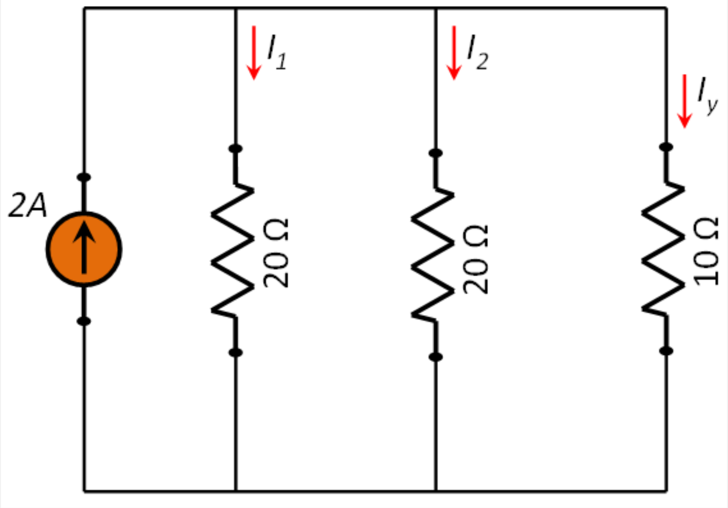
Λύση (. . . *συνέχεια*)

Εικ. (γ): Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι 5 Ω (γιατί;). Μπορούμε να υπολογίσουμε το ζητούμενο ρεύμα I_y χρησιμοποιώντας διαιρέτη ρεύματος,

$$I_y = \frac{5}{10}(2\ A) = \mathbf{1\ A}$$

Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε και το ρεύμα I_2

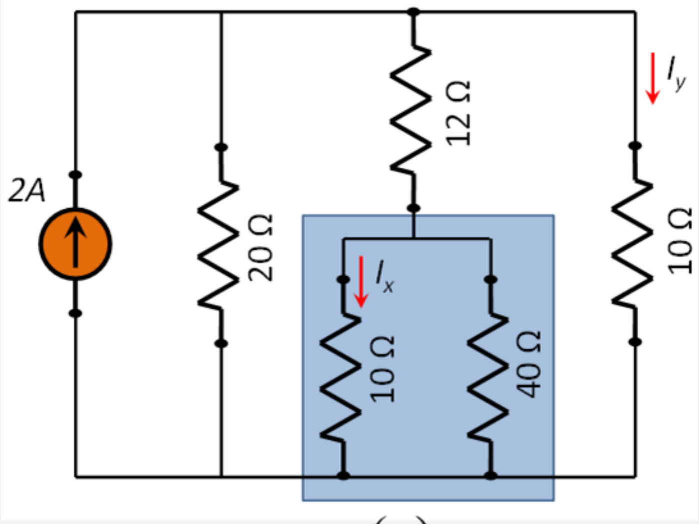
$$I_2 = \frac{5}{20}(2\ A) = 0.5\ A$$



(γ)

Εικ. (α): Επανερχόμενοι στο αρχικό κύκλωμα, μπορούμε να βρούμε το ρεύμα I_x στη δεύτερη αντίσταση 10 Ω, χρησιμοποιώντας διαιρέτη ρεύματος

$$I_x = \frac{40}{10+40} \cdot I_2 = \frac{40}{50}(0.5A) = \mathbf{0.4\ A}$$

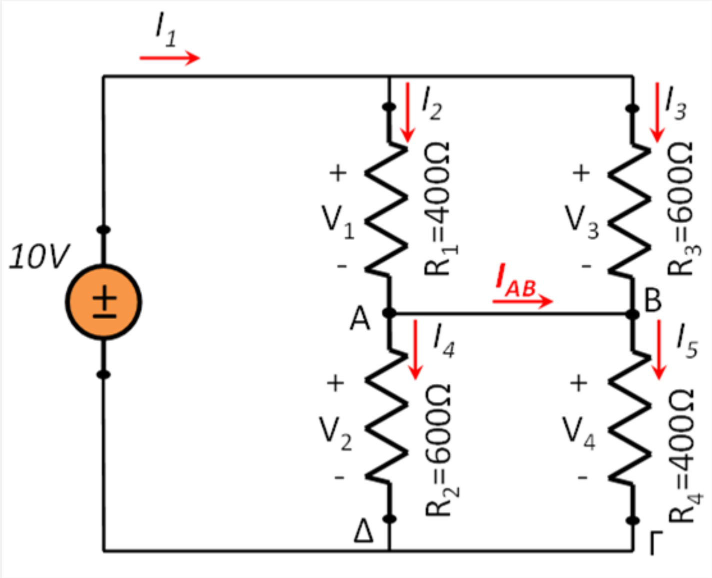


(α)

Επιβεβαιώστε τα αποτελέσματα σχεδιάζοντας το κύκλωμα της εικ. (α) στο λογαριασμό σας στο *Multisim Live*

Παράδειγμα 3.10

Βρείτε το ρεύμα I_{AB} στο κύκλωμα της εικόνας (α).



(α)

Λύση

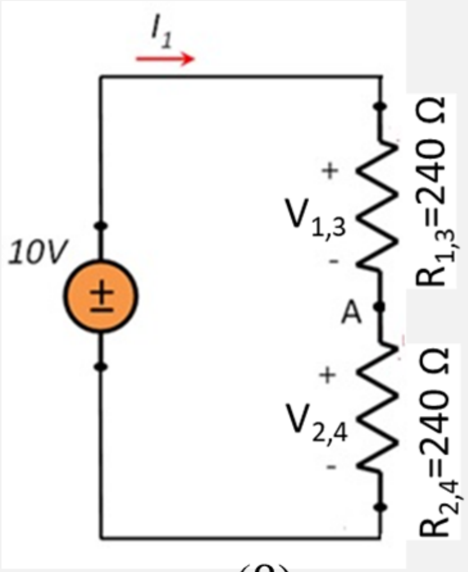
Εικ. (α): Συνδυάζοντας τις παράλληλες αντιστάσεις R_1 και R_3

$$R_{1,3} = R_1 \parallel R_3 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{400 \cdot 600}{400 + 600} = 240\ \Omega$$

καθώς και τις παράλληλες αντιστάσεις R_2και R_4

$$R_{2,4} = R_2 \parallel R_4 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{600 \cdot 400}{600 + 400} = 240\ \Omega$$

το κύκλωμα ισοδυναμεί με της *εικ. (β)*.



(β)

Εικ. (β): Χρησιμοποιώντας διαιρέτη τάσης, εύκολα φαίνεται ότι οι $R_{1,3}$ και $R_{2,4}$ ως ίσες έχουν την ίδια τάση (10 V)/2 = 5 V.

$$V_1 = V_3 = V_{1,3} = \frac{240\ \Omega}{240\ \Omega + 240\ \Omega} \cdot 10\ \text{V} = 5\ V$$

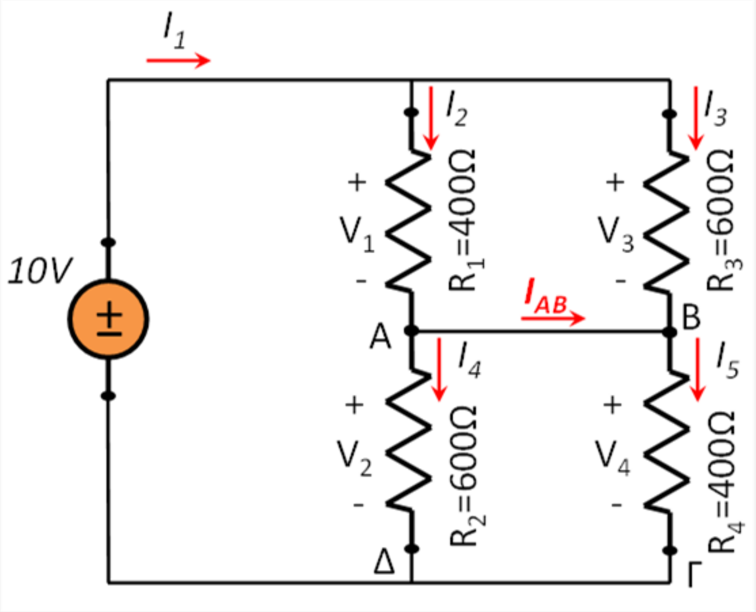
(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)

Εικ. (α): επανερχόμενοι στο αρχικό κύκλωμα, τα ρεύματα I_2, I_4 υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$I_2 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{5\ V}{400\ \Omega} = 0.0125\ A = 12.5\ mA$$

$$I_4 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{5\ V}{600\ \Omega} = 0.0083\ A = 8.3\ mA$$



(α)

Γράφοντας το νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff για τον κόμβο Α, υπολογίζουμε το ζητούμενο ρεύμα I_{AB}

$$I_2 = I_{\mathrm{AB}} + I_4$$

$$I_{\mathrm{AB}} = I_2 - I_4 = 12.5\ mA - 8.3\ mA = \mathbf{4.2\ mA}$$

- Βραχυκύκλωμα
- Ανοικτό κύκλωμα
- Συνδεσμολογία τριγώνου και αστέρα

ΕΙΔΙΚΕΣ ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ

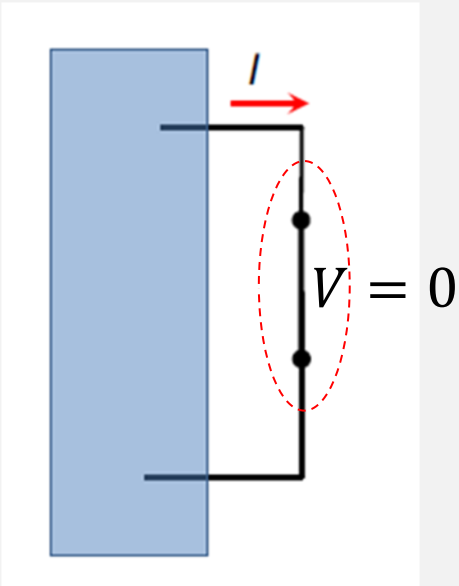
Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων

Βραχυκύκλωμα Short Curcuit (SC)

Το βραχυκύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως ωμική αντίσταση μηδενικής τιμής ($R \approx 0$) ή άπειρης αγωγιμότητας ($G \rightarrow \infty$).

- Η τάση στα άκρα του βραχυκυκλώματος είναι πάντα μηδέν, $V = 0$ (γιατί;)

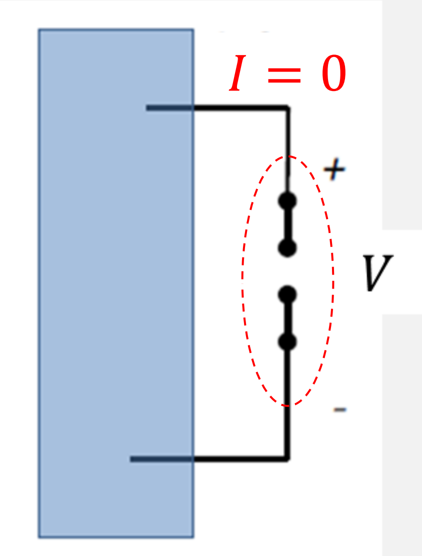
- Το ρεύμα I που διαρρέει το βραχυκύκλωμα μπορεί να έχει <u>οποιαδήποτε</u> τιμή, που εξαρτάται από το υπόλοιπο κύκλωμα.



Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων

Ανοικτό κύκλωμα (ή ανοικτοκύκλωμα)

Open Circuit (OC)



Το ανοικτοκύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως ωμική αντίσταση άπειρης τιμής ($R \rightarrow \infty$) ή μηδενικής αγωγιμότητας ($G \approx 0$).

- Το ρεύμα I που διαρρέει το ανοικτοκύκλωμα είναι πάντα μηδέν.

- Η τάση V στα άκρα ενός ανοικτού κυκλώματος μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή που εξαρτάται από το υπόλοιπο κύκλωμα.

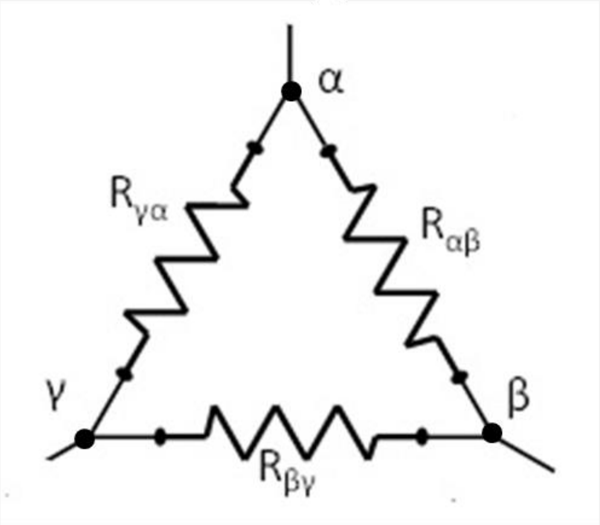
Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων

Συνδεσμολογία τριγώνου (Δ)

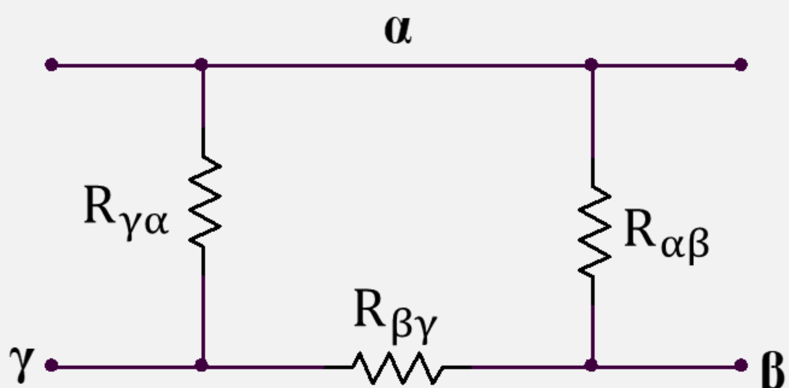
Delta interconnection

Εικ. (α): Η συνδεσμολογία των αντιστάσεων $R_{\alpha\beta}$, $R_{\beta\gamma}$ και $R_{\gamma\alpha}$ ονομάζεται **συνδεσμολογία Δέλτα (Δ) ή Τριγώνου** διότι μοιάζει με το ελληνικό γράμμα Δ (ή με τρίγωνο).

Εικ. (β): Η συνδεσμολογία Δ αναφέρεται και ως συνδεσμολογία **πι (π)** (pi interconnection) διότι μπορεί να διαμορφωθεί σε σχήμα π χωρίς να επηρεαστούν οι σχέσεις μεταξύ των αντιστάσεων.



(α)



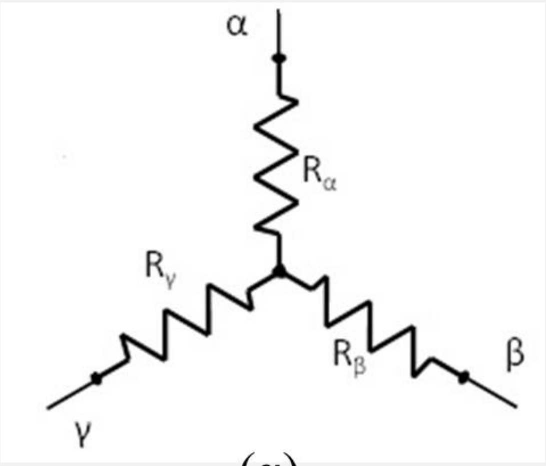
(β)

Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων

Συνδεσμολογία αστέρα (Y)

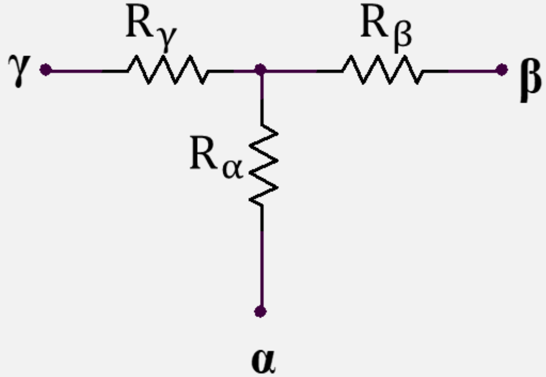
Wye interconnection

Εικ. (α): Η συνδεσμολογία των αντιστάσεων R_α, R_β και R_γ ονομάζεται **συνδεσμολογία Αστέρα (Y)** διότι έχει το σχήμα αστέρα ή συνδεσμολογία Wye, διότι μοιάζει με το γράμμα Y.



(α)

Εικ. (β): Η συνδεσμολογία Y αναφέρεται συχνά και ως συνδεσμολογία **ταυ (τ)** (tee interconnection) διότι το Y μπορεί να διαμορφωθεί σε ένα T χωρίς να επηρεαστούν οι σχέσεις μεταξύ των αντιστάσεων.



(β)

Ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογίας αντιστάσεων

Μετασχηματισμός τριγώνου σε αστέρα (Δ-to-Y)

Delta-to-Wye transformations

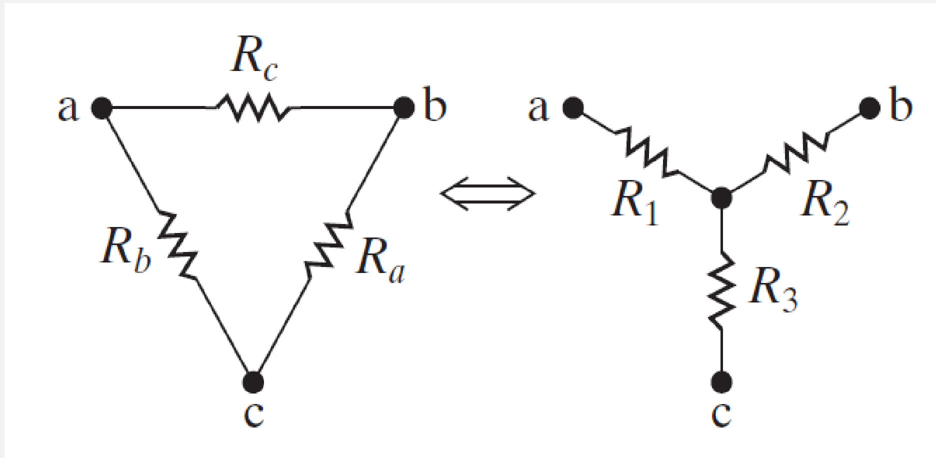
Οι συνδεσμολογίες Δ και Υ ή τριγώνου και αστέρα (στα ελληνικά) εμφανίζονται σε μια μεγάλη ποικιλία χρήσιμων κυκλωμάτων, όπως

- ηλεκτρικοί κινητήρες,
- γεννήτριες
- γραμμές μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας

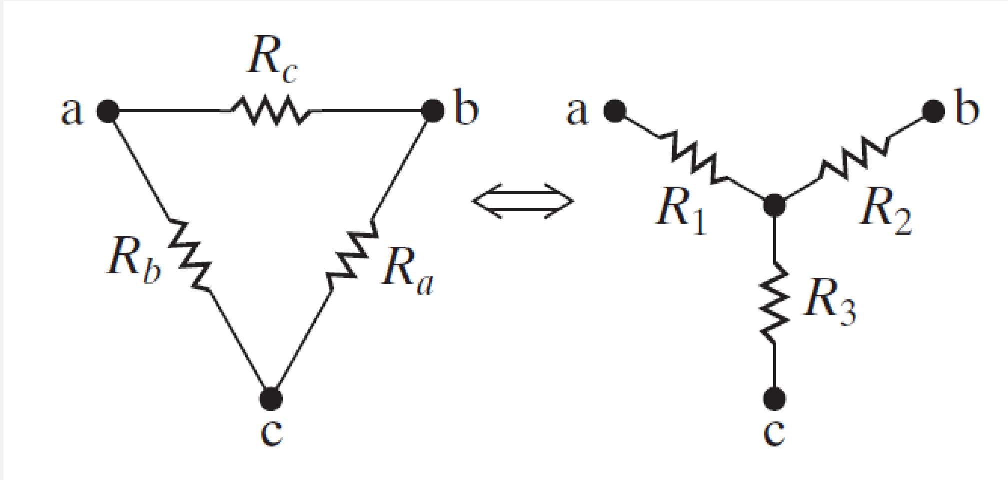
Επομένως, ο μετασχηματισμός Δ σε Υ είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στην ανάλυση κυκλωμάτων

Ισοδυναμία τριγώνου-αστέρα (Δ-to-Y)

Delta-to-Wye equivalent circuits



$$\left.\begin{aligned}
R_{ab} &= \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_2 \\
R_{bc} &= \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} = R_2 + R_3 \\
R_{ca} &= \frac{R_b(R_c + R_a)}{R_a + R_b + R_c} = R_3 + R_4
\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned}
R_1 &= \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \\
R_2 &= \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c} \\
R_3 &= \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}
\end{aligned}\right.$$



$$R_a = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$$

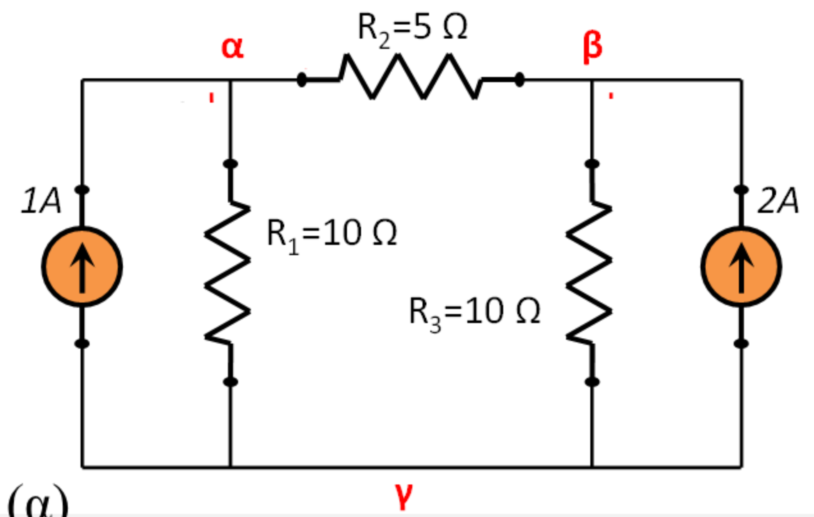
$$R_c = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

Παράδειγμα 3.11 Ανάλυση κυκλώματος με χρήση των σχέσεων ισοδυναμίας Δ-Υ

Να βρεθεί η ισχύς που παρέχουν ή καταναλώνουν οι δύο πηγές ρεύματος του κυκλώματος

Λύση

Εικ. (α): Οι τρεις αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 σχηματίζουν τρίγωνο (ή πι).



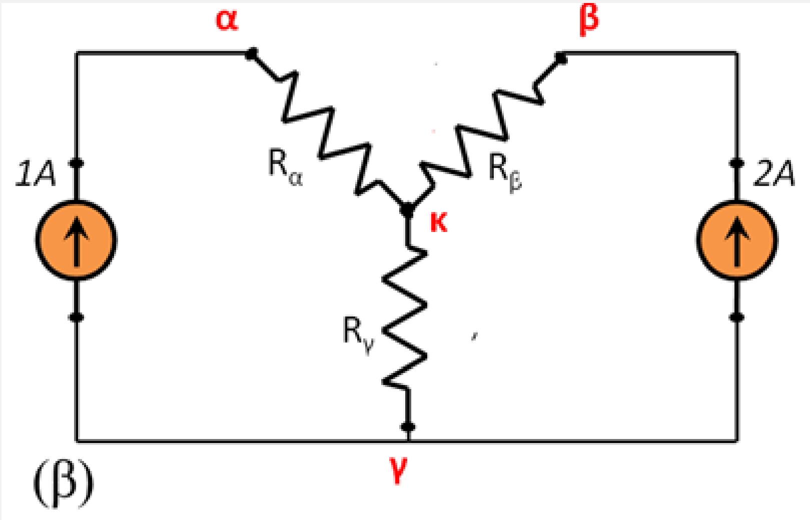
(α)

Εικ. (β): Μετατρέπουμε το τρίγωνο σε δέλτα (αστέρα)

$$R_\alpha = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10 + 10} = 2\ \Omega$$

$$R_\beta = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 5}{5 + 10 + 10} = 2\ \Omega$$

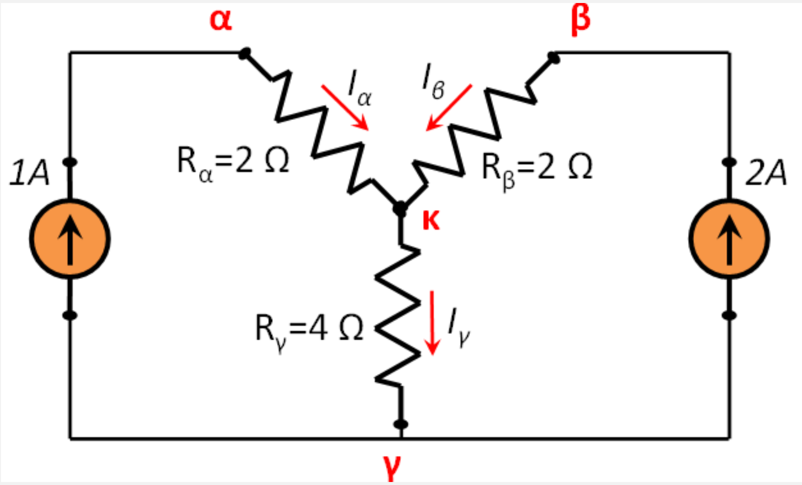
$$R_\gamma = \frac{R_{\gamma\alpha} \cdot R_{\beta\gamma}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 10}{5 + 10 + 10} = 4\ \Omega$$



(β)

(συνεχίζεται . . .)

Λύση (. . . συνέχεια)



Τα ρεύματα στις αντιστάσεις του αστέρα είναι

$$\mathrm{I}_\alpha = 1\ \mathrm{A}$$

$$\mathrm{I}_\beta = 2\ \mathrm{A}$$

$$\mathrm{I}_\gamma = \mathrm{I}_\alpha + \mathrm{I}_\beta = 3\ \mathrm{A}$$

Οι πτώσεις τάσης στις αντιστάσεις R_α, R_β και R_γ υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$\mathrm{V}_{\alpha\kappa} = \mathrm{I}_\alpha \cdot \mathrm{R}_\alpha = (1\ \mathrm{A})(2\ \Omega) = 2\ \mathrm{V}$$

$$\mathrm{V}_{\beta\kappa} = \mathrm{I}_\beta \cdot \mathrm{R}_\beta = (2\ \mathrm{A})(2\ \Omega) = 4\ \mathrm{V}$$

$$\mathrm{V}_{\kappa\gamma} = \mathrm{I}_\gamma \cdot \mathrm{R}_\gamma = (I_\alpha + I_\beta) \cdot \mathrm{R}_\gamma = (3\ \mathrm{A})(4\Omega) = 12\ \mathrm{V}$$

Επομένως, η ισχύς της πηγής ρεύματος 1 A, είναι

$$P_{1A} = V_{\alpha\gamma} \cdot 1\mathrm{A} = (2\ \mathrm{V} + 12\ V)(1\ A) = \boldsymbol{14\ W}$$

και της πηγής ρεύματος 2 A,

$$P_{2A} = V_{\beta\gamma} \cdot 2\mathrm{A} = (4\ V + 12\ V)(2\ A) = \boldsymbol{32\ W}$$

Έλεγξε την απάντηση: LNCh3_Circuit02

στο MulisimLive group ECE-UOWM MK18

https://www.multisim.com/groups/ece-uowm-mk18/