

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

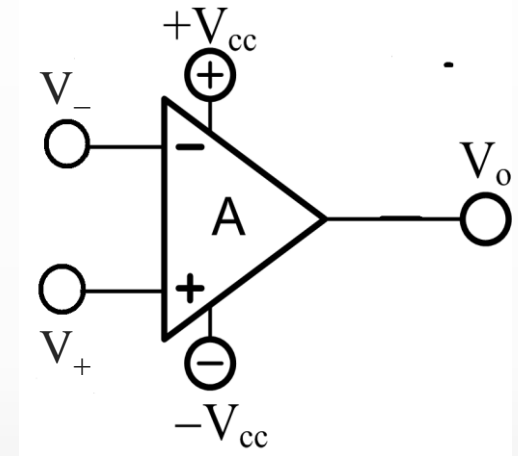
ΕΝΟΤΗΤΑ 2^Η

ΜΕΡΟΣ Ε΄

Ρύθμιση σήματος - Τελεστικός ενισχυτής

Τελεστικοί ενισχυτές

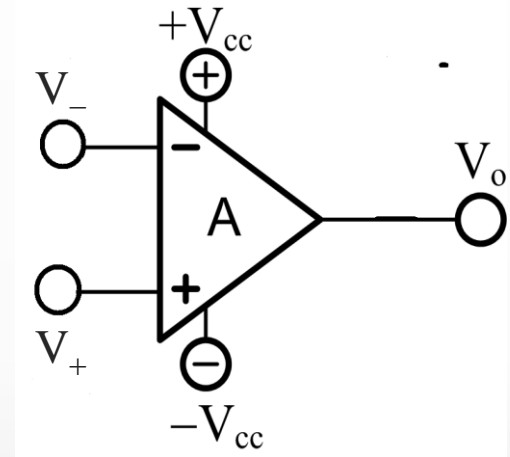
- Οι τελεστικοί ενισχυτές (operational amplifiers ή, op-amps) είναι ηλεκτρονικές συσκευές γενικής χρήσης στην επεξεργασία σήματος των αισθητήρων.
- Είναι στοιχεία δύο εισόδων (V_+ και V_-) και μίας εξόδου (V_o).
- Η είσοδος V_- (σημειώνεται με -) ονομάζεται αναστρέφουσα είσοδος (inverting input).
- Η είσοδος V_+ (σημειώνεται με +) ονομάζεται μη-αναστρέφουσα είσοδος (non-inverting input)



Τελεστικοί ενισχυτές (συνέχεια)

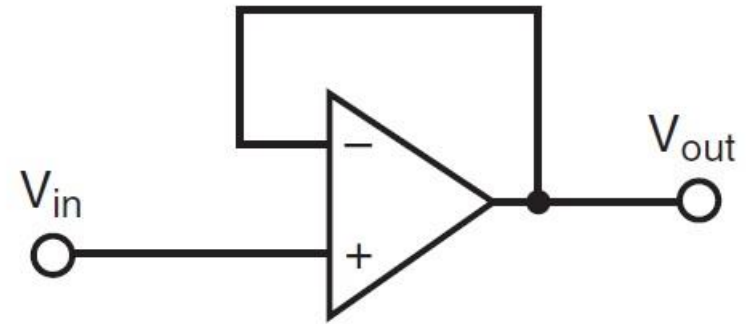
$$V_o = A \cdot (V_+ - V_-)$$

- Η τάση εξόδου (V_o) ισούται με τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο εισόδων
- πολλαπλασιασμένη επί έναν πολύ μεγάλο αριθμό A (περίπου 10^5), το κέρδος (gain) του ενισχυτή
- $+V_{cc}$ και $-V_{cc}$ είναι η διπολική τάση τροφοδοσίας του ενισχυτή (π.χ., $+V_{cc} = +15\text{ V}$ και $-V_{cc} = -15\text{ V}$).



Τελεστικοί ενισχυτές με ανάδραση

- Η ανάδραση (feedback), δηλαδή η σύνδεση της εξόδου με μία από τις εισόδους, είναι μια ιδιαίτερα χρήσιμη τεχνική που χρησιμοποιείται στην πράξη στις εφαρμογές των τελεστικών ενισχυτών.
- Ακόλουθος τάσης (voltage follower) είναι ένα κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή στην οποία η αναστρέφουσα είσοδος συνδέεται άμεσα στην έξοδο.



- Στον ακόλουθο τάσης, η έξοδος γίνεται πάντα ίση (ακολουθεί) την είσοδο,

$$V_{out} = V_{in}$$

- Ο ακολουθητής τάσης χρησιμεύει για την απομόνωση μιας βαθμίδας ενός κυκλώματος με μεγάλη αντίσταση εξόδου από άλλη βαθμίδα με μικρή αντίσταση εισόδου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Αποδείξτε ότι στον ακόλουθο τάσης, η έξοδος είναι πάντα ίση (ακολουθεί) την είσοδο,

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}}$$

Απόδειξη:

$$V_{\text{out}} = A \cdot (V_+ - V_-)$$

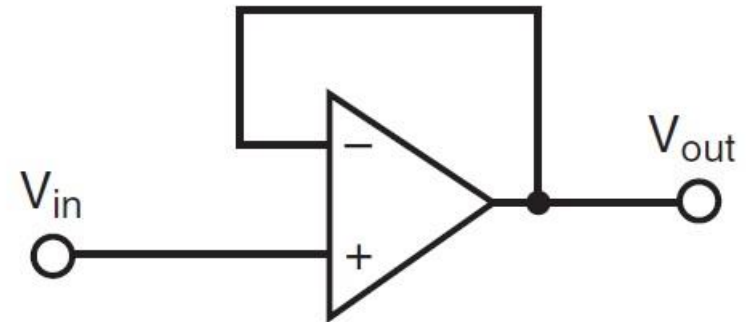
$$V_{\text{out}} = A \cdot (V_+ - V_{\text{out}})$$

$$V_{\text{out}} + A \cdot V_{\text{out}} = A \cdot V_+$$

$$(1 + A)V_{\text{out}} = A \cdot V_+$$

$$V_{\text{out}} = \frac{A}{(1 + A)} V_+$$

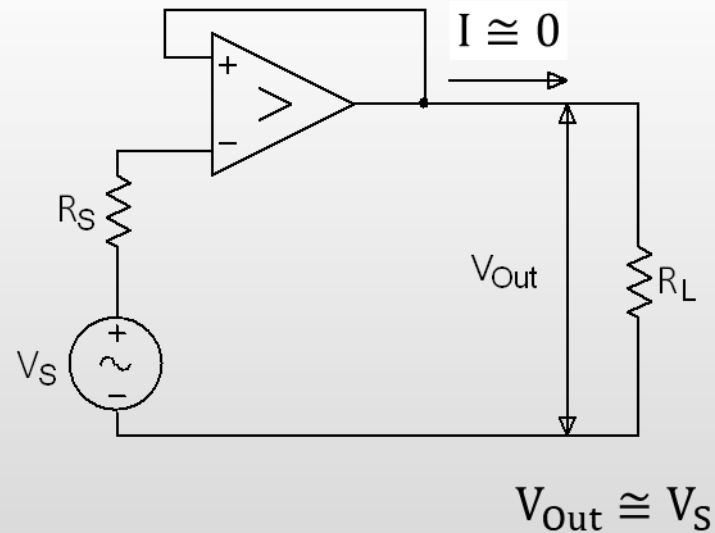
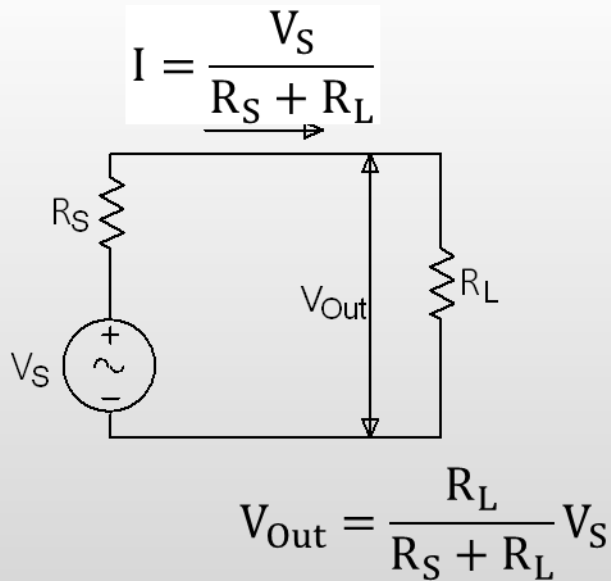
Επειδή, $1 + A \cong A$ (π.χ., $1+100000 \cong 100000$), πρακτικά, έχουμε $V_{\text{out}} = V_+$



Ο Ακόλουθος τάσης (voltage follower) αναφέρεται και σαν

- ενισχυτής μοναδιαίου κέρδους (unity-gain amplifier)
- Ενισχυτής απομόνωσης (isolation amplifier) ή
- buffer amplifier

Αποτρέπει το φαινόμενο φορτίου διασφαλίζοντας ότι οι αλλαγές στο φορτίο R_L δεν επηρεάζουν την πηγή σήματος στο φορτίο (V_{out}).



Ανάλυση κυκλώματος Τ. Ε. με ανάδραση

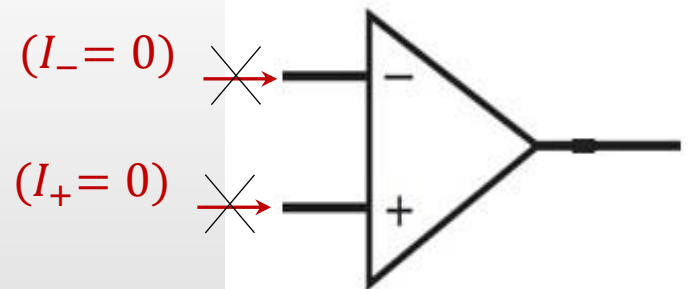
Ένα κύκλωμα του τελεστικού ενισχυτή με αρνητική ανάδραση μπορεί να αναλυθεί εύκολα χρησιμοποιώντας τους δύο 'χρυσούς' κανόνες των τελεστικών ενισχυτών

"Sensor Technology Handbook", ed. J.S. Wilson

1^{ος} κανόνας

Λόγω της πολύ μεγάλης αντίστασης εισόδου, καθόλου ρεύμα δεν ρέει μέσα στις εισόδους του τελεστικού ενισχυτή, δηλαδή

$$I_+ = I_- = 0$$

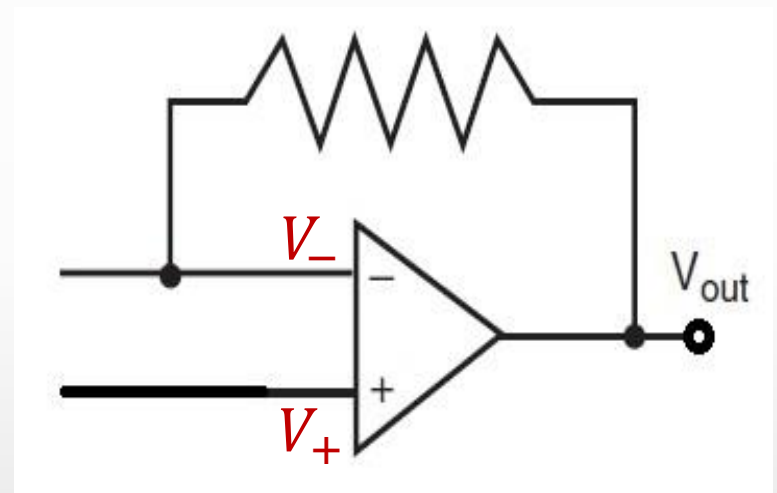


Ανάλυση κυκλώματος Τ. Ε. με ανάδραση (συνέχεια)

2^{ος} κανόνας

Όταν ο τελεστικός ενισχυτής είναι διαμορφωμένος για αρνητική ανάδραση, η έξοδος κάθε στιγμή έχει εκείνη την τιμή που κάνει τις τάσεις των δύο εισόδων να είναι ίσες,

$$V_- = V_+$$



Αντιστρέφων ενισχυτής

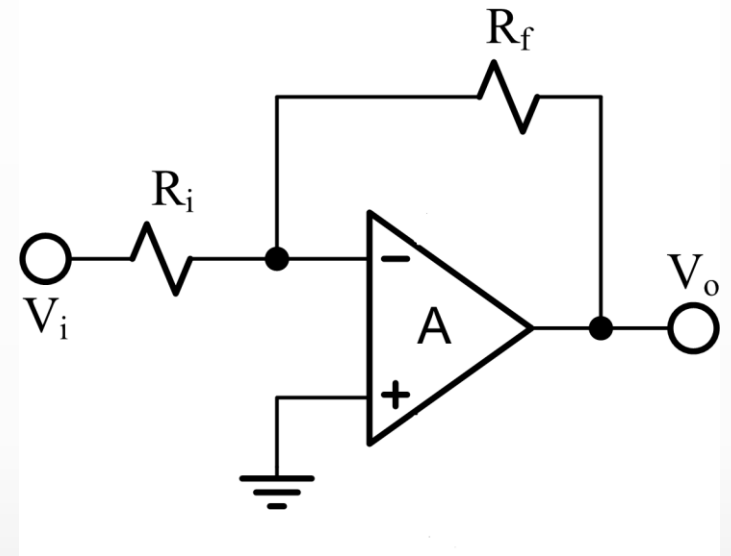
Ο αναστρέφων ενισχυτής (inverting amplifier) είναι ένα κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή συνδεσμοποιημένου όπως στο κύκλωμα παρακάτω, όπου

- R_i η αντίσταση εισόδου
- R_f η αντίσταση ανάδρασης (feedback resistor)

Σε έναν αναστρέφοντα ενισχυτή:

$$V_o = -\frac{R_f}{R_i} \cdot V_i$$

Απόδειξη
→



Απόδειξη της σχέσης $V_o = -\frac{R_f}{R_i} \cdot V_i$:

Είσοδος V_+ γειωμένη, επομένως, $V_+ = 0$

$V_- = V_+ = 0$ (2^{ος} χρυσός κανόνας)

Έστω I το ρεύμα εισόδου.

Εφόσον, ρεύμα δεν εισέρχεται στην αναστρέφουσα είσοδο (1^{ος} χρυσός κανόνας),

R_i και R_f είναι σε σειρά

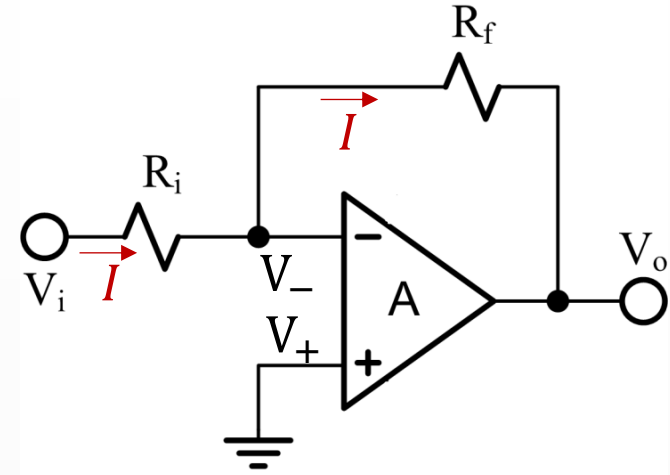
Από το νόμο του Ohm στις R_i και R_f

$$I = \frac{V_i - (V_-)}{R_i} = \frac{V_i}{R_i}$$

$$I = \frac{(V_-) - V_o}{R_f} = -\frac{V_o}{R_f}$$

Εξισώνοντας,

$$V_o = -\frac{R_f}{R_i} \cdot V_i$$



Μη-αναστρέφων ενισχυτής (non-inverting op amp)

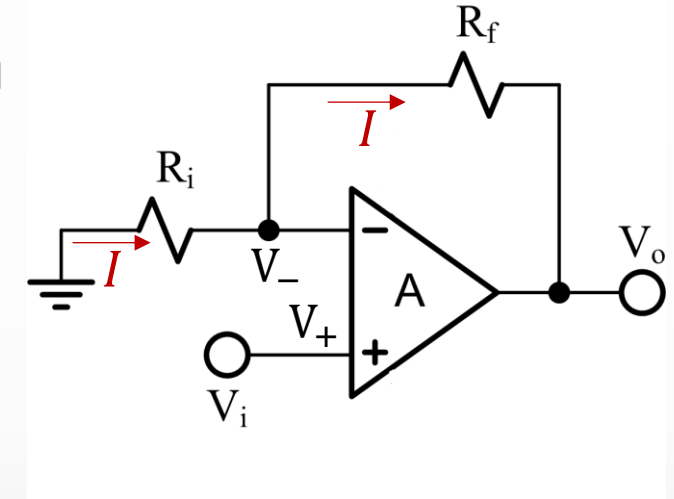
- Το σήμα εισόδου (V_i) εφαρμόζεται στη μη-αναστρέφουσα είσοδο.
- Τάση εξόδου στον μη-αναστρέφοντα ενισχυτή

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \cdot V_i$$

Απόδειξη:

$$V_- = V_+ = V_i \text{ (2ος κανόνας)}$$

Έστω I το ρεύμα στη μη αναστρέφουσα είσοδο



Εφόσον, ρεύμα δεν εισέρχεται στην αναστρέφουσα είσοδο (1ος κανόνας), το ίδιο ρεύμα I θα διαρρέει και την αντίσταση ανάδρασης R_f .

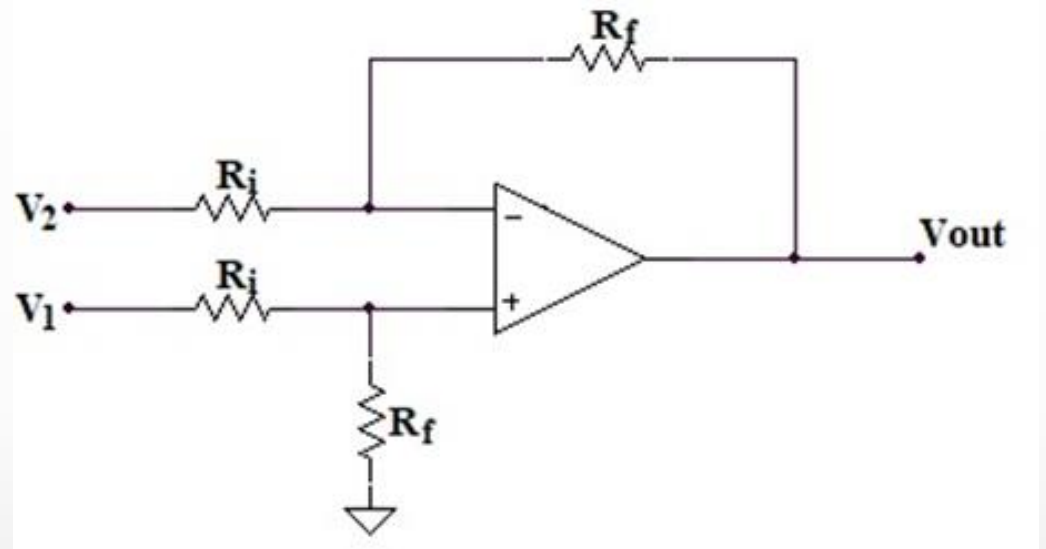
Από το νόμο του Ohm στις R_i και R_f : $I = \frac{0 - V_i}{R_i} = -\frac{V_i}{R_i}$ και $I = \frac{V_i - V_o}{R_f}$

και εξισώνοντας

$$\frac{V_i - V_o}{R_f} = -\frac{V_i}{R_i} \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \cdot V_i$$

Ο Διαφορικός Ενισχυτής (differential amplifier)

- Διαφορικός ή ενισχυτής διαφοράς (difference amplifier) χρησιμοποιείται συχνά στα συστήματα μετρήσεων
- όταν υπάρχει ανάγκη ενίσχυσης μιας τάσης που δεν έχει κοινό σημείο με τη γείωση (π.χ., η τάση εξόδου μιας γέφυρας)



- Τάση εξόδου διαφορικού ενισχυτή:

$$V_{out} = \frac{R_f}{R_i} \cdot (V_1 - V_2)$$

Η έξοδος του διαφορικού Τ.Ε.

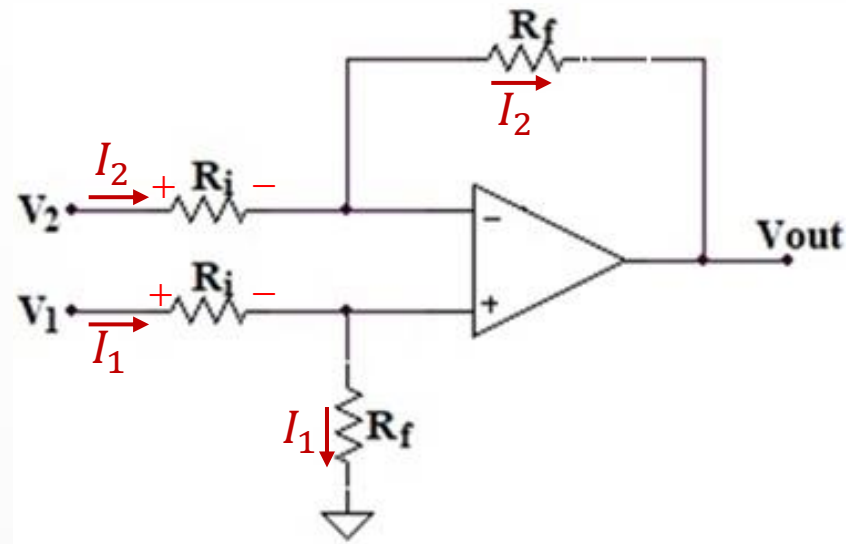
Απόδειξη

Έστω I_1 και I_2 τα ρεύματα στις εισόδους.

Γράφοντας τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff μεταξύ V_1 και V_2 έχουμε

$$V_1 - I_1 R_i + I_2 R_i = V_2$$

$$V_1 - V_2 = I_1 R_i - I_2 R_i$$



Από το νόμο του Ohm έχουμε: $I_1 = \frac{V_1}{R_i + R_f}$ και $I_2 = \frac{V_2 - V_{out}}{R_i + R_f}$

και αντικαθιστώντας παίρνουμε: $V_1 - V_2 = \frac{V_1}{R_i + R_f} R_i - \frac{V_2 - V_{out}}{R_i + R_f} R_i$

Λύνοντας ως προς V_{out}

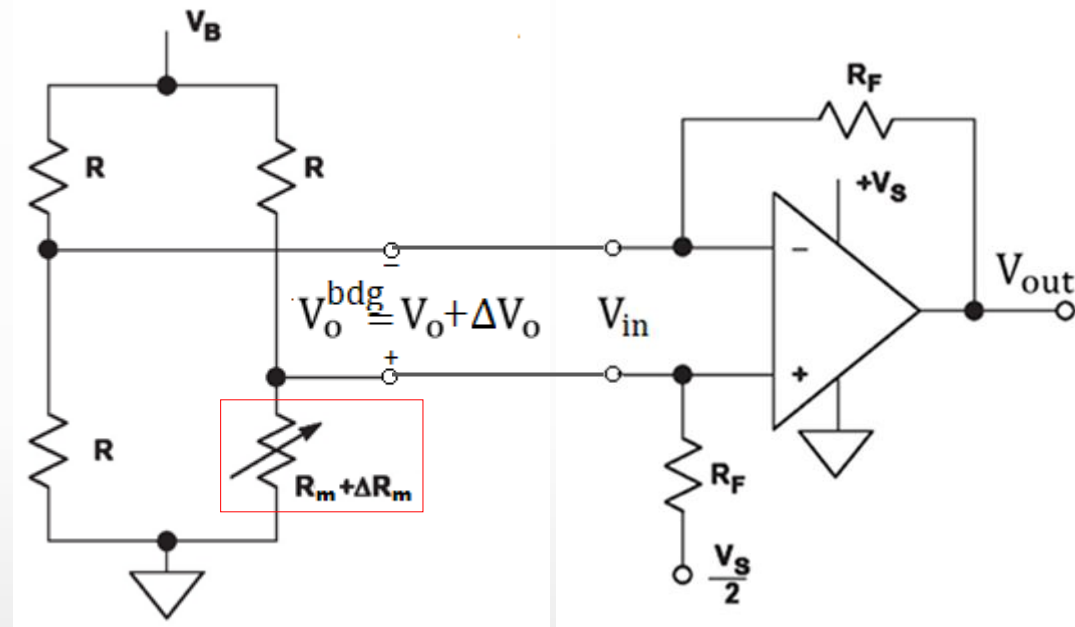
$$V_{out} = \frac{R_f}{R_i} \cdot (V_1 - V_2)$$

Ενίσχυση της εξόδου γέφυρας με τελεστικό ενισχυτή

Μια γέφυρα,

- με dc τροφοδοσία τάσης V_B ,
- έναν αισθητήρα αντίστασης $R_m + \Delta R_m$ στο ένα σκέλος της
- και 3 ίσες γνωστές σταθερές αντιστάσεις R στα άλλα,

χρησιμοποιείται πολύ συχνά για το μετασχηματισμό των μεταβολών της αντίστασης ΔR_m ενός αισθητήρα σε μεταβολές τάσης ΔV_o στην έξοδό της



Τάξη μεγέθους εξόδου γέφυρας $\Delta V_o \sim 1 \text{ mV}$

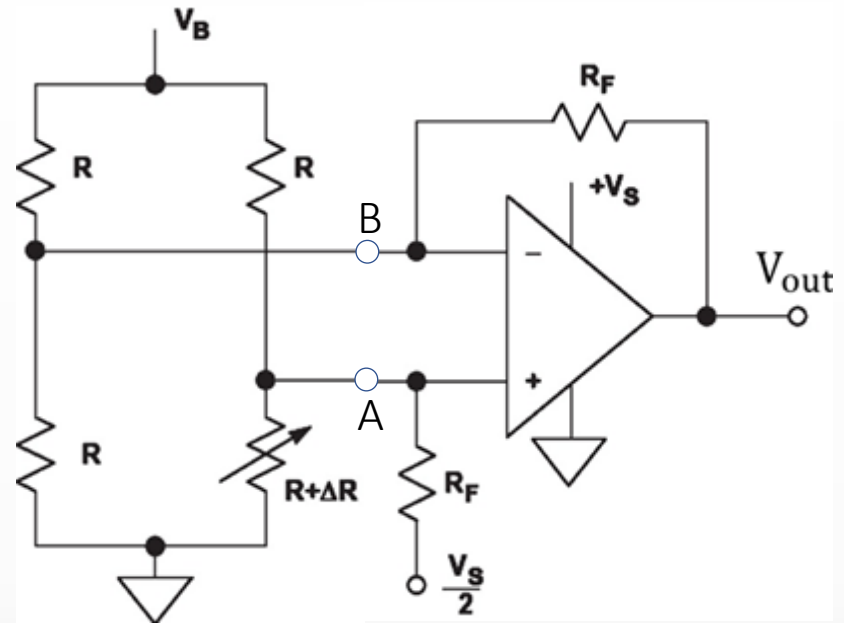
Για την ενίσχυση σήματος αισθητήρα, η έξοδος της γέφυρας συνδέεται σε έναν Τ.Ε.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Αποδείξτε ότι η τάση εξόδου V_{out} του τελεστικού ενισχυτή της εικόνας, με $R = R_F$ και $V_B = V_S$, δίνεται από τη σχέση

$$V_{out} = \frac{V_S}{2} + \frac{V_S}{2} \cdot \delta$$

όπου, $\delta = \frac{\Delta R}{R}$



“Sensor Handbook Technology”, ed. Jon S. Wislon

Λύση

Για απλοποίηση, ας αντικαταστήσουμε το κύκλωμα της γέφυρας με το ισοδύναμό του Thevenin (για υπολογισμό ισοδύναμου Thevenin γέφυρας, βλ. Ηλεκτρικά Κυκλώματα I, κεφ. 4)

Αποσυνδέουμε τον ΤΕ

$$V_{th}^{bdg} = V_{AB} = \left(\frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + R} - \frac{R}{R + R} \right) V_B = \frac{\delta}{4 + 2\delta} V_B$$

Λύση (συνέχεια)

$$R_{th}^{bdg} = R_{AB} = R \parallel R + R \parallel (R + \Delta R)$$

$$R_{th}^{bdg} = \frac{R}{2} + \frac{R + \Delta R}{2 + \delta}$$

$$R_{th}^{bdg} = \frac{4 + 3\delta}{4 + 2\delta} R$$

Αντικαθιστώντας τη γέφυρα, εικ. (α), με το ισοδύναμό της, έχουμε, εικ. (β)

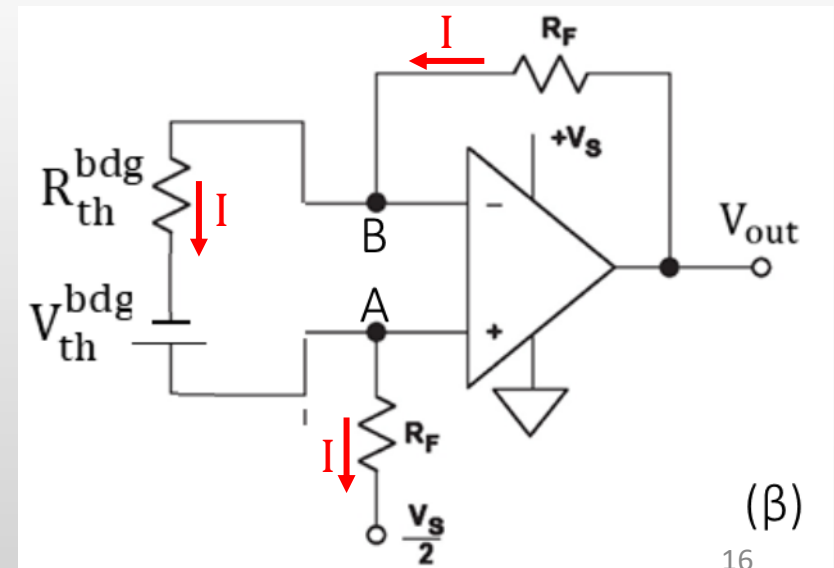
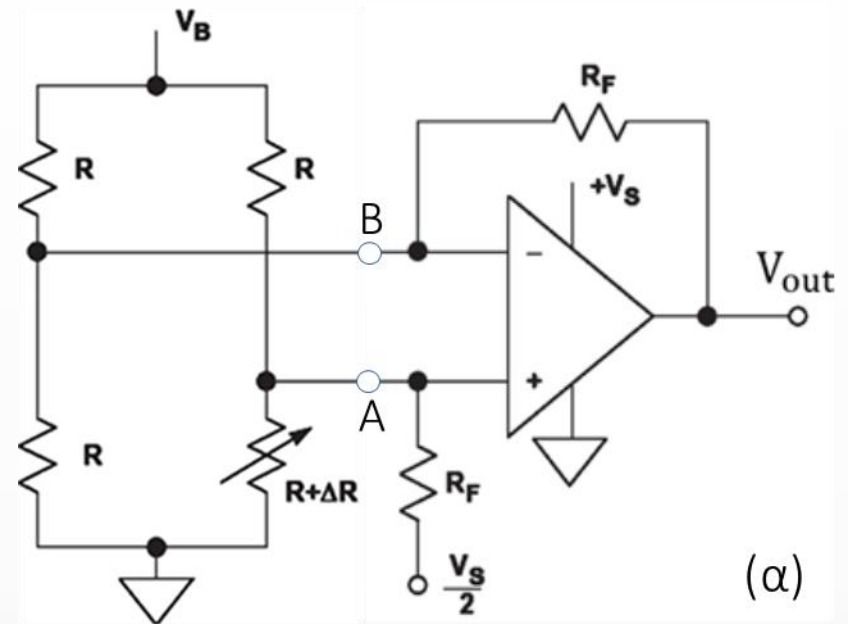
Έστω I το ρεύμα στο κύκλωμα (γιατί;)

Γράφοντας το νόμο τάσεων Kirchhoff (θυμηθείτε, $V_A = V_B$) έχουμε

$$-IR_{th}^{bdg} + V_{th}^{bdg} = 0$$

και

$$V_{out} - IR_F - IR_F = \frac{V_S}{2}$$



Λύση (συνέχεια)

$$-IR_{th}^{bdg} + V_{th}^{bdg} = 0$$

$$V_{out} - 2IR_F = \frac{V_S}{2}$$

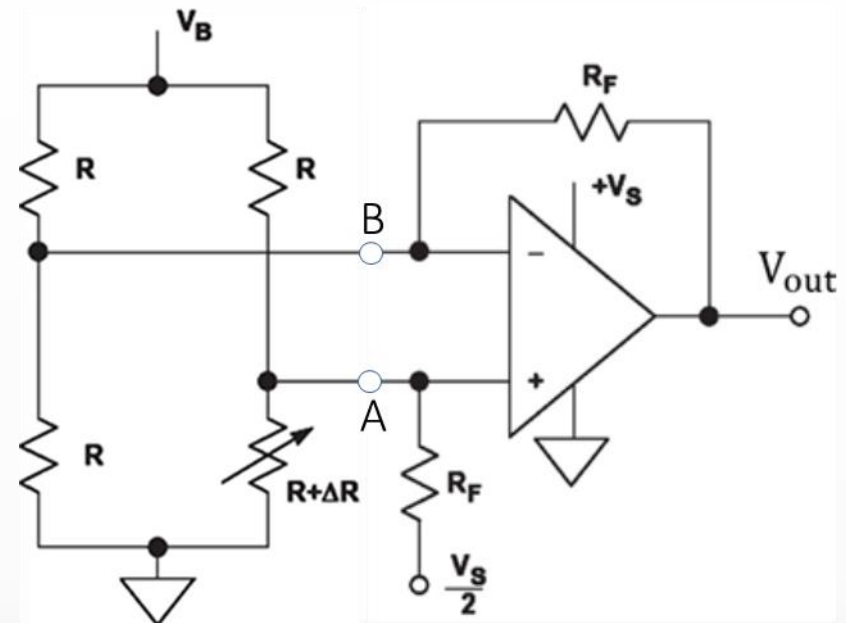
Απαλείφοντας το ρεύμα I μεταξύ των δύο σχέσεων, παίρνουμε

$$V_{out} = 2 \frac{V_{th}^{bdg}}{R_{th}^{bdg}} R_F + \frac{V_S}{2}$$

$$V_{out} = 2 \frac{\frac{\delta}{4 + 2\delta} V_S}{\frac{4 + 3\delta}{4 + 2\delta} R} R_F + \frac{V_S}{2}$$

$$V_{out} = 2 \frac{\delta}{4 + 3\delta} V_S + \frac{V_S}{2}$$

Για $\delta \ll 1$, παίρνουμε $V_{out} = \frac{V_S}{2} + \frac{V_S}{2} \delta$



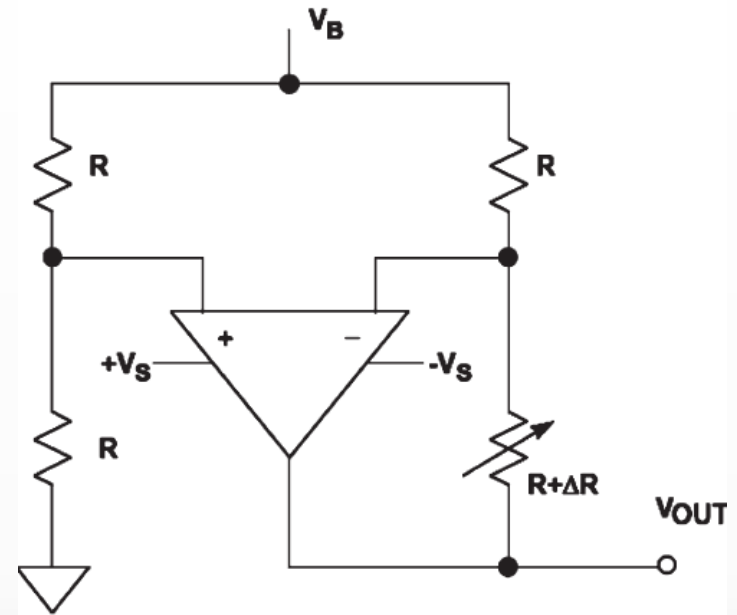
ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Η εικόνα δείχνει το κύκλωμα μιας ενεργά μεταβαλλόμενης γέφυρας απλού στοιχείου. Ο ΤΕ επιβάλλει μηδενισμό εξόδου (forced null), δηλαδή, ισορροπία, προσθέτοντας μια τάση σε σειρά με τον μεταβαλλόμενο κλάδο του αισθητήρα ($R+\Delta R$)

Αυτή η τάση είναι ίση σε μέγεθος και αντίθετης πολικότητας προς τη μεταβολή της τάσης στο μεταβαλλόμενο κλάδο και είναι γραμμική προς τη μεταβολή ΔR .

Αυτή η ενεργός γέφυρα έχει διπλάσια ενίσχυση ως προς την απλή γέφυρα απλού στοιχείου και η έξοδός της είναι γραμμική ως προς τη μεταβολή ΔR ακόμη και για μεγάλες τιμές του ΔR

Αποδείξτε ότι $V_{OUT} = -V_B \left[\frac{\Delta R}{2R} \right]$



ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Η πηγή ρεύματος Howland (Howland Current Source - HCS) είναι ένα καλό παράδειγμα πηγής ρεύματος ελεγχόμενης από τάση.

$$\text{Αποδείξτε ότι } I_{\text{out}} = \frac{V_{\text{in}}}{R_1}$$

