

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 5^Η

Μέτρηση ηλεκτρικής ισχύος και ενέργειας

Αναφορές

Μεγάλο μέρος αυτών των σημειώσεων βασίστηκε στις παρακάτω αναφορές από εταιρείες ειδικευμένες στην ανάπτυξη υλικού και λογισμικού σε συστήματα μέτρησης της ποιότητας ηλεκτρικής ισχύος

<https://fact.talentlms.com/unit/view/id:3741> (“Electrical Power Explained”, FLUKE online courses)

<http://www.ni.com/pdf/manuals/373375j.zip> (“Electrical Power Concepts”: πληροφορίες σχετικά με έννοιες ανάλυσης ηλεκτρικής ενέργειας για χρήση στο πρόγραμμα Electrical Power Toolkit του LabVIEW)

Ποιότητα Ηλεκτρικής Ισχύος (Power Quality)

Ποιότητα Ισχύος

- Μονάδες παραγωγής - η ποιότητα ισχύος αναφέρεται στην ικανότητα των γεννητριών να παράγουν ενέργεια με διακυμάνσεις στα κατάλληλα όρια.
- Δίκτυα μεταφοράς και διανομής - η ποιότητα ισχύος σημαίνει ότι οι διακυμάνσεις τάσης βρίσκονται σε κατάλληλα όρια.

Πρότυπα ποιότητας ισχύος (Power Quality Standards)

- καθορίζουν τις μεθόδους μέτρησης των παραμέτρων ποιότητας ισχύος και θέτουν όρια στα επίπεδα διακύμανσης της τάσης, του ρεύματος και της συχνότητας.

Πρότυπα μέτρησης της ποιότητα ηλεκτρικής ισχύος (Power quality measurement standards)

- Καθορίζουν μεθόδους μέτρησης των παραμέτρων ποιότητας ισχύος

Πρότυπο	Τεχνικές ελέγχου και μέτρησης που καθορίζει
IEC 61000-4-7:2009, Electromagnetic Compatibility (EMC)	Γενικός οδηγός για τις μετρήσεις και τα όργανα μέτρησης αρμονικών (harmonics) και διααρμονικών (interharmonics) για τα συστήματα παροχής ηλεκτρικής ισχύος και τις συσκευές που συνδέονται σε αυτά
IEC 61000-4-15:2010, Electromagnetic Compatibility (EMC)	Flickermeter (Flicker = τρεμόπαιγμα τάσης) – Προδιαγραφές λειτουργίας και σχεδίασης
IEC 61000-4-30:2008, Electromagnetic Compatibility (EMC)	Μέθοδοι μέτρησης ποιότητας ισχύος

Οι αλλαγές στα σύγχρονα ηλεκτρικά δίκτυα

- A. Αλλαγές στο χαρακτήρα των ηλεκτρικών φορτίων
 - Φωτισμός: αντικατάσταση λαμπτήρων πυρακτώσεως από LED
 - Κίνηση: αντικατάσταση άμεσα συζευγμένων ηλεκτρικών κινητήρων από κινητήρες μεταβλητής ταχύτητας μέσω εναλλακτών (inverters)
- B. Αλλαγές στο χαρακτήρα των πηγών ηλεκτρικής ισχύος
 - Διάσπαρτες φωτοβολταϊκές εγκαταστάσεις και ανεμογεννήτριες χαρακτηριζόμενες από έντονη ημερήσια (ή και ωριαία) διακύμανση παραγωγής αντικαθιστούν μερικώς τους κεντρικά ελεγχόμενους σταθμούς, κυρίως θερμοηλεκτρικούς

Αποτέλεσμα

Περισσότερες αρμονικές και μεγαλύτερος κίνδυνος ανισορροπίας.

Η "κακή" ποιότητα της ηλεκτρικής ενέργειας στοιχίζει σε χρήματα και σπατάλη ενέργειας.

Οι αλλαγές στα σύγχρονα ηλεκτρικά δίκτυα επιβάλλουν αυξημένες απαιτήσεις στα συστήματα μέτρησης ηλεκτρικής ισχύος

- Η αντιμετώπιση των προβλημάτων της ποιότητας της ηλεκτρικής ενέργειας απαιτεί περισσότερη κατανόηση των διαταραχών στο ηλεκτρικό δίκτυο.
- Η κατανόηση και πρόληψη των διαταραχών δικτύου ξεκινά από τη συνεχή και εξελιγμένη μέτρηση και καταγραφή (τάσης, ρεύματος, ισχύος)
- Απαιτεί την ανάπτυξη σύγχρονων οργάνων μέτρησης (smart meters) με σύνθετες υπολογιστικές δυνατότητες και με ικανότητα μετάδοσης και επεξεργασίας δεδομένων (internet of energy, IoE)

DC Ισχύς

- Τροφοδοτικά (βρίσκονται σε πολλούς τύπους ηλεκτρονικού εξοπλισμού)
- Στις μεταφορές - αυτοκίνητα και σιδηροδρομικές
- DC κινητήρες
- PV (τα φωτοβολταϊκά παράγουν dc ηλεκτρική ισχύ)

Παράδειγμα: DC πηγή (DC source, battery) 6 Volt που τροφοδοτεί λαμπτήρα πυρακτώσεως 6 Watt με ρεύμα 1 Amp

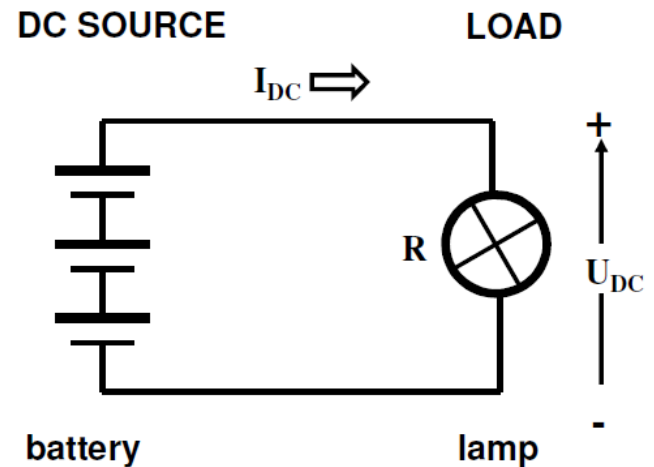
Ισχύς

$$P = V_{DC} \cdot I_{DC} = R \cdot I_{DC}^2 = V_{DC}^2 / R \text{ (W)}$$

Ενέργεια

$$W \text{ ή } E = P \cdot t \text{ (Wh)}$$

$$= \sum (P(\Delta t) \cdot \Delta t) = \int P(t) dt$$

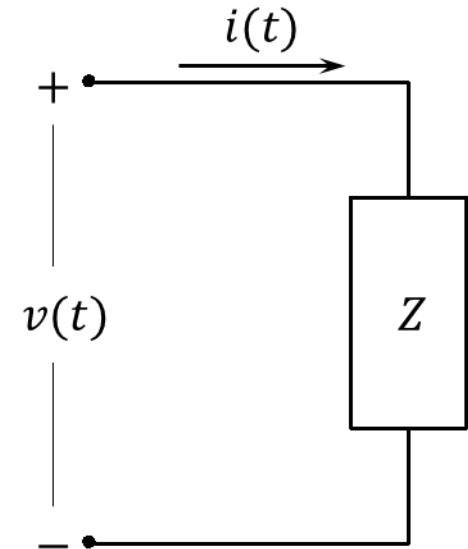


AC Ισχύς

- Η **στιγμιαία ισχύς** που καταναλώνεται στο φορτίο σύνθετης αντίστασης Z

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

όπου, $v(t)$ και $i(t)$ οι στιγμιαίες τιμές τάσης και ρεύματος στο φορτίο, αντίστοιχα.



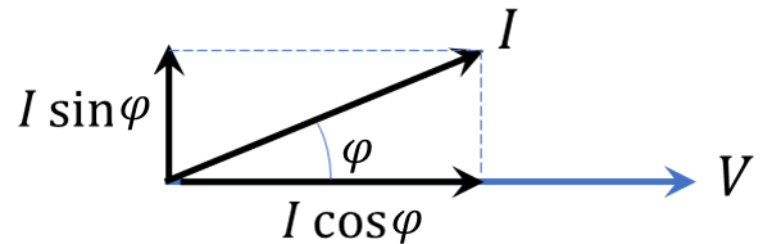
- Σε περίπτωση εναλλασσόμενων μεγεθών, κυκλικής συχνότητας ω , η **μέση ισχύς** σε διάστημα μιας περιόδου T είναι

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = VI \cos \varphi$$

όπου, V, I οι ενεργές τιμές τάσης και ρεύματος, αντίστοιχα και φ η διαφορά φάσης μεταξύ τους

Πραγματική και φαινόμενη ισχύς – Τρίγωνο ισχύος

Αναλύοντας διανυσματικά τάση, ρεύμα προκύπτουν οι συνιστώσες ισχύος στο εναλλασσόμενο ρεύμα



- Ενεργός ισχύς (active power) P

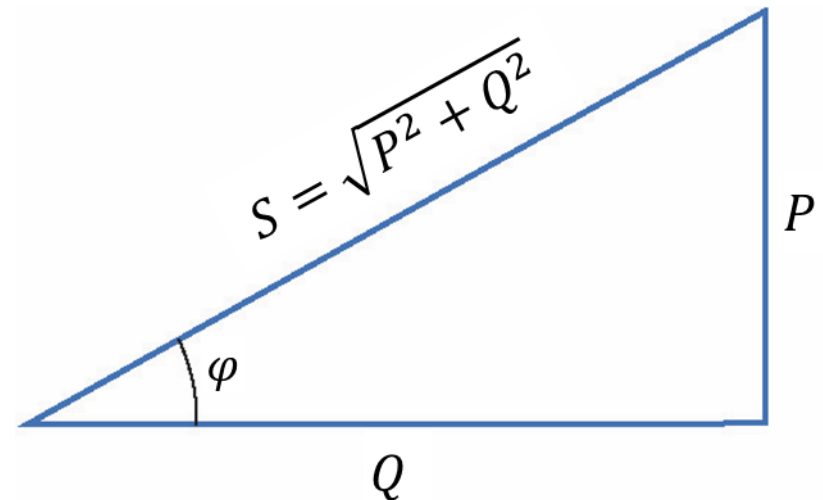
$$P = \bar{P} = VI \cos \varphi \quad \text{σε W}$$

- Άεργος ισχύς (reactive power) Q

$$Q = VI \sin \varphi \quad \text{σε VAR}$$

- Φαινόμενη ισχύς (apparent power) S

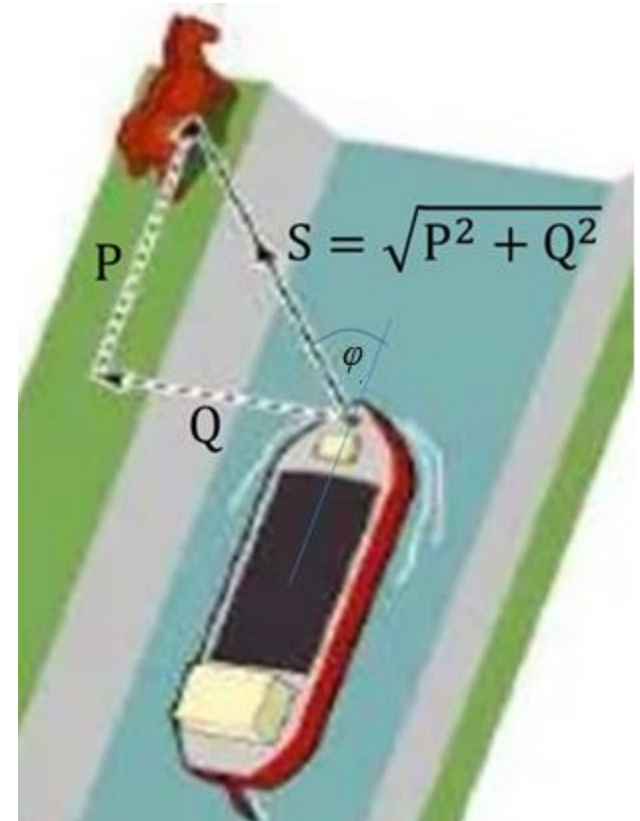
$$S = V \cdot I \quad \text{σε VA}$$



Τρίγωνο ισχύος στο AC

Ένα μηχανικό ισοδύναμο των συνιστωσών της ηλεκτρικής ισχύος – Η ιστορική μεταφορά του πλοιαρίου διώρυγας

- Το πλοιάριο αντιπροσωπεύει το ηλεκτρικό φορτίο, το άλογο τη γεννήτρια και το καλώδιο το ηλεκτρικό δίκτυο.
- Επειδή το άλογο τραβά το σκάφος υπό γωνία θ , πρέπει να αντιμετωπίσει δύο δυνάμεις: την επιθυμητή δύναμη προς τα εμπρός P και την ανεπιθύμητη πλευρική δύναμη Q . Η πίεση στο καλώδιο είναι $\sqrt{P^2 + Q^2}$.
- Έτσι και το ηλεκτρικό δίκτυο πρέπει να αντιμετωπίσει δύο συνιστώσες ισχύος εάν η τάση και το ρεύμα ενός φορτίου βρίσκονται υπό γωνία μεταξύ τους:
 - την **ενεργό ισχύ** (active power) P , που παράγει έργο και
 - την **άεργο ισχύ** (reactive power) Q , που δεν παράγει έργο.
 - Η **φαινόμενη ισχύς** (apparent power) S αντιπροσωπεύει τη συνολική επιβάρυνση του δικτύου



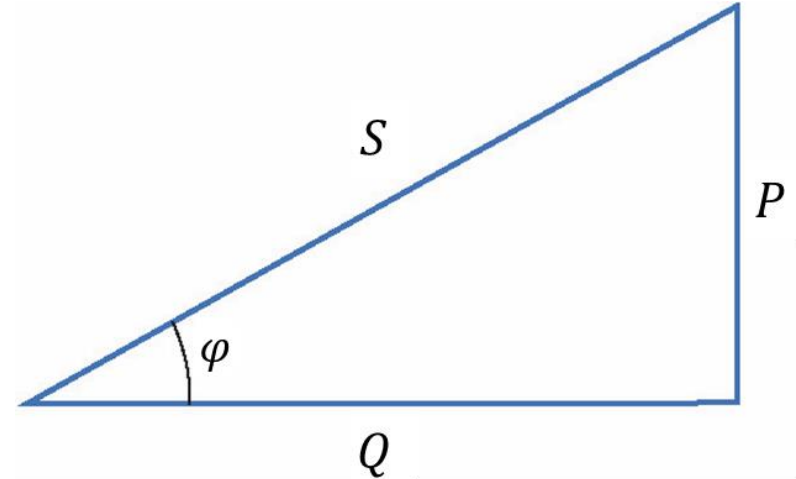
Electrical power explained (<https://dam-assets.fluke.com/s3fs-public/epe-tutorial-1.1.pdf>)

Συντελεστής ισχύος

Συντελεστής ισχύος (Power factor) σ είναι ο λόγος της μέσης προς το μέτρο της φαινόμενης ισχύος

$$\sigma = P/S$$

$$\sigma = \cos \varphi$$



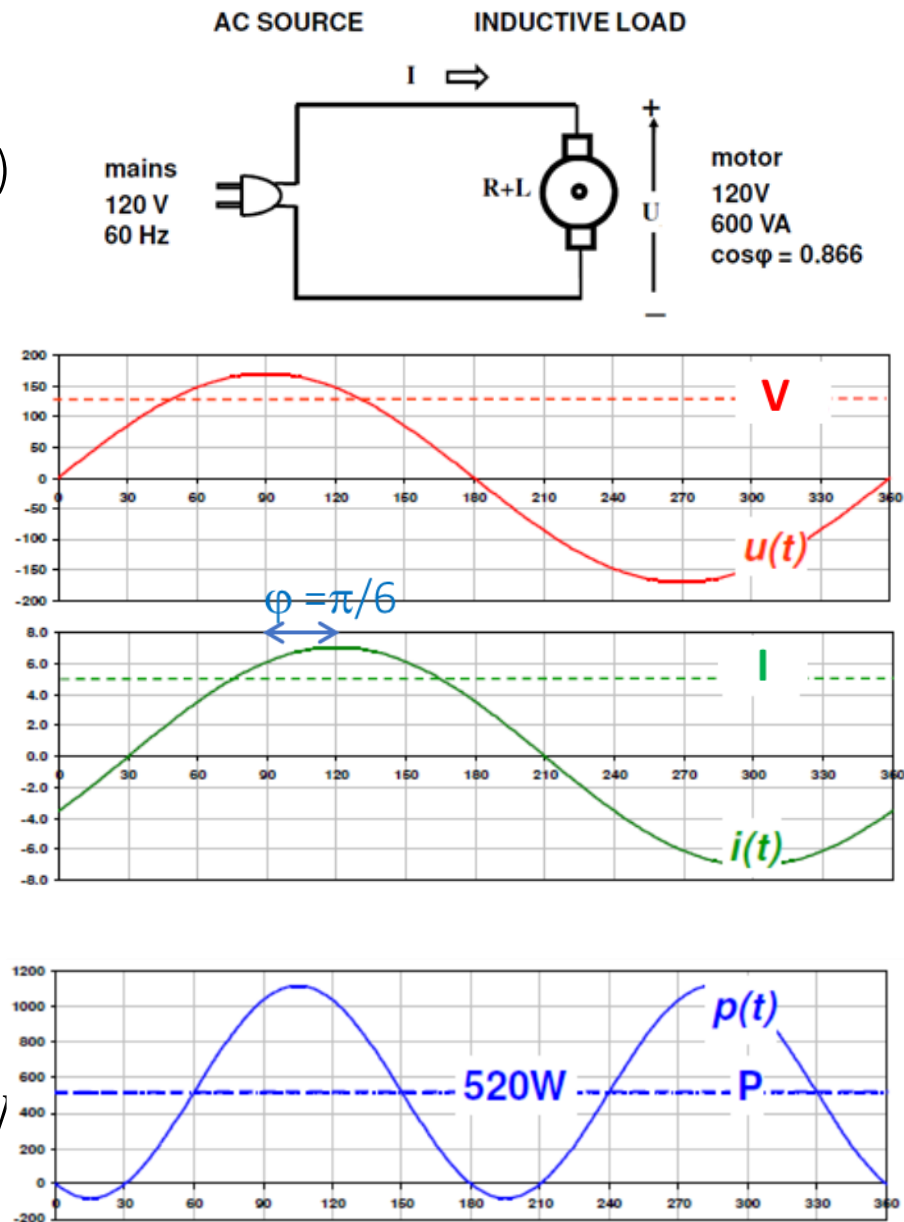
Πίνακας παραμέτρων ηλεκτρικής ισχύος

Παράμετρος	Σημασία
$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$	Εκφράζει το συνολικό φορτίο του συστήματος
$P = S \cos \varphi$	Κάνει το πραγματικό έργο (μηχανική κίνηση, θερμότητα, κ.ά.)
$Q = S \sin \varphi$	Πηγαινοέρχεται μεταξύ πηγής και φορτίου
$\sigma = P/S$	Είναι μέτρο της απόδοσης του συστήματος

Παράδειγμα 1: Μονοφασική ισχύς με επαγωγικά φορτία

Επαγωγικό φορτίο (inductive load), όπως ο κινητήρας (motor) της εικόνας, τροφοδοτείται από AC πηγή (AC source) $120V_{RMS}$, 60Hz.

(α) Σχεδιάστε τις κυματομορφές τάσης $v(t)$, ρεύματος $i(t)$, και ισχύος $p(t)$. Υπολογίστε τη μέση ισχύ που καταναλώνεται.



$$\text{Ένταση ρεύματος } I = S/V = (600 \text{ VA})/(120 \text{ V}) = 5 \text{ A}_{rms}$$

Η κυματομορφή ρεύματος υστερεί της τάσης κατά $\phi = \pi/6$

Η στιγμιαία ισχύς $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

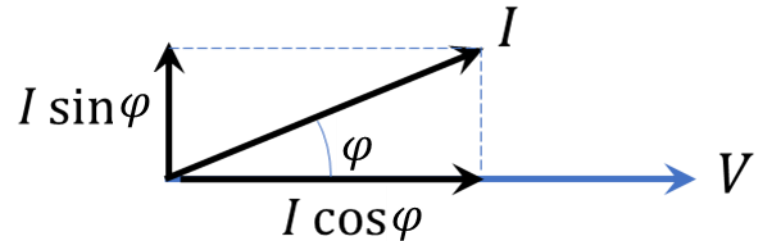
$$\begin{aligned} \text{Η μέση ισχύς } P &= \overline{p(t)} = VI \cos \phi \\ &= (120)(5)(0.866) = 520W \end{aligned}$$

Παράδειγμα (συνέχεια)

(β) Βρείτε ενεργό και άεργο συνιστώσα του ρεύματος.

$$I_a = I \cos \varphi = (5\text{A})(0.866) = 4.33\text{A}$$

$$I_r = I \sin \varphi = (5\text{A})(0.5) = 2.5\text{A}$$



(γ) Βρείτε ενεργό, άεργο και φαινόμενη ισχύ

– Ενεργός ισχύς

$$P_a = VI_a = (120)(4.33) = 520 \text{ W} = P$$

– Άεργος ισχύς

$$P_r = VI_r = (120)(2.5) = 300 \text{ VAR} = Q$$

– Φαινόμενη ισχύς

$$S = VI = (120)(5) = 600 \text{ VA}$$

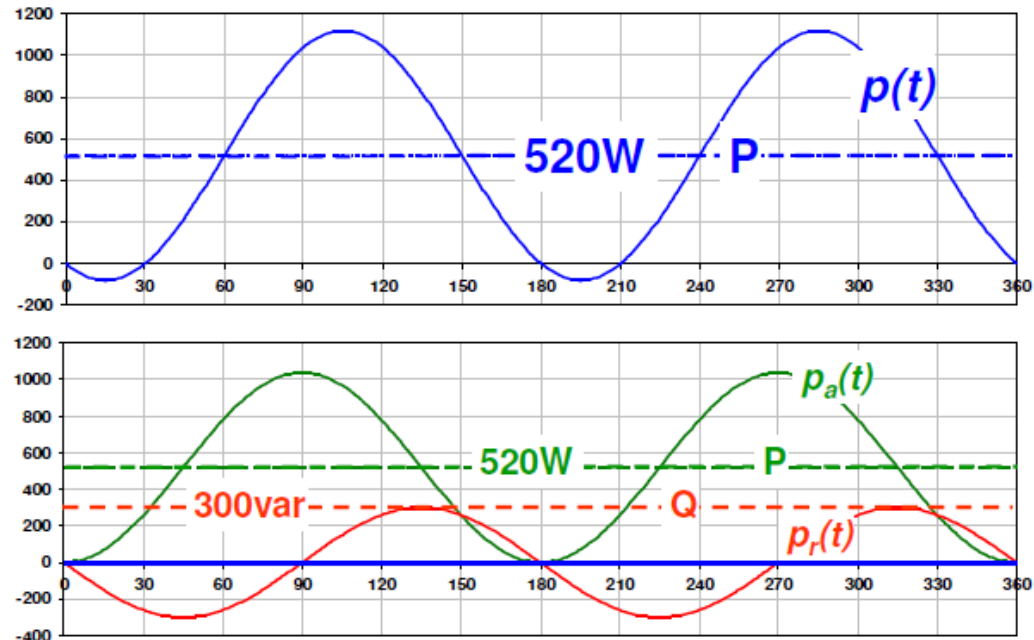
$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Παράδειγμα (συνέχεια)

(β) Αναλύστε την ισχύ $p(t)$ σε δύο συνιστώσες. (Charles Steinmetz, 1897)

1. Ενεργός συνιστώσα (active power), $p_a(t)$
2. Άεργος συνιστώσα (reactive power), $p_r(t)$
 - Εναλλάσσεται μεταξύ θετικών και αρνητικών τιμών, 90° εκτός φάσης ως προς την ενεργό ισχύ
 - Έχει μηδενική μέση τιμή

Κάθε χρονική στιγμή, $p(t) = p_a(t) + p_r(t)$



Ενέργεια

Η ενέργεια είναι το ολοκλήρωμα της ισχύος κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος.

$$W = \int_0^t p(\tau) d\tau$$

Για χρονικά διαστήματα Δt συνήθως πολύ μεγαλύτερα της AC περιόδου $T = 2\pi/\omega$, η εξίσωση για τον υπολογισμό της ενέργειας γίνεται

$$W = P \Delta t$$

όπου, P είναι η μέση ισχύς

- Εάν μετράμε την ισχύ σε kW και το χρόνο σε h, μονάδα ηλεκτρικής ενέργειας είναι **κιλοβατώρα (kWh)**.
- Η κιλοβατώρα είναι η τυπική μονάδα ενέργειας που χρησιμοποιούν οι μετρητές ηλεκτρικής ενέργειας για τον υπολογισμό της ποσότητας ηλεκτρικής ενέργειας.

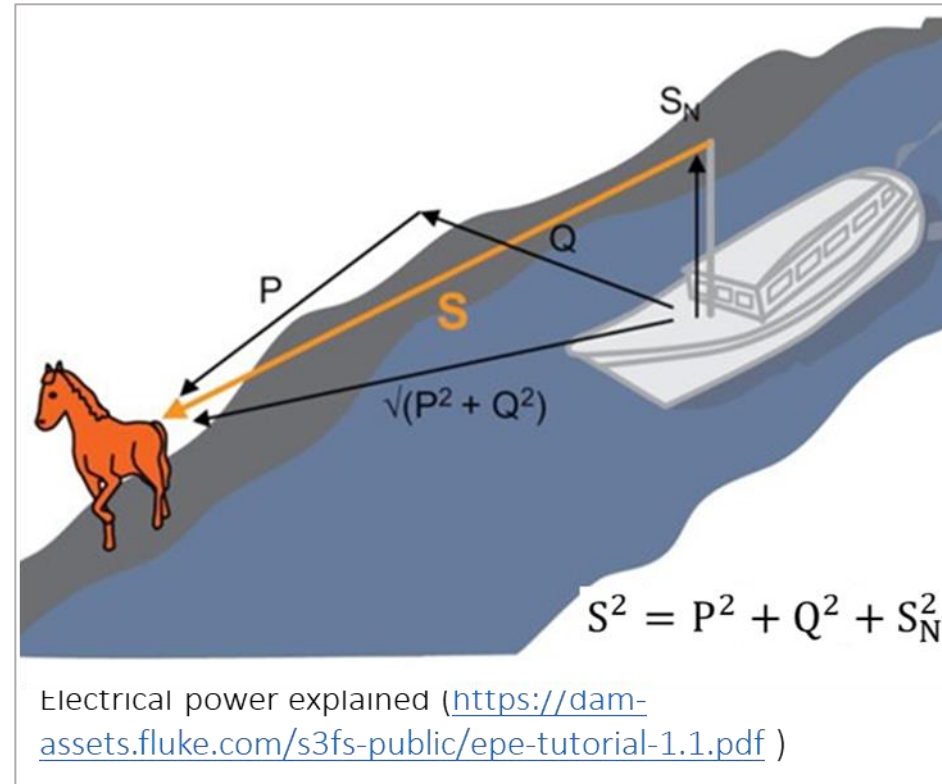
Συνέχεια στο μηχανικό ισοδύναμο των συνιστωσών της ηλεκτρικής ισχύος - Αρμονική παραμόρφωση

- Ο κυματισμός κάτω από το σκάφος φορτίζει επιπλέον το καλώδιο. Το άλογο κουράζεται γρηγορότερα.
- Αντίστοιχα, το ηλεκτρικό δίκτυο πρέπει να αντιμετωπίσει τις αρμονικές συνιστώσες S_N που επάγονται στο δίκτυο πέραν της θεμελιώδους (στα 50Hz ή 60Hz).
- Η φαινόμενη ισχύς γίνεται

$$S^2 = P^2 + Q^2 + S_N^2$$

όπου, P , Q ενεργός και άεργος ισχύς, αντίστοιχα, της θεμελιώδους συχνότητας δικτύου και

S_N η ισχύς των αρμονικών συνιστωσών ρεύματος



Πηγές αρμονικών ρεύματος

Οι συνηθέστερες

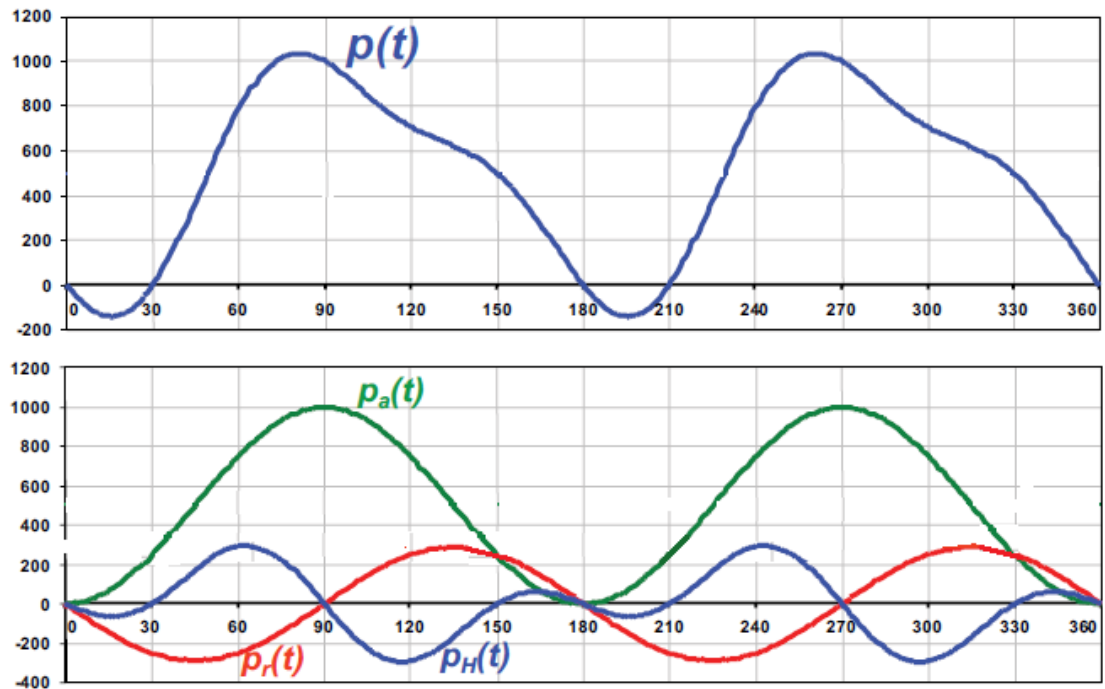
- ανορθωτές (rectifiers)
- αντιστροφείς (inverters) - αποτελούνται από διόδους που μετατρέπουν τις εναλλασσόμενες τάσεις σε DC και αντίστροφα.

Άλλες πηγές

- οδηγοί μεταβλητής ταχύτητας (variable speed drives),
- φωτισμός φθορισμού,
- κλίβανοι ηλεκτρικού τόξου (arc furnaces)
- συσκευές ημιαγωγών.

Διάκριση της αρμονικής παραμόρφωσης

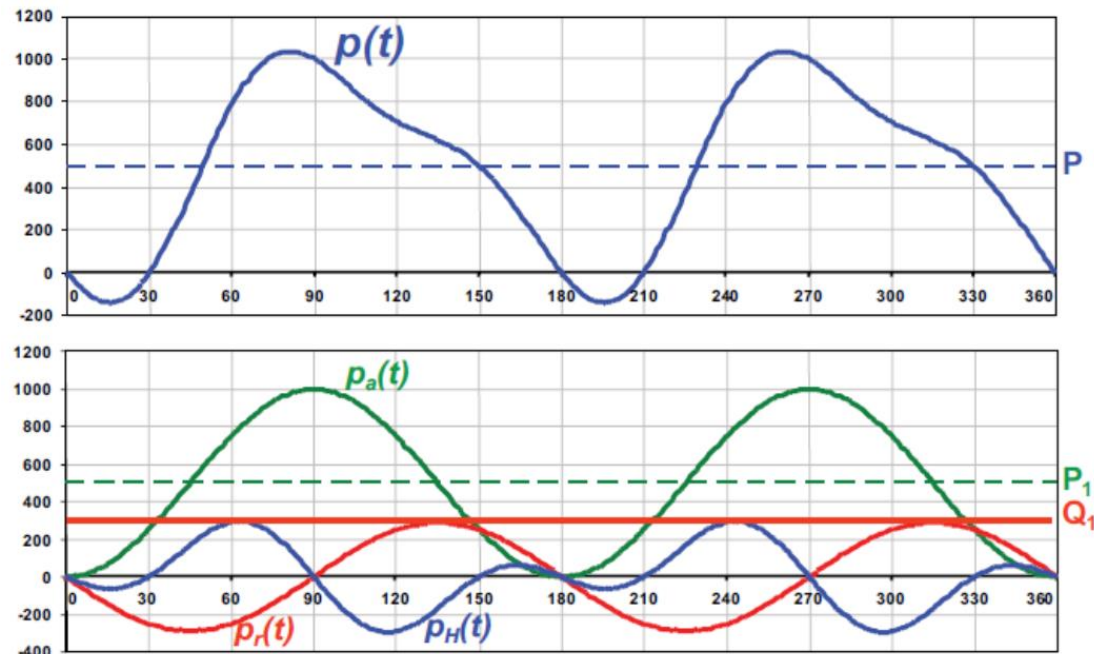
- Με την ανάλυση Fourier μπορούμε να διαχωρίσουμε τη θεμελιώδη και τις αρμονικές (βλ., Κεφ 2δ - AC κυματομορφές τάσης, σελ. 28)
- Η θεμελιώδης ισχύς μπορεί να χωριστεί σε ένα ενεργό μέρος $p_a(t)$ και ένα άεργο $p_r(t)$.
- Αυτό που απομένει μετά το διαχωρισμό της θεμελιώδους ισχύος, είναι η ισχύς των αρμονικών $p_H(t)$.



Διάκριση της αρμονικής παραμόρφωσης

(συνέχεια)

- Το ενεργό μέρος $p_a(t)$ κάνει το πραγματικό έργο : μεταφέρει χρήσιμη ισχύ (P_1) από τη γεννήτρια στο φορτίο (για κίνηση, θερμότητα).
- Το άεργο μέρος $p_r(t)$ απλά «πηγαινο-φέρνει» ενέργεια μεταξύ φορτίου και γεννήτριας, φορτώνοντας το δίκτυο αλλά δεν συμβάλλει στη χρήσιμη μεταφορά ενέργειας στο φορτίο.



- Το αρμονικό μέρος μπορεί περιστασιακά να μεταφέρει κάποια ισχύ για ορισμένα φορτία, αλλά το δίκτυο δεν μπορεί να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά τη μεταφορά AC ισχύος
- Επιπλέον, για περιστρεφόμενες μηχανές και μετασχηματιστές τα αρμονικά ρεύματα είναι επιβλαβή.

Μέτρηση αρμονικών

- Η μέγιστη αρμονική συχνότητα που μπορεί να δώσει η ανάλυση FFT καθορίζεται από τον αριθμό των δειγμάτων (τάσης ή ρεύματος) σε κάθε κύκλο μέτρησης

Μέγιστη αρμονική συχνότητα = αριθμός δειγμάτων ανά κύκλο / 2

- Η οδηγία Class A του προτύπου IEC 61000-4-30:2008 απαιτεί να μετρούνται αρμονικές ως 50^{ης} τάξης.
- Σε ένα δίκτυο στα 50 Hz, για εύρεση αρμονικών ως 50^{ης} τάξης ($f_{50} = 50 \times f_1 = 50 \times (50\text{Hz}) = 2500\text{Hz}$), απαιτείται ταχύτητα δειγματοληψίας (sampling rate)

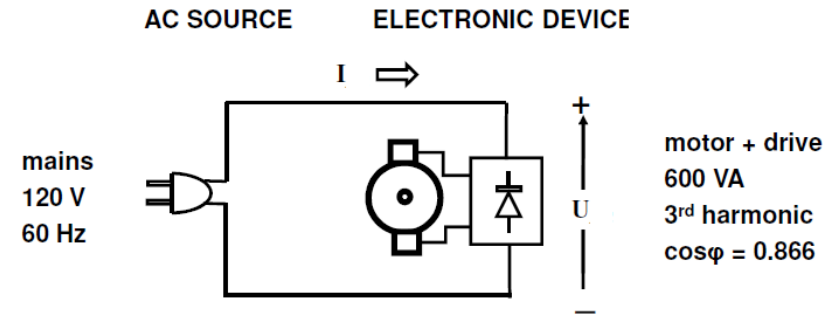
$$f_s = 2 \times 2500\text{Hz} = 5000 \text{ samples/s}$$

και για εύρεση αρμονικών ως τάξης 256 ($f_{256} = 256 \times (50\text{Hz}) = 12800\text{Hz}$), απαιτείται ταχύτητα δειγματοληψίας (sampling rate)

$$f_s = 2 \times 12800\text{Hz} = 25600 \text{ samples/s}$$

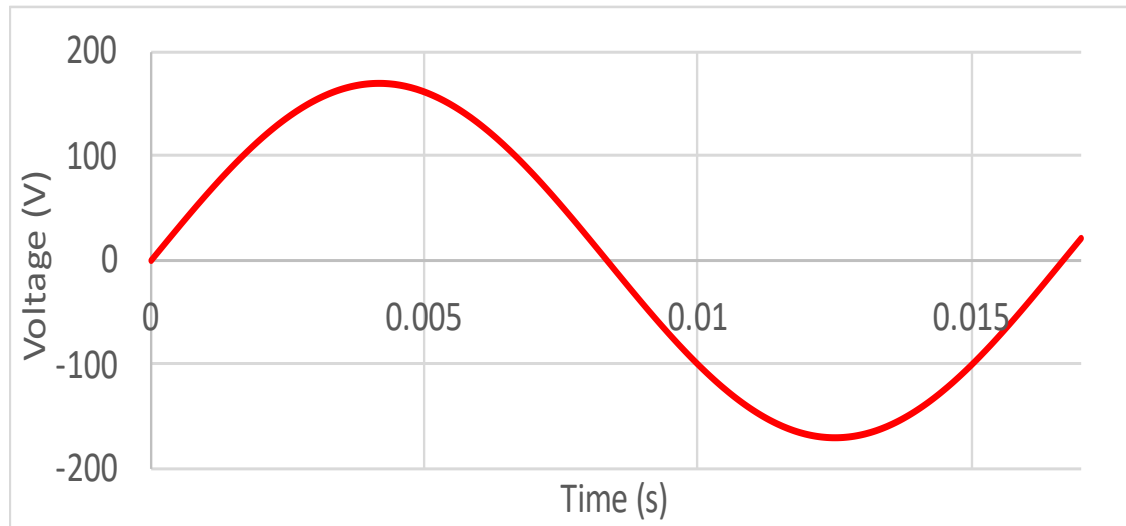
Παράδειγμα 2: Μονοφασική ισχύς με επαγωγικά φορτία και αρμονική παραμόρφωση

Το ίδιο επαγωγικό φορτίο του Παραδείγματος 1, αλλά τώρα, οδηγούμενο από έναν ηλεκτρονικό σύστημα οδήγησης (electronic motor drive).



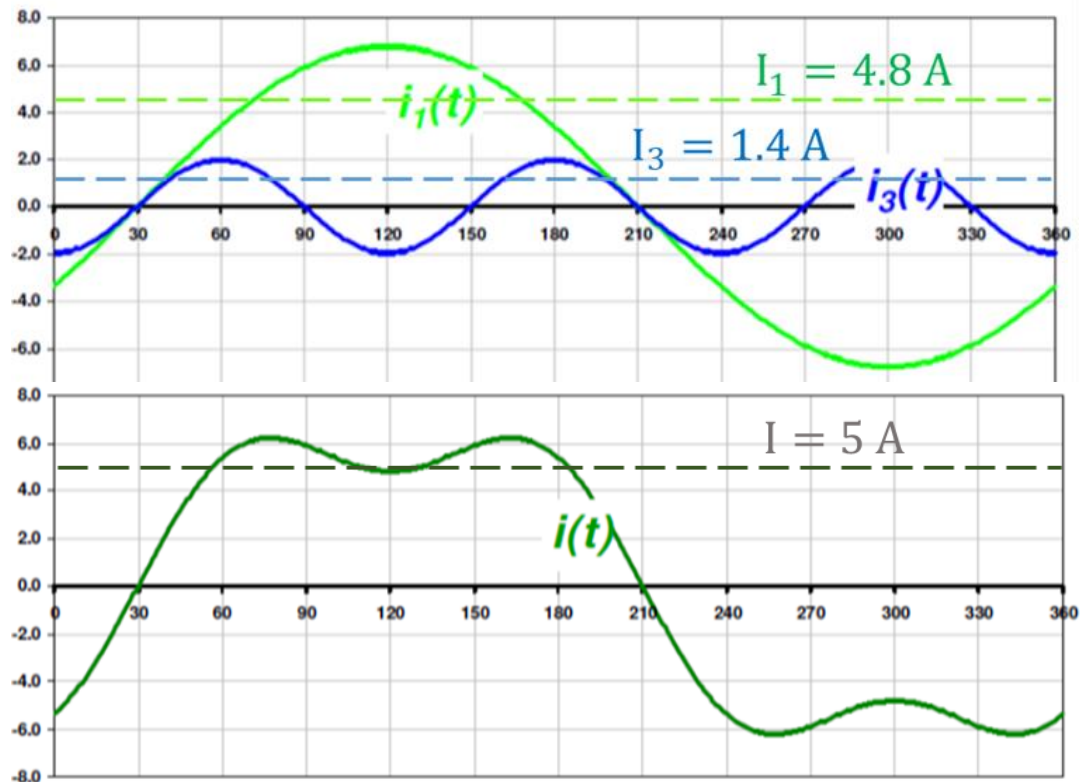
Υποθέτουμε την ίδια μετατόπιση φάσης, αλλά, επιπλέον, η ηλεκτρονική οδήγηση παράγει 3^η αρμονική στο ρεύμα τιμής (rms) $I_3 = 1.4 \text{ A}$

(α) Σχεδιάστε τις κυματομορφές τάσης $v(t)$ και ρεύματος $i(t)$



Παράδειγμα (συνέχεια)

- Ρεύμα στον κινητήρα $I = \frac{S}{V} = \frac{600 \text{ VA}}{120 \text{ V}} = 5 \text{ A}$
- Το ρεύμα $i(t)$ αποτελείται από μια θεμελιώδη συνιστώσα $i_1(t)$ rms τιμής I_1 και τη 3^η αρμονική $i_3(t)$ rms τιμής $I_3 = 1.4 \text{ A}$
- Δεδομένου ότι $I_1^2 + I_3^2 = I^2 \Rightarrow I_1^2 = I^2 - I_3^2 \Rightarrow I_1 = 4.8 \text{ A}$



Παράδειγμα (συνέχεια)

(β) Από τις κυματομορφές ρεύματος και τάσης βρείτε την $p(t)$ και τη μέση ισχύ.

Στιγμιαία τιμή

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

Μέση τιμή

$$P = \overline{p(t)} = \overline{v(t) \cdot i(t)}$$

$$= \overline{v(t) \cdot [i_1(t) + i_3(t)]}$$

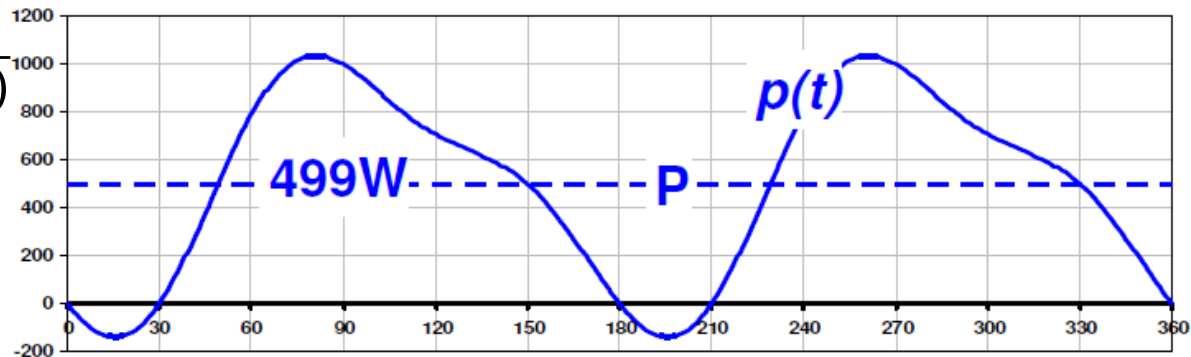
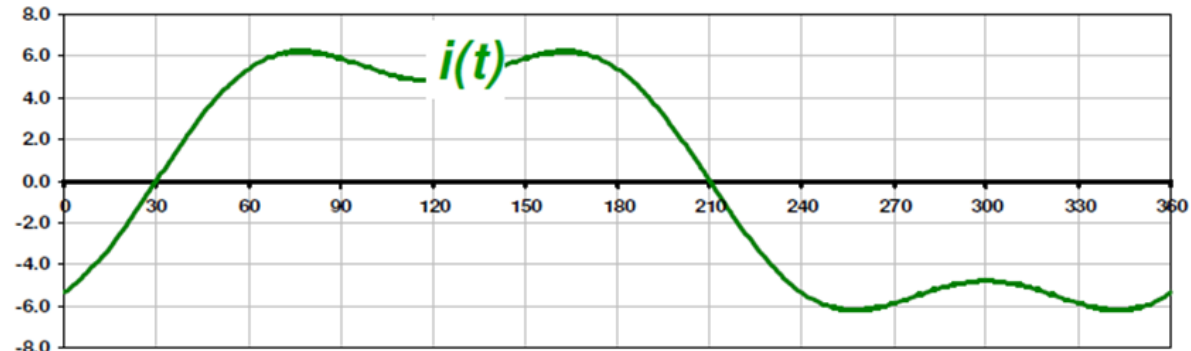
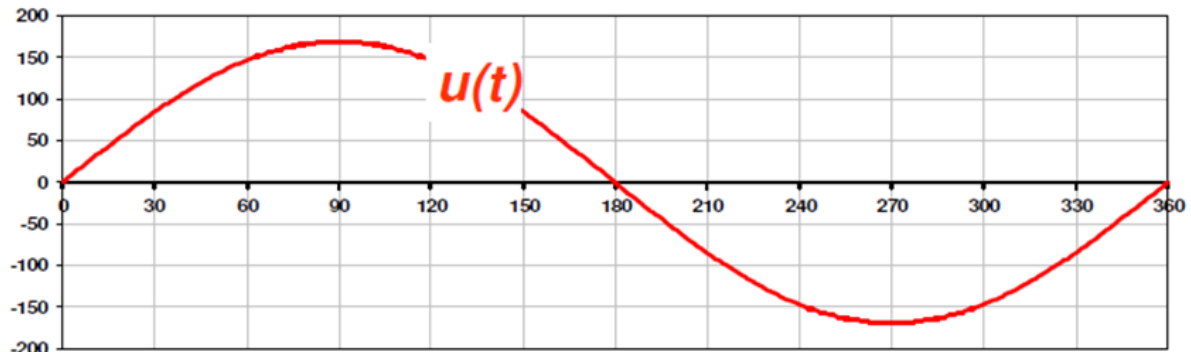
$$= \overline{v(t) \cdot i_1(t)} + \overline{v(t) \cdot i_3(t)}$$

$$= \overline{v(t) \cdot i_1(t)} = P_1$$

$$= VI_1 \cos \varphi$$

$$= (120)(4.8)0.866$$

$$= 499 \text{ W}$$



Παράδειγμα (συνέχεια)

(γ) αναλύστε τη φαινόμενη ισχύ σε ενεργό, άεργο και αρμονική συνιστώσα

Ενεργός ισχύς $P_1 = P = 499 \text{ W}$

Φαινόμενη ισχύς $S = 600 \text{ VA}$

Συντελεστής ισχύος $\cos \varphi = 0.866$

Φαινόμενη ισχύς θεμελιώδους

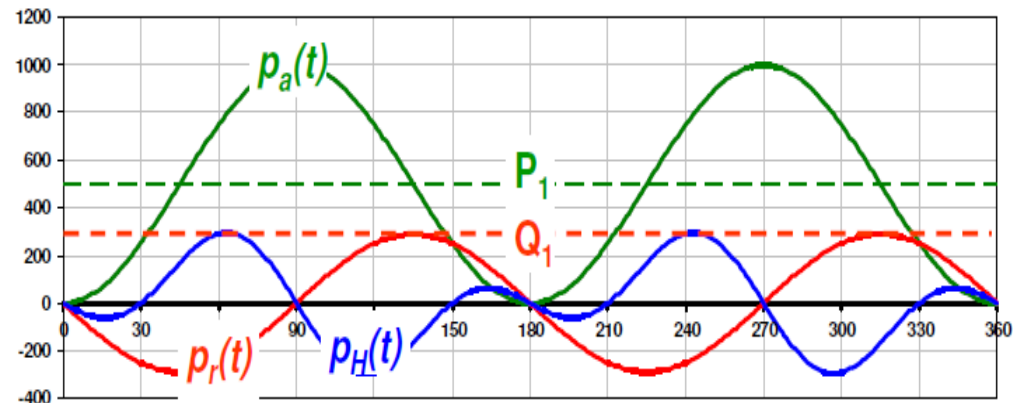
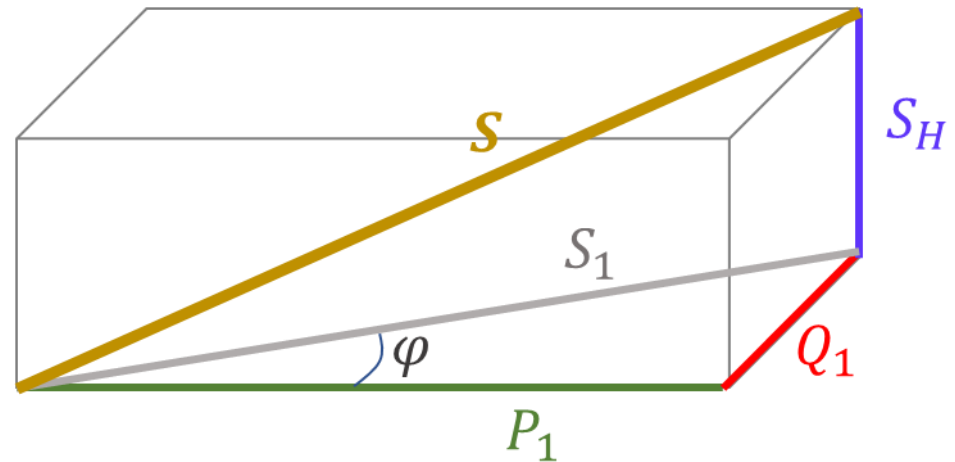
$$S_1 = P_1 / \cos \varphi = 499 / 0.866 \\ = 576 \text{ VA}$$

Άεργος ισχύς θεμελιώδους

$$Q_1 = P_1 \tan \varphi = 288 \text{ VAR}$$

Φαινόμενη ισχύς αρμονικής

$$S_H = \sqrt{S^2 - S_1^2} = \sqrt{600^2 - 576^2} \\ = 168 \text{ VA}$$



Παράδειγμα (συνέχεια)

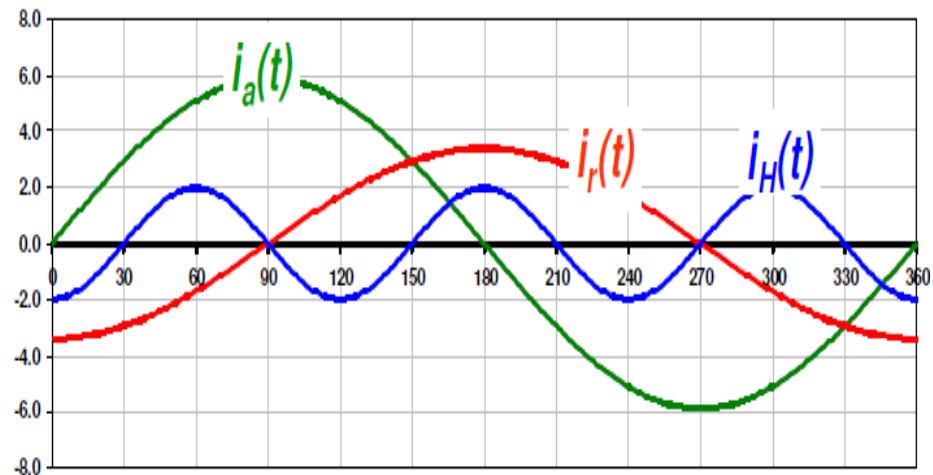
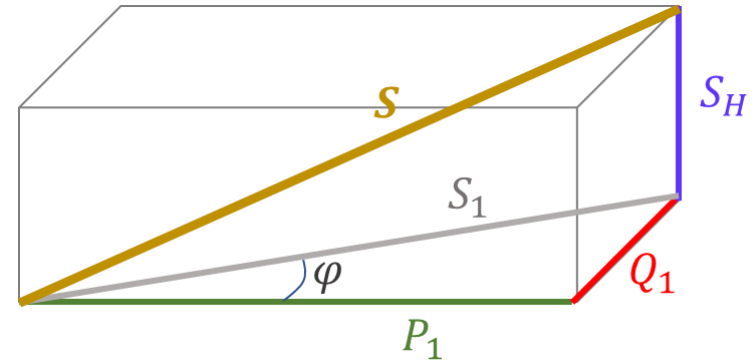
(δ) Έχοντας κατανοήσει τις ισχύς, μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές και των τριών ρευμάτων.

Το ολικό ρεύμα $I = 5 \text{ A}$ κατανέμεται στη θεμελιώδη $I_1 = 4.8 \text{ A}$ και την 3^η αρμονική συνιστώσα $I_3 = 1.4 \text{ A}$

Η θεμελιώδης συνιστώσα κατανέμεται σε ενεργό I_a και άεργο I_r

$$\begin{aligned} I_a &= I_1 \cos \varphi \\ &= (4.8)0.866 = 4.157 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_r &= I_1 \sin \varphi \\ &= (4.8)0.5 = 2.4 \text{ A} \end{aligned}$$



Πρόβλημα

Μονοφασική ισχύς με επαγωγικά φορτία και αρμονική παραμόρφωση

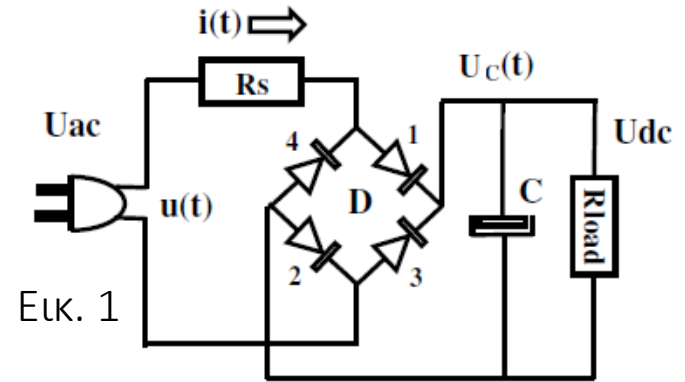
Στην Εικ. 2(α), η συνεχής κόκκινη γραμμή δείχνει τη στιγμιαία AC τάση $u(t)$ που εφαρμόζεται στη γέφυρα ανόρθωσης D (Εικ. (1)).

Η διακεκομμένη κόκκινη γραμμή δείχνει την ανορθωμένη τάση $|u(t)|$ στην έξοδο της γέφυρας.

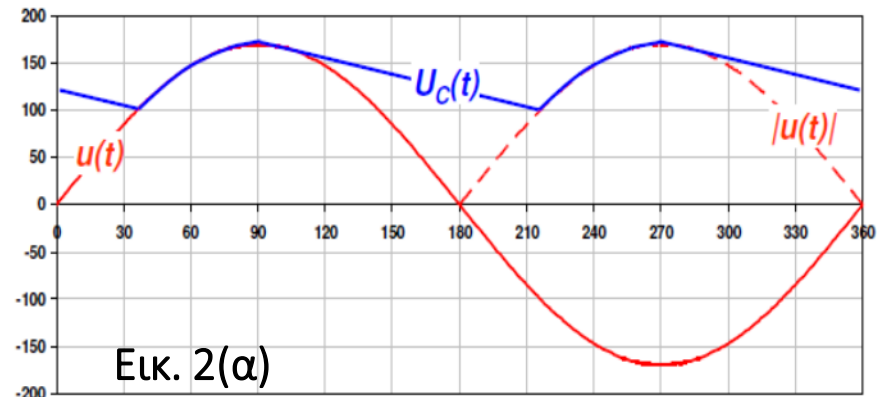
Η μπλε γραμμή δείχνει την τάση $u_c(t)$ με την προσθήκη του πυκνωτή C. Παρατηρήστε ότι η τάση αυτή παρουσιάζει κυματισμό.

Το ρεύμα $i(t)$ (Εικ. 2(β)) δεν μοιάζει με ημίτονο αλλά περισσότερο με σήμα παλμών. Η rms τιμή του είναι 4.05 A.

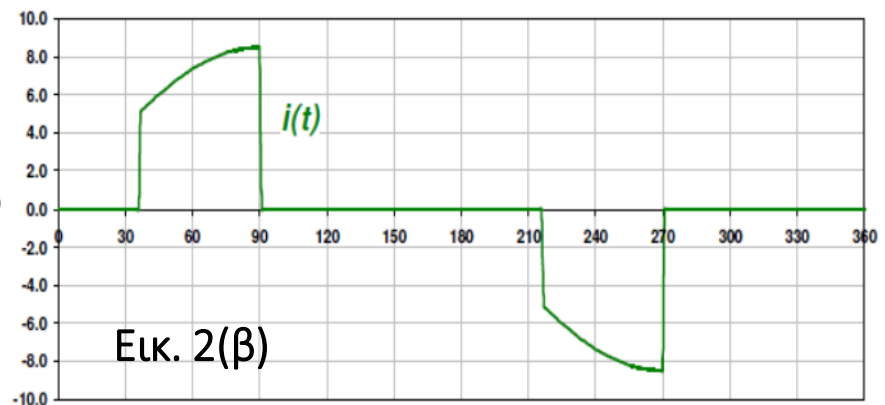
Συνεχίζεται \longrightarrow



Εικ. 1



Εικ. 2(α)



Εικ. 2(β)

Πρόβλημα (συνέχεια)

Με ανάλυση Fourier βρίσκουμε, εκτός από τη θεμελιώδη, τις 3η και 5η αρμονικές συνιστώσες με τιμές

- $I_1 \approx 3.90\text{A}/60\text{Hz}$
- $I_3 \approx 1.06\text{A}/180\text{Hz}$
- $I_5 \approx 0.11\text{A}/300\text{Hz}$

1. Ποια είναι η (ενεργός) τιμή του ρεύματος
2. Εκτιμήστε τη μέση ισχύ που προσφέρεται από το δίκτυο.
3. Προσπαθήστε να σχεδιάσετε τις κυματομορφές των στιγμιαίων τιμών θεμελιώδους και αρμονικών ισχύος

Απώλεια ισχύος (power loss)

Απώλεια (loss) θεωρείται η ισχύς που παράγεται και δεν μετατρέπεται σε ωφέλιμο έργο (π.χ., κίνηση)

Ρεύμα γραμμής (RMS) $I^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_h^2$

Απώλεια γραμμής (απώλεια joule ή θέρμανσης) $P_j = I^2 r_{line}$

Η απώλεια γραμμής μπορεί να χωριστεί σε:

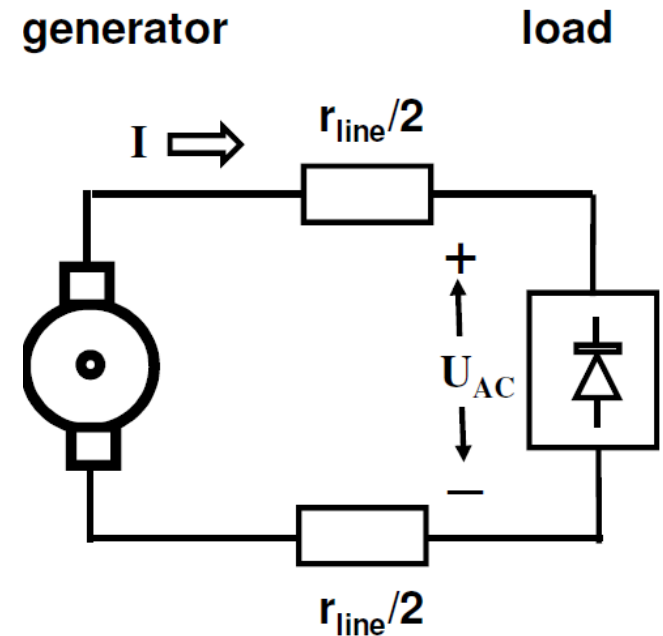
Ενεργό απώλεια (active loss) $P_{ja} = I_a^2 r_{line}$

Άεργο απώλεια (reactive loss) $P_{jr} = I_r^2 r_{line}$

Αρμονική απώλεια (harmonic loss) $P_{jh} = I_h^2 r_{line}$

Συνολική απώλεια (total loss) $P_{Loss} = P_{ja} + P_{jr} + P_{jh} + P_h$

όπου, $P_h = P - P_1$ η ισχύς αρμονικών (harmonic power)



Μέτρα περιορισμού απώλειας ισχύος

- Γενικά, μπορούμε να μειώσουμε την απώλεια γραμμής P_j αυξάνοντας το πάχος των καλωδίων χαλκού ή αυξάνοντας την τάση ;;; (για να μειωθεί το ρεύμα και οι απώλειες joule I^2R)
- Μπορούμε απλά να αντισταθμίσουμε την άεργο απώλεια P_{jr} με πυκνωτή
- Μπορούμε να μειώσετε την αρμονική απώλεια γραμμής P_{jh} φιλτράροντας τη κυματομορφή πριν περάσει στη μεγάλη γραμμή του δικτύου

$$I^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_h^2$$

$$P_j = I^2 r_{line}$$

- $P_{ja} = I_a^2 r_{line}$

- $P_{jr} = I_r^2 r_{line}$

- $P_{jh} = I_h^2 r_{line}$

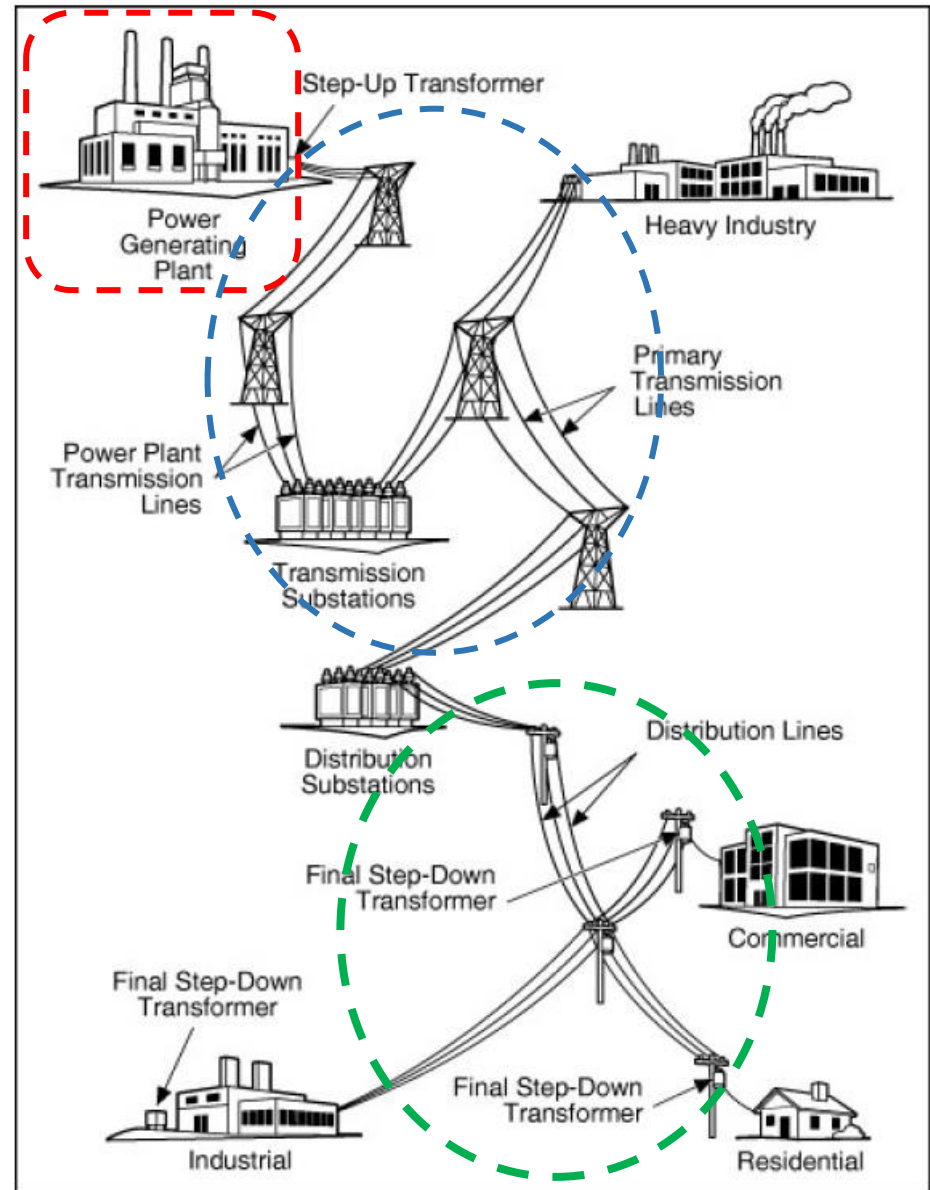
$$P_{Loss} = P_{ja} + P_{jr} + P_{jh} + P_h$$

Δίκτυα Ηλεκτρικής Ισχύος (Electrical Power Grids)

Μεταφέρουν ηλεκτρική ενέργεια από προμηθευτές ηλεκτρικής ισχύος (power suppliers) στους καταναλωτές (consumers).

Περιλαμβάνουν τα ακόλουθα τρία κύρια τμήματα:

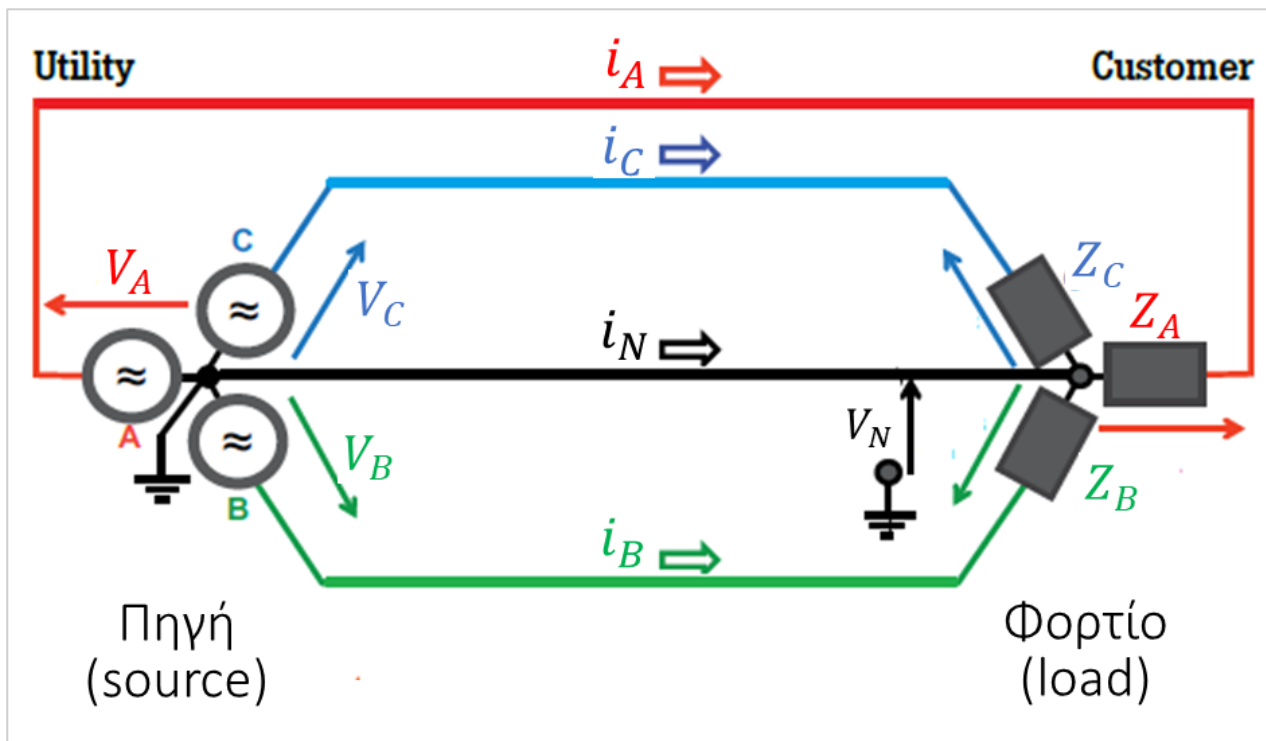
- **Παραγωγή** ηλεκτρικής ενέργειας (Power generation) από σταθμούς ηλεκτροπαραγωγής (power stations)
- **Μεταφορά** ηλεκτρικής ενέργειας (Power transmission) από επιχειρήσεις κοινής ωφέλειας (utilities)
- **Διανομή** ενέργειας (Power distribution) στους τελικούς χρήστες



3-φ AC Ισχύς

- Τα τριφασικά συστήματα εναλλασσόμενου ρεύματος μεταφέρουν ηλεκτρική ενέργεια χρησιμοποιώντας τρία ή τέσσερα καλώδια
- Η μεταφορά ισχύος (power transmission) συνήθως χρησιμοποιεί τρία καλώδια (που έχουν αμοιβαία διαφορά φάσης 120°)
- Τα δίκτυα διανομής (Distribution grids) συχνά χρησιμοποιούν τέσσερα καλώδια, όπου το τέταρτο καλώδιο είναι ουδέτερο.

Το βασικό σύστημα τριφασικής ισχύος



Για συμβολισμό τάσεων, ρευμάτων και ισχύος στην ΕΥ, χρησιμοποιήστε L1/L2/L3 όπου A/B/C, αντίστοιχα.

Στιγμιαίες τιμές τάσης στις φάσεις

$$v_A(t) = V_A \angle 0^\circ$$

$$v_B(t) = V_B \angle -120^\circ$$

$$v_C(t) = V_C \angle -240^\circ$$

$$v_N(t)$$

Στιγμιαίες τιμές ρεύματος

$$i_A(t) = v_A(t)/Z_A$$

$$i_B(t) = v_B(t)/Z_B$$

$$i_C(t) = v_C(t)/Z_C$$

$$i_N(t) = -i_A(t) - i_B(t) - i_C(t)$$

Το βασικό σύστημα τριφασικής ισχύος (συνέχεια)

Στιγμιαίες τιμές ισχύος

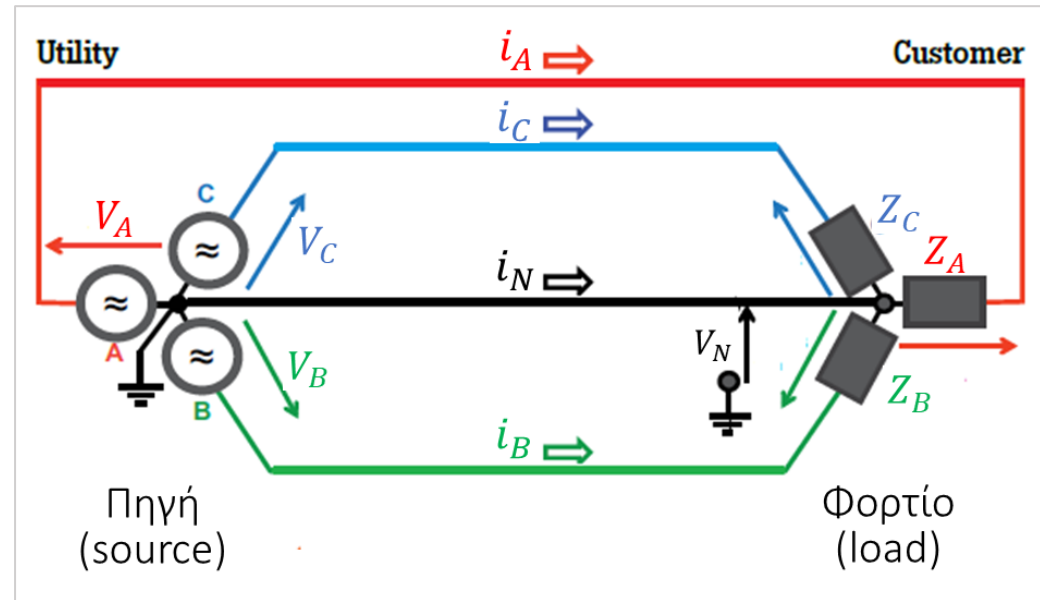
$$p_A(t), p_B(t), p_C(t), p_N(t)$$

$$p_X(t) = v_X(t) \cdot i_X(t)$$

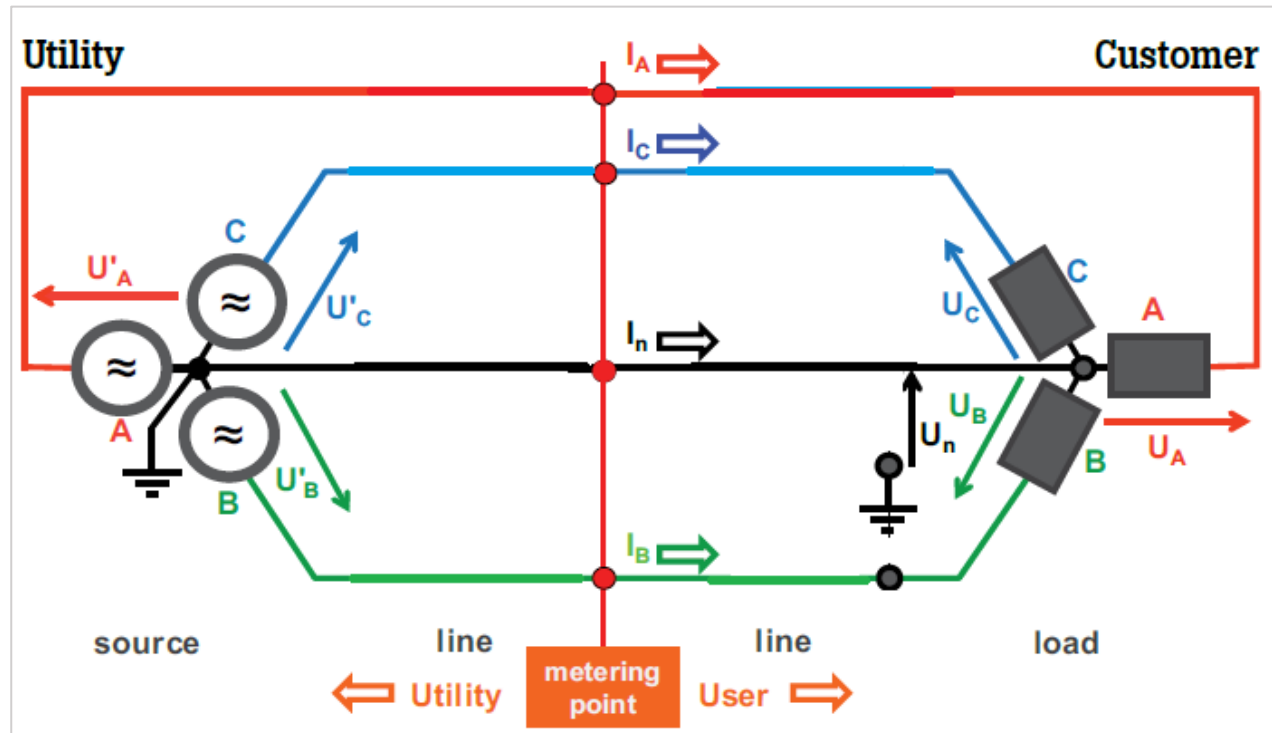
$$X = A, B, C, N$$

Ολική ισχύς

$$p(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) + p_N(t)$$



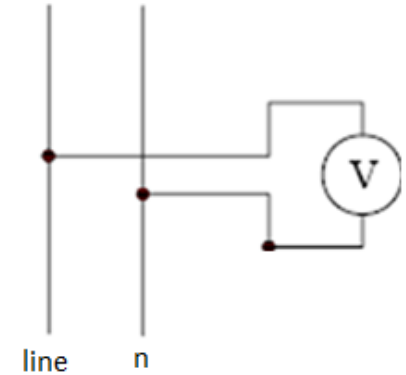
Σημείο μέτρησης ηλεκτρικής ισχύος



- Το δίκτυο παροχής (utility) διαχωρίζεται από το τμήμα που καταναλώνεται η ισχύς (customer) από το σημείο μέτρησης (metering point).
- Στο σημείο μέτρησης μετριέται και χρεώνεται στον καταναλωτή η ποσότητα ενέργειας που παραδίδεται.

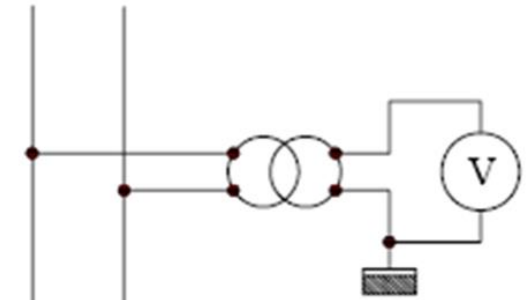
Όργανα μέτρησης ηλεκτρικής ισχύος

Η τάση δικτύου (110 ή 230 Vrms), συνήθως, μετριέται με τυπικά (ψηφιακά ή μη) βολτόμετρα συνδεδεμένα απ'ευθείας πάνω στη γραμμή τάσης



Μετασχηματιστές τάσης

Σε αρκετές περιπτώσεις, για να αποφύγουμε την επαφή με την τάση του δικτύου ή αν η προς μέτρηση τάση υπερβαίνει την κλίμακα του βολτομέτρου, χρησιμοποιούνται μετασχηματιστές τάσης (voltage transformers, VT)



Σύμβολο και συνδεσμολογία μετασχηματιστή τάσης

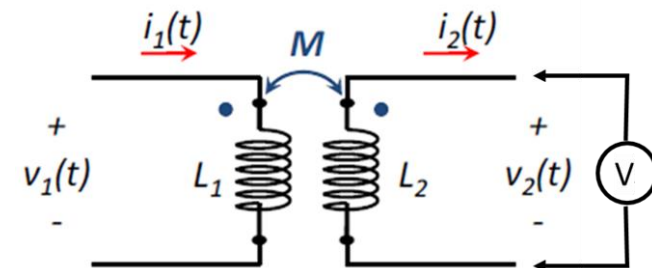
v_1 η προς μέτρηση τάση δικτύου

L_1, L_2 αυτεπαγωγές πρωτεύοντος, δευτερεύοντος

M αμοιβαία επαγωγή πρωτεύοντος-δευτερεύοντος

v_2 μετρούμενη τάση

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_1}{M} = \kappa, \quad \kappa \text{ η σχέση μετασχηματισμού}$$



Κυκλωματικό διάγραμμα μετασχηματιστή τάσης³⁵

Όργανα μέτρησης ηλεκτρικής ισχύος

(συνέχεια)

Αντίθετα προς την τάση, τα ρεύματα δικτύου σπανίως μπορούν να μετρηθούν με άμεση παρεμβολή (σε σειρά) ενός αμπερομέτρου

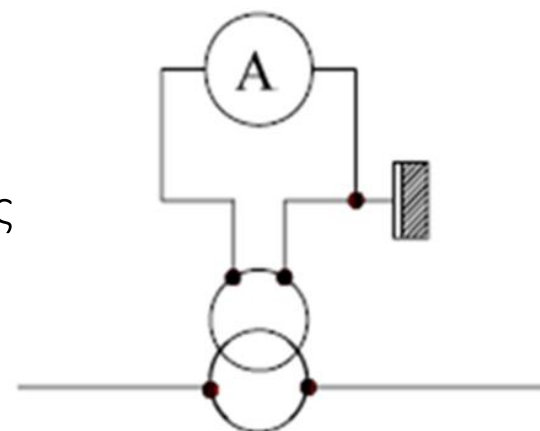
Παράδειγμα: Ένα ρεύμα μέχρι 100A πρέπει να μετρηθεί με ένα αμπερόμετρο που έχει ικανότητα να μετρήσει ένα ρεύμα μέχρι 5A. Δεν μπορούν να περάσουν μέσα από το αμπερόμετρο 100A. Ένα τέτοιο αμπερόμετρο θα είχε τεράστιες διαστάσεις και κόστος

Μετασχηματιστές ρεύματος

Στην πράξη, χρησιμοποιείται ένας μετασχηματιστής ρεύματος (current transformer, CT) με αναλογία μετασχηματισμού του 100/5

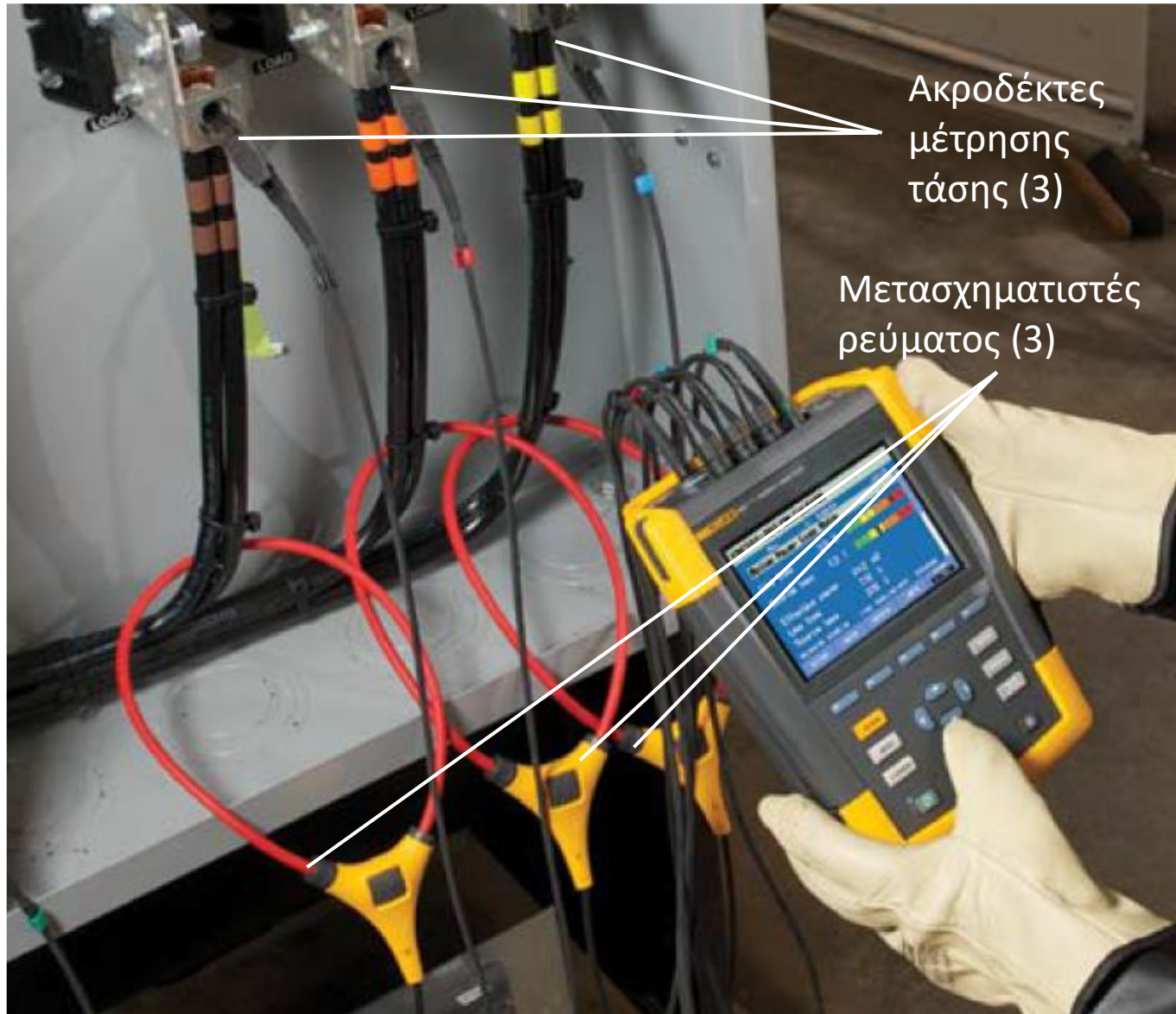


Εικόνες CT



Σύμβολο και συνδεσμολογία μετασχηματιστή ρεύματος

Όργανα μέτρησης 3-φ ηλεκτρικής ισχύος

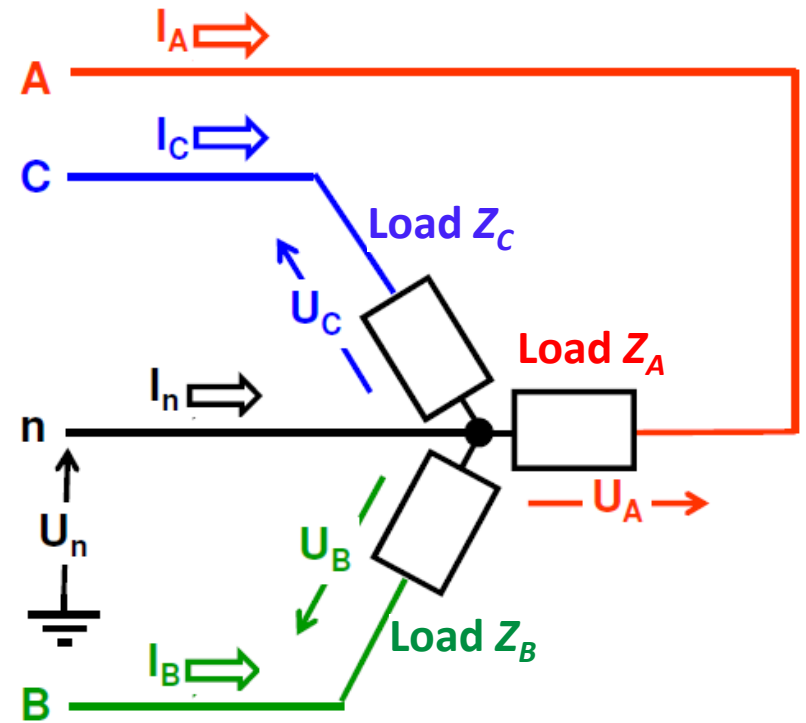


Παράδειγμα 3: Ισορροπημένο 3-φ σύστημα ισχύος

- Διάγραμμα ενός βασικού ισορροπημένου τριφασικού συστήματος ισχύος με επαγωγικά (και ωμικά) φορτία $Z_X = (R_X, L_X)$, $X = A, B, C$

Σημείωση: Για μεταφορά σε EU, χρησιμοποιήστε mains: 3x230V, 50Hz

- Τριφασικό AC φορτίο με κάθε φάση να παίρνει την ίδια ισχύ, 600 VA, (120V, 60Hz), σύνολο 1800 VA



mains
3x 120V (USA)
60Hz

motor
1800 VA
 $\cos\phi = 0.866$

Παράδειγμα 3: Ισορροπημένο 3-φ σύστημα ισχύος (συνέχεια)

(α) Σχεδιάστε τις κυματομορφές τάσης και ρεύματος κάθε φάσης

Ιδανικά η τάση κάθε φάσης στη σειρά $A \rightarrow B \rightarrow C$ υστερεί της προηγούμενης κατά 120°

$$v_A(t) = 120V \angle 0^\circ$$

$$v_B(t) = 120V \angle -120^\circ$$

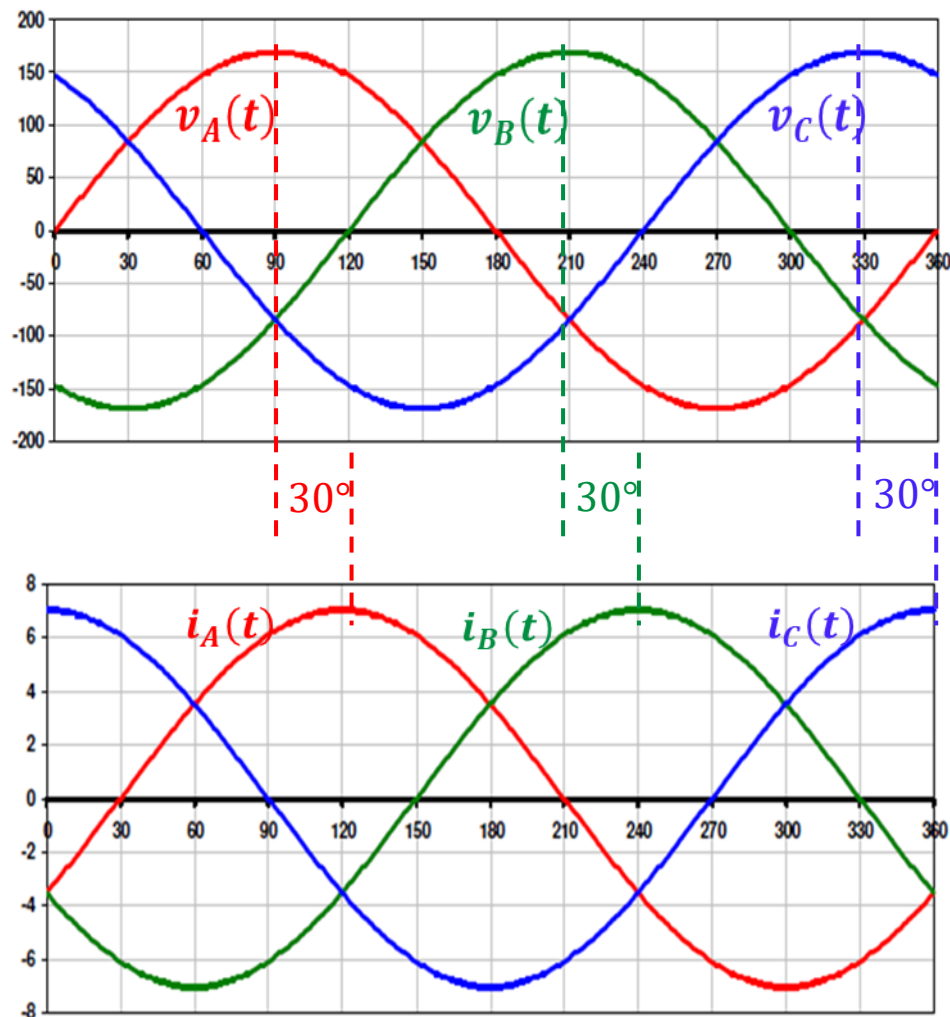
$$v_C(t) = 120V \angle -240^\circ$$

Ο κινητήρας εισάγει τη δική του μετατόπιση 30° ($\cos\phi=0.866$) μεταξύ τάσης και ρεύματος (ίδια) σε κάθε φάση

$$i_A(t) = 5A \angle -30^\circ$$

$$i_B(t) = 5A \angle -150^\circ$$

$$i_C(t) = 5A \angle -270^\circ$$



Παράδειγμα 3: Ισορροπημένο 3-φ σύστημα ισχύος (συνέχεια)

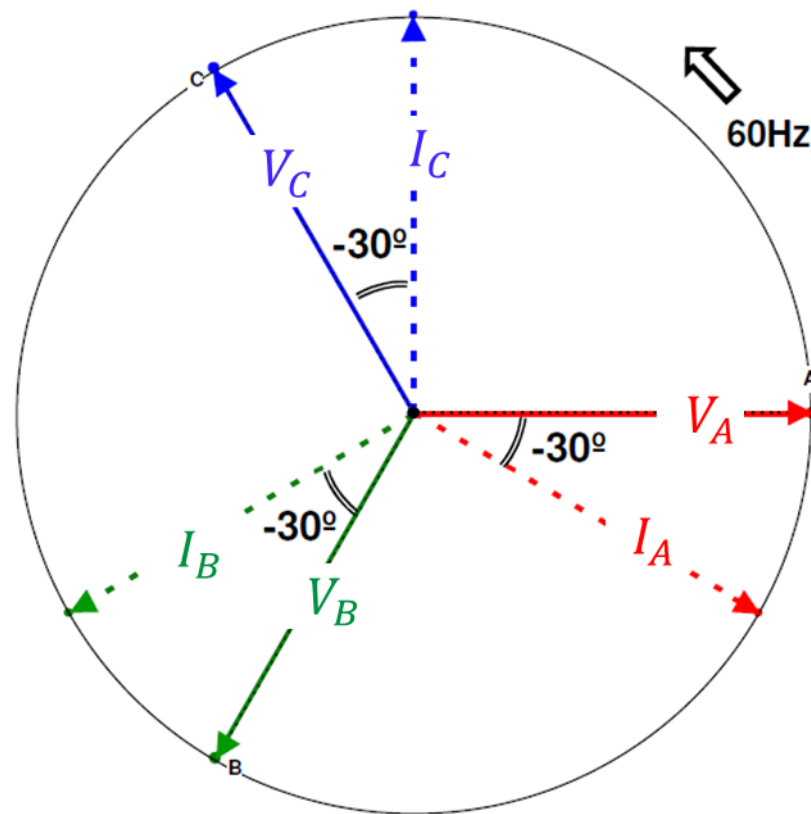
(β) Σχεδιάστε το 3-φ διανυσματικό διάγραμμα τάσεων, ρευμάτων

Στο διανυσματικό διάγραμμα για το ισορροπημένο σύστημα ημιτόνων

$$V_A = V_B = V_C = 120V$$

και

$$I_A = I_B = I_C = 5A$$



Παράδειγμα 3: Ισορροπημένο 3-φ σύστημα ισχύος (συνέχεια)

(γ) Εκτιμήστε τις συνιστώσες ισχύος του ισορροπημένου 3-φ συστήματος του κινητήρα.

1. Σε κάθε φάση

- Μέση ισχύς $P_x = \overline{v_x \cdot i_x}$, $x = A, B, C$

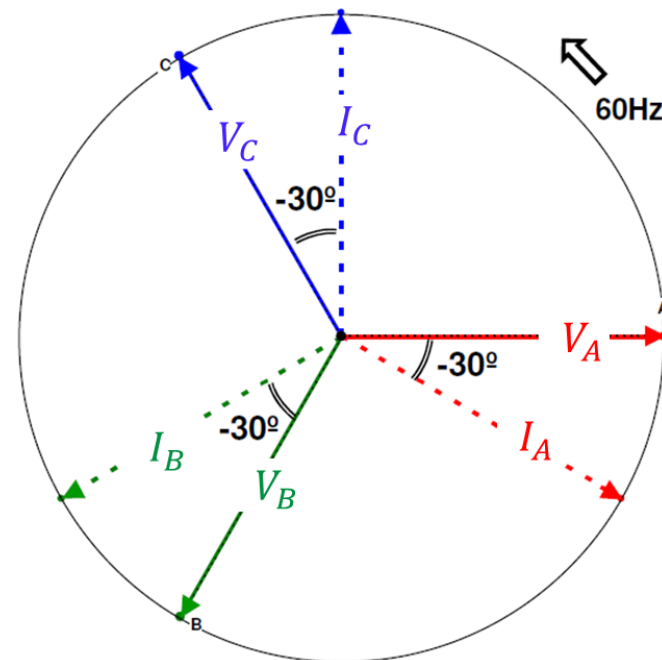
$$P_x = V_x I_x \cos \varphi_x$$

Λόγω ισορροπίας φορτίου $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$

- Άεργος ισχύς $Q_x = V_x I_x \sin \varphi_x$
- Φαινόμενη ισχύς $S_x = V_x \cdot I_x$

2. Για όλο το σύστημα

- Μέση ισχύς $P = P_A + P_B + P_C = 3VI \cos \varphi$
- Άεργος ισχύς $Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3VI \sin \varphi$
- Φαινόμενη ισχύς $S = S_A + S_B + S_C = 3VI$

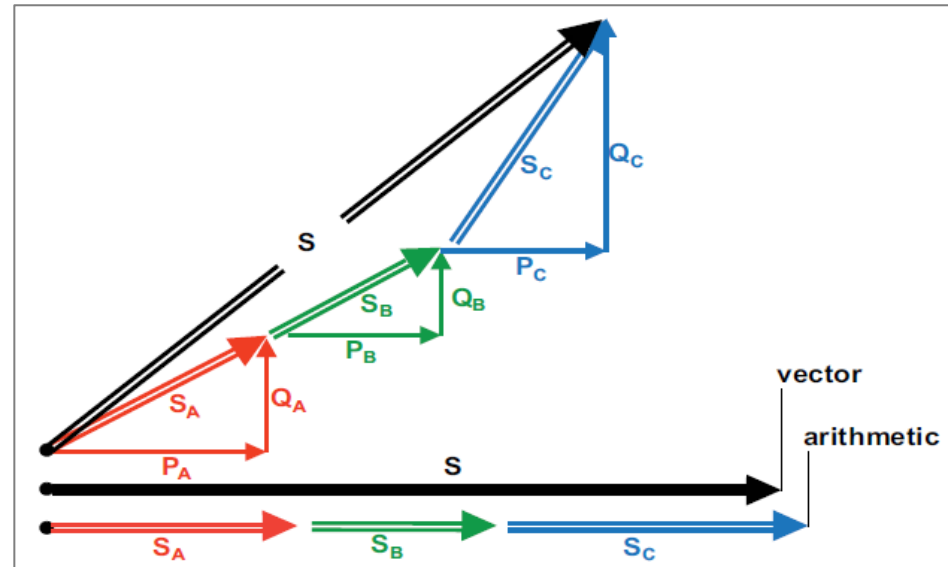


Παράδειγμα 4: Μη-ισορροπημένο 3-φ σύστημα ισχύος

- Μπορούμε πάντα να προσθέτουμε αριθμητικά τις P και Q συνιστώσες ισχύος των φάσεων για τον υπολογισμό της συνολικής

$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C$$



- Αριθμητικό άθροισμα** (arithmetic sum) της φαινόμενων ισχύων S_x των φάσεων ισχύει μόνο εάν το σύστημα είναι απόλυτα ισορροπημένο και δεν περιέχει αρμονικές

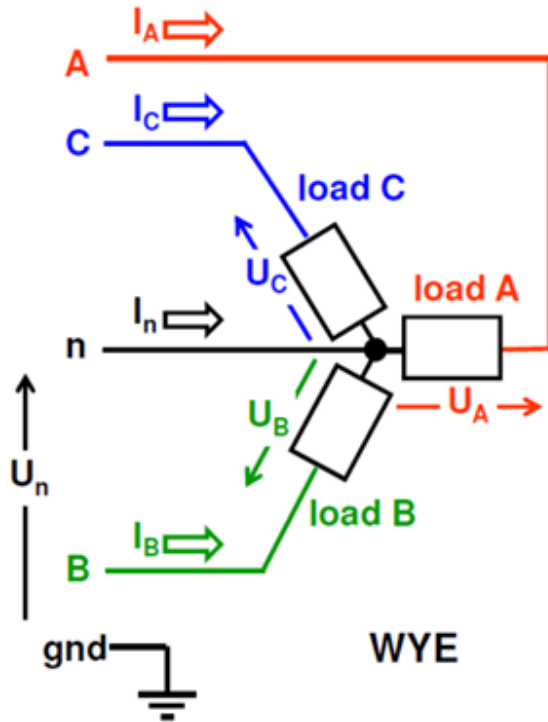
$$S_a = S_A + S_B + S_C \quad \text{ισορροπημένο σύστημα}$$

- Γενικά, το **διανυσματικό άθροισμα** (vector sum) είναι ο σωστός τρόπος

$$S_V = \sqrt{S_A^2 + S_B^2 + S_C^2} \quad \text{μη-ισορροπημένο σύστημα}$$

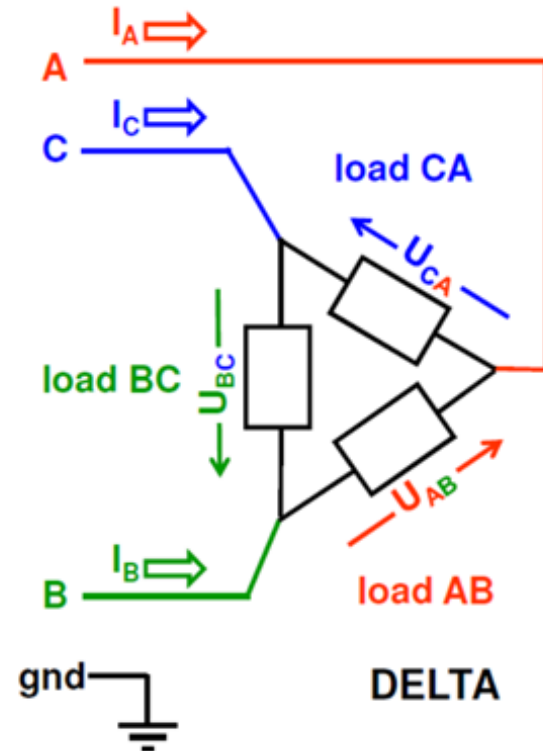
3-φ συστήματα ισχύος τριών και τεσσάρων γραμμών

Συστήματα Υ (ή αστέρα) 4 γραμμών
4-wire WYE (Υ) systems



Έχει τις τάσεις γραμμών V_X , $X = A, B, C$ ως προς τον ουδέτερο και τα ρεύματα γραμμών I_X , $X = A, B, C$

Συστήματα Δ (ή τριγώνου) 3 γραμμών
3-wire DELTA (Δ) systems



Έχει τα ρεύματα γραμμών I_X , αλλά τις τάσεις γραμμής-γραμμής V_{AB}, V_{BC} και V_{CA} αντί των τάσεων γραμμών προς ουδέτερο

Διανυσματικά διαγράμματα συστημάτων Υ και Δ

Τάσεις γραμμών (σύστημα Υ):

$$V_A, V_B, V_C$$

Τάσεις γραμμής-γραμμής
(σύστημα Δ):

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$V_{BC} = V_B - V_C$$

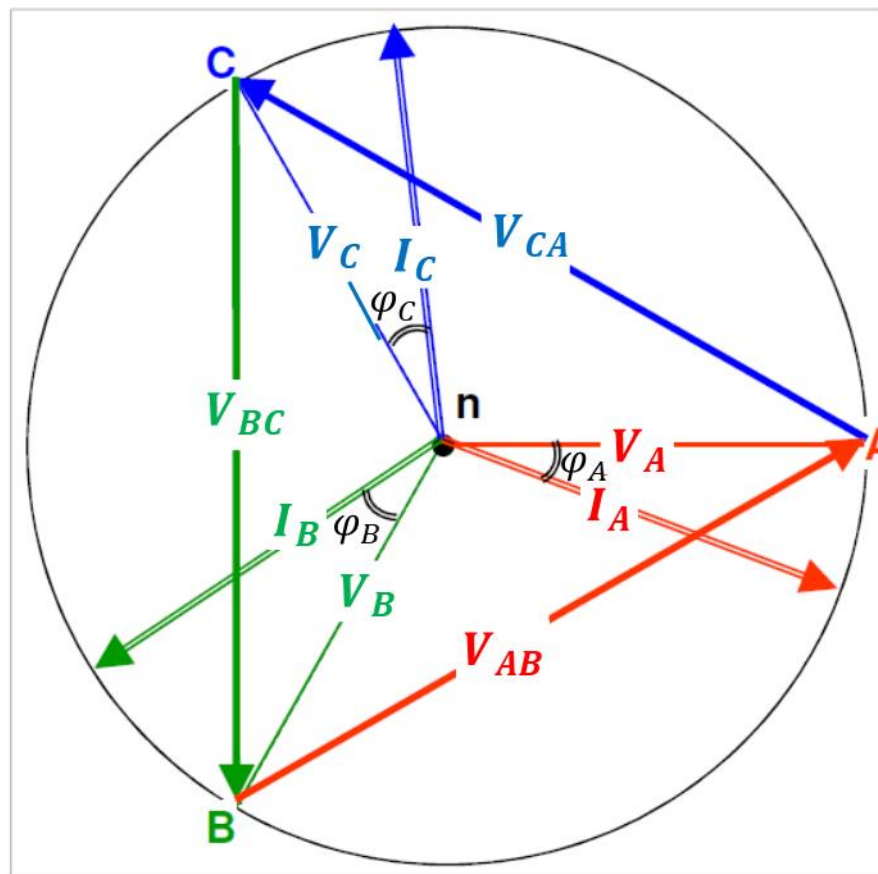
$$V_{CA} = V_C - V_A$$

Ρεύματα γραμμών (συστήματα
Υ και Δ):

$$I_A, I_B, I_C$$

Υ: $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$

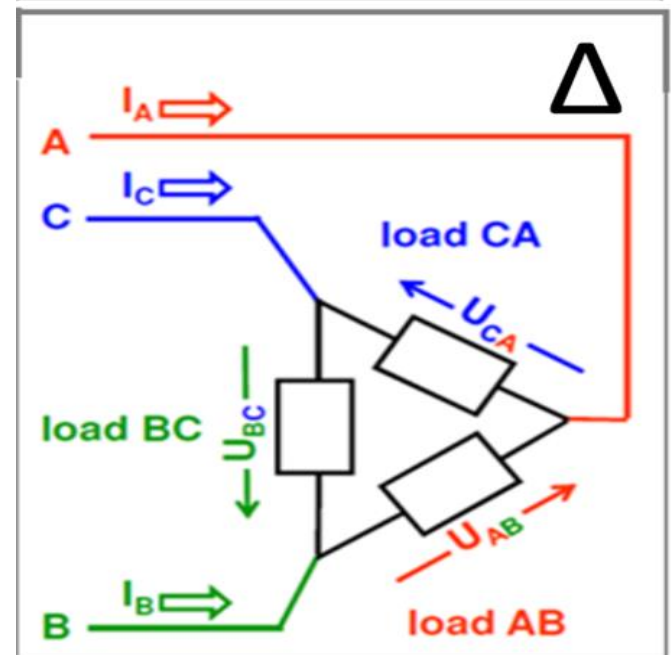
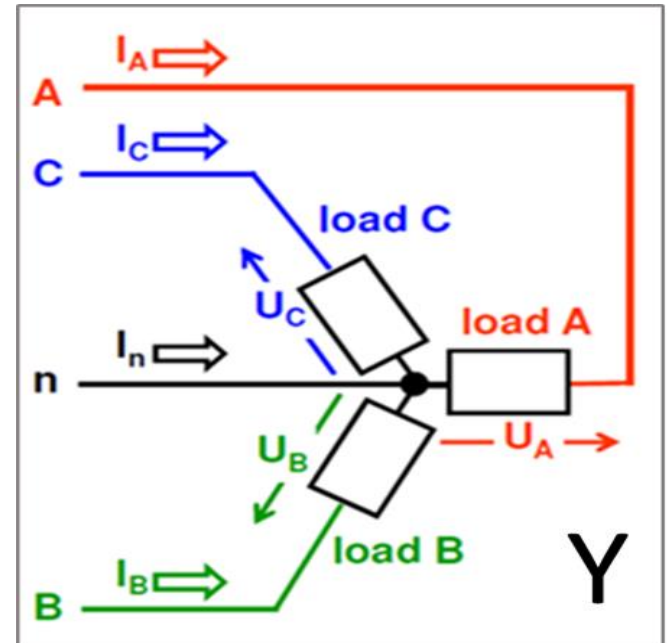
Δ: $\varphi_{AB-A}, \varphi_{BC-B}, \varphi_{CA-C}$



Διαφορές Υ και Δ

Κοιτάζοντας ένα 3-φ κύκλωμα από έξω

- δεν μπορούμε να πούμε αν η συνδεσμολογία του είναι Υ ή Δ.
- Μπορούμε μόνο να δούμε αν έχει ουδέτερο (N) ή όχι.
- Σε σύστημα Δ δεν μπορούμε να γνωρίζουμε άμεσα ποιο τμήμα του ρεύματος γραμμής I_C ρέει μέσω φορτίων CA ή BC (τα ρεύματα γραμμής-γραμμής), εκτός αν γνωρίζουμε τις ακριβείς αντιστάσεις των φορτίων, κάτι που κανονικά δεν ισχύει!
- Μόνο με ένα απόλυτα ισορροπημένο φορτίο μπορούμε να υπολογίζουμε τις σχέσεις μεταξύ I_A , I_B , I_C και I_{AB} , I_{BC} και I_{CA} .



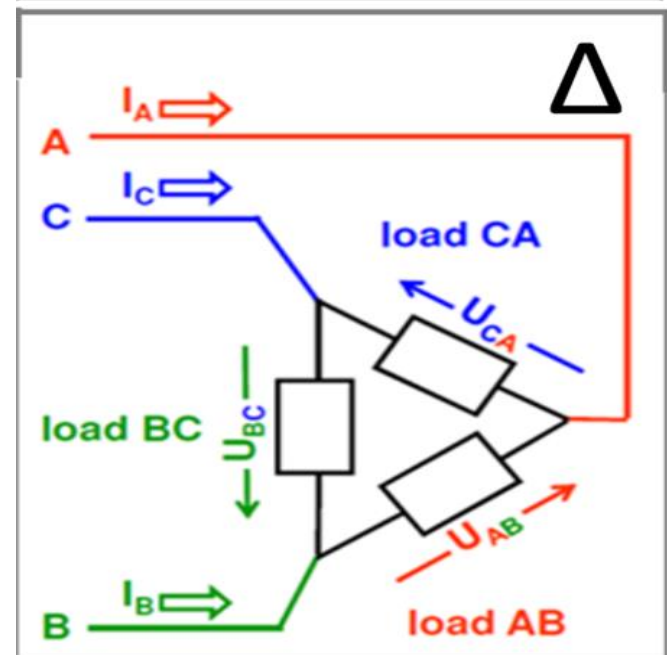
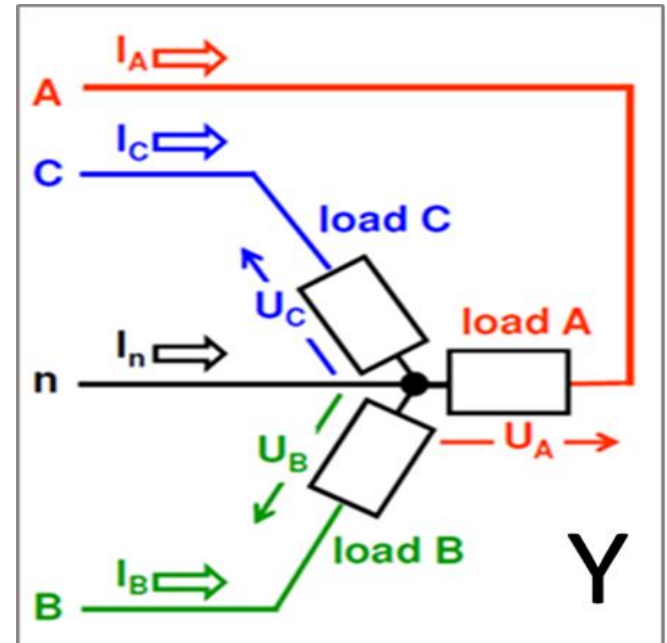
Διαφορές Υ και Δ (συνέχεια)

1. Συστήματα Υ

- Γνωρίζουμε τάση και ρεύμα κάθε γραμμής (φάσης).
- Επίσης, μπορεί να υπάρχει τάση και ρεύμα ουδετέρου (συνήθως μηδενικό).
- Μπορούμε να βρούμε τις ισχύς του συστήματος απλά από τις ισχύς των γραμμών.

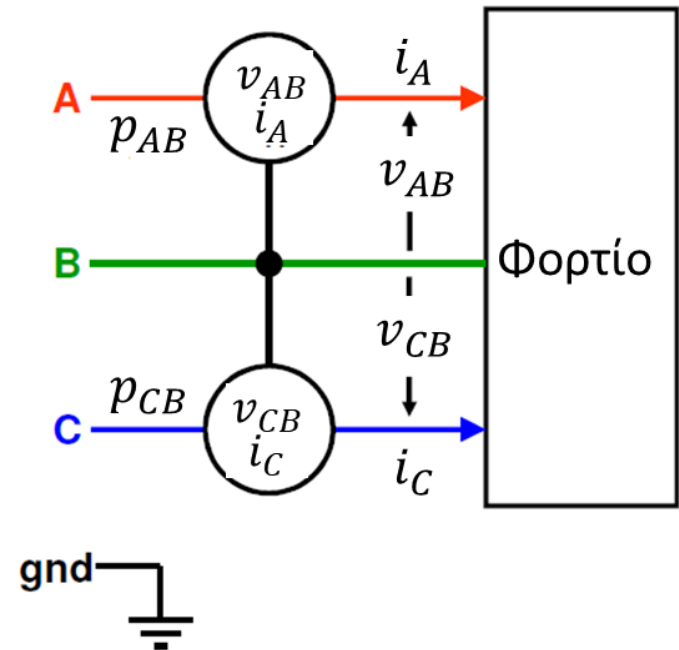
2. Συστήματα Δ

- Γνωρίζουμε τις τάσεις γραμμής-γραμμής και τα ρεύματα γραμμών. **Δεν ξέρουμε, όμως τα ρεύματα της γραμμής-γραμμής.**
- Δεν γνωρίζουμε τις ισχύς γραμμής-γραμμής, και δεν μπορούμε να βρούμε την ισχύ του συστήματος από τις ισχύς των γραμμών.



Μέτρηση ισχύος σε Δ συστήματα με τη μέθοδο των δύο βαττομέτρων

- Θεώρημα Blondel (1893): για την πλήρη μέτρηση ισχύος σε οποιοδήποτε σύστημα ηλεκτρικών αγωγών, χρειάζεται ένας μετρητής ισχύος (wattmeter) λιγότερο από το πλήθος των αγωγών
- Έτσι, για ένα σύστημα Δ τριών αγωγών, χρειάζονται δύο μετρητές ισχύος
- Το κύκλωμα Aron χρησιμοποιεί τη μια γραμμή (B) ως αναφορά για δύο όργανα μέτρησης ισχύος
- Το ένα χρησιμοποιεί την τάση μεταξύ A και B και το ρεύμα στην A και το άλλο χρησιμοποιεί την τάση μεταξύ B και C και το ρεύμα στη C.



Μέτρηση ισχύος σε Δ συστήματα με τη μέθοδο των δύο βαττομέτρων (συνέχεια)

Έχουμε

$$i_A + i_B + i_C = 0 \Rightarrow$$

$$i_B = -i_A - i_C$$

και

$$p(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t)$$

$$p(t) = v_A i_A + v_B i_B + v_C i_C$$

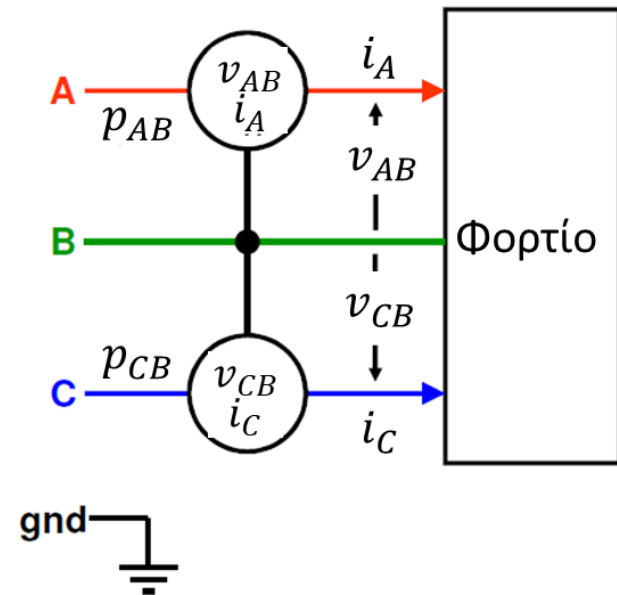
$$p(t) = v_A i_A + v_B (-i_A - i_C) + v_C i_C$$

$$p(t) = (v_A - v_B) i_A + (v_C - v_B) i_C$$

$$p(t) = v_{AB} i_A + v_{CB} i_C$$

Η ενεργός ισχύς είναι

$$P = \overline{p(t)} = \overline{v_{AB} i_A + v_{CB} i_C} = \overline{v_{AB} i_A} + \overline{v_{CB} i_C}$$



Μέτρηση ισχύος σε Δ συστήματα με τη μέθοδο των δύο βαττομέτρων (συνέχεια)

$$P = \overline{v_{AB}i_A} + \overline{v_{CB}i_C}$$

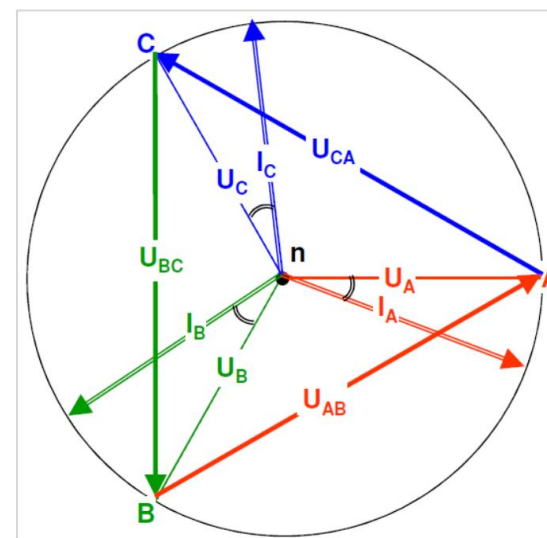
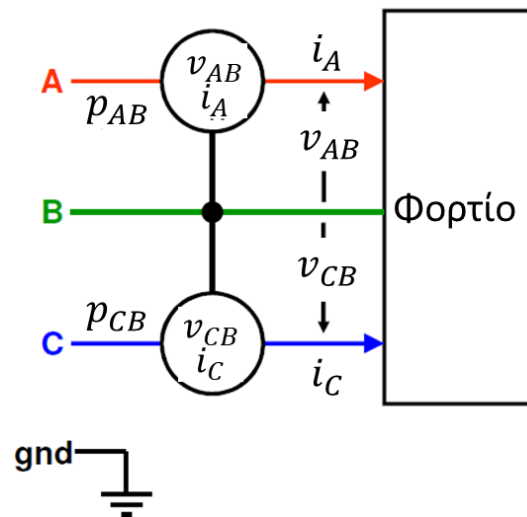
Για την ενεργό ισχύ της θεμελιώδους (συχνότητας), έχουμε

$$P_1 = V_{1AB}I_{1A} \cos \varphi_{AB-A} + V_{1CB}I_{1C} \cos \varphi_{CB-C}$$

Σημείωση: δεν μπορούμε να διαχωρίσουμε τους όρους P_{1AB} και P_{1CB} . Μαζί αποτελούν τη συνιστώσα P_1 .

Για την άεργο θεμελιώδη ισχύ

$$Q_1 = V_{1AB}I_{1A} \sin \varphi_{AB-A} + V_{1CB}I_{1C} \sin \varphi_{CB-C}$$



Μέτρηση ισχύος σε Δ συστήματα με τη μέθοδο των δύο βαττομέτρων (συνέχεια)

Για τη φαινόμενη ισχύ

- στην περίπτωση **ισορροπημένου συστήματος, χωρίς αρμονικές**, η αριθμητική άθροιση είναι ακριβής

$$S_a = V_{AB}I_A + V_{CB}I_C$$

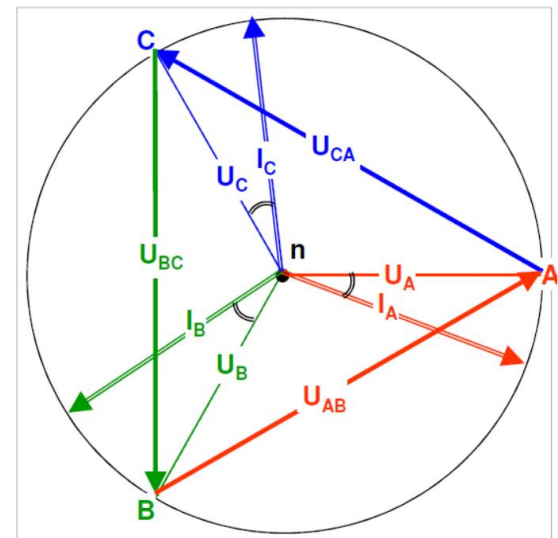
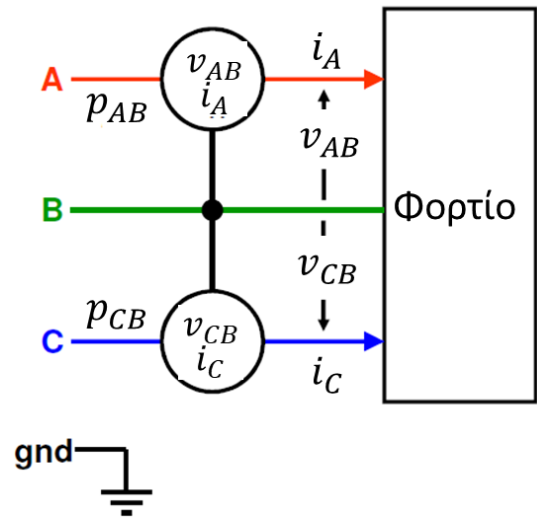
με συντελεστή ισχύος $PF = P/S_a$

- στην περίπτωση **ισορροπημένου συστήματος**, μπορεί να γίνει αριθμητική άθροιση για τη **θεμελιώδη φαινόμενη ισχύ**

$$S_{1a} = V_{1AB}I_{1A} + V_{1CB}I_{1C}$$

με συντελεστής ισχύος της θεμελιώδους

$$DPF = P_1/S_{1a}$$



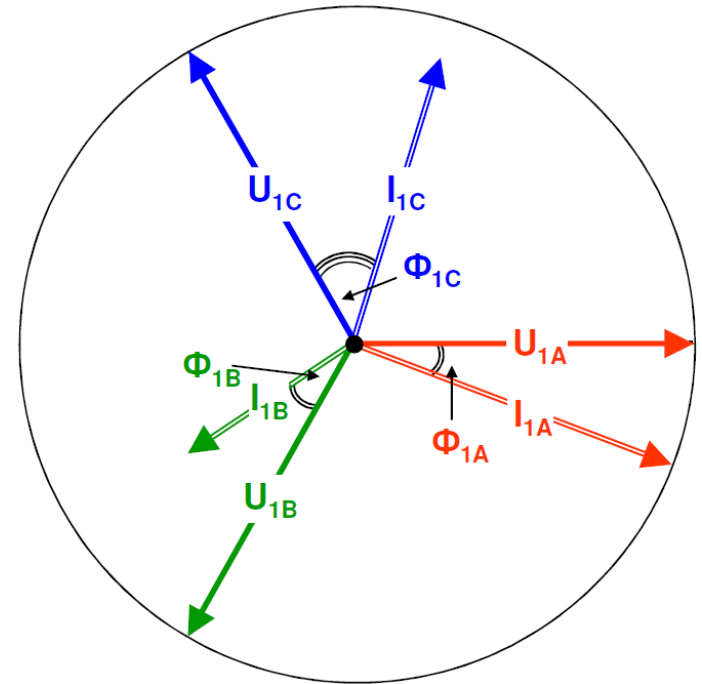
Μη-ισορροπημένα 3-φ συστήματα ισχύος

Ανισορροπία τάσης (voltage unbalance)

- $V_{1A} \neq V_{1B} \neq V_{1C}$ με γωνία μεταξύ τους $\neq 120^\circ$
- προκαλείται, κυρίως, από ανισορροπία ρεύματος στη γραμμή μεταφοράς

Ανισορροπία ρεύματος (current unbalance)

- $I_{1A} \neq I_{1B} \neq I_{1C}$ και/ή $\phi_{1A} \neq \phi_{1B} \neq \phi_{1C}$
 - προκαλείται, κυρίως, από την ανισορροπία φορτίων.
- Ιδιαίτερα σοβαρές οι επιπτώσεις της ανισορροπίας στη περίπτωση χαλασμένου ή ακατάλληλα εγκατεστημένου εξοπλισμού ή όταν υπάρχει φωτοβολταϊκό σύστημα συνδεδεμένο σε μία από τις φάσεις
 - Η ανισορροπία ρεύματος είναι συνηθέστερη και συνήθως πολύ μεγαλύτερη από την ανισορροπία τάσης



Μέθοδοι υπολογισμού φαινόμενης ισχύος 3-φ συστημάτων

1. Κλασσική (Classical)

Διακρίνεται σε αριθμητική και διανυσματική

Αριθμητική (arithmetic): Χρησιμοποιεί το αριθμητικό άθροισμα της ισχύος των φάσεων.

- Για σύστημα Y 4 αγωγών : $S_a = S_A + S_B + S_C$
με $S_X = V_X I_X$, $X = A, B, C$
- Για σύστημα Δ 3 αγωγών : $S_a = V_{AB} I_A + V_{CB} I_C$

Ο υπολογισμός με την αριθμητική κλασσική μέθοδο είναι απλός, αλλά, δίνει εσφαλμένα αποτελέσματα εάν υπάρχουν αρμονικές ή ανισορροπία στο σύστημα

Μέθοδοι υπολογισμού φαινόμενης ισχύος 3-φ συστημάτων (συνέχεια)

1. Κλασσική (Classical)

Διανυσματική (vectorial): Χρησιμοποιεί το διανυσματικό άθροισμα της ισχύος των φάσεων.

- Για σύστημα Υ 4 αγωγών : $S_V^2 = P^2 + Q^2$

$$\text{με } P = P_A + P_B + P_C \text{ και } Q = Q_A + Q_B + Q_C$$

- Για σύστημα Δ 3 αγωγών : $S_V^2 = P^2 + Q^2$

με P και Q σύμφωνα με τη μέθοδο των δύο βαττομέτρων.

Ο υπολογισμός με την διανυσματική κλασσική μέθοδο δίνει σχετικά καλύτερα αποτελέσματα για την ανισορροπία, αλλά εξακολουθεί να αγνοεί τις αρμονικές.

Μέθοδοι υπολογισμού φαινόμενης ισχύος 3-φ συστημάτων (συνέχεια)

2. IEEE-1459

Αντικαθιστά το πραγματικό μη-ισορροπημένο σύστημα με ένα εικονικό ισορροπημένο σύστημα (το **ισοδύναμο σύστημα** - effective system), το οποίο έχει τις ίδιες συνολικά εξωτερικές απώλειες στο δίκτυο με το πραγματικό μη ισορροπημένο.

Φαινόμενη ισχύς ισοδύναμου συστήματος $S_e = 3V_e I_e$

- Για σύστημα Y 4 αγωγών :

$$V_e = \sqrt{[3(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) + V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2]/18}$$

$$I_e = \sqrt{(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + I_N^2)/3}$$

Μέθοδοι υπολογισμού φαινόμενης ισχύος 3-φ συστημάτων (συνέχεια)

2. IEEE-1459

Φαινόμενη ισχύς ισοδύναμου συστήματος $S_e = 3V_e I_e$

- Για σύστημα Δ 3 αγωγών :

$$V_e = \sqrt{(V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2)/9}$$

$$I_e = \sqrt{(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2)/3}$$

Μέθοδοι υπολογισμού φαινόμενης ισχύος 3-φ συστημάτων (συνέχεια)

2. IEEE-1459

Θεμελιώδης φαινόμενη ισχύς ισοδύναμου συστήματος $S_{e1} = 3V_{e1}I_{e1}$

- Για σύστημα Υ 4 αγωγών :

$$V_{e1} = \sqrt{[3(V_{1A}^2 + V_{1B}^2 + V_{1C}^2) + V_{1AB}^2 + V_{1BC}^2 + V_{1CA}^2]/18}$$

$$I_{e1} = \sqrt{(I_{1A}^2 + I_{1B}^2 + I_{1C}^2 + I_{1N}^2)/3}$$

- Για σύστημα Δ 3 αγωγών :

$$V_{e1} = \sqrt{(V_{1AB}^2 + V_{1BC}^2 + V_{1CA}^2)/9}$$

$$I_{e1} = \sqrt{(I_{1A}^2 + I_{1B}^2 + I_{1C}^2)/3}$$

Μέθοδοι υπολογισμού φαινόμενης ισχύος 3-φ συστημάτων (συνέχεια)

Παρατηρήσεις επί της μεθόδου IEEE-1459

Το γεγονός ότι το ουδέτερο ρεύμα I_N πολλαπλασιάζεται με όλες τις τάσεις γραμμών V_A, \dots και όλες τις τάσεις γραμμής-γραμμής V_{AB}, \dots

$$S_e = 3 \left(\sqrt{[3(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) + V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2]/18} \right) \times \left(\sqrt{(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + I_N^2)/3} \right)$$

έχει σαν αποτέλεσμα η μέθοδος να υπερεκτιμά τη σημασία του I_N

Επιπλέον, δεν είναι λογική η συσχέτιση I_N με τις τάσεις γραμμών και γραμμών-γραμμών, καθώς τέτοια συσχέτιση δεν συμβαίνει στο πραγματικό κύκλωμα.

Μέθοδοι υπολογισμού φαινόμενης ισχύος 3-φ συστημάτων (συνέχεια)

3. Ενοποιημένη φαινόμενη ισχύς (Unified apparent power - UPM)

χρησιμοποιεί ένα άθροισμα των τετραγώνων τάσης των φάσεων πολλαπλασιασμένο επί το άθροισμα των τετραγώνων ρεύματων γραμμών (μέθοδος Buchholz).

- Για σύστημα Y 4 αγωγών :

$$\text{Φαινόμενη ισχύς } S = \sqrt{(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) \cdot (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2)}$$

$$\text{Θεμελιώδης φαινόμενη ισχύς } S_1 = \sqrt{(V_{1A}^2 + V_{1B}^2 + V_{1C}^2) \cdot (I_{1A}^2 + I_{1B}^2 + I_{1C}^2)}$$

- Για σύστημα Δ 3 αγωγών :

$$\text{Φαινόμενη ισχύς } S = \sqrt{[(V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2) \cdot (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2)]/3}$$

$$\text{Θεμελιώδης φαινόμενη ισχύς } S_1 =$$

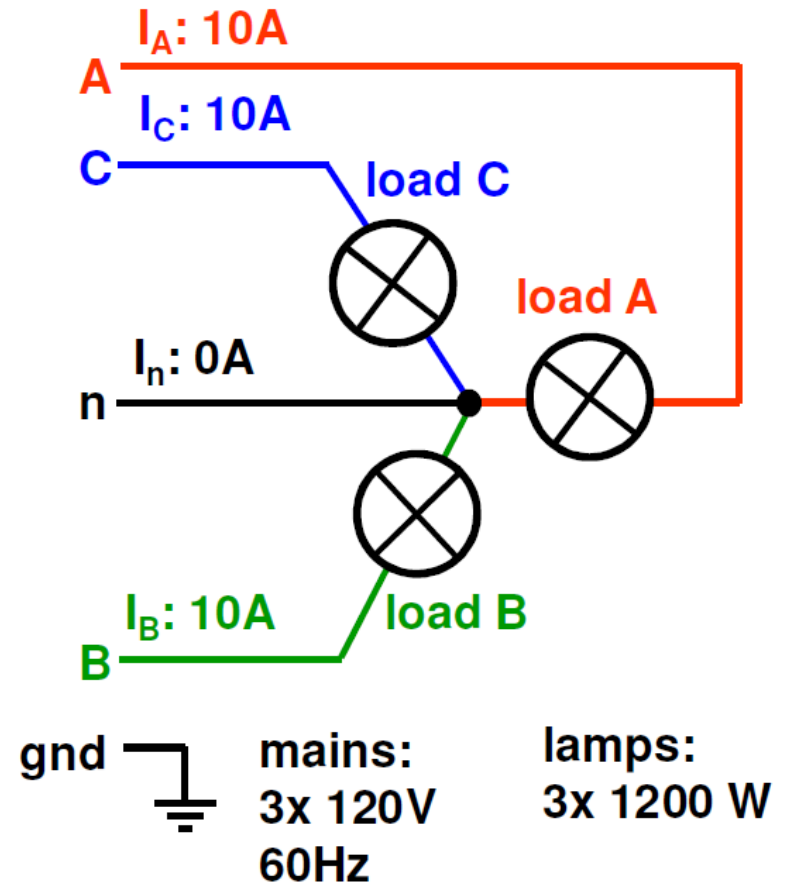
$$\sqrt{(V_{1A}^2 + V_{1B}^2 + V_{1C}^2) \cdot (I_{1A}^2 + I_{1B}^2 + I_{1C}^2)/3}$$

Παράδειγμα 5: 3-φ σύστημα φωτισμού

Ισορροπημένο σύστημα 3 λαμπτήρων

3 λαμπτήρες (φάσεις)			
	A	B	C
P	1200	1200	1200
Q	0	0	0
S	1200	1200	1200

3 λαμπτήρες (σύστημα)		
	Κλασσική	IEEE
P	3600	3600
Q	0	0
S	3600	3600



Παράδειγμα 5: 3-φ σύστημα φωτισμού (συνέχεια)

Μη-ισορροπημένο σύστημα – καμένο φορτίο (λαμπτήρας) στη μια φάση

2 λαμπτήρες (φάσεις)			
	A	B	C
P	1200	1200	0
Q	0	0	0
S	1200	1200	0

2 λαμπτήρες (σύστημα)		
	Κλασσική	IEEE
P	2400	2400
Q	0	0
S	2400	3600

