

# ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

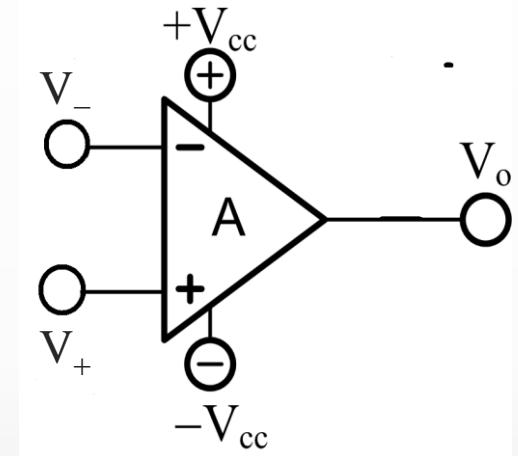
ΕΝΟΤΗΤΑ 2<sup>Η</sup>

ΜΕΡΟΣ Ε΄

Ρύθμιση σήματος - Τελεστικός ενισχυτής

# Τελεστικοί ενισχυτές

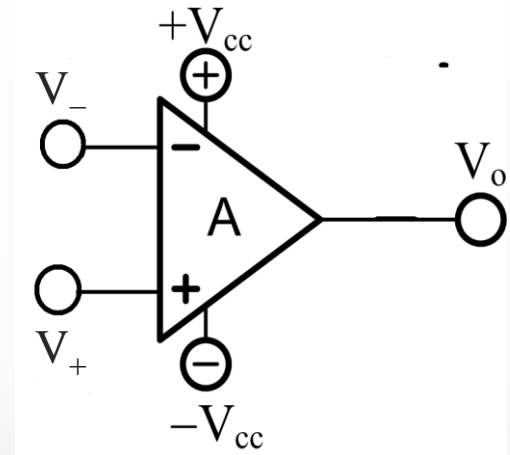
- Οι τελεστικοί ενισχυτές (operational amplifiers ή, op-amps) είναι ηλεκτρονικές συσκευές γενικής χρήσης στην επεξεργασία σήματος των αισθητήρων.
- Είναι στοιχεία δύο εισόδων ( $V_+$  και  $V_-$ ) και μίας εξόδου ( $V_o$ ).
- Η είσοδος  $V_-$  (σημειώνεται με -) ονομάζεται αναστρέφουσα είσοδος (inverting input).
- Η είσοδος  $V_+$  (σημειώνεται με +) ονομάζεται μη-αναστρέφουσα είσοδος (non-inverting input)



## Τελεστικοί ενισχυτές (συνέχεια)

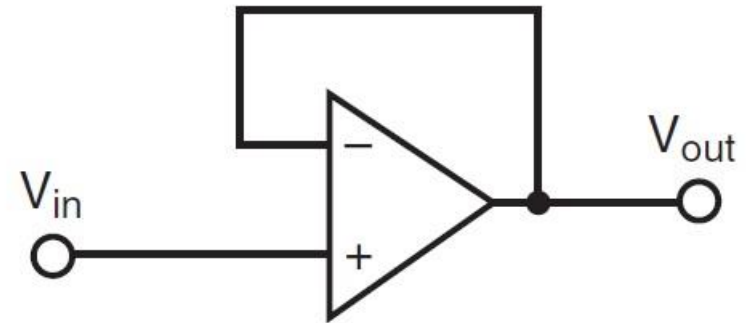
$$V_o = A \cdot (V_+ - V_-)$$

- Η τάση εξόδου ( $V_o$ ) ισούται με τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο εισόδων
- πολλαπλασιασμένη επί έναν πολύ μεγάλο αριθμό  $A$  (περίπου  $10^5$ ), το κέρδος (gain) του ενισχυτή
- $+V_{cc}$  και  $-V_{cc}$  είναι η διπολική τάση τροφοδοσίας του ενισχυτή (π.χ.,  $+V_{cc} = +15\text{ V}$  και  $-V_{cc} = -15\text{ V}$ ).



## Τελεστικοί ενισχυτές με ανάδραση

- Η ανάδραση (feedback), δηλαδή η σύνδεση της εξόδου με μία από τις εισόδους, είναι μια ιδιαίτερα χρήσιμη τεχνική που χρησιμοποιείται στην πράξη στις εφαρμογές των τελεστικών ενισχυτών.
- Ακόλουθος τάσης (voltage follower) είναι ένα κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή στην οποία η αναστρέφουσα είσοδος συνδέεται άμεσα στην έξοδο.



- Στον ακόλουθο τάσης, η έξοδος γίνεται πάντα ίση (ακολουθεί) την είσοδο,  
$$V_{out} = V_{in}$$
- Ο ακολουθητής τάσης χρησιμεύει για την απομόνωση μιας βαθμίδας ενός κυκλώματος με μεγάλη αντίσταση εξόδου από άλλη βαθμίδα με μικρή αντίσταση εισόδου.

# Ακόλουθος τάσης (συνέχεια)

## ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Αποδείξτε ότι στον ακόλουθο τάσης, η έξοδος είναι πάντα ίση (ακολουθεί) την είσοδο,

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}}$$

## Απόδειξη:

$$V_{\text{out}} = A \cdot (V_+ - V_-)$$

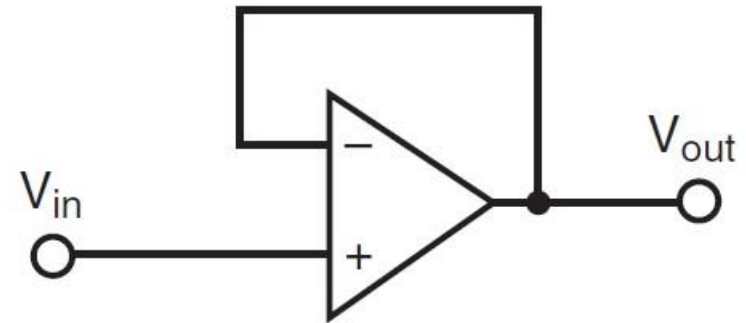
$$V_{\text{out}} = A \cdot (V_+ - V_{\text{out}})$$

$$V_{\text{out}} + A \cdot V_{\text{out}} = A \cdot V_+$$

$$(1 + A)V_{\text{out}} = A \cdot V_+$$

$$V_{\text{out}} = \frac{A}{(1 + A)} V_+$$

Επειδή,  $1 + A \cong A$  (π.χ.,  $1+100000 \cong 100000$ ), πρακτικά, έχουμε  $V_{\text{out}} = V_+$



# Ανάλυση κυκλώματος Τ. Ε. με ανάδραση

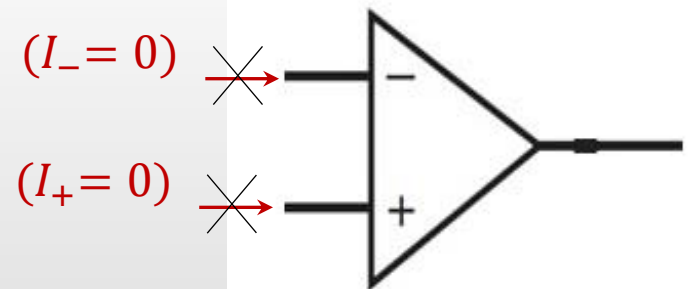
Ένα κύκλωμα του τελεστικού ενισχυτή με αρνητική ανάδραση μπορεί να αναλυθεί εύκολα χρησιμοποιώντας τους δύο 'χρυσούς' κανόνες των τελεστικών ενισχυτών

*"Sensor Technology Handbook", ed. J.S. Wilson*

## 1<sup>ος</sup> κανόνας

Λόγω της πολύ μεγάλης αντίστασης εισόδου, καθόλου ρεύμα δεν ρέει μέσα στις εισόδους του τελεστικού ενισχυτή, δηλαδή

$$I_+ = I_- = 0$$

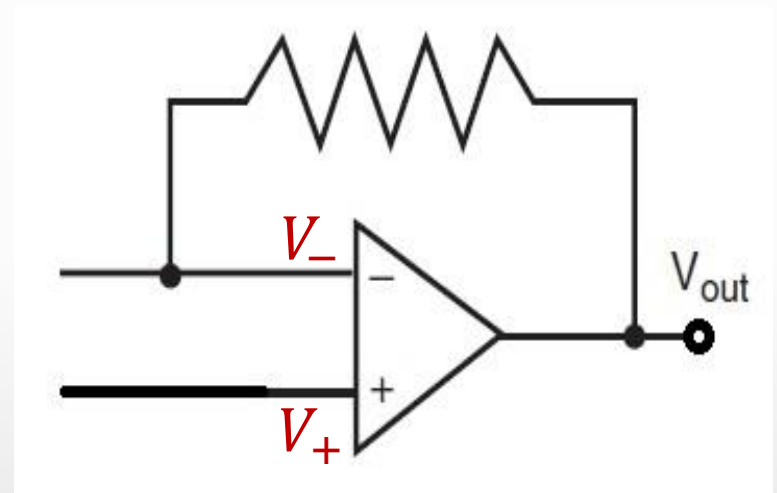


## Ανάλυση κυκλώματος Τ. Ε. με ανάδραση (συνέχεια)

### 2<sup>ος</sup> κανόνας

Όταν ο τελεστικός ενισχυτής είναι διαμορφωμένος για αρνητική ανάδραση, η έξοδος κάθε στιγμή έχει εκείνη την τιμή που κάνει τις τάσεις των δύο εισόδων να είναι ίσες,

$$V_- = V_+$$



# Αντιστρέφων ενισχυτής

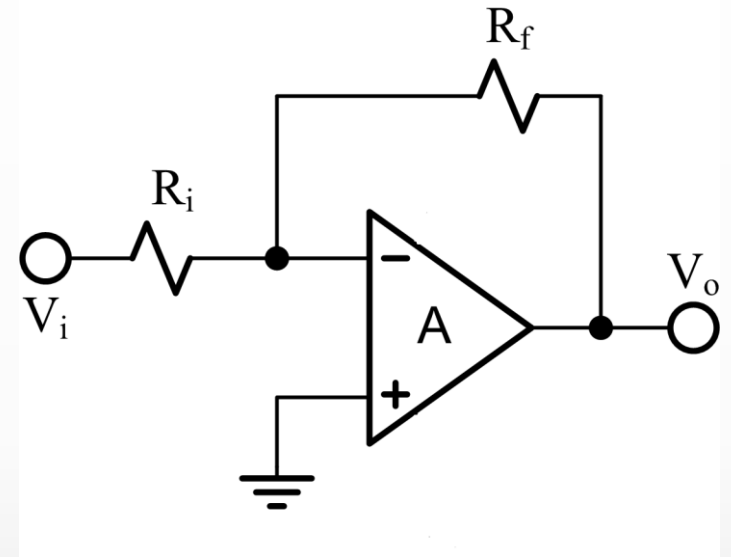
Ο αναστρέφων ενισχυτής (inverting amplifier) είναι ένα κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή συνδεσμοποιημένου όπως στο κύκλωμα παρακάτω, όπου

- $R_i$  η αντίσταση εισόδου
- $R_f$  η αντίσταση ανάδρασης (feedback resistor)

Σε έναν αναστρέφοντα ενισχυτή:

$$V_o = -\frac{R_f}{R_i} \cdot V_i$$

Απόδειξη  
→





# Απόδειξη της σχέσης $V_o = -\frac{R_f}{R_i} \cdot V_i$ :

Είσοδος  $V_+$  γειωμένη, επομένως,  $V_+ = 0$

$V_- = V_+ = 0$  (2<sup>ος</sup> χρυσός κανόνας)

Έστω  $I$  το ρεύμα εισόδου.

Εφόσον, ρεύμα δεν εισέρχεται στην αναστρέφουσα είσοδο (1<sup>ος</sup> χρυσός κανόνας),

$R_i$  και  $R_f$  είναι σε σειρά

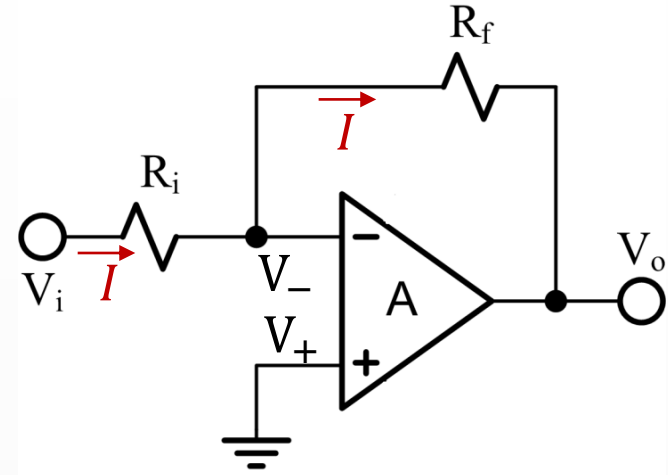
Από το νόμο του Ohm στις  $R_i$  και  $R_f$

$$I = \frac{V_i - (V_-)}{R_i} = \frac{V_i}{R_i}$$

$$I = \frac{(V_-) - V_o}{R_f} = -\frac{V_o}{R_f}$$

Εξισώνοντας,

$$V_o = -\frac{R_f}{R_i} \cdot V_i$$



# Μη-αναστρέφων ενισχυτής (non-inverting op amp)

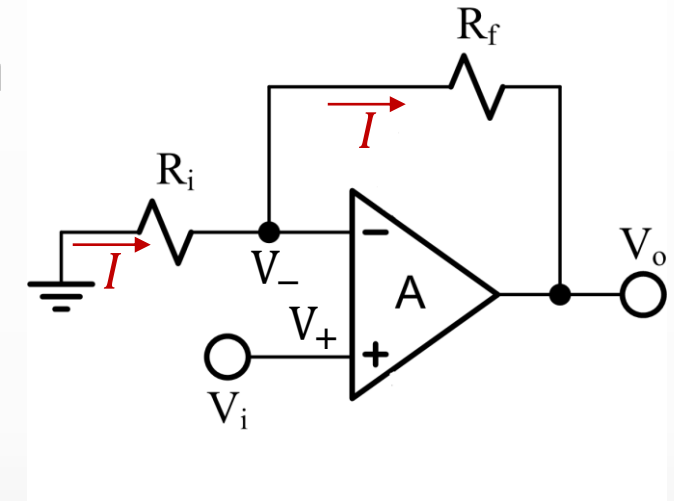
- Το σήμα εισόδου ( $V_i$ ) εφαρμόζεται στη μη-αναστρέφουσα είσοδο.
- Τάση εξόδου στον μη-αναστρέφοντα ενισχυτή

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \cdot V_i$$

Απόδειξη:

$$V_- = V_+ = V_i \text{ (2ος κανόνας)}$$

Έστω  $I$  το ρεύμα στη μη αναστρέφουσα είσοδο



Εφόσον, ρεύμα δεν εισέρχεται στην αναστρέφουσα είσοδο (1ος κανόνας), το ίδιο ρεύμα  $I$  θα διαρρέει και την αντίσταση ανάδρασης  $R_f$ .

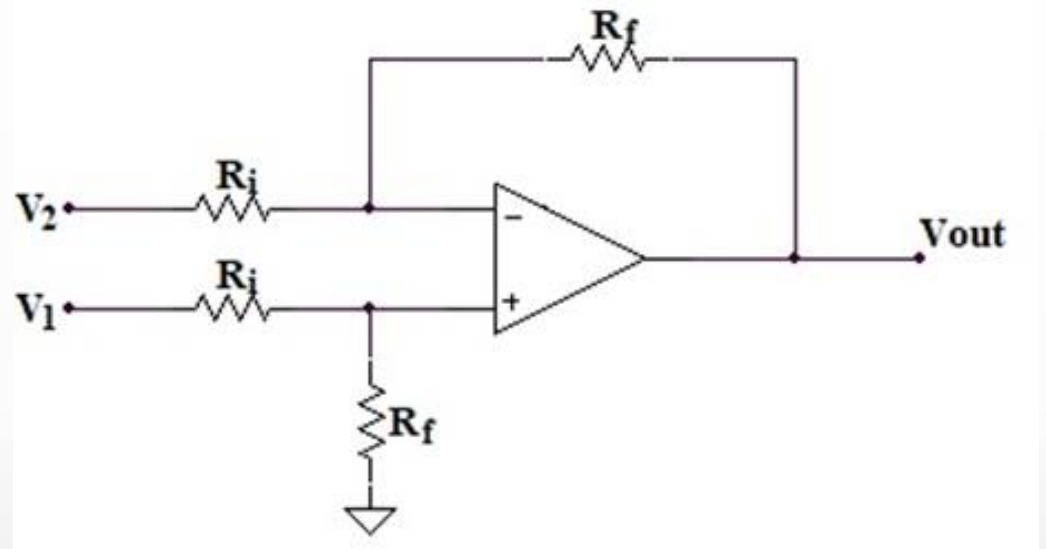
Από το νόμο του Ohm στις  $R_i$  και  $R_f$ :  $I = \frac{0 - V_i}{R_i} = -\frac{V_i}{R_i}$  και  $I = \frac{V_i - V_o}{R_f}$

και εξισώνοντας

$$\frac{V_i - V_o}{R_f} = -\frac{V_i}{R_i} \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \cdot V_i$$

## Ο Διαφορικός Ενισχυτής (differential amplifier)

- Διαφορικός ή ενισχυτής διαφοράς (difference amplifier) χρησιμοποιείται συχνά στα συστήματα μετρήσεων
- όταν υπάρχει ανάγκη ενίσχυσης μιας τάσης που δεν έχει κοινό σημείο με τη γείωση (π.χ., η τάση εξόδου μιας γέφυρας)



- Τάση εξόδου διαφορικού ενισχυτή:

$$V_{out} = \frac{R_f}{R_i} \cdot (V_1 - V_2)$$

# Η έξοδος του διαφορικού Τ.Ε.

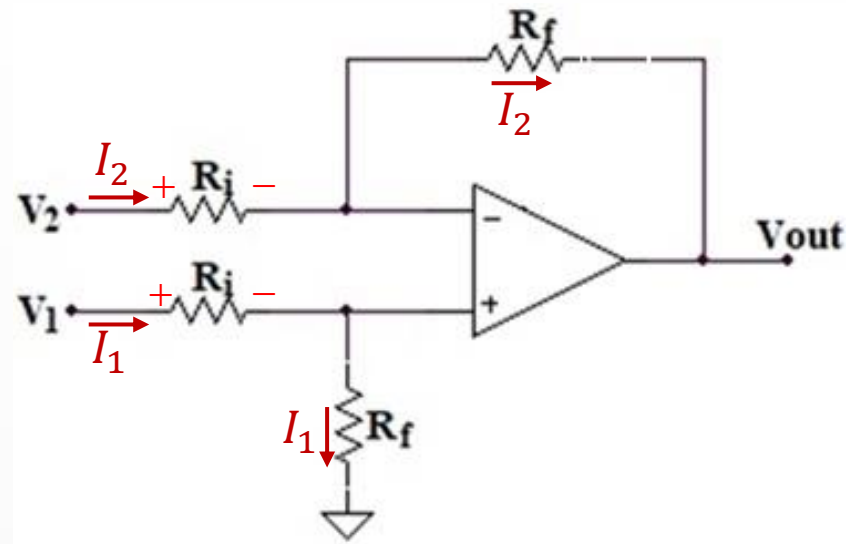
## Απόδειξη

Έστω  $I_1$  και  $I_2$  τα ρεύματα στις εισόδους.

Γράφοντας τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff μεταξύ  $V_1$  και  $V_2$  έχουμε

$$V_1 - I_1 R_i + I_2 R_i = V_2$$

$$V_1 - V_2 = I_1 R_i - I_2 R_i$$



Από το νόμο του Ohm έχουμε:  $I_1 = \frac{V_1}{R_i + R_f}$  και  $I_2 = \frac{V_2 - V_{out}}{R_i + R_f}$

και αντικαθιστώντας παίρνουμε:  $V_1 - V_2 = \frac{V_1}{R_i + R_f} R_i - \frac{V_2 - V_{out}}{R_i + R_f} R_i$

Λύνοντας ως προς  $V_{out}$

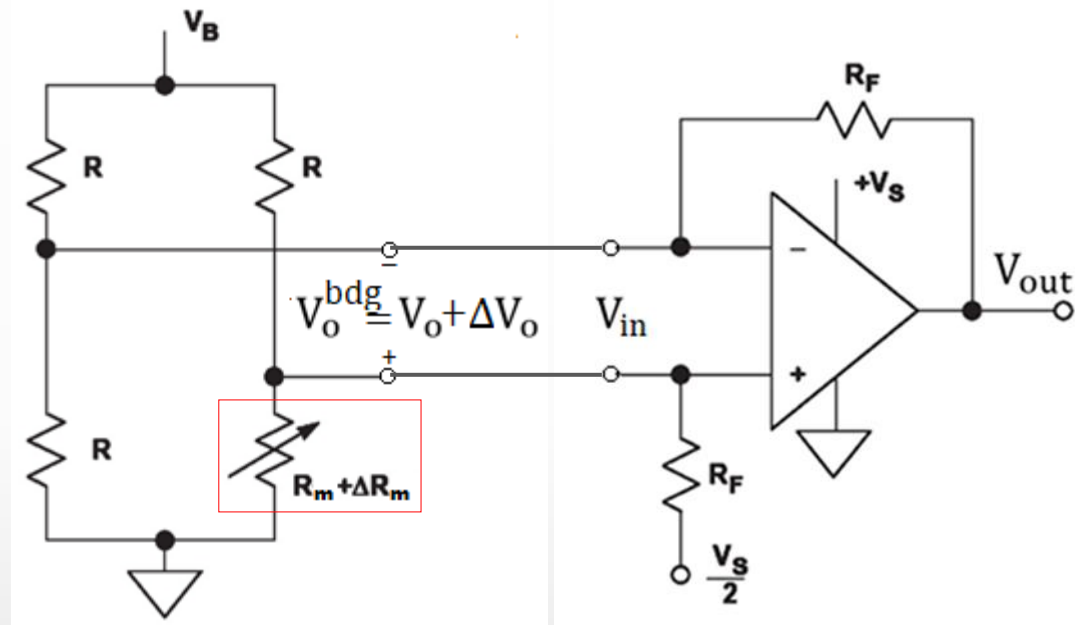
$$V_{out} = \frac{R_f}{R_i} \cdot (V_1 - V_2)$$

# Ενίσχυση της εξόδου γέφυρας με τελεστικό ενισχυτή

Μια γέφυρα,

- με dc τροφοδοσία τάσης  $V_B$ ,
- έναν αισθητήρα αντίστασης  $R_m + \Delta R_m$  στο ένα σκέλος της
- και 3 ίσες γνωστές σταθερές αντιστάσεις  $R$  στα άλλα,

χρησιμοποιείται πολύ συχνά για το μετασχηματισμό των μεταβολών της αντίστασης  $\Delta R_m$  ενός αισθητήρα σε μεταβολές τάσης  $\Delta V_o$  στην έξοδό της



Τάξη μεγέθους εξόδου γέφυρας  $\Delta V_o \sim 1 \text{ mV}$

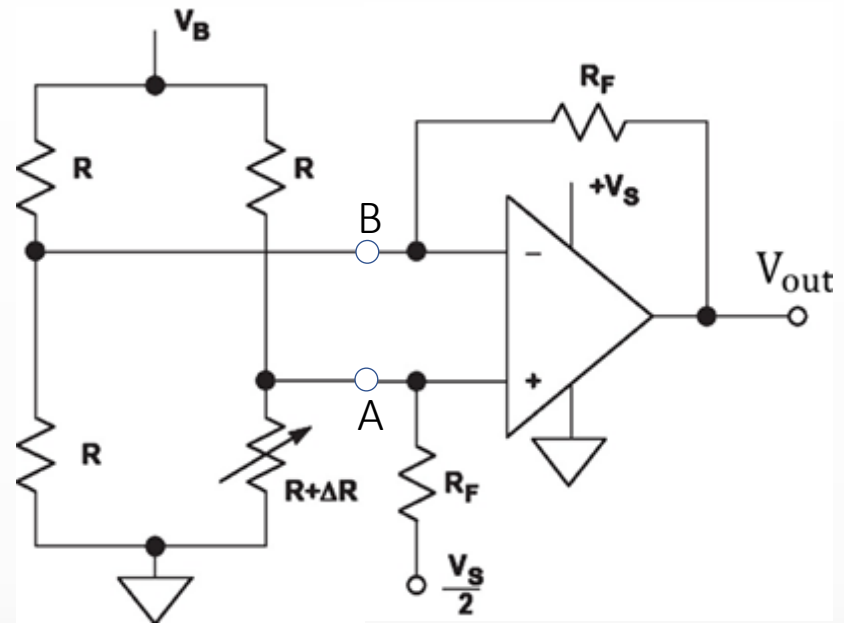
Για την ενίσχυση σήματος αισθητήρα, η έξοδος της γέφυρας συνδέεται σε έναν Τ.Ε.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Αποδείξτε ότι η τάση εξόδου  $V_{out}$  του τελεστικού ενισχυτή της εικόνας, με  $R = R_F$  και  $V_B = V_S$ , δίνεται από τη σχέση

$$V_{out} = \frac{V_S}{2} + \frac{V_S}{2} \cdot \delta$$

όπου,  $\delta = \frac{\Delta R}{R}$



“Sensor Handbook Technology”, ed. Jon S. Wislon

## Λύση

Για απλοποίηση, ας αντικαταστήσουμε το κύκλωμα της γέφυρας με το ισοδύναμό του Thevenin (για υπολογισμό ισοδύναμου Thevenin γέφυρας, βλ. Ηλεκτρικά Κυκλώματα I, κεφ. 4)

Αποσυνδέουμε τον ΤΕ

$$V_{th}^{bdg} = V_{AB} = \left( \frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + R} - \frac{R}{R + R} \right) V_B = \frac{\delta}{4 + 2\delta} V_B$$

## Λύση (συνέχεια)

$$R_{th}^{bdg} = R_{AB} = R \parallel R + R \parallel (R + \Delta R)$$

$$R_{th}^{bdg} = \frac{R}{2} + \frac{R + \Delta R}{2 + \delta}$$

$$R_{th}^{bdg} = \frac{4 + 3\delta}{4 + 2\delta} R$$

Αντικαθιστώντας τη γέφυρα, εικ. (α), με το ισοδύναμό της, έχουμε, εικ. (β)

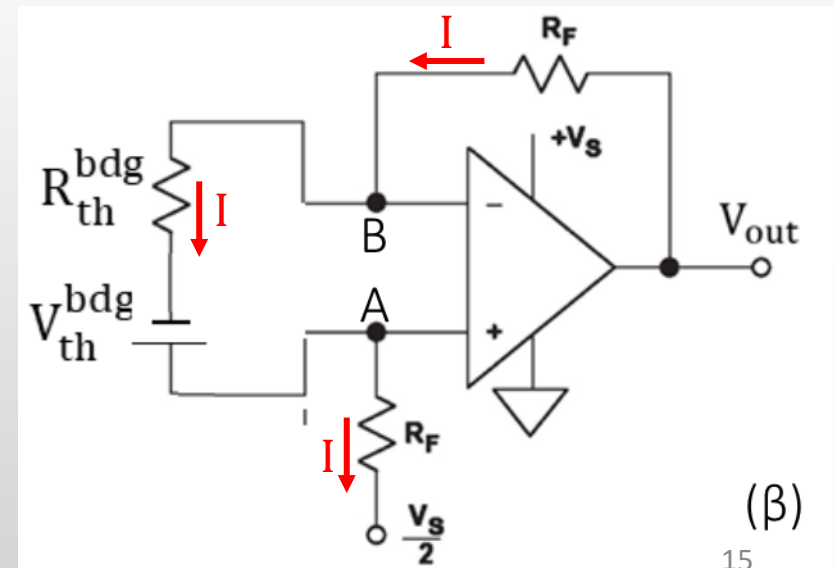
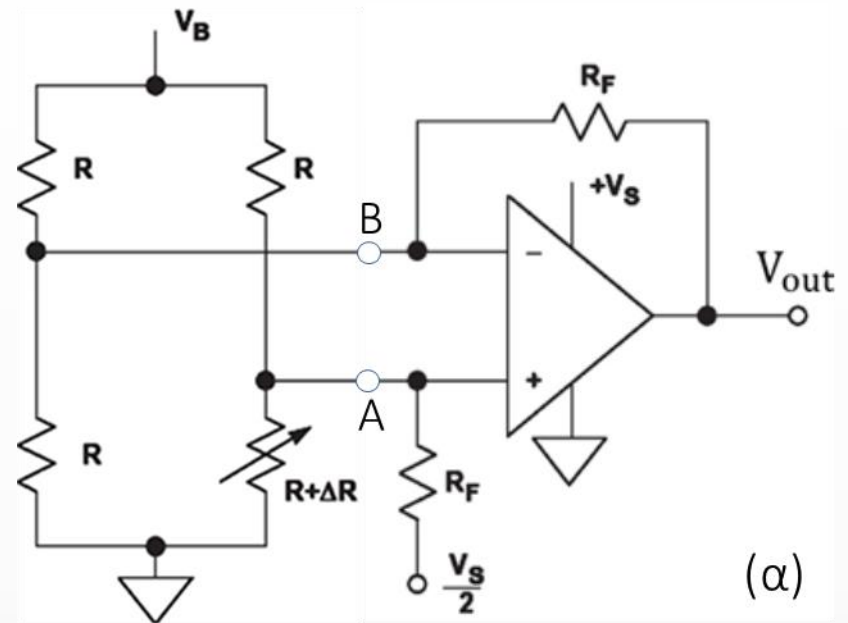
Έστω  $I$  το ρεύμα στο κύκλωμα (γιατί;)

Γράφοντας το νόμο τάσεων Kirchhoff (θυμηθείτε,  $V_A = V_B$ ) έχουμε

$$-IR_{th}^{bdg} + V_{th}^{bdg} = 0$$

και

$$V_{out} - IR_F - IR_F = \frac{V_S}{2}$$



## Λύση (συνέχεια)

$$-IR_{th}^{bdg} + V_{th}^{bdg} = 0$$

$$V_{out} - 2IR_F = \frac{V_S}{2}$$

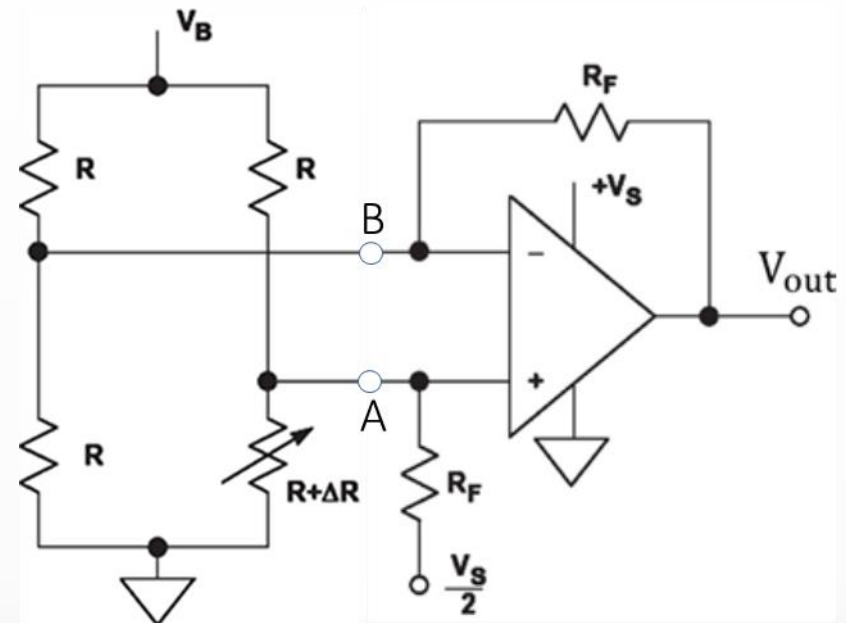
Απαλείφοντας το ρεύμα  $I$  μεταξύ των δύο σχέσεων, παίρνουμε

$$V_{out} = 2 \frac{V_{th}^{bdg}}{R_{th}^{bdg}} R_F + \frac{V_S}{2}$$

$$V_{out} = 2 \frac{\frac{\delta}{4 + 2\delta} V_S}{\frac{4 + 3\delta}{4 + 2\delta} R} R_F + \frac{V_S}{2}$$

$$V_{out} = 2 \frac{\delta}{4 + 3\delta} V_S + \frac{V_S}{2}$$

Για  $\delta \ll 1$ , παίρνουμε  $V_{out} = \frac{V_S}{2} + \frac{V_S}{2} \delta$





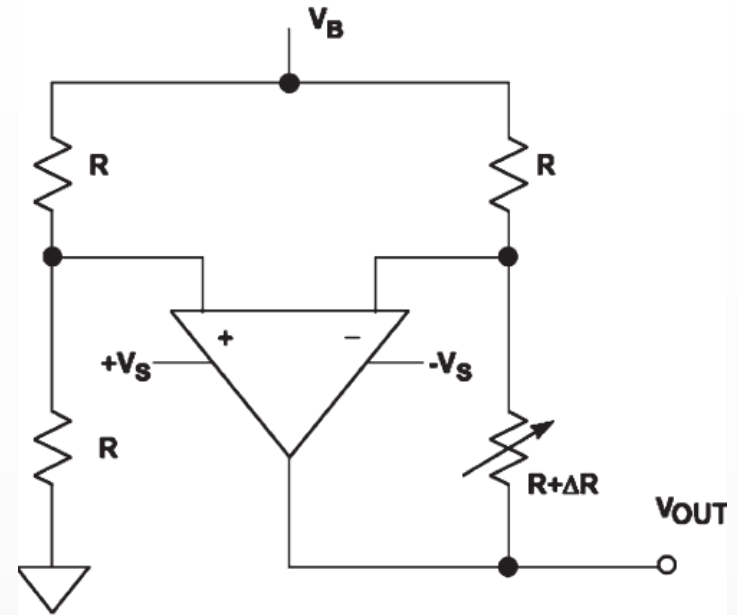
## ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Η εικόνα δείχνει το κύκλωμα μιας ενεργά μεταβαλλόμενης γέφυρας απλού στοιχείου. Ο ΤΕ επιβάλλει μηδενισμό εξόδου (forced null), δηλαδή, ισορροπία, προσθέτοντας μια τάση σε σειρά με τον μεταβαλλόμενο κλάδο του αισθητήρα ( $R+\Delta R$ )

Αυτή η τάση είναι ίση σε μέγεθος και αντίθετης πολικότητας προς τη μεταβολή της τάσης στο μεταβαλλόμενο κλάδο και είναι γραμμική προς τη μεταβολή  $\Delta R$ .

Αυτή η ενεργός γέφυρα έχει διπλάσια ενίσχυση ως προς την απλή γέφυρα απλού στοιχείου και η έξοδός της είναι γραμμική ως προς τη μεταβολή  $\Delta R$  ακόμη και για μεγάλες τιμές του  $\Delta R$

Αποδείξτε ότι  $V_{OUT} = -V_B \left[ \frac{\Delta R}{2R} \right]$



## ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Η πηγή ρεύματος Howland (Howland Current Source - HCS) είναι ένα καλό παράδειγμα πηγής ρεύματος ελεγχόμενης από τάση.

$$\text{Αποδείξτε ότι } I_{\text{out}} = \frac{V_{\text{in}}}{R_1}$$

