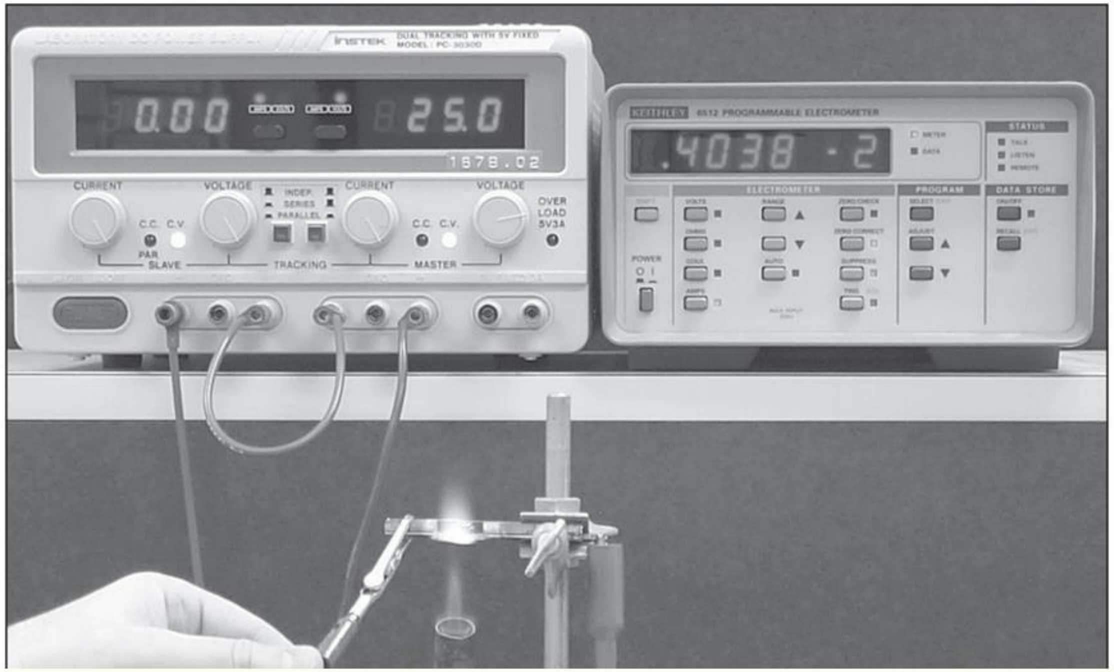
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^o

Κλασική θεωρία ηλεκτρικής και θερμικής αγωγιμότητας στερεών



Το συμβατικό γυαλί είναι μονωτής σε θερμοκρασία δωματίου, αλλά σε επαρκώς υψηλές θερμοκρασίες μπορεί να γίνει αρκετά καλός αγωγός
Η ράβδος από νατριο-πυριτικό γυαλί γίνεται ηλεκτρικά αγώγιμη όταν θερμαίνεται (διαρρέεται από ρεύμα $4\,mA$ για τάση $2 \times 25 = 50\,V$)

ΚΛΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ
ΜΕΡΟΣ Α’

Ηλεκτρικό ρεύμα είναι η κίνηση φορτίων μέσα σε ένα υλικό όταν βρίσκεται υπό την επίδραση ενός εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου

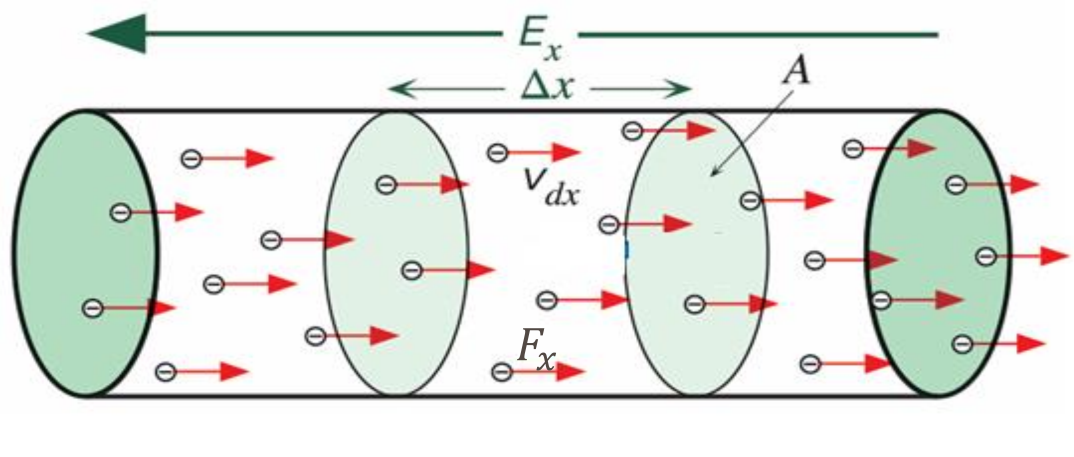
Στα μέταλλα, τα ηλεκτρόνια σθένους συνιστούν μια ‘θάλασσα’ φορτίων ελεύθερων να κινούνται μέσα στο μέταλλο και καλούνται **ηλεκτρόνια αγωγιμότητας**

- **Το μοντέλο** Drude
- **Εξάρτηση της ειδικής αντίστασης από τη θερμοκρασία**

Πυκνότητα ρεύματος και ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων

- Σε ένα τμήμα μεταλλικού αγωγού (εικ.), υπό την επίδραση ενός εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου $\boldsymbol{E_x}$, έχουμε:

  δύναμη Coulomb στα ηλεκτρόνια $\boldsymbol{F_x = eE_x}$ και ταχύτητα κίνησης $\boldsymbol{v_{dx}}\rightarrow$ αντίθετα στο ηλεκτρικό πεδίο (φορτίο e αρνητικό)



- **Ταχύτητα ολίσθησης** (drift velocity) = η *μέση ταχύτητα* των ηλεκτρονίων στη διεύθυνση του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου (διεύθυνση x)

$$v_{dx} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_{xi}$$

όπου, v_{xi} η x συνιστώσα ταχύτητας του i-οστού ηλεκτρονίου

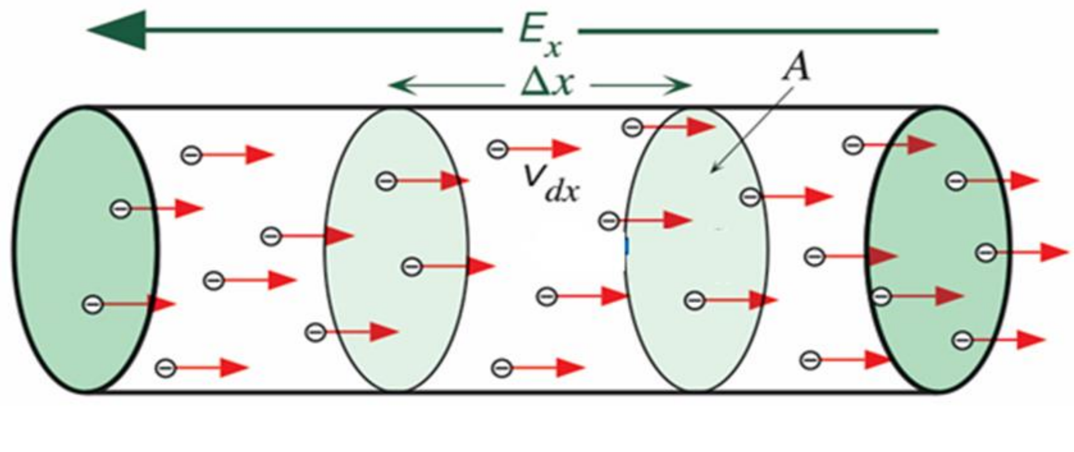
N πλήθος ηλεκτρονίων μετάλλου

Πυκνότητα ρεύματος και ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων (*συνέχεια*)

- Πυκνότητα ηλεκτρονίων, n = αριθμός ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου αγωγού

$$n = \frac{\mathrm{N}}{V}$$

- Σε χρόνο Δt τα ηλεκτρόνια κινούνται κατά $\Delta x = v_{dx}\Delta t$



- Συνολικό φορτίο που διαρρέει μια διατομή του αγωγού (επιφάνεια A) σε χρόνο Δt

$$\Delta q = en(A\,\Delta x) = enAv_{dx}\Delta t$$

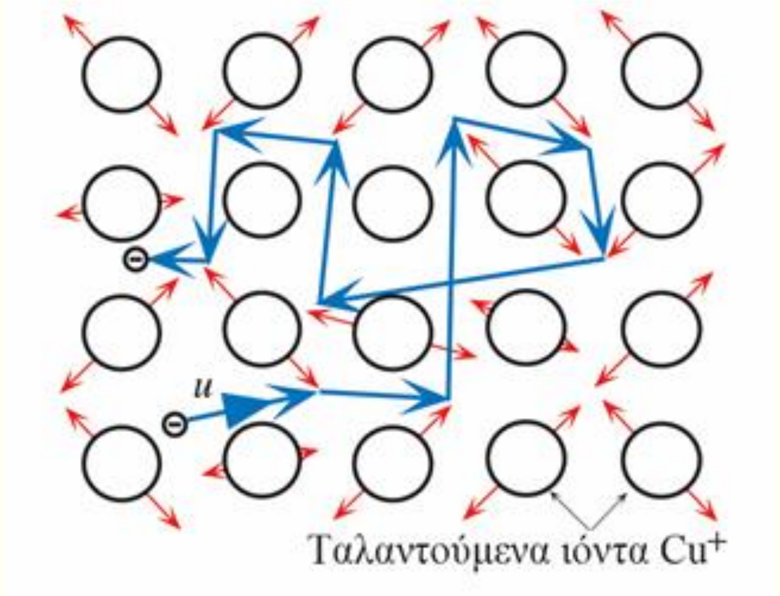
- Ορίζουμε **πυκνότητα ρεύματος** (current density) στη διεύθυνση x το συνολικό φορτίο που διαρρέει μια επιφάνεια κάθετη στη x ανά μονάδα επιφάνειας ανά μονάδα χρόνου

$$J_x = \frac{\Delta q}{A\,\Delta t} = \frac{enAv_{dx}\Delta t}{A\,\Delta t} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{J_x = env_{dx}}$$

όπου, Δq το συνολικό φορτίο που διαρρέει την επιφάνεια A σε χρόνο Δt

Κίνηση ηλεκτρονίου αγωγιμότητας μέσα σε μέταλλο

- Ένα ηλεκτρόνιο αγωγιμότητας κινείται μέσα στο νέφος ηλεκτρονίων με τυχαίο τρόπο
- Αν $\boldsymbol{u}$ η **μέση ταχύτητα** θερμικής (τυχαίας) κίνησης, η μέση ΚΕ του ηλεκτρονίου είναι $\overline{KE} = \frac{1}{2} m_e u^2$



Πρόβλημα: Ποιας τάξης είναι το μέγεθος της $\boldsymbol{u}$;

Λύση: Το ηλεκτρόνιο έχει ΔΕ λόγω ηλεκτροστατικής αλληλεπίδρασης με τα ιόντα και τα υπόλοιπα ηλεκτρόνια. $\overline{PE} \sim$ Ενέργεια μεταλλικού δεσμού $\sim 1\, eV$ (π.χ., για Cu, $3.1\, eV$)

Από θεώρημα Virial ($\overline{KE} = -\overline{PE}/2$) συμπεραίνουμε $\overline{KE} \sim \overline{PE}$

$$\Rightarrow m_e u^2 \sim 1\, eV$$

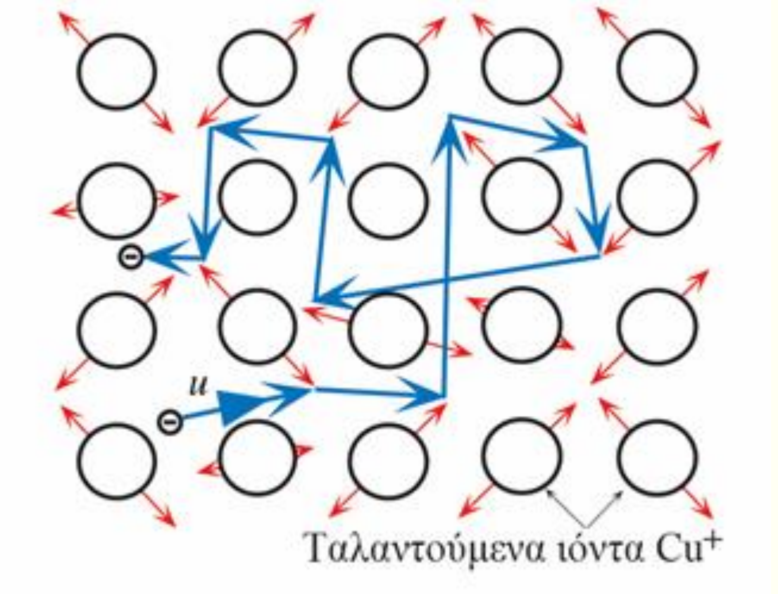
$$\Rightarrow u \sim \left(\frac{1\, eV}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1.6 \times 10^{-19}\, J}{9.1 \times 10^{-31}\, kg}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 10^6\ \frac{m}{s}$$

Κίνηση ηλεκτρονίου αγωγιμότητας μέσα σε μέταλλο $(συνέχεια)$

- Το ηλεκτρόνιο αγωγιμότητας κινούμενο μέσα στον κρύσταλλο, σκεδάζεται συχνά και τυχαία από τα ιόντα λόγω

  (α) των **θερμικών ταλαντώσεων** των ιόντων και

  (β) των **κρυσταλλικών ατελειών** (πλεγματικά κενά, εξαρθρώσεις, προσμείξεις, κ.ά.)



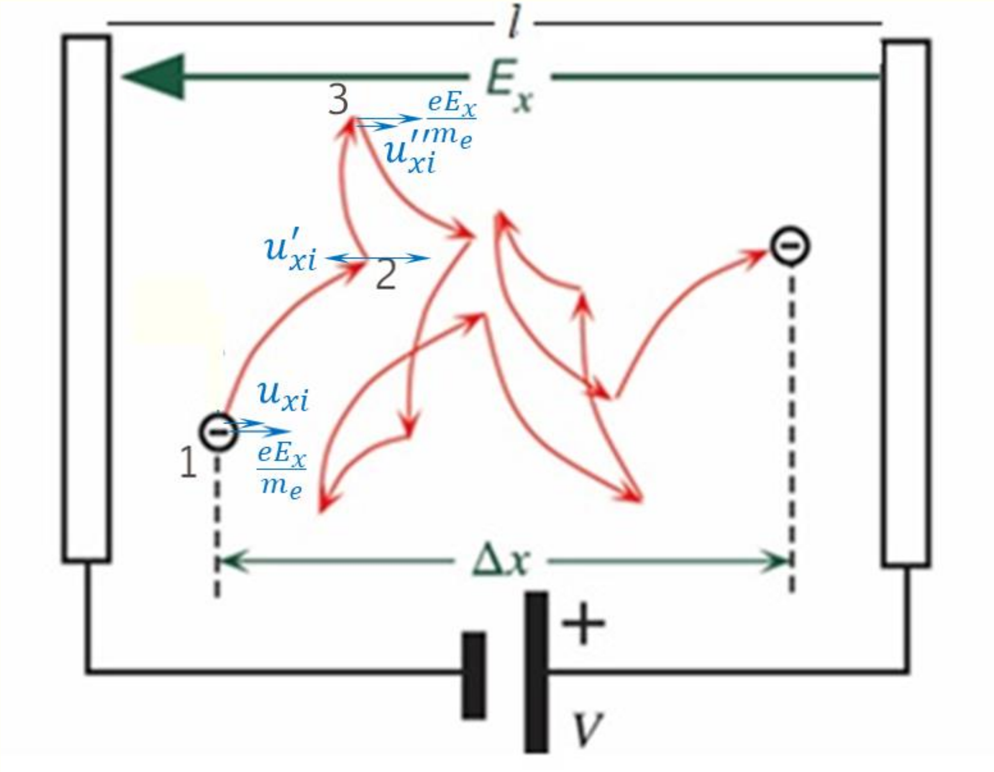
- Στην απουσία εφαρμοζόμενου πεδίου $(E = 0)$, η κίνηση είναι τυχαία με αποτέλεσμα

  - να μην υπάρχει συνολική ολίσθηση προς κάποια συγκεκριμένη διεύθυνση

  - Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, το ηλεκτρόνιο διέρχεται από την αρχική του θέση

Κίνηση ηλεκτρονίου αγωγιμότητας μέσα σε μέταλλο υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου

- Εφαρμογή τάσης V στα άκρα του αγωγού (εικ, σύνδεση με πόλους μπαταρίας) , δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο μέτρου $|E_x| = \frac{V}{l}$
- Υπό την επίδραση του E_x, ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται στη διεύθυνση x από τη δύναμη Coulomb, eE_x (επιτάχυνση $a_x = \frac{eE_x}{m_e}$)
- Στη συνέχεια συγκρούεται με ένα ταλαντούμενο ιόν του πλέγματος χάνοντας την ταχύτητα που έχει αποκτήσει
- Μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων (1→2, 2→3,... εικ.), η κίνηση του i-οστού ηλεκτρονίου είναι παραβολική

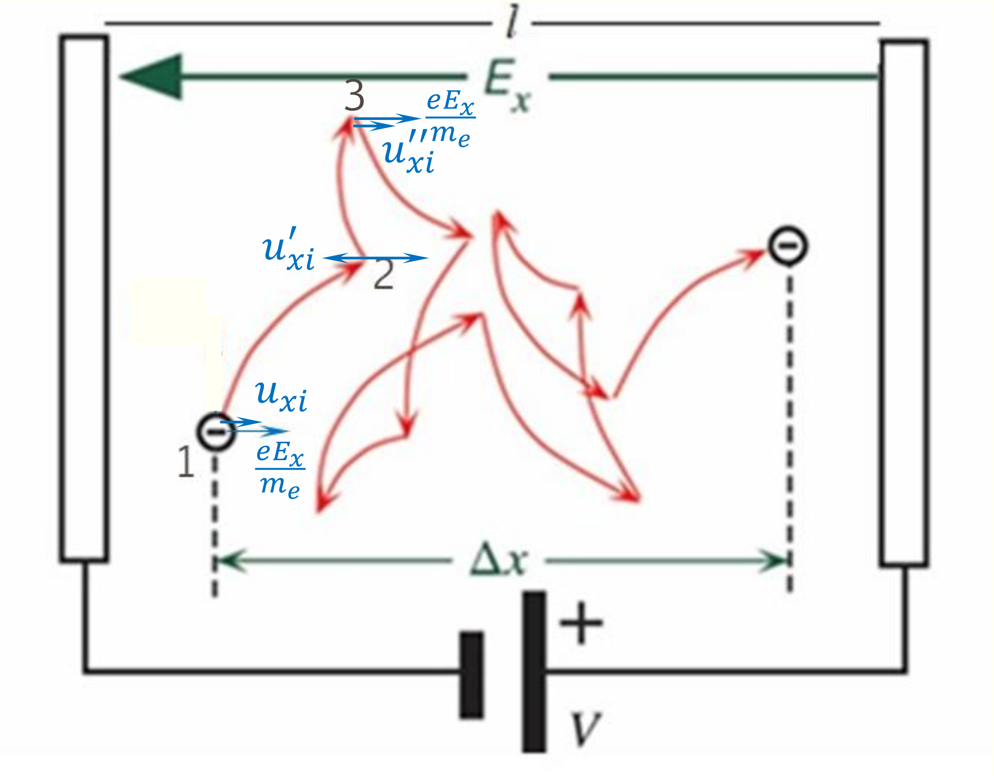


Κίνηση ηλεκτρονίου αγωγιμότητας μέσα σε μέταλλο υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου (συνέχεια)

- Η x συνιστώσα της ταχύτητας του i-οστού ηλεκτρονίου τη χρονική στιγμή t μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων είναι

$$v_{xi} = u_{xi} + \frac{eE_x}{m_e}(t - t_i)$$

u_{xi} η αρχική ταχύτητα στη x διεύθυνση αμέσως μετά την κρούση τη χρονική στιγμή t_i



Ποια είναι η μέση ταχύτητα ολίσθησης;

$$v_{dx} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_{xi} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[u_{xi} + \frac{eE_x}{m_e}(t - t_i)\right]$$

$$v_{dx} = \underbrace{\cancel{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} u_{xi}}}_{=0} + \left(\frac{eE_x}{m_e}\right)\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t - t_i) = \frac{eE_x}{m_e}\overline{(t - t_i)}$$

Κίνηση ηλεκτρονίου αγωγιμότητας μέσα σε μέταλλο υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου (συνέχεια)

- Τελικά η ταχύτητα ολίσθησης είναι: $v_{dx} = \frac{eE_x}{m_e}\overline{(t - t_i)}$

και γράφεται

$$v_{dx} = \frac{eE_x}{m_e}\tau$$

όπου, $\tau = \overline{(t - t_i)}$ ο **μέσος ελεύθερος χρόνος** (average free time) μεταξύ διαδοχικών κρούσεων

ή γράφεται σαν

$$v_{dx} = \mu_d E_x$$

όπου, $\mu_d = \frac{e\tau}{m_e}$ η **κινητικότητα ολίσθησης** (drift mobility) των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας

Ηλεκτρική αγωγιμότητα μετάλλου και ο νόμος του Ohm

- Αντικαθιστώντας την έκφραση για την ταχύτητα ολίσθησης $v_{dx} = \mu_d E_x$ στη σχέση για την πυκνότητα ρεύματος $J_x = env_{dx}$

  παίρνουμε το **νόμο του** Ohm

$$\boldsymbol{J_x = \sigma E_x}$$

  όπου, $\boldsymbol{\sigma = en\mu_d}$ η **αγωγιμότητα** (conductivity) του υλικού

- Κινητικότητα ολίσθησης, $\mu_d = \frac{e\tau}{m_e}$: μέτρο της ευκινησίας των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας του υλικού

- Μεγάλος μέσος χρόνος σκέδασης ή **χρόνος εφησυχασμού** (relaxation time) τ (τα ηλεκτρόνια δεν σκεδάζονται συχνά) $\Longrightarrow$ μεγάλη κινητικότητα ολίσθησης μ_d

- Μεγάλη κινητικότητα ολίσθησης μ_d αναγκαία αλλά όχι ικανή συνθήκη για μεγάλη αγωγιμότητα σ (σ εξαρτάται και από τη συγκέντρωση ηλεκτρονίων αγωγιμότητας n)

Νόμος του Ohm $J_x = \sigma E_x$

Πυκνότητα ρεύματος $J_x = env_{dx}$

$\sigma = en\mu_d$ Αγωγιμότητα υλικού

Ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων $v_{dx} = \mu_d E_x$

Κινητικότητα ολίσθησης $\mu_d = \dfrac{e}{m_e}\tau$

μέσος ελεύθερος χρόνος τ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.2 Κινητικότητα ολίσθησης ηλεκτρονίων στο Cu

Δεδομένου ότι η αγωγιμότητα του χαλκού είναι $5.9 \times 10^5 \frac{S}{cm}$ $(\frac{1}{\Omega \cdot cm})$, υπολογίστε

(α) την κινητικότητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων Cu.

ΛΥΣΗ

$$\sigma = en\mu_d$$

$$\Rightarrow \mu_d = \frac{\sigma}{en}$$

Χρειαζόμαστε τη συγκέντρωση, n, των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας στο χαλκό.

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων αγωγιμότητας $=$ αριθμός ατόμων Cu ανά μονάδα όγκου $(1 \frac{e}{atom\ Cu})$

Ο αριθμός ατόμων Cu ανά μονάδα όγκου υπολογίζεται

$$n = \frac{d}{M_{at}/N_A}$$

όπου, $d =$ πυκνότητα χαλκού $(8.96 \frac{g}{cm^3})$ και

$M_{at} =$ ατομική μάζα χαλκού $(63.5 \frac{g}{mol})$

Συνέχεια ♦

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

Αντικαθιστώντας, βρίσκουμε

$$\boldsymbol{n = 8.5 \times 10^{22}\ cm^{-3}}$$

και, αντικαθιστώντας στην κινητικότητα ολίσθησης παίρνουμε

$$\mu_d = \frac{\sigma}{en} = \boldsymbol{43.4\ \frac{cm^2}{V\ s}}$$

(β) Υπολογίστε το μέσο χρόνο σκέδασης των ηλεκτρονίων στο Cu.

ΛΥΣΗ

$$\mu_d = \frac{e}{m_e}\tau$$

$$\Longrightarrow \quad \tau = \frac{\mu_d m_e}{e}$$

Αντικαθιστώντας, έχουμε

$$\tau = \frac{\left(43.4 \times 10^{-4}\ \frac{m^2}{V\ s}\right)(9.1 \times 10^{-31}\ kg)}{1.6 \times 10^{-19}\ C} = \boldsymbol{2.5 \times 10^{-14}\ s}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.2 (συνέχεια)

(γ) Υπολογίστε τη μέση ελεύθερη διαδρομή του ηλεκτρονίου στο Cu.

ΛΥΣΗ

$$l = u\,\tau$$

Και αντικαθιστώντας, έχουμε

$$l = \left(1.6 \times 10^{6}\ \frac{m}{s}\right)(2.5 \times 10^{-14}\ s) = \boldsymbol{39\ nm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.3

(α) Πόσο ισχυρό πρέπει να είναι το εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο για να προκαλέσει ταχύτητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας σε ένα σύρμα χαλκού ίση με 0.1% της μέσης ταχύτητάς τους u $(\sim 10^6 \frac{m}{s})$;

Λύση

(α) $v_{dx} = \mu_d E_x,$ όπου, $\mu_d = 43.4\ \frac{cm^2}{V\,s}$

$$E_x = \frac{v_{dx}}{\mu_d} = \frac{0.001 \times 10^6 \frac{m}{s}}{43.4 \times 10^{-4} \frac{m^2}{V\,s}} = 2.3 \times 10^5\ \frac{V}{m} = 2.3\ \frac{kV}{cm}$$

(φαντάζεστε στα άκρα ενός κομματιού χάλκινου αγωγού μήκους μόλις ενός εκατοστού να εφαρμόζαμε 2300 volts τάση;)

(β) Πόση θα ήταν η πυκνότητα του ρεύματος σε αυτό το πεδίο;

Λύση

$$J_x = \sigma E_x = \left(5.9 \times 10^7 \frac{1}{\Omega \cdot m}\right)\left(2.3 \times 10^5\ \frac{V}{m}\right) = \mathbf{1.4 \times 10^7}\ \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{mm^2}}\ !!!$$

Συνέχεια ♦

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

(γ) Πόσο θα γινόταν το ρεύμα σε ένα καλώδιο διαμέτρου διατομής $1\,mm$;

Λύση

$$I = J_x A = J_x \left(\pi \frac{d^2}{4} \right)$$

$$I = \left(1.4 \times 10^7 \ \frac{A}{mm^2}\right)(0.785\,mm^2) = \mathbf{1.1 \times 10^7}\ \boldsymbol{A} \ !!!$$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Σε όλες τις πρακτικές εφαρμογές, ακόμα και σε πολύ μεγάλα ρεύματα και τάσεις, η ταχύτητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας είναι πολύ μικρή (πολύ μικρότερη από τη μέση θερμική ταχύτητα κίνησης των ηλεκτρονίων).
- Πρακτικά, όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο (τάση) σε έναν αγωγό σε λογικές-εφικτές τιμές, η μέση ταχύτητα των ηλεκτρονίων παραμένει ανεπηρέαστη.

Εξάρτηση της αντίστασης από τη θερμοκρασία: Ιδανικά καθαρά μέταλλα

- Σε ένα ιδανικό (χωρίς ατέλειες) και καθαρό (χωρίς προσμίξεις) μέταλλο η σκέδαση των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας οφείλεται μόνο στις θερμικές ταλαντώσεις των ιόντων γύρω από τις πλεγματικές τους θέσεις

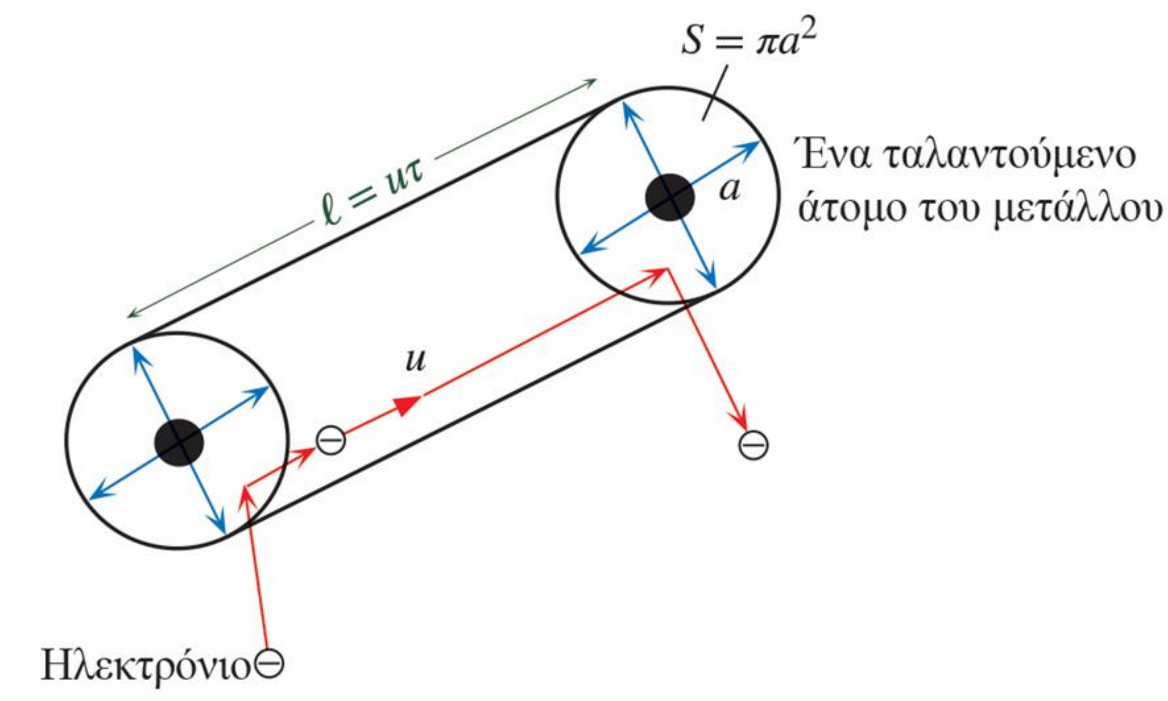
- Η προκύπτουσα αγωγιμότητα, σ, και η ειδική αντίσταση, ρ, συμβολίζονται ως σ_T και ρ_T, αντίστοιχα.

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= en\mu_d \\ \mu_d &= \frac{e\tau}{m_e} \end{aligned}\right\} \longrightarrow \boldsymbol{\sigma = \frac{e^2 n\tau}{m_e}}$$

- δηλαδή, για να βρούμε την εξάρτηση της αγωγιμότητας σ από τη θερμοκρασία T θα πρέπει να υπολογίσουμε την εξάρτηση του μέσου ελεύθερου χρόνου τ από τη θερμοκρασία

Υπολογισμός της εξάρτησης του μέσου ελεύθερου χρόνου από τη θερμοκρασία στα ιδανικά καθαρά μέταλλα

- Ένα ηλεκτρόνιο κινούμενο με μέση ταχύτητα u σκεδάζεται όταν η διαδρομή του διέρχεται από μια εγκάρσια διατομή S ενός ταλαντούμενου ατόμου
- Η εγκάρσια διατομή (cross section) ταλαντούμενου ατόμου καθορίζεται από το πλάτος a της ταλάντωσής του, $S = \pi a^2$
- Το ηλεκτρόνιο διασχίζει μέση απόσταση $l = u\,\tau$ μεταξύ διαδοχικών κρούσεων



- Για να γίνει σκέδαση θα πρέπει μέσα στον όγκο $Sl = Su\tau$ να βρίσκεται τουλάχιστον ένα ταλαντούμενο άτομο, δηλαδη $N_s(Su\tau) = 1$

$$\tau = \frac{1}{\pi a^2 u N_s}$$

Πως συνδέεται το τ με τη θερμοκρασία ;

$N_s =$ άτομα ανά μονάδα όγκου μετάλλου

Υπολογισμός της εξάρτησης του μέσου ελεύθερου χρόνου από τη θερμοκρασία στα ιδανικά καθαρά μέταλλα (*συνέχεια*)

Από την κλασική κινητική θεωρία της ύλης ξέρουμε ότι

$$\overline{KE} = \frac{1}{2}kT$$

Η θερμική κίνηση ενός ατόμου θεωρείται απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από την πλεγματική του, οπότε

$$\overline{KE} = \frac{1}{2}Mv_{rms}^2 = \frac{1}{4}Ma^2\omega^2$$

όπου, a το πλάτος και ω η συχνότητα ταλάντωσης του ατόμου

$$\frac{1}{4}Ma^2\omega^2 \approx \frac{1}{2}kT \Rightarrow a^2 \sim T$$

και επειδή $\tau = \frac{1}{\pi a^2 u N_s}$, προκύπτει $\tau \propto \frac{1}{T}$

$$\tau = \frac{C}{T}$$

Ειδική αντίσταση καθαρού μετάλλου λόγω θερμικών ταλαντώσεων

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{C}{T} \\ \sigma_T &= \frac{e^2 n\tau}{m_e} \end{aligned}\right\} \longrightarrow \sigma_T = \frac{e^2 nC}{m_e T} \;\Rightarrow \sigma_T \propto \frac{1}{\mathrm{T}}$$

και

$$\rho_T = \frac{1}{\sigma_T} = \frac{m_e T}{e^2 nC} \Rightarrow \rho_T = AT$$

A σταθερά ανεξάρτητη της θερμοκρασίας

$\sigma_T =$ **Αγωγιμότητα περιοριζόμενη από τις πλεγματικές σκεδάσεις** (lattice-scattering-limited conductivity)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.5

Υπολογίστε την ποσοστιαία μεταβολή, μεταξύ καλοκαιριού και χειμώνα, (α) της ειδικής αντίστασης ενός σύρματος από καθαρό μέταλλο (π.χ., χαλκό) και (β) τις απώλειες ισχύος σε αυτά σε μια βόρεια περιοχή του Καναδά.

ΛΥΣΗ

(α) Θεωρώντας μέση θερμοκρασία καλοκαιριού $T_{summer} = 20°\mathrm{C}$ και χειμώνα $T_{winter} = -30°\mathrm{C}$,

και αγνοώντας τις μεταβολές στις διαστάσεις του σύρματος, έχουμε

$$\frac{\rho_{summer} - \rho_{winter}}{\rho_{summer}} = \frac{T_{summer} - T_{winter}}{T_{summer}} = \frac{(20+273) - (-30+273)}{(20+273)} = 0.171 = 17\%$$

(β) Απώλεια ισχύος (θερμική απώλεια) λόγω αντίστασης των καλωδίων $P = \frac{V^2}{R} = \frac{V^2}{\rho \frac{l}{A}} = \frac{B}{\rho}$

l και A το μήκος το εμβαδόν της διατομής του σύρματος, αντίστοιχα και

V τάση σύρματος (π.χ. 110 volts, η τάση δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας στον Καναδά)

$$\frac{P_{summer} - P_{winter}}{P_{summer}} = \frac{\frac{B}{\rho_{summer}} - \frac{B}{\rho_{winter}}}{\frac{B}{\rho_{summer}}} = \frac{\rho_{winter} - \rho_{summer}}{\rho_{winter}} = \frac{T_{winter} - T_{summer}}{T_{winter}} = \frac{(-30+273) - (20+273)}{(-30+273)}$$

$$= -0.206 \cong -21\%$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.6

Δοθέντων της μέσης ταχύτητας των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας του χαλκού $1.6 \times 10^6\ m/s$ και της συχνότητας ταλαντώσεων των ατόμων χαλκού σε θερμοκρασία δωματίου, περίπου $4 \times 10^{12}\ Hz$, εκτιμήστε:

(α) την κινητικότητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων, μ_d και

(β) την αγωγιμότητα, σ, του χαλκού

Πυκνότητα χαλκού, $d = 8.96\ g/cm^3$ και ατομική μάζα χαλκού, $M_{at} = 63.56\ g/mol$

ΛΥΣΗ

(α) Κατά τους υπολογισμούς για την εξάρτηση του μέσου ελεύθερου χρόνου από τη θερμοκρασία στα ιδανικά καθαρά μέταλλα (σελ. 24-25) αποδείξαμε ότι ο μέσος ελεύθερος χρόνος κίνησης για το ηλεκτρόνιο σε ένα μέταλλο δίνεται από τη σχέση

$$\tau = \frac{1}{\pi a^2 u N_s}$$

όπου, u η ταχύτητα της θερμικής κίνησης των ηλεκτρονίων,

N_s η συγκέντρωση των ιόντων (ιόντα/όγκο) στο πλέγμα του μετάλλου και

α το πλάτος της θερμικής ταλάντωσης των ιόντων γύρω από τη θέση ισορροπίας τους

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

$$\tau = \frac{1}{\pi a^2 u N_s}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση για την κινητικότητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων, μ_d

$$\mu_d = \frac{e}{m_e}\tau$$

παίρνουμε

$$\mu_d = \frac{e}{m_e \pi a^2 u N_s}$$

Για τη συγκέντρωση N_s των ιόντων, έχουμε

$$N_s = \frac{d}{M_{at}/N_A}$$

$$= \frac{(8.96\ g/cm^3)(6.02 \times 10^{23}\ atoms/mol)}{(63.56\ g/mol)} = 8.5 \times 10^{22}\ atoms/cm^3$$

Συνέχεια ♦

Τέλος, για την εξάρτηση του πλάτους ταλάντωσης των ιόντων από τη θερμοκρασία, από το θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας

$$\overline{KE} = \frac{1}{4} M a^2 \omega^2 = \frac{1}{2} kT$$

$$\Rightarrow \quad a^2 = \frac{2kT}{M\omega^2}$$

Αντικαθιστώντας, βρίσκουμε

$$a^2 = \frac{2(1.38 \times 10^{-23}\ J/K)(300\ K)}{\left(\frac{63.56\ \ g/mol}{6.02 \times 10^{23}\ atoms/mol}\right)(2\pi \times 4 \times 10^{12}\ Hz)^2} = 1.24 \times 10^{-22}\ m^2$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση για την κινητικότητα ολίσθησης, παίρνουμε

$$\mu_d = \frac{e}{m_e \pi a^2 u N_s}$$

$$= \frac{(1.6 \times 10^{-19}\ C)}{(9.1 \times 10^{-31}\ kg)\pi(1.24 \times 10^{-22}\ m^2)(1.6 \times 10^{6}\ \ m/s)(8.5 \times 10^{22}\ atoms/cm^3)}$$

$$\mu_d = 33\ \frac{cm^2}{V\ s}$$

Συνέχεια ♦

ΛΥΣΗ $(\sigma\upsilon\nu\acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\iota\alpha)$

β) Για την αγωγιμότητα έχουμε

$$\sigma = en\mu_d$$

$$= (1.6 \times 10^{-19}\ C)(8.5 \times 10^{22}\ cm^{-3})\left(33\ \frac{cm^2}{V\ s}\right)$$

$$\boldsymbol{\sigma = 4.5 \times 10^5\ \frac{1}{\Omega \cdot cm}}$$

Δεδομένου ότι η πειραματικά μετρούμενη τιμή της αγωγιμότητας είναι $5.9 \times 10^5\ \frac{1}{\Omega \cdot cm}$, η διαφορά από τον υπολογισμό είναι 24%.